

В. Ф. ПОПОВ

**ФИЗИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ
МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ**

• ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ •

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТАМБОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. Ф. ПОПОВ

**ФИЗИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ
МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ**

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

ТАМБОВ
• ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ •
2001

УДК 621.38(075.8)
ББК з 844.1 я 73-5
П58

Утверждено Редакционно-издательским советом университета

Рецензенты:
Доктор физико-математических наук, профессор
В. А. Федоров
Кандидат технических наук, доцент
А. В. Артемова

В. Ф. Попов

Учебно-методическое пособие по курсу "Физические основы микроэлектроники» написано в полном соответствии с Программой Министерства образования РФ и представляет собой краткое введение в теорию широкого круга явлений, с которыми приходится непосредственно иметь дело конструктору и технологу радиоэлектронной аппаратуры. Его цель – помочь понять физическую сущность тепловых и электрических свойств твердых тел, контактных и поверхностных явлений в полупроводниках.

Предназначено для студентов дневного и заочного отделений специальности 2008, а также студентов других специальностей, желающих систематизировать свои знания в области физики твердого тела.

УДК 621.38(075.8)

ББК з 844.1 я 73-5

© Тамбовский государственный
технический университет (ГТТУ),
2001

© Попов В. Ф., 2001

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

ПОПОВ Владимир Федорович

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МИКРОЭЛЕКТРОНИКИ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Редактор М. А. Евсейчева
Инженер по компьютерному макетированию Т. А. Сынкova

ЛР № 020851 от 13.01.99 П.р. № 020079 от 28.04.97

Подписано в печать 21.12.2001

Формат 60 × 84 / 16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Гарнитура Times New Roman. Объем: 6,74 усл. печ. л.; 6,5 уч.-изд. л.

Тираж 100 экз. С. 871^М

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета,
392000, Тамбов, Советская 106, к. 14

1 КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ

К началу XX в. физики пришли к мнению, что объекты микромира проявляют как волновые, так и корпускулярные свойства. Так частицы света, получившие название фотонов, в фотоэлектрических эффектах и многих других ведут себя как корпускулы (частицы), имеющие энергию

$$E = h\nu = \hbar\omega \quad (1.1)$$

и импульс

$$P = \frac{h}{\lambda}, \quad (1.2)$$

где h – постоянная Планка; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота.

В то же время в явлениях дифракции и интерференции проявляются волновые свойства света.

По гипотезе Де Бройля микрочастица, имеющая энергию E и импульс P , распространяется в пространстве с частотой

$$\nu = \frac{E}{h}, \quad (1.3)$$

для циклической частоты та же формула

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \quad (1.4)$$

и имеет длину волны

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV}, \quad (1.5)$$

где V – скорость движения частицы.

Эти формулы экспериментально подтвердились в опытах К. Дэвиссона и Л. Джермера (1927 г.), наблюдавших рассеяние электронов монокристаллом никеля.

Таким образом, переход от макро- к микроскопическим объектам качественно изменяет их свойства.

2 ФАЗОВАЯ И ГРУППОВАЯ СКОРОСТИ

Для синусоидальных волн скорость движения волновой поверхности совпадает со скоростью распространения волны. Это и обусловило, что скорость v была названа *фазовой скоростью*.

Для любой волны помимо ее длины волны λ рассматривается частота ν , связанная с длиной волны соотношением $\lambda = \frac{v_{\text{фаз}}}{\nu}$, где $v_{\text{фаз}}$ – фазовая скорость распространения волны. Очевидно, что фазовая и групповая скорости волны для частицы, свободно движущейся со скоростью v , должны быть как-то связаны со скоростью v . Для вычисления фазовой и групповой скоростей электронной волны недостаточно формулы $\lambda = h/p$, связывающей волновые свойства частицы с ее корпускулярными свойствами. Как известно,

$$W = h\nu = \hbar\omega,$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; ω – круговая частота.

Так как

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k}, \quad (2.1)$$

учитывая формулу для энергии (1.1) и импульса (1.2), умножим формулу (2.1) на \hbar , тогда (2.1) примет вид

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{W}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} = \frac{c^2}{h} m\lambda, \quad (2.2)$$

где $p = mv = h/\lambda$, откуда $v = \frac{h}{m\lambda}$.

Квазисинусоидальная волна представляет собой совокупность синусоидальных волн, частоты которой мало отличаются от некоторой основной частоты. Такую несинусоидальную волну называют группой волн или волновым пакетом (рис. 1).

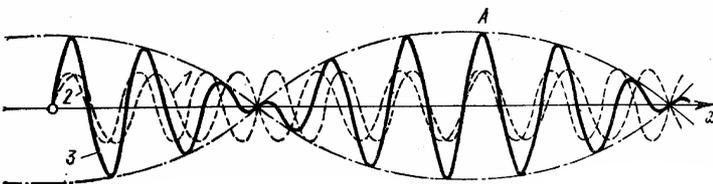


Рис. 1 Волновой пакет, полученный наложением двух гармонических волн с близкими частотами и волновыми векторами:

1, 2 – гармонические волны; 3 – результирующая волна; A – точка, в которой волна имеет максимальную амплитуду (центр волнового пакета)

Скорость распространения в пространстве этого пакета называется групповой скоростью. Групповую скорость волн де Бройля можно найти из следующих соображений

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dW}{dp}. \quad (2.3)$$

Для свободной частицы:

$$W = c\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2} \quad \text{и} \quad \frac{dW}{dp} = \frac{cp}{\sqrt{p^2 + m_0^2 c^2}} = \frac{c^2 p}{W} = \frac{c^2 mv}{mc^2} = v.$$

Следовательно, групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы

$$u = \frac{d\omega}{dk} = v, \quad (2.4)$$

или по формулам (2.3) и (1.4) для u можно написать следующее выражение

$$u = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}. \quad (2.5)$$

В общем случае групповая скорость векторная величина и ее направление совпадает с направлением волнового вектора.

3 СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ГЕЙЗЕНБЕРГА

Состояние частицы с позиций классической механики однозначно описывается заданием ее координат и трех составляющих импульса – x, y, z и p_x, p_y, p_z , которое можно измерить с любой точностью в любой момент времени. В квантовой механике, в отличие от классической, невозможно одновременно характеризовать частицу его координатами и импульсом (в классическом понятии этих величин).

Известно, что ограниченная пространственная протяженность Δx некоторого пучка волн связана с тем, что он в принципе немонохроматичен. То есть неизбежно возможно наличие у такого пучка определенного интервала $\Delta\omega$ частот или интервала Δk волновых чисел монохроматических волн, составляющих этот пучок. Между Δx и Δk установлена однозначная связь

$$\Delta x \Delta k \geq 1. \quad (3.1)$$

Это соотношение справедливо для любых волновых процессов. Для волн де Бройля, частицы распространяющейся, например, вдоль оси X , и имеющей импульс $p_x = \hbar k$, имеем $\Delta k = \Delta p_x / \hbar$. Тогда (3.1) примет вид

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar. \quad (3.2)$$

Рассматривая движение частиц вдоль осей Y и Z и имеющим импульс p_y и p_z соотношения (3.2) записывают в виде:

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar; \quad (3.3)$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar, \quad (3.4)$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – интервалы координат, в которых локализована частица, описываемая волной де Бройля; $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ – интервалы, в которых заключены проекции импульса по осям X, Y, Z .

Формулы (3.2), (3.3), (3.4) называют *соотношением неопределенностей Гейзенберга*. В общем случае соотношение неопределенностей записывается в виде системы:

$$\begin{cases} \Delta x \Delta p_x \geq \hbar; \\ \Delta y \Delta p_y \geq \hbar; \\ \Delta z \Delta p_z \geq \hbar. \end{cases} \quad (3.5)$$

Система (3.5) имеет значение: координаты x, y, z частицы и проекции импульса на соответствующие оси координат *не имеют одновременно значений равных x и p_x, y и p_y, z и p_z* . Их значения определены лишь с определенной степенью точности или чем точнее определяется, например координата частицы, тем неопределеннее становится ее импульс.

Соотношение неопределенностей справедливо не только для координат частицы и проекций ее импульса на соответствующие оси координат, но и, для частицы, находящейся в течение времени Δt в нестационарном состоянии и обладающей энергией E , то энергия определяется с ограниченной степенью точности. Если обозначить ΔE – неопределенность энергии, то

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar. \quad (3.6)$$

Это запись общего соотношения для волн де Бройля (получается из тех соображений, что $\Delta \omega \Delta t \geq 1$).

4 УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

Качественное своеобразие объектов микромира потребовало пересмотра способов описания их движения и привело к отысканию в квантовой механике соотношения, имеющего смысл второго закона Ньютона в классической механике. Эту задачу впервые поставил и решил Шредингер, чьим именем и названо соответствующее волновое уравнение, так как из него получают свое объяснение все волновые свойства микрочастиц.

Посылки:

1) Функция, описывающая поведение объектов микромира, должна быть вероятностной, так как описывает движение волн де Бройля, имеющих вероятностный смысл, а также конечной, непрерывной и однозначной.

2) Уравнение движения должно описывать движение волны де Бройля. Для микрочастицы, движущейся в силовом поле со скоростью $V \ll c$ и обладающей потенциальной энергией $U(x, y, z, t)$ (вообще говоря, не является потенциальной энергией, так как потенциальная энергия не зависит от времени, а зависит только от координат), уравнение Шредингера имеет следующий вид

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - U(x, y, z, t) \psi = -i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}. \quad (4.1)$$

Это временное уравнение Шредингера.

Сама волновая функция смысла не имеет, а имеет смысл квадрат ее модуля:

$|\psi|^2$ – плотность вероятности нахождения частицы в объеме dV в момент времени t (так как волновая функция – вероятностная, то следовательно она комплексная, поэтому квадрат модуля);

3) Интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV$ должен быть конечным, где ψ – волновая функция, которую находят из уравнения Шредингера, dV – бесконечно малый объем, в котором заключена частица. В самых простейших случаях условие (3) сводится к условию нормировки вероятностей или определению вероятности нахождения частицы в бесконечно малом объеме пространства, т.е. $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV = 1$ – условие нормировки вероятностей; соответственно функция ψ , удовлетворяющая этому условию, называется нормированной.

$P = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 dV$ – полная вероятность обнаружения частицы в бесконечно малом объеме dV .

Уравнение (4.1) описывает все состояния микрочастицы за неопределенно большой промежуток времени, что делает ее малоприменимой для решения ряда практических задач. Поэтому имеет смысл ввести следующие упрощения:

- 1) Принять функцию U в уравнении (4.1) независимой от времени t , а зависящей лишь от координат.
- 2) Микрочастица распространяется вдоль оси X . Тогда уравнение (4.1) примет вид

$$-i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} - U(x) \psi(x, t). \quad (4.2)$$

Решением данной функции является $\psi(x, t)$, которую можно представить в виде произведения

$$\psi(x, t) = \psi(x) \varphi(t). \quad (4.3)$$

Подставляя (4.3) в (4.2), получим

$$-i\hbar \psi(x) \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \varphi(t) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - U(x) \psi(x) \varphi(t). \quad (4.4)$$

Разделим обе части уравнения (4.4) на произведение $\psi(x) \varphi(t)$

$$-i\hbar \frac{1}{\varphi(t)} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi(x)} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} - U(x). \quad (4.5)$$

Левая и правая части уравнения могут быть равны только при том условии, что они равны некоторой постоянной. Можно показать, что эта постоянная равна $-E$, где E – полная энергия микрочастицы.

Приравняем к E левую часть уравнения (4.5)

$$-i\hbar \frac{1}{\varphi(t)} \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = -E,$$

или

$$\frac{\partial \varphi(t)}{t} = -i \frac{\varphi(t)}{\hbar} E . \quad (4.6)$$

Уравнение (4.6) представляет собой временную часть уравнения Шредингера. Решение этого выражения

$$\ln \varphi = -i \frac{E}{\hbar} t + \ln \varphi_0 . \quad (4.7)$$

Избавимся в (4.7) от логарифмов и заменим $\frac{E}{\hbar} = \omega$, получим выражение для $\varphi(t)$, т.е.

$$\varphi(t) = \varphi_0 \exp(-i\omega t) . \quad (4.8)$$

Приравняв $-E$ правую часть уравнения (4.6), получим:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi} \frac{d^2 \psi}{dx^2} - U(x) = -E ;$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + (E - U) = 0 ;$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{\psi} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = (U - E) .$$

Разделим обе части уравнения на $\frac{\hbar^2}{2m\psi}$.

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{2m\psi}{\hbar^2\psi} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = (U - E) \frac{2m\psi}{\hbar^2} ;$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} = (U - E) \frac{2m\psi}{\hbar^2} ;$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \psi (U - E) = 0 . \quad (4.9)$$

Уравнение (4.9) называют стационарным уравнением Шредингера. Это уравнение является важнейшим соотношением в нерелятивистской квантовой механике. Функции $\psi(x)$, удовлетворяющие стационарному уравнению Шредингера при данном U , называют собственными функциями. Значения E , при которых существует решения уравнения (4.9) называют собственными значениями.

5 ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

5.1 Движение свободной микрочастицы

Для свободной микрочастицы, движущейся вдоль оси X , ее полная энергия совпадает с кинетической, а $v = \text{const}$, т.е. $U(x) = 0$. Направим ось X вдоль вектора скорости. Тогда стационарное уравнение Шредингера (4.9) приобретает вид

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0 . \quad (5.1)$$

Выражение (5.1) – это уравнение гармонических колебаний $\left(\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \right)$. Перепишем (5.1) в соответствии с выражением в скобках

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0 . \quad (5.2)$$

Решением уравнения (5.2) является функция

$$\psi(x) = A \exp(ikx) + B \exp(-ikx) , \quad (5.3)$$

где A и B – постоянные коэффициенты;

$$k = \left(\frac{1}{\hbar} \right) \sqrt{2mE} . \quad (5.4)$$

Так как полное решение уравнения Шредингера равно произведению $\psi(x, t) = \psi(x)\varphi(t)$, где выражение для $\varphi(t)$ найдено в предыдущем параграфе, то напомним в соответствии с вышеуказанными формулами выражение для $\psi(x, t)$.

Если движение частицы не совпадает с осью X , то

$$\psi(x, t) = A \exp\left[-i\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x\right)\right] + B \exp\left[-i\left(\frac{E}{\hbar}t + \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}x\right)\right]. \quad (5.5)$$

Решение (5.5) представляет собой суперпозицию двух плоских монохроматических волн (так как распространяются с одной частотой), распространяющихся в противоположных направлениях относительно оси X (так как знаки волновых чисел различны).

В случае движения частицы в направлении, несовпадающем с направлением оси X , формула (5.5) принимает вид (5.6)

$$\psi(x, y, z, t) = C \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)], \quad (5.6)$$

где \vec{r} – радиус-вектор; \vec{k} – волновой вектор по направлению совпадающий с направлением волны де Бройля и численно равный (5.4). Поскольку $U = 0$, найдем энергию свободной микрочастицы

$$E = \frac{mV^2}{2} = \frac{m^2V^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}. \quad (5.7)$$

Подставляя (5.7) в (5.4), получим

$$k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2mE} = \frac{1}{\hbar}\sqrt{\frac{h^2}{\lambda^2}} = \frac{2}{\lambda}\pi. \quad (5.8)$$

Ранее было показано, что вероятность обнаружить микрочастицу в выраженном объеме V равна $|\psi|^2 = C^2$. Из условия нормировки

$$\int_V |\psi|^2 dV = 1,$$

т.е.

$$C^2 = \frac{1}{V}.$$

Из соотношений (5.4) и (5.8) следует, что энергия микрочастицы равна

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (5.9)$$

Формула (5.9) носит название дисперсионной формулы: энергия свободной микрочастицы может быть любой, ее энергетический спектр непрерывен.

График этой функции представлен на рис. 2 и представляет собой квадратичную параболу.

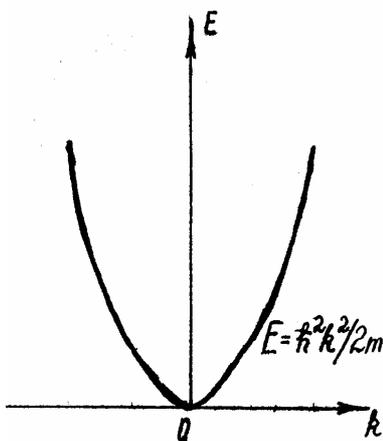


Рис. 2 Зависимость энергии свободной микрочастицы от волнового вектора

5.2 Прохождение микрочастицы через потенциальный барьер. Туннельный эффект

Предположим, что микрочастица движется по оси X в силовом поле, потенциал которого меняется скачком (рис. 3, *a*). В области I, расположенной от $-\infty$ до 0, $U = 0$; в области II, простирающейся от 0 до $+\infty$, потенциальная энергия равна U . Таким образом, при переходе из области I в область II микрочастице необходимо преодолеть потенциальный барьер высотой U .

Движение микрочастицы описывается стационарным уравнением Шредингера (4.9). Поскольку для области I: $U = 0$, то для нее уравнение (4.9) примет вид:

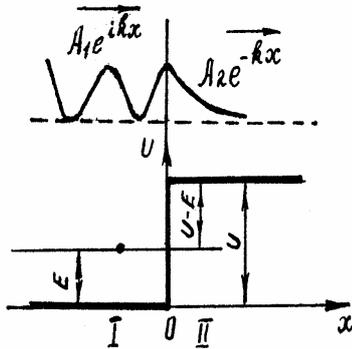
$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi_1 = 0 \quad (5.10)$$

или

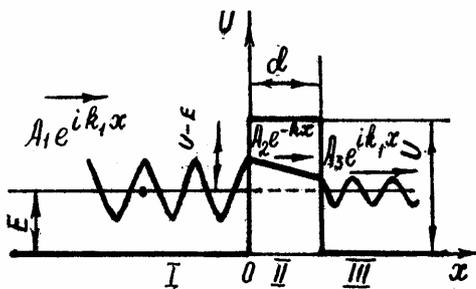
$$\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k_1^2\psi_1 = 0,$$

где ψ_1 – волновая функция микрочастицы в области I;

$$k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}.$$



a)



б)

Рис. 3 Прохождение микрочастицы через потенциальный барьер:

a – бесконечно протяженный барьер; туннельное просачивание микрочастицы;
б – барьер конечной толщины

Для области II:

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi_2 = 0 \quad (5.11)$$

или

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + k_2^2\psi_2 = 0,$$

где ψ_2 – волновая функция микрочастицы в области II;

$$k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(E - U)}.$$

Решения, общие для уравнений (5.10) и (5.11), имеют следующий вид:

$$\psi_1 = A_1 \exp(ik_1x) + B_1 \exp(-ik_1x) \quad \text{при } x < 0; \quad (5.12)$$

$$\psi_2 = A_2 \exp(ik_2x) + B_2 \exp(-ik_2x) \quad \text{при } x > 0. \quad (5.13)$$

В уравнении (5.12) первое слагаемое отвечает волне, распространяющейся вдоль оси X в области I. Амплитуда этой волны равна A_1 . Соответственно второе слагаемое отвечает волне, распространяющейся в противоположном направлении и имеющей амплитуду равную B_1 . Это волна, отраженная от барьера. Отношение

$$R = \frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}$$

представляет собой коэффициент отражения микрочастицы от барьера.

Первое слагаемое в уравнении (5.13) соответствует волне, распространяющейся в области II в направлении X . Отношение

$$D = \frac{|A_2|^2}{|A_1|^2}$$

представляет собой коэффициент прозрачности барьера.

Второе слагаемое в уравнении (5.13) соответствует отраженной волне, распространяющейся в области II. Очевидно, что такой волны нет, поэтому $B_2 = 0$. Итак, внутри барьера

$$\psi_2 = A_2 \exp(ik_2x). \quad (5.14)$$

Для барьера, высота которого $U > E$, волновой вектор k_2 является мнимым. Обозначим $k_2 = ik$, где

$$k = \hbar^{-1} \sqrt{2m(U - E)} \quad (5.15)$$

является действительным числом.

Тогда соотношение (5.14) с учетом (5.15) запишется как

$$\psi_2 = A_2 \exp(-kx) \quad (5.16)$$

Тот факт, что $A_2 \neq 0$, означает, что имеется вероятность проникновения микрочастицы на некоторую глубину в область II.

$$P = |\psi_2|^2 = A_2^2 \exp\left(-\frac{2d}{\hbar^2} \sqrt{2m(U - E)}\right). \quad (5.17)$$

Выражение (5.17) представляет собой математическую запись туннельного эффекта. На рис. 3, б представлена иллюстрация туннельного эффекта, т.е. возможности проникновения частицы через потенциальный барьер конечной толщины d .

Туннельный эффект не сопровождается изменением энергии микрочастицы до и после барьера, через который она просачивается. В табл. 1 приведены величины D для барьеров разной толщины, но и той же высоты $U - E = 5$ эВ.

Таблица 1

d , мм	0,1	0,15	0,2	0,5	1,0
D	0,1	0,03	0,008	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$1,15 \cdot 10^{-16}$

Туннельный эффект играет большую роль в электронных приборах. Он обуславливает протекание таких явлений, как эмиссия электронов под действием сильного поля, прохождение тока через диэлектрические пленки, перехода; на его основе созданы туннельные диоды, разрабатываются активные пленочные элементы и т.д.

5.3 Движение микрочастицы в потенциальной яме

Рассмотрим движение микрочастицы, например электрона, в потенциальной яме (рис. 4).

Роль потенциальной ямы в данном случае может вытеснить атом или кусок металла; этот электрон не может свободно покинуть металл. Вне металла потенциальная энергия свободного электрона $U = 0$; внутри металла $U_0 = -eV_0$, где V_0 – положительный потенциал поля, созданный узлами решетки.

Если энергию электрона отсчитывать от длины ямы, то для описания его движения запишем стационарное уравнение Шредингера

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi \equiv \frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \quad (5.18)$$

где $k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE}$.

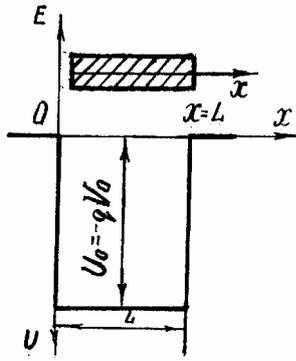


Рис. 4 Движение микрочастицы в прямоугольной потенциальной яме

Решение уравнения (5.18)

$$\psi = C \exp(ikh) + D \exp(-ikh). \quad (5.19)$$

Для бесконечно глубокой потенциальной ямы $\psi = 0$ вне промежутка $0 < x < L$, так как электрон из этой ямы выйти не может. Если считать, что функция ψ непрерывна, то ее значение равно нулю в точке $x = 0$ и $x = L$

$$\psi(0) = \psi(L) = 0.$$

I граничное условие

$$C + D = 0, \quad D = -C,$$

тогда решение (5.19) примет вид

$$\psi = C[\exp(ikh) - \exp(-ikh)] = 2Ci \sin hx = C_1 \sin kx. \quad (5.20)$$

II граничное условие

$$k_n L = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

откуда

$$k_n = \frac{n\pi}{L}. \quad (5.21)$$

Подставляя (5.21) в (5.20), получаем

$$\psi_n = C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right). \quad (5.22)$$

Из выражения (5.22) получим значение E

$$E = \frac{k^2 \hbar^2}{2m}. \quad (5.23)$$

Подставим (5.21) в (5.23)

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2. \quad (5.24)$$

Выражение (5.24) описывает дискретный ряд уровней энергий E_n ; число n называется квантовым числом. Найдем выражение для волновой функции (5.22), т.е. найдем C_n , используя условие нормировки вероятностей

$$\int_0^L C_n^2 \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = 1.$$

Решая это уравнение, находим $C_n = \sqrt{\frac{2}{L}}$, тогда (5.22) примет вид

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right).$$

6 ОСНОВЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Посылки зонной теории:

1 Электроны движутся в периодическом потенциальном поле кристалла.

- 2 Энергия электрона квантуется. Распределение электронов по уровням диктуется принципом Паули.
- 3 В периодическом потенциальном поле на электрон действуют силы.

В зонной теории твердое тело рассматривается как строго периодическая структура, в которой ионы создают электрическое поле. Задача состоит в описании поведения электронов в этом поле. Решить точно уравнение Шредингера для такой системы невозможно. В методе решения принимается, что имеется совокупность большого числа изолированных атомов, у каждого из которых электроны имеют свою систему дискретных энергетических уровней. Считается, что энергия связи электронов со "своими" атомами и значительно больше, чем их кинетическая энергия перемещения в кристаллической решетке. Рассматривается, что происходит с энергетическими уровнями по мере сближения изолированных атомов и образования из них кристаллов. Связь электронов со своими атомами так сильна, что лишь валентные электроны при сближении атомов на расстояния, сравнимые с размерами атомов, переходят от одного атома к другому.

В изолированном атоме имеются дискретные уровни энергий. Считается, что они зависят от главного n и орбитального l квантовых чисел. Считается также, что энергетические уровни, соответствующие различным значениям магнитного m и спинового m_s , совпадают.

