

Министерство образования Российской Федерации
Тамбовский государственный технический университет

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Лабораторный практикум

Часть II

для студентов 2 и 3 курсов дневного и заочного отделений
специальностей 1201, 1705, 1706, 2903, 3113

Тамбов • Издательство ТГТУ • 2002

УДК 539.3(083)
ББК ж121я73-5
С646

Рецензент

Кандидат технических наук, доцент кафедры ТММ и ДМ
А. Д. Ковергин

С646 **Сопротивление материалов: Ч. II. Лаб. практикум / Сост.: В. Е. Буланов, В. Т. Борисов, А. Н. Гузачев и др.** Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 2002. 60 с.

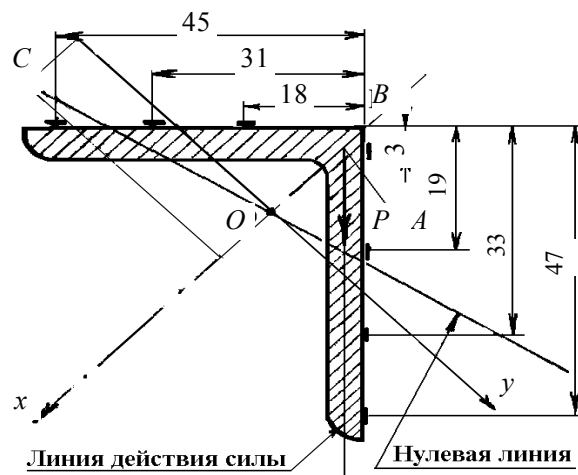
Дано описание лабораторных установок, приборов, порядок проведения экспериментов и обработки опытных данных при проведении лабораторных работ по курсу "Сопротивление материалов". Предназначено для студентов 2 и 3 курсов дневного и заочного отделений специальностей 1201, 1705, 1706, 2903, 3113.

УДК 539.3 (083)
ББК ж121я73-5

© Тамбовский государственный
технический университет (ТГТУ), 2002

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Часть II



Издательство ТГТУ

Учебное издание

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Лабораторный практикум

Часть II

Составители:

БУЛАНОВ Владимир Евгеньевич, БОРИСОВ Виктор Тимофеевич,
ГУЗАЧЕВ Александр Николаевич, ЗИМИН Владимир Иванович,
МАЛИКОВА Елена Васильевна, НЕГРОВ Владимир Леонидович,
НИКОЛЮКИН Николай Борисович, ПЕРШИН Владимир Федорович,
ПОТЮКОВ Евгений Геннадьевич, СЕЛИВАНОВ Юрий Тимофеевич,
ЧЕРНОКОЗИНСКАЯ Валентина Ивановна

Редактор Т. М. Федченко

Компьютерное макетирование И. В. Евсеевой

ЛР № 020851 от 13.01.99 г. Плр № 020079 от 28.04.97 г.

Подписано к печати 22.01.2001.

Формат 60 84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Объем: 3,37 усл. печ. л.; 3,18 уч.-изд. л.

Тираж 200 экз. С. 47^М.

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ВВЕДЕНИЕ

"Сопротивление материалов" является первой инженерной дисциплиной в учебном плане высшего технического учебного заведения по любой специальности. Изучая сопротивление материалов, студенты знакомятся с приемами расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость. Приобретенные при этом знания в значительной степени облегчают усвоение последующих специальных дисциплин. В сопротивлении материалов опыт и теория тесно увязаны между собой, наука эта является одновременно теоретической и опытной. Все положения, на которых основаны выводы теории сопротивления материалов, базируются на изучении поведения под нагрузкой различных тел (образцов), сделанных из реальных материалов. Из этого вытекает, что для сознательного изучения этих выводов прежде всего надо изучить на опыте работу образцов материалов при их нагружении.

Проведение студентами лабораторных работ по сопротивлению материалов ставит своей основной целью формирование умений и навыков самостоятельной работы при экспериментальном изучении свойств материалов. Тематика, объем и правила выполнения лабораторных работ подобраны таким образом, что несомненно окажут студентам большую помощь при изучении данного курса.

ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ

1 Перед выполнением лабораторной работы студент обязан ознакомиться с теоретическим материалом по соответствующей теме, а также с содержанием данной лабораторной работы.

2 Перед началом занятий преподаватель проверяет готовность студентов к выполнению лабораторной работы и знание правил техники безопасности.

3 В лаборатории студентам запрещается без разрешения преподавателя трогать приборы и установки, приводить в движение передачи и т.д. Нарушившие эти правила немедленно удаляются с текущего занятия и считаются пропустившими его. Студент несет материальную ответственность за поломки и повреждения, возникшие по его вине.

4 Предварительные данные и результаты испытаний должны фиксироваться во время занятий. Обязательно проставляется размерность всех заданных и полученных величин. Все схемы и рисунки выполняются четко и аккуратно, графики вычерчиваются с соблюдением масштаба (их разрешается выполнять дома).

5 Вычисления производятся с точностью до трех знаков, используя вычислительную технику.

6 Для сдачи зачета, после проведения всех лабораторных работ, студент представляет журнал занятий. Зачет проводится в виде защиты выполненных работ. Во время зачета студент должен знать соответствующие формулы и положения курса "Сопротивления материалов", обязан уметь объяснить устройство машин и приборов, цель и порядок выполнения опытов и их основные результаты.

7 Студенты пропустившие занятия по уважительной причине должны отработать его во время установленное кафедрой.

8 Студенты не выполнившие всех работ и не получившие зачета по лабораторным работам к экзамену не допускаются.

Лабораторная работа № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОГИБА БАЛКИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ

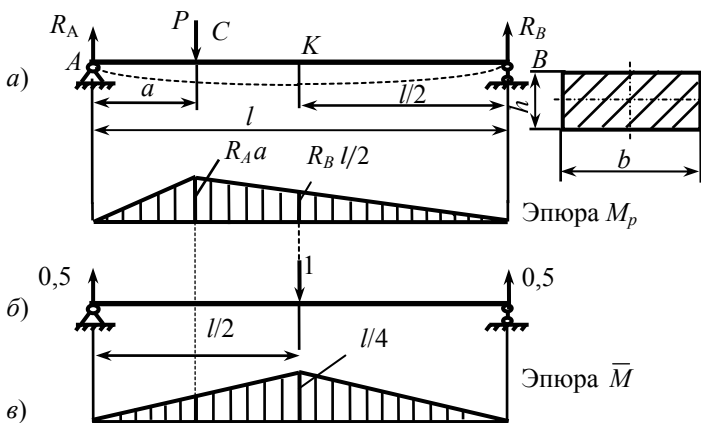
Цель работы: опытное определение прогиба балки при прямом поперечном изгибе и сравнение его с результатами аналитического расчета.

В работе экспериментально определяется прогиб y в середине пролета балки и сравнивается с y , прогибом найденным аналитическим путем.

Определение прогиба расчетным путем

Для определения перемещения воспользуемся энергетическим методом, вычисляя интеграл Мора по способу Верещагина.

Расчетная схема балки



- 1 Определяем опорные реакции и построим эпюру изгибающих моментов (рис. 1.1, а).
- 2 Покажем единичное состояние (рис. 1.1, б).

3 Построим эпюру изгибающих моментов для единичного состояния (рис. 1.1, в).

4 Прогиб определим "перемножением" эпюры M_p на эпюру \bar{M} , так как в данном случае будет три участка AC , CK , KB . Нужно "перемножить" эпюры на каждом участке и результаты сложить. "Перемножение" можно производить используя формулу перемножения трапеции на трапецию.

Определение прогиба экспериментально

На рис. 1.2 схематически показана установка для испытания. Стальная балка 1 прямоугольного сечения устанавливается на двух цилиндрических опорах 2. Нагружение балки производится с помощью гирь 4, укладываемых на подвеску 3, которая может передвигаться вдоль балки. Максимальная нагрузка не должна превышать 40 кг.

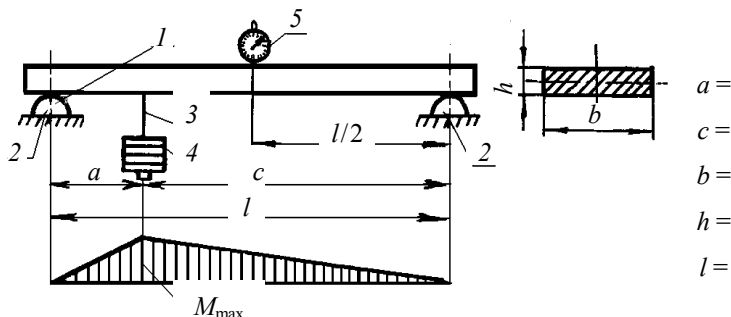


Рис. 1.2

Для измерения прогибов используется индикатор 5, передвигая который можно измерять прогиб в любом сечении. Устройство индикатора показано на рис. 1.3. Штифт 1 прижимается пружиной к поверхности 2, перемещение которой в направлении штифта нужно измерить. Вторая круглая коробка 3 индикатора с укрепленной в ней системой шестерен и циферблатом поддерживается неподвижно штативом. Перемещение поверхности 2 вызывает перемещения штифта 1, который вращает при этом стрелку 4 посредством зубчатых передач. Одно деление циферблата соответствует 1 мм. Перемещение штифта непосредственно отсчитывают в мм по малой шкале от 0 до 10 мм.

Проведение эксперимента

Перед опытом определяются размеры поперечного сечения $b \times h$, длина балки l и расстояние a от левой опоры до точки приложения силы. К балке прикладывается начальная нагрузка P_n и при этой нагрузке записывается в табл. 1.1. показание индикатора. Затем прикладывается нагрузка P_k , при которой берут отсчет по индикатору. Отсчеты также заносятся в табл. 1.1.

1.1 Результаты испытаний

№ опыта	Нагрузка P , кг	Отсчеты по индикатору n , мм	Приращения нагрузки ΔP , кг	Δn , мм	Прогиб, мм
1					
2					
3					
Среднее					

Обработка результатов

Вычисляют приращения нагрузки $\Delta P = P_k - P_n$ и разности показаний индикатора $\Delta n = n_2 - n_1$. Вычисляется среднее арифметическое значений показаний индикатора из всех опытов. Прогиб балки равен $y = \Delta n_{cp} K$, где $K = 0,01$ мм.

1.2 Сравнение расчетных и экспериментальных результатов

Значение прогиба		Разница, %
расчетное	опытное	

Содержание отчета

- 1 Определение прогиба расчетным путем с указанием расчетной схемы, единичного состояния и эпюр M_p и \bar{M} .
- 2 Схема экспериментальной установки.
- 3 Экспериментальное определение прогиба.
- 4 Сравнение расчетных и экспериментальных результатов.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое поперечный прогиб?
- 2 Как определяется прогиб теоретически?
- 3 Как перемножаются эпюры, используя способ Верещагина?
- 4 Устройство индикатора часового типа.

Лабораторная работа № 2

ПОСТРОЕНИЕ УПРУГОЙ ЛИНИИ БАЛКИ. ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ РАБОТ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Цель работы: проверка теоремы о взаимности работ и перемещений, построение упругой линии балки.

Теоретические основы

Из теории известно, что для двух состояний балки (рис. 2.1, а, б) работа сил первого состояния, на перемещениях по их направлению, вызванных силами второго состояния, равна работе сил второго состояния на перемещениях по их направлению, вызванных силами первого состояния

$$m_1 \Delta_{12} = m_2 \Delta_{21}. \quad (2.1)$$



Рис. 2.1

Равенство (2.1) носит название теоремы о взаимности работ. В том случае, когда $P_1 = P_2$, как следствие из теоремы о взаимности работ получаем теорему о взаимности перемещений

$$\Delta_{12} = \Delta_{21}. \quad (2.2)$$

При $P_1 = P_2 = 1$ получаем

$$\delta_{12} = \delta_{21}. \quad (2.3)$$

Следует подчеркнуть, что обе теоремы вытекают из принципа независимости действия сил и предположения о линейной зависимости между перемещениями и нагрузкой.

Для аналитического построения упругой линии балки может быть использован энергетический метод или метод начальных параметров. Здесь представляется целесообразным воспользоваться методом начальных параметров. Тогда для схемы, показанной на рис. 2.2, а, уравнение для определения ординат упругой линии будет иметь вид

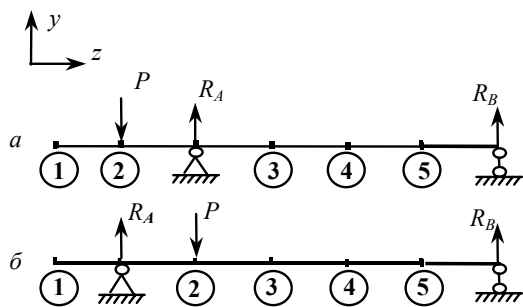


Рис. 2.2

$$EIy = EIy_0 + EI\alpha_0 z \Big|_I + \frac{P(z-a)^3}{6} \Big|_{II} - \frac{R_A(z-2a)^3}{6} \Big|_{III}, \quad (2.4)$$

где y_0, α_0 – прогиб и угол поворота сечения балки, расположенного в начале координат. Эти величины определяются из граничных условий, а именно, при $z = 2a, Y_A = 0$; при $z = 6a, Y_B = 0$; R_A, R_B – реакции опор от внешней заданной нагрузки. Следует помнить, что действительное направление реакций может отличаться от указанных на рис. 2.2, а. В этом случае необходимо сменить знак у соответствующего слагаемого в уравнении (2.4). Результаты вычисления ординат упругой линии помещают в табл. 2.5. Для схемы, представленной на рис. 2.2, б, уравнение упругой линии будет иметь вид

$$EIy = EIy_0 + EI\alpha_0 z \Big|_I + \frac{R_A(z-a)^3}{6} \Big|_{II} - \frac{P(z-2a)^3}{6} \Big|_{III}, \quad (2.5)$$

где y_0, α_0 – начальные параметры, определяемые из условий опирания балки, т.е. при $x = a, Y_A = 0$ и при $x = 6a, Y_B = 0$.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка представляет собой металлическую балку с модулем упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, прямоугольного поперечного сечения $14 \cdot 35$ мм и длиной $6a = 1200$ мм. Схема опирания балки может быть выбрана любая из представленных на рис. 2.2. Следует помнить, что при опирании балки по схеме (рис. 2.1, 2.2) и при нагружении консоли, возможна смена знака и, соответственно, направления реакции R_A . В этом случае, во избежание отрыва балки от опоры, необходимо балку нагрузить непосредственно в сечении В внешней нагрузкой, превосходящей в 2...3 раза величину реакции R_B . Для измерения деформаций используется индикатор часового типа с ценой деления 0,01 мм и пределами измерения прогиба от 0 до 20 мм.

