

Министерство образования Российской Федерации
Тамбовский государственный технический университет

Ю. Л. Муромцев, Л. П. Орлова

**МИКРОПРОЦЕССОРНЫЕ СИСТЕМЫ
ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ**
(стратегии, структурные схемы, алгоритмы)

*Одобрено УМО по образованию в области автоматики,
электроники, микроэлектроники и радиотехники в качестве
учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению
5511 и специальностям 2008 и 2205*

Тамбов
Издательство ТГТУ
2001

УДК 658.512.011.56.001.57:681.5
ББК 32.965-02-5-05
М915

Рецензент
Доктор технических наук, профессор ТВВАИ им. Дзержинского
А. В. Богословский

М915 **Муромцев Ю. Л., Орлова Л. П.**

Микропроцессорные системы энергосберегающего управления. Учебное пособие / Ю. Л. Муромцев, Л. П. Орлова. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001. 80 с.
ISBN 5-8265-0062-X

Пособие посвящено проектированию микропроцессорных систем оптимального управления. Основное внимание уделяется разработке математического и алгоритмического обеспечения энергосберегающих систем управления. С системных позиций рассматривается модель задачи оптимального управления, излагается новый математический аппарат для расчета управляющих воздействий в реальном времени, оперативного проектирования энергосберегающей системы управления с использованием экспертной системы "Энергосберегающее управление динамическими объектами". Приводятся численные примеры и рекомендации по использованию программных средств.

Пособие предназначено для студентов специальности 2008 "Проектирование и технология радиоэлектронных средств" и 2205 "Проектирование и технология ЭВС" при изучении ими теоретических курсов, выполнении лабораторного практикума, курсовых и дипломных работ с применением компьютерных технологий, а также для других инженерных специальностей, изучающих основы оптимального управления и автоматизации производства. Оно может быть использовано инженерами, аспирантами и преподавателями при проведении научных исследований.

УДК 658.512.011.56.001.57:681.5
ББК 32.965-02-5-05

ISBN 5-8265-0062-X

© Муромцев Ю. Л., Орлова
Л. П., 2001
© Тамбовский
государственный
технический университет
(ТГТУ),
2001

ВВЕДЕНИЕ

Большинство современных энергоемких объектов управления: машин, технологических аппаратов, транспортных средств, электродвигателей и др. - оснащены бортовыми микропроцессорными устройствами (МПУ). Эти устройства обеспечивают работу объекта по задаваемой программе, предохраняют от перегрузки, неправильной эксплуатации, выполняют контролирующие функции. Однако практически нет бортовых МПУ, которые рассчитывают и реализуют оптимальное управление объектом, за исключением, пожалуй, решения задач оптимального быстродействия.

В связи с обострением энергетической проблемы в последнее время возрастает актуальность задач оптимального управления (ЗОУ) при минимизируемых функционалах затраты энергии или расход топлива. Экономия энергии за счет оптимального управления динамическими режимами может составлять от 10 до 30 % и более. Основами трудностями создания МПУ, решающих задачи энергосберегающего управления, являются сложность и громоздкость математических методов анализа и синтеза оптимального управления (ОУ). Для бортовых МПУ нужен математический аппарат в виде компактных алгоритмов, обеспечивающих оперативный расчет ОУ, в том числе при изменяющихся исходных данных в процессе работы.

В учебном пособии подробно рассматриваются новые методы анализа и синтеза оптимальных управляющих воздействий в реальном времени, в частности, методы синтезирующих переменных, базовой задачи, анализа систем на множестве состояний функционирования. Данные методы могут использоваться для решения ЗОУ применительно к линейным и нелинейным объектам, на их основе создана база знаний экспертной системы "Энергосберегающее управление динамическими объектами". По другим методам ОУ, широко освещенным в учебной литературе, даются лишь краткие необходимые сведения. Экспертная система и автоматизированные рабочие места, которые ее используют, дают возможность в короткий срок разрабатывать математическое и программное обеспечение для широкого класса бортовых энергосберегающих МПУ.

Приводятся численные примеры анализа при получении алгоритмов расчета ОУ для МПУ, которые управляют нагревом тел с минимальными затратами энергии, пуском электродвигателей и другими нелинейными объектами. Здесь нельзя не выразить солидарность с высказыванием Д. Пойа: "... Я считаю конкретные примеры более ценными, чем любые общие рассуждения" [1].

В подготовке пособия непосредственное участие принимали ассистенты кафедры КРЭМС университета, кандидат технических наук Д. Ю. Муромцев и кандидат технических наук В. В. Орлова.

1 ЗАДАЧИ И СТРАТЕГИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

1.1 Основные понятия

Развитие микропроцессорной техники обеспечило возможность создания разнообразных систем оптимального управления (СОУ). Системы, которые решают и реализуют задачи минимизации затрат энергии или расхода топлива, называют системами энергосберегающего управления. К наиболее распространенным объектам для энергосберегающего управления относятся технологические машины и аппараты, электродвигатели, бытовая техника, транспортные и другие средства, функционирующие в соответствии со своим целевым назначением. Учитывая ориентацию данной книги на энергосберегающие управляющие устройства, рассматриваемые объекты управления, как правило, характеризуются двумя особенностями. Во-первых, они относятся к числу "энергоемких" и управления *и* имеют энергетическую или сырьевую природу, т.е. в качестве *и* могут использоваться электрическое напряжение, сила тока, расход бензина, пара, хладагента и т.д. Во-вторых, в процессе эксплуатации объект существенную часть времени работы находится в динамических режимах,

т.е. в режимах с переменными скоростями изменения фазовых координат. К таким объектам относятся теплообменные аппараты, различного рода машины, транспортные средства и др.

Основными частями СОУ являются объект управления и управляющее устройство. Управляющее устройство целенаправленно изменяет управление u для обеспечения выхода объекта на требуемый режим, поддержания режимных параметров и т.п. Если управление выбирается таким, что минимизируется некоторая целевая функция, например, затраты энергии, то управление называется оптимальным и обозначается u^* , а устройство, вырабатывающее u^* , устройством оптимального управления, или просто управляющим устройством (УУ), а также контроллером. Оптимальное управление рассчитывается на основе исходных данных, необходимых для решения задачи. К этим данным относятся - модель объекта, ограничения на изменения управляющих воздействий, фазовых координат и т.д. Обозначим массив исходных данных (реквизитов), необходимых для решения задачи управления, через R .

Упрощенная схема СОУ представлена на рис. 1.1. В УУ вводятся исходные данные R решаемой задачи оптимального управления, на основе которых рассчитывается оптимальное управление u^* . Управляющее воздействие u^* обеспечивает оптимальное изменение вектора переменных состояния (фазовых координат) x объекта, с которыми связана контролируемая выходная величина y . На фазовые координаты x (и выход y) оказывает влияние вектор возмущающих воздействий v . Пунктиром на схеме указаны связи, которые в некоторых СОУ могут отсутствовать.

Например, УУ управляет нагревом тела от некоторой начальной температуры до конечной за требуемое время, при этом затраты энергии на нагрев должны быть минимальными. В этом случае массив данных R включает параметры модели объекта, т.е. дифференциального уравнения, описывающего динамику теплового процесса, начальное и конечное значения вектора x , границы изменения управления u и т.п.

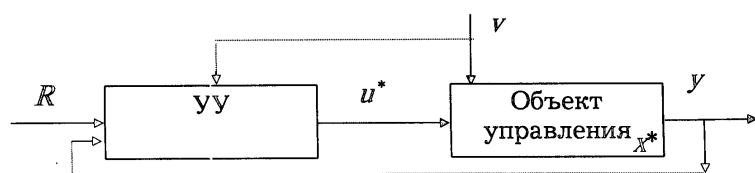


Рис. 1.1 Упрощенная схема системы оптимального управления

управления u и т.п. В качестве компонент вектора $x = (x_1, x_2)^T$ могут рассматриваться температура тела x_1 и скорость ее изменения x_2 , причем контролируемая выходная переменная $y = x_1$. Управлением u может быть напряжение, подаваемое на нагревательный элемент, а возмущающим воздействием v - окружающая температура. Если объект управления - электропривод, то компонентами вектора x могут быть x_1 - угол поворота ротора, x_2 - угловая скорость; если объект - транспортное средство, то x_1 - расстояние (путь), x_2 - скорость движения и т.д.

В случаях, когда УУ находится непосредственно на или рядом с объектом, его называют бортовым. Вместе с тем, одно микропроцессорное УУ может управлять несколькими объектами, например, группой электродвигателей.

При разработке микропроцессорных УУ выделяют техническое, математическое и программное обеспечения. Техническое обеспечение наряду с микропроцессором включает преобразующие и согласующие устройства, датчики, регулирующие органы, исполнительные механизмы и др. средства. В последнее десятилетие появилось значительное число программно-технических комплексов, содержащих широкий набор микропроцессорных комплектов для реализации СОУ.

Наиболее трудоемкой частью проектирования СОУ является формализация ЗОУ с учетом реальных условий эксплуатации, выбор стратегии реализации оптимальных управляющих

воздействий, разработка алгоритмов оперативного синтеза оптимального управления, а также создание математического обеспечения и, прежде всего, построение модели динамики объекта, удовлетворяющей требованиям точности и пригодности, для анализа и синтеза оптимального управления.

Для математического аппарата, используемого в микропроцессорных УУ, важно выделить следующие классы объектов.

1 Объекты, для которых минимизируются затраты энергии, т.е. объекты, содержащие электронагревательные элементы, электродвигатели и т.п.

2 Объекты, для которых минимизируется расход топлива (бензина, газа), а также тепло- и хладоагентов, воды, различных сырьевых материалов.

3 Гибридные объекты, которые в качестве управления могут использовать как электрическую энергию, так и топливо, например, гибридные автомобили.

По размерности вектора u выделяют объекты со скалярным управлением и векторным. Важное значение для разработки алгоритма УУ имеет наличие или отсутствие y объекта временного запаздывания по каналу управления.

1.2 Модели объектов управления

Математическую модель объекта управления (сокращенно объекта) удобно рассматривать как динамическую систему [2], т.е. она характеризуется в общем случае векторами входов, выходов y , фазовых координат x и двумя операторами - переходной функцией φ и выходным отображением ψ (рис. 1.2). В задачах управления в векторе входов выделяют два вида составляющих - управляющие воздействия или просто управления u и возмущающие воздействия v .

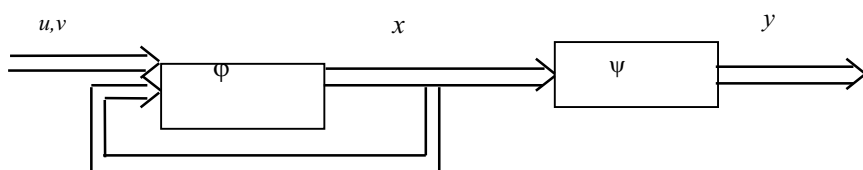


Рис. 1.2 Схема объекта управления как динамической системы

Смысл переменных и операторов покажем на примере простейшего объекта - емкости с нагреваемой жидкостью. Пусть нагрев осуществляется тепловым электронагревательным элементом, включаемым в сеть, температура жидкости контролируется в определенной точке. К компонентам вектора входов в данном случае можно отнести напряжение на нагревательном элементе u , температуру окружающей среды v . Выходной переменной y являются температура жидкости в точке контроля. В качестве составляющих вектора фазовых координат x можно рассматривать значения температур жидкости и скоростей их изменения в различных точках (в том числе и температуры стенок емкости).

В дальнейшем значения переменных в некоторый момент времени t будут обозначаться $u(t), x(t), y(t)$, а траектории изменения их на временном интервале $[t_0, t_k]$ через $u(\circ) = (u(t), t \in [t_0, t_k])$ и т.д.

Множества значений u, x, y, t обозначим соответственно $\mathcal{U}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{T}$. В этом случае оператор φ представляет собой отображение - переходную функцию

$$\varphi: \mathcal{T} \times \mathcal{T} \times \mathcal{U}(\circ) \times \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X}$$

и ψ - выходное отображение

$$\psi: \mathcal{T} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y},$$

здесь \times - знак декартового произведения, $\mathcal{U}(\circ)$ - множество траекторий входов $u(\circ)$.

Операторы φ, ψ с тройкой множеств U, X, Y представляют собой модель объекта в задачах оптимального управления. Оператор φ обычно записывается в виде дифференциальных или интегральных уравнений. Например, для линейного стационарного объекта

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad x(t = t_0) = x_0, \quad (1.1)$$

или

$$x(t) = x_0 e^{A(t-t_0)} + \int_{t_0}^t e^{A(t-s)} Bu(s) ds.$$

где A, B - матрицы параметров объекта соответствующих размерностей.

Система дифференциальных уравнений (1.1), записанная в векторно-матричной форме, дополненная соотношением связи между x и y (с помощью матрицы C)

$$y(t) = Cx(t),$$

представляет собой модель линейного стационарного объекта, структурная схема которого представлена на рис. 1.3.

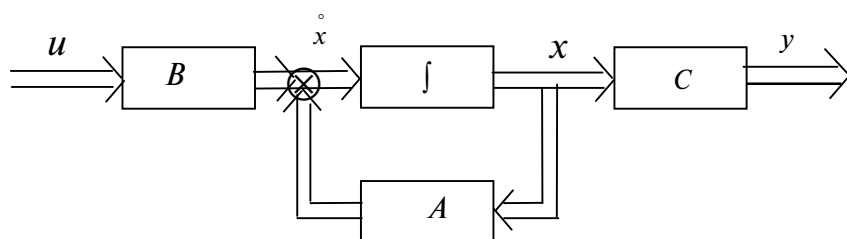


Рис. 1.3 Схема линейного стационарного объекта

Модель динамики объекта, с одной стороны, должна наиболее точно и полно отражать реальный объект, с другой стороны, она должна быть удобна для решения задач анализа и синтеза ОУ. Модели объектов, для которых в полном объеме решены задачи анализа и синтеза ОУ на множестве состояний функционирования (МСФ), будем называть базовыми. К базовым относятся модели в форме обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядка:

- интегрирующее звено (И)

$$\dot{x} = bu(t); \quad (1.2)$$

- апериодическое звено (А)

$$\dot{x} = ax(t) + bu(t); \quad (1.3)$$

- двойной интегратор (ДИ)

$$\dot{x}_1 = x_2(t), \quad \dot{x}_2 = bu(t); \quad (1.4)$$

- реальный двойной интегратор (РДИ) (интегратор с апериодическим звеном АИ)

$$\dot{x}_1 = x_2(t), \quad \dot{x}_2 = ax_2(t) + bu(t); \quad (1.5)$$

- объект второго порядка (двойное апериодическое звено ДА)

$$\dot{x}_1 = x_2(t), \quad \dot{x}_2 = a_1x_1(t) + a_2x_2(t) + bu(t); \quad (1.6)$$

где a, b - параметры модели объекта.

Модели (1.2) - (1.6) широко используются для описания процессов динамики многих электрических, механических, тепловых и химико-технологических объектов. Так, модели (1.2), (1.3) успешно применяется в гидравлике, электрических схемах, при нагреве тел [3]. В табл. 1.1 даны примеры объектов, описываемых моделью (1.4) двойного интегрирования [4 - 10]. Еще большее применение на практике находят модели (1.5) и (1.6).

Большинство реальных объектов являются нелинейными, это затрудняет решение задач идентификации моделей и анализа ОУ. В этих случаях могут использоваться модели в виде дифференциального уравнения с разрывной правой частью, здесь каждому диапазону значений вектора x соответствует своя часть. Такую модель будем называть зонной, например, в случае трех зон такая модель может иметь вид

$$\dot{x} = \begin{cases} A_1x(t) + B_1u(t) & \text{для } x \in [x_1^0; x_1^1]; \\ A_2x(t) + B_2u(t) & \text{для } x \in [x_1^1; x_1^2]; \\ A_3x(t) + B_3u(t) & \text{для } x \in [x_1^2; x_1^3]; \end{cases} \quad (1.7)$$

где x^i - значения вектора x , при котором происходит переключение правой части дифференциального уравнения.

Заметим, что при переходе из одной зоны в другую могут изменяться не только параметры модели, но и размерность вектора x .

В более общем случае объект описывают моделями на множестве состояний функционирования (МСФ) [11, 12].

Во многих случаях к нелинейностям относят ограничения на управляющее воздействие u , т.е. наличие "насыщения". Характер изменения u для данного случая представлен на рис. 1.4, а, а схема объекта с выделенной нелинейной частью (НЧ) на рис. 1.4, б.

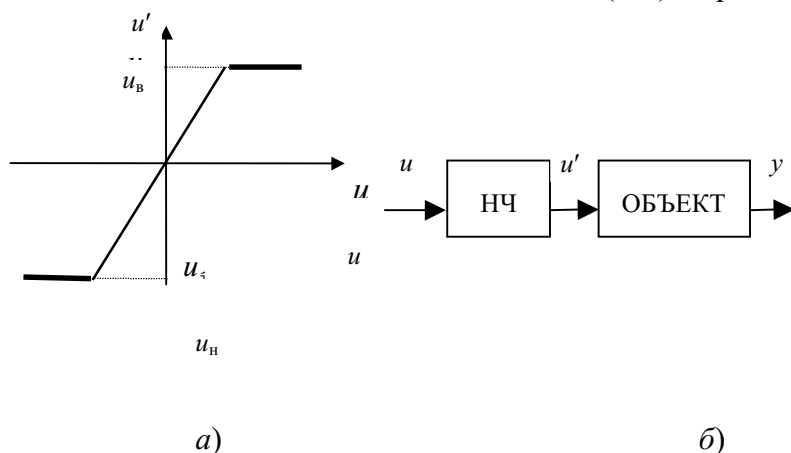


Рис. 1.4 Нелинейность типа "насыщение" (а) и схема объекта (б)

Таблица 1.1

Объект	Модель	Литера - тура
Электродвигатель постоянного тока	$M \ddot{x} = k \Phi u(t) - M_c$, где x - угол поворота вала двигателя; u - ток в якорной цепи; M - момент инерции вращающейся части двигателя; Φ - магнитный поток; M_c - момент сопротивления; k - конструктивная постоянная	[4 - 7]
Перехват цели ракетой (снарядом)	$\dot{x} = z(t); \dot{z} = u(t); x = v\gamma; u = v\dot{\gamma}$, где x - разность по высоте; v - скорость снаряда; γ - угол между v и линией отсчета	[4]

Полет ракеты перед посадкой на Луну	$m\dot{y} = -mg_{л} + F(t);$ где m - масса; y - расстояние до поверхности Луны; $g_{л}$ - ускорение свободного падения на Луне; F - сила двигателя	[9]
Лифты, подъемные машины, опрокидыватели, станки	$\dot{x}_1 = x_2(t); \dot{x}_2 = F(t) - F_n,$ где x_1 - перемещение; x_2 - скорость; F - сила (момент двигателя); F_n - сила нагрузки, определяемая грузом	[9, 10]
Гидравлическая емкость	$\dot{x}_1 = x_2(t); \dot{x}_2 = F(t),$ где x_1 - уровень; x_2 - расход; F - сила	
Изотермическая реакция нулевого порядка в реакторе периодического действия	$\dot{x}_1 = x_2; \dot{x}_2 = ki(t),$ где x_1 - количество вещества; x_2 - скорость реакции; i - интенсивность излучения	

К другим распространенным нелинейностям следует отнести наличие запаздывания, люфта, ограничения на фазовые координаты.

Модель объекта со временем запаздывания τ по каналу управления записывается в виде

$$\dot{\tilde{x}} = Ax(t) + Bu(t - \tau). \quad (1.8)$$

Необходимость учета люфта особенно актуальна для объектов с механическими передачами, при этом появление люфта связано с изменением направления движения. Например, для электропривода модель динамики можно записать в виде двух частей, соответствующих двум состояниям функционирования: h_1 - направление движения сохраняется; h_2 - направление движения меняется на обратное, т.е.

$$\begin{aligned}
 h_1: \quad & \dot{x} = Ax(t) + Bu(t); \\
 h_2: \quad & \begin{cases} \dot{x} = A_0x(t) + B_0u(t), & x_1 \leq dx_n; \\ \dot{x} = Ax(t) + Bu(t), & x_1 \geq dx_n, \end{cases}
 \end{aligned} \quad (1.9)$$

где dx_n - величина "свободного" хода при выборе люфта.

Наряду с записью моделей объектов в терминах переменных состояния при решении ряда задач анализа и синтеза оптимального управления с использованием передаточных функций необходимо представлять модели в форме "вход-выход". Например, базовые модели (1.3) - (1.6) записываются в виде:

$$\begin{aligned}
 \text{И:} \quad & \dot{y} = \beta u(t); \\
 \text{А:} \quad & \dot{y} + \alpha y(t) = \beta u(t); \\
 \text{ДИ:} \quad & \ddot{y} = \beta u(t);
 \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\text{АИ: } \overset{\circ}{y} + \alpha \overset{\circ}{y} = \beta u(t);$$

$$\text{ДА: } \overset{\circ}{y} + \alpha_1 \overset{\circ}{y} + \alpha_0 y(t) = \beta u(t).$$

Для базовых моделей в форме переменных состояния значения $x(t)$ при $t \geq t_0$ определяются по формуле Коши, т.е.