Узкий энергетический уровень валентного электрона в изолированном атоме расширяется в кристалле в широкую полосу – зону разрешенных значений энергии электронов (порядка единиц электрон-вольт). Разрешенные энергетические зоны отделены друг от друга запрещенными зонами значений энергии электронов (рис. 5). Разрешенная зона тем шире, чем больше энергия электрона на соответствующем уровне в изолированном атоме. Возможные значения электронов квантованы, т.е. дискретны, а общее их число конечно. В кристалле, состоящем из N атомов, уровню энергии изолированного атома соответствует зона, состоящая из $(2l + 1)N$ дискретных уровней, на каждом из которых может находиться не более двух электронов с антипараллельными спинами. Для электронов внутренних оболочек атомов вероятность туннельного перехода электрона от одного атома к другому оказывается очень малой. Это связано с уменьшением прозрачности потенциального барьера, в результате чего частота просачивания электрона сквозь потенциальный барьер оказывается ничтожно малой.

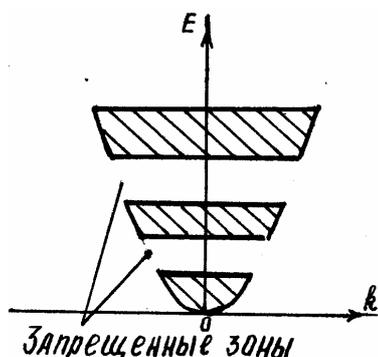


Рис. 5 Образование энергетических зон в кристалле

6.1 Металлы, диэлектрики и полупроводники

В зонной теории различные типы твердых тел по электрическим свойствам отличаются характером расположения разрешенных и запрещенных зон энергий, а также различным заполнением зон электронами. Заметим, что ширина разрешенных зон энергий возрастает с ростом энергии электрона в изолированном атоме, а ширина запрещенных зон при этом уменьшается. Для достаточно высоких уровней энергии электронов изолированных атомов образовавшиеся из них энергетические зоны иногда перекрывают друг друга.

В зонной теории твердого тела различия в электрических свойствах разных типов твердых тел объясняются шириной запрещенной зоны и различным заполнением разрешенных энергетических зон. Запрещенные зоны могут как разделять разрешенные, так и отсутствовать вообще. Если разрешенные зоны перекрываются, то образуется гибридная зона.

Подобно тому, как в отдельном атоме электроны могут переходить с одного энергетического уровня на другой, так электроны в кристаллах могут переходить из одной разрешенной зоны в другую, а также совершать переходы внутри одной и той же зоны. Для перехода электрона из нижней энергетической зоны в соседнюю верхнюю разрешенную зону необходима энергия, равная ширине запрещенной зоны, лежащей между ними.

Можно показать, что под действием даже очень сильного внешнего электрического поля электроны совершают только внутризонные перемещения. Повышение температуры приводит к передаче электрону энергии достаточной для перехода в расположенную выше разрешенную зону.

По характеру заполнения энергетических зон твердые тела делятся на две группы:

- 1 Металлы – твердые тела, над целиком заполненной нижней зоной, называемой валентной зоной, очень маленькой или совсем отсутствующей запрещенной зоны, и частично заполненной зоной проводимости.

- 2 Полупроводники и диэлектрики – над целиком заполненной нижней зоной располагаются полностью свободные от электронов зоны (рис. 6). Запрещенная зона отделяет зону проводимости от валентной зоны, т.е. они не перекрываются. Следовательно, диэлектрики отличаются от полупроводников шириной запрещенной зоны и заполнением валентной зоны и зоны проводимости. При $T = 0$ полупроводники и диэлектрики отличаются только шириной запрещенной зоны.

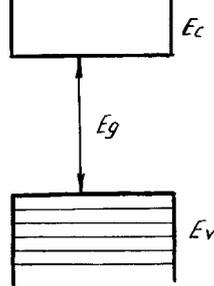


Рис. 6 Валентная, запрещенная зона и зона проводимости в диэлектрике и полупроводнике:

E_c – это зоны проводимости; E_g – ширина запрещенной зоны;
 E_v – потоки валентной зоны

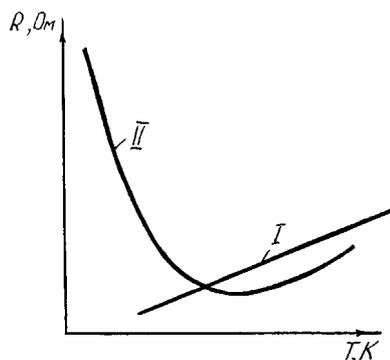


Рис. 7 Зависимость сопротивления твердых тел от температуры:

I – металлы; II – полупроводники и диэлектрики

Такая энергетическая схема относится только к собственным полупроводникам, получаемым в результате высокой степени очистки.

На рис. 7 приведены зависимости сопротивления от температуры. Из них видно, что сопротивление металла при $T = 0$ стремится к нулю, в то время как для полупроводников и диэлектриков оно приближается к бесконечности. Таким образом, становится очевидно, что различие в электропроводности (величине, обратной сопротивлению) между металлами и полупроводниками качественное, а между полупроводниками и диэлектриками – количественное.

Проводимость у полупроводников возникает лишь в результате возбуждения электронов. Возбуждение может осуществляться путем нагрева или возбуждения. Возбуждение проводимости означает перевод электронов из валентной зоны в зону проводимости.

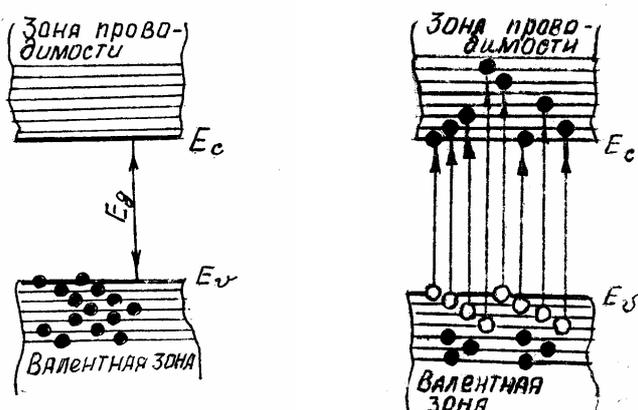
$$\sigma_{\text{ме}} = 7 \dots 8 \cdot 10^4 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}; \quad \sigma_{\text{полупр}} \approx 10^{-14} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}.$$

6.2 Понятие о дырках

Под действием внешнего возбуждения, например при повышении температуры, электроны валентной зоны могут переходить на свободные уровни, оставляя на своем месте пустое место, именуемое фиктивной микрочастицей или дыркой. Таким образом, электроны перемещаются вверх по энергетической лестнице, а дырки – вниз. На рис. 8 приведена иллюстрация этого процесса для собственного полупроводника.

При абсолютном нуле валентная зона укомплектована не полностью, а зона проводимости, расположенная над валентной зоной на расстоянии E_g , является пустой. Поэтому при абсолютном нуле собственный проводник, как и диэлектрик, обладает нулевой проводимостью (рис. 8, а).

Однако при повышении температуры вследствие термического возбуждения электронов валентной зоны часть из них приобретает энергию, достаточную для преодоления запрещенной зоны и перехода



а)

б)

Рис. 8 Зонная структура собственного полупроводника:

$$a - T = 0 \text{ К}; \quad б - T > 0 \text{ К}$$

в зону проводимости (рис. 8, б), а в валентной зоне появляются дырки. Если к такому кристаллу приложить внешнее электрическое поле, то в нем возникнет направленное движение электронов зоны проводимости, т.е. он становится проводящим.

Чем уже запрещенная зона и выше температура кристалла, тем больше электронов переходит в зону проводимости. Так, у германия, имеющего $E_g = 0,66$ эВ, уже при комнатной температуре удельное сопротивление составляет всего лишь $\rho_i \approx 0,48 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. В то же время у алмаза, являющегося прекрасным диэлектриком и имеющего $E_g = 5,2$ эВ h_i при комнатной температуре оказывается равной только $\approx 10^4 \text{ м}^{-3}$ и $\rho \approx 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Но уже при $T = 600 \text{ К}$ концентрация электронного газа в алмазе увеличивается на много порядков и удельное сопротивление становится того же порядка, что и у германия при комнатной температуре.

Из сказанного вытекает весьма важный вывод: разделение тел на полупроводники и диэлектрики носит в значительной мере условный характер. По мере того, как в качестве полупроводников начинают использовать материалы со все более широкой запрещенной зоной, деление тел на полупроводники и диэлектрики постепенно утрачивает свой смысл.

Рассмотрим теперь более подробно поведение электронов в валентной зоне, в которой возникли свободные уровни вследствие перехода части электронов в зону проводимости (рис. 8, б).

Под действием внешнего поля электроны валентной зоны теперь имеют возможность переходить на свободные уровни и создавать в кристалле электрический ток. Определим мгновенную силу этого тока.

Сила тока, создаваемая одним электроном, движущимся со скоростью V_i , равна

$$I_i = eV_i.$$

Результирующая сила мгновенного тока, создаваемого всеми электронами валентной зоны, равна

$$I_p = eV_i,$$

где суммирование проводится по всем состояниям, занятым электронами.

Для зоны, укомплектованной электронами полностью, $I_p = 0$, так как любому электрону, имеющему скорость $+V_i$, можно сопоставить электрон со скоростью $-V_i$.

Теперь представим, что в валентной зоне заняты все состояния, кроме одного, характеризующегося скоростью V_s . Суммарная сила тока в такой зоне равна

$$I = -e \sum_{i \neq s} V_i = -e \sum_i V_i + eV_s.$$

Так как первое слагаемое правой части равно нулю, то

$$I = eV_s.$$

Таким образом, суммарная сила тока всех электронов валентной зоны, имеющей одно вакантное состояние, эквивалентна силе тока, обусловленного движением в ней фиктивной частицы с положительным зарядом $+e$, помещенную в это состояние – дырки.

6.3 Примесные уровни в полупроводниках

Полупроводники любой степени чистоты всегда содержат примесные атомы, создающие свои собственные энергетические уровни, получившие название примесных уровней. Эти уровни могут располагаться как в разрешенной, так и в запрещенной зонах полупроводника на различных расстояниях от потолка валентной зоны и для зоны проводимости. В ряде случаев примеси вводят сознательно для придания полупроводнику необходимых свойств.

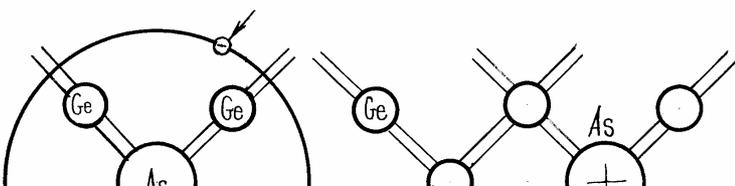
Рассмотрим основные типы примесных уровней.

6.3.1 ДОНОРНЫЕ УРОВНИ

Предположим, что в кристалле германия часть атомов германия замещена атомами пентавалентного мышьяка. Германий имеет решетку типа алмаза, в которой каждый атом окружен четырьмя ближайшими соседями, связанными с ним валентными силами (рис. 9, а).

Для установления связи с этими соседями атом мышьяка расходует четыре валентных электрона. Пятый электрон в образовании связи не участвует. Он продолжает двигаться вокруг иона мышьяка, электронное поле которого ослаблено в германии в $\epsilon = 16$ раз (ϵ – диэлектрическая проницаемость германия). Вследствие ослабления поля радиус орбиты электрона увеличивается в 16 раз, а энергия связи его с атомом мышьяка уменьшается примерно в $\epsilon^2 \approx 256$ раз, становясь равной $E_d \approx 0,01$ эВ. При сообщении электрону такой энергии он отрывается от атома, превращаясь в электрон проводимости (рис. 9, б).

На языке зонной теории этот процесс можно представить следующим образом: между заполненной валентной зоной и свободной зоной проводимости располагаются энергетические уровни пятого электрона атомов мышьяка (рис. 9, в). Эти уровни размещаются непосредственно у зоны проводимости, отстоя от нее на расстоянии $E_g \approx 0,01$ эВ. При сообщении электронам таких примесных уровней энергии E_g они переходят в зону проводимости. Образующиеся при этом положительные заряды ("дырки") локализуются на неподвижных атомах мышьяка и в электропроводности не участвуют.



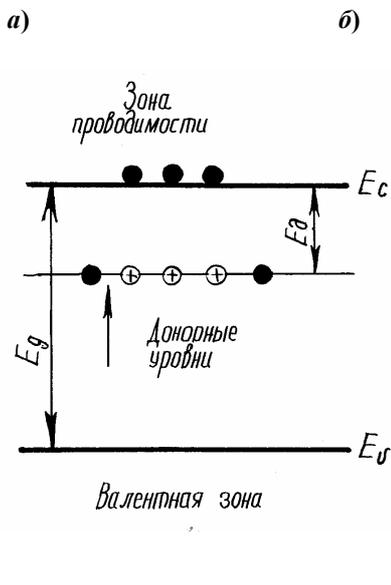


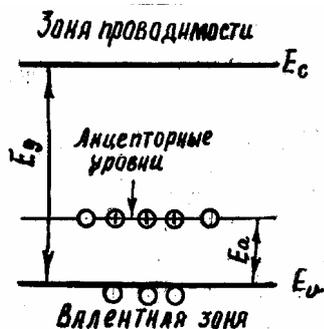
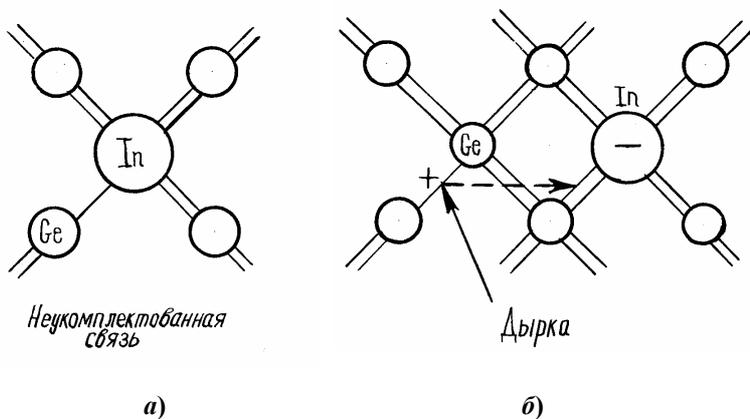
Рис. 9 Возбуждение носителей заряда в *n*-полупроводниках:
a – $T \approx 0$ К; *б* – $T > 0$ К; *в* – процесс с точки зрения зонной теории

Примеси, являющиеся источниками электронов проводимости, называются донорами, а энергетические уровни этих примесей – донорными уровнями. Полупроводники, содержащие донорную примесь, называются электронными полупроводниками или полупроводниками *n*-типа; часть их называют также донорными полупроводниками.

6.3.2 АКЦЕПТОРНЫЕ УРОВНИ

Предположим теперь, что в решетке германия часть атомов германия замещена атомами трехвалентного цезия (рис. 10, *a*).

Для образования связей с четырьмя соседями у атомов индия не хватает одного электрона. Его можно "позаимствовать" у атома германия. Расчет показывает, что для этого требуется энергия порядка $E_a \approx 0,01$ эВ. Разорванная связь представляет собой "дырку" (рис. 10, *б*), так как она отвечает образованию в валентной зоне германия вакантного состояния.



в)

Рис. 10 Возбуждение носителей заряда в примесных p -полупроводниках:

$a - T \approx 0 \text{ K}$; $b - T > 0 \text{ K}$; v – процесс с точки зрения зонной теории

На рис. 10, в показана зонная структура германия, содержащего примесь индия. Непосредственно у потолка валентной зоны на расстоянии $E_a \approx 0,01 \text{ эВ}$ располагаются незаполненные уровни атомов индия. Близость этих уровней к заполненной валентной зоне приводит к тому, что уже при относительно невысоких температурах электроны из валентной зоны переходят на примесные уровни. Связываясь с атомами индия, они теряют способность перемещаться в решетке германия и в проводимости не участвуют. Свободными носителями заряда являются лишь дырки, возникающие в валентной зоне.

Примеси, захватывающие электроны из валентной зоны полупроводника, называются акцепторными, а энергетические уровни этих примесей – акцепторными уровнями. Полупроводники, содержащие такие примеси, называются двурочными полупроводниками или полупроводниками p -типа; часто их называют акцепторными полупроводниками.

6.4 Эффективная масса электрона

Рассмотрим движение электрона под действием внешнего электрического поля. Предположим сначала, что мы имеем дело со свободным электроном, помещенным в однородное электрическое поле. Введем условные обозначения:

- v – скорость электрона в металле;
- ω – циклическая частота электрона (волны);
- k – волновой вектор;
- ε – напряженность внешнего электрического поля;
- E – энергия электрона (работа по его перемещению);
- a – ускорение электрона.

$$v = \frac{r}{T} = \frac{2\pi\lambda}{2\pi T} = \frac{\omega}{K} . \quad (6.1)$$

Выражение (6.1) справедливо, если ω не зависит от k . Если ω зависит от k , необходимо записать в более общем виде

$$v = \frac{d\omega}{dk} ,$$

т.е. средняя скорость движения электрона равна групповой скорости волнового пакета.

Известна формула Планка

$$E = \hbar\omega , \quad (6.2)$$

или

$$\omega = \frac{E}{\hbar} . \quad (6.3)$$

Подставляя (6.3) в (6.1), получаем

$$v = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} , \quad (6.4)$$

откуда

$$dE = \hbar v dk . \quad (6.5)$$

Продифференцируем (6.4) по времени

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 E}{dk dt} \left(\frac{dk}{dk} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2 E}{dk dt} . \quad (6.6)$$

Со стороны поля на электрон действует сила $F = -e\varepsilon$. Приращение энергии электрона равно

$$dE = F dS' .$$

Поскольку $dS' = v dt$

$$dE = e\varepsilon v dt . \quad (6.7)$$

Приравниваем (6.5.) и (6.6)

$$e\varepsilon v dt = \hbar v dk ;$$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{\hbar} e\varepsilon = F . \quad (6.8)$$

Последнее выражение представляет собой уравнение движения электрона в кристалле. Подставим теперь $\frac{dk}{dt}$ из выражения (6.8) в выражение для ускорения (6.7)

$$a = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} e\varepsilon. \quad (6.9)$$

Уравнение (6.9) связывает ускорение электрона с внешней силой $-eE$. Если предположить, что величина $\hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$ имеет смысл массы, то (6.9) приобретает вид второго закона Ньютона

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e\varepsilon}{m}, \quad (6.10)$$

где

$$m^* = \hbar^2 \left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}. \quad (6.11)$$

Величина m^* получила название *эффективной массы электрона*. Эффективная масса отражает влияние периодического потенциала решетки на движение электрона в кристалле под действием внешней силы.

Покажем, что выражение (6.11) удовлетворяет соотношению для свободного электрона

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (6.12)$$

Продифференцируем (6.12) по k :

$$\frac{dE}{dk} = \frac{\hbar^2 k}{m};$$

$$\frac{d^2 E}{dk^2} = \frac{\hbar^2}{m};$$

$$m = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{d^2 E}{dk^2} \right)} = m^*. \quad (6.13)$$

Таким образом, для свободного электрона эффективная и объемная массы тождественны.

На рис. 11 иллюстрируется зависимость E от k .

1 Параболический участок – электрон свободен. Кривизна, описываемая выражение $\frac{d^2 E}{dk^2}$, постоянна и положительна, эффективная масса равна массе свободного электрона.

$$m = m^*.$$

2 Точка перегиба кривизны $\frac{d^2 E}{dk^2} = 0$; $m^* = 0^{-1} \rightarrow \infty$.

3 $\frac{d^2 E}{dk^2} = \text{const} < 0$; $m^* < 0$.

В отличие от объемной массы, эффективная масса не определяет запас энергии электрона, его гравитационных и инерционных свойств.

Она служит теоретическим инструментом для упрощенного расчета – рассмотрения электрона в поле решетки на как свободного, не обладающим эффективной массой.

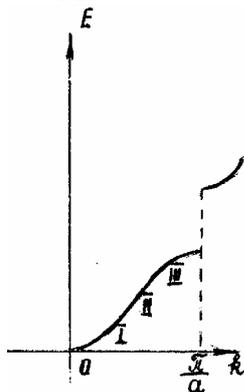


Рис. 11 Зависимость энергии электрона от волнового числа

6.5 Рекомбинационные эффекты

При температуре, отличной от абсолютного нуля, в полупроводнике происходит, как мы знаем, процесс возбуждения, или *генерации*, свободных носителей заряда. Если бы этот процесс был единственным, то концентрация носителей непрерывно возрастала бы с течением времени. Однако вместе с процессом генерации возникает процесс *рекомбинации* свободных носителей. Он состоит в том, что свободный электрон при встрече с вакантным местом (дыркой) занимает его, в результате чего происходит уничтожение пары свободных носителей.

При любой температуре между процессом тепловой генерации носителей и процессом их рекомбинации устанавливается равновесие, которому соответствует *равновесная концентрация* носителей. Такие носители называют *равновесными*. Помимо теплового возбуждения возможны и другие способы генерации свободных носителей в полупроводниках: под действием света, ионизирующих частиц, введения (инъекции) их через контакт и др. Действие таких агентов приводит к появлению дополнительных, *избыточных* против равновесной концентрации, свободных носителей. Их называют также *неравновесными носителями*. Обозначим концентрацию таких носителей соответственно через Δn и Δp . Тогда полная концентрация носителей будет равна

$$n = n_0 + \Delta n, \quad p = p_0 + \Delta p, \quad (6.14)$$

где n_0, p_0 – концентрация равновесных носителей.

Каждый неравновесный носитель, возникнув в полупроводнике, "живет" в нем ограниченное время до своей рекомбинации (гибели), разное для разных носителей. Поэтому вводят *среднее время жизни носителей* τ , которое для электронов обозначают τ_n , для дырок – τ_p .

Процесс генерации носителей характеризуют *скоростью рекомбинации* R , равной числу носителей (числу пар носителей), ежесекундно рекомбинирующих в единице объема полупроводника. Для электронов

$$R_n = -\frac{dn}{dt} = -\frac{d(\Delta n)}{dt}, \quad (6.15)$$

для дырок

$$R_p = -\frac{dp}{dt} = -\frac{d(\Delta p)}{dt}, \quad (6.16)$$

где n, p – суммарная концентрация электронов и дырок в данный момент; $\Delta n, \Delta p$ – избыточная их концентрация в этот момент; знак "-" указывает на то, что в процессе рекомбинации концентрация носителей уменьшается. Так как каждый избыточный носитель, например электрон, живет в среднем τ_n , то в одну секунду их прорекомбинирует $\frac{\Delta n}{\tau}$, где Δn – концентрация избыточных носителей в данный момент времени. Поэтому скорость рекомбинации

$$R_n = -\frac{d(\Delta n)}{dt} = \frac{\Delta n}{\tau_n}. \quad (6.17)$$

Аналогичное соотношение будет иметь место для дырок

$$R_p = -\frac{d(\Delta p)}{dt} = \frac{\Delta p}{\tau_p}. \quad (6.18)$$

Интегрируя эти уравнения, получим

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-\frac{t}{\tau_n}}, \quad \Delta p = \Delta p_0 e^{-\frac{t}{\tau_p}}. \quad (6.19)$$

Из уравнения (6.19) видно, что при $t = \tau$ $\Delta n = \frac{\Delta n_0}{e}$ и $\Delta p = \frac{\Delta p_0}{e}$. Таким образом, среднее время жизни избыточных носителей равно времени, в течении которого их концентрация вследствие рекомбинации уменьшается в $e = 2,73$ раза.

Свободные носители заряда, диффундируя в объеме полупроводника, за время своей жизни τ перемещаются в среднем на расстояние L , которое называют *диффузионной длиной* носителей. Как показывает расчет, L следующим образом зависит от τ

$$L = \sqrt{D\tau}, \quad (6.20)$$

где D – коэффициент диффузии носителей, связанный с их подвижностью u соотношением Эйнштейна

$$D = \frac{kTu}{q}, \quad (6.21)$$

где k – постоянная Больцмана; q – заряд электрона.

Процесс перехода электрона из зоны проводимости в валентную зону при рекомбинации может протекать или непосредственно через всю запрещенную зону E_g , как это показано стрелкой 1 на рис. 12, или сначала на примесный уровень E_n (стрелка 2), а затем с примесного уровня в валентную зону (стрелка 3). Первый тип рекомбинации называется *межзонным*, второй – *рекомбинацией через примесный уровень*.

При обоих типах рекомбинации выделяется одна и та же энергия E_g . Различие состоит в том, что в первом случае эта энергия выделяется сразу, во втором – по частям, отвечающим переходам 2 и 3.

Выделение энергии может происходить или в форме кванта света $h\nu$, или в виде тепла (фононов). В первом случае рекомбинацию называют *излучательной*, во втором – *безызлучательной*. Как показывают расчет и опыт, межзонная излучательная рекомбинация может иметь существенное значение для полупроводников с узкой запрещенной зоной при относительно высоких температурах (комнатной и выше). Для полупроводников же с широкой запрещенной зоной основным механизмом, ответственным за рекомбинацию, является безызлучательная рекомбинация через примесные уровни. Однако при некоторых условиях и в таких полупроводниках можно достичь относительно высокого

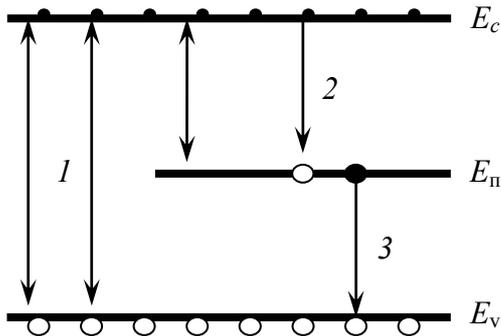


Рис. 12 Схема межзонной рекомбинации и рекомбинации через локальный уровень в запрещенной зоне

уровня излучательной рекомбинации. Этому способствует, в частности, повышение концентрации избыточных носителей в полупроводнике, а в ряде случаев – так же увеличение степени легирования. Замечательным в этом отношении является арсенид галлия (GaAs), у которого при благоприятных условиях доля излучательной рекомбинации может достигать 50 % и более от общего числа актов рекомбинации. Поэтому арсенид галлия является в настоящее время основным материалом для изготовления *светодиодов* и *источников когерентного излучения* (лазеров), получивших широкое практическое применение.