Порядок проведения эксперимента

Экспериментальная часть работы состоит из двух частей.

В первой части выполняется проверка теоремы о взаимности работ и перемещений.

Балка нагружается силой $P_{1н}$ в сечении 1 – 1, а индикатором измеряется величина прогиба в сечении II – II, т.е. величина $\Delta_{21}^н$ (рис. 2.3, а). Затем нагрузка увеличивается до $P_{1к}$ и измеряется величина прогиба $\Delta_{21}^к$. Такой опыт проводится два или три раза. Величины нагрузок и перемещений каждого опыта записываем в табл. 2.1.

Повторяем указанную операцию для схемы нагружения по рис. 2.3, б, т.е. нагружаем балку силой P_2 и измеряем величину прогиба Δ_{12} в сечении I – I. Все эти величины также записываем в табл. 2.1.

Следует заметить, что при проверке теоремы о взаимности работ наиболее целесообразно использовать разные значения $\Delta P_1 = P_{1к} - P_{1н}$ и $\Delta P_2 = P_{2к} - P_{2н}$, а для проверки теоремы о взаимности перемещений приращения нагрузок должны быть одинаковыми, т.е. $\Delta P_1 = \Delta P_2$.

Следовательно, для экспериментальной проверки теоремы о взаимности перемещений повторяем предыдущие опыты при обязательном соблюдении условия $\Delta P_1 = \Delta P_2$ и, в частности, при $P_1 = P_2 = 1$.

Результаты этих опытов записываем в табл. 2.2.

2.1 Проверка теоремы о взаимности работ

№ опыта	$P_{1к}$	ΔP_1	$P_{2к}$	ΔP_2	$\Delta_{21}^к$	Δ_{21}	$\Delta_{12}^к$	Δ_{12}
	$P_{1н}$		$P_{2н}$		$\Delta_{21}^н$		$\Delta_{12}^н$	
1								
2								
3								
Среднее из опытов			////////		////////		////////	
	$\Delta P_1 \Delta_{21}$							
	$\Delta P_2 \Delta_{12}$							

2.2 Проверка теоремы о взаимности перемещений

№ опыта	$P_{1к}$	ΔP_1	$P_{2к}$	ΔP_2	$\Delta_{21}^к$	Δ_{21}	$\Delta_{12}^к$	Δ_{12}
	$P_{1н}$		$P_{2н}$		$\Delta_{21}^н$		$\Delta_{12}^н$	
1								
2								
3								
Среднее из опытов			////////		////////		////////	

Во второй части работы проводится построение упругой линии балки от действия силы, приложенной только в каком-то одном заданном сечении. Для этого нужно определиться со схемой опирания балки (рис. 2.2) и сечениями, в которых необходимо провести замеры прогибов для построения упругой линии балки. В обоих случаях (рис. 2.2, а, б) таких сечений 5. Допустим, что нагружение балки (рис. 2.2, а) осуществляется в сечении 2 – 2. Необходимо провести замеры прогибов в пяти сечениях. Выполнить это можно с помощью пяти индикаторов, но можно обойтись только одним индикатором, последовательно устанавливаемым в пяти разных сечениях. Оба этих приема связаны с большими неудобствами и значительными погрешностями измерений. Указанные неудобства могут быть устранены следующим образом. Один индикатор устанавливается в сечении 2 – 2, а сила последовательно прикладывается в сечениях 1 – 5. Прогибы, измеренные

в сечении 2 – 2, при последовательном приложении силы в сечениях 1 – 5 будут равны по величине и знаку, согласно теореме о взаимности перемещений, прогибам в сечениях 1 – 5 от внешней нагрузки, приложенной в сечении 2 – 2. Полученные результаты записываем в табл. 2.3 и строим экспериментальную упругую линию балки.

2.3 Построение упругой линии балки

№ опыта п/п	Нагрузка		Показания индикатора, установленного в сечении 2 – 2 от силы приложенной в сечениях 1 – 5									
			1 – 1		2 – 2		3 – 3		4 – 4		5 – 5	
	P_k	ΔP	$\Delta_{1к}$	Δ_1	$\Delta_{2к}$	Δ_2	$\Delta_{3к}$	Δ_3	$\Delta_{4к}$	Δ_4	$\Delta_{5к}$	Δ_5
	P_n		$\Delta_{1н}$		$\Delta_{2н}$		$\Delta_{3н}$		$\Delta_{4н}$		$\Delta_{5н}$	
1												
2												
3												
Среднее из опытов			//////// ////		//////// ////		//////// ////		//////// ////		//////// ////	

Таким образом, порядок выполнения эксперимента для второй части работы заключается в следующем. Индикатор устанавливается в сечении 2 – 2. Нагружение силой, равной $P_{1н}$, осуществляется в сечении 1 – 1. Записываем показания индикатора $\Delta_{1н}$ в табл. 2.3. Увеличиваем силу до $P_{1к}$ и вновь регистрируем показания индикатора $\Delta_{1к}$. Эту процедуру повторяем последовательно для каждого из пяти сечений, т.е. сохраняя положение индикатора, прикладываем последовательно нагрузку, всегда равную сначала $P_{iн}$, а затем увеличиваем ее до $P_{iк}$ и регистрируем показания индикатора, установленного в сечении 2 – 2. Записываем в табл. 2.3 значения $\Delta_{iн}$ и $\Delta_{iк}$, где индексом i обозначается номер сечения приложения нагрузки.

Обработка результатов эксперимента

Для проверки теоремы о взаимности работ используем экспериментальные результаты, помещенные в последней строке табл. 10.1. Вычисляем произведения $(\Delta P_1)(\Delta_{12})$ и $(\Delta P_2)(\Delta_{21})$. Записываем полученные значения в табл. 2.4. Ошибка эксперимента может быть вычислена по формуле

$$\Delta\% = \frac{(\Delta m_1)(\Delta_{12}) - (\Delta m_2)(\Delta_{21})}{(\Delta m_1)(\Delta_{12})} 100\%.$$

Для проверки теоремы о взаимности перемещений используем результаты табл. 2.2. Здесь при одинаковых приращениях нагрузок $P_1 = P_2$ сравниваем средние значения перемещений Δ_{12} и Δ_{21} , взятые из табл. 2.2 или средние значения единичных перемещений при

$$P_1 = P_2 = 1.$$

Оценка ошибки эксперимента может быть выполнена по формуле

$$\Delta\% = 100\% \frac{(\Delta_{12} - \Delta_{21})}{\Delta_{12}}.$$

Величины перемещений и погрешность эксперимента записываются в табл. 2.4.

Таблица 2.4

$(\Delta P_1)(\Delta_{12})$	$(\Delta P_2)(\Delta_{21})$	Ошибка, %	Δ_{12}	Δ_{21}	Ошибка, %	Δ_{12}	Δ_{21}	Ошибка, %

Для построения экспериментальной упругой линии балки от нагрузки, равной $P = P_k - P_n$ и приложенной в сечении 2 – 2, используем результаты, помещенные в последней строке табл. 2.3. Сравнение величин прогибов, определенных экспериментально (табл. 2.3) и расчетным путем, приведено в табл. 2.5.

Таблица 2.5

	Прогибы от нагрузки $P = P_k - P_n$, приложенной в сечениях				
	1 – 1	2 – 2	3 – 3	4 – 4	5 – 5
Экспериментальные значения					
Расчетные значения					
Ошибки в %					

Отчет по второй части работы должен содержать схему нагружения балки, экспериментальные значения прогибов в пяти сечениях (табл. 2.3). Отчет также должен включать расчетное определение прогибов в тех же пяти сечениях и сравнение полученных результатов (табл. 2.5).

Контрольные вопросы

1. Из каких условий определяются начальные параметры в универсальном уравнении упругой линии балки?
2. Запишите условия, при которых будут равны перемещения $\Delta_{ik} = \Delta_{ki}$, $\delta_{ik} = \delta_{ki}$.
3. Существуют ли ограничения на применение теорем о взаимности работ и взаимности перемещений?
4. Можно ли с помощью индикатора часового типа, установленного в одном из сечений, измерить прогиб в другом сечении?

Лабораторная работа № 3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

Цель работы: опытное определение напряжений при косом изгибе и сравнение их величины с результатами аналитического расчета.

Теоретическое определение напряжений

Аналитически нормальные напряжения при косом изгибе определяются по формуле

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x, \quad (3.1)$$

где x, y – координаты точек поперечного сечения, в которых определяются напряжения в главных координатах; M_x, M_y – изгибающие моменты в главных плоскостях; J_x, J_y – главные моменты инерции поперечного сечения.

Определим положение нулевой линии и теоретические значения нормальных напряжений в семи точках поперечного сечения (рис. 3.1) в виде уголка равнополочного № 5 с толщиной полки 5 мм (ГОСТ 8509–72).

Из ГОСТа выписываем: $J_x = 17,80 \text{ см}^4$, $J_y = 4,63 \text{ см}^4$, $z_0 = 1,42 \text{ см}$.

На рис. 3.1 точка O – центр тяжести поперечного сечения стержня; точка A – центр изгиба с координатами: $y = 0$, $x = \sqrt{2} (z_0 - 0,25) = 1,654 \text{ см}$; точка B – угловая точка с координатами: $x = -2,008 \text{ см}$, $y = 0$. Линия действия силы P проходит через точку A параллельно вертикальной полке. Одна из главных осей Ox является осью симметрии сечения. Линия действия силы P образует с главными осями равные углы в 45° . Положение точек, в которых определяются напряжения, отсчитываются от угловой точки B .

$$M_x = M \sin \alpha = 0,7071 M, \quad M_y = M \cos \alpha = 0,7071 M,$$

где M – суммарный изгибающий момент в сечении.

Преобразуем формулу (1.1)

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} \left(y + \frac{M_y}{M_x} \frac{J_x}{J_y} x \right) = 0,7071 \frac{M}{J_x} (y + 3,844 x). \quad (3.2)$$

Приравняв нормальные напряжения нулю, получаем уравнение нулевой линии

$$y_0 + 3,844 x_0 = 0. \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) – уравнение прямой, проходящей через точку O и точку C с координатами $x_0 = 1 \text{ см}$, $y_0 = -3,844 \text{ см}$.

По формуле (3.2), предварительно определив величину и знак координат точек 1, 2, ..., 7 и суммарный изгибающий момент, подсчитываем напряжения в этих точках и результаты заносим в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Номера точек	1	2	3	4	5	6	7
x , мм							
y , мм							
σ , МПа							

Вычисления проводим при $P = 5 \text{ кг}$ и $l = 1 \text{ м}$.

$$M = P l = 5 \text{ кг} \cdot \text{м} = 49,05 \text{ [Н} \cdot \text{м]};$$

$$J_x = 178 \cdot 10^{-6} \text{ [м}^3 \cdot \text{мм]};$$

$$0,7071 \frac{M}{J_x} = 0,7071 \frac{49,05}{178} = 0,1948 \text{ [МПа /мм]}.$$

И формула (3.2) переходит в $\sigma = 0,195 (y + 3,84x)$ [МПа] при условии, что значения координат x и y подставляются в формулу в мм.

Экспериментальное определение напряжений

Для наблюдения явления косоугольного изгиба применим модель балки с одним зашпеченным, другим свободным концом (рис. 3.2).

Поперечное сечение $A - A$ дано на рис. 3.1. Нагрузка осуществляется приложением сосредоточенного груза, подвешиваемого к свободному концу на оси балки, в центре изгиба торцевого сечения – точке A . Одна из полок уголка вертикальна, а вторая – горизонтальна.

Для экспериментального определения нормальных напряжений на балке на расстоянии $l = 1000$ мм от нагруженного торца закреплены тензодатчики омического сопротивления 1 ± 7 с базой в 10 мм. Центры датчиков расположены в точках 1 ± 7 рис. 3.1. Осевые линии тензодатчиков направлены параллельно оси консоли Oz . Такое их расположение позволяет экспериментально определить нормальные напряжения σ в различных точках одного поперечного сечения (рис. 3.1). Все тензодатчики подсоединены к автоматическому измерителю деформаций (АИД) с коэффициентом чувствительности $k = 10^{-5}$. Во время опыта консоль последовательно нагружается силой равной 1 кг, 6 кг и 11 кг, при одинаковом приращении $P = 5$ кг = 49,05 Н.

Со шкалы АИД снимаются показания датчиков и данные записываются в табл. 3.1. Сразу после опыта вычисляются приращения показаний и средние значения приращений за три нагружения. Так как нагружения проводятся в пределах упругости, то опыт можно считать завершенным, если приращения показаний по данному датчику незначительно отличаются от их среднего значения.