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-s)}Bu(s)ds, \quad (1.11)$$

где $e^{A(t-t_0)}$ - матрица переходов (матричная экспонента, матрица фундаментальных решений).

Матрица $e^{A(t-t_0)}$ может быть получена с использованием преобразования Лапласа из соотношения [13, 14]

$$e^{At} = L^{-1}\{[pE - A]^{-1}\}, \quad (1.12)$$

где L^{-1} - оператор обратного преобразования Лапласа; p - параметр преобразования Лапласа; E - единичная матрица.

Значения e^{At} для различных линейных моделей приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Модель объекта M	Матрица A	Характеристический многочлен $\det(A - \lambda E)$ и собственные значения λ_i матрицы A	Матричная экспонента e^{At}

Интегратор И	0	$-\lambda$ $\lambda = 0$	1
Апериодическое звено (объект первого порядка) А	a	$a - \lambda$ $\lambda = a$	e^{at}
Двойной интегратор ДИ	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	λ^2 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$	$\begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Реальный двойной интегратор (апериодическое звено РДИ (АИ))	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix}$	$-\lambda^2 + a_2\lambda - a_1$ 1) $a_2^2 + 4a_1 > 0$ $\lambda_1 = \frac{a_2}{2} + \sqrt{\frac{a_2^2}{4} + a_1}$ $\lambda_2 = \frac{a_2}{2} - \sqrt{\frac{a_2^2}{4} + a_1}$	$\begin{pmatrix} h_1(t) & h_2(t) \\ h_1(t) & h_2(t) \end{pmatrix}$ $h_1(t) = \frac{(\lambda_1 - a_2)e^{\lambda_1 t} - (\lambda_2 - a_2)e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2}$ $h_2(t) = \frac{e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}}{\lambda_1 - \lambda_2}$
Двойное апериодическое звено (объект второго порядка) ДА	$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	2) $a_2^2 + 4a_1 = 0$ $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{a_2}{2}$ 3) $a_2^2 + 4a_1 < 0$ $\omega = \sqrt{\frac{a_2^2}{4} + a_1}$; λ^3 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$	$h_1(t) = \left(1 - \frac{a_2}{2}t\right)e^{\frac{a_2}{2}t}$, $h_2(t) = te^{\frac{a_2}{2}t}$ $\begin{pmatrix} \left(\cos \omega t - \frac{a_2}{2\omega} \sin \omega t\right)e^{\frac{a_2}{2}t} & \frac{1}{\omega} \sin \omega t e^{\frac{a_2}{2}t} \\ \frac{a_1}{\omega} \sin \omega t e^{\frac{a_2}{2}t} & \left(\cos \omega t - \frac{a_2}{2\omega} \sin \omega t\right)e^{\frac{a_2}{2}t} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & t & \frac{1}{2}t^2 \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Тройной интегратор ТИ			

1.3 Задачи оптимального управления

В теории оптимального управления известно большое число постановок задач [3, 7 - 10, 14 - 16]. Применительно к проблеме энергосбережения задача оптимального управления наиболее часто формулируется следующим образом.

Объект, динамика которого описывается моделью

$$\dot{x} = f(x, u, t, A, B), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (1.13)$$

необходимо за время $\Delta t = t_k - t_0$ перевести из начального состояния

$$x(t_0) = x^0 \quad (1.14)$$

в конечное состояние

$$x(t_k) = x^k, \quad (1.15)$$

на управление наложены ограничения в каждый момент времени

$$\forall t \in [t_0, t_k]: u(t) \in [u_n, u_v] \quad (1.16)$$

и, возможно, интегральные

$$\int_{t_0}^{t_k} f_0(u(t)) dt \leq I_{\text{доп}}. \quad (1.17)$$

Требуется найти управление $u^*(t), t \in [t_0, t_k]$, удовлетворяющее заданным условиям и ограничениям и минимизирующее функционал

$$I = \int_{t_0}^{t_k} f_0(u(t)) dt. \quad (1.18)$$

В формулах (1.13) - (1.18) используются обозначения t_0, t_k - начало и конец временного интервала управления соответственно; x^0, x^k - начальное и конечное значения вектора x ; u_n, u_v - нижняя и верхняя границы изменения u ; u^* - оптимальное управление, f - функция $x(t), u(t)$, т.е. правая часть дифференциального уравнения, представляющего модель динамики в форме переменных состояния; A, B - параметры модели (A - при векторе x , B - при управлении u); f_0 - функция $u(t)$, определяющая вид функционала.

Задача (1.13) - (1.18) известна как задача с закрепленными концами траектории $x(\cdot) = (x(t), t \in [t_0, t_k])$ изменения фазовых координат, фиксированным временным интервалом управления, текущим и интегральным ограничениями на управление u .

Далее в основном будут использоваться два вида минимизируемых функционалов:

- затраты энергии

$$I_s = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min, \quad (1.19)$$

- расход топлива

$$I_T = \int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt \rightarrow \min. \quad (1.20)$$

Виды функционалов и ограничений, литература, в которой содержатся примеры решения задач с использованием функционалов (1.19), (1.20), а также некоторых других, приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Функционалы, ограничения	Литература
--------------------------	------------

Минимум затрат энергии	$I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt$	[4, 6, 10, 16]
Минимум расхода топлива	$I_T = \int_{t_0}^{t_k} u(t) dt$	[4, 17, 18]
Максимальное быстродействие	$I_6 = t_k \int_{t_0}^{t_k} dt \rightarrow \min$	[4, 14, 19]
Минимум отклонения конечного состояния	$I_x = x_1^k - x_1(t_k) $	[4, 15]
Квадратичный критерий	$I_0 = \int_{t_0}^{t_k} (x_1^2(t) + cu^2(t)) dt \rightarrow \min$	[4, 15]
Комбинация I_6 и I_x	$I_{6,x} = \int_{t_0}^{t_k} dt + cx_1^2(t_k) \rightarrow \min$	[4]
Комбинация I_T и I_6	$I_{T,6} = \int_{t_0}^{t_k} (c + u(t)) dt \rightarrow \min$	[4]
Ограничения:		
- на затраты энергии	$\int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \leq I_{3, \text{доп}}$	[18]
- на расход топлива	$\int_{t_0}^{t_k} u(t) dt \leq I_{T, \text{доп}}$	
- на координаты	$\int_{t_0}^{t_k} x_i^2(t) dt \leq C_i, i = 1, 2$	

Известны постановки энергосберегающих ЗОУ, отличающиеся от задачи (1.13) - (1.18). Так, часто отсутствует интегральное ограничение (1.17), допускается изменение конечного времени t_k (временной интервал не фиксирован), некоторые компоненты вектора x^k могут не закрепляться и т.д. Например, в задачах оптимального нагрева тел не задается x_2^k , а в задачах разгона до заданной скорости не задается пройденный путь (x_1^k).

Пусть объект описывается моделью первого порядка (апериодическое звено) (1.3) и минимизируется функционал (1.19), тогда исходные данные ЗОУ можно представить массивом реквизитов

$$R = (a, b, x^0, x^k, u_n, u_b, t_0, t_k, I_{\text{доп}}). \quad (1.21)$$

Решить ЗОУ - значит для заданного массива R определить вид функции ОУ $u^*(t), t \in [t_0, t_k]$ и рассчитать ее параметры, определить оптимальную траекторию изменения фазовых координат $x^*(t)$ и значение функционала I^* .

В более общем случае ЗОУ формулируется как задача на МСФ. В этом случае изменению значения переменной h соответствует изменение одного или нескольких компонентов массива R .

Для реализации ОУ используются две основные стратегии - программная и позиционная (с обратной связью). При программной стратегии рассчитывается оптимальная траектория изменения управляющего воздействия $u^*(t) = (u^*(t), t \in [t_0, t_k])$, а при позиционной - определяется синтезирующая функция, устанавливающая связь между $u^*(t)$ и $x(t)$ с учетом остаточного времени $\tau = t_k - t$, т.е.

$$u^*(t) = S(x(t), \tau).$$

В ЗОУ на МСФ число возможных стратегий возрастает. Подробнее стратегии ОУ рассматриваются в разделе 1.4.

В целях дальнейшей формализации введем понятие модели ЗОУ, которая содержит все необходимые расчетные соотношения для определения оптимального управления. Модель ЗОУ будем обозначать короткем

$$K = \langle M, F, S, O \rangle, \quad (1.22)$$

где M - модель объекта управления; F - минимизируемый функционал; S - стратегия реализации ОУ; O - ограничения и условия, используемые в ЗОУ [20].

Например, $\langle DA, \Theta, Pr, (u, x, t_k) \rangle$ означает, что рассматривается ЗОУ для объекта, описываемого моделью DA , минимизируемый функционал - затраты энергии (Θ), стратегия - программная (Pr), ограничения общие - (u, x, t_k) (O), т.е. управление $u \in [u_a, u_b]$, концы траектории $x(\circ)$ закреплены, временной интервал фиксирован.

Задача построения модели ЗОУ по существу совпадает с задачей полного анализа ОУ на МСФ. В процессе ее решения находятся удобные в вычислительном плане соотношения для проверки условий существования решения ЗОУ для заданного массива исходных данных R , выбора вида ОУ, расчета параметров и др. При разработке СОУ можно выделить задачи синтеза, решаемые на стадии проектирования с использованием компьютеров (общие задачи синтеза ОУ), и задачи, решаемые непосредственно МПУ (задачи оперативного синтеза).

Применительно к программной и позиционной стратегиям эти задачи рассматриваются в разделах 2 и 3.

Рассмотренные задачи относятся к классу прямых. Вместе с тем в последнее время создаются программные продукты, позволяющие оперативно решать обратные задачи оптимального управления. Например, задаются требования к функции оптимального управления и необходимо определить значения компонентов массива R , при которых эти требования выполняются.

1.4 Стратегии реализации оптимального управления на множестве состояний функционирования

Как уже отмечалось, МПУ включают три основные части: математическое (алгоритмическое) обеспечение, технические средства и программное обеспечение. По отношению к возможностям технических средств различают МПУ, совместимые с персональным компьютером, и изолированные (автономные).

Структура и комплектность МПУ, наиболее существенно зависят от стратегии реализации ОУ. С учетом изменения состояний функционирования возможны следующие стратегии.

1 Программная некорректируемая стратегия $S_{пр.нк}$, когда в память УУ записывается оптимальная программа $u^*(\circ)$, рассчитанная для одного или нескольких наиболее вероятных состояний функционирования. Это наиболее простые УУ (рис. 1.5, а), для реализации программы поступает только сигнал о начальном моменте времени t_0 .

В более сложном случае при введении массива реквизитов R_h в УУ рассчитывается программа $u^*(\circ)$ (рис. 1.5, б), которая реализуется на интервале $[t_0, t_k]$ независимо от того, какие изменения состояния h происходят.

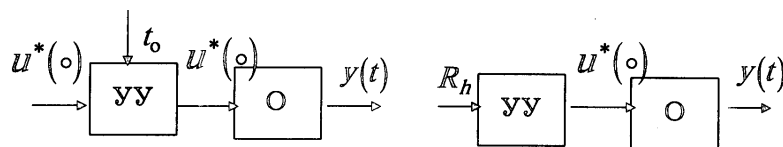


Рис. 1.5 Схемы СОУ при $S_{пр.нк}$:

а - оптимальная программа записана в ПЗУ; б - оптимальная программа рассчитывается УУ

2 Программная корректируемая стратегия $S_{пр.к}$, в данном случае при изменении состояния функционирования h в момент t_h происходит пересчет оптимальной программы для оставшегося времени $[t_h, t_k]$. Здесь УУ должно идентифицировать состояние h в каждый момент времени (см. рис. 1.6).

3 Программная комбинированная стратегия $S_{пр.км}$ представляет собой промежуточный вариант между некорректируемой и корректируемой программными стратегиями. Программа

здесь не корректируется до тех пор, пока состояние функционирования принадлежит некоторому подмножеству допустимых состояний H_1 . Если $h \notin H_1$, то производится коррекция программы на основе текущих исходных данных. Структура СОУ аналогична приведенной на рис. 1.6.

4 Позиционная некорректируемая стратегия $S_{пз.нк}$, в данном случае УУ реализует алгоритм вычисления ОУ $u^*(t)$ в каждый момент времени t в зависимости от текущего значения $z(t)$ и остаточного времени $\tau = t_k - t$ согласно полученной синтезирующей функции s для одного состояния функционирования h (рис. 1.7, а).

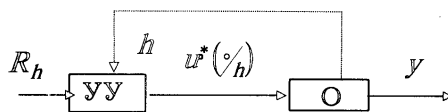


Рис. 1.6 Схема СОУ со стратегией $S_{пз.к}$

Для определения $x(t)$ по значениям $y(t)$ и $u^*(t)$ УУ дополнительно выполняет функции идентифицирующего устройства (ИУ), т.е. оценки вектора фазовых координат.

В более сложном варианте (см. рис. 1.7, б) УУ само определяет синтезирующую функцию по введенным исходным данным R_h до момента времени t_0 . В последующем на интервале $[t_0, t_k]$ синтезирующая функция сохраняется без изменения.

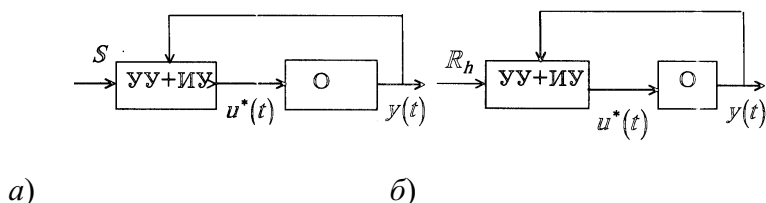


Рис. 1.7 Схемы СОУ со стратегией $S_{пз.нк}$:

а - алгоритм УУ задается в виде синтезирующей функции; б - синтезирующая функция определяется массивом R_h

5 Позиционная корректируемая стратегия $S_{пз.к}$ предполагает определение управляющим устройством новой синтезирующей функции при каждом изменении h , в том числе и на временном интервале $[t_0, t_k]$. Схема СОУ с $S_{пз.к}$ приведена на рис. 1.8, УУ здесь выполняет функции:

- идентификация фазовых координат x и u_x ;
- идентификация состояния функционирования h и u_h ;
- определение синтезирующей функции s_h ;
- расчет $u^*(t)$.

6 Позиционная комбинированная стратегия $S_{пз.км}$ аналогична стратегии $S_{пз.к}$, когда синтезирующая функция сохраняется, пока переменная h принадлежит некоторому подмножеству состояний функционирования H_1 . Структура СОУ в этом случае аналогична приведенной на рис. 1.8.

Рассмотренные СОУ с программной стратегией (см. рис. 1.5, 1.6) являются разомкнутыми (по выходной переменной y), а СОУ, использующие позиционную стратегию (см. рис. 1.7, 1.8) - замкнутыми, их обычно называют оптимальными регуляторами.

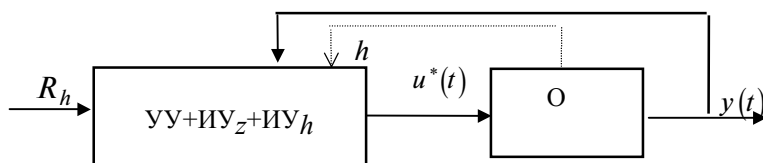


Рис. 1.8 Схема СОУ со стратегией $S_{пз.к}$

Современные методы анализа и синтеза ОУ позволяют на базе микропроцессорной техники создавать интеллектуальные УУ. Будем считать, что МПУ относится к классу интеллектуальных систем, если устройство может осуществить выбор варианта используемой стратегии из нескольких альтернативных, а также если в устройстве реализуются правила вывода (логического) новых результатов.

Выделим два уровня интеллектуальности МПУ. На первом уровне управляющее устройство проверяет выполнение условий существования ОУ для вводимых исходных данных R и определяет вид функции ОУ или синтезирующей функции. В случае необходимости производится идентификация модели объекта. На втором уровне управляющее устройство определяет наилучшую стратегию реализации ОУ из множества альтернативных.

2 ПРОГРАММНАЯ СТРАТЕГИЯ

Оптимальные программы широко используются для управления машинами и аппаратами периодического действия, работающими при незначительных возмущающих воздействиях. Эти программы могут быть рассчитаны заранее на компьютере, либо определяться непосредственно микропроцессорным устройством. Отличительная особенность систем оптимального управления с такими устройствами - отсутствие обратной связи по фазовым координатам.

Результаты, получаемые при анализе оптимального программного управления, во многом используются и в устройствах с позиционной стратегией - оптимальных регуляторах.

2.1 Схемы систем оптимального управления с программной стратегией

Программная стратегия может осуществляться двумя способами: прямым (непосредственно) и с использованием автоматического регулятора (АР). Упрощенные структурные схемы СОУ, отражающие эти способы, представлены на рис. 2.1, а, б.

Системы непосредственного программного ОУ наиболее просты, они используются, когда влияние возмущающих воздействий v незначительно, временной интервал невелик и жесткие требования к значению $x(t_k)$ не предъявляются. Такие устройства энергосберегающего управления применяются для малотоннажных аппаратов периодического действия, пуска электродвигателей и т.п.

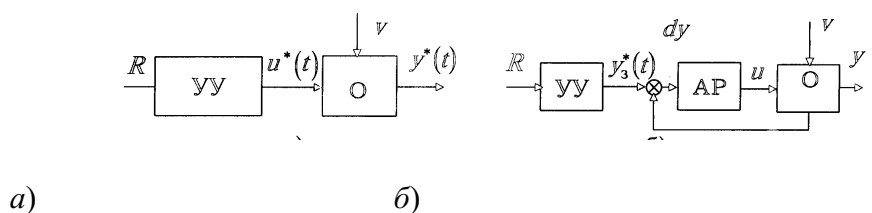


Рис. 2.1 Схемы систем оптимального управления:
 а - при непосредственной подаче ОУ на вход объекта; б - использующей автоматический регулятор

В системах, использующих АР, управляющее устройство по значению массива исходных данных R вырабатывает программу оптимального изменения фазовой координаты $x_1 = y$, т.е. $x_1^*(\cdot) = (x_1^*(t), t \in [t_0, t_k])$. Данная программа поступает в качестве задания $y_3^*(t) = x_1^*(t)$ на АР, который обрабатывает ее. Такие системы целесообразно использовать применительно к объектам, в которых влияние возмущающих воздействий существенно, а также, если технологические режимы предусматривают стабилизацию постоянных значений y в определенные промежутки времени. Типичная траектория изменения y в данном случае приведена на рис. 2.2. Здесь на временном

интервале $[0; t_0)$ поддерживается значение $y(t) = y^0$; на интервале $[t_0; t_k]$ $y(t)$ изменяется в соответствии с оптимальным управлением $u^*(t)$, далее при $t > t_k$ АР поддерживает значение $y^* = x_1(t_k)$.

Необходимо отметить, что во многих случаях вместо массива реквизитов R на вход УУ подаются лишь отдельные его компоненты, например, x_1^k, t_0, t_k и т.д., либо только начальный момент времени t_0 ("пуск программы").

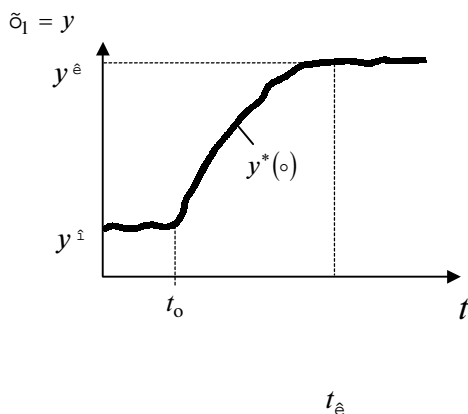


Рис. 2.2 Качественная картина траектории $y(t)$ для СОУ с АР

При рассмотрении ЗОУ на МСФ в управляющее устройство поступает информация о значении переменной h . В зависимости от состояния h начинает работать определенная оптимальная программа.

Алгоритмы оперативного определения энергосберегающих программ разрабатываются на основе полного анализа оптимального управления на МСФ.

2.2 Анализ оптимального программного управления

Основными задачами анализа ОУ являются следующие:

- получение условий существования решения ЗОУ в зависимости от значений массива исходных данных R ;
- определение всех возможных видов функций ОУ $u^*(t)$;
- нахождение границ областей видов функций ОУ;
- получение соотношений для расчета параметров функций $u^*(t)$.

Для рассматриваемых задач энергосберегающего управления основным методом при определении видов функций ОУ $u^*(t)$ является принцип максимума [19]. Пусть решается ЗОУ

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t), \quad t \in [t_0; t_k], \\ \forall t \in [t_0; t_k] \quad u(t) &\in [u_n; u_b], \\ x(t_0) &= x^0, \quad x(t_k) = x^k, \\ I &= \int_{t_0}^{t_k} f_0(u(t)) dt \rightarrow \min_{u(t)}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

где $x = (x_1, x_2)^T$ - вектор фазовых координат, u - скалярное управление.

Рассмотрим в качестве минимизируемого функционала затраты энергии, т.е.