7 ОСНОВЫ СТАТИСТИКИ ЭЛЕКТРОНОВ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Одной из целей статистических исследований нередко является построение гистограмм распределения вероятности определенных событий, происходящих среди определенного количества исследуемых объектов. Поскольку любое твердое тело представляет собой систему или коллектив, состоящий из огромного числа микрочастиц, методы статистики вполне применимы для их описания.

На рис. 13 приведена гистограмма распределения частоты вероятности встречи f микрочастицы с определенной энергией. Данная гистограмма строится для какой-либо определенной физической ситуации.

По характеру поведения в коллективе все микрочастицы делятся на две группы: фермионы и бозоны.

Фермионы подчиняются принципу Паули, т.е., если данное квантовое состояние занято фермионом, то никакой другой фермион данного типа не может попасть в данное состояние.

К бозонам относятся частицы, напротив, стремящиеся к "объединению". Они могут неограниченно заселять одно и то же состояние, причем делают это тем "охотнее", чем больше там бозонов.

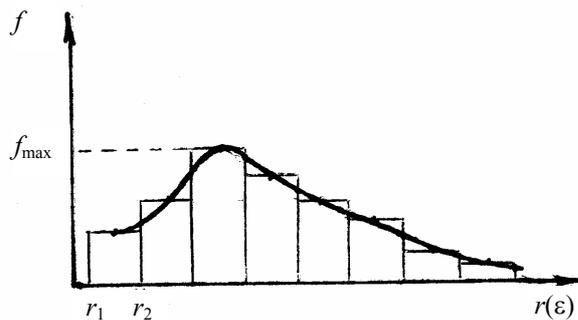


Рис. 13 Гистограмма распределения электронов по энергиям

Критерий отличия фермионов и бозонов – спин. Спин микрочастицы описывается спиновым квантовым числом – S . Если S целочисленное ($S = 0, 1, \dots$) микрочастица относится к бозонам (например, He^4 , фотон, фонон).

Если спин микрочастицы описывается полуцелым квантовым числом ($S = \pm \frac{1}{2}$), то мы имеем дело с фермионом.

Рассмотрим вопрос о возможном влиянии специфики микрочастиц (их "фермионности" или "бозонности") на свойства коллектива как целого.

Для проявления специфики необходимо, чтобы микрочастицы "встречались" друг с другом достаточно часто. Здесь под "встречей" понимается попадание двух частиц в одно и то же состояние.

Предположим, что на N одинаковых микрочастиц приходится G различных состояний, в которых может находиться отдельная микрочастица. Мерой частоты "встреч" может служить отношение $\frac{N}{G}$. Микрочастицы будут встречаться редко, если выполняется следующее условие

$$\frac{N}{G} \ll 1. \quad (7.1)$$

В этом случае число различных вакантных состояний много больше числа микрочастиц: $G \gg N$. В таких условиях специфика фермионов проявиться, очевидно, не может, поскольку в распоряжении каждой микрочастицы имеется множество различных свободных состояний и вопрос о заселении одного и того же состояния несколькими микрочастицами практически не возникает. Поэтому свойства коллектива, как целого, не будут зависеть от специфики микрочастиц, из которых он состоит. Подобные коллективы называются невырожденными, а условие (7.1) называют условием невырожденности.

Если же число состояний G оказывается одного порядка с числом частиц N , т.е., если выполняется условие

$$\frac{N}{G} \approx 1, \quad (7.2)$$

то вопрос о том, как заселять состояния, поодиночке или коллективно, становится весьма актуальным. В этом случае специфика микрочастицы проявляется в полной мере, оказывая значительное влияние на свойства коллектива, как целого. Такие коллективы называются вырожденными.

Физическая статистика, изучающая свойства невырожденных коллективов, называется классической статистикой или статистикой Максвелла–Больцмана.

Физическая статистика, изучающая свойства вырожденных коллективов, называется квантовой статистикой. Влияние специфики частиц на свойства вырожденного коллектива обуславливает существенное различие между вырожденным коллективом фермионов и вырожденным коллективом бозонов. В связи с этим различают две квантовые статистики.

Квантовую статистику фермионов связывают с именами Э. Ферми и А. Дирака (отсюда, кстати говоря, и происходит термин "фермион"). Ее называют статистикой Ферми–Дирака.

Квантовую статистику бозонов связывают с именами Бозе и А. Эйнштейна (отсюда термин "бозон"). Ее называют статистикой Бозе–Эйнштейна.

Поставим вопрос: каким образом распределение частиц по тем или иным состояниям связано с состояниями коллектива, как целого?

Для того, чтобы задать состояние коллектива, например газа частиц, надо указать его термодинамические параметры. Чтобы задать состояние частиц, надо указать значение их координат и составляющих импульсов или энергию частиц, которая определяется их координатами и импульсами.

Связь между этими двумя типами величин осуществляет статическая функция распределения

$$N(E)dE, \quad (7.3)$$

выражающая число частиц с энергией от E до $E + dE$.

Будем искать функцию распределения в следующем виде

$$N(E)dE = g(E)dE f(E). \quad (7.4)$$

Здесь $g(E)dE$ – плотность состояний, т.е. число состояний, приходящихся на интервал энергии dE , $f(E)$ – функция распределения. Она выражает вероятность заполнения частицами данных состояний. Если, напротив, на 100 близких расположенных состояний приходится в среднем 10 частиц, то вероятность заполнения этих состояний $f(E) = 0,1$. Так как на каждое состояние приходится в среднем 0,1 частица, то $f(E)$ можно трактовать как среднее число частиц, находящихся в данном состоянии.

Для определения функции $g(E)dE$ нам необходимо задаться координатами (x, y, z) и тремя составляющими импульса (p_x, p_y, p_z) , которые отражают состояние микрочастицы в классической механике.

Представим себе шестимерное пространство с осями координат x, y, z, p_x, p_y, p_z . Состояние микрочастицы в этом пространстве в каждый момент времени будет определяться точкой (x, y, z, p_x, p_y, p_z) . Такое пространство называют фазовым, а точки (x, y, z, p_x, p_y, p_z) , определяющие состояние микрочастицы, называют фазовыми точками. Величина

$$\Delta\Gamma = \Delta\Gamma_V \Delta\Gamma_P = dx dy dz dp_x dp_y dp_z \quad (7.5)$$

называется элементом объема фазового пространства.

Здесь $\Delta\Gamma_V = dx dy dz$ представляет собой элемент объема пространства координат, $\Delta\Gamma_P = dp_x dp_y dp_z$ – элемент объема пространства импульсов.

Так как у классической частицы координаты и составляющие импульса могут меняться непрерывно, то элементы $\Delta\Gamma_V$, $\Delta\Gamma_P$, а вместе с ними и элемент $\Delta\Gamma$ могут быть сколь угодно малы.

Для системы невзаимодействующих частиц, не подверженной влиянию внешнего поля, потенциальная энергия частиц равна нулю. Такие частицы называются свободными. Для них удобно пользоваться не шестимерным фазовым пространством, а трехмерным пространством импульсов.

Подсчитаем число состояний, которым обладает микрочастица в интервале энергий от E до $E + dE$. Для этого проведем в пространстве импульсов две сферы радиусами p и $p + dp$ (рис. 14). Между этими сферами находится шаровой слой, имеющий объем, равный $4\pi p^2 dp$. В этом случае элемент $\Delta\Gamma_V$ равен объему V , в котором движутся частицы, поскольку никаких других ограничений на их положение не налагается.

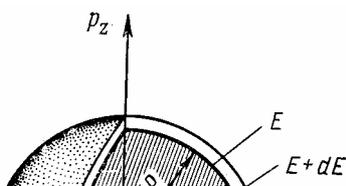


Рис. 14 К подсчету числа элементарных ячеек в заданном объеме пространства импульсов

Несколько иначе обстоит дело с делением фазового пространства на элементы объема в том случае, когда частицей является электрон или любой другой микрообъект, обладающий волновыми свойствами. Наличие у таких микрочастиц волновых свойств исключает, согласно принципу неопределенностей, возможность различать два состояния (x, y, z, p_x, p_y, p_z) и $(x + dx, y + dy, z + dz, p_x + dp_x, p_y + dp_y, p_z + dp_z)$, если произведение $dx dy dz dp_x dp_y dp_z$ окажется меньше h^3 . Поэтому в квантовой статистике за элементарную ячейку шестимерного фазового пространства принимается объем, равный

$$\Delta\Gamma = \Delta\Gamma_V \Delta\Gamma_P = h^3. \quad (7.6)$$

Для свободных микрочастиц, для которых $\Delta\Gamma_V = V$, элемент трехмерного пространства импульсов равен

$$\Delta\Gamma_P = \frac{h^3}{V}. \quad (7.7)$$

Тогда с учетом (7.7) число элементарных фазовых ячеек, заключенных в шаровом слое (рис. 14), равно

$$\frac{4\pi p^2 dp}{\Delta\Gamma_P} = \frac{4\pi V}{h^3} p^2 dp. \quad (7.8)$$

Так как каждой ячейке отвечает одно состояние микрочастицы, то число состояний, приходящееся на интервал dp , заполненный между p и $p + dp$, равно

$$g(p)dp = \frac{4\pi V}{h^3} p^2 dp.$$

Для свободных не взаимодействующих друг с другом частиц

$$p = \sqrt{2mE}, \quad \text{откуда} \quad p^2 = 2mE, \quad E = \frac{p^2}{2m}.$$

Тогда

$$dE = \frac{p}{m} dp;$$

$$dp = \frac{m}{p} dE. \quad (7.9)$$

Подставляя (7.9) в (7.8), получаем

$$g(E)dE = \frac{4\pi 2mEV}{h^3} \frac{m}{\sqrt{2mE}} dE = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} E^{1/2} dE. \quad (7.10)$$

Выражение (7.10) представляет собой число состояний микрочастицы в интервале энергий dE , заключенных между E и $E + dE$.

Теперь займемся отысканием функции распределения $f(E)$. Вид этой функции зависит прежде всего от того, является ли газ вырожденным или невырожденным, а для вырожденного газа – из каких частиц он состоит: из фермионов или бозонов.

7.1 Функция распределения для невырожденного газа

Начнем с рассмотрения невырожденного газа, функция распределения $f(E)$ для которого не зависит от природы частиц. Функция распределения для невырожденного коллектива имеет следующий вид

$$f(E) = e^{\frac{\mu}{kT}} e^{-\frac{E}{kT}}, \quad (7.11)$$

где k – постоянная Больцмана; μ – химический потенциал.

Расчет показывает, что для невырожденного газа μ равен

$$\mu = kT \ln \left[\frac{N}{V} \left(\frac{h^2}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} \right]. \quad (7.12)$$

Подставив выражение (7.12) в (7.11), находим

$$f(E) = \frac{N}{V} \left(\frac{h^2}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E}{kT}}. \quad (7.13)$$

Функция (7.13) называется функцией распределения Максвелла–Больцмана.

На рис. 15, а показан график функции $f_{\text{М-Б}}(E)$. Он имеет максимум при $E = 0$ и асимптотически снижается до нуля при $E \rightarrow \infty$. Это означает, что наибольшую вероятность заполнения имеют состояния с низкими энергиями. По мере повышения энергии состояний вероятность их заполнения непрерывно падает.

Умножая (7.13) на (7.10), получим полную функцию распределения частиц по энергиям

$$N(E)dE = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{1.5} E^{0.5} dE f_{\text{М-Б}}(E). \quad (7.14)$$

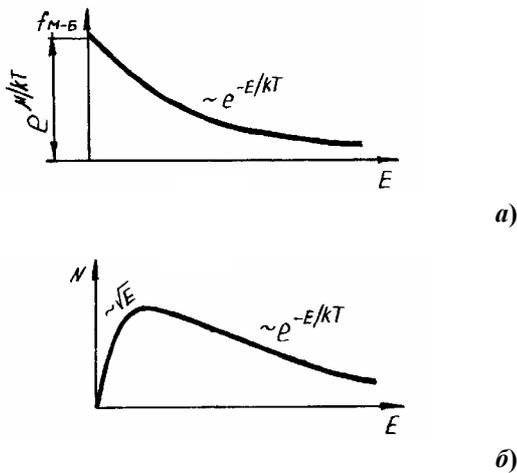


Рис. 15 Функция распределения для невырожденного газа:

а – средняя степень заполнения состояний частицами;
б – полная функция распределения

Ее называют полной функцией распределения Максвелла–Больцмана. График этой функции представлен на рис. 15, б. Максимум этой функции будет при $E_{\text{max}} = \frac{1}{2} kT$, среднее значение при $E_{\text{cp}} = \frac{3}{2} kT$.

7.2 Функция распределения для вырожденного газа фермионов

Функция распределения для вырожденного газа фермионов была впервые получена итальянским физиком Ферми и английским физиком Дираком и имеет следующий вид

$$f_{\text{Ф-Д}}(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) + 1}. \quad (7.15)$$

Здесь, как и ранее, через μ обозначен химический потенциал вырожденного газа фермионов.

Из (7.15) видно, что при $E = \mu$ функция распределения $f_{\text{Ф-Д}}(E) = \frac{1}{2}$ при любой температуре $T \neq 0$. Поэтому со статистической точки зрения уровень Ферми представляет собой энергетический уровень, вероятность заполнения которого равна $\frac{1}{2}$. Рассмотрим свойства вырожденного газа при различных температурах.

7.2.1 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТАЛЛЕ ПРИ АБСОЛЮТНОМ НУЛЕ. ЭНЕРГИЯ ФЕРМИ

Металл для свободных электронов является своеобразной потенциальной ямой, выход из которой требует затраты работы по преодолению сил связи, удерживающих электроны в металле. На рис. 16 представлена схема такой потенциальной ямы. Горизонтальными линиями показаны энергетические уровни, которые могут занимать электроны. В соответствии с принципом Паули на каждом таком уровне могут разместиться два электрона с противоположными спинами. Если электронный газ содержит N электронов, то последним занятым окажется уровень $\frac{N}{2}$. Этот уровень и называется уровнем Ферми для вырожденного электронного газа. Он соответствует максимальной кинетической энергии E_F , которой может обладать электрон в металле при абсолютном нуле.

Ее называют энергией Ферми ($E_F = E_0$). Таким образом, при абсолютном нуле все состояния с энергией $E < E_0$ заняты электронами, состояния с энергией $E > E_0$ свободны. Иначе говоря, при $T = 0$ вероятность заполнения электронами состояний с энергией $E < E_0$ равна 1, вероятность заполнения состояний с энергией $E > E_0$ равна нулю

$$f_{\Phi-Д}(E) = \begin{cases} 1 - & \text{для } E < E_0 \\ 0 - & \text{для } E > E_0 \end{cases} \quad (7.16)$$

Чтобы получить этот результат из (7.16), необходимо считать, что при $T = 0$ химический потенциал электронного газа, отсчитанный от дна потенциальной ямы, равен энергии Ферми E_0

$$\mu = E_0.$$



Рис. 16 Заполнение квантовых состояний электронами в металле

Положив в (7.16) $\mu = E_0$, получим

$$f_{\Phi-Д}(E) = \frac{1}{\exp \frac{E - E_0}{kT} + 1} \quad (7.17)$$

Если $E < E_0$, то при $T = 0$ $e^{\frac{E - E_0}{kT}} \rightarrow 0$ и $f_{\Phi-Д} = 1$.

Если $E > E_0$, то при $T = 0$ $e^{\frac{E - E_0}{kT}} \rightarrow \infty$ и $f_{\Phi-Д} = 0$.

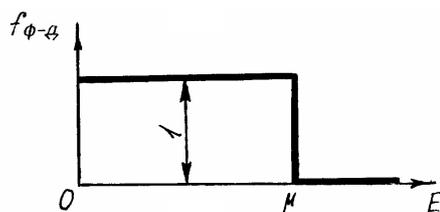
На рис. 17, а показан график функции распределения Ферми–Дирака при абсолютном нуле.

Умножая (7.16) на (7.10), получим полную функцию распределения Ферми–Дирака при абсолютном нуле

$$N(E)dE = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{1.5} E^{0.5} dE, \quad (7.18)$$

так как в интервале энергий от 0 до $E_0 - f_{\Phi-Д} = 1$.

График функции $N(E)$ показан на рис. 17.



а)



б)

Рис. 17 График функции распределения для вырожденного газа фермионов при абсолютном нуле:

а – средняя степень заполнения квантовых состояний;

б – полная функция распределения

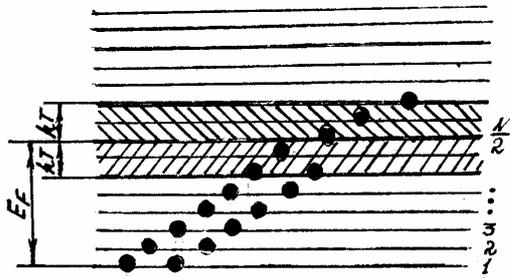
Интегрируя выражение (7.18), получим

$$E_0 = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (7.19)$$

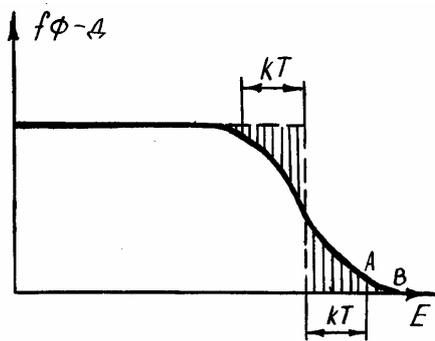
где $n = \frac{N}{V}$ – концентрация электронов газа в металле.

7.2.2 ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИ–ДИРАКА

С повышением температуры электроны подвергаются тепловому возбуждению и переходят на более высокие энергетические уровни, вследствие чего смещается распределение их по состояниям. Как показывают расчеты, тепловому возбуждению могут подвергаться электроны узкой полосы kT , непосредственно расположенной у уровня Ферми (рис. 18, а).



а)



б)

Рис. 18 Тепловое возбуждение электронов (а);
график функции распределения Ферми–Дирака при $T > 0$ (б)

Электроны более глубоких уровней остаются практически не затронутыми, так как энергии kT теплового движения недостаточно для их возбуждения (для перевода за уровень Ферми).

В результате теплового возбуждения часть электронов, имевших энергию, меньшую ε_0 , переходит на уровни с энергией, большей ε_0 и устанавливается новое их распределение по состояниям. На рис. 18, б показаны кривые распределения электронов по состояниям при $T = 0$ и при $T > 0$. Из рисунка видно, что повышение температуры вызывает размытие распределения на глубину kT и появление "хвоста" распределения AB , располагающегося правее ε_0 . Чем выше температура, тем более существенному изменению подвергается функция распределения. Сам "хвост" AB описывается уже максвелловской функцией распределения.

7.3 Функция распределения для вырожденного газа бозонов

Функция распределения бозонов по состояниям была впервые получена индийским физиком Бозе и А. Эйнштейном и имеет следующий вид

$$f_{\text{Б-Э}} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_0}{kT} - 1\right)}. \quad (7.20)$$

Для таких бозонов, как фотоны (кванты электромагнитного излучения) и фононы (кванты энергии упругих колебаний решетки), энергия Ферми $E_0 = 0$, а их энергия $E = h\nu = \hbar\omega$. Поэтому функция распределения для них принимает вид

$$f_{\text{Б-Э}} = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT} - 1\right)}. \quad (7.21)$$

Эта формула была получена впервые Планком и называется формулой Планка. Она выражает среднее число фононов, обладающих энергией $E = \hbar\omega$. Пользуясь формулой, легко установить закон распределения энергии в спектре абсолютно черного тела.

7.4 Положение уровня Ферми и зависимость концентрации носителей от температуры в полупроводниках

7.4.1 ЗАВИСИМОСТЬ КОНЦЕНТРАЦИИ СВОБОДНЫХ НОСИТЕЛЕЙ ОТ ПОЛОЖЕНИЯ УРОВНЯ ФЕРМИ

Как известно, уровень Ферми является одним из основных параметров, характеризующих газ свободных носителей в металлах и полупроводниках. В металлах при $T = 0$ уровень Ферми находится в зоне проводимости. Концентрация электронного газа в металлах сравнима по порядку величины с числом состояний в зоне проводимости, т.е.

$$\frac{N}{G} \approx 1,$$

вследствие чего газ является вырожденным и распределение электронов по состояниям описывается квантовой статистикой Ферми–Дирака. Концентрация электронов такого газа практически не зависит от температуры, что вызывает нечувствительность к температуре и такого технически важного свойства, как удельная электропроводность.

В собственных и слаболегированных примесных полупроводниках электронный газ является невырожденным

$$\frac{N}{G} \ll 1.$$

Поэтому

$$f = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_0}{kT}\right) + 1}; \quad (7.22)$$

$$\exp\left(\frac{E - E_0}{kT}\right) \gg 1. \quad (7.23)$$

Выражение (7.23) будет иметь силу и для $E = 0$, т.е.

$$\exp\left(-\frac{E_0}{kT}\right) \gg 1. \quad (7.24)$$

Чтобы выполнялось (7.24), необходимо, чтобы уровень Ферми был меньше 0 ($E_0 < 0$), и фактор Больцмана $|E_0| \gg kT$. Тогда единицей в знаменателе выражения (7.22) можно пренебречь, и получить следующее выражение для функции распределения невырожденного электронного газа

$$f(E) = \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) \exp\left(-\frac{E_0}{kT}\right). \quad (7.25)$$

Выражение (7.25) показывает, что в собственных и слаболегированных примесных полупроводниках невырожденный электронный газ описывается распределением Максвелла–Больцмана, как и любой другой невырожденный газ. Для таких полупроводников концентрация свободных носителей зависит от положения уровня Ферми и температуры T . Установим эту зависимость.

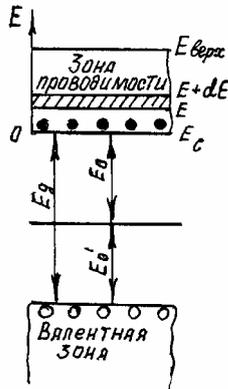


Рис. 19 Положение уровня Ферми в собственном полупроводнике

На рис. 19 показана зонная структура невырожденного полупроводника. При температуре T , отличной от абсолютного нуля, в зоне проводимости такого полупроводника находятся электроны, в валентной зоне – дырки. Обозначим их концентрацию соответственно через n и p . Примем за нулевой уровень отсчета кинетической энергии электронов дно зоны проводимости. Выделим около этого дна узкий интервал энергий dE , заключенный между E и $E + dE$. Число электронов заполняющее интервал энергий dE (в расчете на единицу объема), можно определить, воспользовавшись (7.18)

$$dn = \frac{4\pi}{h^3} (2m)^{1,5} E^{0,5} e^{-E/kT} e^{E/kT} dE. \quad (7.26)$$

Полное число электронов n , находящееся при температуре T в зоне проводимости, получим, интегрируя в пределах от 0 до $E_{\text{верх}}$

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_n}{h^2}\right)^{1,5} \int_0^{E_{\text{верх}}} e^{0,5} e^{-E/kT} e^{E/kT} dE. \quad (7.27)$$

С ростом T функция $e^{-E/kT}$ спадает очень быстро, поэтому верхний предел можно заменить на бесконечность

$$n = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2}\right)^{1,5} \int_0^{\infty} E^{0,5} \exp\left(\frac{E}{kt}\right) \exp\left(\frac{E_0}{kt}\right) dE = 2 \left(\frac{2\pi mkT}{h^2}\right)^{1,5} \exp\left(\frac{E_0}{kt}\right). \quad (7.28)$$

Обозначим

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{1,5}. \quad (7.29)$$

Множитель N_c в (7.29) называют эффективным числом состояний в зоне проводимости, приведенным ко дну зоны. Физический смысл этого числа состоит в том, что если совместить N_c с дном зоны проводимости, то умножив это число на вероятность заполнения дна, равную

$$f_{M-B}(0) = \exp\left(\frac{E_0}{kT}\right),$$

получим концентрацию электронов в этой зоне.

Тогда с учетом (7.29) выражение (7.28) переписывается как

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_0}{kT}\right). \quad (7.30)$$

Аналогично для дырок

$$p = 2 \left(\frac{2\pi m_p K T}{h^2}\right)^{1,5} \exp\left(\frac{E'_0}{kT}\right). \quad (7.31)$$

Из рис. 18 видно, что

$$E_D = -(E_0 + E'_0), \quad E'_0 = -(E_D + E_0). \quad (7.32)$$

Тогда

$$p = N_V \exp\left(-\frac{E_0 + E_D}{kT}\right), \quad (7.33)$$

где N_V – эффективное число состояний в валентной зоне, приведенное к потолку зоны; $m_n^* = h^2 / \frac{d^2 E}{dk^2}$ – эффективная масса электрона.

Из формул (7.30) и (7.33) следует, что концентрация свободных носителей заряда в данной зоне определяется расстоянием этой зоны от уровня Ферми: чем больше это расстояние, тем меньше концентрация носителей.