3.2 Результаты испытаний

кг	Показания прибора							Приращения показаний						
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
1								////	////	////	////	////	////	////
6														
11														
Среднее приращение														

Значения экспериментальных напряжений в каждой данной точке сечения считаем по формуле

$$\sigma = E k \Delta n, \quad (3.4)$$

где Δn – средние значения приращений показаний прибора АИД, соответствующие каждому тензодатчику; k – коэффициент чувствительности, E – модуль упругости материала балки равный $2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Примечание. Формула (3.1) верна при условии, что сила приложена в центре изгиба. Центр изгиба это точка, относительно которой момент касательных сил в сечении при поперечном изгибе равен нулю. Для уголкового сечения центр изгиба находится в точке пересечения средних линий полок – точке A . При приложении силы в центре тяжести – точке O наряду с косым изгибом наблюдается стесненное кручение моментом $(1,42 - 0,25) P = 1,17 P$ (1,17 см) сопровождаемое деформацией сечений, при котором в формуле (3.1) формально появляется дополнительное слагаемое B_{ω} / J_{ω} , здесь B_{ω} – бимомент, J_{ω} – главный секториальный момент инерции сечения, ω – главная секториальная площадь. Но для уголкового сечения главная секториальная площадь ω равна нулю, поэтому фактически это слагаемое при приложении силы в центре тяжести уголка отсутствует. Если силу приложить в центре тяжести, то нормальные напряжения теоретически не изменяются и расчеты тоже, но стержень будет испытывать косоугольный изгиб с кручением.

Сравнение расчетных и экспериментальных напряжений

Нормальные напряжения, полученные экспериментально и теоретически, заносятся в табл. 3.3 и определяется процент расхождения результатов.

Таблица 3.3

Точка	1	2	3	4	5	6	7
Теоретические значения напряжений							
Экспериментальные напряжения							
Расхождения, %							

Содержание отчета

- 1 Эскиз лабораторной установки с отметкой мест наклейки датчиков (рис. 3.1, 3.2).
- 2 Вычисление напряжений.
- 3 Все три заполненные таблицы вычислений и измерений.
- 4 Выводы о результатах.

Контрольные вопросы

- 1 Какой вид деформации называется косым изгибом?
- 2 К каким усилиям приводятся внутренние силы при косом изгибе?
- 3 Как определяется положение нулевой линии при косом изгибе и на какие зоны она делит поперечное сечение?
- 4 Как нейтральная линия расположена по отношению к плоскости изгибающего момента?
- 5 В какой точке поперечного сечения возникает максимальное напряжение?
- 6 Какая точка поперечного сечения стержня называется центром изгиба?
- 7 Как изменятся нормальные напряжения в поперечном сечении стержня с уголковым сечением при переносе силы из центра изгиба в центр тяжести сечения?
- 8 Как изменятся деформации стержня при переносе силы из центра изгиба в центр тяжести сечения?

Лабораторная работа № 4

КОСОЙ ИЗГИБ

Цель работы: изучение законов изменения напряжений в поперечном сечении балки при ее косом изгибе, определение перемещений и установление наиболее невыгодного положения силовой линии.

Теоретические основы

При косом изгибе (рис. 4.1) силовая линия не совпадает ни с одной из главных центральных осей поперечного сечения. Напряжения в любой точке поперечного сечения определяются по формуле

$$\sigma_x = \pm M \left(\frac{y \cos \varphi}{J_x} + \frac{x \sin \varphi}{J_y} \right), \quad (4.1)$$

где y, x – координаты тех точек поперечного сечения, в которых определяются напряжения; $M = P z_0$ – полный изгибающий момент в рассматриваемом сечении (рис. 4.2, а); φ – угол между силовой линией и вертикальной осью поперечного сечения – осью OY ; I_y, I_x – осевые моменты инерции относительно главных центральных осей поперечного сечения. Перед формулой (1) нужно поставить знак "+", если полный изгибающий момент вызывает растяжение той части поперечного сечения бруса, которая располагается в первой четверти главных центральных осей X, Y .

Для сечений, у которых $I_y \neq I_x$, при косом изгибе нейтральная линия не перпендикулярна силовой и имеет угол наклона к оси X , равный углу (рис. 4.1.), тангенс которого определяется из условия равенства нулю нормальных напряжений по формуле

$$\operatorname{tg} \beta = -\operatorname{tg} \varphi \frac{J_x}{J_y}. \quad (4.2)$$

Угол откладывается от оси OX в том же направлении в каком отклоняется на угол силовая линия от оси OY .

Определение перемещений свободного торца консольно закрепленной балки может быть выполнено по следующей зависимости

$$V = \frac{P l^3}{3 E J_{\text{но}}}, \quad (4.3)$$

где V – величина полного перемещения свободного торца балки; P – нагрузка, приложенная к свободному торцу балки (рис. 4.2, а); E – модуль упругости материала балки; $J_{\text{но}}$ – момент инерции относительно нейтральной оси.

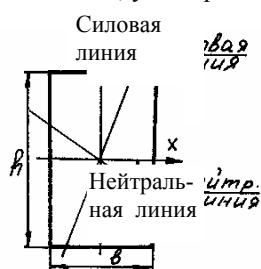


Рис. 4.1

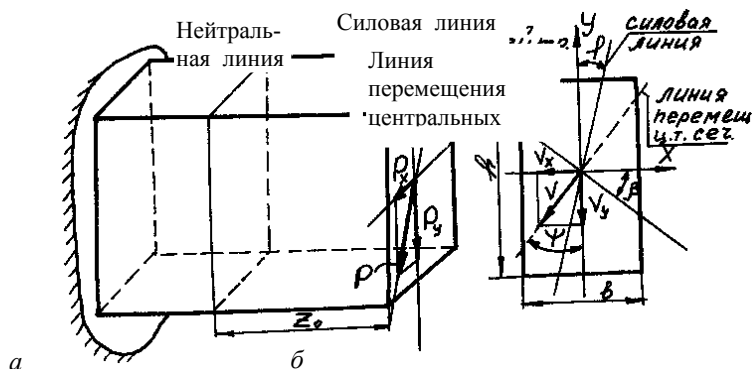


Рис. 4.2

Следует напомнить, что при косом изгибе нейтральная ось не совпадает ни с одной из главных центральных осей поперечного сечения и величина $J_{но}$ может быть найдена только путем перехода от осей XU к наклонным осям, одна из которых совпадает с нейтральной линией.

Величину и направление полного перемещения можно найти через его составляющие, а именно, через проекции перемещений на ось X (V_x) и на ось Y (V_y). Для этого найдем проекции усилия P на оси X и Y :

$$P_x = P \sin \varphi, \quad P_y = P \cos \varphi \quad (4.4)$$

и перемещения свободного торца балки (рис. 4.2, б), в горизонтальном направлении

$$V_x = \frac{P_x l^3}{3EJ_y}$$

и в вертикальном

$$V_y = \frac{P_y l^3}{3EJ_x} \quad (4.5)$$

Тогда величина полного прогиба может быть найдена по формуле:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}, \quad (4.6)$$

а направление полного перемещения, в частности, его тангенс угла наклона к оси OY будет определяться величиной соотношения V_x к V_y

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{V_x}{V_y} = \frac{P_x J_x}{P_y J_y} = \operatorname{tg} \varphi \frac{J_x}{J_y} \quad (4.7)$$

Сравнивая уравнения (2) и (7), можно отметить, что направление полного прогиба осуществляется по нормали к нейтральной линии (рис. 4.2, б). При косом изгибе балок, поперечные сечения которых имеют существенно различные моменты инерции относительно главных центральных осей, величины нормальных напряжений в значительной мере оказываются зависимыми от положения силовой линии. Наиболее невыгодным будем считать такое положение силовой линии, когда при постоянной величине нагрузки в рассматриваемом сечении нормальное напряжение в опасных точках приобретают экстремальные значения. Экстремумы напряжений могут быть найдены из условия равенства нулю первой производной от напряжений по углу наклона силовой линии к оси OY

$$\frac{d\sigma}{d\varphi} = \frac{d}{d\varphi} \left[M \left(\frac{y \cos \varphi}{J_x} + \frac{x \sin \varphi}{J_y} \right) \right] = M \left[\frac{y(-\sin \varphi)}{J_x} + \frac{x(\cos \varphi)}{J_y} \right] = 0 \quad (4.8)$$

Величина момента не может быть равна нулю, поэтому нужно потребовать равенства нулю выражения в скобках

$$-\frac{y \sin \varphi}{J_x} + \frac{x \cos \varphi}{J_y} = 0 \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{x J_x}{y J_y} \quad (4.9)$$

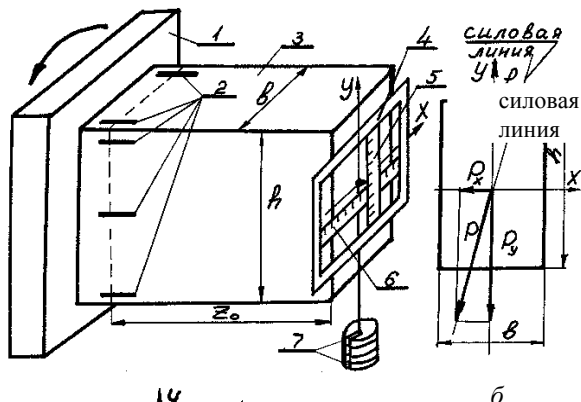
Наибольшие напряжения в поперечном сечении будут действовать в точках A и B (рис. 4.6), наиболее удаленных от нейтральной линии. Подставляя в уравнение (4.9) координаты точки A ($y = +h/2$; $x = +b/2$) или точки B ($y = -h/2$; $x = -b/2$), получим

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{b}{2} \frac{2}{h} \frac{h^3}{12} \frac{12}{b^3 h} = \frac{h}{b} \quad (4.10)$$

При $h = 20$ мм, $b = 7,5$ мм находим $\operatorname{tg} \varphi_0 = 2,666$, что соответствует углу $\varphi_0 = 69,45^\circ = 69^\circ 27'$.

Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка (рис. 4.3) представляет собой балку 3 прямоугольного поперечного сечения $20 \times 7,5$ мм, закрепленную консольно в устройстве 1, позволяющем осуществлять поворот балки на угол, кратный 10° , вокруг ее продольной оси.



Необходимо обратить особое внимание на то, что максимальная величина сменных грузов не должна превышать 40Н (4 кгс). Для определения напряжений в поперечном сечении балки, расположенном на расстоянии $z_0 = 400$ мм от свободного торца, наклеены восемь тензодатчиков сопротивления 2. Схема их наклейки приведена на рис. 4.4. Регистрация показаний тензодатчиков осуществляется с помощью автоматического измерителя деформаций АИД-4М, цена деления которого составляет $K = 10^{-5}$. Определение величины перемещений производится с помощью рамки 4, на которой закреплены две шкалы 5 и 6, позволяющие независимо друг от друга регистрировать величины вертикального и горизонтального перемещений свободного торца балки.

Следует отметить, что при $\varphi = 0$, силовая линия совпадает с вертикальной осью OY и при повороте балки вокруг продольной оси силовая линия поворачивается в противоположную сторону, т.е. при повороте балки против часовой

Рис. 4.4 Схема наклейки тензодатчиков

1									
2									
3									
Средние значения	ΔP	Δn_1	Δn_2	Δn_3	Δn_4	Δn_5	Δn_6	Δn_7	Δn_8
Значения $\sigma^{\text{эксп}}$ в точках 1÷8 при ΔP									

Из точек, в которых наклеены тензодатчики, проводят линии, параллельные нейтральной, до пересечения с линией СД. Вдоль этих линий от линии СД откладываем величины экспериментальных напряжений, вычисляемых по формуле

$$\sigma_i^{\text{эксп}} = \Delta n_i k E = (n_{ik} - n_i) k E, \quad (4.11)$$

где Δn_i – разница в показаниях i -го тензодатчика при изменении нагрузки на величину ΔP ; k – цена деления прибора АИД-4М ($k = 10^{-5}$); E – модуль упругости материала балки ($E = 10^{11}$ Па). Найденные значения $\sigma_i^{\text{эксп}}$ (табл. 4.3) позволяют получить ряд точек (рис. 4.6), через которые проводится прямая, ограничивающая эпюру $\sigma^{\text{эксп}}$. По построенной эпюре $\sigma^{\text{эксп}}$ определяются экстремальные значения экспериментальных напряжений $\sigma_{\text{max/min}}^{\text{эксп}}$, которые помещаются в табл. 4.4 и затем вычисляется величина получающейся погрешности.

По первой части работы отчет должен содержать схему нагружения бруса, экспериментальные значения перемещений его свободного торца V_x и V_y , записанные в табл. 4.1, расчетные значения перемещений V_x и V_y , их сравнения с экспериментальными результатами (табл. 4.4).

4.4 Сравнение результатов расчета и эксперимента

				Наиболее невыгодное нагружение φ_0 при $\Delta n = \Delta n_{\text{экстр}}$	Напряжения σ в точках	
	V_x	V_y	$V_{\text{пол}}$		А	В
Расчетные величины						
Экспериментальные величины						
Ошибка рас. – эксп. 100 % рас.						

По второй части работы отчет должен содержать схему нагружения бруса с указанием направления поворота бруса, экспериментальные значения Δn для одного из тензодатчиков, наиболее удаленных от нейтральной линии, записанные через каждые 10° поворота бруса вокруг продольной оси (табл. 4.2), график зависимости Δn от φ (рис. 4.5), экспериментальное значение φ_0 , соответствующее наибольшей величине Δn , и сравнение величин φ_0 с ее расчетным значением (табл. 4.4).

По третьей части работы отчет должен содержать схему нагружения бруса при заданном значении угла φ , экспериментальные значения напряжений в тех точках, где наклеены тензодатчики (табл. 4.3), экспериментальную эпюру нормальных напряжений (рис. 4.6); расчетное определение напряжений в рассматриваемом поперечном сечении бруса в точках А и В и сравнение величин напряжений, полученных расчетным путем и экспериментально (табл. 4.4).

Контрольные вопросы

- 1 Как называется линия, представляющая собой границу растянутой и сжатой зон поперечного сечения бруса при его косом изгибе?
- 2 Проходит ли нейтральная линия при косом изгибе через центр тяжести поперечного сечения?
- 3 Вдоль какой линии происходит перемещение центра тяжести поперечного сечения бруса при его косом изгибе?
- 4 Для какого типа сечений φ – угол наклона силовой линии к оси OY будет равен β – углу наклона нейтральной оси к оси OX ?
- 5 Будут ли меняться максимальные нормальные напряжения в балке квадратного поперечного сечения при повороте силовой линии?