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min_u, \quad (2.2)$$

Определяется оптимальная программа

$$u^*(\circ) = (u^*(t), t \in [t_0; t_k]). \quad (2.3)$$

Обозначим данную задачу "четверкой" $\langle M_2, \mathcal{E}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$, здесь M_2 - модель объекта второго порядка; \mathcal{E} - затраты энергии; Пр - программная стратегия; О - общие условия (фиксирован временной интервал), закреплены концы траектории $x(\circ)$.

В этом случае гамильтониан (функционал Понтрягина) и сопряженная система уравнений имеют вид

$$H = -u^2 + \psi_1 f_1 + \psi_2 f_2; \quad (2.4)$$

$$\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_1}, \quad \frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_2}, \quad (2.5)$$

где $f_i, i=1, 2$ - правые части уравнения динамики объекта; $\psi_i = 1, 2$ - непрерывные функции (импульсы), определяющие вид ОУ.

Для базовых моделей объектов второго порядка в общем случае

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix},$$

тогда

$$f_1 = x_2(t); \quad f_2 = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + bu(t)$$

и
$$H_s = -u^2 + \psi_1 x_2 + \psi_2 (a_1 x_1 + a_2 x_2 + bu), \quad (2.4a)$$

$$\dot{\psi}_1 = -a_1 \psi_2,$$

$$\dot{\psi}_2 = -\psi_1 - a_2 \psi_2 \quad (2.5a)$$

или

$$\dot{\psi} = \tilde{A} \psi(t), \quad \tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & -a_1 \\ -1 & -a_2 \end{pmatrix} = (-1) \cdot A^T,$$

где \tilde{A} - "сопряженная матрица".

Из условия максимума H по u и учитывая ограничение на управление из (2.4a) можно записать

$$u^*(t) = \begin{cases} u_b, & \text{если } \psi_2(t) > 2u_b/b; \\ 0,5 \cdot b \psi_2(t) = \bar{u}(t), & \text{если } 0,5 \cdot b \psi_2(t) \in [u_n, u_b]; \\ u_n, & \text{если } \psi_2(t) < 2u_b/b. \end{cases} \quad (2.6)$$

В случае $|u_n| = u_b = 1$ вместо (2.6) используют компактную запись [8] $u^*(t) = \text{sat}[\bar{u}(t)]$.

Вид функции $\psi_2(t)$ определяется решением уравнений (2.5a), т.е.

$$\psi(t) = \psi_0 e^{\tilde{A}t}, \quad (2.7)$$

здесь $\psi_0 = (\psi_{01}, \psi_{02})^T$ - постоянные интегрирования, рассчитываемые из условия

$$x^k = e^{A(t_k - t_0)} x^0 + \int_{t_0}^{t_k} e^{A(t_k - t)} B u^*(\psi_2; t) dt. \quad (2.8)$$

Для базовых объектов второго порядка матрицы \tilde{A} , функции $\psi_2(t)$ и $\bar{u}(t)$ представлены в табл. 2.1.

Определение 1. Вид функции оптимального управления $u^*(t)$ определяется соотношениями для расчета ее параметров, и число видов функций ОУ равно числу различных соотношений для расчета параметров.

Например, параметры c, d функции

$$u_i^*(t) = \bar{u}(t)$$

определяются решением векторно-матричного уравнения

$$x^k = e^{A(t_k-t_0)}x^0 + \int_{t_0}^{t_k} e^{A(t_k-t)}Bu(t)dt, \quad (2.9)$$

а при расчете параметров функции ОУ

$$u_j^*(t) = \begin{cases} \bar{u}(t), & t_0 \leq t \leq t_n; \\ u_B, & t_n \leq t \leq t_k, \end{cases}$$

используется соотношение

$$x^k = e^{A(t_k-t_0)}x^0 + \int_{t_0}^{t_n} e^{A(t_n-t)}Bu(t)dt + \int_{t_n}^{t_k} e^{A(t_k-t)}Bu_B dt. \quad (2.10)$$

Утверждение 1. Для задачи $\langle M_2, \exists, \text{Пр}, O \rangle$ в предположении монотонности (неубывания или невозрастания) функции $\bar{u}(t)$ для базовых объектов второго порядка (ДИ, АИ, ДА) имеют место следующие пять групп видов функций ОУ:

1) непрерывные функции ОУ, с незакрепленными концами траектории $\bar{u}(0)$, два параметра которых определяются решением уравнений типа (2.9), (2.10), таких функций семь (качественно их вид показан на рис. 2.3), т.е.

$$\begin{aligned} u_1^*(t) &= \bar{u}(t), \quad t \in [t_0, t_k]; & u_2^*(t) &= \begin{cases} \bar{u}(t), & t \in [t_0, t_2), \\ u_H, & t \in [t_2, t_k]; \end{cases} \\ u_3^*(t) &= \begin{cases} u_H, & t \in [t_0, t_3), \\ \bar{u}(t), & t \in [t_3, t_k]; \end{cases} & u_4^*(t) &= \begin{cases} \bar{u}(t), & t \in [t_0, t_4), \\ u_B, & t \in [t_4, t_k]; \end{cases} \\ u_5^*(t) &= \begin{cases} u_B, & t \in [t_0, t_5), \\ \bar{u}(t), & t \in [t_5, t_k]; \end{cases} \\ u_6^*(t) &= \begin{cases} u_B, & t \in [t_0, t'_6), \\ \bar{u}(t), & t \in [t'_6, t''_6), \\ u_H, & t \in [t''_6, t_k]; \end{cases} & u_7^*(t) &= \begin{cases} u_H, & t \in [t_0, t'_7), \\ \bar{u}(t), & t \in [t'_7, t''_7), \\ u_B, & t \in [t''_7, t_k]; \end{cases} \end{aligned} \quad (2.11)$$

2) непрерывные функции ОУ с одним "закрепленным" концом траектории $\bar{u}(\cdot)$ в точках $u_{\text{тр}}(t_0)$ или $u_{\text{тр}}(t_k)$, таких функций восемь, т.е.

$$\begin{aligned} u_8^*(t) &= \begin{cases} u_H, & t = t_0, \\ \bar{u}(t), & t \in (t_0, t_k]; \end{cases} & u_9^*(t) &= \begin{cases} \bar{u}(t), & t \in [t_0, t_k), \\ u_B, & t = t_k; \end{cases} \\ u_{10}^*(t) &= \begin{cases} u_B, & t = t_0, \\ \bar{u}(t), & t \in (t_0, t_k]; \end{cases} & u_{11}^*(t) &= \begin{cases} \bar{u}(t), & t \in [t_0, t_k), \\ u_H, & t = t_k; \end{cases} \\ u_{12}^*(t) &= \begin{cases} u_B, & t = t_0, \\ u_2^*(t), & t \in (t_0, t_k]; \end{cases} & u_{13}^*(t) &= \begin{cases} u_3^*(t), & t \in [t_0, t_k), \\ u_B, & t = t_k; \end{cases} \\ u_{14}^*(t) &= \begin{cases} u_H, & t = t_0, \\ u_4^*(t), & t \in (t_0, t_k]; \end{cases} & u_{15}^*(t) &= \begin{cases} u_5^*(t), & t \in [t_0, t_k), \\ u_H, & t = t_k; \end{cases} \end{aligned} \quad (2.12)$$

качественный вид этих функций показан на рис. 2.4;

3) кусочно-постоянные функции ОУ с одним переключением (см. рис. 2.5), т.е.

$$u_{16}^*(t) = \begin{cases} u_B, & t \in [t_0, t_{16}), \\ u_H, & t \in [t_{16}, t_k]; \end{cases} \quad u_{17}^*(t) = \begin{cases} u_H, & t \in [t_0, t_{17}), \\ u_B, & t \in [t_{17}, t_k]; \end{cases} \quad (2.13)$$

4) функции ОУ с двумя "закрепленными" концами траектории $\bar{u}(\cdot)$ (см. рис. 2.6, а), т.е.

$$u_{18}^*(t) = \begin{cases} u_H, & t = t_0, \\ \bar{u}(t), & t \in (t_0, t_k), \\ u_B, & t = t_k; \end{cases} \quad u_{19}^*(t) = \begin{cases} u_K, & t = t_0, \\ \bar{u}(t), & t \in (t_0, t_k), \\ u_H, & t = t_k; \end{cases} \quad (2.14)$$

5) функции ОУ - константы на границах управления (см. рис. 2.6, б), т.е.

$$u_{20}^*(t) = u_B, \quad t \in [t_0, t_k]; \quad u_{21}^*(t) = u_H, \quad t \in [t_0, t_k]. \quad (2.15)$$

Доказательство утверждения непосредственно следует из соотношения (2.6) и вида функции $\bar{u}(t)$.

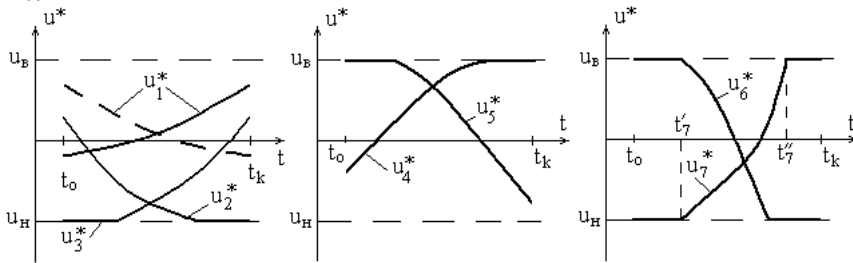


Рис. 2.3

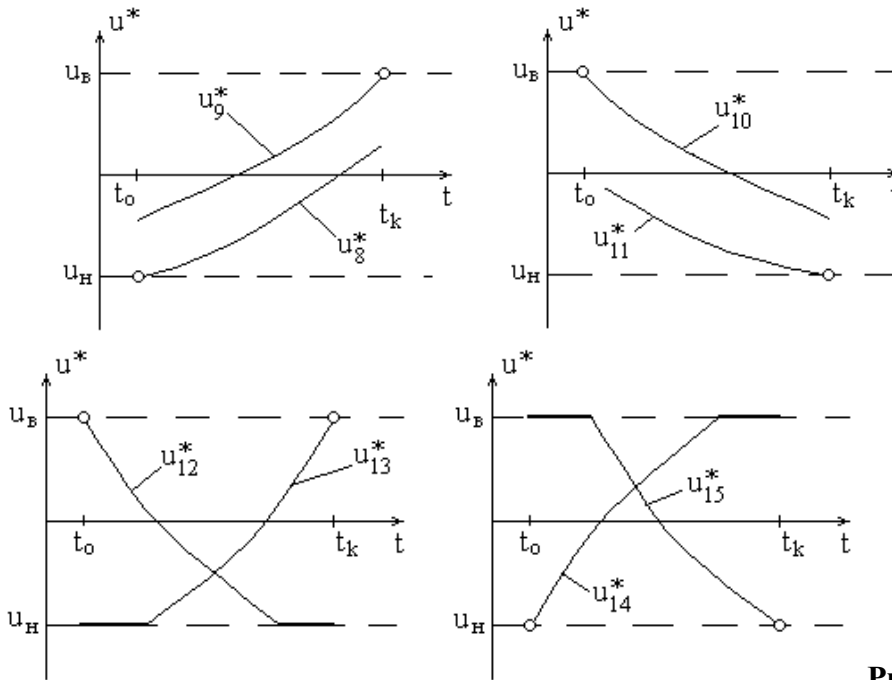


Рис. 2.4

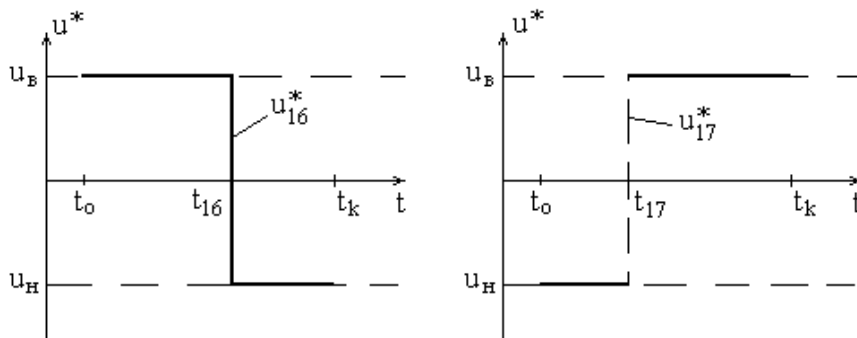
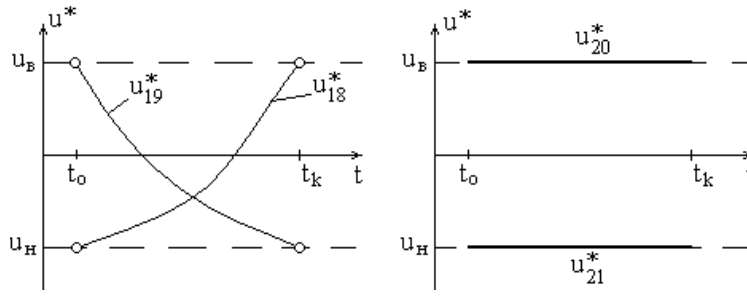


Рис. 2.5



а)

б)

Рис. 2.6

Следствие утверждения 1. Все возможные виды функций ОУ $u_i^*(t)$, $i = \overline{1; 21}$ (в предположении монотонности $\bar{u}(t)$ для объекта ДА) являются убывающими или возрастающими, за исключением $u_{16}^*(t)$, $u_{17}^*(t)$ не имеют разрывов и содержат не более двух точек изломов.

В соответствии с утверждением 1 каждому виду ОУ соответствует определенное уравнение для краевых условий. Общий алгоритм определения вида функции ОУ заключается в том, что массив исходных данных (реквизитов) решаемой ЗОУ, т.е.

$$R = (A, B, u_H, u_B, x^o, x^k, t_0, t_k), \quad (2.16)$$

последовательно подставляется в уравнения

$$x_1^k = f_{11}(t_k - t_0)x_1^o + f_{12}(t_k - t_0)x_2^o + \int_{t_0}^{t_k} f_{12}(t_k - t)b \cdot u_i^*(t) dt; \quad (2.17)$$

$$x_2^k = f_{21}(t_k - t_0)x_1^o + f_{22}(t_k - t_0)x_2^o + \int_{t_0}^{t_k} f_{22}(t_k - t)b \cdot u_i^*(t) dt, \quad i = \overline{1; 21}$$

и вид ОУ, для которого пара уравнений (2.17) имеет решение, будет соответствовать исходным данным R . Далее будет показано, что полученный вид функции ОУ является единственным. Если ни одна пара уравнений (2.17) для заданного R не имеет решения, то решения ЗОУ $\langle M_2, \exists, \text{Пр}, O \rangle$ с массивом R не существует.

Определение 2. Обозначим через \mathcal{R} множество (пространство) возможных значений массива R , а через $V_i^{\mathcal{R}}$ подмножество значений R , соответствующих ОУ i -го вида. Область существования решения ЗОУ (или область достижимости) в пространстве \mathcal{R} обозначим $\mathcal{R}_c^{\mathcal{R}}$, при этом

$$\mathcal{R}_c^{\mathcal{R}} = \bigcup_{i=1}^{21} V_i^{\mathcal{R}} = \bigcup_{i=1}^7 V_i^{\mathcal{R}}. \quad (2.18)$$

Утверждение 2. В условиях задачи $\langle M_2, \exists, \text{Пр}, O \rangle$ имеет место:

1) области V_8, \dots, V_{17} являются границами между областями V_1, \dots, V_7 , в частности, область V_8 есть граница между V_1 и V_3 , т.е. $V_8 = V_1 \cap V_3$, V_9 - между V_1 и V_4 , т.е. $V_9 = V_1 \cap V_4$ и т.д.;

2) области V_{18}, V_{19} являются границами между областями V_8, \dots, V_{15} , в частности, V_{18} есть граница, в которой пересекаются области V_8, V_9, V_{13}, V_{14} , т.е. $V_{18} = V_8 \cap V_9 \cap V_{13} \cap V_{14}$, а V_{19} есть пересечение областей $V_{10}, V_{11}, V_{12}, V_{15}$, т.е. $V_{19} = V_{10} \cap V_{11} \cap V_{12} \cap V_{15}$, а области V_{20}, V_{21} , являются границами, в которых сходятся $V_9, V_{10}, V_{14}, \dots, V_{17}$ (в V_{20}) и $V_8, V_{11}, V_{12}, V_{13}, V_{16}, V_{17}$ (в V_{21});

3) области V_{16}, V_{17} совместно с V_{20}, V_{21} выделяют область существования $\mathcal{R}_c^{\mathcal{R}}$.

Для доказательства положим $x^o = (0; 0)^T$, $t_0 = 0$; $u_B = |u_H|$. Тогда из (2.17) можно записать

$$\int_0^{t_k} f_{12}(t_k - t) \cdot u_i^*(t) dt = x_1^k / b, \quad (2.19)$$

$$\int_0^{t_k} f_{22}(t_k - t) u_i^*(t) dt = x_2^k / b.$$

Эти два уравнения однозначно определяют вид и параметры $u_i^*(t)$. Предположим, что x_1^k, x_2^k достаточно малы. Тогда очевидно, что значения ОУ также будут малы, это может иметь место

только для функции $u_1^*(t)$ (см. рис. 2.3). Далее пусть x_1^k и x_2^k увеличиваются, тогда функция ОУ может принять вид $u_9^*(t)$ (или $u_8^*(t)$), а затем $u_4^*(t)$ (или $u_3^*(t)$) (см. рис. 2.3, 2.4). Таким образом, область V_9 является граничной между V_1 и V_4 , (а область V_8 - между V_1 и V_3). При этом для вида $u_9^*(t)$ имеет место дополнительное условие

$$\bar{u}(t_k) = u_b.$$

Это позволяет установить дополнительную связь между x_1^k и x_2^k , т.е. если, например, V_1 представляет собой участок поверхности, то V_9 - есть отрезок линии.

Аналогично показываються другие соотношения между областями. Качественная картина областей на плоскости представлена на рис. 2.7, где $z_1 = x_1, z_2 = x_2$.

Определение 3. Функции ОУ назовем основными, если два параметра c_i, d_i для них находятся решением системы двух уравнений (2.17). Функции ОУ $u_8^*(t), \dots, u_{17}^*(t)$ назовем граничными или однопараметрическими, так как из двух уравнений (2.17) для этих функций требуется определить лишь один параметр. Функции $u_{19}^*(t), \dots, u_{21}^*(t)$ назовем закрепленными или ноль-параметрическими, уравнения (2.17) здесь используются лишь для проверки выполнения краевых условий, а не для расчета параметров.

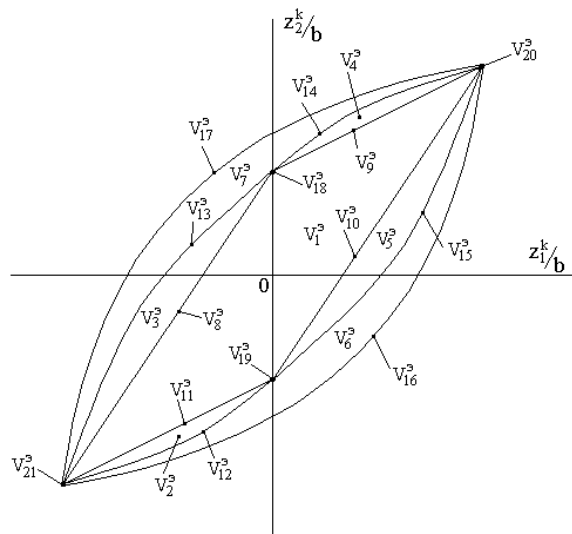


Рис. 2.7

Утверждение 3. Если значение $R \in V_i$, то для задач $\langle \text{ДИ}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ и $\langle \text{АИ}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ ОУ $u_i^*(t)$ существует и единственно, для задачи $\langle \text{ДА}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ дополнительно к условию $R \in V_i$ требуется еще выполнение условий $V_{18} \subset R_c$ и $V_{19} \subset R_c$.

Другими словами чтобы функция ОУ имела вид $u_i^*(t)$ для задач $\langle \text{ДИ}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ и $\langle \text{АИ}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ необходимо и достаточно выполнение условия $R \in V_i$, а для задачи $\langle \text{ДА}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ дополнительно должно выполняться условие $V_{18} \subset R_c$ и $V_{19} \subset R_c$ или

$$(V_8 \cup \dots \cup V_{15}) \cap (V_{16} \cup V_{17}) = \emptyset.$$

Доказательство утверждения следует из видов функций $\psi_2(t)$ (см. 2.6) для рассматриваемых объектов. Вид этих функций аналогичен $\bar{u}(t)$ и приведен в табл. 2.1.