7.4.2 ПОЛОЖЕНИЕ УРОВНЯ ФЕРМИ И ЗАВИСИМОСТЬ КОНЦЕНТРАЦИИ НОСИТЕЛЕЙ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ В СОБСТВЕННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В собственных полупроводниках концентрация электронов в зоне проводимости n равна концентрации дырок в валентной зоне p

$$n_i = p_i,$$

так как каждый электрон, переходящий в зону проводимости, "оставляет" в валентной зоне после своего ухода дырку. Приравняв правые части соотношений (7.30) и (7.33) получаем

$$N_c \exp\left(\frac{E_0}{kT}\right) = N_V \exp\left(-\frac{E_0 + E_D}{kT}\right). \quad (7.34)$$

Решаем это уравнение относительно ϵ_0 :

$$N_c \exp\left(\frac{2E_0 + E_D}{kT}\right) = N_V;$$

$$\ln N_c + \frac{2E_0 + E_D}{kT} = \ln N_V;$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \left(kT \ln \frac{N_v}{N_c} - E_D \right). \quad (7.35)$$

Подставляя в (7.35) значения для N_v и N_c из (7.30) и (7.33), получим

$$E_0 = \frac{1}{2} \left(kT \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right)^{1,5} - E_D \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} kT \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right) - E_D \right). \quad (7.36)$$

Соотношение (7.36) и определяет положение уровня Ферми в собственных полупроводниках. При абсолютном нуле ($T = 0$)

$$E_0 = -0,5E_D. \quad (7.36)$$

Для большинства практических задач можно считать, что

$$m_p^* = m_n^*,$$

т.е. уровень Ферми располагается посредине запрещенной зоны.

Подставляя E_0 из (7.36) в (7.30) и (7.33), получим:

$$n_i = p_i = 2 \left(\frac{2\pi \sqrt{m_n^* m_p^*} K T}{h^2} \right)^{1,5} \exp \left(-\frac{E_D}{2kT} \right); \quad (7.38)$$

$$n_i = p_i = \left(\frac{N_c}{N_v} \right)^{0,5} \exp \left(-\frac{E_D}{2kT} \right). \quad (7.39)$$

Прологарифмируем выражение (7.39)

$$\ln n = \frac{1}{2} \ln \frac{N_c}{N_v} - \frac{E_D}{2kT}. \quad (7.40)$$

Выражение (7.40) можно изобразить графически (рис. 20). Для этого случая тангенс угла наклона прямой, который можно принять равным углу α , который будет равен

$$\alpha = \frac{E_D}{2k}. \quad (7.41)$$

Например, для германия повышение температуры от 100 до 600 К вызывает увеличение n в 10^{10} раз. Проводимость σ в собственном проводнике есть величина, зависящая от концентрации электронов и дырок

$$\sigma = q(nU_n + pU_p),$$

где U_n и U_p – подвижность (скорость) носителей под действием единичных сил.

Зависимость U_n и U_p от температуры – степенная (степень $\approx 3/2$); q – величина заряда.

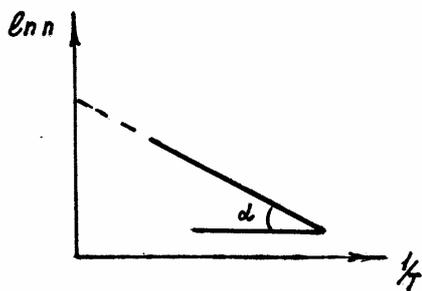


Рис. 20 Зависимость концентрации основных носителей заряда от температуры для собственных полупроводников

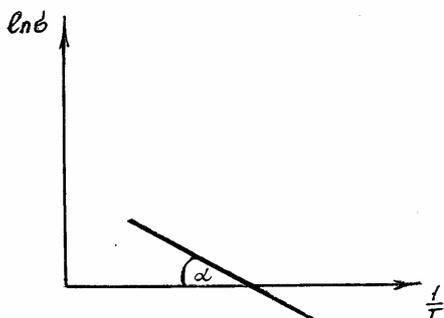


Рис. 21 Температурная зависимость проводимости для собственных полупроводников

Тогда

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{E_D}{2kT}\right)$$

или

$$\ln \sigma = \ln \sigma_0 - \frac{E_D}{2k} \frac{1}{T}. \quad (7.42)$$

График зависимости (7.42) приведен на рис. 21. В этом случае угол α такой же, как и в (7.41).

7.4.3 ПОЛОЖЕНИЕ УРОВНЯ ФЕРМИ И ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ КОНЦЕНТРАЦИИ НОСИТЕЛЕЙ В ПРИМЕСНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

В характере зависимости положения уровня Ферми от температуры в примесных полупроводниках существуют три области: область низких температур, истощения примеси и перехода к собственной проводимости.

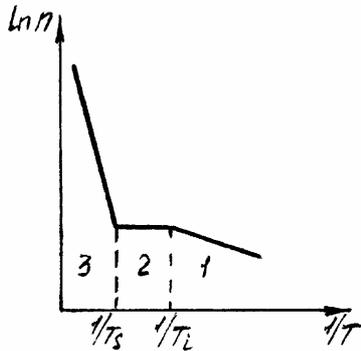
а) *Область низких температур.*

Так как для возбуждения и переброса в зону проводимости электронов с донорных уровней (рис. 22, а) требуется энергия, меньшая чем E_D примерно в 100 раз, электроны в зоне проводимости появляются в этом случае практически только за счет ионизации атомов донорных примесей.

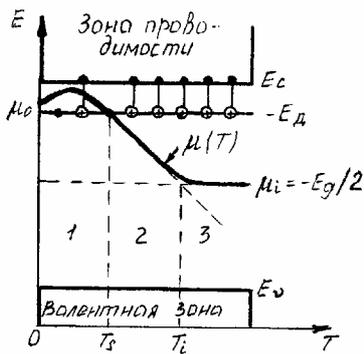
Обозначим их концентрацию n . Тогда

$$n = N_D - n_D,$$

где N_D – концентрация донорных атомов; n_D – число электронов, оставшихся на донорных уровнях.



а)



б)

Рис. 22 Изменение положения уровня Ферми с температурой в примесных полупроводниках:

а – изменение положения уровня Ферми с температурой;
б – изменение концентрации электронов в зоне проводимости с температурой

Известно, что концентрация электронов в зоне проводимости определяется выражением

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2} \right)^{1.5} \exp\left(-\frac{E_0}{kT}\right).$$

С другой стороны

$$N_D - n_D = N_D [1 - f(-E_D)],$$

где $[1 - f(-E_D)]$ – вероятность того, что донорные уровни не заполнены; $-E_D$ – энергия донорного уровня;

$$N_D - n_D = \frac{N_D}{1 + \exp\left(\frac{N_D + N_0}{kT}\right)}.$$

Так как при низких температурах $N_D - n_D \ll N_D$, то единицей в знаменателе можно пренебречь. Тогда

$$N_D - n_D = N_D \exp\left(\frac{-E_D + E_0}{kT}\right). \quad (7.43)$$

Очевидно, что выражение (7.43) равно выражению (7.21).

$$2\left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2}\right)^{1,5} \exp\left(\frac{E_0}{kT}\right) = N_D \exp\left(\frac{-E_D + E_0}{kT}\right). \quad (7.44)$$

Перепишем последнее выражение с учетом (7.22). Получим:

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_p}{kT}\right) = N_D \exp\left(\frac{-E_D + E_0}{kT}\right); \quad (7.45)$$

$$\exp\left(\frac{2E_D + E_0}{kT}\right) = \frac{N_D}{N_c};$$

$$\frac{2E_D + E_0}{kT} = \ln \frac{N_D}{N_c};$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{2} \left[kT \ln \frac{N_D}{N_c} - E_D \right]. \quad (7.46)$$

Исследуем выражение (7.46):

а) $T = 0$.

$$E_0 = -\frac{E_D}{2},$$

т.е. уровень Ферми располагается посередине между дном зоны проводимости и донорными уровнями.

б) $T > 0$.

В этом случае $\ln\left(\frac{N_D}{N_c}\right)$ меняет знак: в области низких температур он положителен, при более высоких температурах он становится отрицательным. Поэтому с повышением температуры уровень Ферми сначала поднимается вверх ко дну проводимости, а затем начинает опускаться (рис. 22, а) (область 2).

Для того, чтобы получить выражение для равновесной концентрации электронов в зоне проводимости при низких температурах, подставим в (7.30) энергию Ферми (7.46).

$$n = N_c \exp\left(\frac{E_0}{kT}\right);$$

$$n = N_c \exp\left(\left(-\frac{E_D}{2kT}\right) + \frac{1}{2} \ln \frac{N_D}{N_c}\right); \quad (7.47)$$

$$n = (N_c N_D)^{0,5} \exp\left(-\frac{E_D}{2kT}\right); \quad (7.48)$$

$$\ln n = \frac{1}{2} \ln(N_c N_D) - \frac{E_D}{2kT}. \quad (7.49)$$

б) *Область истощения примеси.*

По мере повышения температуры концентрация электронов на примесных уровнях уменьшается – примесные уровни истощаются. При полном истощении примеси концентрация электронов в зоне проводимости электронного полупроводника становится равной концентрации донорной примеси N_D если концентрацией собственных носителей можно пренебречь:

$$n = N_D;$$

$$N_c \exp\left(\frac{E_0}{kT}\right) = N_D, \quad (7.50)$$

откуда

$$\varepsilon_0 = kT \ln \left(\frac{N_D}{N_c} \right). \quad (7.51)$$

Подставляя (7.51) в (7.30), получим

$$n = N_c \exp \left(\ln \frac{N_D}{N_c} \right). \quad (7.52)$$

За температуру истощения примесей T_s обычно принимают температуру, при которой уровень Ферми совпадает с донорными уровнями $-E_D$; $E_0 = -E_D$. Положив в формуле (7.30) $T = T_s$ и $n = \frac{N_D}{2}$, получим

$$T_s = \frac{E_D}{k \ln \left(\frac{2N_c}{N_D} \right)}. \quad (7.53)$$

Из (7.53) следует, что T_s тем выше, чем выше донорный уровень и ее концентрация N_D .

Выше температуры истощения примеси уровень Ферми понижается приблизительно линейно с ростом температуры (область 2 на рис. 22).

в) *Область высоких температур.*

При дальнейшем повышении температуры начинается все большее интенсивное возбуждение собственных носителей, полупроводник все более приближается к состоянию собственного полупроводника, вследствие чего уровень Ферми приближается к положению уровня Ферми в собственном полупроводнике.

При достаточно высоких температурах концентрация собственных носителей может не только достичь величины N_D , но и значительно превзойти ее ($n_i \gg N_D$). В этом случае положение уровня Ферми определяется выражением (7.36)

$$E_{0i} = -\frac{E_D}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right). \quad (7.54)$$

На рис. 22, а, область 3 показано положение уровня Ферми в области высоких температур. Для того, чтобы приблизительно определить температуру перехода к собственной проводимости T_i , положим в формуле (7.51) $E_0 = E_{0i}$ и приравняв его к (7.46), получаем

$$E_{0i} = kT_i \ln \left(\frac{N_D}{N_c} \right) = -E_D + \frac{kT_i}{2} \ln \left(\frac{N_D}{N_c} \right),$$

откуда

$$T_i = \frac{E_D}{k \ln \left(\frac{N_c N_v}{N_D^2} \right)}. \quad (7.55)$$

Температура T_i тем выше, чем больше ширина запрещенной зоны полупроводника и концентрация примеси в нем.

На рис. 22, б показана схематическая кривая зависимости натурального логарифма концентрации электронов в зоне проводимости электронного полупроводника от обратной температуры. На кривой можно выделить три участка: 1 – отвечающий примесной проводимости полупроводника, 2 – соответствующий области истощения примеси и 3 – отвечающий собственной проводимости полупроводника.

7.4.4 ЗАКОН ДЕЙСТВУЮЩИХ МАСС

В отличие от собственных полупроводников, в которых проводимость осуществляется одновременно электронами и дырками, в примесных полупроводниках проводимость обуславливается в основном носителями одного знака: электронами в полупроводниках донорного типа и дырками в полупроводниках акцепторного типа. Эти носители называются основными.

Помимо основных, полупроводники содержат всегда и неосновные носители: донорный проводник – дырки, дырочный полупроводник – электроны.

Для установления связи между основными и неосновными носителями рассмотрим невырожденный полупроводник донорного типа. Основными носителями в нем являются электроны. Их концентрация описывается формулой (7.30). Неосновными носителями являются дырки, концентрация которых определяется формулой (7.33). Умножая (7.30) на (7.33), получаем

$$n_p = N_c N_p \exp \left(-\frac{E_D}{kT} \right) = n_i^2. \quad (7.56)$$

Такой же результат получился бы, если мы рассматривали невырожденный полупроводник акцепторного типа, в котором основными носителями являются дырки, неосновными – электроны.

Обозначим концентрации носителей следующим образом:

n_{n0}, p_{n0} – концентрация электронов (основных носителей) и дырок (неосновных носителей) в полупроводнике n -типа;

p_{p0}, n_{p0} – концентрация дырок (основных носителей) и электронов (неосновных носителей) в полупроводнике p -типа.

С использованием этих обозначений можно переписать соотношение (7.56) следующим образом

$$n_{n0}p_{n0} = p_{p0}n_{p0} = n_i^2. \quad (7.57)$$

Формула (7.57) показывает, что произведение концентраций основных и неосновных носителей заряда в данном полупроводнике равно квадрату концентрации собственных носителей в этом полупроводнике. В этом состоит закон действующих масс в применении к газу свободных носителей в полупроводниках.

8 ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ

8.1 Удельная электропроводность металлов

При приложении к проводнику электрического поля ϵ в нем возникает электрический ток, плотность которого согласно закону Ома пропорциональна E

$$j = \sigma E. \quad (8.1)$$

Коэффициент пропорциональности σ называется удельной электропроводностью проводника, $\text{Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. У хороших проводников таких как, например, как металлы, $\sigma \approx 10^7 \dots 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, у хороших диэлектриков $\sigma \approx 10^{-1} \dots 10^{-14} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$. Часто удобнее пользоваться не удельной электропроводностью, а удельным сопротивлением ρ

$$\rho = \frac{1}{\sigma}. \quad (8.2)$$

Удельное сопротивление измеряется в $\text{Ом} \cdot \text{м}$. У металлов $\rho \approx 10^{-7} \dots 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, у диэлектриков $\rho \approx 10^{12} \dots 10^{14} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Оценим удельную электропроводность с помощью микроскопических параметров проводника.

Пусть n – количество электронов в 1 см^3 ; Z – валентность атома проводника; a – параметр решетки.

Тогда

$$V = a^3;$$

$$n = \frac{Z}{a^3}.$$

Поскольку $a \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ см}$, $n \approx 3 \cdot 10^{22} \cdot Z \text{ см}^{-3}$.

Электроны движутся и в отсутствие поля, это хаотическое движение. Возникновение тока в проводнике свидетельствует о том, что под действием поля электроны приобретают направленное движение. Такое направленное движение называют дрейфом электронов, а среднюю скорость этого движения – скоростью дрейфа v_d .

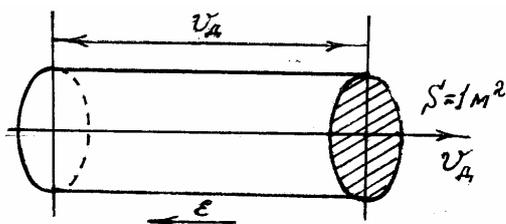


Рис. 23 К расчету плотности тока в проводнике

Внутри проводника мысленно построим цилиндр с основанием, равным единице и образующей, равной v_d и направленной вдоль дрейфа (рис. 23). Все электроны, заключенные в этом цилиндре, в течение одной секунды пройдут через основание и образуют ток плотностью

$$\vec{j} = -en\vec{v}_d,$$

откуда

$$\vec{v}_d = \frac{\vec{j}}{en}. \quad (8.3)$$

Оценим v_d . Пусть $\vec{j} = 1 \text{ а/см}^2$, то $\vec{v}_d = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ см/с}$.

$$\vec{v}_d = \frac{\vec{j}}{en} = \frac{\sigma E}{en} = \frac{\sigma}{e^2 n} eE; \quad (8.4)$$

$$\frac{\vec{v}_d}{Ee} = \frac{\sigma}{e^2 n} = U \text{ – подвижность носителей,} \quad (8.5)$$

$$\sigma = e^2 n U . \quad (8.6)$$

Очевидно, n и U являются двумя независимыми характеристиками металлов.

8.2 Оценка подвижности. Эффект Холла

Кинетические явления, возникающие в твердых телах при совместном действии на них электрического и магнитного полей, называют гальваномагнитными явлениями.

Одно из наиболее изученных гальваномагнитных явлений получило название эффекта Холла.

Предположим, что образец прямоугольной формы, по которому течет ток с плотностью j в направлении OX , помещен в магнитное поле с индукцией B , направленное по OZ (рис. 24). Пусть носителями заряда являются электроны. Электрическое поле ускоряет электроны и они приобретают дрейфовую скорость, описываемую формулой (8.4).

Явление, открытое Холлом в 1879 г., состоит в появлении поперечной разности потенциалов в образце, помещенном в магнитное поле, при пропускании вдоль него электрического тока. При этом направление магнитного поля перпендикулярно направлениям тока и возникающей разности потенциалов.

Эффект был открыт на металлах и для большинства их изучен в конце XIX – начале XX вв. При этом оказалось, что знак возникающей поперечной разности потенциалов (э.д.с. Холла) у большинства металлов отрицателен и соответствует электронной проводимости, однако у некоторых металлов (например, вольфрама) он положителен.

С появлением различных полупроводниковых материалов сфера исследований эффекта Холла расширилась, однако и здесь получались э.д.с. различных знаков, причем даже для различных образцов одного и того же вещества, в соответствии со знаком носителей тока – дырок или электронов. Так было открыто явление дырочной проводимости.

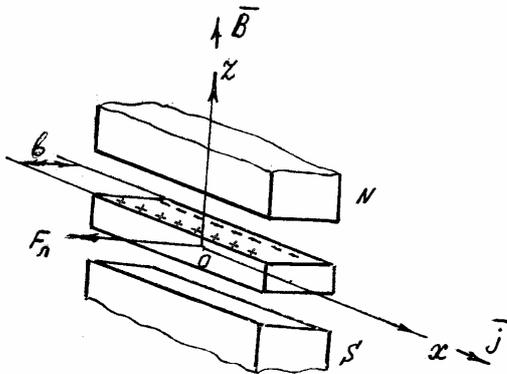


Рис. 24 Возникновение холловской разности потенциалов носителями заряда являются электроны. Электрическое поле ускоряет электроны и они приобретают дрейфовую скорость, описываемую формулой (8.4). На частицу, движущуюся с этой скоростью, действует сила Лоренца

$$F_L = -e[\vec{v} \vec{B}]$$

Рассмотрим элементарную теорию Холла. Пусть образец прямоугольной формы, по которому течет ток с плотностью j в направлении OX , помещен в магнитное поле с индукцией B , направленное по оси OZ (рис. 24). Пусть направленная перпендикулярно векторам V и B . Под действием сил eE и F_L электрон движется по траектории, образующейся в результате сложения двух видов движения: перемещения вдоль образца и вращения (обусловленного действием силы Лоренца). Такой траекторией является циклоида. Магнитное поле, при котором радиус кривизны траектории много больше длины свободного пробега электрона, называют слабым.

Под действием силы Лоренца электроны отклоняются к боковой поверхности образца, в результате чего на ней создается избыток отрицательного заряда. На противоположной стороне возникает недостаток отрицательного заряда, т.е. избыток положительного. Разделение зарядов происходит до тех пор, пока сила, действующая на электроны со стороны возникшего электрического поля E_y , направленного от одной боковой поверхности к другой, не скомпенсирует силу Лоренца. Поле E_y получило название поле Холла, а само явление возникновения в образце с текущим по нему током поперечного электрического поля под действием магнитного поля было названо эффектом Холла.

Итак, разделение зарядов прекратится при условии

$$eVB = eE_y .$$

Отсюда получим

$$E_y = VB .$$

Практически измеряется не поле E_y , а разность потенциалов V_y между боковыми гранями образца, называемая э.д.с. Холла. Если b – ширина образца, то

$$V_y = E_y b = VBb . \quad (8.7)$$

Определяя V из выражения для плотности тока

$$j = -enV$$

и подставляя e в (8.7), получаем

$$V_y = -\frac{1}{ne} jBb = RjBb .$$

Коэффициент пропорциональности R называется постоянной Холла

$$R = -\frac{r}{ne} ,$$

где $r = \frac{3\pi}{8}$.

Если носителями заряда являются дырки, то, как уже говорилось выше, сила Лоренца, действующая на них, отклоняет их в ту же сторону, куда отклоняются электроны. При этом для постоянной Холла имеем

$$R = -\frac{r}{pe} .$$

Произведение постоянной Холла на проводимость определяет подвижность носителей заряда (называемую холловской проводимостью)

$$R\sigma = \mu_n .$$

Измерение эффекта Холла совместно с измерениями проводимости образца позволяет получать информацию о знаке носителей заряда, концентрации носителей и их подвижности.

Подвижность заряда – это скорость, приобретаемая им под действием единичного поля (см. 8.5)

$$U = \frac{\bar{v}}{Ee} . \quad (8.8)$$

Предположим, что в идеальной кристаллической решетке под действием электрического поля напряженностью E движется электрон, сила, действующая на электрон равна $F = -eE$. Под действием этой силы электрон должен был бы двигаться ускоренно, и его скорость должна была бы непрерывно возрастать. Однако при своем движении электрон сталкивается с дефектами решетки и, рассеиваясь, теряет скорость, приобретаемую под влиянием поля. Действие решетки можно формально свести к действию силы сопротивления F_c , которую испытывает электрон при своем движении через решетку. Эта сила пропорциональна скорости движения электрона и направлена противоположна ей

$$F_c = -\frac{1}{\tau} m^* \bar{v} , \quad (8.9)$$

где $1/\tau$ – коэффициент пропорциональности (физический смысл которого будет выяснен в дальнейшем); m^* – эффективная масса электрона.

Используя (8.9), уравнение направленного движения электрона в решетке можно записать в виде

$$m_n \frac{d\bar{v}_d(t)}{dt} = -e\vec{E} - \frac{1}{\tau} m^* \bar{v}_d(t) . \quad (8.10)$$

Из (8.10) видно, что после включения поля скорость направленного движения электрона будет возрастать и они будут двигаться ускоренно до тех пор, пока сила сопротивления \vec{F}_c , пропорциональная скорости $\vec{F}_d(t)$, не окажется равной силе \vec{F} , действующей со стороны поля. Когда эти силы сравняются, результирующая сила, действующая на электрон, и ускорение его движения будут равны нулю. Начиная с этого момента, направленное движение электронов будет совершаться с постоянной скоростью

$$\bar{v} = -\frac{e\vec{E}\tau}{m} . \quad (8.11)$$

Так как заряд электрона отрицателен, то дрейф происходит в направлении, противоположном \vec{E} . Запишем выражение подвижности с учетом (8.5) и (8.11)

$$U = \frac{\bar{v}}{Ee} = \frac{\tau}{m} .$$

Откуда

$$\tau = Um . \quad (8.12)$$

При постоянной напряженности поля E скорость дрейфа, согласно (8.12), достигает постоянного значения. Это возможно лишь в том случае если сила $F = -eE$, с которой поле действует на электрон, компенсируется силой сопротивления

F_c . В противном случае скорость дрейфа непрерывно росла бы и даже для малых полей могла бы стать сколь угодно большой. Электропроводность в этом случае была бы бесконечной, а электрическое сопротивление равнялось бы нулю.

Подобная картина имела бы место при движении свободных электронов сквозь правильную решетку со строго периодическим потенциалом. Электронная волна, описывающая поведение электрона в такой решетке, распространялась бы в ней практически без ослабления, подобно световой волне, распространяющейся в оптически прозрачной среде.

Причиной появления конечного электрического сопротивления являются всевозможные нарушения решетки, вызывающие искажения периодичности e потенциала, на которых происходит рассеяние электронных волн, ослабление направленного потока электронов подобно рассеянию световых волн и ослаблению светового луча при прохождении его через мутную среду.

Очевидно, физический смысл коэффициента τ в том, что он характеризует скорость установления в системе равновесного состояния: чем меньше τ , тем быстрее возбужденная система приходит в равновесие. Через время τ электрон начинает двигаться с постоянной скоростью. Время τ называется временем релаксации. Для чистых металлов $\tau \approx 10^{-14}$ с.

Движение электронов в кристалле удобно описывать, используя понятие длины свободного пробега. По аналогии с кинетической теорией газов можно считать, что электрон движется в кристалле прямолинейно до тех пор, пока не встретится с дефектом решетки и не рассеется. Средний отрезок пути λ , который проходит электрон между двумя последовательными актами рассеяния, принимают за длину свободного пробега электрона.

Для полного уничтожения скорости в данном направлении требуется не одно, а несколько столкновений с рассеивающими центрами. В таком случае имеет смысл говорить о $\langle v \rangle$ – средней скорости хаотического движения электронов. Тогда средняя длина свободного пробега

$$L = \tau \langle v \rangle.$$

До настоящего времени мы не делали никакого различия между невырожденными и вырожденными электронными газами. Теперь попытаемся установить как сказывается состояние электронного газа на его электропроводность. Для этого рассмотрим более подробно механизм проводимости невырожденного и вырожденного газов.