Лабораторная работа № 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ВНЕЦЕНТРОМ

РАСТЯЖЕНИИ

Цель работы: опытное определение напряжений при внецентренном растяжении и сравнение их с результатами аналитического расчета.

Определение напряжений расчетным путем

Если линия действия продольной силы не совпадает с продольной осью, проходящей через центр тяжести сечения, то брус испытывает внецентренное растяжение.

При внецентренном растяжении в поперечном сечении образца возникает продольная сила и изгибающие моменты M_x и M_y . Экстремальные напряжения в поперечном сечении бруса определяются по формуле

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \pm \left(\frac{M_x}{J_x} y + \frac{M_y}{J_y} x \right). \quad (5.1)$$

В нашем случае для проведения испытания берется образец из исследуемого материала с прямоугольным поперечным сечением (рис. 5.1).

К нему прикреплены тензометры 9 и 10. При этом в сечении образца, изображенном на рис. 5.1, возникают растягивающее усилие N и момент M_x . Момент M_y отсутствует, т.к. линия действия силы проходит через ось y .

Аналитически напряжения в поперечном сечении бруса в данном случае определяются по формуле

$$\sigma_z = \frac{N}{F} \pm \frac{M_x}{W_x}, \quad [кг/м^2], \quad (5.2)$$

где $W_x = \frac{bh^2}{6}$, $[м^3]$ – момент сопротивления площади поперечного сечения бруса; F , $[м^2]$ – площадь поперечного сечения.

При вычислении σ_z под N следует понимать приращение силы

$$\Delta P = P_k - P_n,$$

где P_n и P_k – начальное и конечное значение силы P .

Величина изгибающего момента $M_x = \Delta P l$.

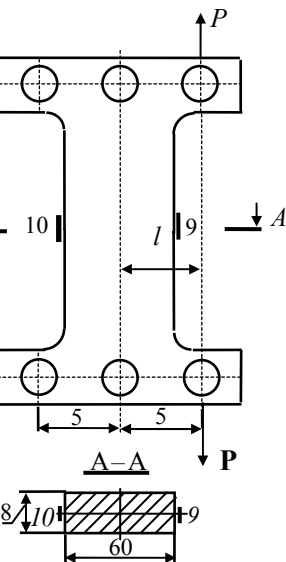


Рис. 5.1

Описание эксперимента

Испытания проводятся на универсальной испытательной машине УМ-5, описание принципа действия которой дается в лабораторной работе № 6 (Сопротивление материалов Ч. I).

Для экспериментального определения напряжений следует приложить к заранее обмеренному образцу нагрузку P и снять показания датчиков 9 и 10 и записать значение силы и показания датчиков в таблицу испытаний. Затем два раза увеличивают нагрузку на величину ΔP , оба раза снимают показания датчиков 9 и 10 и вносят полученные данные в табл. 5.1.

5.1 Результаты испытаний

№ опыта	Нагрузка P , кг	Показание датчиков		Приращение показаний		
		T_9	T_{10}	ΔP	ΔT_9	ΔT_{10}
1				////////////////	////////////////	////////////////
2						
3						
Среднее						

Обработка результатов испытаний

Обработка опытных данных заключается в следующем. Рассчитывают величины ΔT_9 и ΔT_{10} по формулам:

$$\Delta T_{19} = T_{19} - T_{09}; \quad \Delta T_{110} = T_{110} - T_{010},$$

где $\Delta T_{I 9}$ и $\Delta T_{II 9}$ – приращение показаний датчиков 9 и 10 при первом увеличении нагрузки от P_n до $P_n + \Delta P$, $T_{0 9}$, $T_{0 10}$ – показания датчиков при нагрузке P_n ; $T_{1 9}$, $T_{1 10}$ – показания датчиков при нагрузке $P_n + \Delta P$. Для нагрузки $P_n + 2\Delta P$ имеем $\Delta T_{II 9} = T_{2 9} - T_{1 9}$; $\Delta T_{II 10} = T_{2 10} - T_{1 10}$

$$\Delta T_9 = \frac{\Delta T_{I 9} + \Delta T_{II 9}}{2}, \quad \Delta T_{10} = \frac{\Delta T_{I 10} + \Delta T_{II 10}}{2}.$$

Значение деформации в точках 9 и 10 определим по формулам:

$$\varepsilon_9 = \Delta T_9 k; \quad \varepsilon_{10} = \Delta T_{10} k,$$

где $k = 10^{-5}$ – коэффициент чувствительности тензодатчика.

Значение напряжений в точках 9 и 10 определяем по закону Гука

$$\sigma_9 = \varepsilon_9 E; \quad \sigma_{10} = \varepsilon_{10} E.$$

Максимальная нагрузка при проведении экспериментов не должна превышать 1200 кг.

5.2 Сравнение расчетных и экспериментальных результатов

Напряжения	Расчетные значения	Опытные значения	Разница в %

Содержание отчета

- 1 Название и цель работы.
- 2 Схема расположения тензодатчиков на образце с указанием линии действия силы.
- 3 Таблицы 5.1, 5.2.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое внецентренное растяжение (сжатие)?
- 2 К каким равнодействующим приводятся внутренние силы при внецентренном нагружении?
- 3 Напишите формулу для определения нормальных напряжений при внецентренном растяжении (сжатии).
- 4 Что такое нулевая линия и как записывается ее уравнение?
- 5 Что такое ядро сечения?

Лабораторная работа № 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПЛОСКОЙ РАМЫ

Цель работы: экспериментальное определение вертикальных составляющих перемещений узловых сечений плоской рамы и сравнение их со значениями, полученными аналитическим путем.

Определение теоретической величины перемещения

Рама представляет собой плоско-пространственную систему, изображенную на рис. 6.1. Для определения перемещений в подобных системах удобно пользоваться энергетическим методом, находя значения с помощью интеграла Мора

$$\Delta = \int_l \frac{N \bar{N}}{E F} dx + \eta_1 \int_l \frac{Q_y \bar{Q}_y}{G F} dx + \eta_2 \int_l \frac{Q_z \bar{Q}_z}{G F} dx + \int_l \frac{M_x \bar{M}_x}{G I_x} dx + \int_l \frac{M_y \bar{M}_y}{E I_y} dx + \int_l \frac{M_z \bar{M}_z}{E I_z} dx. \quad (6.1)$$

При написании данной формулы предполагалось, что ось Ox совпадает с продольной осью бруса на каждом из участков и интегрирование производится по всем участкам с суммарной длиной l . В ней обозначено: \bar{M}_y и \bar{M}_z – изгибающие моменты относительно осей y и z поперечных сечений соответственно, возникающие в единичном состоянии; M_y и M_z – то же, в действительном состоянии; \bar{Q}_y и \bar{Q}_z – поперечные силы, параллельные осям соответственно y и z поперечного сечения, возникающие в единичном состоянии; Q_y и Q_z – то же, в действительном состоянии; \bar{M}_x и M_x – крутящие моменты, возникающие в единичном и действительном состоянии; \bar{N} и N – продольные силы в этих же состояниях; I_y и I_z – осевые моменты инерции; I_x – момент инерции кручения (для круглого сечения $I_x = I$, где I – полярный момент инерции).

Так как данная рама работает преимущественно на изгиб и кручение (продольные силы не возникают), а члены, зависящие от поперечных сил, достаточно малы, то в расчетах учитываются только последние три слагаемых.

Проведение испытания

Испытания производятся на специальной лабораторной установке (рис. 6.1), состоящей из плоской рамы l , с жестко защемленным концом (сечение A).

Нагружение системы производится в узлах с помощью подвеса и грузов. Вертикальная составляющая перемещения данного узла определяется индикатором часового типа ИЧ-10 2 с ценой деления 0,01 мм, закрепленного в штативе 3. Перед началом испытаний производится обмер геометрических размеров рамы и определяются геометрические характеристики сечения. Материал бруса – сталь 3. Модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^4$ МПа. Затем по заданию преподавателя в одном из узлов рамы устанавливается подвес, а в каком-либо другом – индикатор. Шток индикатора по возможности располагается строго вертикально.

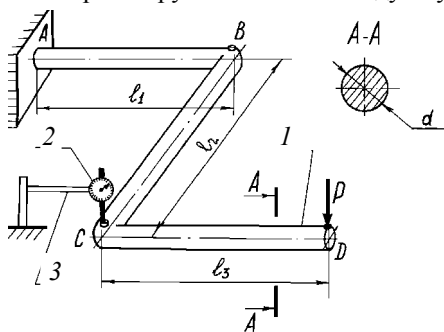


Рис. 6.1 Схема экспериментальной установки

Нагрузка в зависимости от места приложения меняется равными ступенями по 1 кг или 5 кг. При каждой нагрузке P определяются показания индикатора n . Необходимо учитывать, что максимальный ход штока индикатора 10 мм. Значения P и n заносятся в таблицу результатов испытаний. Затем опыт повторяется при новом значении нагрузки или в новой точке определения перемещения.

6.1 Таблица результатов испытаний

	т. B	т. C	т. D	ΔP , кг	№ опыта Δn_B	Нагрузка P , кг		Отсчеты по индикатору, 0,01 мм	Приращение показаний
						Δn_C	Δn_D		
1				////	////	////	////	////	
2									
3									
Среднее									

Содержание отчета

- 1 Название и цель работы.
- 2 Схема экспериментальной установки.
- 3 Данные испытаний и теоретического расчета.
- 4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

- 1 Запишите формулу Мора для определения перемещений пространственного бруса.
- 2 Какими составляющими в формуле Мора при определении вертикального перемещения в данной раме можно пренебречь и почему?
- 3 Каков порядок вычисления интеграла Мора графическим способом (метод Верещагина)?
- 4 Как определить полное перемещение одной из точек пространственного бруса?

Лабораторная работа № 7

ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Цель работы: проверить опытным путем теорему о взаимности перемещений.

Теоремы о взаимности работ и перемещений

Теорема о взаимности работ относится к числу общих теорем сопротивления материалов, прямо вытекает из принципа независимости действия сил и применима ко всем системам, для которых соблюдается этот принцип. Сформулирована она следующим образом: работа сил первого состояния на перемещениях по их направлениям, вызванных силами второго состояния, равна работе сил второго состояния на перемещениях по их направлениям, вызванных силами первого состояния (рис. 7.1).

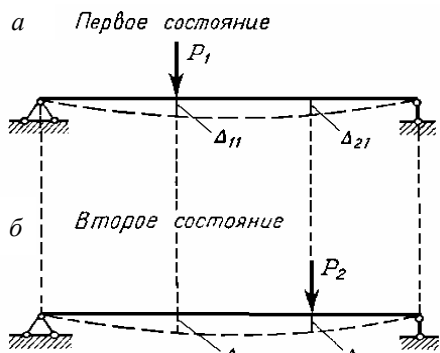


Рис. 7.1

Для опытной проверки теоремы о взаимности перемещений рама нагружается с помощью подвеса и гирь вертикальной силой в узле D (рис. 7.2, а), а в узле C по индикатору часового типа определяется вертикальная составляющая перемещения. Замеры перемещений проводятся при изменении силы равными ступенями по 1 кГ (выполняется три-четыре измерения).

Первое состояние системы

Второе состояние системы

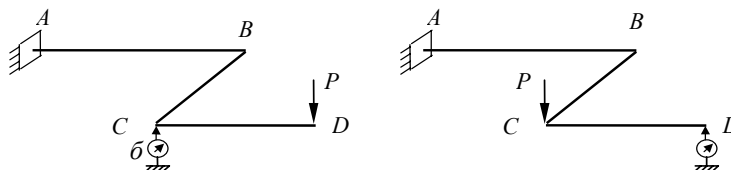


Рис. 7.2 Схема эксперимента

Во втором состоянии (рис. 7.2, б) рама нагружается точно также, но в узле C , а деформация определяется в узле D . Результаты заносятся в таблицу 7.1 результатов испытаний. По окончании опыта сравниваются средние значения вертикальных составляющих перемещений узлов C и D в первом и во втором состоянии и делаются соответствующие выводы. Теоретические значения перемещений определяются также как и в лабораторной работе № 6.

7.1 Результаты испытаний

Первое состояние системы				Второе состояние системы			
нагрузка, кГ	приращение нагрузки, кГ	отсчеты по индикатору, 0,01 мм	приращение отсчетов, 0,01 мм	нагрузка, кГ	приращение нагрузки, кГ	отсчеты по индикатору, 0,01 мм	приращение отсчетов, 0,01 мм
P	ΔP	n_c	Δn_c	P	ΔP	n_D	Δn_D
	//////////		//////////		//////////		//////////
Среднее приращение				Среднее приращение			

Содержание отчета

- 1 Название и цель работы.
- 2 Схема экспериментальной установки.
- 3 Данные испытаний и теоретического расчета.
- 4 Выводы по работе.

Контрольные вопросы

- 1 Как формулируется теорема о взаимности работ?
- 2 Как формулируется теорема о взаимности перемещений?
- 3 Какое практическое применение имеет теорема о взаимности перемещений?

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИИ НА СРЕДНЕЙ ОПОРЕ В ДВУХПРОЛЕТНОЙ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКЕ

Цель работы: опытное определение величины опорной реакции в статически неопределимой балке и сравнение с результатом аналитического расчета.

Аналитический расчет реакции средней опоры

Расчетная схема балки представлена на рис. 8.1. Рассматриваемая балка один раз статически неопределима.

Для раскрытия статической неопределимости используем метод сил. За лишнее неизвестное принимается реакция средней опоры x . Эквивалентная схема показана на рис. 8.2.

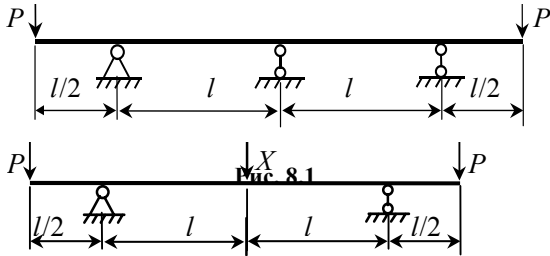


Рис. 8.2

Каноническое уравнение имеет вид

$$\delta_{11} x + \Delta_{1P} = 0. \quad (8.1)$$

Для вычисления δ_{11} и Δ_{1P} по способу Верещагина надо построить для единичного состояния эпюру изгибающих моментов \bar{M} и эпюру изгибающих моментов M_p для грузового состояния (рис. 8.3, 8.4).