Таким образом, для функционала I_3 определение вида функций ОУ связано с проверкой решения уравнений (2.17) для основных функций $u_1^*(t), \dots, u_7^*(t)$. В случае объекта ДА найденное ОУ требуется проверить на выполнение условия

$$\forall t \in [t_0, t_k]: u^*(t) \in [u_n, u_b]$$

Замечание 1. Функции ОУ $u_{16}^*(t), u_{17}^*(t)$, соответствующие границе области существования R_c , представляют собой решение задачи максимального быстродействия с функционалом

$$I_B = \int_{t_0}^{t_k} dt \rightarrow \min.$$

В случае минимизируемого функционала "расход топлива", т.е.

$$I_T = \int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt \rightarrow \min_u, \quad (2.20)$$

для определения видов функций ОУ на максимум применительно к объекту ДА исследуется гамильтониан

$$H_T = -|u| + \psi_1 z_1 + \psi_2 (a_1 x_1 + a_2 x_2 + bu) \quad (2.21)$$

или

$$\bar{H}_T = -|u| + b\psi_2 u \rightarrow \max_u. \quad (2.21a)$$

Как видно из (2.21a), вид функции ОУ определяется характером изменения зависимости $b\psi_2(t)$ и границами для управления $[u_n, u_b]$. Рассмотрим два случая, в первом случае границы симметричны, т.е. $|u_n| = u_b$, во втором - $u_n = 0$. Первый случай важен для движущихся объектов, второй - для стационарных аппаратов.

Функции $\bar{H}_T(u)$ и их максимумы \bar{H}_T^{\max} в зависимости от значений $b\psi_2(t)$ для первого случая приведены на рис. 2.8. Здесь рассмотрено семь следующих принципиально важных значений $b\psi_2(t)$:

$$\begin{aligned} 1) \quad & b\psi_2(t) > 1; & 2) \quad & b\psi_2(t) = 1; & 3) \quad & 0 < b\psi_2(t) < 1; & 4) \quad & b\psi_2(t) = 0; \\ 5) \quad & -1 < b\psi_2(t) < -1; & 6) \quad & b\psi_2(t) = -1; & 7) \quad & b\psi_2(t) < -1. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Из рис. 2.8 следует, что

$$u^* = \begin{cases} u_b, & \text{если } b\psi_2 > 1; \\ 0, & \text{если } b\psi_2 \in (-1; 1); \\ u_n, & \text{если } b\psi_2 = -1; \end{cases} \quad (2.23)$$

$$u^*(t) \in [0; u_b] \text{ при } b\psi_2 = 1,$$

$$u^*(t) \in [u_n; 0] \text{ при } b\psi_2 = -1.$$

При $|u_n| = u_b = 1$ для (2.23) используется компактная запись

$$u^*(t) = \text{dez}(b\psi_2(t)), \quad u^*(t) \in \begin{cases} [0; 1], & b\psi_2 = 1, \\ [-1; 0], & b\psi_2 = -1. \end{cases} \quad (2.23a)$$

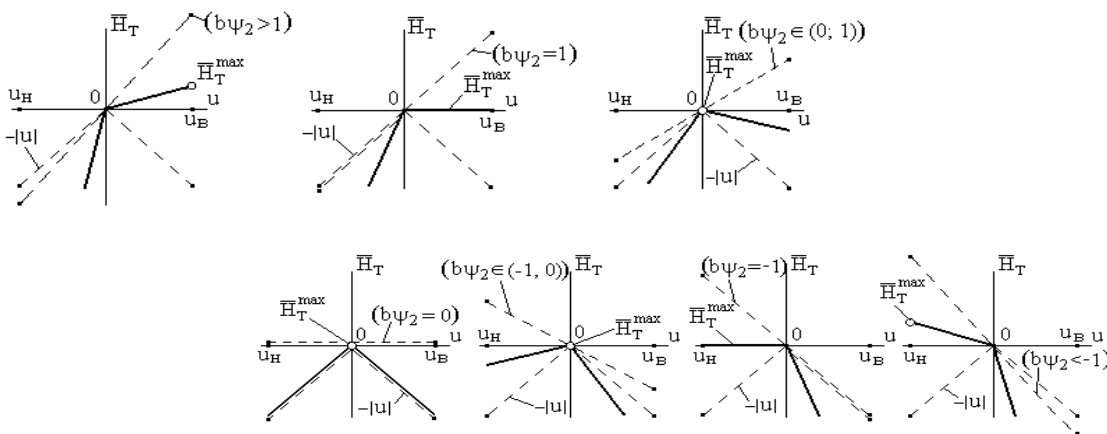


Рис. 2.8

Таким образом, в зависимости от функции $b\psi_2(t)$ возможно два класса видов ОУ - невырожденные и вырожденные.

Невырожденные ОУ имеют место, когда $b\psi_2(t)$ на временном участке $[t_0, t_k]$ пересекает зону значений $[-1; 1]$ (см. рис. 2.9, а) или проходит вне этой зоны (см. рис. 2.9, б).

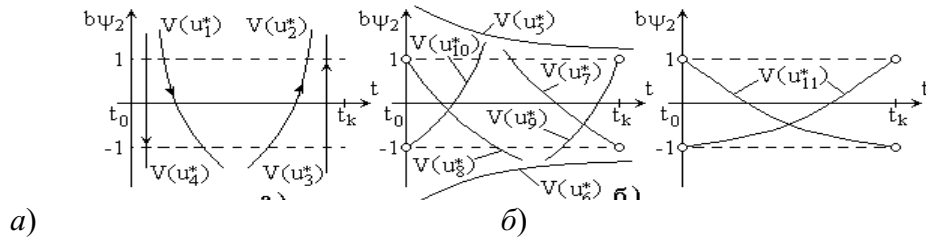


Рис. 2.9

Утверждение 4. Для задачи $\langle M_2, T, \text{Пр}, O \rangle$ в предположении $|u_b| = u_n$ и монотонности функции $b\psi_2(t), t \in [t_0, t_k]$ объекта ДА для базовых объектов второго порядка (ДИ, АИ, ДА) имеют место следующие группы кусочно-постоянных функций невырожденного ОУ:

1) кусочно-постоянные неубывающие и невозрастающие функции с двумя моментами переключения, которые определяются решением уравнений типа (2.9), (2.10)

$$u_1^*(t) = \begin{cases} u_b, & t \in [t_0, t'_1], \\ 0, & t \in (t'_1, t''_1), \\ u_n, & t \in [t''_1, t_k]; \end{cases} \quad u_1^*(t) = \begin{cases} u_n, & t \in [t_0, t'_2], \\ 0, & t \in (t'_2, t''_2), \\ u_b, & t \in [t''_2, t_k]; \end{cases} \quad (2.24)$$

2) кусочно-постоянные функции с одним моментом переключения

$$u_3^*(t) = \begin{cases} u_b, & t \in [t_0, t_3], \\ u_n, & t \in [t_3, t_k]; \end{cases} \quad u_4^*(t) = \begin{cases} u_n, & t \in [t_0, t_4], \\ u_b, & t \in [t_4, t_k]; \end{cases} \quad (2.25)$$

3) функции-константы на границах интервала управления

$$u_5^*(t) = u_b, \quad t \in [t_0, t_k]; \quad u_6^*(t) = u_n, \quad t \in [t_0, t_k]; \quad (2.26)$$

4) "граничные" функции для $u_1^*(t), u_2^*(t)$ с закреплением моментов переключения в точках t_0 и t_k ,

т.е.

$$u_7^*(t) = \begin{cases} u_b, & t \in [t_0, t'_7], \\ 0, & t \in (t'_7, t''_7 = t_k]; \end{cases} \quad u_8^*(t) = \begin{cases} 0, & t \in [t'_8 = t_0, t''_8], \\ u_n, & t \in [t''_8, t_k]; \end{cases} \\ u_9^*(t) = \begin{cases} u_n, & t \in [t_0, t'_9] \\ u_b, & t \in (t'_9, t''_9 = t_k] \end{cases} \quad u_{10}^*(t) = \begin{cases} 0, & t \in [t'_{10} = t_0, t''_{10}] \\ u_b, & t \in [t''_{10}, t_k]; \end{cases} \quad (2.27) \\ u_{11}^*(t) = 0, \quad t \in [t'_{11} = t_0, t''_{11} = t_k];$$

где $t'_7 = t_k$ следует рассматривать в смысле

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} b\psi_2(t'_7 + \delta t) = -1 \quad \text{и} \quad t'_8 = t_0 \quad \text{как} \quad \lim_{\delta t \rightarrow 0} b\psi_2(t'_8 - \delta t) = 1.$$

Доказательство утверждения следует непосредственно из (2.13). Указанные виды функций ОУ представлены на рис. 2.10.

Утверждение 5. Для задачи $\langle M_2, T, \text{Пр}, O \rangle$ в предположении $|u_b| = u_n$ и монотонности функции $b\psi_2(t)$ объекта ДА для базовых объектов второго порядка (ДИ, АИ, ДА) могут иметь место следующие функции вырожденного ОУ:

$$u_{12}^*(t) = \begin{cases} \gamma_{12}, & t \in [t_0, t_{12}), \\ 0, & t \in [t_{12}, t_k]; \end{cases} \quad \gamma_{12} \in [0; u_b]; \\ u_{13}^*(t) = \begin{cases} \gamma_{13}, & t \in [t_0, t_{13}), \\ 0, & t \in [t_{13}, t_k]; \end{cases} \quad \gamma_{13} \in [u_n; 0]; \\ u_{14}^*(t) = \begin{cases} 0, & t \in [t_0, t_{14}), \\ \gamma_{14}, & t \in [t_{14}, t_k]; \end{cases} \quad \gamma_{14} \in [0; u_b]; \quad (2.28) \\ u_{15}^*(t) = \begin{cases} 0, & t \in [t_0, t_{15}), \\ \gamma_{15}, & t \in [t_{15}, t_k]; \end{cases} \quad \gamma_{15} \in [u_n; 0]; \\ u_{16}^*(t) = \gamma_{16}, \quad t \in [t_0, t_k], \quad \gamma_{16} \in [0; u_b];$$

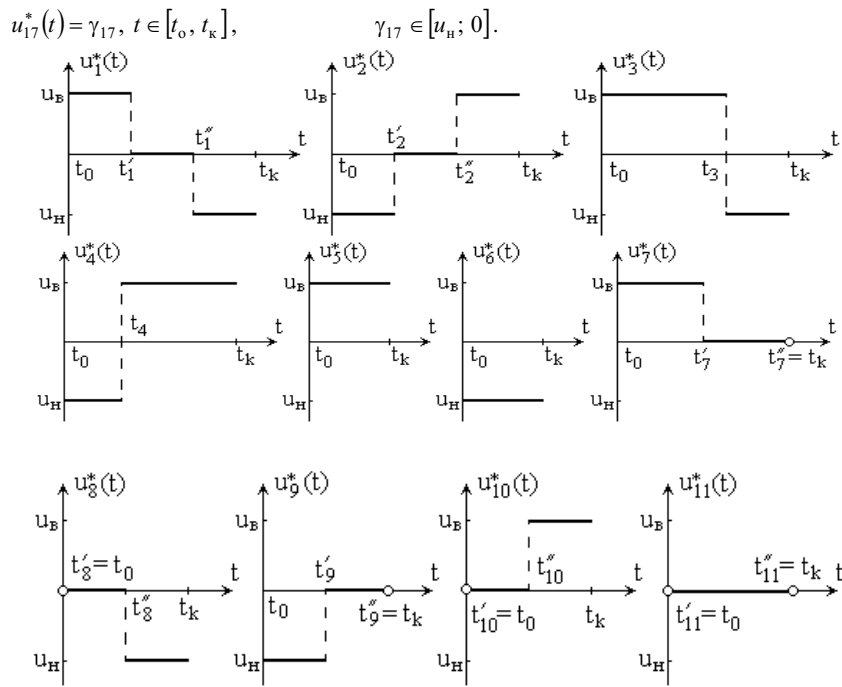


Рис. 2.10

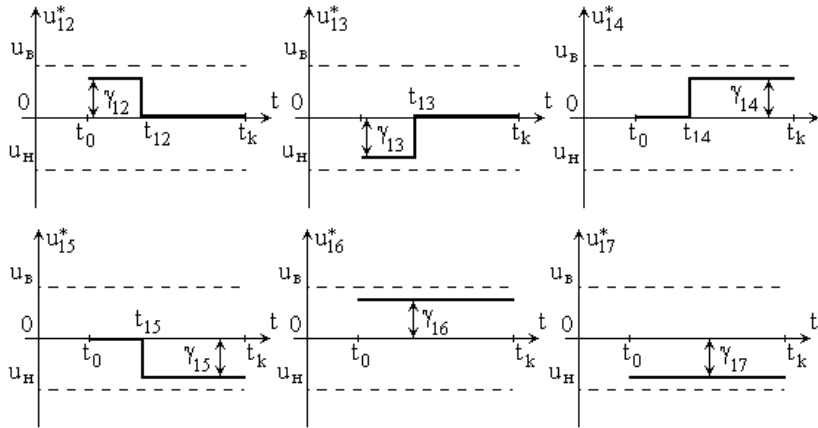


Рис. 2.11

Виды функций ОУ $u_{12}^*(t), \dots, u_{17}^*(t)$ приведены на рис. 2.11, 2.12. Следует заметить, что кроме рассмотренных могут иметь место и другие функции ОУ, однако здесь функции сохраняют преемственность видов функций невырожденного ОУ.

Используя определение для областей видов функций ОУ можно записать

$$R_c^3 = \bigcup_{i=1}^{17} V_i^T. \quad (2.29)$$

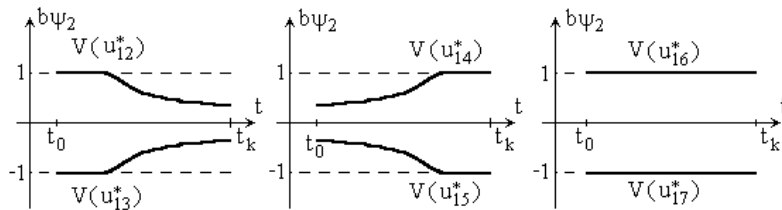


Рис. 2.12

Утверждение 6. В условиях задачи $\langle M_2, T, \text{Пр}, O \rangle$ для областей V_i^T при $|u_H| = u_B$ имеет место:

- 1) области V_3^T, V_4^T совместно с V_5^T, V_6^T выделяют область существования \mathcal{R}_c^T ;
- 2) области V_3^T, \dots, V_{11}^T являются границами для областей V_1^T, V_2^T , а также для областей $V_{12}^T, \dots, V_{15}^T$;
- 3) области V_5^T, V_6^T, V_{11}^T являются границами, в которых сходятся области $V_3^T, V_4^T, V_7^T, V_{10}^T, V_{16}^T$ (в V_5^T), $V_3^T, V_4^T, V_8^T, V_9^T, V_{17}^T$ (в V_6^T) и $V_7^T, \dots, V_{10}^T, V_{16}^T, V_{17}^T$ (в V_{11}^T).

Качественная картина расположения областей $V_i^T, i=1, \dots, 16$ представлена на рис. 2.13.

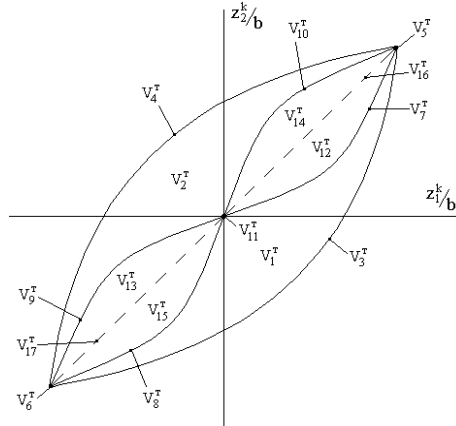


Рис. 2.13

Следствие утверждений 4, 5. Все возможные виды ОУ $u_i^*(t), i=1, \dots, 17$ (в предположении монотонности $b\psi_2(t)$ для объекта ДА) являются неубывающими или невозрастающими кусочно-постоянными функциями и содержат не более двух точек разрыва.

Следствие утверждений 1, 2, 4, 5, 6. Для задач $\langle M_2, \mathcal{E}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ и $\langle M_2, \text{Т}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ в предположении $u_n < 0$ внешние границы областей \mathcal{R}_c^o и \mathcal{R}_n^o совпадают, т.е.

$$V_{16}^o = V_3^T, V_{17}^o = V_4^T, V_{20}^o = V_5^T, V_{21}^o = V_6^T \quad . \quad (2.30)$$

Утверждение 7. В области существования \mathcal{R}_n^o можно выделить две основные части, первую составляют V_1^T, V_2^T , причем если $R \in (V_1^T \cup V_2^T)$, то $u_i^*(t)$ существует и единственно (для $\langle \text{ДА}, \text{Т}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ требуется дополнительно $V_3^T, V_4^T, V_7^T, V_{10}^T \subset \mathcal{R}_c^T$), вторую часть составляют $V_{12}^T, \dots, V_{15}^T$, здесь условие единственности не выполняется.

Рассмотрим для задач $\langle M_2, \text{Т}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ второй случай ограничения на управление, т.е. ограничение несимметрично и $u(t) \in [0; u_{\text{тп}}]$. Для этого случая из рассмотренных рис. 2.8 и соотношений (2.23) можно записать

$$u^*(t) = \begin{cases} u_{\text{тп}}, & \text{если } b\psi_2 > 1; \\ 0, & \text{если } b\psi_2 < 1; \end{cases} \quad (2.31)$$

и

$$u^*(t) \in [0; u_{\text{тп}}], \text{ если в } b\psi_2 = 1.$$

На основании (2.31) виды функций ОУ определяются следующим утверждением.

Утверждение 8. Для задачи $\langle M_2, \text{Т}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$ в предположении $u_n = 0$ и монотонности функции в $b\psi_2(t), t \in [t_o, t_k]$ объекта ДА для базовых объектов второго порядка (ДИ, АИ, ДА) имеют место кусочно-постоянные функции невырожденного ОУ:

$$\begin{aligned} u_1^*(t) &= \begin{cases} u_{\text{тп}}, & t \in [t_o, t_1] \\ 0, & t \in [t_1, t_k] \end{cases} & u_2^*(t) &= \begin{cases} 0, & t \in [t_o, t_2] \\ u_{\text{тп}}, & t \in [t_2, t_k] \end{cases} \\ u_3^*(t) &= u_{\text{тп}}, t \in [t_o, t_k] & u_4^*(t) &= 0, t \in [t_o, t_k] \end{aligned} \quad (2.32)$$

и функции вырожденного ОУ

$$u_1^*(t) = \begin{cases} \gamma_5, & t \in [t_o, t_5] \\ 0, & t \in [t_5, t_k] \end{cases} \quad u_2^*(t) = \begin{cases} 0, & t \in [t_o, t_6] \\ \gamma_6, & t \in [t_6, t_k] \end{cases} \quad (2.33)$$

здесь $\gamma_5, \gamma_6, \gamma_7 \in (0, u_{rp})$

Графическое представление $u_i^*(t)$, $b\psi_2(t)$ и областей V_i , $i=1, \dots, 7$ приведено на рис. 2.14, 2.15, 2.16.

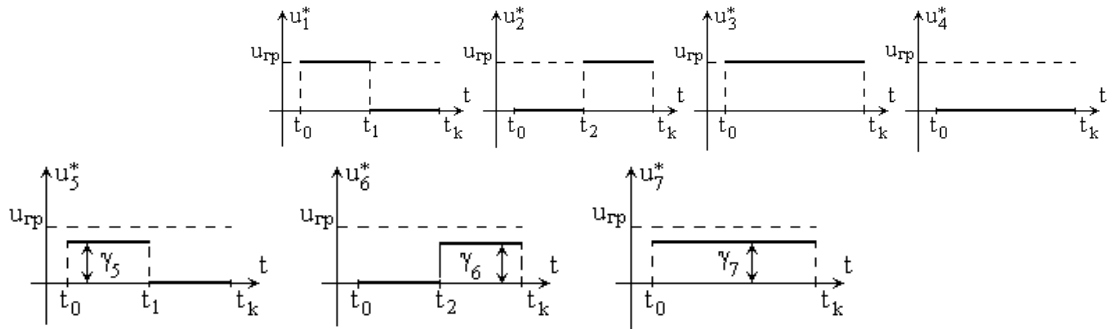


Рис. 2.14

Утверждение 9. В условиях задачи $\langle M_2, T, \text{Пр}, O \rangle$ для областей V_i^T при $u(t) \in [0; u_{rp}]$ имеет место:

- 1) границами области существования ОУ \mathcal{R}_n° являются области V_1^T, V_2^T и V_3^T, V_4^T ;
- 2) в V_3^T, V_4^T сходятся области V_1^T, V_3^T, V_7^T ;
- 3) \mathcal{R}_n° за исключением внешних границ является областью вырожденного ОУ.