1 *Невырожденный газ*. В случае невырожденного газа плотность заполнения зоны проводимости электронами настолько небольшая, что они практически никогда не встречаются так близко, чтобы их поведение могло ограничиваться принципом Паули. Электроны являются полностью свободными в том смысле, что на движение любого из них другие не оказывают заметного влияния. Поэтому все электроны проводимости невырожденного газа принимают независимое друг от друга участие в создании электрического тока и форсировании электропроводности проводника. Следовательно, в формулу (8.6) для электропроводности невырожденного газа должна входить средняя скорость движения $\langle v \rangle$ всех свободных электронов, полученная усреднением этой величины по всему коллективу.

Учитывая это, выражение для подвижности и удельной электропроводности невырожденного газа необходимо записать следующим образом:

$$U = \frac{\langle v \rangle}{Ee}; \quad (8.13)$$

$$\sigma = ne^2 U. \quad (8.14)$$

В собственных и слаболегированных примесных полупроводниках электронный (дырочный) газ является невырожденным, поэтому их электропроводность описывается формулой (8.14).

2 *Вырожденный газ*. Иная картина наблюдается для вырожденного газа. В этом случае в формировании электропроводности могут участвовать не все свободные электроны, а лишь те из них, которые обладают энергией, практически равной энергии Ферми. Соответственно и выражение подвижности и электропроводности будет входить не v , а v_F – скорость дрейфа электронов, обладающих энергией Ферми:

$$U = \frac{v_F}{Ee}; \quad (8.15)$$

$$\sigma = ne^2 U = me^2 \frac{\tau_F}{m} = \frac{ne^2 l}{m v_F} = \frac{ne^2 l}{P_F}, \quad (8.16)$$

где τ_F – время релаксации электронов, обладающих энергией Ферми; $P_F = m v_F$ – импульс электронов, обладающих энергией Ферми.

В металлах электронный газ является вырожденным, поэтому в них основной вклад в величину сопротивления дает длина свободного пробега, зависящая от температуры.

8.3 Правило Матиссена

При комнатной температуре основная причина рассеяния – тепловое движение ионов. При $T = 0$ основная причина – дефекты.

Возьмем бесконечно длинный, идеальный кристалл:

$l_{ид}$ – идеальная длина свободного пробега;

$\rho_{ид}$ – идеальное удельное сопротивление.

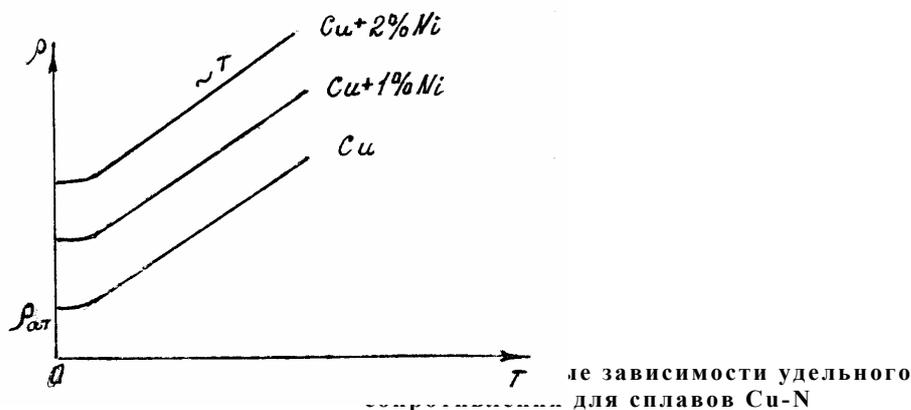
При $T \rightarrow 0$: $l_{ид} \rightarrow \infty$ и $\rho_{ид} \rightarrow 0$, т.е. удельно правильная, бездефектная решетка, вблизи абсолютного нуля должна обладать нулевым сопротивлением.

При наличии дефектов мы имеем дело с остаточным сопротивлением $\rho_{ост}$, обусловленным наличием примеси. Оно не зависит от температуры и сохраняется при абсолютном нуле.

При температурах, отличных от абсолютного нуля, к идеальному сопротивлению присоединяется остаточное сопротивление

$$\rho(T) = \rho_{ид}(T) + \rho_{ост}. \quad (8.17)$$

Это соотношение выражает известное правило Матиссена об аддитивности сопротивления. На практике это означает, что температурные зависимости электросопротивления для одного и того же металла очень похожи и сдвинуты на величину $\rho_{ост}^{(1)} - \rho_{ост}^{(2)}$, где (1) и (2) – номера образцов с различным количеством дефектов (рис. 25).



8.4 Механизмы рассеяния

Рассмотрим теперь один из основных вопросов теории электропроводности твердых тел – процессы взаимодействия носителей с различными источниками рассеяния.

1 *Рассеяние на примесях.* Этот вид рассеяния носителей тока существен при низких температурах, когда колебания кристаллической решетки не ограничивают длину свободного пробега.

Пусть τ – время свободного пробега носителя до столкновения с атомом примеси. Величина, обратная τ

$$\frac{1}{\tau} = W \text{ – вероятность столкновения носителя с атомом примеси.}$$

Вероятность столкновения носителей, обладающих энергией Ферми на единице куба определится выражением

$$\frac{1}{l} = v_F W. \quad (8.18)$$

При наличии нескольких механизмов рассеяния можно считать, что вероятности столкновений, вызванных различными механизмами, суммируются

$$W = \sum W_i.$$

По аналогии с правилом Матиссена вероятность столкновения на единице пути в решетке, имеющей примесь, равна сумме вероятности столкновений с атомами идеальной решетки и вероятности столкновения с атомами примеси

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{l_{ид}} + \frac{1}{l_{ост}}.$$

Попытаемся дать определение вероятности столкновения с атомом примеси, исходя из микроскопических представлений. Очевидно, источником рассеяния будет сфера радиусом a , где a – параметр решетки. Тогда площадь поперечного сечения этой сферы

$$S = \pi a^2.$$

Очевидно, что

$$\frac{1}{l_{ост}} = N_{прим} \pi a^2,$$

где $N_{прим}$ – количество атомов примеси. Если принять количество атомов в рассматриваемом веществе за N , то

$$N_{прим} = C_{прим} N,$$

где $C_{прим}$ – концентрация примеси.

2 *Рассеяние на тепловых колебаниях решетки.* В области высоких температур основное значение имеет рассеяние электронов на тепловых колебаниях решетки (на фононах). Каждый атом решетки совершает беспорядочные колебания около положения равновесия (рис. 26), оставаясь в пределах сферы с радиусом, равным амплитуде колебаний a_T .

Тогда, приняв площадь поперечного сечения этой сферы $S = \pi a_T^2$, вероятность столкновения электрона на единице пути с источником рассеяния будет равна

$$\frac{1}{l_{ид}} = N\pi a_T^2, \quad (8.19)$$

где N – количество атомов в решетки.

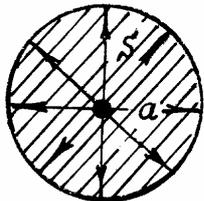


Рис. 26 Схема источника рассеяния при высоких температурах

Таким образом, для чистых металлов зависимость удельного сопротивления от температуры будет определяться различными факторами:

$$\rho_{ид}^{(II)}(T) = \begin{cases} \text{Ряд}^* \left(\frac{T}{Q} \right), & T \gg Q \\ \text{Ряд}^* \left(\frac{T}{Q} \right), & T \ll Q \end{cases}. \quad (8.20)$$

В области высоких температур (выше температуры Дебая Q) удельное сопротивление $\rho \sim T$, в области низких температур (значительно ниже Q) удельное сопротивление $\rho \sim T^5$.

3 *Электрон-электронное взаимодействие.* При взаимодействии движущегося электрона с кристаллической решеткой происходит упругое соударение, в результате чего осуществляется передача импульса величиной

$$p = \frac{2\pi\hbar}{a}$$

от электрона к решетке.

При движении электронного газа в кристаллической решетке импульс не всегда сохраняется. Решетка принимает только квантованные порции импульса. Причем проекция импульса на ось кристалла должна быть целой величиной, кратной

$p = \frac{2\pi\hbar}{a}$. Это явление получило название явление переброса.

Вероятность столкновения между электронами на единицу пути определяется выражением

$$\frac{1}{l_{ид}^e} = \frac{1}{a} \left(\frac{e^2}{m v_F} \right)^2 \left(\frac{KT}{\varepsilon_F} \right)^2. \quad (8.21)$$

Очевидно, что при $T \rightarrow 0, 1 \rightarrow \infty$ – длина свободного пробега бесконечна и столкновения между электронами обнаружить нельзя.

4 *Рассеяние в тонких пленках.* В тонких пленках основной причиной рассеяния является поверхность кристалла.

Во многих случаях температурная зависимость сопротивления сплавов является значительно более сложной, чем та, которая вытекает из простой аддитивной закономерности (8.7). В экспериментах при очень низких температурах на кривой зависимости удельного сопротивления от температуры обнаруживается минимум.

Высокое удельное сопротивление и низкая зависимость его от температуры у различных сплавов открыли для них широкие возможности практического применения для изготовления разнообразных проволочных и пленочных резисторов и переменных сопротивлений, используемых в различных областях техники.

8.4 Электропроводность сплавов

В металлических сплавах концентрация носителей не зависит от температуры. Поэтому температурная зависимость электропроводности сплавов целиком определяется зависимостью подвижности носителей от температуры. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Предположим, что в идеальной решетке металла, например меди, имеющей строго периодический потенциал (рис. 27, а), часть узлов беспорядочно замещена атомами другого элемента, например золота. Так как поле вблизи примесных атомов иное, чем вблизи основных атомов, то потенциал решетки не сохранится строго периодически (рис. 27, б). Он нарушается беспорядочно распределенными примесными атомами. Такое нарушение приводит, естественно, к рассеянию носителей и дополнительному электрическому сопротивлению.

Как показал Л. Нодгейм, в простейшем случае бинарных сплавов типа твердых растворов удельное сопротивление определяется следующим приближенным соотношением

$$\rho_{сид} = \rho_0 [p(1-p)],$$

где p – доля 2-го компонента.

Функция $p(1 - p)$ имеет максимум при $p = \frac{1}{2}$, т.е. при равном содержании в сплаве обоих компонентов. В качестве примера на рис. 28, *a* показана зависимость удельного сопротивления сплавов меди с золотом от содержания золота. Штриховая кривая проходит через максимум, отвечающий 50 % меди и золота в сплаве.

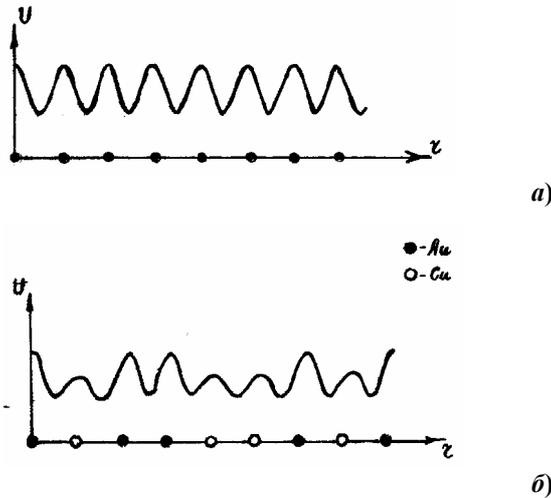


Рис. 27 Электропроводность сплавов (схема):

a – потенциал идеальной решетки металла;
б – потенциал двухкомпонентного твердого раствора

На рис. 28, *a* видно, что абсолютное значение $\rho_{\text{спл}}$ значительно выше ρ чистых компонентов. Так, при комнатной температуре $\rho_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $\rho_{\text{Au}} = 1,56 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, а $\rho_{50\% \text{ Cu} + 50\% \text{ Au}} = 15 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Это вполне естественно, так как примеси вызывают значительно более сильное нарушение периодичности потенциала решетки, чем тепловые колебания атомов. Если, однако сплавляемые металлы при определенном соотношении компонентов образуют упорядоченные твердые растворы, то периодичность потенциала решетки восстанавливается (рис. 28, *б*), и сопротивление, обусловленное рассеянием на примесях, практически полностью исчезает. Для сплавов меди с золотом это имеет место при соотношении компонентов, отвечающем стехиометрическому составу Cu_3Au и CuAu (рис. 28, *a*, сплошные кривые).

8.5 Явления сверхпроводимости

В 1911 г., проводя эксперименты по исследованию влияния примесей на остаточное сопротивление металлов, голландский физик Г. Камерлинг-Онесс обнаружил новое явление, получившее название сверхпроводимости. Изучая зависимость сопротивления ртути высокой чистоты от температуры, он установил, что при очень низких температурах сопротивление образца исчезало, причем самым неожиданным образом. При температуре 4,2 К удельное электрическое сопротивление резко обращалось в нуль (рис. 29).

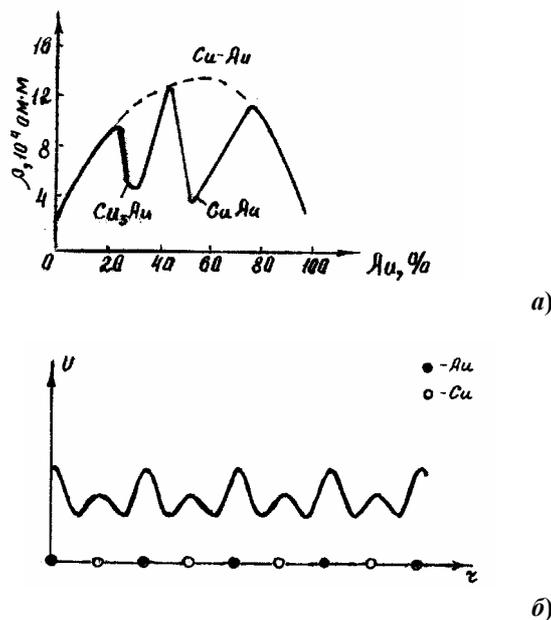


Рис. 28 Электропроводность сплавов:

a – зависимость сопротивления сплава Cu-Au от соотношения компонентов;
б – восстановление периодического потенциала на решетке при упорядочении сплава

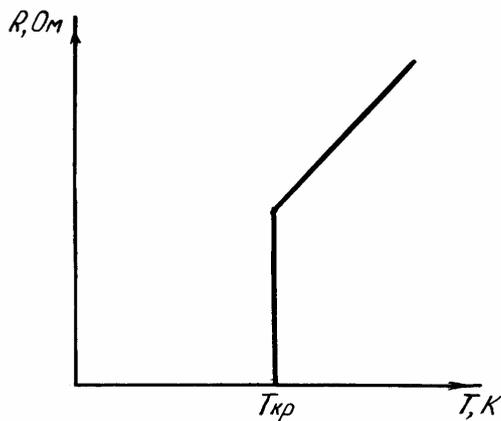


Рис. 29 Исчезновение сопротивления при низких температурах

К настоящему времени сверхпроводимость обнаружена примерно у половины металлических элементов, большого числа металлических сплавов и у ряда полупроводников. Температура T_c , называемая температурой сверхпроводящего перехода или критической температурой, при которой у образца исчезает сопротивление, изменяется для различных веществ от сотых долей К до ~ 20 К.

Микроскопическая теория сверхпроводимости была создана только в 1957 г., Дж. Бардином, Л. Купером и Дж. Шниффером (теория БКШ), т.е. почти 50 лет обнаруженное Камерлинг-Онессом явление оставалось загадкой. За это время были изучены многие свойства сверхпроводников. Наиболее важные из них заключаются в следующем.

1 Явление перехода к сверхпроводимости – скачкообразный процесс.

2 Нулевое сопротивление. При $T < T_c$ сопротивление сверхпроводника равно нулю. Это означает, что если через сверхпроводящее кольцо пропустить ток и отключить это кольцо от источника, то ток сохраняется в кольце сколь угодно долго. Опыты, проведенные в Массачусетском технологическом институте, показали, что ток в несколько сотен ампер, наведенный в сверхпроводящем кольце, сохраняется неизменным в течение года.

3 Поскольку многие сплавы обладают сверхпроводимостью, то очевидно, что состояние кристаллической решетки не влияет на возникновение данного эффекта.

4 Эффект Мейснера–Оксенфельда. Изучая поведение сверхпроводников в магнитном поле, В. Мейснер и Р. Оксенфельд в 1933 г. установили, что если образец сверхпроводника охладить в магнитном поле до температуры ниже T_c , то в точке сверхпроводящего перехода магнитное поле выталкивается из образца. Другими словами, в сверхпроводнике магнитная индукция B равна нулю, т.е. сверхпроводник является идеальным диамагнетиком.

5 Эффект Джозефсона. В 1962 г. английским физиком Б. Джозефсоном были предсказаны эффекты так называемой слабой сверхпроводимости, получившие название эффектов Джозефсона. Различают стационарный и нестационарный эффекты Джозефсона.

Стационарный эффект заключается в том, что сверхпроводящий ток может течь в отсутствие электрического поля через щель между двумя сверхпроводниками, заполненную изолятором, если толщина слоя изолятора достаточно мала (1 – 2 нм). Это означает, что "сверхпроводящие" электроны способны туннелировать через тонкие изолирующие слои.

Если увеличивать ток через подобный контакт сверхпроводников, то он достигнет некоторого максимального значения, после чего на контакте появляется электрическое напряжение V . Согласно предсказаниям Джозефсона, в этих условиях на контакте должен появиться высокочастотный переменный ток с частотой

$$\omega = \frac{2eV}{\hbar}.$$

Это нестационарный эффект Джозефсона. Эффекты Джозефсона не только подтверждены экспериментально, но и положены в основу чрезвычайно точного метода измерения напряжения. В настоящее время созданы основанные на этих эффектах параметрические преобразователи частоты, барометры и другие приборы.

В эффектах Джозефсона мы непосредственно сталкиваемся с важнейшим свойством сверхпроводника – согласованным поведением его электронов. Электроны двух сверхпроводников с помощью слабой связи (слоя изолятора) объединились в единый квантовый коллектив.

6 Поглощение электромагнитного излучения сверхпроводниками.

Еще в 30-х гг. указывалось на то, что сверхпроводящее состояние может быть разрушено с помощью электромагнитного излучения соответствующей частоты. При этом излучение должно быть поглощено сверхпроводником. Проведенные впоследствии эксперименты подтвердили данные предположения. Оказалось, что при $T < T_c$ поглощение электромагнитных волн возникает при частотах, больших 10^{11} Гц. Это свидетельствует о наличии в спектре сверхпроводников некоторой энергетической щели. Из приведенных выше свойств сверхпроводников следует, что сверхпроводимость связана с каким-то изменением в поведении.

6.1 Куперовские пары. Естественно предполагать, что и энергетическая щель в зоне проводимости металла, находящегося в сверхпроводящем состоянии, возникает из-за какого-то дополнительного взаимодействия электронов, появляющегося при переходе металла в это состояние. Природа этого взаимодействия состоит в следующем.

Свободный электрон зоны проводимости, двигаясь сквозь решетку и взаимодействуя с ионами, слегка "оттягивает" их из положения равновесия, создавая в "кильватере" своего движения избыточный положительный заряд, к которому может быть притянут другой электрон. Поэтому в металле помимо обычного кулоновского отталкивания между электронами может возникнуть косвенная сила притяжения, связанная с наличием решетки положительных ионов. Если эта сила оказывается больше силы отталкивания, то энергетически выгодным становится объединение электронов в связанные пары.

Из детального квантово-механического рассмотрения следует, что наибольшее понижение энергии системы достигается, когда связанные пары образуют электроны с равными и противоположно направленными импульсами. Такие пары получили название куперовских пар.

В отличие от электронов, имеющих полужельный спин, куперовская пара – это, по существу, новая частица, имеющая спин, равный нулю. Такие частицы подчиняются статистике Бозе–Эйнштейна. Для них не существует запрета Паули. Бозе-частицы обладают замечательным свойством: они в сколь угодно большом количестве могут занимать одно состояние, причем, чем больше их оказывается в этом состоянии, тем труднее какой-либо из частиц выйти из данного состояния. Происходит так называемая бозе-конденсация.

Поскольку все частицы, находящиеся в конденсате, имеют одинаковые физические характеристики (все в одном состоянии), их поведение можно описать одной волновой функцией от одной пространственной переменной. Течение такого конденсата является сверхтекучим. Действительно, любой из частиц бозе-конденсата теперь очень не просто рассеяться на каком-либо дефекте. Остальные частицы конденсата препятствуют этому акту.

Таким образом, сверхпроводимость можно представить себе как сверхтекучесть куперовских пар, имеющих электрический заряд $2e$.

Вследствие того, что взаимодействие, приводящее к образованию пар, слабое, размер куперовских пар, называемый длиной погрешности ξ , очень большой. Расчет показывает, что $\xi \approx 10^2$ нм. Это означает, что внутри области, занимаемой любой парой, окажутся центры многих миллионов пар. Таким образом, куперовские пары нельзя представить в виде независимых частиц, они являются частью коллектива.

Понимание явления сверхпроводимости на микроскопическом уровне привело к тому, что в настоящее время сверхпроводники из экзотических объектов физических исследований превратились в практически используемые материалы. На их основе изготавливают сверхпроводящие магниты, позволяющие получить поля до $6 \cdot 10^6$ А/м, кабели, по которым можно передавать без потери большие потоки энергии. Все больший интерес вызывают сверхпроводники у специалистов, работающих в области микроэлектроники. Здесь наибольшее внимание уделяется созданию приборов, основанных на эффектах Джозефсона. Интенсивно ведутся работы по использованию сверхпроводников для создания логических элементов и элементов памяти ЭВМ.

9 ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Получать, аккумулировать и отдавать тепло – свойство, присущее всем веществам, независимо от их природы и агрегатного состояния. В не меньшей степени это касается радиоэлектронного оборудования, имеющего элементную базу, выделяющую тепло при работе. Для стабилизации функционирования радиоэлектронных схем своевременный отвод выделяющегося тепла – одна из первоочередных задач.

В идеальном случае тепловое движение эквивалентно распространению в кристаллическом теле спектра упругих колебаний. Если бы на тело действовали упругие силы, то распространение волн происходило бы независимо друг от друга, скорость распространения тепла была бы равна скорости распространения звука и зависела бы только от модуля упругости материала. В действительности силы, действующие на атом, нелинейны.

Данный случай нельзя описать, основываясь лишь на одних представлениях об упругости материала. Одна волна превращается в несколько других с различными частицами. Такое взаимодействие волн резко уменьшает скорость теплопередачи.

В квантовой физике любая упругая волна рассматривается как некая частица – *фонон* (по аналогии с фотоном) с энергией

$$E = h\nu,$$

т.е. с такой же как и энергия фотона.

Фононы взаимодействуют друг с другом, могут в реакции. При этом возможно как создание фононов с новыми свойствами, так и расщепление старых. Таким образом, можно сделать вывод, что наряду с ионами, образующими как бы ионный скелет кристалла, в нем существует еще один элемент симметрии – фононы, сообщающие процессу распределения тепла диффузионный характер.

Принято считать, что изобилие фононов образует фононовый газ и на данный газ распределяются законы идеальных газов, состоящих из молекул.

Пусть χ_ϕ – элемент фононовой теплопроводности

$$\chi_\phi = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v} \bar{c},$$

где $\bar{\lambda}$ – длина свободного пробега фонона; \bar{v} – средняя скорость фонона; \bar{c} – удельная теплоемкость рассматриваемого материала.

При высоких температурах (выше 300 К) действует закон Дюлонга и Пти

$$c = 3N_a \chi,$$

где N_a – число Авогадро.

Для нахождения $\bar{\lambda}$ введем следующие величины:

μ – коэффициент рассеяния фононов (вероятность встреч);

S – эффективное поперечное сечение фононов;

n – число фононов в единице объема;

r – радиус фонона;

g – коэффициент ангармоничности при разложении функции в ряд Тейлора.

Из простых физических соображений принимаем:

$$r = g;$$

$$\mu = nS = n\pi r^2 = n\pi g^2. \quad (9.1)$$

Энергия фотонов есть теплоемкость по определению:

$$nh\nu = cT,$$

где c – удельная теплоемкость;

$$n = \frac{cT}{h\nu} = \frac{3N_a kT}{h\nu};$$

$$c = \frac{\varepsilon(Q)}{T};$$

$$\mu = \frac{3n_a \chi \pi g^2}{h\nu} T. \quad (9.2)$$

Весьма существенно, что $\mu \sim T$, так как число фотонов в единице объема пропорционально температуре, коэффициент рассеяния также линейно связан с температурой.

Из физических соображений

$$\lambda \sim \frac{1}{\mu} = \frac{h\nu}{N_a \chi \pi g^2 T}. \quad (9.3)$$

При высоких температурах, учитывая, что теплоемкость и средняя скорость фонона постоянны, получим с учетом вышеизложенного из (9.3) выражение (9.4), описывающее зависимость коэффициента фононовой теплопроводности от температуры для металлов и для полупроводников

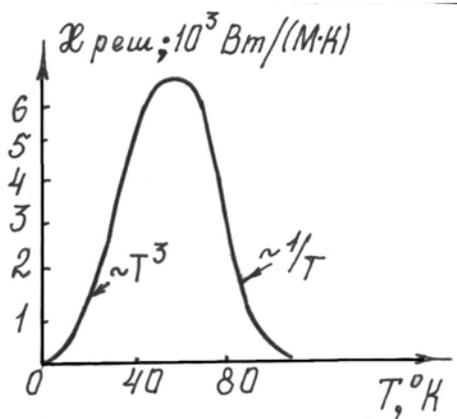
$$\chi_{\phi} \sim \frac{1}{T}, \quad (9.4)$$

что подтверждается экспериментально (рис. 30, а).