Единичное перемещение δ_{11} определяется путем "умножения" эпюры \bar{M} саму на себя

$$EJ \delta_{11} = \left(\frac{1}{2} \frac{l}{2} \frac{l}{2} \frac{2}{3} \frac{l}{2} \right) 2 = \frac{l^3}{12}, \quad EJ \Delta_{1P} = - \frac{1}{2} \frac{l}{2} \frac{l}{2} \frac{Pl}{2} 2 = - \frac{Pl^3}{8}.$$

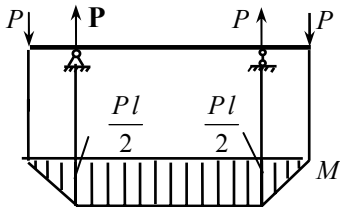


Рис. 8.3

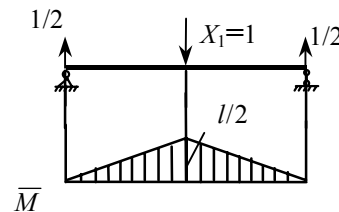


Рис. 8.4

Перемещение Δ_{1P} определяется путем "перемножения" эпюры M_p на \bar{M} . Подставляя в уравнение (1) δ_{11} и Δ_{1P} , получим величину опорной реакции $X_1 = - \frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{3}{2} P$.

Экспериментальное определение реакции средней опоры

Экспериментальная установка (рис. 8.5) представлена балкой 1, которая с помощью подвесок 3 нагружена на концах консолей гириями 2. Вместо средней опоры укреплена подвеска 4 на которую подвешены гири. Индикатор 7 поддерживается приспособлением 6. Измерительный штифт соприкасается с балкой в месте нахождения средней опоры.

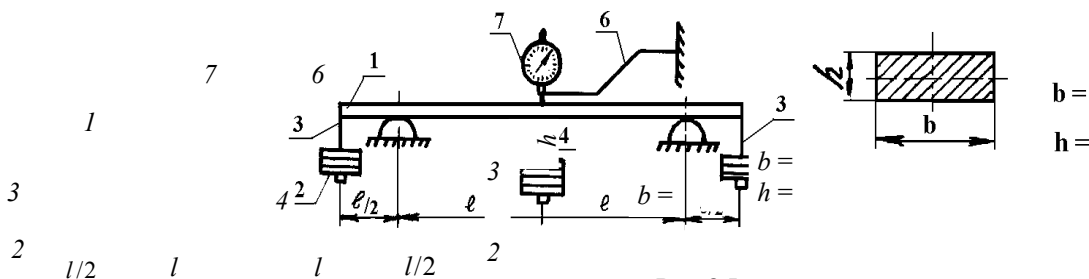


Рис. 8.5

Описание эксперимента

В балке удаляется средняя опора (рис. 8.5) и при отсутствии нагрузки 2 записывается показание n_1 индикатором 7 в табл. 8.1.

Далее балка на концах консолей загружается гириями 2 (P_2). Максимальная нагрузка не должна превышать 20 кг. При этом балка прогнется и стрелка индикатора займет новое положение. Показание индикатора записывается в табл. 8.1. Затем на подвеску 4 укладываются гири (P_4) до тех пор пока показание индикатора не станет равным первоначальному показанию n_1 . Так как прогиб в этом случае будет равен нулю, нагрузка P_4 , приложенная к балке будет равна реакции средней опоры заданной статически неопределимой балки. Величина реакции $R = x$ записывается в таблицу. Опыт повторяется два раза и берется средний результат. Средняя величина опытного значения реакции записывается в табл. 8.2. и сравнивается с расчетным.

8.1 Результаты испытаний

№ опыта	Нагрузка		Реакция $R = x$	Показания индикатора
	P_2	P_4		
1				$n_1 =$
				$n_1 =$
				$n_1 =$
2				$n_1 =$
				$n_1 =$
				$n_1 =$
Среднее			R	

8.2 Сравнение полученных результатов

Реакция	Расчетное значение	Экспериментальное значение	Разница, %
$R = x$			

Содержание отчета

1 Определение реакции средней опоры расчетным путем. Показать расчетную схему, эквивалентную систему, грузовое и единичное состояние эпюры M_p и \bar{M} .

2 Схема экспериментальной установки.

3 Экспериментальное определение величины средней опоры.

4 Сравнение расчетного и экспериментального результатов.

Контрольные вопросы

1 Какие балки называются неразрезными?

2 Степень статической неопределимости.

3 Порядок расчета неразрезной балки.

4 Что такое основная и эквивалентная схема?

Лабораторная работа № 9

СВОБОДНОЕ КРУЧЕНИЕ ТОНКОСТЕННОГО СТЕРЖНЯ

Цель работы: экспериментальное определение и сравнение величин касательных напряжений и деформаций свободного кручения тонкостенных стержней открытого и замкнутого профиля поперечного сечения.

Определение напряжений и деформаций расчетным путем

Испытанию в пределах упругости подвергаются два полых цилиндрических образца, изготовленных из стали. Один из образцов разрезан вдоль образующей (паз $a = 3,9$ мм). Все остальные параметры образцов одинаковы (рис. 17.1). Наружный диаметр образцов $d = 47$ мм, толщина стенки $h = 2,8$ мм, расчетная длина $l = 200$ мм, модуль Юнга $E = 1,9 \cdot 10^5$ МПа, модуль сдвига $G = 7,8 \cdot 10^4$ МПа.

Как известно, при свободном кручении стержня круглого и кольцевого поперечного сечения в поперечном сечении возникают только касательные напряжения, перпендикулярные к радиусу τ . В силу закона парности касательных напряжений прямоугольные бесконечно малые элементы, у которых одна из сторон лежит в плоскости поперечного сечения, а вторая в осевых сечениях (в продольных плоскостях), находятся в условиях чистого сдвига. Поэтому главные напряжения имеют следующие значения

$$\sigma_1 = \tau, \quad \sigma_2 = 0, \quad \sigma_3 = -\tau. \quad (9.1)$$

На поверхности образцов главные напряжения направлены под углом в 45° к образующим.

Приведем расчетные формулы и результаты вычисления теоретических значений наибольших касательных напряжений (при $\rho = R$ в предположении, что $R \gg h$) и углов закручивания на расчетной длине испытываемых образцов. Считаем, что образцы в торцевых сечениях, отстоящих друг от друга на расстояниях больших l , нагружены внешними моментами M , измеряемыми в Н·м. Индекс z – означает, что напряжения и деформации определены для стержня кольцевого поперечного сечения (замкнутого). Индекс o – для сечения, указанного на рис. 9.1 (открытого).

З а м к н у т ы й профиль:

$$\tau_z = \tau_{\max} = \frac{M}{W_p}, \quad \varphi_z = \frac{M l}{G J_p} \text{ [рад]}. \quad (9.2)$$

Здесь

$$W_p = \frac{\pi D^3}{16} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right] = 8,112 \cdot 10^{-6} \text{ [м}^3\text{]},$$

$$J_p = \frac{D}{2} W_p = 19,06 \cdot 10^{-8} \text{ [м}^4\text{]}, \quad \frac{l}{G J_p} = 13,45 \cdot 10^{-6} \text{ [1/Н} \cdot \text{м]}.$$

$$\tau_3 = 1,233 \cdot 10^5 M \text{ [Па]} = 0,1233 M \text{ [МПа]},$$

$$\varphi_3 = 13,45 \cdot 10^{-6} M \text{ [рад]} = 7,706 \cdot 10^{-4} M \text{ [град]}. \quad (9.3)$$

Открытый профиль:

$$\tau = \tau_{\max} = \frac{3M}{h^2 S}, \quad \varphi = \frac{3Ml}{G h^2 S}, \quad (9.4)$$

где s – длина дуги средней линии контура сечения.

$$S = 2\pi R - a = \pi(D - h) - a = 13,5 \text{ [см]}.$$

$$\frac{3}{h^2 S} = 2,834 \cdot 10^6 \text{ [м}^{-3}\text{]}, \quad \frac{3l}{G h^2 S} = 2,595 \cdot 10^{-3} \text{ [1/Н} \cdot \text{м]}.$$

$$\tau = 2,834 \cdot 10^6 M \text{ [Па]} = 2,834 M \text{ [МПа]},$$

$$\varphi = 2,595 \cdot 10^{-3} M \text{ [рад]} = 0,1487 M \text{ [град]} \quad (9.5)$$

Используя равенства (3) и (5), можно вычислить отношение напряжений и деформаций в образцах при одинаковых крутящих моментах.

$$\frac{\tau_0}{\tau_3} = \frac{2,834 M}{0,1233 M} = 23, \quad \frac{\varphi_0}{\varphi_3} = \frac{0,1487 \cdot 10^4 M}{7,706 M} = 193.$$

Таким образом, при одинаковых крутящих моментах, в образце открытого профиля напряжения в 23 раза, а углы закручивания в 193 раза больше, чем в образце замкнутого профиля.

Для образцов в данном опыте $D = 16,8h$, $a = 1,39h$. При изменении этих отношений изменяется и величины отношений напряжений и углов закручивания при фиксированном значении крутящего момента M . Пользуясь формулами (9.2) и (9.4), легко подсчитать соответствующие величины.

При $a = 1,5h$, получаем:

при $D = 10h$: $\tau_0/\tau_3 = 13$, $\varphi_0/\varphi_3 = 65$;
 при $D = 20h$: $\tau_0/\tau_3 = 28$, $\varphi_0/\varphi_3 = 279$;
 при $D = 100h$: $\tau_0/\tau_3 = 143$, $\varphi_0/\varphi_3 = 7162$.

Определение напряжений и деформаций экспериментально

Описание установки и приборов

Испытание образцов производится на машине КМ-50. Образцы крепятся на специальных приспособлениях, обеспечивающих свободное (не стесненное) кручение при закреплении приспособлений в кленовых захватах машины. Скручивание образцов осуществляется с помощью ручного привода.

В процессе опыта измеряется относительный угол поворота двух поперечных сечений, отстоящих друг от друга на расстоянии того профиля (образца с пазом вдоль образующей) на два порядка больше образца с замкнутым сечением (без разреза). Поэтому для измерения угла используются разные приспособления.

Для измерения относительного угла поворота образца открытого профиля используется приспособление, изображенное на рис. 9.2.

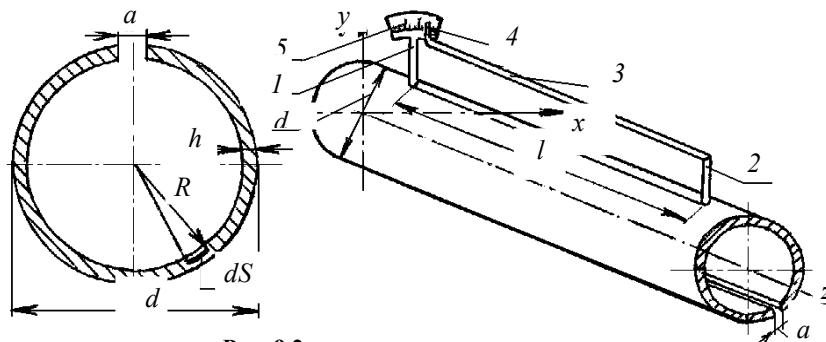


Рис. 9.1

Рис. 9.2

На образце на одной образующей на расстоянии l друг от друга укреплены, расположенные в радиальном направлении стержней 1 и 2. На первом стержне крепится шкала углов поворота, на втором – "Г" образный элемент 3 со стрелкой 4. До

нагружения образца стержня 1, 2 и стрелка расположены в одной плоскости, сечения в которых расположены стержни 1 и 2 повернутся на разные углы. Смещение стержня 2 относительно стержня 1 определяется перемещением стрелки 4 по шкале 5. Цена одного деления шкалы 1°. Измерения следует проводить с точностью до 0,5 деления.

Для измерения аналогичной деформации стержня со сплошным сечением используется индикаторный торсиометр (АС СССР № 1188516). Торсиометр содержит два соосно установленных кольца с винтами для крепления на образце и стрелочный индикатор, жестко связанный с одним из колец и кинематически через элемент связи ("Г" – образная планка) со вторым кольцом. Цена одного деления шкалы индикатора 0,01°. Измерения следует проводить с точностью до 0,5 деления.

Для экспериментального определения напряжений на каждом из образцов в пределах расчетной длины под углом в 45° к образующим наклеено по четыре тензодатчика омического сопротивления, подключенных к автоматическому измерителю деформации (АИД). Эти датчики позволяют фиксировать относительные удлинения вдоль главных напряжений σ_1 и σ_2 , численно равных максимальным касательным напряжениям, формула (9.1).

Проведение эксперимента

При многократном использовании образцов испытания можно проводить только в пределах упругости. Определим наибольшее допускаемое значение моментов в опыте при $[\tau] = 100$ МПа.

Замкнутый профиль $0,1233 M \leq 100, M \leq 811$ Н·м = 82 кГ·м.

Открытый профиль $2,833 M \leq 100, M \leq 35$ Н·м = 3,5 кГ·м.

Шкалы машины КМ-50 имеют деления в кГ·м, поэтому полученные результаты переведены в кГ·м. На маятнике машины могут быть установлены три различных груза, которые позволяют настроить машину на наибольшую величину скручивающего момента в 50 кГ·м, 20 кГ·м или 10 кГ·м. В зависимости от установленных на маятнике грузов измерение нагрузки производят по соответствующим шкалам.

При испытании образцов с замкнутым профилем следует установить на маятнике все грузы (один основной и два дополнительных) измерения по приборам проводить при нагружении в 10, 20, 30 и 40 кГ·м с шагом $M = 10$ кГ·м = 98,1 Н·м.