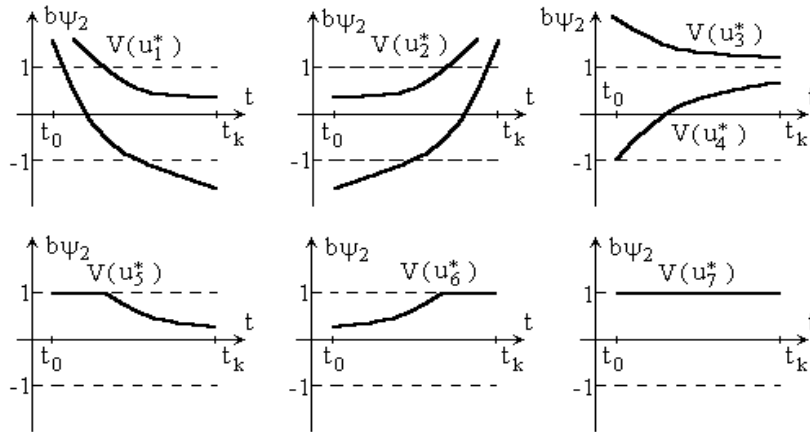


Рис. 2.15

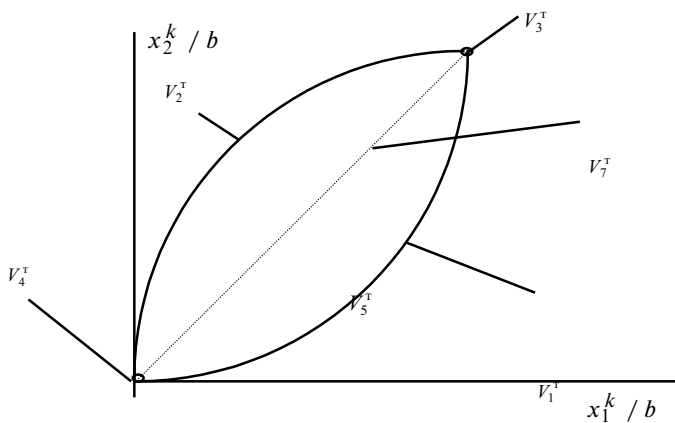


Рис. 2.16

Из рассмотрения видов функций ОУ для задач $\langle M_2, \mathcal{E}, \text{Пр}, O \rangle$ и $\langle M_2, T, \text{Пр}, O \rangle$ можно сделать следующие выводы.

1 Если для задач $\langle M_2, \mathcal{E}, \text{Пр}, O \rangle$ число функций ОУ не зависит от характера ограничения для $u(t)$, т.е. одинаково при любых значениях $u_n (u_n < 0$ или $u_n \geq 0)$, то для задач $\langle M_2, T, \text{Пр}, O \rangle$ имеет место различное число видов функций ОУ при $u_n < 0$ и $u_n \geq 0$.

2 Если для задач $\langle M_2, \mathcal{E}, \text{Пр}, O \rangle$ при $R \in V_i^3 \subset R_c^3$ ОУ $u_i^*(t)$ существует и единственно, то для задач $\langle M_2, T, \text{Пр}, O \rangle$ условия $R \in V_i^T \subset R_c^T$ для единственности решения ЗОУ недостаточно.

3 Внешне границы областей R_c^3 и R_n^3 при одинаковых условиях по $[u_n, u_b]$, $[t_o, t_k]$, A , B совпадают, причем на границе решения ЗОУ совпадают с решением задачи максимального быстрогодействия.

4 Множества R_c^3 и R_n^3 являются компактными, т.е. замкнутыми и ограниченными, и выпуклыми.

5 В пространстве компонентов массива реквизитов R области V_i^3 и V_i^T "деформируются".

Последнее обстоятельство вызывает большие затруднения в оперативном решении ЗОУ в пространстве R .

2.3 Синтез программного оптимального управления

При разработке систем ОУ, реализующих программную стратегию, можно выделить следующие задачи синтеза:

1) задачи синтеза, решаемые на стадии проектирования с использованием компьютеров (общие задачи);

2) задачи синтеза оптимальной программы, вычисляемой непосредственно микропроцессорным управляющим устройством, здесь могут рассматриваться задачи синтеза в реальном времени (задача оперативного синтеза) и задачи совмещенного синтеза, включающие идентификацию модели.

Общая задача синтеза применительно к конкретной модели ЗОУ в виде четверки $\langle M_2, F, S_{\text{пр}}, O \rangle$ формулируется следующим образом. Задаются диапазоны возможного изменения компонентов массива R и на основе результатов полного анализа ЗОУ с использованием синтезирующих переменных L требуется определить возможные виды функции программного управления и формулы для расчета параметров ОУ.

Другими словами, известны:

- модель ЗОУ $\langle M_2, F, S_{\text{пр}}, O \rangle$, включающая формулы расчета синтезирующих переменных, соотношения для определения границ областей видов ОУ, формулы для расчета параметров ОУ, траекторий изменения фазовых координат и значений функционалов;

- диапазоны возможных изменений параметров объекта $[a_n, a_b]$, $[b_n, b_b]$, границ управляющих воздействий $[u'_n, u''_n]$, $[u'_b, u''_b]$, начального и конечных значений вектора фазовых координат $[x_{i_o}, x_{i_o}]$, $[x_{i_k}, x_{i_k}]$, $i=1,2$, начало и конец временного интервала $[t'_o, t''_o]$, $[t'_k, t''_k]$.

Необходимо найти:

- виды функции ОУ для указанных интервальных значений исходных данных;

- формулы расчета параметров ОУ;

- траектории изменения фазовых координат;

- значения минимизируемого функционала.

Кроме того, определяется существование решения ЗОУ при возможных изменениях исходных данных, а также насколько существенен запас, при котором имеет место решение ЗОУ.

Блок-схема алгоритма решения данной задачи представлена на рис. 2.17. Исходные данные для расчета программы изменения оптимальных управляющих воздействий (блок 1) задаются в виде массива интервальных значений параметров модели, начальных и конечных значений

траекторий изменения фазовых координат и других исходных данных задачи ΔR , которые могут иметь место при реальной эксплуатации системы. Кроме того, задается число вычислительных экспериментов N решения ЗОУ. Далее в цикле (блоки 2,3 ... 8) осуществляется случайным образом задание конкретных значений исходных данных и расчет для

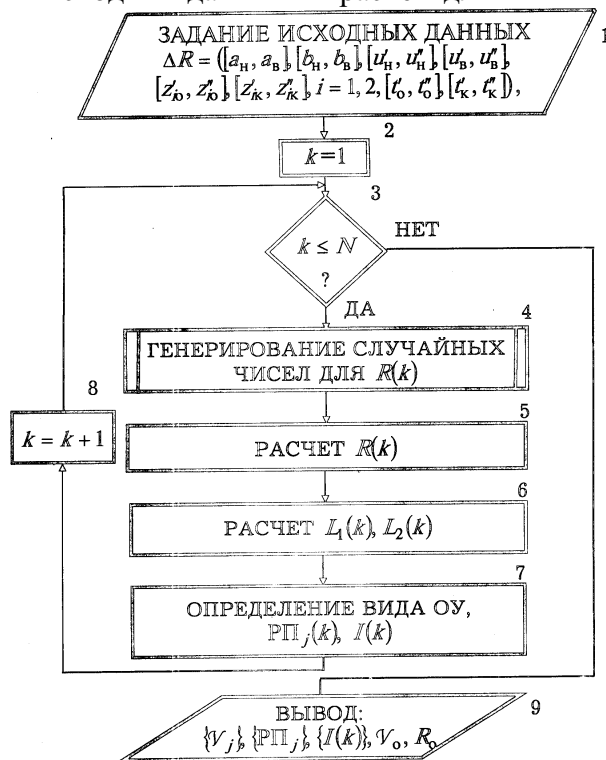


Рис. 2.17 Блок-схема алгоритма общей задачи синтеза ОУ

них ОУ. Для каждого значения k в блоке 4 генерируется последовательность случайных чисел, соответствующая числу компонентов массива R . В нашем случае их 10. Блок 5 формирует числовой массив исходных данных, для которого рассчитываются значения синтезирующих переменных. Блок 6 определяет вид функции ОУ, значения параметров и функционала (блок 7). По результатам в каждом цикле накапливается информация о видах функции ОУ $\{V_j\}$, значениях параметров $\{РП_j\}$, величины функционала $\{J(k)\}$, а также подсчитывается вероятность отсутствия решения ЗОУ V_0 и значения реквизитов, при которых ЗОУ не имеет решения R_0 . Эти данные выводятся блоком 9.

Например, пусть решается задача $\langle \text{ДИ}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$, для которой $a=1, b>0, u_n=0, u_b>0, x_1^0 < x_1^k$ и $t_0 < t_k$. Если не накладывать ограничения на x_2^k , то возможны все семь видов функций ОУ.

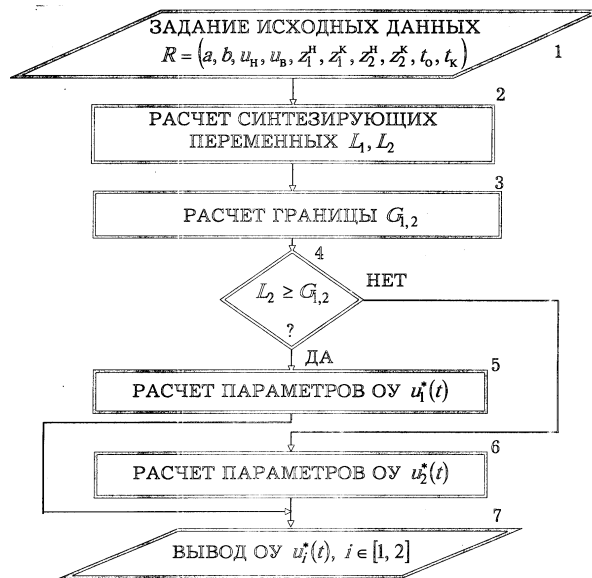


Рис. 2.18

Обычно для задач нагрева тел x_2^k ограничено (скорость изменения температуры в конечный момент времени не может быть очень большой). При выполнении условия

$$x_2^k < x_2^0 + \frac{1}{2} b u_b t_k \quad (2.34)$$

возможны лишь пять видов ОУ: $u_i^*(t)$, $i=1, 2, 3, 6, 7$ (см. (2.11)).

В отличие от задачи $\langle \text{ДИ, Э, Пр, О} \rangle$ в задачах $\langle \text{ДА, Э, Пр, О} \rangle$ и $\langle \text{АИ, Э, Пр, О} \rangle$ при тех же условиях возможны все семь видов ОУ.

Задача синтеза ОУ в реальном времени решается бортовым контроллером и формулируется следующим образом: известен фрагмент модели ЗОУ в виде четверки $\langle M, F, S_{\text{пр}}, O \rangle$ и задается массив исходных данных R .

Требуется рассчитать вид и параметры функции ОУ за время, не превышающее допустимого значения $\Delta t_{\text{доп}}$. Фрагмент модели ЗОУ включает возможные виды функций ОУ для конкретного теплового процесса, соотношения для границ областей этих видов функций и формулы для расчета параметров. Время $\Delta t_{\text{доп}}$ выбирается исходя из условия, чтобы за время синтеза ОУ фазовые координаты объекта значительно не изменились.

Блок-схема алгоритма оперативного синтеза ОУ с использованием некорректируемой программной стратегии представлена на рис. 2.18.

Исходные данные для расчета программы изменения оптимальных управляющих воздействий (блок 1) задаются в виде полного массива реквизитов, либо изменившихся значений по сравнению с работой управляющего устройства в предыдущий период. В блоке 2 рассчитываются значения синтезирующих переменных L_1, L_2 по конечным формулам, а в блоке 3 определяется, например, соотношение $G_{1,2}$ для границы, разделяющей первую и вторую области видов функции ОУ.

В блоке 4 определяется вид функции ОУ. Если значения L_2 не меньше граничного $G_{1,2}$, то имеет место ОУ первого вида, в противном случае - ОУ второго вида. Расчет параметров функций ОУ выполняется блоками 5, 6. Блок 7 осуществляет вывод оптимальных управляющих воздействий в последовательные моменты времени.

При использовании алгоритма оперативного синтеза ОУ с использованием программной корректируемой стратегии, исходные данные задаются в виде массива реквизитов R_h , соответствующего текущему состоянию функционирования h . Далее рассчитываются значения синтезирующих переменных для состояния h в начальный момент времени и границы $G_{1,2}$,

определяются вид и параметры ОУ для текущего момента времени и состояния h . Рассчитанные управляющие воздействия реализуются на каждом временном шаге, проверяется изменение состояния функционирования h и соответственно значения массива R_h . Если состояние h не изменилось, то продолжается расчет управляющих воздействий для прежних реквизитов, в противном случае определяются новые значения синтезирующих переменных и для оставшегося времени находится новая оптимальная программа.

Пример 2.1. Пусть решается задача нагрева $\langle \text{АИ, Э, Пр, О} \rangle$ для исходных данных

$$R_1 = (a = -0,5, b = 0,1, u_n = 0, u_b = 220, x_1^H = 13, x_1^K = 95, \quad (2.35)$$

$$x_2^H = 0, x_2^K = 10, t_n = 0, t_k \in [13; 14]) .$$

Таким образом, здесь время нагрева при реальной эксплуатации может быть различным. В этом случае в зависимости от значения t_k возможны два вида функции ОУ

$$u_1^*(t) = d_0 + d_1 e^{-\bar{a}_2(t-t_0)}, \quad (2.36)$$

$$u_2^*(t) = \begin{cases} d_0 + d_1 e^{-\bar{a}_2 t}, & t < t_n; \\ 0, & t \geq t_n. \end{cases} \quad (2.37)$$

Если

$$L_2 \geq \frac{1 - e^{-2\bar{a}_2}}{\bar{a}_2} - \frac{(e^{-\bar{a}_2} - e^{-2\bar{a}_2})^2 (1 + 0,5L_1)}{e^{-2\bar{a}_2} (2\bar{a}_2 + 1)^{-1}}, \quad \bar{a}_2 = \frac{a_2(t_k - t_0)}{2}, \quad (2.38)$$

то имеет место $u_1^*(t)$, в противном случае - $u_2^*(t)$.

Для $u_1^*(t)$ расчет параметров производится по формулам:

$$d_0 = \frac{\Delta u}{2} D_0 + u_0, \quad d_1 = \frac{\Delta u}{2} D_1, \quad (2.39)$$

$$D_1 = \frac{\bar{a}_2 L_1 - 2\bar{a}_2 L_2 (e^{2\bar{a}_2} - 1)^{-1}}{1 - \bar{a}_2 - e^{-2\bar{a}_2} - \bar{a}_2 e^{-2\bar{a}_2}}, \quad D_0 = 0,5L_1 - \left(1 - e^{-2\bar{a}_2}\right) \frac{D_1}{2\bar{a}_2}$$

а для $u_2^*(t)$:

$$d_0 = \frac{\Delta u}{2} D_0 + u_0, \quad d_1 = \frac{\Delta u}{2} D, \quad t_n = \frac{\Delta t}{2} T_n + t_0, \quad (2.40)$$

значения D, D_0 определяются решением системы уравнений:

$$\begin{cases} (D_0 + 1)T_n - \frac{D}{\bar{a}_2}(x-1) = L_1 + 2; \\ -D_0(x-1) - \frac{D}{2}(x^2 - 1) - x = \bar{a}_2 L_2 e^{-2\bar{a}_2} - e^{-2\bar{a}_2}; \\ D_0 + Dx = -1, \quad x = e^{-\bar{a}_2 T_n}. \end{cases} \quad (2.41)$$

Пусть гибридный объект описывается на временном интервале $[t_0, t_k]$ системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax(t) + B_3 u_3(t) + B_T u_T(t), \quad (2.42)$$

где $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ - вектор фазовых координат; u_3, u_T - скалярные управляющие воздействия по энергии и топливу; A, B_3, B_T - матрицы параметров соответствующих размерностей. На управления u_3, u_T наложены ограничения для каждого момента времени $t \in [t_0, t_k]$

$$u_3(t) \in [u_3^H, u_3^B], \quad u_T(t) \in [u_T^H, u_T^B], \quad (2.43)$$

где u_v^H, u_v^B - нижняя и верхняя границы $u_v, v \in \{3, T\}$. Требуется определить оптимальное управление $u^*(t) = (u_3^*(t), u_T^*(t))$, которое обеспечивает перевод объекта из начального состояния $x(t_0) = x^0$ в конечное $x(t_k) = x^k$ при минимуме обобщенного функционала

$$I_0 = c_3 I_3 + c_T I_T = c_3 \int_{t_0}^{t_k} u_3(t) dt + c_T \int_{t_0}^{t_k} |u_T(t)| dt, \quad (2.44)$$

где c_3, c_T - коэффициенты, которые могут иметь значения стоимости, доли вредных выбросов и т.д.

В ряде случаев на управления u_3, u_T накладываются интегральные для временного интервала $[t_0, t_k]$ ограничения, учитывающие лимит энергии U_3 или запас топлива U_T

$$\int_{t_0}^{t_k} u_3^2(t) dt \leq U_3, \quad \int_{t_0}^{t_k} |u_T(t)| dt \leq U_T. \quad (2.45)$$

По аналогии с [20] формулируется задача оптимального управления гибридными объектами на множестве состояний функционирования, когда в случайные моменты времени интервала $[t_0, t_k]$ могут изменяться параметры объекта (A, B_3, B_T) , границы u_v^H, u_v^B и другие реквизиты задачи оптимального управления.

В зависимости от конструкции приводных устройств гибридных объектов и конкретного состояния функционирования в процессе эксплуатации, например, значений U_3, U_T в ограничениях (2.45), утраты работоспособности элементов приводов и т.д., возможны следующие ситуации формирования оптимального управления $u^*(t)$.

А. На временном интервале $[t_0, t_k]$ может использоваться либо только управление $u_3(t)$, либо только $u_T(t)$. В этом случае задача (2.41) - (2.45) разбивается на две

$$\dot{x} = Ax(t) + B_3 u_3(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad u_3(t) \in [u_3^H, u_3^B], \quad (2.46)$$

$$I_0^3 = c_3 I_3, \quad \int_{t_0}^{t_k} u_3^2(t) dt \leq U_3;$$

$$\dot{x} = Ax(t) + B_T u_T(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad u_T(t) \in [u_T^H, u_T^B], \quad (2.47)$$

$$I_0^T = c_T I_T, \quad \int_{t_0}^{t_k} |u_T(t)| dt \leq U_T.$$

Решением задач (2.46) и (2.47) - при использовании программной стратегии являются: $u_A^1(\circ) = u_3^*(\circ) = (u_3^*(t), t \in [t_0, t_k])$, $u_A^2(\circ) = u_T^*(\circ) = (u_T^*(t), t \in [t_0, t_k])$. В данной ситуации функционалы I_0^3 и I_0^T , а также программы $u_3^*(\circ)$ и $u_T^*(\circ)$ являются альтернативными. В качестве оптимальной программы $u_A^*(\circ)$ берется та, которой соответствует меньшее значение функционала.

Б. Оптимальное управление $u_B^*(t)$ в качестве составляющих содержит $u_3^*(t)$ и $u_T^*(t)$, которые одновременно могут отличаться от нуля, т.е.

$$u_B^*(\circ) = (u_3^*(\circ), u_T^*(\circ)). \quad (2.48)$$

В. На участках временного интервала $[t_0, t_k]$ используется либо $u_3^*(\circ)$, либо $u_T^*(\circ)$. В простейшем случае таких участков два и оптимальная программа состоит из двух частей, т.е.

$$u_B^*(\circ) = ((u_3^*(t), u_T(t) = 0, t \in [t_0, t_n]), \quad (2.49)$$

$$(u_3(t) = 0, u_T^*(t), t \in [t_n, t_k]))$$

или

$$u_B^*(\circ) = ((u_3(t) = 0, u_T^*(t) = 0, t \in [t_0, t_n]), \quad (2.50)$$

$$(u_3^*(t), u_T(t) = 0, t \in [t_n, t_k])),$$

где t_n - момент переключения программы.

Для первой ситуации основные задачи анализа оптимального управления: определение возможных видов управляющих воздействий, получение соотношений для расчета параметров ОУ и др. - решены для достаточно широкого класса объектов [4, 8, 12, 14, 20]. Анализ управления аналогичными объектами во второй и третьей ситуациях значительно усложняется, так как возрастает число компонентов ОУ, следовательно, увеличивается число видов ОУ и параметров, которые необходимо рассчитать. В этих случаях энергосберегающее управление существует, если имеется программа $u_3^*(\circ)$ (или $u_T^*(\circ)$), которая удовлетворяет одновременно ограничениям (2.41), (2.44) и условиям управляемости

$$x^k = e^{A(t_k - t_0)} x^0 + \int_{t_0}^{t_k} e^{A(t_k - t)} (B_3 u_3(t) + B_T u_T(t)) dt. \quad (2.51)$$

Вопросы существования ОУ рассмотрены ранее. Анализ энергосберегающей программы (2.48) удобно производить на основе следующей леммы, справедливой при $B_3 = (0; \dots; 0; b_3)^T$, $B_T = (0; \dots; 0; b_T)^T$, $b_3 > 0, b_T > 0$, $u_T^H < 0, u_T^B > 0$ и выполнении ограничений (2.45). Обозначим через ψ_i i -ю переменную сопряженной системы уравнений принципа максимума.