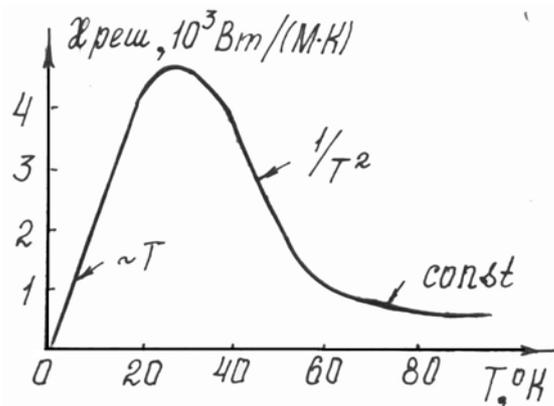
В металлах основной вклад в теплопроводность дают свободные электроны. Введем коэффициент, связанный с вкладом свободных электронов:

$\chi_{эл}$ – коэффициент электронной теплопроводности.

По закону Видемана–Франца отношение теплопроводности металлов к их электропроводности и температуре постоянны:



a)



б)

Рис. 30 Зависимость решеточной теплопроводности от температуры для сапфира (а) и меди (б)

$$\frac{\chi_{эл}}{\sigma T} = \text{const}, \quad (9.5)$$

где σ – удельная электропроводность.

Величина σ обратно пропорциональна удельному электросопротивлению

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

В свою очередь, удельное сопротивление слабо, но зависит от температуры:

$$\rho = \alpha \rho_0 T;$$

$$\rho_0 - \rho \text{ при } T=0,$$

где ρ_0 – удельное электросопротивление при $T=0$.

$$\sigma \sim \frac{1}{T};$$

$$\chi_{эл} = \sigma T \text{ const} \sim \frac{1}{T} T \text{ const};$$

$$\chi_{эл} \neq f(T). \quad (9.6)$$

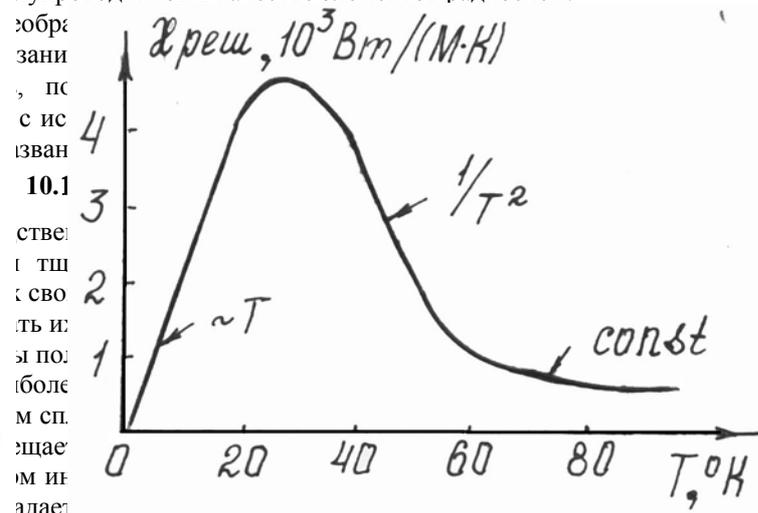
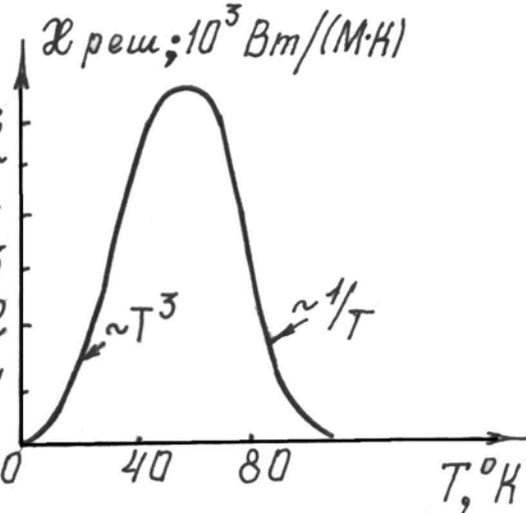
Коэффициент электронной теплопроводности не зависит от температуры, что подтверждается экспериментально. При высоких температурах ($\sim 80 - 100$ К) теплопроводность меди практически не зависит от температуры (рис. 30, б).

Тогда полный коэффициент теплопроводности металла будет состоять из двух слагаемых – фононной и электронной теплопроводности

$$\chi = \chi_{ф} + \chi_{эл}. \quad (9.7)$$

10 КОНТАКТНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Явления, происходящие на контакте металла с полупроводником или двух полупроводников, лежат в основе ряда так называемых полупроводниковых приборов, основное развитие которых началось с 1947 г. и послужило толчком к широкому техническому применению полупроводников в качестве элементов радиосхем.



ориентиро о одинаково с монокристаллом подложки. Так как аний, содержащий индий, обладает p -проводимс то на границе закристаллизованного расплава и монокрис германия, обладающего n -проводимостью, образуется эреход (рис. 31, в). Капля индия на поверхности германия г роль омического контакта, обладающего практически линейной вольт-амперной характеристикой (ВАХ). Такие контакты используются для подсоединения приборов в цепь.

В методе сплавления часто используют то, что системы металл-полупроводник образуют эвтектику.

На рис. 32 представлена часть диаграммы, иллюстрирующая принцип, позволяющий рассчитать распределение примеси по сечению p - n -перехода.



Рис. 33 Диаграмма состояния Ge:Al

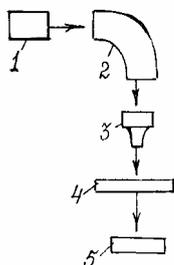


Рис. 34 Схема устройства для ионной имплантации с магнитной сепарацией пучка ионов:

1 – источник поля; 2 – масс-сепаратор; 3 – ускорительная трубка; 4 – система сканирования пучка; 5 – подогреваемый приемник ионов (мишень)

Магнитный масс-сепаратор служит для выделения ионов из ионной массы. Система сканирования пучка ионов применяется для однородного легирования образцов большой площади.

Ионная имплантация характеризуется универсальностью и гибкостью процесса, что позволяет с высокой точностью управлять количеством легирующей примеси, а также получать необходимые концентрации примеси в случаях, когда другие методы неприемлемы (легирование бором и фосфором в алмазах). Процесс ионной имплантации может осуществляться при низких температурах (вплоть до комнатных), благодаря чему сохраняются исходные электрофизические свойства металлов.

К недостаткам данного метода относится то, что возникает область радиационных эффектов в облученном материале вплоть до фактической утраты большого порядка атомов и образования аморфного слоя. Такие эффекты устраняют почти полностью путем кратковременного отжига (в кремнии при 900 ... 1100 К).

Каналирование микрочастиц. При ионной имплантации используют три вида материалов: ионные, поли- и монокристаллические. Аморфные и поликристаллические материалы служат в качестве масок при имплантации ионов. В монокристаллических материалах (полупроводниковых) создаются структуры с заданным профилем концентрации примесей.

При внедрении в мишень имплантируемые ионы в результате столкновения с атомными ядрами и электронами теряют свою энергию и останавливаются. Длина пути ионов от поверхности мишени до точки внедрения называется длиной пробега.

Распределение зоны пробега ионов зависит, главным образом, от их энергии и атомной массы, а также вещества мишени. Для монокристаллических мишеней на распределение длины пробега влияет ориентация их граней относительно пучка ионов. При определенных условиях может наблюдаться эффект каналирования – движение ионов по каналам, образованным атомными плоскостями.

Процесс каналирования иллюстрирует рис. 35. Движение ионов строго по центру канала маловероятно. Однако может существовать траектория, проходящая около оси канала, по которой имплантируемые ионы передвигаются (постоянно сохраняя импульс, направленный к центру канала) с помощью последовательных легких соударений с атомами, образующими "стенки" каналов. Такая траектория показана на рис. 35, причем направление пути иона составляет угол φ с осью канала.

Минимальный угол φ , при котором исчезает направляющее действие атомов мишени, называется критическим углом каналирования $\varphi_{кр}$. Он определяет возможность каналирования.

Расчет концентрации внедренных ионов для каналированного пучка осложняется действием деканализирующих факторов, ее структуры и т.д.

Если предположить, что все ионы изначально каналированы, то распределение концентрации ионов в мишени будет иметь два максимума: один для неканализированных ионов, другой для каналированных ионов (рис. 36). На образцах кремния достигается эффект каналирования при совпадении ориентации поверхности относительно пучка ионов с точностью до $0,1^\circ$. В полупроводниковой технологии эффект каналирования дает возможность получать более глубокие легированные слои и уменьшить число радиационных нарушений.

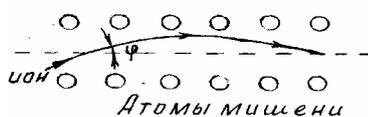


Рис. 35 Траектория движения каналированного иона

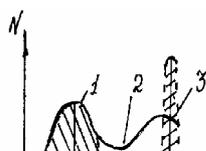


Рис. 36 Схема образования профиля концентрации примесей в твердом теле:

1 – для неканализованных ионов; 2 – реальное распределение;
3 – для канализованных ионов

10.2 Работа выхода

При сближении атомов и образовании из них кристаллов потенциальные барьеры для электронов, отделяющие соседние атомы, понижаются и сужаются. Потенциальный же барьер у поверхности кристалла (у внешней его границы) остается практически столь же высоким, как и у изолированных атомов (рис. 37, а).

Поэтому электроны в кристалле находятся как бы в потенциальной яме, выход из которой требует затраты работы по преодолению силы, действующей на них со стороны кристалла. В случае металлов выражение для этой силы легко определить из следующих соображений.

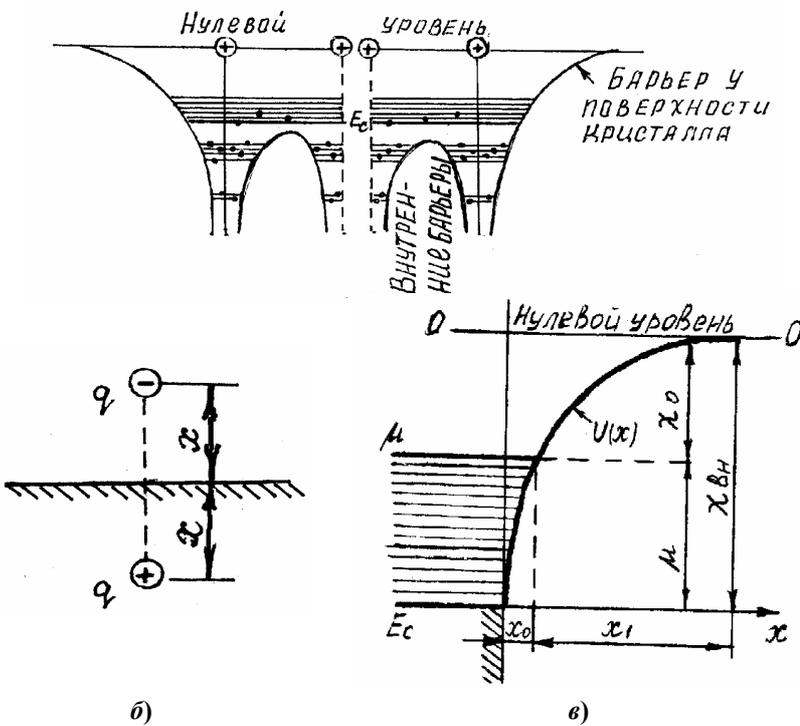


Рис. 37 Работа выхода электронов из металла:

а – потенциальный барьер для электронов у поверхности металла;

б – силы электрического изображения; в – изменение потенциальной энергии электрона с удалением его от поверхности металла

Электрон, вышедший из металла и находящийся у его поверхности на расстоянии x (рис. 37, б), индуцирует в металле заряд $+q$. Этот наведенный заряд действует на вышедший электрон так, как если бы он был сосредоточен под поверхностью металла на глубине x в точке, симметричной той, в которой находится электрон. Индуцированный заряд $+q$ называют поэтому электрическим изображением заряда $-q$. Он притягивает электрон с силой

$$F = \frac{-q}{16\pi\epsilon_0 x^2}, \quad (10.3)$$

называемой силой электрического изображения.

На расстоянии x_0 от поверхности кристалла порядка или меньше межатомного определить силы, удерживающие электрон в кристалле, довольно трудно и выражение (10.3) для $x < x_0$ неприменимо. Для большинства практически важных задач достаточно знать лишь полную высоту барьера, отсчитанную от дна зоны проводимости E_c , называемую внешней работой выхода $\chi_{вн}$ и высоту барьера, отсчитанную от уровня Ферми, которую называют термодинамической работой выхода χ_0 (рис. 37, в).

Большое влияние на работу выхода оказывают мономолекулярные адсорбционные слои. На рис. 38, а показан одноатомный слой цезия, покрывающий поверхность вольфрама. Цезий является щелочным металлом. Его внешний

валентный электрон связан с ядром значительно слабее, чем валентные электроны в вольфраме. Поэтому при адсорбции атомы цезия отдают вольфраму свои валентные электроны и превращаются в положительно заряженные ионы.

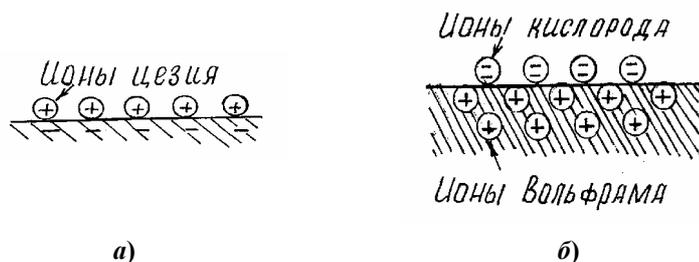


Рис. 38 Образование двойного электрического слоя при нанесении пленки цезия на поверхность вольфрама (а) и при адсорбции атомов кислорода на поверхность вольфрама (б)

Между этими ионами и их электрическим изображением в вольфраме возникает сила притяжения, удерживающая ионы на поверхности вольфрама. При покрытии вольфрама одноатомным слоем цезия возникает двойной электрический слой, внешняя сторона которого заряжена положительно. Поле двойного слоя помогает выходу электрона из вольфрама, поэтому в присутствии слоя цезия работа выхода электронов из вольфрама уменьшается с 4,52 до 1,36 эВ. Подобно цезию действуют одноатомные слои других электроположительных металлов – бария, церия, тория и т.д.

Уменьшение работы выхода под влиянием адсорбции электроположительных металлов находит широкое практическое применение при изготовлении катодов электронных ламп, фотокатодов и т.п.

Совершенно иначе действует, например, кислород, адсорбированный поверхностью металла. Связь валентных электронов в атоме кислорода значительно сильнее, чем в металлах. Поэтому при адсорбции атом кислорода не отдает, а, наоборот, получает от металла два электрона, превращаясь в отрицательно заряженный ион. В результате этого внешняя сторона двойного электрического заряда оказывается заряженной отрицательно (рис. 38, б), вследствие чего электрическое поле тормозит выход электронов из металла, и работа выхода увеличивается.

10.3 Термоэлектронная эмиссия

На рис. 39 показана энергетическая схема вольфрама и кривая распределения электронов по энергиям при $T = 0$ (непрерывная линия) и при высокой температуре (штриховая линия). Из рис. 39 видно, что при повышении температуры "хвост" кривой распределения заходит за нулевой уровень потенциальной ямы, что свидетельствует о появлении некоторого числа электронов, обладающих кинетической энергией, превышающей высоту потенциального барьера.

Такие электроны способны выходить из металла ("испаряться"). Поэтому нагретый металл испускает электроны. Это явление получило название термоэлектронной эмиссии. В заметной степени оно наблюдается лишь при высокой температуре, когда число термически возбужденных электронов, способных выйти из металла, оказывается достаточно большим.

Поместив вблизи нагретого металла проводник и создав между ним и металлом поле, отсасывающее электроны, можно получить термоэлектронный ток. Подсчитаем плотность этого тока, предполагая, что все эмитированные электроны по внешней цепи возвращаются к поверхности, так что электрод, испускающий электроны, остается в целом электронеutralным

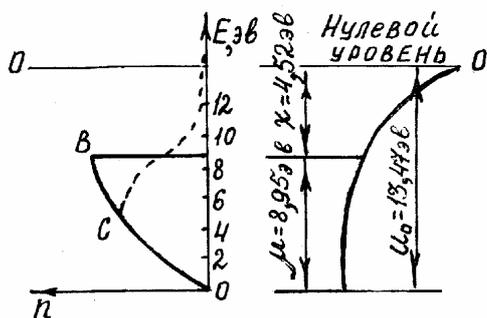


Рис. 39 Энергетическая схема вольфрама и кривые распределения электронов по энергиям $n(E)$ при $T = 0$ (непрерывная кривая) и при высокой температуре (штриховая кривая)

Число электронов в единице объема металла, составляющие импульса которых лежат в интервале от p_x до $p_x + dp_x$, от p_y до $p_y + dp_y$, от p_z до $p_z + dp_z$, равно

$$n(p_x, p_y, p_z) dp_x dp_y dp_z = \frac{2 dp_x dp_y dp_z}{h^3} \frac{1}{\exp[(E - \mu) / kT] + 1}, \quad (10.4)$$

где $2dp_x dp_y dp_z / h^3$ – число квантовых состояний (с учетом спина) в элементе фазового объема $dp_x dp_y dp_z$; $\{\exp[(E - \mu)/kT] + 1\}^{-1} = f_{\text{Ф-Д}}$ – функция Ферми–Дирака, определяющая вероятность заполнения этих состояний электронами.

Выделим на поверхности металла единичную площадку и построим на ней, как на основании, прямоугольный параллелепипед с боковым ребром v_z (рис. 40). Число электронов в параллелепипеде, составляющие импульса которых заключены в указанных выше пределах, равно

$$dN = v_z n(p_x, p_y, p_z) dp_x dp_y dp_z = \frac{2v_z dp_x dp_y dp_z}{h^3 \{\exp[(E - \mu)/kT] + 1\}}. \quad (10.5)$$

Из этих электронов покинуть металл могут лишь те, у которых кинетическая энергия в направлении v_z равная $p_z^2/2m_n$ будет не меньше высоты барьера $\chi_{\text{вн}}$, т.е. те, у которых импульс в направлении оси v_z не меньше, чем $p_{z0} = \sqrt{2m_n \chi_{\text{вн}}}$.

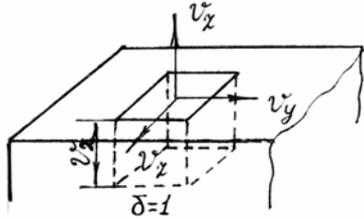


Рис. 40 К расчету плотности термоэлектронного тока

Интегрируя (10.5) по p_x и p_y в пределах от $-\infty$ до $+\infty$ (пределы, в которых могут теоретически меняться p_x и p_y) и по p_z в пределах от p_{z0} до ∞ , получим число электронов, ежесекундно покидающих единичную площадку нагретого металла

$$N = \frac{2}{h^3 m_n} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{p_{z0}}^{\infty} \frac{p_z dp_x dp_y dp_z}{\exp[(E - \mu)/kT] + 1}. \quad (10.6)$$

Вычисление этого интеграла для случая, реализуемого обычно на практике, когда $\chi_0 \gg kT$, приводит к следующему результату

$$N = 2 \left(\frac{2\pi m_n k^2}{h^3} \right) T^2 \exp\left(-\frac{\chi_{\text{вн}} - \mu}{kT}\right). \quad (10.7)$$

Умножив N на заряд электрона q , получим плотность тока

$$j = AT \exp\left(-\frac{\chi_{\text{вн}} - \mu}{kT}\right) = AT \exp\left(-\frac{\chi_0}{kT}\right), \quad (10.8)$$

где $A = 4\pi m_n k^2 q / h^3 = 1,2 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2 \cdot \text{K}^2$.

Соотношение (10.8) называют формулой Ричардсона–Дешмена, а коэффициент A – постоянной Ричардсона. Логарифмируя (10.8), получаем

$$\ln \frac{j}{T^2} = \ln A - \frac{\chi_0}{k} \frac{1}{T}. \quad (10.9)$$

График этой функции изображен на рис. 41. Экстраполируя его до пересечения с осью ординат, можно найти постоянную Ричардсона A .

Если между эмиттером (термокатодом К) и коллектором (анодом А) создать разность потенциалов V , препятствующую движению электронов к коллектору (рис. 42, а), то на коллектор смогут попасть лишь те

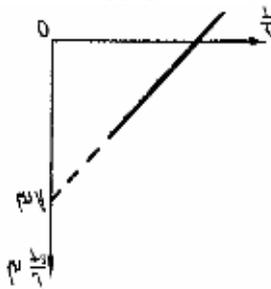


Рис. 41 Зависимость плотности тока термоэлектронной эмиссии от температуры

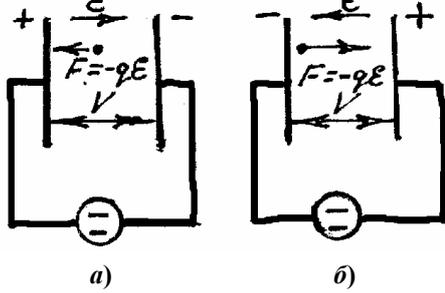


Рис. 42 Направление внешнего поля и силы, действующей на электрон, при задерживающем (а) и ускоряющем (б) напряжении на аноде

электроны, которые вылетели из эмиттера с запасом кинетической энергии, не меньшим $-qV$ ($V < 0$). Для этого их энергия в эмиттере должна быть не меньше $\chi_{\text{вн}} - qV$. Заменив в выражении (10.8) $\chi_{\text{вн}}$ на $\chi_{\text{вн}} - qV$, получим следующее соотношение для тока, текущего в цепи

$$I = AST^2 \exp\left(-\frac{\chi_{\text{вн}} - qV - \mu}{kT}\right) = I_0 \exp\left(\frac{qV}{kT}\right), \quad (10.10)$$

где S – площадь поверхности, эмитирующей электроны; I_0 – ток эмиссии. Логарифмируя это выражение, находим

$$\ln I = \ln I_0 + \frac{qV}{kT}. \quad (10.11)$$

На рис. 43 показан график зависимости $\ln I$ от V . Для $V < 0$ он представляет собой прямую, отсекающую на оси ординат ($V = 0$) отрезок $\ln I_0$.

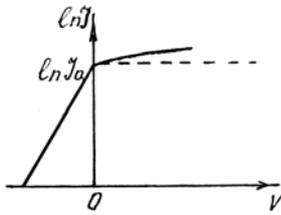


Рис. 43 Зависимость тока напряжения на аноде

При положительном потенциале на коллекторе все электроны, покидающие эмиттер, попадают на коллектор. Поэтому ток в цепи меняться не должен, оставаясь равным току насыщения I_0 (штриховая кривая на рис. 43).

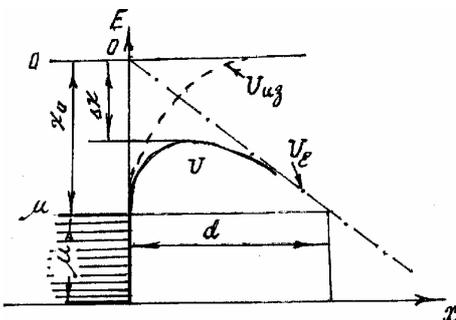
10.4 Эффект Шоттки

При $V > 0$ ускоряющее поле у эмиттирующей поверхности, действуя на электрон с силой $F = -qV_{\text{вн}}$, совершает на пути x работу $F_x = -qV_x$ и тем самым уменьшает потенциальную энергию электрона на $U_{\text{вн}} = q\xi x$. На рис. 44, а показана зависимость от x потенциальной энергии электрона V (штрих-пунктирная прямая). Из рис. 44, а видно, что ускоряющее поле, действующее у эмиттирующей поверхности, понижает потенциальный барьер на $\Delta\chi$. Расчет показывает, что для полей не слишком высокой напряженности

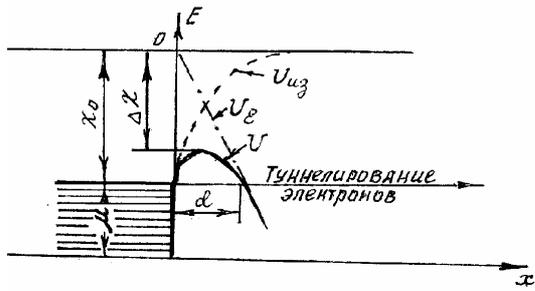
$$\Delta\chi = \sqrt{\frac{q_3 \xi}{4\pi\epsilon_0}} \sqrt{\xi}. \quad (10.12)$$

Понижение потенциального барьера под действием внешнего поля называется эффектом Шоттки. Он приводит к тому, что с ростом положительного потенциала на коллекторе ток эмиссии не сохраняется постоянным (I_0), а несколько увеличивается (непрерывная кривая, рис. 43).