При испытании образца с открытым профилем следует снять все дополнительные грузы, измерения по приборам проводить при нагружении в 1; 1,5; 2; 2,5 кГ·м с шагом крутящего момента $M = 0,5$ кГ·м = 4,905 Н·м.

Устанавливаем один из образцов в захваты машины, выставляем шкалы нагрузок и деформации кручения на нули и с помощью ручки ручного привода загружаем образец начальной нагрузкой ($M = 1$ кГ·м – открытый профиль, $M = 10$ кГ·м – замкнутый) и снимаем показания со шкалы машины, прибора, определяющего угол закручивания, и прибора АИД по всем тензодатчикам. Увеличив нагрузку, вновь снимаем показания приборов. Результаты измерений во время эксперимента с каждым из образцов сводим в табл. 9.1.

По среднему значению Δl вычисляем главные напряжения:

$$\sigma_1 = |\sigma_2| = E \varepsilon = E k \Delta n_{\text{ср}}, \quad (9.6)$$

где k – безразмерный коэффициент чувствительности тензодатчика к деформациям. Значение k близко к 10^{-5} . Уточнить его значение надо у преподавателя. $\Delta n_{\text{ср}}$ – среднее значение приращений показаний прибора АИД всех четырех тензодатчиков взятых по абсолютному значению. Найденные по формуле (9.6) главные напряжения численно равны наибольшим значениям касательных напряжений в поперечном сечении.

Таблица 9.1

M, кГ·м	ΔM , кГ·м	m	Δm	n				Δn			
				1	2	3	4	1	2	3	4
	//////		//////					//////	//////	//////	//////
ср.		ср.		Среднее							

Примечание: m – число делений, соответствующее углу закручивания; n – касательным напряжениям; Δm и Δn – приращения этих величин.

Напряжения и деформации, полученные теоретически и экспериментально, заносятся в таблицу сравнения полученных результатов (табл. 9.2) и определяется процент расхождения результатов.

Таблица 9.2

Вид профиля поперечного сечения	Определяемая величина	Теоретически значения	Экспериментальные значения	Расхождение, %
---------------------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------------	----------------

Замкнутый	Напряжения в МПа	12,1		
	Угол закручивания в градусах	0,0756		
Открытый	Напряжения в МПа	13,9		
	Угол закручивания в градусах	0,729		

Содержание отчета

- 1 Описание образцов.
- 2 Характеристики измерительных устройств и датчиков.
- 3 Заполненные протоколы испытаний и таблицу сравнения полученных результатов.
- 4 Вывод по результатам работы.

Контрольные вопросы

- 1 Объясните разницу между свободным и стесненным кручением.
- 2 Чем отличается открытый профиль поперечного сечения от замкнутого?
- 3 В каких точках образцов, используемых в работе, возникают максимальные нормальные напряжения и максимальные касательные напряжения, по каким площадкам они действуют и как они направлены?
- 4 Какие деформации возникают в испытываемых в работе образцах?
- 5 Какие параметры поперечного сечения надо изменить и как, чтобы уменьшить при заданной нагрузке величины напряжений и деформаций?

Лабораторная работа № 10

СТЕСНЕННОЕ КРУЧЕНИЕ ТОНКОСТЕННОГО УПРУГОГО СТЕРЖНЯ

Цель работы: опытное определение положения центра изгиба и нормальных напряжений в поперечном сечении тонкостенного стержня при изгибе с кручением; сравнение полученных величин с результатами расчета.

Определение положения центра изгиба (кручения) расчетным путем

Для заданного тонкостенного стержня показываем поперечное сечение (рис. 10.1); строим профиль (рис. 10.2), эпюру толщины (рис. 10.3) и единичную эпюру (рис. 10.4). Находим площадь поперечного сечения

$$A = \int_s \delta ds .$$

Поскольку, толщина δ на отдельных участках контура постоянна, то

$$A = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} ds .$$

Учитывая, что контур состоит из прямолинейных участков, интегрирование заменяем перемножением эпюр. Для этого последнее выражение представим в следующем виде

$$A = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} 1 \cdot ds .$$

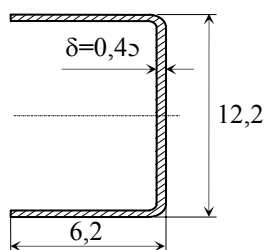


Рис. 10.1 Поперечное сечение стержня, см

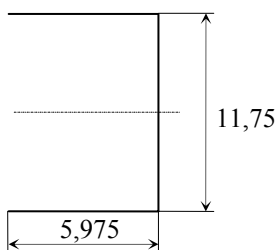


Рис 10.2 Профиль поперечного сечения

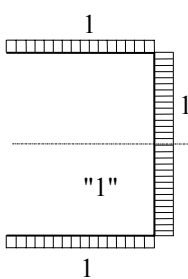
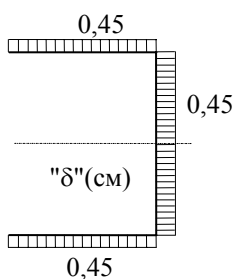


Рис. 10.3 Эпюра толщины

Рис. 10.4 Единичная эпюра

Тогда значение площади A найдем путем суммирования по всем n участкам контура результатов перемножения единичной эпюры "1" самой на себя с учетом толщины δ_i

$$A = 0,45 (1 \cdot 5,975 \cdot 1 + 1 \cdot 11,75 \cdot 1 + 1 \cdot 5,975 \cdot 1) = 10,665 \text{ см}^2.$$

Выбираем исходные оси y_1 и z_1 (рис. 10.5), строим эпюры координат y_1 (рис. 10.6) и z_1 (рис. 10.7), определяем статические моменты S_{y_1} , S_{z_1} :

$$S_{y_1} = \int_s \delta z_1 ds = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} z_1 ds; \quad S_{z_1} = \int_s \delta y_1 ds = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} y_1 ds.$$

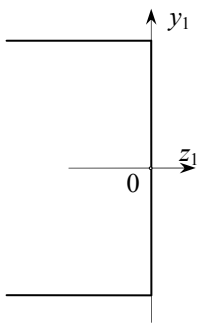


Рис. 10.5 Исходные оси

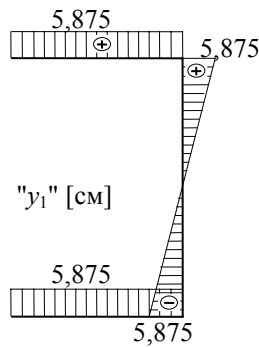


Рис. 10.6 Эпюра координат "y1"

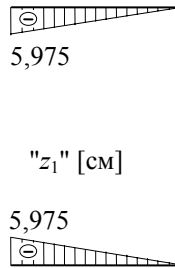


Рис. 10.7 Эпюра координат "z1"

Чтобы вычислить S_{y_1} , необходимо перемножить единичную

эпюру "1" с эпюрой координат "z1" и учесть толщину δ_i

$$S_{y_1} = 0,45 \left(-\frac{1}{2} \cdot 5,975 \cdot 5,975 \cdot 1 \right) 2 = -16,065 \text{ см}^3.$$

Аналогично находим S_{z_1} , только единичную эпюру "1" перемножаем уже с эпюрой координат "y1" и также учитываем толщину δ_i

$$S_{z_1} = 0.$$

Определяем координаты центра тяжести поперечного сечения:

$$z_c = S_{y_1} / A = -16,065 / 10,665 = -1,506 \text{ см}; \quad y_c = S_{z_1} / A = 0.$$

Показываем главные центральные оси y , z (рис. 10.8), строим эпюры координат "y" (рис. 10.9) и "z" (рис. 10.10). Находим моменты инерции:

$$I_z = \int_s \delta y^2 ds = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} y^2 ds; \quad I_y = \int_s \delta z^2 ds = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} z^2 ds.$$

Практически для определения I_z перемножаем эпюру "y" саму на себя с учетом толщины δ_i

$$I_z = 0,45 \left(5,875 \cdot 5,975 \cdot 5,875 + \frac{1}{2} \cdot 5,875 \cdot 5,875 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,875 \right) 2 = 246,44 \text{ см}^4.$$

Аналогично находим I_y

$$I_y = 0,45 \left(\frac{5,975}{6} (2 \cdot 4,469^2 + 2 \cdot 1,506^2 - 4,469 \cdot 1,506 \cdot 2) + 1,506^2 \cdot 5,875 \right) 2 =$$

$$= 39,79 \text{ см}^4.$$

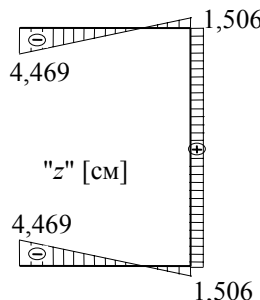
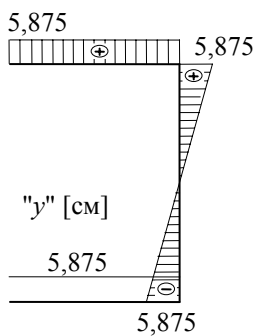
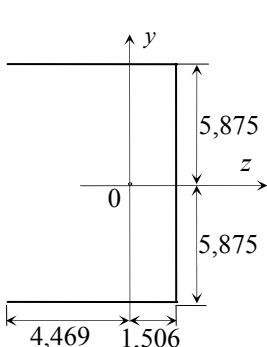


Рис. 10.8 Главные центральные оси

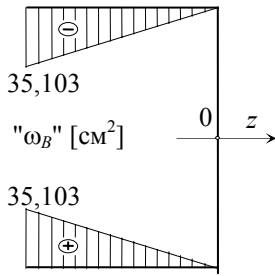


Рис. 10.9 Эпюра координат "y"

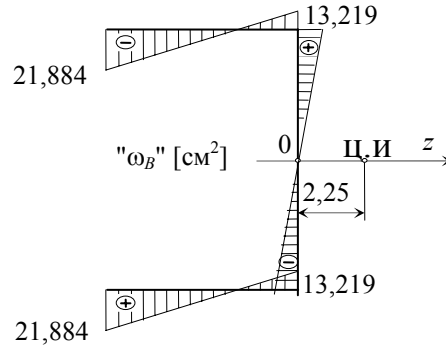


Рис. 10.10 Эпюра координат "z"

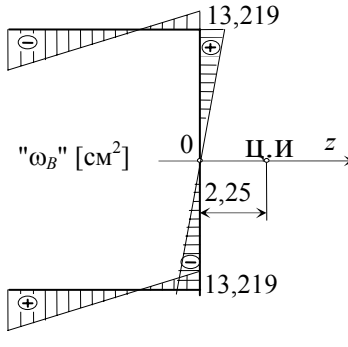


Рис. 10.11 Вспомогательная эпюра секториальных координат "ω_B"

Рис. 10.12 Эпюра главных секториальных координат "ω"

Строим вспомогательную эпюру секториальных координат "ω_B" (рис. 10.11). Вычисляем секториально-линейные статические моменты $S_{\omega_B y}$, $S_{\omega_B z}$:

$$S_{\omega_B z} = \int_s \delta \omega_B y ds = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} \omega_B y ds ;$$

$$S_{\omega_B y} = \int_s \delta \omega_B z ds = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} \omega_B z ds.$$

Путем перемножения эпюр получаем $S_{\omega_B z} = -554,5 \text{ см}^5$; $S_{\omega_B y} = 0$.

Находим положение центра изгиба:

$$a_z = -S_{\omega_B z} / I_z = 554,5 / 246,44 = 2,25 \text{ см}; \quad b_z = S_{\omega_B y} / I_y = 0.$$

С учетом того, что начало отсчета шкалы лабораторной установки совпадает с наружным краем стенки швеллера, то теоретическое значение координаты центра изгиба по шкале будет равно $a_{\text{шт}} = 2,25 - 0,45/2 = 2,025 \text{ см}$.

Определение нормальных напряжений в поперечном сечении тонкостенного стержня

Теоретическое значение нормального напряжения определяется по формуле

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y + \frac{B_\omega}{I_\omega} \omega,$$

где $M_y = P_z(l-x)$, $M_z = P_y(l-x)$ и B_ω – соответственно изгибающие моменты и бимомент в исследуемом поперечном сечении, расположенном на расстоянии x от заделки; $P_y = P \cos \alpha$, $P_z = P \sin \alpha$ – составляющие (проекции) силы на главные центральные оси поперечного сечения; y и z – координаты точки поперечного сечения стержня в системе главных центральных осей;

Для определения ω и I_ω строим эпюру главных секториальных координат (рис. 10.12). Вычисляем I_ω

$$I_\omega = \int_s \delta \omega^2 ds = \sum_{i=1}^n \delta_i \int_{s_i} \omega^2 ds = [(21,884^2 \cdot 2 + 13,219^2 \cdot 2 - 2 \cdot 21,884 \cdot 13,219 \cdot 2) \times$$

$$\times 5,975/6 + 13,219^2 \cdot 0,5 \cdot 5,875 \cdot 2/3] \cdot 2 \cdot 0,45 = 961,1 \text{ см}^6.$$

Находим зависимость величины B_ω от продольной координаты x из граничных условий для данного случая закрепления стержня (рис. 10.12).

