В. И. Попов, В. А. Тышкевич,
М. П. Шумский, А. И. Попов

СБОРНИК ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ

ГИМН МЕХАНИКОВ

Верны мы все термеху
Не по приказу сверху,
Хоть верности мы этой
Совсем и не клялись.
Живем мы по законам,
Завещанным Ньютоном.
Как здорово, что все мы здесь
Сегодня собрались!

И пусть низка зарплата,
Не нажили мы злата,
Но на гуманитариев
Мы смотрим сверху вниз.
Нам принцип Галилея
Всех принципов важнее.
Как здорово, что все мы здесь
Сегодня собрались!

Мы все сегодня рады
Гостям Олимпиады.
Эй, Оренбург, с погодой
Смотри, не осрамись!

Пусть наши "Даламберы"
Приврали чуть в примерах,
Как здорово, что все мы здесь
Сегодня собрались!

И пусть сегодня вроде
Мы будто бы не в моде,
Не унывай, товарищ,
Поверь мне и держись!
И твердо верь ты также
В механику Лагранжа.
Как здорово, что все мы здесь
Сегодня собрались!

(*Александр Сергеевич Зиновьев* -
доцент Оренбургского государственного университета)

Министерство образования Российской Федерации
Тамбовский государственный технический университет

В. И. Попов, В. А. Тышкевич,
М. П. Шумский, А. И. Попов

СБОРНИК ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Издание второе, переработанное и дополненное

Часть 1

СТАТИКА

Тамбов
ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ
2002

ББК Ж12я73-4
УДК 531(075): 378.14
П-58

Рецензенты:
Доцент Белорусского национального технического университета

Т. Ф. Богинская
Доктор технических наук,
профессор Тамбовского государственного технического университета
В. Ф. Першин

Попов В. И., Тышкевич В. А., Шумский М. П., Попов А. И.
П-58 Сборник олимпиадных задач по теоретической механике. Часть 1. Статика. 2-е изд., перераб. и доп. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002. 80 с.

В сборник олимпиадных задач включено 180 задач по статике, которые предлагались студентам для решения на Всесоюзных и Всероссийских олимпиадах по теоретической механике с 1981 по 1990 годы, а также других олимпиадах по теоретической механике различного уровня прошлых лет. Второе издание дополнено задачами олимпиад России, ряда зональных олимпиад. Приведены примеры решения нескольких задач.

Сборник может быть использован при подготовке студентов к олимпиадам, при организации и проведении олимпиад различного уровня и организации самостоятельной работы студентов.

ББК Ж12я73-4
УДК 531(075): 378.14

Научное издание

Попов Владимир Иванович,
Тышкевич Валерий Алексеевич,
Шумский Михаил Петрович,
Попов Андрей Иванович

СБОРНИК ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ
ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Редактор Т. М. Федченко
Инженер по компьютерному макетированию Е. В. Кораблева

ЛР №020851 от 13.01.94
$П_{лр}$ № 020079 от 28.04.97
Подписано к печати 27.04.2002
Формат 60 × 84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Гарнитура Times. Объем: 4,65 усл. печ. л.; 4,38 уч.-изд. л.
Тираж 150 экз. С. $322^{М}$.

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета
392000, г. Тамбов, ул. Советская, 106, к. 14

ВСЕМ ЭНТУЗИАСТАМ ОЛИМПИАДНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОСВЯЩАЕТСЯ

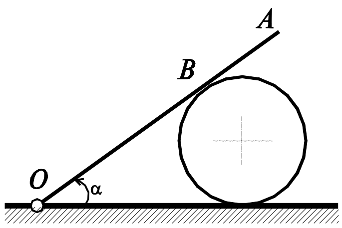
Олимпиады по теоретической механике, проводимые в технических вузах, а в последнее время и в классических университетах, являются системообразующим элементом организации творческой учебно-познавательной деятельности в высшей школе. Участие студентов в олимпиадном движении способствует более упорядоченному и глубокому усвоению профессиональных знаний, дает возможность сформировать у них готовность к творческой деятельности, развить креативный характер мышления. Все это способствует подготовке конкурентоспособного специалиста, готового к профессиональной деятельности в современных рыночных условиях.

Необходимость второго издания сборника обусловлена возрождением традиций олимпиадного движения и возрастающей потребностью в изданиях, систематизирующих оригинальные творческие задачи. Во второе издание дополнительно включены задачи Всероссийских олимпиад (Пермь, 1992 - 1995; Екатеринбург, 1996 - 2001), зональных олимпиад (Оренбург, 2000 - 2001), а также задачи олимпиад, проводившихся в Тамбове на базе Тамбовского государственного технического университета.