Холодная эмиссия электронов. Внешнее ускоряющее поле вызывает не только понижение потенциального барьера, но и уменьшение его толщины d (рис. 44, б), что в полях достаточно высокой напряженности ($>10^9$ В/м) делает такой барьер достаточно прозрачным для туннельного просачивания электронов и выхода их из твердого тела. Это явление получило название холодной эмиссии электронов.



a)



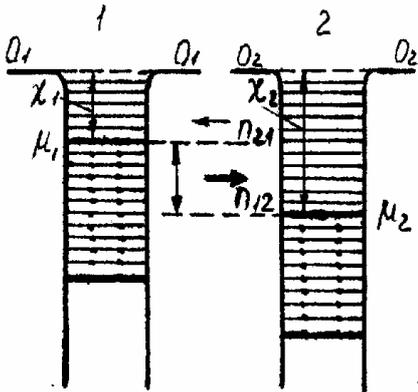
б)

Рис. 44 Влияние внешнего поля на высоту и форму потенциального барьера на границе металл-вакуум при эффекте Шоттки (а) и холодной эмиссии (б)

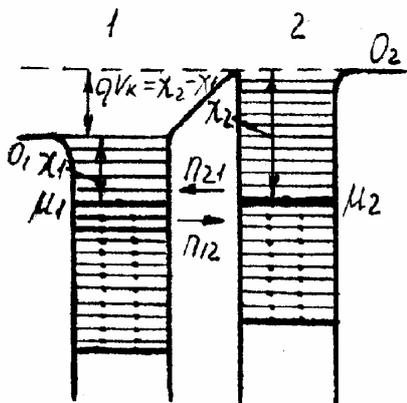
10.5 Контактная разность потенциалов

Рассмотрим процессы, происходящие при сближении и контакте двух электронных проводников, например двух металлов, энергетические схемы которых показаны на рис. 45, а.

В изолированном состоянии электронный газ в этих металлах характеризуется уровнями Ферми μ_1 и μ_2 . Термодинамические работы выхода электронов равны χ_1 и χ_2 . Сблизим металлы до такого расстояния d , при котором возможен эффективный обмен электронами путем термоэлектронной эмиссии или непосредственного перехода из одного металла в другой. В начальный момент после установки контакта электронный газ второго металла не будет находиться в равновесии с электронным газом первого металла, так как уровень Ферми μ_1 располагается выше μ_2 . Наличие разности уровней Ферми ($\mu_1 - \mu_2$) приводит к



a)



б)

Рис. 45 Возникновение контактной разности потенциалов между двумя металлами

возникновению преимущественного перехода из первого металла во второй. При этом первый металл заряжается положительно, а второй отрицательно. Появление этих зарядов вызывает смещение электрических уровней металлов. В проводнике 1, заряженном положительно, все уровни опускаются вниз, а в металле 2, заряженном отрицательно, все уровни поднимаются вверх относительно своих положений в незаряженном положении этих металлов. Это легко понять из следующих простых рассуждений. Для перевода электрона, например, с нулевого уровня незаряженного металла на нулевой

уровень металла, заряженного до отрицательного потенциала – V_1 , требуется затрата работы, численно равной qV_1 . Эта работа переходит в потенциальную энергию электрона. Поэтому потенциальная энергия электрона находится на нулевом уровне отрицательно заряженного металла, будет на qV_1 больше потенциальной энергии электрона, расположенного на нулевом уровне незаряженного металла. Это и означает, что нулевой уровень металла, заряженного отрицательно, располагается на qV_1 выше нулевого уровня незаряженного металла. По той же причине нулевой уровень металла, заряженного положительно, располагается ниже нулевого уровня незаряженного металла. Подобное смещение претерпевают и другие энергетические уровни проводников 1 и 2, в том числе и уровни Ферми (рис. 45, б). Поэтому при наличии контакта (даже при абсолютном нуле) электроны с занятых уровней проводника 1 будут переходить на свободные уровни проводника 2, образуя поток n_{12} , значительно превосходящий поток n_{21} .

Как только уровни Ферми металлов 1 и 2 оказываются на одной высоте, причина, вызывавшая преимущественное перетекание электронов из проводника 1 в проводник 2, исчезает, так как против заполненных уровней проводника 1 располагаются теперь заполненные с той же степенью заселенности уровни проводника 2. Между проводниками устанавливается равновесие, которому отвечает равновесная разность потенциалов между ними, равная

$$V_k = \frac{1}{q}(\chi_2 - \chi_1). \quad (10.13)$$

Ее называют контактной разностью потенциалов. Она определяется разностью работ выхода электронов из контактирующих проводников.

10.6 Барьер Шоттки

Рассмотрим контакт металла с полупроводником.

Пусть металл М, имеющий работу выхода χ_M , приведен в контакт с электронным полупроводником П, имеющим работу выхода χ_P .

Если $\chi_M > \chi_P$, то электроны будут перетекать из полупроводника в металл до тех пор, пока химические потенциалы E_M и E_P выровняются, и не установится равновесие. Между металлом и полупроводником возникает контактная разность потенциалов V_k , имеющая примерно тот же порядок величины, что и в случае контакта двух металлов (единицы вольт). Для получения такой разности потенциалов необходимо, чтобы из полупроводника в металл перетекло примерно такое же число электронов, как и при контакте двух металлов.

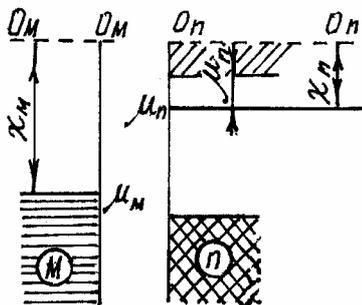
Таким образом, при контакте металлов с полупроводником выравнивание химических потенциалов может происходить только путем перехода на контактную поверхность металла электронов из граничного слоя полупроводника значительной толщины. Ионизированные атомы примеси, остающиеся в этом слое, образуют неподвижный объемный положительный заряд. Так как этот слой практически лишен свободных электронов, а его толщина, как правило, значительно превосходит их длину свободного пробега, то он обладает очень большим сопротивлением. Поэтому его называют запиорным слоем.

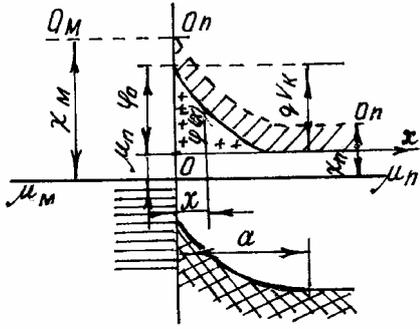
На рис. 46, а показаны энергетические схемы металла и электронного полупроводника до приведения их в контакт. Работа выхода из металла больше, чем из полупроводника. После установления контакта и наступления равновесия в полупроводнике возникает неподвижный объемный положительный заряд на протяжении толщины запиорного слоя (рис. 46, б). При отсутствии контактного поля энергетические уровни в металле и в полупроводнике изображаются горизонтальными прямыми. Этим выражается то, что энергия электрона, находящегося на данном уровне, например, на дне зоны проводимости, во всех точках полупроводника одна и та же. Она не зависит от координат электронов. При наличии контактной разности потенциалов картина меняется: в слое, в котором сосредоточено контактное поле, на электрон действует сила, стремящаяся вытолкнуть его из слоя. Преодоление этой силы требует работы, которая переходит в потенциальную энергию электрона. Поэтому по мере перемещения электрона внутри слоя объемного заряда его потенциальная энергия увеличивается, достигая максимального значения на границе полупроводника. Это и означает, что контактное поле вызывает изгиб энергетических зон полупроводника.

Потенциальный барьер, возникающий в выпрямляющем контакте полупроводника с металлом, называют часто барьером Шоттки. В последние годы на его основе разрабатываются диоды Шоттки (рис. 47), обладающие исключительно малым временем установления тока при переключении их с прямого направления на обратное.

В современных диодах оно доведено до $\approx 10^{-11}$ с. Это позволяет с успехом применять их в импульсных схемах радиоэлектроники, вычислительной техники и автоматики, от которых требуется высокое быстродействие, т.е. способность обрабатывать возможно более короткие и часто следующие друг за другом электрические импульсы.

Невыпрямляющий (антизапорный) контакт полупроводника и металла используют для устройства омических контактов, посредством которых полупроводниковое устройство подключают к электрической цепи.





б)

Рис. 46 Энергетические схемы металла и полупроводника до приведения их в контакт (а) и после установления контакта (б)

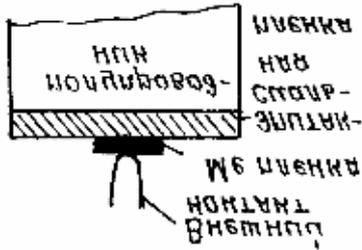


Рис. 47 Схема диода Шоттки
10.7 Равновесное состояние *p-n*-перехода

Пусть внутренней границей раздела двух областей полупроводника с различным типом проводимости является плоскость *MM* (рис. 48, а): слева от нее находится полупроводник *p*-типа, например *p*-германий с концентрацией акцепторов N_a ; справа – полупроводник *n*-типа (*n*-германий с концентрацией доноров N_D). Для простоты будем считать, что $N_a = N_D$ и равно, например, 10^{22} м^{-3} . На рис. 48, б показано изменение концентрации акцепторных и донорных атомов при перемещении вдоль оси *X*, перпендикулярной плоскости *MM*. В точке *O*, лежащей в этой плоскости, N_a скачкообразно падает до нуля, N_D скачкообразно увеличивается от нуля до N_D .

Для *n*-области основными носителями являются электроны, для *p*-области – дырки. Основные носители возникают почти целиком вследствие ионизации донорных и акцепторных примесей. При не слишком низких температурах эти примеси ионизированы практически полностью, вследствие чего концентрацию электронов в *n*-области (n_{n0}) можно считать практически равной концентрации донорных атомов N_D ($n_{n0} \approx N_D$), а концентрацию дырок в *p*-области (p_{p0}) можно считать равной концентрации акцепторных атомов N_a ($p_{p0} \approx N_a$).

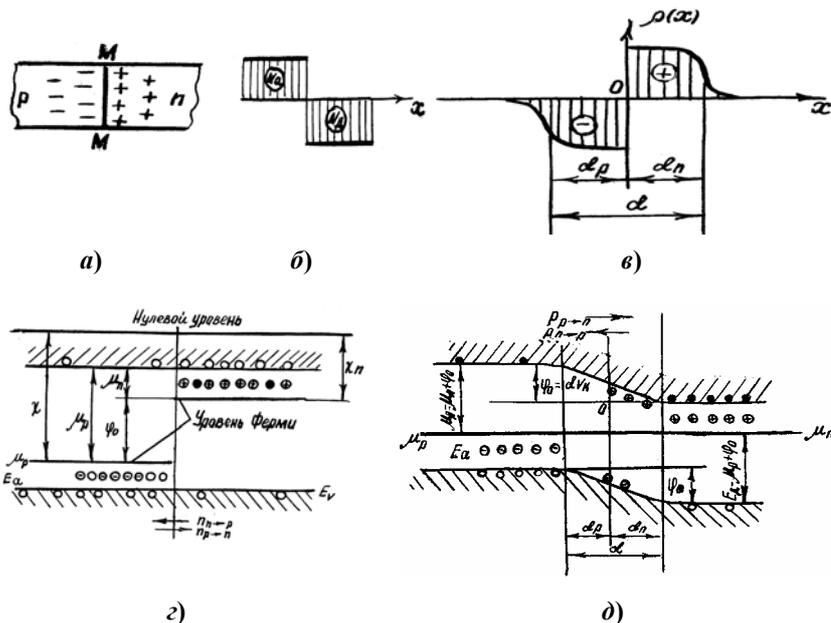


Рис. 48 Равновесное состояние *p-n*-перехода

Помимо основных носителей эти области содержат неосновные носители: *n*-область – дырки (p_{p0}), *p*-область – электроны (n_{n0}). Их концентрацию можно определить, пользуясь законом действующих масс

$$n_{n0}p_{p0} = p_{p0}n_{n0} = n_i^2,$$

где n_i – концентрация носителей в собственном полупроводнике.

При $n_{n0} = p_{p0} = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ и $n_i = 10^{19} \text{ м}^{-3}$ получаем $p_{p0} = n_{p0} = 10^{16} \text{ м}^{-3}$.

Как видим, концентрация дырок в p -области на шесть порядков выше концентрации их в n -области; точно так же концентрация электронов в n -области на шесть порядков выше концентрации их в p -области. Такое различие в концентрации однопородных носителей в контактирующих областях полупроводника приводит к возникновению диффузионных потоков электронов из n -области в p -область ($n_{n \rightarrow p}$) и диффузионного потока дырок из p - в n -область ($p_{p \rightarrow n}$). При этом область n , из которой диффундировали электроны, заряжается положительно, а область p , из которой диффундировали дырки, – отрицательно. Это зарядение приводит соответственно к понижению всех энергетических уровней, в том числе и уровня Ферми в n -области и повышению их в p -области. Перетекание электронов справа налево и дырок слева направо происходит до тех пор, пока постепенно поднимающийся уровень Ферми в p -области (μ_p) не установится на одной высоте с постепенно опускающимся уровнем Ферми в n -области (μ_n). С установлением этих уровней на одной высоте между n - и p -областями устанавливается равновесие, при котором поток электронов из n - в p -область ($n_{n \rightarrow p}$) уравновешивается потоком электронов из p - в n -область ($n_{p \rightarrow n}$), а поток дырок из p - в n -область ($p_{p \rightarrow n}$) уравновешивается потоком дырок из n - в p -область ($p_{n \rightarrow p}$):

$$n_{n \rightarrow p} = n_{p \rightarrow n}; \quad p_{p \rightarrow n} = p_{n \rightarrow p}.$$

Уход электронов из приконтактного слоя n -области приводит к возникновению в этом слое неподвижного положительного объемного заряда ионизированных атомов донорной примеси (рис. 48, в); обозначим толщину этого слоя через d_n . Уход дырок из приконтактного слоя p -области вызывает появление в этом слое неподвижного отрицательного объемного заряда, локализованного на атомах акцепторной примеси; обозначим толщину этого слоя через d_p . Между этими слоями возникает контактная разность потенциалов V_k , создающая в p - n -переходе потенциальный барьер ϕ_0 , препятствующий переходу электронов из n - в p -область и дырок из p - в n -область. Как показывает расчет

$$\phi_0 = kT \ln \frac{n_{n0}}{n_{p0}} = kT \ln \frac{p_{p0}}{p_{n0}}. \quad (10.14)$$

Из (10.14) видно, что ϕ_0 тем выше, чем больше отношение концентрации основных носителей в данной области полупроводника к концентрации этих носителей в другой области полупроводника, в которой они являются неосновными. При $n_{n0} = 10^{22} \text{ м}^{-3}$, $n_{p0} = 10^{16} \text{ м}^{-3}$ и $T = 300 \text{ К}$ $\phi_0 \approx 0,45 \text{ эВ}$.

На рис. 48, з показана энергетическая схема p - и n -областей до установления между ними соприкосновения. Из рис. 48, з видно, что μ_n лежит выше μ_p .

На рис. 48, д приведена энергетическая схема этих областей после установления между ними равновесия. Уровни Ферми μ_n и μ_p расположились на одной высоте, между областями p и n возник слой объемного заряда, простирающийся в n -область на глубину d_n и в p -область на глубину d_p , и потенциальный барьер $\phi_0 = qV_k$. Из сравнения рис. 48, з, д легко видеть, что

$$\phi_0 = \mu_n - \mu_p.$$

Толщина слоя объемного заряда $d = d_n + d_p$, как и в случае контакта полупроводника с металлом, определяется высотой потенциального барьера ϕ_0 и концентрацией основных носителей n_{n0} и p_{p0}

$$d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon \phi_0 (n_{n0} + p_{p0})}{q^2 n_{n0} p_{p0}}} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0 \varepsilon V_k (n_{n0} + p_{p0})}{q^2 n_{n0} p_{p0}}}.$$

10.8 Внутренний фотоэффект

Эффекты поглощения света в полупроводниках находят практическое применение для создания модуляторов световых потоков, фотоприемников и преобразователей световой энергии в электрическую.

Для модуляции световых потоков можно использовать зависимость коэффициента поглощения у края собственной полосы от давления, внешнего электрического поля и концентрации свободных носителей заряда или зависимость поглощения света свободными носителями от их концентрации.

При собственном и примесном поглощениях возникают избыточные свободные носители заряда, приводящие к увеличению проводимости полупроводника. Процесс внутреннего освобождения электронов под действием света называется *внутренним фотоэффектом*. Добавочная проводимость, приобретаемая полупроводником при облучении светом, называется *фотопроводимостью*. Основная же проводимость, обусловленная тепловым возбуждением свободных носителей заряда, называется *тепловой проводимостью*. Приборы, предназначенные для регистрации светового излучения по величине фотопроводимости, называются *фоторезисторами*.

На рис. 49 показаны устройство фоторезистора и схема его включения.

Чувствительный элемент фоторезистора представляет собой брусок или пленку монокристаллического или поликристаллического полупроводника с двумя омическими контактами. Он подключается к источнику смещения V_0 через нагрузочное сопротивление R_H . Толщина чувствительного элемента должна быть достаточно большой, чтобы в нем поглощался практически весь свет $W_0(1-r)$, прошедший через освещенную поверхность (W_0 – мощность падающего света; r – коэффициент отражения поверхности). Это требование легко выполнить для собственных фоторезисторов и часто трудно

выполнить для примесных. Если оно выполнено, то число носителей (или пар носителей при собственном поглощении), генерируемых светом в единицу времени в чувствительном элементе при $\lambda < \lambda_{\max}$, будет равно

$$G = \frac{N_0(1-r)\eta}{\hbar\omega}, \quad (10.15)$$

где η – квантовый выход внутреннего фотоэффекта, равный числу носителей (пар носителей), рождаемых в среднем каждым поглощенным фотоном. Он может быть больше 1, если при поглощении одного фотона высокой энергии рождается две и более электронно-дырочные пары, и меньше 1, если часть фотонов поглощается свободными носителями заряда.

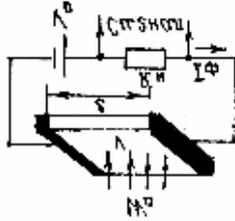


Рис. 49 Схема устройства и включения в цепь фоторезистора

Под действием напряжения V , приложенного к фоторезистору, созданные светом носители заряда совершают дрейф и создают в цепи ток, который называют *фототоком* I_ϕ . Его легко определить из следующих соображений. Каждый носитель заряда за время своей жизни проходит через резистор $\tau/t_{\text{пр}}$ раз, где $t_{\text{пр}}$ – время пролета, или, точнее, время дрейфа носителя через резистор. Оно равно длине чувствительного элемента резистора, деленной на скорость дрейфа v_d

$$t_{\text{пр}} = \frac{l}{v_d} = \frac{l}{U\xi}, \quad (10.16)$$

где u – подвижность носителей. Сила фототока I_ϕ равна числу носителей G , ежесекундно генерируемых в полупроводнике под действием света, умноженному на $\tau/t_{\text{пр}}$ и заряд электрона q

$$I_\phi = \frac{qG\tau}{t_{\text{пр}}} = \frac{qG\tau V}{l^2} = \frac{q\Delta N u V}{l^2}, \quad (10.17)$$

где $\Delta N = G\tau$ – число избыточных носителей в фоторезисторе. Если свет генерирует пару носителей, то вместо u следует писать сумму подвижностей $u_n + u_p$.

Подставив в (10.17) G из (10.15), получим

$$I_\phi = \frac{W_0(1-r)q\eta\tau u V}{\hbar\omega l^2} = \frac{W_0(1-r)q}{hcl^2} \eta\tau u \lambda V. \quad (10.18)$$

Отношение

$$\frac{I_\phi}{W_0} = \frac{q(1-r)}{hcl^2} \eta\tau u \lambda V \quad (10.19)$$

характеризует чувствительность фоторезистора. Она прямо пропорциональна длине волны падающего света (вплоть до λ_{\max}), приложенному напряжению V , времени жизни носителей τ и их подвижности u и обратно пропорциональна квадрату длины чувствительного элемента фоторезистора.

Время жизни носителей τ определяет не только чувствительность, но и инерционность фоторезистора: чем больше τ , тем выше чувствительность, но тем выше инерционность прибора. Действительно, рассмотрим, например, характер спада фотопроводимости фоторезистора после выключения источника света (рис. 50). Вследствие протекания процесса рекомбинации концентрация избыточных носителей убывает по закону

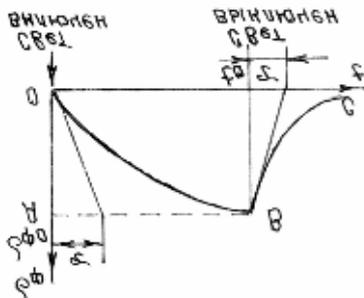


Рис. 50 Кривая нарастания фотопроводимости при облучении полупроводника светом и спада

фотопроводимости после прекращения облучения

$$\sigma_{\phi} = \sigma_{\phi 0} e^{-t/\tau}, \quad (10.20)$$

где $\sigma_{\phi 0}$ – стационарная (установившаяся) фотопроводимость в условиях постоянной освещенности фоторезистора.

Характер нарастания фотопроводимости полупроводника после включения светового импульса (кривая OB), описываемого следующим уравнением

$$\sigma_{\phi} = \sigma_{\phi 0} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (10.21)$$

Следует указать, что в поликристаллических фоторезисторах чувствительность определяется часто процессами на границах монокристаллических зерен, а не процессами в объеме полупроводника; в этом случае соотношение (10.19) неприменимо.

10.8.1 ЭКСИТОННЫЕ СОСТОЯНИЯ

При возбуждении фотопроводимости электроны из валентной зоны перебрасываются в зону проводимости. Однако возможно и иное течение процесса, когда возбужденный электрон не разрывает связи с дыркой, оставаясь связанным с ней в водородоподобном состоянии. Энергия образования такого возбужденного состояния, названного Я. И. Френкелем экситоном, меньше ширины запрещенной зоны, поскольку последняя есть не что иное как минимальная энергия, требуемая для создания разрешенной ширины. Экситон может перемещаться в кристалле, но фотопроводимость при этом не возникает, так как электрон и дырка движутся вместе. При столкновении с фононами, примесными атомами и другими дефектами решетки экситоны или рекомбинируют, или "разрываются". В первом случае возбужденные атомы переходят в нормальное состояние, а энергия возбуждения передается решетке или излучается в виде квантов света; во втором случае образуется пара носителей – электрон и дырка, которые обуславливают повышение электропроводности полупроводника.

10.9 Эффект Ганна

В 1963 г. Дж. Ганн, изучая поведение арсенида галлия в области сильных полей, обнаружил новое явление, заключающееся в возникновении колебаний тока с частотой $10^9 - 10^{10}$ Гц при приложении к кристаллу постоянного электрического поля. Этот эффект Ганна наблюдали позднее в фосфиде галлия, фосфиде индия и ряде других полупроводников. Величиной, ответственной за эффект Ганна, является подвижность носителей. Он не появляется, когда кристалл разогревается джоулевым теплом. Рассмотрим механизм возникновения эффекта.

Многие полупроводники, в частности арсенид галлия, имеют достаточно сложную зонную структуру. Так, зона проводимости арсенида галлия кроме минимума $E(k)$ при $k = 0$ имеет второй минимум в направлении $[100]$ при $k \approx 0,8k_0$, где k_0 – волновой вектор, соответствующий границе зоны Бриллюэна в направлении $[100]$. Схематически зонная структура GaAs изображена на рис. 51.

Второй минимум (Б) расположен выше первого (А) на 0,36 эВ. Поскольку кривизна зависимости $E(k)$ в области этих двух экстремумов различна, различны и эффективные массы электронов, находящихся в этих минимумах. В области минимума А $m_A^* \approx 0,07m$ (т.е. электроны легкие). В области минимума Б $m_B^* \approx 1,2m$ (т.е. электроны тяжелые). Подвижность легких электронов составляет $\mu_A \approx (400 - 800) \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, подвижность тяжелых $\mu_B \approx (100 - 200) \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

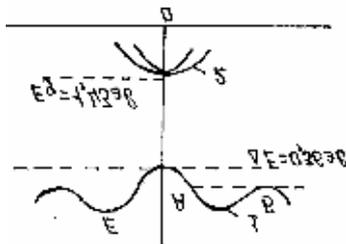


Рис. 51 Зонная структура арсенида галлия:

1 – зона проводимости; 2 – валентная зона

Изменение подвижности носителей в сильных полях связано с переходом электронов из минимума А в минимум Б. При слабых полях электроны находятся в термодинамическом равновесии с решеткой. Поскольку энергия электронов в обычных условиях много меньше расстояния (по шкале энергий) между минимумами $k_B T \ll \Delta E$, практически все электроны занимают уровни в минимуме А, т.е. $n_A = n_0$. Плотность тока в этом случае

$$j_1 = en_0 \mu_A \xi.$$

С ростом напряженности поля энергия электронов повышается и при некотором критическом значении $\xi_{кр}$ становится возможным их переход из минимума А в минимум Б, где подвижность значительно ниже. Плотность тока при этом падает и в конечном итоге становится равной

$$j_2 = en_0 \mu_B \xi.$$

В результате на зависимости $j(\xi)$ появляется участок с отрицательной дифференциальной проводимостью (рис. 52).