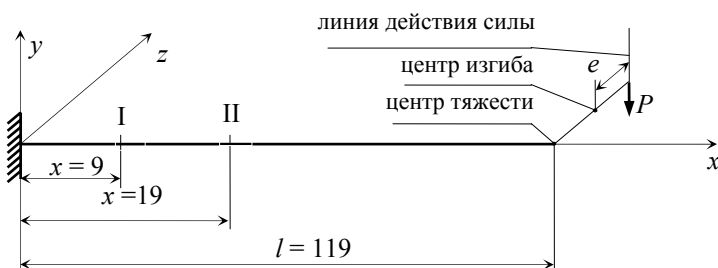


Рис. 10.13 Расчетная схема

В жесткой заделке, при $x = 0$, равны нулю угол поворота ($\varphi_0 = 0$) и депланация ($\varphi'_0 = 0$). На свободном конце, при $x = l$, депланация проходит без затруднений, и, следовательно, здесь равен нулю бимомент ($B_{\omega} = 0$). Полный крутящий момент M_x определяем как произведение силы P на расстояние от центра изгиба до линии действия этой силы $M_x = P e$. Положительное значение величины e будет при смещении линии действия силы от центра изгиба в направлении оси z . Запишем общее выражение для бимомента

$$B_{\omega} = \varphi'_0 \frac{G I_{\rho}}{k} \operatorname{sh}(k x) + B_{\omega 0} \operatorname{ch}(k x) + M_x \frac{\operatorname{sh}(k x)}{k},$$

где I_{ρ} – момент инерции поперечного сечения при кручении стержня

$$I_{\rho} = 1,12 \sum \frac{h_i \delta_i^3}{3} = 1,12 (5,975 \cdot 2 + 11,75) 0,45^3 / 3 = 0,806 \text{ см}^4;$$

$$k^2 = (G/E)(I_{\rho}/I_{\omega}) = 0,4(0,806/961,1) = 0,000335 \text{ см}^{-2}; \quad k = 0,0183 \text{ см}^{-1}.$$

Учитывая, что при $x = 0$, $\varphi_0 = \varphi'_0 = 0$, а при $x = l$, $B_{\omega} = 0$, $M_x = P e$, получим

$$B_{\omega 0} = -\frac{P e \operatorname{sh}(k l)}{k \operatorname{ch}(k l)}.$$

Окончательно закон изменения бимомента вдоль стержня будет иметь вид

$$B_{\omega} = -\frac{P e \operatorname{sh}(k(l-x))}{k \operatorname{ch}(k l)}.$$

Для сечения I, при $x = 9$ см, получаем $B_{\omega} = -44,97 P e$, а для сечения II, при $x = 19$ см, $B_{\omega} = -37,15 P e$. Найденные значения B_{ω} позволяют вычислить нормальные напряжения σ в сечениях I и II. При строго вертикальном расположении стенки швеллера напряжения будут определяться только двумя слагаемыми

$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} y + \frac{B_{\omega}}{I_{\omega}} \omega,$$

где y и ω – соответственно линейная и секториальная координаты точки поперечного сечения, в которой вычисляется напряжение. Для сечения I ($l-x = 110$ см и $B_{\omega} = -44,97 P e$) получим

$$\sigma^I = \frac{P(l-x)}{I_z} y + \frac{B_{\omega}}{I_{\omega}} \omega = P \left(\frac{110}{246,44} y - \frac{44,97}{961,1} e \omega \right) = P(0,446 y - 0,0468 e \omega).$$

Для сечения II ($l-x = 100$ см и $B_{\omega} = -37,15 P e$) окончательно будем иметь

$$\sigma^{II} = P(0,406 y - 0,0387 e \omega).$$

Описание лабораторной установки и приборов

Исследуемый тонкостенный упругий стержень 2 (рис. 10.14) представляет собой стальной гнутый швеллер, один конец которого жестко зашпелен, а другой свободный.

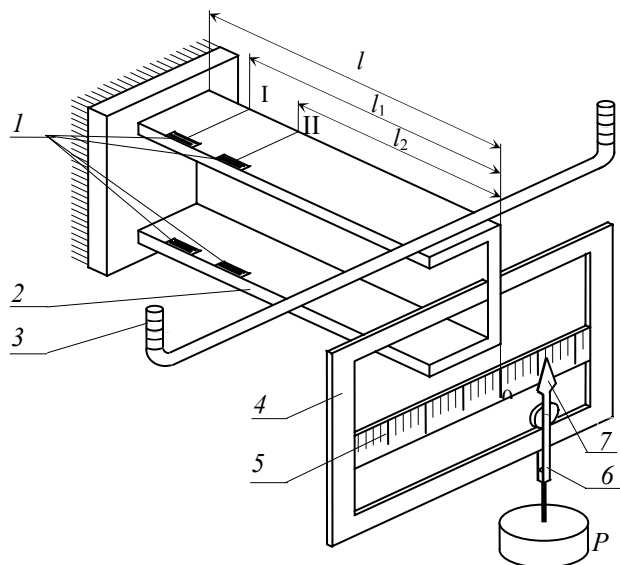


Рис. 10.14 Схема лабораторной установки

К свободному концу стержня 2 прикреплена нагрузочная рамка 4. По нагрузочной рамке 4 может плавно перемещаться грузовая подвеска 6 с грузом P . При этом координата $a_{зш}$ точки приложения силы P определяется с помощью стрелки 7, соединенной с грузовой подвеской 6, по шкале 4. На свободном конце стержня 2 находится также U-образная прозрачная трубка 3 с делениями, заполненная подкрашенной жидкостью, предназначенная для визуального наблюдения закручивания стержня 2.

В поперечных сечениях I и II стержня 2 наклеены тензодатчики сопротивления 1, схема их расположения приведена на рис. 10.15. Показания тензодатчиков регистрируются автоматическим измерителем деформаций АИД-4М. Цена деления шкалы прибора составляет 2 МПа.

Часть 1

Экспериментальное определение положения центра изгиба (кручения)

Для ненагруженного стержня записываем показания уровня жидкости в U-образной трубке. Подвешиваем груз P , если показания уровня изменились, то перемещаем грузовую подвеску относительно нагрузочной рамки, добиваясь первоначальных показаний уровня. Снимаем груз, если показания уровня изменились, опыт повторяем. Критерием успешного завершения опыта является такое положение грузовой подвески, при котором изменения нагрузки не будут влиять на закручивание стержня. Регистрируем координату $a_{зш}$ точки приложения силы. Здесь следует иметь в виду, что начало отсчета шкалы 5 совмещено с внешней кромкой стенки швеллера. Опыт следует проводить 2-3 раза.

10.1 Результаты опыта по определению центра изгиба

№ опыта	Нагрузка, кг	Показания уровня		Координата точки приложения силы, см
		п1	п2	
1				
2				
3				
Среднее $a_{зш} =$				

10.2 Сравнение значений координаты центра изгиба

Теоретическое значение координаты центра изгиба $a_{зш}$, см	Экспериментальное значение координаты центра изгиба $a_{зш}$, см	Отклонение, %

Часть 2

Экспериментальное определение нормальных напряжений в поперечном сечении тонкостенного стержня при изгибе с кручением

Включить прибор АИД-4М и дать ему прогреться в течение 10 – 15 мин. После прогрева прибора для ненагруженного стержня снять начальные показания $\Pi_{н}$ тензодатчиков. Нагрузить стержень силой P и вновь снять показания тензодатчиков $\Pi_{к}$. Найти приращения показаний $\Delta\Pi_i$ по формуле $\Delta\Pi_i = \Pi_{ki} - \Pi_{ni}$. Затем определить величину напряжений в точках закрепления тензодатчиков по формуле $\sigma_i = 20 \Delta\Pi_i$ кгс/см² или $\sigma_i = 2 \Delta\Pi_i$ МПа. Результаты эксперимента заносятся в табл. 10.3. В той же таблице выполняется и сравнение величин напряжений, найденных при выполнении эксперимента и расчетным путем.

10.3 Нормальные напряжения в поперечных сечениях швеллера

Величина	$e =$		$P =$					
	№ тензодатчиков							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Конечные показания т/д $\Pi_{к}$								
Начальные показания т/д $\Pi_{н}$								
Приращения $\Delta\Pi$								
$\sigma_{экс}$								
$\sigma_{расч}$								
Отклонение, %								

Содержание отчета

- 1 Цель работы.
- 2 Теоретическое определение положения центра изгиба и нормальных напряжений в поперечных сечениях стержня.
- 3 Экспериментальное определение положения центра изгиба и нормальных напряжений в поперечном сечении тонкостенного стержня при изгибе с кручением.
- 4 Сравнение теоретических и экспериментальных результатов.

Контрольные вопросы

- 1 Чем отличаются поведения под нагрузкой тонкостенных стержней открытого и замкнутого профилей?
- 2 Что такое депланация?
- 3 Из какого условия определяется положение центра изгиба?
- 4 Укажите размерность бимомента.
- 5 Может ли возникнуть бимомент при растяжении стержня?
- 6 Запишите формулу нормальных напряжений от бимомента.
- 7 Можно ли определить бимомент из уравнений равновесия отсеченной части упругого стержня?

Лабораторная работа № 11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ СЖАТОГО СТЕРЖНЯ

Цель работы: опытным путем найти величину критической силы прямолинейного сжатого стержня и сопоставить полученные результаты с теоретическим решением.

Определение критической силы расчетным путем

Гибкие стержни при определенной нагрузке могут терять устойчивость, т.е. менять прямолинейную форму равновесия на неустойчивую искривленную.

Сжимающая нагрузка, вызывающая потерю устойчивости, называется критической. Теоретическая формула для определения критической силы, формула Эйлера, имеет вид

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2}, \quad (11.1)$$

где E – модуль упругости материала стержня; J_{\min} – минимальный момент инерции поперечного сечения; μ – коэффициент приведения длины стержня, зависящий от условий закрепления его концов; l – длина стержня между закреплениями.

Формула Эйлера применима, если гибкость стержня λ не меньше предельного ее значения $\lambda_{пред}$, т.е. $\lambda \geq \lambda_{пред}$.

Предельное значение гибкости, соответствующее пределу пропорциональности материала $\sigma_{пп}$, определяется:

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{пп}}} \quad (\text{для стали Ст 3 } \lambda_{пред} \approx 100).$$

При меньших значениях гибкости, т.е. $\lambda < \lambda_{пред}$, формула Эйлера не применима, т.к. потеря устойчивости происходит при напряжениях, превосходящих предел пропорциональности. В этих случаях применяются эмпирические формулы и соответствующие им таблицы или графики.

Формула Ясинского для критического напряжения имеет вид

$$\sigma_{кр} = a - b \lambda_{кр}, \quad (11.2)$$

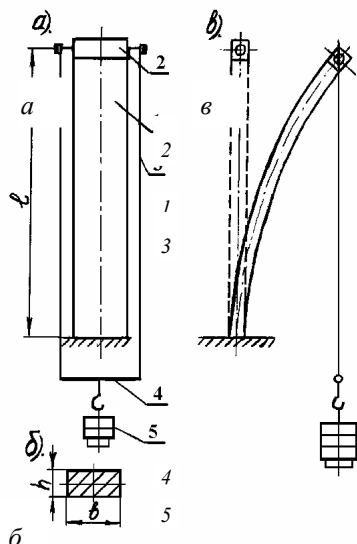
где a, b – коэффициенты, зависящие от материала стержня.

Учитывая, что $\sigma_{кр} = \frac{m_{кр}}{F}$, критическую силу в таких случаях можно определить

$$P_{кр} = \sigma_{кр} F. \quad (11.3)$$

Экспериментальное определение критической силы

Работу проводят на специально изготовленной лабораторной установке (рис. 11.1, а). Плоский образец 1 сечением $b \times h$ (рис. 11.1, б) жестко закреплен одним концом на подставке. Нагружающее устройство 2, 4 (рис. 11.1, а) через гибкие нити 3 передает нагрузку 5 на образец, осуществляя центральное сжатие этого образца.



Последовательность проведения эксперимента

- 1 Проверить правильность закрепления стержня.
- 2 Измерить длину и размеры поперечного сечения стержня.
- 3 Нагрузить образец и записать величину критической силы $P_{кр}$.

Нагружение производят накладыванием груза на подвеску 4 (рис. 11.1, а). После каждого нагружения следует слегка отклонить стержень от вертикального положения и проверить возвращается ли он в исходное положение, т.е. проверить устойчива ли прямолинейная форма равновесия. При достижении критической нагрузки стержень не возвращается к прямолинейной форме, т.к. эта форма равновесия перестает быть устойчивой (рис. 11.1, в).

- 4 Вычислить критическую силу аналитически и сравнить полученное значение с опытным. Определить процент расхождения.

Отчет о работе

- 1 Схема установки и нагружения стержня и данные:

материал **Рис. 11.1**

модуль продольной упругости, E ;

предел пропорциональности материала, $\sigma_{пп}$.

- 2 Таблица записи результатов испытаний.

Таблица 11.1

Размеры стержня и результаты испытаний	Закрепление концов стержня $\mu = 2$
Длина стержня l , мм	
Размеры поперечного сечения $b \times h$, мм ²	
Наименьший момент инерции, J_{\min}	
Гибкость стержня, λ	
Критическая сила $P_{кр}$, н:	
аналитически	
экспериментально	
Расхождение $\frac{P_{кр} - m_{кр}}{m_{кр}} 100\%$	

Контрольные вопросы

- 1 Что такое продольный изгиб?
- 2 Область применения формулы Эйлера.
- 3 Как влияет характер закрепления концов стержня на величину критической силы?
- 4 Что называется предельной гибкостью стержня?
- 5 Какое практическое применение имеет определение критической силы сжатых стержней?
- 6 Примет ли стержень после разгрузки, гибкость которого больше предельной, если прямоугольную форму он был подвергнут испытанию нагрузкой, равной критической силе?

Лабораторная работа № 12

УСТАЛОСТЬ МЕТАЛЛОВ

Цель работы: ознакомление с методикой экспериментального определения характеристик сопротивления усталости металлов и демонстрация характера усталостного разрушения.

Общие теоретические сведения

Большинство деталей машин и элементов конструкций в условиях эксплуатации испытывают действие внешних нагрузок, которые могут меняться как по величине, так и по знаку. Поэтому примерно 90 % повреждений деталей машин и элементов конструкций связано с возникновением и развитием усталостных трещин. Трещины усталости создают предпосылки для хрупкого и почти всегда внезапного разрушения, и в этом одна из главных причин опасности действия переменных напряжений.

Термин "усталость металлов" впервые был применен в 1839 году профессором Дж. Пончелотом при чтении лекций в Политехнической школе Парижа. Систематические исследования сопротивления усталости начались с работ В. Велера (1852 г.), который первым испытал и представил их в виде кривых усталости (кривые Велера).