Лемма 1. Пусть функция $\psi_n(t)$ монотонно неубывающая на $[t_0, t_k]$ и пусть существуют непустые множества точек σ_3, σ_T , на $[t_0, t_k]$, где функции $u_3^*(t), u_T^*(t)$, оптимальной программы достигают соответственно предельных значений $u_3^H, u_3^B, u_T^H, u_T^B$, тогда найдутся две пары точек t_1, t_2 на σ_3 и t'_1, t'_2 на σ_T , которые определяются из равенств

$$\frac{b_3}{2c_3} \psi_n(t_1) = u_3^H, \quad \frac{b_3}{2c_3} \psi_n(t_2) = u_3^B, \quad (2.52)$$

$$\frac{b_T}{c_T} \psi_n(t'_1) = -1, \quad \frac{b_T}{c_T} \psi_n(t'_2) = 1, \quad (2.53)$$

а сами оптимальные функции $u_3^*(t), u_T^*(t)$ равны

$$u_3^*(t) = \begin{cases} u_3^H, & t \in [t_0, t_k] \\ (\frac{b_3}{2c_3}) \psi_n(t), & t \in [t_1, t_2] \\ u_3^B, & t \in [t_2, t_k] \end{cases} \quad (2.54)$$

$$u_T^*(t) = \begin{cases} u_T^i, & t \in [t_0, t_1'] \\ 0, & t \in [t_1', t_2'] \\ u_T^B, & t \in [t_2', t_k] \end{cases}$$

В предположении симметричности ограничений на $u_s(t)$, а также $\psi_n(t) \cong kt + k_0$ при $t \in [t_1, t_2] \cup [t_1', t_2']$ имеет место

$$t_1 + t_2 \cong t_1' + t_2', \quad \frac{b_3}{2c_3 u_3^B} (t_1 - t_2) \cong \frac{b_T}{c_T} (t_1' - t_2'). \quad (2.55)$$

При линейной зависимости $\psi_n(t)$ приближенные формулы (2.55) переходят в строгие равенства.

При анализе ОУ для третьей ситуации ((2.49), (2.50)) могут быть использованы результаты работы [21].

Задача синтеза оптимальной программы $u^*(\circ)$ с составляющими $u_s^*(\circ), u_T^*(\circ)$ в общем случае формулируется следующим образом. Заданы реквизиты задачи $R = (A, B_3, B_T, z^0, z^k, t_0, t_k, u_3^H, u_3^B, u_T^H, u_T^B, c_3, c_T)$ и ситуация энергосберегающего управления (А, Б или В). Требуется определить вид и параметры ОУ $u_s^*(\circ) = (u_s(t), t \in [t_0, t_k]), s \in \{A, B, B\}$. Синтез оптимальной программы рассмотрим на примере двойного интегратора [20].

Лемма 2. Для задачи двойного интегратора синтезирующие переменные

$$L_{13} = \left(z_2^k - z_2^0 - 2\bar{b}_3 \right) / \bar{b}_3, \quad (2.56)$$

$$L_{23} = \left(z_1^0 - z_1^k \right) / a\bar{b}_3 + 2 \left(z_2^k - \bar{b}_3 \right) / \bar{b}_3,$$

$$L_{1T} = \left(z_2^k - z_2^0 - 2\bar{b}_T \right) / \bar{b}_T; \quad L_{2T} = \left(z_1^0 - z_1^k \right) / a\bar{b}_T + 2 \left(z_2^k - \bar{b}_T \right) / \bar{b}_T, \quad (2.57)$$

$$a = \frac{t_k - t_0}{2}, \quad \bar{b}_v = b_v (u_v^B - u_v^H) \frac{t_k - t_0}{4},$$

$$\bar{b}_v = \bar{b}_v \frac{u_v^B - u_v^H}{u_v^B - u_v^H}, \quad v \in \{3, T\}$$

однозначно (за исключением областей неединственности для $u_T^*(\circ)$) определяют виды и параметры соответственно оптимальных программ $u_s^*(\circ)$ и $u_T^*(\circ)$, при этом решения задач (2.41) и (2.42) существуют, если выполняются условия

$$0,25(L_{1v} + 2)^2 - 2 \leq L_{2v} \leq 2 - 0,25(L_{1v} - 2), \quad v \in \{3, T\}, \quad (2.58)$$

причем границы областей видов ОУ инвариантны относительно значений реквизитов R .

Доказательство леммы основывается на результатах работы [20]. Синтез программы $u_B^*(\circ)$ обычно связан с недостаточностью лимитов U_3, U_T для всего временного интервала $[t_0, t_k]$ или необходимостью перехода на одно управление на определенном участке пути, например, движение гибридного автомобиля по городу должно производиться с использованием программ $u_s^*(\circ)$ (при $u_T(t) = 0$). В последнем случае используются алгоритмы синтеза $u_A^*(\circ)$.

Таким образом, если выполнен анализ оптимального управления гибридным объектом при возможных значениях параметров $A, B_3, B_T, c_3, c_T, u_3^H, u_3^B, u_T^H, u_T^B$, то оперативный синтез оптимальной энергосберегающей программы производится следующим образом: 1) по задаваемым реквизитам задачи вычисляются синтезирующие переменные; 2) используя соотношения вида (2.58), проверяется выполнение условий существования ОУ; 3) если ОУ существует, то по значениям синтезирующих переменных определяется вид ОУ. Затем рассчитываются его параметры и значение функционала.

Вычислительные эксперименты на ПЭВМ показывают, что предлагаемый алгоритм синтеза оптимального управления гибридным объектом, описываемым дифференциальным уравнением второго порядка, может быть реализован с помощью простого микропроцессорного устройства.

Расчеты показывают, что оптимальное управление гибридным объектом снижает топливноэнергетические затраты в динамических режимах на 20 - 40 % и более.

В заключение раздела следует указать на ряд нерешенных проблем и трудностей, встречающихся при решении задач программного оптимального управления. Во-первых, определение границ областей видов оптимального управления и расчет параметров резко возрастают по мере усложнения модели объекта. Во-вторых, с увеличением числа параметров модели объекта приходится рассматривать различные сечения областей существования видов оптимального управления. Это ставит под сомнение возможность синтеза оптимальных программ в реальном времени для сложных объектов.

3 Позиционная стратегия

В настоящей главе рассматриваются вопросы синтеза оптимального по минимуму затрат энергии регулятора объекта на множестве состояний функционирования. Задача оптимального позиционного управления формулируется как задача со свободным левым концом траектории, фиксированным конечным моментом времени и при ограничении на управление.

В случайные моменты времени может происходить изменение состояний функционирования, обусловленное нарушениями технических средств, сменой условий работы и заданий на управление. Смена состояния функционирования ведет к изменению значения параметра объекта или других реквизитов задачи - границ для управления, конечного момента времени и т.д.

3.1 Постановка задачи синтеза оптимального регулятора

Задачи синтеза оптимального регулятора в основном решены лишь применительно к условиям максимального быстродействия, частично при минимуме расхода топлива [4, 5, 7], а также при минимуме затрат энергии только в предположении, что имеет место управление в виде линейной функции времени [4, 6].

Задача оптимального управления на множестве состояний функционирования записывается с использованием переменной состояния функционирования h . Для фиксированного значения h задача оптимального управления объектом двойного интегрирования при минимуме затрат энергии может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2(t), \quad \dot{x}_2 = b_h u(t), \quad t \in [t_0, t_{kh}], \\ x(t_0) &= (x_{1h}^0, x_{2h}^0)^T, \quad x(t_{kh}) = (0; 0)^T; \\ u(t) &\in [-1; 1]; \quad I = \int_{t_0}^{t_{kh}} u^2(t) dt \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (3.1)$$

здесь при изменении h могут меняться параметр объекта b , время окончания интервала управления t_k и начальное (а следовательно, и текущее) значение вектора фазовых координат $x = (x_1, x_2)$. Заметим, что в общем случае при функционировании могут изменяться также $x(t_{kh})$ и границы для управления $u(t)$.

Изменение переменной h , а следовательно, и реквизитов задачи оптимального управления b_h и t_{kh} , происходит, как правило, в случайный момент времени $\theta \in [t_0, t_{kh}]$, например, вследствие отказа технических средств, смены производственных ситуаций и т.п.

Вид и параметры синтезирующей функции

$$u^*(t, x, h) = s(t, x(\theta, h)), \quad t_0 \leq \theta \leq t \leq t_k \quad (3.2)$$

могут изменяться как при изменении состояния функционирования h , так и при отклонении вектора $x(t)$ от оптимальной траектории.

Требуется получить алгоритм синтеза в реальном времени функции (3.2) при любых изменениях переменных h и x , это позволит построить оптимальный регулятор на МСФ. Предполагается, что значения x_1, x_2, h известны в текущий момент времени t .

Решение задачи синтеза алгоритмов определения вида и параметров синтезирующей функции в реальном времени основывается на результатах полного анализа оптимального управления на МСФ применительно к позиционной стратегии.

3.2 Полный анализ оптимального регулирования на МСФ

При полном анализе оптимального регулирования на МСФ применительно к конкретному объекту исследуются следующие вопросы:

- 1) определяются возможные виды синтезирующих функций;
- 2) находятся соотношения для границ областей, соответствующих различным видам синтезирующих функций, а также условия существования решения ЗОУ;
- 3) разрабатываются алгоритмы определения вида синтезирующей функции и расчета ее параметров.

Рассмотрим эти вопросы на примере объекта двойного интегрирования.

В [12, 20] приведены все виды оптимального управления для задачи (3.1) по программной стратегии. Вид и параметры оптимального управления однозначно определяются значениями двух синтезирующих переменных L_1, L_2 , которые для условий задачи (3.1) в состоянии h равны

$$L_{1h} = -\frac{2x_{2h}^0}{b_h(t_{kh} - t_0)}, \quad L_{2h} = -\frac{4x_{1h}^0}{b_h(t_{kh} - t_0)}. \quad (3.3)$$

Используем синтезирующие переменные при решении задачи синтеза оптимального регулятора, для расчета значений L_{1h}, L_{2h} в текущий момент времени t в (3.3) вместо t_0 и x_1^0, x_2^0 подставляются t и $x_1(t), x_2(t)$.

Результаты полного анализа оптимального управления на МСФ по позиционной стратегии (с обратной связью по x) определяются следующей леммой.

Лемма 3. Если в состоянии h решение задачи (3.1) существует, то возможны следующие виды, соответствующие семи возможным видам оптимального программного управления, синтезирующей функции (3.2), которая определяет изменение u^* в зависимости от текущих значений $x_1(t) \stackrel{\Delta}{=} x_1, x_2(t) \stackrel{\Delta}{=} x_2$ и остаточного (обратного) времени $\tau = t_{kh} - t$:

$$s_1(x_1, x_2, \tau) = -2 \frac{3x_1 + 2x_2\tau}{b_h\tau^2}; \quad (3.4)$$

$$s_2(x_1, x_2, \tau) = \frac{4}{3} \frac{(b_h\tau - x_2)^2}{b_h(b_h\tau^2 + 2x_1)} - 1; \quad (3.5)$$

$$s_3(x_1, x_2, \tau) = -1; \quad (3.6)$$

$$s_4(x_1, x_2, \tau) = \frac{-4}{3} \frac{(b_h\tau + x_2)^2}{b_h(b_h\tau^2 - 2x_1)} + 1; \quad (3.7)$$

$$s_5(x_1, x_2, \tau) = 1; \quad (3.8)$$

$$s_6(x_1, x_2, \tau) = 1; \quad (3.9)$$

$$s_7(x_1, x_2, \tau) = -1. \quad (3.10)$$

Виды синтезирующих функций $s_i(x_1, x_2, \tau), i = \overline{1,7}$ для текущего момента времени t однозначно определяются значениями синтезирующих переменных L_{1h}, L_{2h} .

Следствие леммы 1. Синтезирующие функции $f_i(x_1, x_2, \tau), i = 4, 5, 7$ могут быть получены из функций соответственно второго, третьего и шестого видов умножением на (-1) и заменой знаков перед x_1, x_2 на обратный, т.е.

$$s_4(x_1, x_2, \tau) = (-1)s_2(-x_1, x_2, \tau) = \tilde{s}_2(x).$$

Разрешимость задачи (1.1) при программной стратегии рассмотрена в [4, 16], а в случае позиционной стратегии - [14].

из области g_6 при $\frac{x_2}{b_h} > 0$ возможен переход в области g_2, g_1, g_3, g_7 , а при $\frac{x_2}{b_h} < 0$ - в области g_5, g_1, g_4, g_7 ;

$$\text{- область } g_7 \quad u_7^*(t) = -1 \quad (3.31)$$

имеет место, пока выполняются неравенства

$$2 - \frac{1}{4}(L_1 + 2)^2 > L_2 > \begin{cases} 2 - \frac{1}{3}(L_1 - 2)^2, & \frac{x_2}{b_h} < 0, \\ 2(L_1 + 2) - \frac{1}{3}(L_1 + 2)^2 - 2, & \frac{x_2}{b_h} > 0, \end{cases} \quad (3.32)$$

или

$$2 - \left(1 + \frac{x_2}{b_{h\tau}}\right)^2 > 4 \frac{x_1}{b_{h\tau}} > \begin{cases} 2 - \frac{4}{3} \left(1 + \frac{x_2}{b_{h\tau}}\right)^2, & \frac{x_2}{b_h} < 0, \\ 4 \left(1 - \frac{x_2}{b_{h\tau}}\right) - \frac{4}{3} \left(1 - \frac{x_2}{b_{h\tau}}\right)^2 - 2, & \frac{x_2}{b_h} > 0, \end{cases} \quad (3.33)$$

из области g_7 при $\frac{x_2}{b_h} < 0$ возможен переход в области g_4, g_1, g_5, g_6 , а при $\frac{x_2}{b_h} < 0$ - в области g_3, g_1, g_2, g_6 ;

если

$$L_2 = \frac{1}{4}(L_1 + 2)^2 - 2 \quad (3.34)$$

или (что то же самое)

$$\frac{x_1}{b_{h\tau^2}} = 0,25 \left(1 - \frac{x_2}{b_{h\tau}}\right)^2 - 0,5, \quad (3.35)$$

то

$$\bar{u}_6^*(t) = 1, \quad \tau \geq \frac{x_2}{b_h}; \quad (3.36)$$

если

$$L_2 = 2 - \frac{1}{4}(L_1 - 2)^2 \quad (3.37)$$

или

$$\frac{x_1}{b_{h\tau^2}} = 0,5 + 0,25 \left(1 + \frac{x_2}{b_{h\tau}}\right)^2, \quad (3.38)$$

то

$$\bar{u}_7^*(t) = -1, \quad \tau \leq -\frac{x_2}{b_h}. \quad (3.39)$$

Следствие леммы 4. Синтезирующая функция (3.2) оптимального регулятора на МСФ при решении задачи (3.1) определяется следующими соотношениями:

$$u^*(t, z, h) = \begin{cases} u_1^*(t), & \text{если выполняются (3.12), (3.13)} \\ & \text{или (3.14), (3.15),} \\ u_2^*(t) & \text{" " (3.17) или (3.18),} \\ u_3^*(t) & \text{" " (3.20) или (3.21),} \\ u_4^*(t) & \text{" " (3.23) или (3.24),} \\ u_5^*(t) & \text{" " (3.26) или (3.27),} \\ u_6^*(t) & \text{" " (3.19) или (3.30), (3.31)} \\ u_7^*(t) & \text{" " (3.32) или (3.33),} \\ \bar{u}_6^*(t) & \text{" " (3.34) или (3.35),} \\ \bar{u}_7^*(t) & \text{" " (3.37) или (3.38).} \end{cases} \quad (3.40)$$

При технической реализации (3.40) для увеличения быстродействия целесообразно расчет и проверку соответствующих условий проводить одновременно в параллельных каналах управляющего устройства с последующим исключением всех, кроме одного.

3.4 Численный пример

Пусть в задаче (3.1) при изменении h меняется параметр b и происходит скачок текущих значений $x_1(t), x_2(t)$. Идентификация x_1, x_2, h проводится в моменты времени $t_0 = 0, t_1 = 1, t_2 = 2, \dots, t_{k-1} = k-1$. В начальный момент времени $x_1(t_0) = 1, x_2(t_0) = 0, h(t_0) = h_0, t_k = 10$, состоянию функционирования h_0 соответствует $b_0 = 0,2$. По формулам (3.3) получаем $L_{1h_0}(t_0) = 0, L_{2h_0}(t_0) = -0,3$. Так как условия (3.14), (3.13) выполняются, в соответствии с (3.40), (3.11) и (3.4) имеет место

$$u^*(t_0, x, h_0) = u_1^*(t_0) = s_1(x_1^0, x_2^0, \tau) = -\frac{3x_1^0 + 2x_2^0\tau}{b_0\tau^2} = -0,3.$$

Заметим, что для $s_1(x_1^0, x_2^0, \tau) = -0,3$ выполняются условия (3.14), (3.15).

Если на интервале времени $[0; 1]$ $u_1^* = -0,3$ и возмущающие воздействия отсутствуют, то $x_1(t=1) = 0,97, x_2(t=1) = -0,06$. Для момента времени $t = 1$ или $\tau = 9$ аналогично начальному моменту t_0 получаем $u^*(1, x, h_0) = u_1^*(1) = s_1(x_1, x_2, 9) = -0,226$ и т.д. Значения $x_1(t), x_2(t), u^*(t)$ в моменты времени $0, 1, \dots, 10$ приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

h, b	$h = h_0; b_0 = 0,2$						$h = h_1; b_1 = 1$					
T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
τ	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1		
x_1	1	0,9 7	0,8 9	0,7 7	0,6 2	0,4 7	-6	- 3,8 3	- 1,7 8	- 0,43	0,03	
x_2	0	-0,06	-0,11	-0,14	-0,15	-0,16	2	2,3 3	1,7 8	0,93	- 0,03	
u^*	- 0,3	-0,23	-0,15	-0,08	-0,01	0,05	0,3 3	- 0,56	- 0,85	- 0,95	-	
\tilde{x}_1	1	0,97	0,90	0,78	0,65	0,5	-6	- 3,91	- 1,92	- 0,50	0	
\tilde{x}_2	0	-0,05	-0,10	-0,13	-0,14	-0,15	2	2,11	1,78	1,0 0	0	
\tilde{u}^*	-0,30	-0,24	-0,18	-0,12	-0,06	0	0,3 3	- 0,11	- 0,56	- 1,00	-	

В момент времени $t = 6$ происходит переключение h , для нового значения h_1 $b = 1$, кроме того скачкообразно изменяются x_1, x_2 так, что $x_1(6) = -6, x_2(6) = 2$. При новых значениях x_1, x_2, b_h для

функции $s_1(x_1^0, x_1^0, \tau=4)$ условия (3.14), (3.15) не выполняются, т.е. вид синтезирующей функции изменился. Рассчитывая переменные по формулам (3.3), получаем $L_{1,h_1}(t=6)=-1$, $L_{2,h_2}(t=6)=-1,5$.

Так как для рассматриваемого момента времени $x_2/b_h > 0$ и $s_1(x_1, x_2, \tau) < \frac{2x_2}{b_h\tau} - 1$ (см. лемму 4), проверяем выполнение условий (3.17) или (3.19). Значения L_{1,h_1}, L_{2,h_1} удовлетворяют условиям (3.17), т.е. они принадлежат области с синтезирующей функцией (3.5) и управлением (3.16). С учетом $[(b_h\tau^2 + 2x_1)(b_h\tau - 2x_2)] = 2 > 0$ имеем $u^*(t=6, x_1, h_1) = u_1^*(t=6) = s_2(x_1, x_2, \tau) = 0,333$. Значения u^*, x_1, x_2 для оставшихся моментов времени приведены в табл. 3.1. Заметим, что для всех моментов времени $t=6; 7; 8; 9$ $[(b_h\tau^2 + 2x_1)(b_h\tau - 2x_2)] = 2$.

В таблице для сравнения приведены значения $\tilde{x}^*, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2$, которые получены для управляющих воздействий, изменяемых на интервалах $[t_i, t_{i+1}), i=0, 1, 2, \dots$ в соответствии с программной стратегией. В этом случае при $t \in [0; 6]$ $\tilde{x}^*(t) = -0,3 + 0,06t$ и при $t \in [6; 10]$ $\tilde{u}^*(t) = 3 - \frac{4}{9}t$, $t \in [6; 9]$ $\tilde{u}^*(t) = -1$, $t \in [9, 10]$.

Таким образом, при отсутствии возмущений значения x_i и \tilde{x}_i практически совпадают даже при значительном шаге квантования. При сравнении оптимального регулятора с управляющим устройством, реализующим обычную программную стратегию, а также при значительных возмущающих воздействиях, преимущества регулятора очевидны.

4 РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫБОРУ АППАРАТНЫХ И ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

Для создания эффективных и недорогих систем оптимального управления, соответствующих требованиям современной промышленности, необходимо использование программируемых микропроцессорных устройств, которые могут располагаться автономно или встраиваются в управляемый объект [22, 23]. В качестве объектов управления рассматриваются энергоемкое технологическое оборудование, транспортные средства, бытовая техника, которые значительное время находятся в динамических режимах [24 - 37].

Современные микропроцессорные системы управления (МПСУ) такими объектами включают следующие программно-технические средства: микропроцессорное устройство (МПУ) - универсальная или специализированная микро-ЭВМ, выполняющая программу управления; измерительные устройства; исполнительные механизмы; средства сопряжения и связи (интерфейсы); программное обеспечение (прикладные программы и системные средства МПУ) [38 - 41].