Рассмотрим более подробно механизм электрической неустойчивости, приводящий к высокочастотным осцилляциям тока. Это удобно сделать на примере *опыта Ганна*. Предположим, что к образцу полупроводника, имеющему форму параллелепипеда длиной L , приложено внешнее напряжение. Если полупроводник однороден, то электрическое поле в образце также однородно. Однако любой реальный кристалл содержит некоторые неоднородности. Наличие неоднородности с повышенным сопротивлением приводит к тому, что в этом месте образца напряженность электрического поля имеет повышенное значение. При увеличении напряженности внешнего поля значение $\xi_{кр}$

Рис. 52 Зависимость плотности тока от напряженности электрического поля для полупроводника, имеющего зонную структуру, изображенную на рис. 51

здесь достигается раньше, чем в остальной части образца. Вследствие этого в области неоднородности начинаются переходы из минимума А в минимум Б, т.е. появляются тяжелые электроны. Подвижность здесь уменьшается, а сопротивление дополнительно возрастает. Это приводит к увеличению напряженности поля в месте локализации неоднородности и более интенсивному переходу электронов в минимум Б. Поле в образце становится резко неоднородным. Такая зона с сильным электрическим полем получила название *электрического домена*.

Домен, содержащий тяжелые электроны, под действием поля перемещается вдоль образца с относительно низкой скоростью (так как подвижность тяжелых электронов мала). Легкие электроны также перемещаются в поле, причем с большей скоростью. Те электроны, которые движутся сзади домена, догоняют его и образуют область отрицательного объемного заряда, а те, которые движутся впереди, уходят от домена, и, таким образом, формируется область, обедненная электронами, т.е. область положительного объемного заряда (рис. 53). Через некоторое время устанавливается стационарное состояние, при котором скорость движения домена равна скорости перемещения электронов вне домена. Это происходит потому, что поле внутри домена сильно возросло и вследствие этого возрастает скорость движения электронов в нем. Поле вне домена, наоборот, резко уменьшилось. Поэтому дрейфовая скорость электронов за пределами домена снижается. Когда домен достигает границы образца, он разрушается.

Пусть внешнее напряжение прикладывается к образцу в момент времени t_0 . При этом возникает ток, имеющий некоторое максимальное значение силы тока I_{max} (рис. 54). Сразу же на одной из неоднородностей начинается образование домена. Этот процесс протекает очень быстро, так как постоянная времени, связанная с переходом электронов из минимума А в минимум Б, составляет примерно 10^{12} с. Сила тока резко уменьшается до значения I_{min} , определяемого

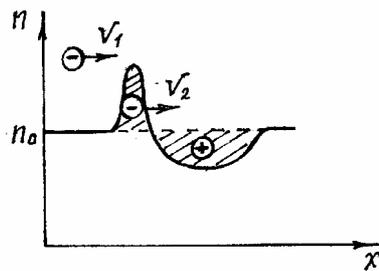


Рис. 53 Структура электрического домена

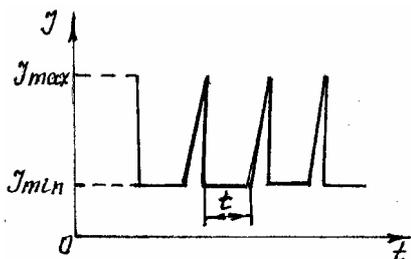


Рис. 54 Осцилляции тока в эффекте Ганна

скоростью движения домена. Это значение тока сохраняется до тех пор, пока домен не разрушится на границе образца. Очевидно, что время движения домена

$$t = \frac{L}{v_d},$$

где v_d – скорость движения домена; L – длина дуги.

Сила тока снова возрастает до значения I_{max} , снова образуется домен и ток уменьшается. Так возникают колебания тока. Частота колебаний определяется длиной образца. Например, при $L = 50$ мкм она составляет 2 ГГц. Скорость движения домена не зависит от внешнего поля и составляет 10^5 м/с. Поле лишь изменяет толщину домена.

10.10 Поверхностные состояния

В гл. 6 было показано, что энергетический спектр электрона, движущегося в строго периодическом поле неограниченного кристалла, имеет зонную структуру: полосы разрешенных энергий отделены друг от друга зонами запрещенных энергий. Нарушение периодичности потенциала, вызванное дефектами решетки (примесными атомами, вакансиями и др.), приводит к возникновению в запрещенной зоне дискретных уровней.

Подобными дефектами являются и свободные поверхности кристалла, на которых происходит обрыв решетки и нарушение периодичности ее потенциала (рис. 55, а). Влияние такого рода дефектов на энергетический спектр электронов было исследовано Таммом в 1932 г. Он показал, что обрыв решетки приводит к появлению в запрещенной зоне полупроводника разрешенных дискретных уровней энергии для электронов, расположенных в непосредственной близости от поверхности кристалла (рис. 55, б). Такие уровни получили название *поверхностных уровней* или *поверхностных состояний*.

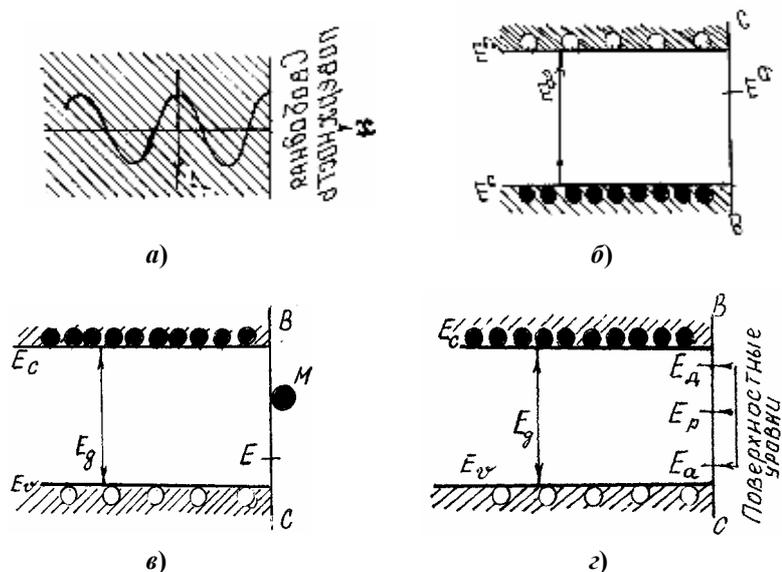
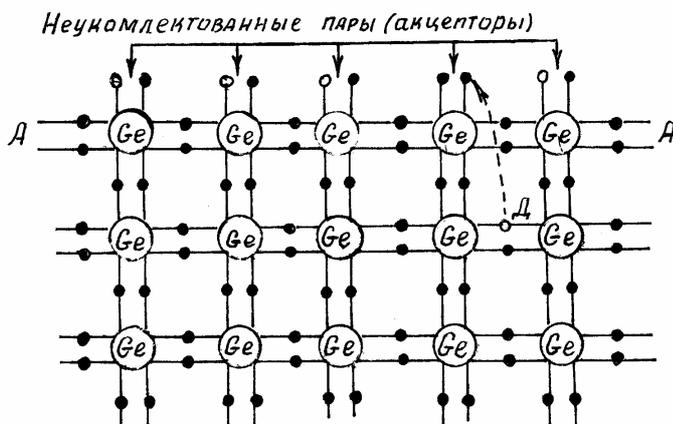


Рис. 55 Возникновение поверхностных состояний:

- а – обрыв периодического потенциала решетки у поверхности кристалла;
- б – поверхностные состояния, возникающие в следствие обрыва решетки;
- в – чужие атомы M на поверхности; г – типы поверхностных состояний (E_d – однородные, E_a – акцепторные, E_p – рекомбинационные)

Наглядное представление о возникновении поверхностных состояний можно получить из рассмотрения связей, действующих между атомами в объеме и на поверхности кристалла. На рис. 56 изображена плоская модель решетки германия. Атом в объеме кристалла окружен четырьмя ближайшими соседями, связь с которыми осуществляется путем попарного обобществления валентных электронов. У атомов, расположенных на свободной поверхности AA , одна валентная связь оказывается разорванной, а электронная пара неупакованной. Стремясь укомплектовать эту пару и заполнить свою внешнюю оболочку до устойчивой восьмизлектронной конфигурации, поверхностные атомы ведут себя как типичные акцепторы, которым в запрещенной зоне соответствуют акцепторные уровни E_a (рис. 55, б). Электроны, попавшие на эти уровни из валентной зоны, не проникают в глубь кристалла и локализуются на расстоянии порядка постоянной решетки от поверхности. В валентной зоне возникают при этом дырки, а в поверхностном слое полупроводника – дырочная проводимость.



Рассмотренные поверхностные состояния возникают на идеально чистой бездефектной поверхности, получить которую практически невозможно. В реальных условиях поверхностные свойства полупроводников определяются поверхностными состояниями, созданными главным образом чужеродными атомами (молекулами) на поверхности. На рис. 55, в показана зонная структура полупроводника. Вертикальной прямой обозначена одна из свободных его поверхностей. Предположим, что на этой поверхности химически сорбировалась частица M . При такой сорбции волновые функции решетки и частицы перекрываются настолько, что частицу можно рассматривать как примесь, локально нарушающую периодичность потенциала решетки и приводящую к возникновению в запрещенной зоне поверхностного уровня.

Характер таких уровней зависит от природы поверхности и частиц. Они могут быть акцепторными, донорными и рекомбинационными (рис. 55, з). Так, кислород, сорбированный на поверхности германия, создает акцепторные уровни, вода – донорные. Если уровни P являются акцепторными, то они захватывают электроны и заряжают поверхность полупроводника отрицательно с поверхностной плотностью $\sigma^- = qNf_{\Phi-D}^-$, где N – число молекул, адсорбированных единицей поверхности кристалла; $f_{\Phi-D}^-$ – функция Ферми–Дирака, выражающая вероятность заполнения поверхностных уровней электронами; q – заряд электрона. Если уровни P являются донорными, то они, отдавая электроны кристаллу, заряжают поверхность полупроводника положительно с плотностью $\sigma^+ = qNf_{\Phi-D}^+$, где $f_{\Phi-D}^+$ – вероятность того, что поверхностные уровни являются пустыми, т.е. частицы M ионизированы.

При высокой плотности поверхностных состояний они, взаимодействуя друг с другом, могут размыться в поверхностную зону. Электроны в этой зоне могут двигаться только вдоль поверхности.

10.11 Приповерхностный слой объемного заряда

Заряжение поверхности полупроводника при заполнении поверхностных состояний сопровождается возникновением у поверхности слоя объемного заряда, нейтрализующего поверхностный заряд. Нейтрализация происходит путем притяжения к поверхности носителей со знаком заряда, противоположным знаку заряда поверхности, и отталкивания носителей одного знака. Поэтому поверхностный слой полупроводника оказывается обедненным носителями одного знака со знаком поверхностного заряда и обогащенным носителями противоположного знака.

Толщина слоя объемного заряда, на протяжении которой происходит нейтрализация поверхностного заряда, зависит от концентрации носителей. В то время как в металлах, имеющих очень высокую концентрацию носителей ($\approx 10^{28} \text{ м}^{-3}$), нейтрализация происходит уже на расстоянии нескольких параметров решетки, в полупроводниках область пространственного заряда может простираться на значительную глубину ($\approx 10^{-6} \text{ м}$ и более). Обычно ее принимают равной так называемой дебаевской длине экранирования L_D , имеющей следующий смысл: L_D представляет собой расстояние, на протяжении которого потенциал поля в веществе со свободными носителями заряда уменьшается в e раз. Расчет показывает, что при небольшом относительном обогащении приповерхностной области полупроводника свободными носителями заряда

$$L_D = (\epsilon_0 \epsilon k T / q^2 n_0)^{1/2}, \quad (10.22)$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость вещества; ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость воздуха; n_0 – концентрация свободных носителей в нем, $e = 1,22$.

Таким образом, у поверхности полупроводника существует область, электрические свойства которой определяются не объемными концентрациями примеси, а величиной поверхностного заряда. В этой области концентрация носителей может существенно отличаться от объемной концентрации. Наличие такой области оказывает существенное влияние на многие свойства полупроводника: электропроводность, работу выхода, фото-э.д.с. и др., а также на параметры приборов.

Заряжение поверхности полупроводника вызывает возникновение разности потенциалов между поверхностью и объемом полупроводника и, следовательно, искривление энергетических зон. При зарядке поверхности отрицательным знаком энергетические зоны изгибаются вверх, так как при перемещении электрона из объема на поверхность его потенциальная энергия увеличивается (рис. 57). При положительном зарядке поверхности зоны изгибаются вниз. Изгиб простирается вглубь полупроводника примерно на дебаевскую длину экранирования L_D .

При формировании приповерхностной области полупроводника могут встретиться три важных случая: обеднение, инверсия и обогащение этой области носителями заряда.

Изменять зарядку поверхности полупроводника можно посредством внешнего электрического поля. На рис. 58 приведена принципиальная схема прибора, предназначенного для этой цели. На одну сторону полупроводниковой пластины Π напыляют омический контакт \mathcal{E} , второй электрод M прижимается к противоположной стороне пластины через тонкий слой диэлектрика D . На электроды подается внешняя разность потенциалов от источника V . Меняя величину и знак потенциалов на электродах \mathcal{E} и M , можно в широких пределах менять величину и знак заряда, индуцируемого на поверхности полупроводника прижатой к электроду M .



Рис. 57 Изгиб зон у поверхности полупроводника *n*-типа при отрицательном заряде поверхности

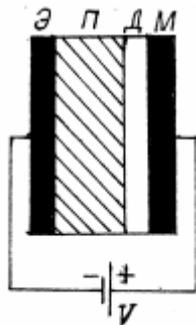


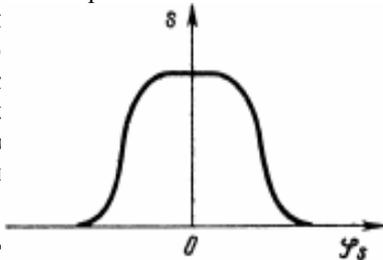
Рис. 58 Схема МДП структуры

Явления изменения поверхностной проводимости полупроводника под действием поперечного электрического поля называют эффектом поля. Оно широко используется для исследования поверхностных состояний, позволяя определять величину заряда, захваченного этими состояниями, их плотность, глубину залегания и т.д.

10.12 Поверхностная рекомбинация

Среди быстрых поверхностных состояний можно выделить центры прилипания, размещающиеся вблизи дна зоны проводимости и центры рекомбинации, располагающиеся вблизи середины запрещенной зоны.

Наличие поверхностных центров рекомбинации на поверхности полупроводника приводит к неравновесной концентрации носителей заряда. Рассмотрим процесс рекомбинации носителей в полупроводнике с помощью уравнения непрерывности для носителей заряда.



В кристаллах, в которых концентрация объемных центров мала, важную роль, особенно в образцах малой толщины, играют поверхностные рекомбинационные центры. Пусть вблизи поверхности полупроводника имеются рекомбинационные центры, т.е. стоки носителей заряда. Рассмотрим процесс рекомбинации носителей в полупроводнике с помощью уравнения непрерывности для носителей заряда.

В условиях равновесия, когда ток через поверхность равен нулю, потоки электронов и дырок к поверхности равны друг другу и равны числу носителей, ежесекундно рекомбинирующих на единице поверхности полупроводника

$$j_n / q = j_p / q = n_{RS} = s \Delta n_s = s \Delta p_s .$$

Отсюда находим

$$s = n_{RS} / \Delta n_s = n_{RS} / \Delta p_s . \quad (10.23)$$

Из (10.23) видно, что коэффициент пропорциональности s равен отношению числа избыточных носителей, ежесекундно рекомбинирующих на единице поверхности полупроводника, к концентрации их в поверхностном слое. Он имеет размерность скорости и называется скоростью поверхностной рекомбинации неравновесных носителей.

Скорость поверхностной рекомбинации зависит от поверхностного изгиба зон ϕ_s (рис. 59). При $\phi_s = 0$ скорость поверхностной рекомбинации достигает максимального значения. При больших положительных значениях ϕ_s концентрация электронов в зоне проводимости резко уменьшается, вследствие чего резко падает скорость поверхностной рекомбинации (правая ветвь кривой, рис. 59). При высоких отрицательных значениях ϕ_s в валентной зоне поверхностного слоя практически отсутствуют дырки, вследствие чего скорость поверхностной рекомбинации также становится низкой (левая ветвь кривой, рис. 59). Кривую (рис. 59) называют рекомбинационным колоколом.

Скорость поверхностной рекомбинации весьма чувствительна к состоянию поверхности. Адсорбция на этой поверхности посторонних молекул может резко изменить потенциал поверхности Φ_s и тем самым скорость поверхностной рекомбинации. Механическая обработка поверхности (шлифовка, полировка и др.), нарушая кристаллическую структуру поверхностного слоя, приводит к возникновению большого

Рис. 59 Зависимость скорости поверхностной рекомбинации от поверхностного изгиба зон

числа поверхностных рекомбинационных центров, способных резко увеличить скорость поверхностной рекомбинации. При травлении такой поверхности нарушенный слой удаляется, и скорость поверхностной рекомбинации, как правило, падает.

При одновременном протекании в образце объемной и поверхностной рекомбинаций эффективное время жизни неравновесных носителей $\tau_{эф}$ зависит от времени жизни в объеме $\tau_{об}$ и скорости поверхностной рекомбинации s . Как показывает расчет, для тонких (по сравнению с длиной диффузии) образцов полупроводника эффективное время жизни неравновесных носителей равно

$$1/\tau_{эф} = 1/\tau_{об} + 2s/d, \quad (10.24)$$

где d – толщина образца.

11 ПЕРЕНОС НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ

При рассмотрении этого вопроса возможны два случая:

а) пленка тонкая (рис. 60).

Предположим, что из точки O внутри телесного угла $\varphi = \varphi_0$ распространяются электроны на расстояние $x = \lambda$, где λ – длина свободного пробега электрона (рис. 60).

Если толщина пленки d много меньше длины свободного пробега $\lambda (d \ll \lambda)$, то электроны рассеиваются на поверхности пленки, удельное сопротивление ρ увеличивается, так как появляются дополнительные механизмы рассеивания (например, за счет взаимодействия электронов с колеблющимися ионами кристаллической решетки).

б) более толстая пленка (рис. 61).

В более толстых пленках учитываются все механизмы рассеяния.

Пусть z – переменное расстояние от центра рассеяния до поверхности 1 . В точке O начинается движение n штук электронов.

Если телесный угол φ меньше некоторого угла φ_0 , то все электроны распространяются на расстояние λ , если $\varphi < \varphi_0$, то $x < \lambda$.

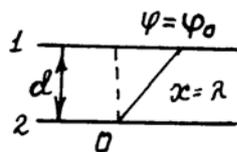


Рис. 60 Перенос носителей зарядов в тонких пленках

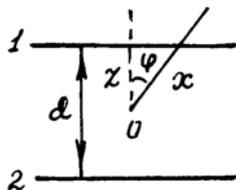


Рис. 61 Перенос носителей зарядов в толстых пленках

Очевидно телесный угол $\varphi = 2\pi \sin \varphi d\varphi$.

Из геометрических соображений:

$$\chi = d \cos \varphi ;$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{d}{A} .$$

Обозначим:

l^1 – путь, пройденный электронами, не претерпевшими столкновения с поверхностями

$$l^1 = \int_{\varphi_0}^{\frac{\pi}{2}} \lambda_1 \sin \varphi d\varphi ;$$

l^{11} – путь, пройденный электронами, рассеянными от поверхности

$$l^{11} = \int_0^{\varphi_0} x n_1 \sin \varphi d\varphi ;$$

$\lambda_{\text{эф}}$ – эффективный путь (средний путь, пройденный электроном).

Очевидно

$$\lambda_{\text{эф}} = \frac{l^1 + l^{11}}{n} = \frac{1}{n} \left(\int_0^{\varphi_0} x n \sin \varphi d\varphi + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \lambda n \sin \varphi d\varphi \right) = \dots = d \left(1 + \ln \frac{\lambda}{2} \right).$$

Обозначим:

σ – удельная электропроводность

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{e^2 n}{m v} \lambda .$$

Примем $\lambda = \lambda_{\text{эф}}$, тогда

$$\sigma = \frac{e^2 n d}{2 m v} \left(1 + \ln \frac{\lambda}{d} \right).$$

Примем электропроводимость толстых пленок бесконечно большой $\sigma = \sigma_{\infty}$.

Тогда

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\infty}} = \frac{d}{\lambda} \left(1 + \ln \frac{d}{\lambda} \right). \quad (11.1)$$

Учитывая, что удельное сопротивление обратно пропорционально удельной проводимости перепишем выражение

$$\frac{\rho}{\rho_{\infty}} = \frac{\lambda}{d} \left(1 + \ln \frac{d}{\lambda} \right). \quad (11.2)$$

На рис. 62 представлена графическая зависимость удельного электросопротивления от толщины пленки. На нем видны три области:

I – сильная зависимость удельного электросопротивления от толщины пленки. Структура пленки – островная. Основной механизм проводимости – туннельный эффект.

II – слабая зависимость удельного электросопротивления от толщины пленки. Структура пленки – сплошная, $\frac{d}{\lambda} \approx 0,1 \dots 1$. Следовательно, пленка еще остается тонкой.

III – удельное электросопротивление не зависит от толщины пленки. Следовательно, пленка толстая.

На основании анализа графика можно сделать вывод: пленка считается тонкой до тех пор, пока ее удельное сопротивление зависит от толщины.

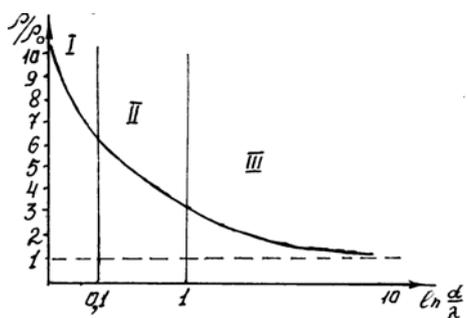


Рис. 62 Зависимость удельного сопротивления от толщины пленки

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Шаскольская М. П. Кристаллография. М.: Высш. шк., 1984. 376 с.: ил.
- 2 Епифанов Г. И. Физика твердого тела. М.: Высш. шк., 1977. 288 с.: ил.
- 3 Епифанов Г. И., Мома Ю. А. Физические основы конструирования и технологии РЭА и ЭВА. М.: Сов. радио, 1979. 352 с.: ил.
- 4 Павлов П. В., Хохлов А. Ф. Физика твердого тела. М.: Высш. шк., 2000. 494 с.: ил.
- 5 Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1977. 672 с.: ил.
- 6 Киреев П. С. Физика полупроводников. М.: Высш. шк., 1975. 584 с.: ил.
- 7 Готра З. Ю. Технология микроэлектронных устройств. М.: Радио и связь, 1991. 528 с.: ил.
- 8 Антипов Б. Л., Сорокин В. С., Терехов В. А. Материалы электронной техники. М.: Высш. шк., 1990. 208 с.: ил.

СОДЕРЖАНИЕ

1	КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ	3
2	ФАЗОВАЯ И ГРУППОВАЯ СКОРОСТИ	3
3	СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ГЕЙЗЕНБЕРГА	5
4	УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА	7
5	ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА	10
5.1	Движение свободной микрочастицы	10
5.2	Прохождение микрочастицы через потенциальный барьер. Туннельный эффект	12
5.3	Движение микрочастицы в потенциальной яме	15
6	ОСНОВЫ ЗОННОЙ ТЕОРИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ	17
6.1	Металлы, диэлектрики и полупроводники	19
6.2	Понятие о дырках	21
6.3	Примесные уровни в полупроводниках	23
6.3.1	Донорные уровни	23
6.3.2	Акцепторные уровни	25
6.4	Эффективная масса электрона	26
6.5	Рекомбинационные эффекты	29
7	ОСНОВЫ СТАТИСТИКИ ЭЛЕКТРОНОВ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ	32
7.1	Функция распределения для невырожденного газа	37
7.2	Функция распределения для вырожденного газа фермионов	38
7.2.1	Распределение электронов в металле при абсолютном нуле. Энергия Ферми	39
7.2.2	Влияние температуры на распределение Ферми– Дирака	41
7.3	Функция распределения для вырожденного газа бозонов	42

7.4	Положение уровня Ферми и зависимость концентрации носителей от температуры в полупроводниках	42
7.4.1	Зависимость концентрации свободных носителей от положения уровня Ферми	42
7.4.2	Положение уровня Ферми и зависимость концентрации носителей от температуры в собственных полупроводниках	46
7.4.3	Положение уровня Ферми и температурная зависимость концентрации носителей в примесных полупроводниках	48
7.4.4	Закон действующих масс	53
8	ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ	54
8.1	Удельная электропроводность металлов	54
8.2	Оценка подвижности. Эффект Холла	55
8.3	Правило Матиссена	61
8.4	Механизмы рассеяния	62
8.4	Электропроводность сплавов	65
8.5	Явления сверхпроводимости	66
9	ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ	70
10	КОНТАКТНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ	74
10.1	Методы получения <i>p-n</i> -переходов	75
10.2	Работа выхода	80
10.3	Термоэлектронная эмиссия	82
10.4	Эффект Шоттки	86
10.5	Контактная разность потенциалов	87
10.6	Барьер Шоттки	89
10.7	Равновесное состояние <i>p-n</i> -перехода	92
10.8	Внутренний фотоэффект	94
10.8.1	Экситонные состояния	97
10.9	Эффект Ганна	98
10.10	Поверхностные состояния	101
10.11	Приповерхностный слой объемного заряда	104
10.12	Поверхностная рекомбинация	106
11	ПЕРЕНОС НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ	108