Что же принимается под усталостью металла?

Усталость металла – процесс постепенного накопления повреждений под действием переменных напряжений (деформаций), приводящий к изменению свойств, образованию трещин и разрушению. Способность металла противостоять усталости называют сопротивлением усталости. Усталостное разрушение может возникнуть при напряжениях ниже предела текучести. Особенность усталостного нагружения заключается в том, что вся деталь в целом деформируется упруго, но в результате локализованной повторной упруго-пластической деформации отдельных кристаллов, наиболее неблагоприятно расположенных по отношению к силовому полю, происходит циклический наклеп. После достижения критической степени искажения кристаллической решетки происходит разрыв межатомных связей и образуется микротрещина. Слияние микротрещин образует магистральную трещину. Поэтому под усталостным разрушением понимается разрушение материала нагруженного объекта до полной потери его прочности или работоспособности вследствие распространения усталостной трещины.

Следует подчеркнуть, что ни при каких других видах нагружения характеристики сопротивления разрушению не зависят от такого большого числа факторов, как при усталостном разрушении. Основным из них являются: особенности материала и технологии изготовления конструкции детали, режима ее нагружения, а также особенности работы детали в условиях эксплуатации с изменением температуры и коррозионного влияния среды.

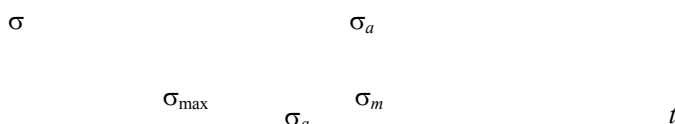
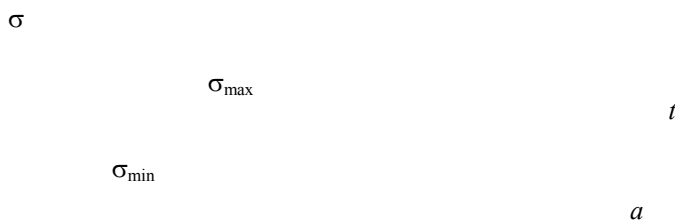
Большое количество факторов, влияющих на сопротивление усталости, предопределило создание многочисленных методов испытаний на усталость. В результате проведения испытаний на усталость определяются количественные характеристики сопротивления усталости. Характеристики, полученные в результате проведенных исследований, используются для предсказания степени усталостного повреждения элементов конструкций или всего сооружения, предсказания периодов безопасной службы различных устройств.

К характеристикам сопротивления усталости относится предел выносливости (σ_r, τ_r) – максимальное по абсолютному значению напряжение цикла, выраженное в номинальных напряжениях, при котором еще не происходит усталостное разрушение до базы испытаний. Под базой понимается предварительно задаваемая наибольшая продолжительность испытаний на усталость, выраженная числом циклов нагружения или интервалом времени. В машиностроении для черных металлов за базу испытаний принимается величина $N = 10^7$ циклов, так как для этих материалов на кривой усталости, которая строится в координатах $\sigma - \lg N$ (реже в координатах $\lg \sigma - \lg N$), как правило, существует перелом в интервале от 1 до 5 млн. циклов. При испытании на усталость образцов, изготовленных из цветных металлов не обнаруживается перелома на кривой усталости вплоть до 100 млн. циклов.

Таким образом, задача по определению характеристик сопротивления усталости значительно сложнее, чем для случая статического действия сил. Сложность усталостных испытаний, с одной стороны, заключается в огромных затратах времени на их проведение, а с другой – независимо от вида нагружения (растяжение, изгиб, кручение) в необходимости обеспечить тот или иной тип цикла нагружения. Под циклом понимается замкнутая однократная смена напряжений, проходящих непрерывный ряд значений. Время, в течении которого протекает один цикл, называется периодом, а обратная периоду величина называется частотой. Основные типы циклов показаны на рис. 12.1.

Каждый тип циклического изменения напряжений характеризуется следующими величинами:

- 1) максимальное напряжение цикла $\sigma_{\max} (\tau_{\max})$ – наибольшее по алгебраическому значению напряжение цикла;
- 2) минимальное напряжение цикла $\sigma_{\min} (\tau_{\min})$ – наименьшее по алгебраическому значению напряжение цикла;



σ σ_a

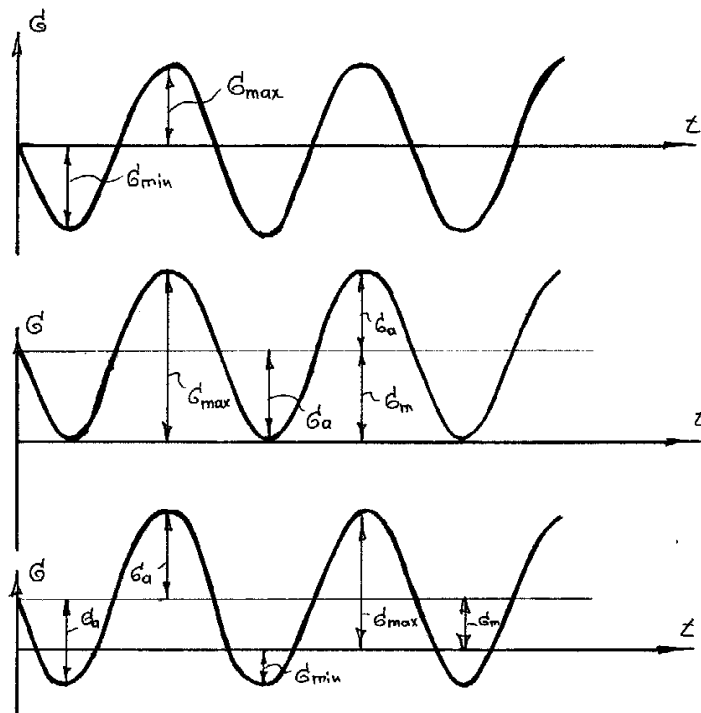


Рис. 12.1 Типы циклов изменения напряжений

3) среднее напряжение цикла σ_m (τ_m) – постоянная (положительная или отрицательная) составляющая цикла напряжений, равная полусумме максимального и минимального напряжений цикла

$$(\sigma_m = [\sigma_{\max} + \sigma_{\min}] / 2).$$

4) амплитуда напряжений цикла σ_a (τ_a) – наибольшее отклонение переменных напряжений, взятое по модулю, от среднего напряжения цикла

$$(\sigma_a = [\sigma_{\max} - \sigma_{\min}] / 2);$$

5) коэффициенты асимметрии цикла r – отношение минимального напряжения цикла к максимальному с учетом их знаков

$$(r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}).$$

Симметричный цикл: $\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}| = \sigma_a$, $\sigma_m = 0$, $r = -1$.

Отнулевой цикл: $\sigma_{\max} = 2\sigma_a = 2\sigma_m$, $\sigma_a = \sigma_m$, $\sigma_{\min} = 0$,

$$r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 0.$$

Асимметричный цикл: $\sigma_m = [\sigma_{\max} + \sigma_{\min}] / 2$, $\sigma_a = [\sigma_{\max} - \sigma_{\min}] / 2$,

$$r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}, \quad 1 \geq r \geq -1.$$

Таким образом, при $r = -1$ нагружение происходит только переменными напряжениями и предел выносливости, при таком нагружении, обозначается σ_{-1} . С увеличением статической составляющей цикла (σ_m) при $r = 1$ приходим к чисто статическому нагружению, т.е. $\sigma_a = 0$. Следовательно, значение коэффициента асимметрии (r) может изменяться в пределах от -1 до 1 и охватывает все случаи нагружения.

Испытания на усталость

Испытание на усталость проводят при постоянном уровне статической составляющей ($\sigma_m = \text{const}$) цикла, либо при постоянстве коэффициента асимметрии ($r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = \text{const}$).

При выборе схемы нагружения нужно стремиться к тому, чтобы как можно точнее воспроизвести в образце напряженное состояние, характерное для эксплуатационных условий работы детали, а также получить при разрушении образца излом, который является типичным для разрушения детали в условиях эксплуатации.

Под изломом понимается поверхность раздела, возникающая при усталостном разрушении объекта. Рассмотрим наиболее распространенные испытания образца при чистом изгибе с вращением на машине МУИ-6000 (рис. 12.2).

Образец 3 закрепляется с помощью захватов в шпинделях 2. Нагружение образца происходит с помощью сменных грузов 5 и системы рычагов 4. При вращении образца в его теле реализуется симметричный цикл нагружения с амплитудой, равной

$$\sigma_a = m_{из} / w_{oc} = P a / 0,1 d_0,$$

где d_0 – диаметр рабочего сечения образца. При разрушении образца происходит автоматическое отключение электродвигателя.

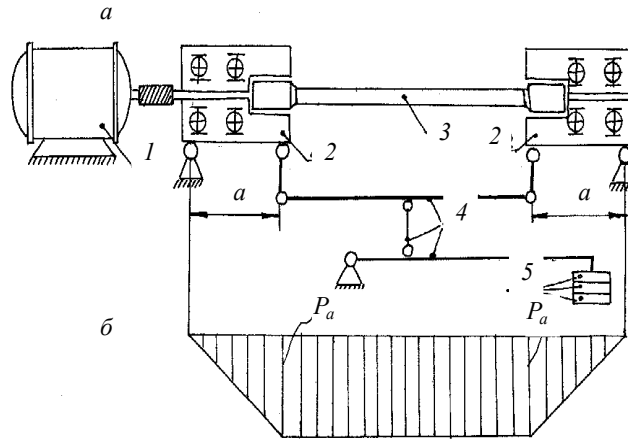


Рис. 12.2 Схема машины для испытаний на усталость круглых образцов при чистом изгибе с вращением а) и эпюра изгибающих моментов для образца б):

1 – электродвигатель; 2 – шпиндель – захват; 3 – образец;
4 – рычаги; 5 – сменные грузы

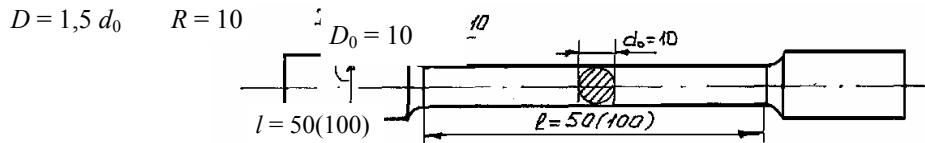


Рис. 12.3 Образец для испытаний на усталость

Для проведения сравнительных испытаний на усталость необходимо провести испытания не менее 10 – 15 одинаковых образцов, чтобы можно было построить кривую усталости – кривую Велера. Последняя позволяет определить число циклов, которое может выдержать образец до разрушения, в зависимости от заданного напряжения.

Типичная диаграмма усталости приведена на рис. 12.4, где после статистической обработки результатов испытаний построены кривые усталости, соответствующие 5 %, 50 % и 95 % вероятности разрушения.

На рис. 12.4 стрелками показаны образцы, не разрушившиеся после 10 млн. циклов.

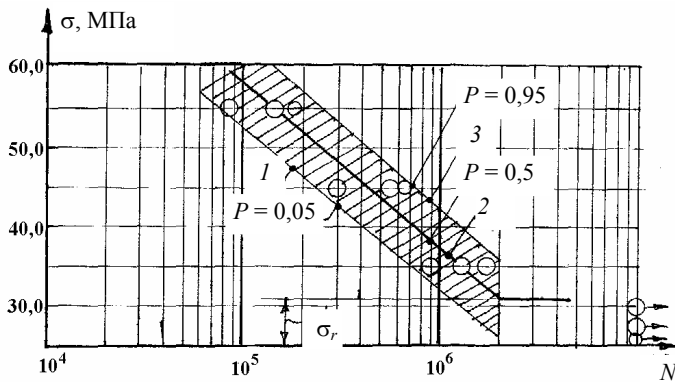


Рис. 12.4 Кривые усталости 1, 2 и 3, соответствующие 5 %, 50 % и 95 % вероятности разрушения

Особенности усталостных разрушений. Усталостные изломы

Как уже было отмечено, при усталостных разрушениях заметная пластическая деформация сосредоточена только в очень узкой зоне, прилегающей к излому. Усталостные изломы имеют характерные признаки, которые позволяют их отличить от изломов другого рода. Эта особенность заключается в том, что на поверхности усталостных изломов можно различить несколько характерных зон (рис. 12.5).

Очаг разрушения 1, который иногда называется фокусом излома, представляет собой место зарождения усталостной трещины. Зона 2 – зона медленного подрастания магистральной трещины характеризуется довольно гладкой ровной поверхностью, на которой видны усталостные линии 3. Эти линии представляют собой следы фронта продвижения магистральной трещины. Зона ускоренного развития усталостной трещины 4 характеризуется более шероховатой поверхностью и является переходной зоной между участком собственно усталостного развития трещины и зоной долома. Зона долома 5 образуется на завершающей стадии разрушения и может обладать признаками как хрупкого, так и вязкого разрушения.

Следует отметить, что наличие перечисленных зон, соотношения их размеров и особенности строения зависит не только от материала и геометрии образца, но и от вида нагружения, температуры испытания и ряда других факторов.

С другой стороны, изучение особенностей строения излома позволяет получить некоторую информацию о том, что предшествовало разрушению образца.

Содержание отчета

- 1 Эскиз испытуемого образца.
- 2 Схема его нагружения и форма цикла изменения напряжений в поперечном сечении образца.
- 3 Описание и схема усталостного излома.

Контрольные вопросы

- 1 Укажите особенности протекания пластической деформации в детали при ее усталостном разрушении.
- 2 Назовите факторы от которых зависит сопротивление усталости детали или элемента конструкции.
- 3 Что называется базой испытаний?
- 4 Какие характеристики сопротивления усталости Вы знаете?
- 5 Назовите основные характеристики циклов изменения напряжений.
- 6 Что понимается под коэффициентом асимметрии цикла изменения напряжений?
- 7 Какую информацию можно получить из диаграммы Велера?