МПСУ обычно являются локальными системами автоматизации [42, 43]. Они представляют нижний уровень автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП) и в зависимости от назначения выполняют функции оптимального управления, автоматического контроля, регулирования, диагностирования, сигнализации, настройки, защиты, сбора, обработки технологической информации и передачи ее на более высокие уровни. Микропроцессорная энергосберегающая система оптимального управления (СОУ) с функциональной точки зрения обеспечивает преобразование входной информации, поступающей с пульта управления и от датчиков, установленных на объекте, в управляющие воздействия в соответствии с некоторым алгоритмом оптимального управления, минимизирующим затраты энергии или расход топлива [44, 45].

4.1 Программно-техническое обеспечение проектирования систем оптимального управления

Последние годы российский рынок характеризуется интенсивным продвижением промышленных компьютеров, многофункциональных контроллеров, измерительно-вычислительных устройств, новейших информационных технологий и программно-технических комплексов для проектирования сетевых АСУТП на базе этих средств [46 - 51].

Энергосберегающие системы управления из-за сложности алгоритмов предъявляют повышенные требования к интеллектуальности программно-технического обеспечения, в то же время должны использовать те же аппаратные и инструментальные средства (операционные системы, языки и среды технологического программирования), что и другие системы АСУТП.

Очевидны тенденции усложнения АСУТП и решаемых ими задач управления за счет следующих факторов: повышения требований к информационным и техническим услугам в сфере управления; усложнения технологических объектов; отсутствия общемировых стандартов на ряд характеристик программных и технических средств в АСУТП [52]; растущих потребностей в решении интеллектуальных задач управления в реальном времени и обслуживания технологических процессов; многообразия предлагаемых информационных технологий, аппаратных и программных средств.

Ежегодно десятки фирм на международных и Российских выставках предлагают промышленным предприятиям большое число новых моделей контроллеров и промышленных компьютеров, а также плат аналогового и дискретного ввода-вывода. Наиболее интенсивно в данном направлении ведут работы зарубежные фирмы: Foxboro, Baily Esacontrol, Rasemount, Integrated Systems, Control System Automation, Honeyvell, все США; GEC, Великобритания; ABB Asea Brown Boveri; BOSCH, SIMENS, AEG, Klöckner Moeller, ZILA-Elektronik, Германия; Yocogava, Япония; фирмы PEP, CES, Motorola, Microware, Intel, Maxim, Hewlett - Packerd, National Semiconductor, AT & T и др. [46].

Значительных успехов в разработке современных аппаратных средств управления добились отечественные фирмы: НИИ ТЕПЛОПРИБОР, АО "ДЭП", АО "ЭМИКОН", АО "ТЕКОН", г. Москва; АО "Электроприбор", СКБ СПА, НПО "Техноконт", НИЦ "САЛТАР", г. Чебоксары; ТПО "Радиоприбор", г. Тольятти и др. [47]. Данные фирмы активно ведут работы по следующим направлениям: создание новых технических средств, разработка новых программных продуктов, инструментальных средств, построение программно-технического комплекса (ПТК). Рассмотрим наиболее интересные из отечественных и зарубежных ПТК.

Разработка НПО "Техноконт" позволяет создавать отдельные АСУТП и модернизировать их при расширении производства, строить топологически и функционально распределенные системы, охватывающие все уровни управления производством от АСУТП до АСУП, в том числе и территориально-распределенные [47]. Комплекс включает широкий спектр контроллеров и средств их программирования, сетевое оборудование, устройства связи с объектами, библиотеку алгоритмов и программ для функционирования сложных сетевых комплексов, АРМ оператора, технолога, отечественный SCADA - пакет для построения операторских станций в условиях распределенности. В настоящее время это один из самых развитых и глубоко проработанных ПТК.

Для АСУТП котлоагрегатов, энергоблоков, водоподготовительных установок ТЭЦ, АЭС, ГРЭС предназначено ПТК "Сталкер". ПТК ориентирован на создание информационно-управляющих систем с высокой степенью распределения функций от локальных подсистем управления отдельным исполнительным механизмам до АСУТП энергоблока.

ПТК "Круз" разработан НИИ космического приборостроения для создания АСУТП любой сложности [48]. По уровню технического исполнения продукция НИИ не уступает разработкам ведущих зарубежных фирм Siemens, ABB, Bailey и др. На верхнем уровне архитектуры комплекса расположен персональный компьютер с проекционными экранами. На нижнем уровне промышленный контроллер фирмы Octagon Systems (США). Система выдает и обрабатывает дискретные и аналоговые сигналы от термодатчиков и термометров сопротивления. Используются операционные системы MS-DOS, Windows, SCADA-система Trase Mode и др. На базе ПТК фирма может оперативно создавать конкретные приложения от технического проекта до изготовления аппаратуры и пуско-наладочных работ.

Целая серия ПТК с различной функциональной ориентацией выпускаются фирмой "Осатек" [48]. Комплексы позволяют обрабатывать аналоговые и дискретные сигналы от датчиков и исполнительного оборудования, формируют и передают управляющие сигналы, накапливают технологическую информацию на всех видах дисковой памяти, имеют связь с объектами АСУТП через сетевой адаптер "Ethernet", обмениваются информацией с внешними устройствами через интерфейсы RS-232, -485 и др. Это определяет главные достоинства ПТК - комплексную совместимость, мобильность, развиваемость, универсальность.

Анализ рассмотренных отечественных ПТК позволяет сделать следующие выводы.

1 Большинство ПТК имеют отраслевую проблемную ориентацию и при модернизации их структура будет нести определенную "наследственность".

2 Использование универсальных ПТК для создания систем управления является трудоемкой задачей, требует специализированных знаний и особенностей проектирования в конкретной программно-технической среде, имеющей много не стандартизованных элементов, поэтому, как правило, становится привилегией самого разработчика.

3 Далеко не все ПТК позволяют разрабатывать сложные проблемные программы, которые необходимы для решения задач оптимального управления в реальном времени.

4 Только отдельные ПТК имеют инструментальные средства отладки и встроенные компиляторы для технологического программирования контроллеров, что в значительной степени

обеспечивает гибкость и мощность системы, так как позволяет оперативно вводить новые алгоритмы управления, модернизировать и встраивать новые системы управления.

Данные обстоятельства способствуют возможности захвата отечественного рынка ПТК зарубежными фирмами.

Анализ зарубежных ПТК и отдельных средств проектирования АСУТП показывает, что предложения в области аппаратных и системных средств гораздо шире предложений в области проблемных программ. Можно отметить их сравнительную гибкость, универсальность, открытость, следование мировым стандартам [51].

В то же время ряд специалистов, профессионально занимающихся консалтингом в области системных интеграторов [50], отмечают, что западные фирмы зачастую только декларируют основное свойство ПТК - модульность, которое выполняется в основном на функциональном уровне, на уровне структуры модули могут отсутствовать. Некоторые модули, которые в свою очередь должны интегрироваться с нижним уровнем АСУТП, на функциональном уровне не могут быть пригодны для российских предприятий, например, связанные с финансовой деятельностью предприятий.

Таким образом, анализ крупных ПТК и выполняемых ими задач проектирования позволяет увидеть не занятую отечественными и зарубежными разработчиками нишу в иерархии систем АСУТП. Она касается проектирования энергосберегающих систем управления, минимизирующих расход топлива или затраты энергии в реальном режиме времени с использованием недорогих программируемых контроллеров. Назрела проблема функционального выделения комплекса задач оптимального управления в самостоятельный уровень АСУТП. Внедрение СОУ потребует интеллектуализации ПТК, обогащение имеющихся автоматизированных систем настроек промышленных регуляторов функциями оптимального управления, экспертными системами и базами знаний для моделирования динамических режимов [53], вычисления функций и функционалов, контроля за процессами по эталонным моделям, обеспечения как программных, так и позиционных стратегий управления в реальном режиме времени и на множестве состояний функционирования.

4.2 Особенности аппаратного и программного обеспечения систем оптимального управления

В настоящее время промышленность поставляет для нужд автоматизации целый спектр микропроцессорных измерительно-вычислительных и управляющих устройств, среди которых различают контроллеры, промышленные компьютеры, мониторы реального времени, измерительно-вычислительные устройства и т.д. [46]. Эти аппаратные средства, являясь центральным звеном СОУ, для функционирования в интегрированной системе управления производством должны отвечать ряду требований, которые предъявляются как к его техническим характеристикам, так и к многоуровневому программному обеспечению (ПО), в состав которого входят системные, инструментальные и проблемные программные средства.

Для объективной оценки программно-технических средств различных производителей и выбора наилучшего проектного решения при разработке СОУ требуется следующее:

- процедура принятия проектного решения на основе оценивания характеристик программного и технического обеспечения;
- информационная технология, реализующая систему поддержки принятия обоснованного решения с использованием методов экспертных оценок;
- база данных, содержащая информацию о технических средствах, списки решаемых проблем, списки альтернативных вариантов, оценки экспертов;
- методика испытаний проблемного программного обеспечения контроллеров с использованием методов имитационного моделирования.

При проектировании СОУ в зависимости от применяемого алгоритма синтеза управляющих воздействий будем различать три уровня интеллектуальности контроллеров. Термин "интеллектуальный контроллер" в нашем случае применим к совокупности программно-технических средств с архитектурой контроллера, оптимизированной для решения задач энергосберегающего управления. Интеллектуальные контроллеры (ИК) должны быть чувствительны к таким параметрам как быстродействие и объем памяти для технологической программы. Это объясняется тем, что ИК реализуют качественно новые функции - оптимальное управление объектом на множестве состояний функционирования с минимизацией расхода энергоносителя, а также, при необходимости, накопление технологической информации с возможностью ее дальнейшей обработки в ЭВМ.

ИК также должен решать широкий спектр задач управления, для которых применялась традиционная релейная аппаратура и аналоговые приборы автоматического регулирования. Кроме

того, ИК, имея дискретные, аналоговые и импульсные входы и выходы, таймеры, счетчики и библиотеку алгоритмов, должен решать сложные многозвенные задачи управления, формировать сигналы, изменяющиеся по заданной программе в виде функции времени, решать задачи автоматического регулирования, импульсного и аналогового, выводить информацию на дисплей и печатающие устройства, обмениваться информацией по цифровым каналам связи с ЭВМ и другими контроллерами.

Все периферийные устройства (жидкокристаллические дисплеи, клавиатуры, магнитные диски, аналого-цифровые (АЦП) и цифроаналоговые преобразователи (ЦАП), параллельные и последовательные порты и др.), а также связь с другими контроллерами, требуют для функционирования соответствующих систем протоколов, определяющих набор управляющих сигналов, вида используемого кода, способа обмена информацией через интерфейс, структура и принцип работы которого в большей степени определяются совместимостью сопрягаемых компонентов.

Под интерфейсом здесь понимается совокупность программных и аппаратных средств, с помощью которых компоненты системы объединяются таким образом, чтобы она могла решать требуемую задачу. Под совместимостью - возможность объединения отдельных компонентов системы в единую информационно-операционную архитектуру посредством программных и аппаратных средств. Техническая совместимость определяется четырьмя основными признаками: быстродействием, кодами, используемыми для обмена информацией, архитектурой процессора, электрическими характеристиками.

Несмотря на многообразие типов интерфейсов, существуют принципиально общие закономерности в организации интерфейса, процедуре обмена информацией между устройствами, комплексировании аппаратных средств и т.п., поэтому при проектировании аппаратных средств СОУ следует не разрабатывать их заново, а комплектовать с использованием модульного принципа из стандартного промышленного оборудования, выпускаемого профессиональными разработчиками.

В этом случае ключевыми задачами проектирования является разработка математического обеспечения управляющего устройства; создание программно-технической концепции ИК, обеспечивающей оптимальное сочетание производительности и функциональности системы; выбор в соответствии с ней аппаратного и программного (системного и инструментального) обеспечения ИК; разработка управляющей программы.

4.3 Выбор аппаратных средств для систем оптимального управления

Для создания и реализации наилучшей программно-технической концепции ИК можно пользоваться программой для ЭВМ "Принятие обоснованных проектных решений с использованием методов экспертных оценок" [54]. ИТ содержит процедуру оценки объекта по совокупности основных технических характеристик, используя результаты испытаний или знания экспертов.

К основным этапам предлагаемой процедуры выбора относятся следующие.

1 На основе изучения автоматизируемого объекта, условий его работы, задач СОУ и оценки сложности алгоритма управления составляются технические требования к контроллеру.

2 Определяется перечень показателей, по которым будет проведена оценка и создан список базовых критериев оценки.

3 Формируется группа специалистов, которая на основании документов проводит обоснованный сопоставительный анализ и составляет список всех возможных вариантов контроллеров с учетом принятых критериев.

4 Производится сравнительная оценка всех возможных вариантов по каждому показателю.

5 Полученная формализованная задача многокритериального выбора решается на ЭВМ.

Условно разделим все системы управления промышленной автоматики на малые (в изделиях массового спроса, на транспорте), средние (в технологических процессах) и системы управления уникальными объектами (ядерный реактор, космический корабль и др.). Для серийных устройств возможен выбор или даже разработка нового контроллера оригинальной конструкции, но низкой себестоимости.

При выборе контроллера, кроме решения функциональных задач СОУ, встает задача совместимости с системами всех уровней, входящих в инфраструктуру АСУТП. Сложность таких объектов во много раз выше, поэтому здесь планируются такие показатели, как модифицируемость и развиваемость систем. Единственный путь их создания - системная интеграция аппаратных и программных средств разных производителей, что требует соответствия

всех элементов мировым стандартам. Обратясь к стандартам, можно на их основе выделить опорные показатели и их частные характеристики для правильного выбора контроллера из множества предлагаемых изделий или составить спецификацию на разработку нового.

В настоящее время складывается мировая система стандартизации на программно-технические средства систем управления. Она включает как стандарты, юридически утвержденные в рамках мировых сообществ по стандартизации [41], так и стихийно сложившиеся, поддерживаемые рынком средств автоматизации. Анализ множества стандартов на информационные технологии и современные микропроцессорные измерительно-вычислительные устройства позволяет выделить наиболее важные показатели, которые в первую очередь должны оцениваться при проектировании СОУ.

1 Являясь магистрально-модульным устройством, контроллер должен соответствовать какому-либо стандарту на магистрально-модульные системы (VME, ISA, MultiBus, PCI, Nubus).

2 Возможность построения систем распределенной архитектуры на базе промышленных локальных сетей FieldBus (стандарты BitBus, CANbus, MIL1553, ProfiBus и др.).

3 Операционные системы оцениваются по оптимальному сочетанию ряда характеристик. Важнейшей из них является производительность в реальном времени - функциональность, которая обеспечивается такими показателями, как модульность (обеспечивает портируемость в нужной конфигурации), мобильность (переносимость на другие платформы с опорой на стандарты POSIX, ANSI и др.), эффективность обслуживания прерываний, унификация системы ввода-вывода, надежность и др.

Основные показатели качества операционных систем (ОС) следующие: гарантированная реакция на программное и аппаратное прерывание, многозадачность, сетевая поддержка, открытая программная архитектура для прикладного программного обеспечения. Рекомендуются операционные системы реального времени: OS-9, OS-9000, VxWorks, Windows, Unix и др.

4 Языки технологического программирования. Современные языки программирования контроллеров должны отвечать стандарту МЭК 1131-3 и иметь реализацию инструментальной среды в виде двух компонент: подсистемы разработки, находящейся на инструментальной машине, и подсистемы исполнения, расположенной на целевой машине (программируемом контроллере).

Структура программного обеспечения на целевой машине должна включать в себя:

- коммуникационную задачу, поддерживающую загрузку приложения со стороны целевой машины, а также обеспечивающую доступ к рабочим переменным этого приложения со стороны отладчика;

- библиотеку модулей устройств связи с объектом (УСО), организующую доступ системы исполнения к модулям УСО;

- библиотеку функций пользователя и функциональных блоков;

- библиотеку интерфейса с операционной системой, описывающую специфику конкретной ОС;

- ядро, поддерживающее стандартные языки программирования, реализующие стандартные функции.

Для проектирования систем оптимального управления наиболее предпочтительны процедурные языки высокого уровня (Си, Паскаль, Бейсик).

5 Тип микропроцессора (микроконтроллера), его частота (например, MC68302/20 МГц, 80C152/10 МГц, 80C154/12 МГц и др.), разрядность (8, 16, 32 бит).

6 Количественные и качественные характеристики портов ввода-вывода (набор типов портов ввода-вывода, диапазоны рабочих сигналов, точности преобразования, число обслуживаемых цифровых и аналоговых сигналов).

7 Объемы ОЗУ, ПЗУ, ППЗУ.

8 Время реакции на внешние события.

9 Наличие автономного батарейного питания.

10 Характеристики устойчивости к внешним воздействиям (диапазон температур, пылезащищенность, виброустойчивость и др.).

11 Фирма-производитель и стоимость.

К математическому аппарату и разрабатываемым алгоритмам для обеспечения управления в реальном режиме времени также предъявляется ряд требований на быстрдействие, точность, простоту, совместимость и т.д.

Как правило, для проектирования приборов и устройств управления контроллеры программируются на языке ассемблера или одном из языков высокого уровня. Для этого используются такие инструментальные средства как кроссассемблеры, эмуляторы и специализированные средства отладки (Development Tools).

Структура проблемного программного обеспечения контроллера состоит из следующих основных элементов: системные модули, утилиты, сетевое обеспечение, графическое обеспечение, прикладные проблемные программы. Следует отметить особую важность инструментальных сред технологического программирования, которые размещаются и функционируют на персональных компьютерах.

Состав прикладного программного обеспечения зависит от технических требований к автоматической системе, сложности планируемых к решению задач управления. Отличительная черта прикладного программного обеспечения ИК - решение сложных задач моделирования в реальном времени (например, расчет по эталонной модели).

Результатом проектирования проблемного программного обеспечения (ПО) СОУ является управляющая программа, для тестирования которой используется методика испытаний в имитационной системе моделирования, где функционирование объекта управления имитирует специальным программным модулем персональный компьютер (см. п. 4.4).

Для оперативного проектирования ПО СОУ очень важно правильно выбрать одно или несколько базовых микропроцессорных устройств для автоматического синтеза программ управления, имитационного и натурального моделирования. Опыт разработки целого ряда систем оптимального энергосберегающего управления позволил остановить выбор на измерительно-вычислительных устройствах (ИВУ) семейства ЦИЛА фирмы "ЦИЛА-Электроник".

В настоящее время фирма производит три базовых модели микропроцессорных ИВУ ZILA-10, -100 и ZILA-1000. Устройства ZILA-100 и ZILA-1000 имеют приемлемые характеристики по производительности, объему памяти, наборам внешних устройств, портов ввода-вывода и др., но в то же время имеют избыточные возможности для ряда приложений. Учитывая технические характеристики и низкую стоимость, основой малогабаритных приборов контроля и управления может быть измерительно-вычислительное устройство ZILA-10.

ZILA-10 представляет собой одноплатное микропроцессорное устройство, построенное на базе 16-битного микроконтроллера серии MSP430 фирмы "Texas Instrument" (рис. 4.1) и может применяться в системах управления реального времени, в частности для таких объектов как двигатель и пресовое оборудование. Основными компонентами ZILA-10 являются: микроконтроллер MSP430E325; 16 Кб внешнего ПЗУ данных, реализованного на двух микросхемах X24645; жидкокристаллический индикатор; цифро-аналоговый преобразователь; 4-клавишная клавиатура; 2 выхода для датчиков PT100; интерфейс RS232; выходы шин I²C и CombiBus для связи с внешними устройствами.

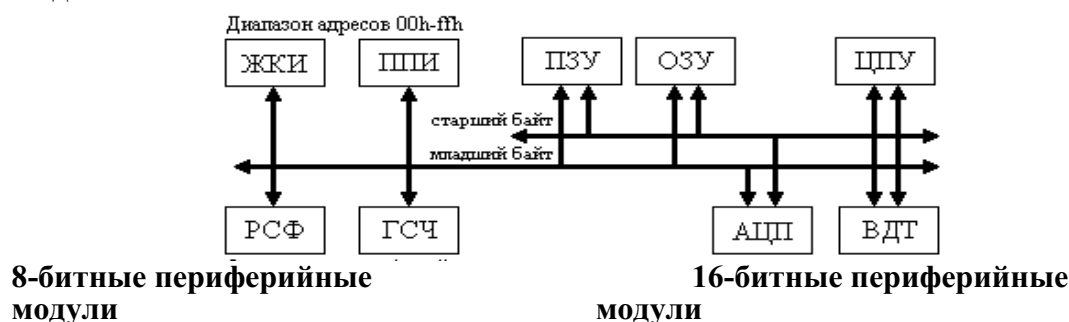


Рис. 4.1 Структурная схема микроконтроллера MSP430

Из многообразия моделей микроконтроллеров серии MSP430 в качестве базовой модели для ZILA-10 был выбран MSP430E325. В состав микроконтроллера MSP430E325 входят следующие компоненты: 16-битный микропроцессор с сокращенной системой команд, рабочая частота 8МГц; 16КБ ПЗУ с ультрафиолетовым стиранием; 512 байт ОЗУ; универсальный таймер-порт; 8-битный таймер-счетчик; 16-битный таймер-часы; контроллер жидко-кристаллического индикатора; цифровой порт; регистры специальных функций и контроллер прерываний; управляемый генератор частоты; последовательный периферийный интерфейс; аналого-цифровой преобразователь 12 бит, 4 канала.

