

**Задачи заочного тура Олимпиады ТГТУ 2025-2026
по математике для 10-11 классов**

№1. Найдите на интервале $(0; 2\pi)$ наибольшее решение уравнения

$$(\sin x + \sin 2x + \sin 3x)^3 = \sin^3 x + \sin^3 2x + \sin^3 3x.$$

№2. Точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC . Окружность, описанная около треугольника BOC , пересекает сторону AB в точке E , причем $AE = 7,5$, $AC = 9$. Найдите косинус угла BAC .

№3. На бильярдном столе из одинаковых плотно примыкающих друг к другу шаров, выложен правильный треугольник, на что ушло 153 шара. Сколько шаров составляют сторону треугольника?

№4. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$4^{2x} + 5 \cdot 4^x = a \cdot 4^x + 6$$

имеет хотя бы один корень на отрезке $[0,5; 1]$.

№5. На складе имеются однотипные изделия, произведённые двумя фирмами. Первая из них поставила 40% изделий высшего качества, вторая – 20%. Всего изделий высшего качества на складе оказалось 35%. Во сколько раз изделий, поставленных первой фирмой, больше, чем второй? Какова вероятность того, что изделие, случайным образом выбранное на складе, окажется произведённым первой фирмой?