ИВУ ZILA-10 имея небольшую стоимость и приемлемые характеристики, наилучшим образом подходит при разработке недорогих СОУ для объектов серийного производства.

4.4 Методика тестирования программного обеспечения энергосберегающих систем оптимального управления

Данная методика разработана для испытаний и оценки программного обеспечения энергосберегающих систем оптимального управления (ЭСУ), использующих математический аппарат анализа и синтеза оптимального управления по минимуму затрат энергии или топлива в реальном масштабе времени на множестве состояний функционирования объекта.

Компьютерная реализация методики представлена для ПО ЭСУ, использующего в качестве аппаратных средств два типа контроллеров: с возможностью программирования на языке Ассемблера Z-80 (низкая интеллектуальность контроллера) и на языке Цила-Бэйсик (приемлемая интеллектуальность для задач оптимального управления).

При тестировании ПО необходимо учитывать особенности, характерные для задач энергосберегающего управления:

- тестирование должно охватывать диапазоны изменения входных данных задачи оптимального управления для возможных состояний функционирования реального объекта;

- данные, получаемые при тестировании, должны иметь эталонные значения для сравнения результатов;

- эталонные данные (эталонные модели) готовятся путем предварительного исследования и решения задачи оптимального управления в экспертной системе и представляются в виде функции оптимального управления в аналитическом или в табличном виде;

- должна быть предусмотрена возможность регистрации и визуального контроля генерируемых тестовых и эталонных данных, а также всех видов возмущений, поступающих в систему в любой момент времени и на любом заданном шаге обработки информации;

- следует обеспечить циклическое повторение сеансов тестирования для всего множества исходных данных;

- все данные от программы-имитатора управляемого объекта должны поступать в тестируемую программу в соответствии с естественным ходом процессов в этом объекте в масштабе реального времени;

- следует обеспечить автоматическое сравнение эталонных и тестовых данных и расчет погрешности.

Разработана методика, которая позволяет производить испытания управляющей программы со строго определенным протоколом обмена данными между системой и тестируемым прикладным программным обеспечением.

Основные положения методики. Объекты испытаний

Тестируемое ПО ЭСУ реализует алгоритм оптимального управления динамическими объектами в реальном режиме времени.

Классификация тестируемых программ обусловлена моделью объекта управления (интегратор, апериодическое звено, двойной интегратор, реальный интегратор, двойное апериодическое звено или их комбинация и т.д.), видом минимизируемого функционала (расход топлива, затраты энергии, быстродействие), особенностями ЗОУ и используемой стратегией управления (позиционная и программная).

Программа загружается в микропроцессорное устройство управления или Э-контроллер и выполняет следующие функции:

- определение вида функции оптимального управления;

- расчет параметров математической модели управления;

- расчет управляющих воздействий;

- выдача результатов расчета управляющих воздействий через установленные промежутки времени в линию связи между контроллером и персональным компьютером (управляющим устройством и моделью объекта), а также на дисплей контроллера;

- прием данных по той же линии от ПЭВМ.

Для загрузки в ОЗУ контроллера с целью проведения тестирования испытываемая программа должна оформляться в виде загрузочного файла, который после отладки будет записан в ППЗУ и содержать следующие основные модули:

- модуль расчета оптимального управления;

- модуль интерфейса работы с программой монитором;

- модуль обмена данными персональным компьютером через последовательный или параллельный порты (RS-232 или Centronix);

- модуль обмена данными с сенсорными портами, в случае отсутствия объекта управления или его макета их имитация происходит через последовательные и параллельные порты компьютера;

- модуль обеспечения работы устройства в реальном масштабе времени;

- модуль вывода данных на индикаторное устройство Э-контроллера.

Цель испытаний

Результаты испытаний должны дать возможность:

1 Оценить соответствие ПО техническому заданию и удовлетворение техническим требованиям ГОСТ 29125-91 п. 2.

2 Осуществить испытание управляющей программы на выполнение основных функций, которое включает:

- тестирование управляющей программы на соответствие требованиям математического обеспечения;

- оценку возможности работы ПО ЭСУ на множестве состояний функционирования;

- проведение сравнения погрешности вычислений при тестировании с допустимой величиной ошибки, задаваемой в технической документации;

- определение возможности работы контроллера в реальном режиме управления объектом;

- проведение тестирования ПО на надежность функционирования в областях критических значений параметров в реальном масштабе времени.

3 Сделать выводы о соответствии математического аппарата контроллера его техническим возможностям, а именно: достаточности объема оперативной памяти, производительности микропроцессора, установленных в контроллере, функций таймера, времени реакции на сигналы с портов (при испытаниях с сенсорами), соответствие программы ее назначению, как управляющей для данной ЭСУ.

Общие положения

Учитывая требования технического задания, ГОСТа и целей создания ЭСУ обеспечивается реализация трех подходов к задачам тестирования управляющей программы.

Первый, наиболее простой, это загрузка управляющей программы с ПЭВМ, затем автономный прогон ее в контроллере нужное количество раз. При этом результаты отображаются на индикатор контроллера МПУ и ввод данных, и их корректировка происходит с клавиатуры устройства управления. Такой подход при большом количестве данных крайне неудобен.

Более удобен второй подход, когда процесс тестирования ведется в диалоговом режиме с ПЭВМ, здесь ввод данных и отображение результатов реализовано на ПЭВМ. Контроллер обрабатывает программу расчета управления. Это дает возможность оперативно с клавиатуры компьютера в диалоговом режиме изменять исходные данные ЗОУ по всем диапазонам тестирования. Программная реализация такого подхода существенно повышает "чувствительность" тестовой системы, делает ее многофункциональной и позволяет получить результаты работы управляющей программы как в текстовом, так и в графическом режимах вывода.

Третий подход диктуется необходимостью тестирования управляющей программы в режиме реального времени и требует для проведения испытаний разработки имитационной подсистемы с программой-имитатором, которая имитирует функционирование объекта управления в реальном режиме времени на ПЭВМ. Компьютерная методика посредством использования программы имитатора вместо объекта обеспечивает функции тестирования работы управляющей программы в реальном масштабе времени и позволяет варьировать дискретой времени в процессе испытаний.

Контролируемые показатели и расчетные соотношения

Погрешность расчета управляющего воздействия - максимальная разность между значениями, рассчитанными в контроллере тестируемой программой и соответствующими значениями эталонных данных, полученных для тех же моментов времени. Эталонные данные получают в экспертной системе энергосберегающего управления, формируя тестовый набор данных.

Погрешности, возникающие при получении численного решения задачи оптимального управления контроллером, разделяют на три группы:

- погрешности интерпретации чисел в контроллере и микропрограммах, обеспечивающих арифметику с плавающей точкой;

- погрешности используемых численных методов в программе;

- погрешности представления конечных результатов.

При оценке первого вида погрешностей следует иметь в виду, что в устаревших моделях контроллеров, использующих нестандартные языки программирования, ошибки интерпретации чисел порождались ограниченной разрядной сеткой контроллера и отсутствием библиотек работы с числами, представляемыми в формате с плавающей точкой. Для современных контроллеров применяются языки программирования высокого уровня, которые независимо от разрядной сетки контроллера (8, 16, 32-разрядной) позволяют программисту представлять числа в любом стандартном формате. Например, для С-совместимых трансляторов доступны следующие форматы:

Тип	Кол-во байт	Точность (знаков)	Диапазон
float	4	7-8	3,4e-38 ... 3,4e38
double	8	15-16	1,7e-308 ... 1,7e308
long double	10	19-20	3,4e-4932 ... 1,1e4932

В результате этого внутренняя разрядность микропроцессорного устройства не влияет на точность вычислений с плавающей точкой, а влияет только на время выполнения операций.

Тестируемая проблемная программа реализует вычислительные алгоритмы, оперируя с числами, представленными в формате с плавающей запятой. Число хранится в памяти микропроцессорной системы в виде последовательности трех байтов, из которых два отводятся под мантиссу.

Предельную относительную ошибку такого представления чисел можно рассчитать по формуле:

$$\delta < R^{-n+1},$$

где δ - максимальная ошибка округления; R - основание числа; n - разрядность мантиссы. При $R=2$ $n=16$, $\delta < 0,3 \cdot 10^{-4}$.

Определение и оценка погрешностей, вносимых вычислительными методами

К таким погрешностям относятся ошибки округления в результате выполнения действий, предписываемых конкретным алгоритмом, а также ошибки, возникающие в самом алгоритме в результате использования в нем методов аппроксимаций, усечения рядов и т.п. Погрешности метода возникают в задачах, для решения которых используются методы, ориентированные на получение приближенных решений, например, численные методы решения нелинейных алгебраических уравнений, интегрирование дифференциальных уравнений и т.д.

Одно из достоинств применения метода синтезирующих переменных при синтезе ОУ заключается в том, что модель объекта управления представляется в аналитическом виде простыми формулами. Это дает возможность рассчитывать модель в реальном времени контроллерами небольшой производительности с минимальной погрешностью, которой можно пренебречь.

При тестировании ПО полученное значение максимальной ошибки расчета управляющего воздействия сравнивают с максимальной допустимой погрешностью, зависящей от области применения управляющей программы. Ее значение задается в нормативно-технической документации на испытываемое ПО.

Погрешность интервала времени вывода значений управления на порты устройства определяется степенью сложности алгоритма тестируемой программы и техническими характеристиками контроллера. Усложнение алгоритма расчета управляющего воздействия приводит к увеличению числа операций, необходимых для выполнения микропроцессором за определенный промежуток времени. Превышение времени расчета управляющих воздействий над заданным приводит к задержкам в системе управления, отклонениям в состоянии управляемого объекта от рассчитанного режима его функционирования по эталонной модели.

Особенно важно оценить временную погрешность в программах, реализующих позиционную стратегию управления и отличающихся большим числом вычислений, выполняемых за небольшой интервал времени.

При тестировании ПО ЭСУ точность функционирования в реальном режиме времени определяется разностью между действительно затраченным на решение поставленной задачи контроллером и необходимым. Полученная величина этой погрешности сравнивается с максимальным допустимым значением, которое определяется целями ПО и задается в технической документации.

Надежность функционирования характеризует способность ПО выполнять заданные функции при любых исходных данных из множества допустимых значений. Невыполнение этого требования проявляется в невозможности решения ЗОУ или в неправильном ее решении из-за неточности вычисления значений синтезирующих переменных, границ областей оптимального управления, погрешности сравнения величин и т.д.

Надежность функционирования следует оценивать в областях, соответствующих критическим значениям параметров. Исходные данные для этих областей определяются в экспертной системе путем решения обратной задачи и образуют множество, для которого решение ЗОУ лежит на границе существования или на границе раздела двух зон, характеризующихся различными видами функции оптимального управления.

Тестирование управляющей программы при всех исходных данных сформированного множества, соответствующего критическим значениям параметров, позволяет оценить надежность функционирования ПО. Требования надежности считаются выполненными, если при любых исходных данных множества управляющая программа производит расчет управления с погрешностью, не превышающей максимально допустимое значение.

Условия и порядок проведения испытаний

Порядок проведения испытаний управляющей программы на выполнение основных функций.

Тестирование программного продукта на соответствие требованиям математического обеспечения.

1 На используемом для работы диске ПЭВМ создается рабочий каталог, в который записываются файлы программы-имитатора, тестируемой управляющей программы.

2 Получение эталонных и контрольных данных для всех зон управления, которые используют различный математический аппарат. По информации о модели для каждой зоны выбираются исходные данные. По ним в экспертной системе формируются контрольные данные. При этом руководствуются инструкцией оператора работы в экспертной системе. Полученные данные по каждой зоне сохраняются в двух файлах с одинаковыми именами и расширениями, устанавливаемые по умолчанию в экспертной системе.

3 Все файлы, содержащие набор контрольных и исходных данных, переписываются в рабочий каталог.

4 Программа-имитатор вызывается набором в командной строке имени программы "imitate" и нажатием "Enter".

5 Загрузка тестируемой управляющей программы производится в следующем порядке.

А. Контроллер с тестируемой программой подключается к источнику постоянного напряжения и к разъему последовательного интерфейса RS232c персонального компьютера.

Б. Включается источник питания контроллера. На его дисплее появляется сообщение "LOAD", сигнализирующее о готовности контроллера к вводу управляющей программы.

В. Выбирается подменю "Загрузка", режим "Port". Установить требуемые номер последовательного порта и скорость обмена данными.

Г. В подменю "Загрузка" и режиме "Загрузка" необходимо ввести имя загружаемого файла. Загрузочный модуль управляющей программы содержится в файле с расширением ".rex". В течение всего времени загрузки программы на дисплей Э-контроллера выводится "бегущая строка". Возможные причины ее отсутствия - неправильный выбор номера последовательного порта, обрыв соединительных проводов и др.

6 Задается период времени выдачи результатов расчета управляющего воздействия. Он вводится с клавиатуры Э-контроллера согласно инструкции по эксплуатации макета МПУУ (в данной редакции не приводится). Тестирование управляющей программы на соответствие требованиям математического обеспечения допускается проводить в ускоренном масштабе времени (величина дискреты, задаваемой для МПУУ, меньше дискреты, принятой при формировании контрольных данных). Это позволяет сократить время проведения испытаний.

7 Множество ЗОУ определяется моделями объектов, стратегиями управления и минимизируемым функционалом. В программе-имитаторе реализован выбор необходимой комбинации в зависимости от требований технического задания на испытания. Он осуществляется в подменю "Объект".

8 Запуск управляющей программы осуществляется нажатием клавиши "0" на клавиатуре Э-контроллера. Контроллер переводится в режим ожидания исходных данных от программы-имитатора.

9 Для выполнения расчета управления последовательно выбираются подменю "Данные", "Расчет". В вызванном диалоговом окне возможна корректировка исходных данных и ввод величины дискреты, принимаемой при имитационном моделировании объекта управления. Ее значение вводится с клавиатуры ПЭВМ и должно совпадать со значением, установленным при формировании в экспертной системе контрольных данных. По завершении ввода и корректировки нажимается клавиша "Расчет". В результате этого исходные данные загружаются в Э-контроллер, который "мгновенно" переводится в режим управления объектом, т.е. осуществляет по заложенному алгоритму расчет управляющего воздействия и выдачу его значений в заданные моменты времени.

10 При тестировании управляющей программы текущие данные отображаются на мониторе персонального компьютера в виде трех столбцов цифр: первый - текущее время t , второй - фазовая координата z , третий - управляющее воздействие u . Вывод данных осуществляется в моменты времени, кратные величине дискреты. При тестировании производится автоматическое сравнение значений получаемого управляющего воздействия с контрольными данными и определение максимальной погрешности расчета за все время управления объектом. Вывод ее значения осуществляется в нижней части экрана ПЭВМ. Величина максимальной ошибки не должна превышать значения, задаваемого в техническом задании. Справа от полученных тестовых данных на дисплее компьютера приводятся графики функций $u = u(t)$, $z = z(t)$, которые позволяют судить о виде полученной функции управления и степени ее соответствия требуемому виду, определяемому математическим аппаратом.

12 Далее тестирование управляющей программы проводят последовательно для всех исходных данных, сформированных в экспертной системе. Для этого повторяют испытания, начиная с пункта 8 с загрузкой новых значений исходных данных.

13 Управляющая программа считается прошедшей испытания на соответствие требованиям математического обеспечения, если тестирование при всех значениях исходных данных, сформированных в экспертной системе, дает ошибку вычислений управления, не превышающую максимального допустимого значения, заданного в технической документации.

Испытание управляющей программы на множестве состояний функционирования

Работа управляющей программы на множестве состояний функционирования отражает способность программы решать ЗОУ с заданной точностью при всех допустимых значениях исходных данных (реквизитов). Множество значений реквизитов ЗОУ определяется областью изменения параметров объекта, интервала управления, конечного состояния, границ управления и т.д.

Тестирование управляющей программы на множестве состояний функционирования начинают с формирования контрольных массивов исходных и данных в экспертной системе. По информации о модели для каждой зоны выбирается от трех до пяти массивов реквизитов. Каждому из выбранных массивов создаются эталонные данные, которые сохраняются в файлах с расширением ".res". После этого при всех исходных данных проводят испытания управляющей программы аналогично тестированию на соответствие требованиям математического обеспечения.

Если для всех сформированных в экспертной системе исходных данных управляющая программа производит расчет управления с точностью, не ниже заданной в техническом задании, то ПО считается прошедшим испытания работоспособности на множестве состояний функционирования.

Тестирование ПО ЭСУ на точность расчета управляющего воздействия

Программа-имитатор позволяет определять максимальную погрешность расчета управления Э-контроллером, имеющую место из-за округления чисел и применения приближенных методов вычислений. Определение ошибки расчета производится сравнением данных, получаемых от управляющей программы, с контрольными данными, сформированными в экспертной системе. Максимальная погрешность, получаемая при тестировании ПО, не должна превышать значения, определенного в техническом задании.

Ранее проводимые испытания управляющей программы на соответствие требованиям математического обеспечения и работоспособности на множестве состояний функционирования позволяют определить погрешность расчета управления программой, поэтому проведения отдельного тестирования ПО на точность не требуется.

Тестирование работоспособности ПО контроллера в реальном режиме управления объектом

ЭСУ представляет собой систему, получающую исходные данные, обрабатывающую их по соответствующей программе и выдающую полученные управляющие воздействия с такой скоростью, которая обеспечивает своевременную реакцию системы на изменения, происходящие во внешней среде. Испытание работы ПО в реальном режиме времени проводят с целью оценки скорости выдачи результатов.

Испытание осуществляется аналогично тестированию на соответствие требованиям математического обеспечения, но имеет следующие особенности.

А. При формировании исходных данных в экспертной системе (методика тестирования на соответствие требованиям математического обеспечения) выбирается один массив реквизитов ЗОУ из области допустимых значений. Для него создаются контрольные значения функции управления. Величина дискретности при этом выбирается в соответствии с требованиями технического задания. Результаты работы в экспертной системе сохраняются в соответствующих файлах.

Б. Период времени выдачи результатов расчета управляющего воздействия вводится с клавиатуры контроллера (п. 6 условия и порядок проведения испытаний). Его значение совпадает с величиной дискретности, принятой при формировании в экспертной системе контрольных данных. Это - условие реального режима работы контроллера.

В. Испытание начинается нажатием клавиши "Реальное время" (подменю "Данные", режим "Расчет").

Г. Тестирование управляющей программы в реальном режиме заключается в определении действительного времени управления объектом, которое выводится в нижней части экрана ПЭВМ. Решение о правильности работы программы в контроллере принимается посредством сравнения полученных действительных значений времени с нормируемыми. Если в ходе сравнения ошибка не превышает максимального допустимого значения, определенного в техническом задании, то управляющая программа считается прошедшей испытания на работу в реальном масштабе

времени. При этом погрешность расчета управляющего воздействия не должна быть выше заданной в техническом задании величины.

По окончании тестирования выводится максимальное значение погрешности расчета управления.

Д. С целью повышения достоверности результатов испытаний допускается проведение повторного тестирования. Оно осуществляется для нового массива реквизитов ЗОУ, формируемого в экспертной системе.

Испытание управляющей программы на надежность функционирования

Испытание включает следующие этапы.

1 Планирование тестирования, которое осуществляется в экспертной системе и заключается в определении диапазона изменения исходных данных в соответствии с техническим заданием.

2 Составление тестов и заданий на испытание производится в соответствии с диапазоном изменения исходных данных. Для этого из массива атрибутов выбирается один из параметров, задается величина шага его приращения и определяются его значения на всем интервале изменения исходных данных. Остальные параметры при этом остаются постоянными. Множество полученных значений составляет набор исходных данных для проведения тестирования и сохраняется в соответствующих файлах.

3 Исполнение программы по заданным тестам проводится аналогично испытанию на соответствие требованиям математического обеспечения с использованием программы-имитатора.

4 Анализ результатов тестирования. В качестве критерия достоверности выполнения теста принимается попадание рассчитанных значений в область заранее определенных управлений, отсутствие сбоев при функционировании программы в режиме управления.

5 Для повышения достоверности результатов проведенного тестирования осуществляется повторное испытание. При этом выбирают другой варьируемый параметр и для множества его значений формируют тестовый набор исходных данных.

Анализ и оценка результатов испытаний

Заключение о соответствии или несоответствии управляющей программы установленным требованиям принимают на основе решений, принятых по отдельным критериям. Заключение о соответствии принимают при положительных решениях по всем критериям, а о несоответствии - при наличии хотя бы одного отрицательного решения.

Материально-техническое обеспечение испытаний

Для проведения тестирования управляющей программы необходимы следующие технические средства.

- 1 Компьютер IBM PC AT-совместимый 486 и выше.
- 2 Контроллер: объем оперативной памяти не менее 16 кБ, объем постоянной памяти не менее 16 кБ, вид интерфейса последовательный.
- 3 Источник питания: напряжение 5 В, ток не менее 1 А.
- 4 Соединительные кабели для подключения контроллера к компьютеру и источнику питания.

Программные средства:

- 1 Операционная система MS DOS v.3.3 и выше.
- 2 Экспертная система энергосберегающего управления.
- 3 Программа-имитатор.
- 4 Тестируемая программа.