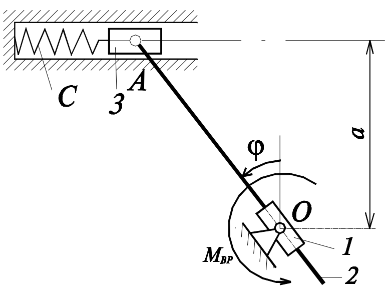
ЗАДАЧИ

С1 (СССР, 1982. 3 балла)

Тяжелая балка *OA*, закрепленная одним концом в шарнире *O*, опирается в точке *B* на шар весом *P*, лежащий на неподвижной горизонтальной плоскости. Определить угол α при равновесии, если коэффициент трения шара о балку и горизонтальную плоскость одинаков и равен *f*.

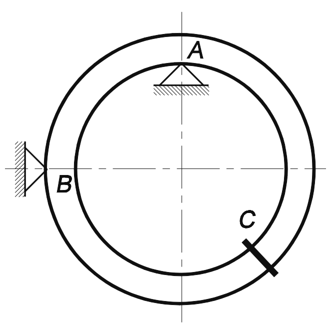


С2 (СССР, 1982. 3 балла)



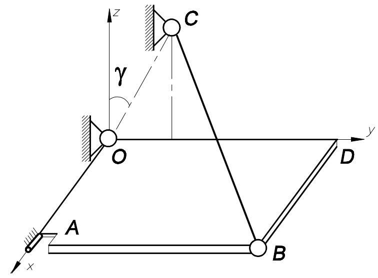
В плоском механизме звенья невесомы, связи идеальные. К цилиндру *1* приложен известный момент $M_{вр}$ пары сил. Найти величину деформации пружины, если жесткость пружины равна *c* и механизм в указанном на рисунке положении, определен-ном углом φ, находится в покое. Стержень *2* может свободно скользить в цилиндре *1*.

С3 (СССР, 1983. 3 балла)



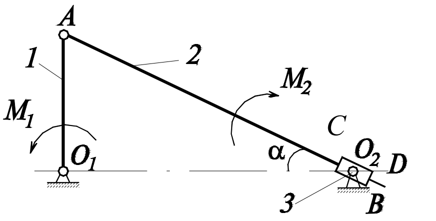
Однородное кольцо весом *P* свободно опирается в точках *A* и *B* на неподвижные призмы, которые расположены соответственно на вертикальном и горизонтальном диаметрах кольца. Считая коэф-фициенты трения кольца о призмы одинаковыми, определить такое их значение, при котором точечный груз *C* весом *Q*, закрепленный в любом месте правой половины кольца, будет оставлять последнее в покое. Поперечными размерами кольца пренебречь.

С4 (СССР, 1983. 10 баллов)



Тяжелая тонкая однородная прямоугольная плита *OABD* весом *Q* удерживается в горизонтальном положении сферическим шарниром O, цилиндрическим шарниром A и тонким тяжелым стержнем CB весом P. Стержень прикреплен сферическими шарнирами к плите в точке B и к вертикальной стене в точке C. Считая трение во всех шарнирах пренебрежимо малым и угол γ известным, найти составляющую реакции цилиндрического шарнира A, параллельную оси Oy, используя принцип возможных перемещений. Полученное решение проверить с помощью уравнений статики.

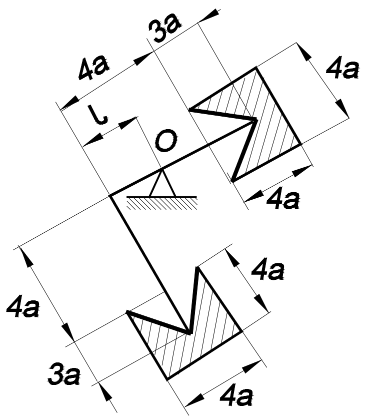
C5 (СССР, 1984. 5 баллов)



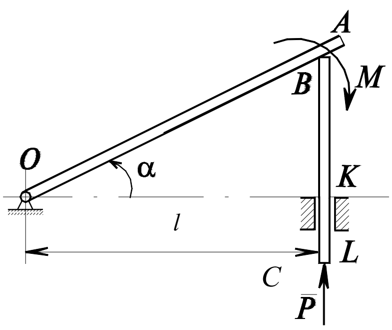
В плоском механизме на кривошип O_1A действует пара сил с известным моментом M_1. Найти минимальное значение момента M_2 пары сил, приложенной к звену *3* и обеспечивающей равновесие механизма в указанном на рисунке положении, если $AO_1O_2 = 90°$, $O_1O_2A = \alpha$, $O_1A = r$, $CO_2 = O_2D = a$, коэффициент трения между стержнем *2* и втулкой 3 равен f, трение в шарнирах O_1, A, O_2 пренебрежимо мало, все звенья механизма невесомые, контакт стержня *2* со втулкой *3* имеет место только в точках C и D.

C6 (СССР, 1984. 4 балла)

Жесткая конструкция, состоящая из двух одинаковых тяжелых однородных пластин, соединенных тонким изогнутым под прямым углом стержнем пренебрежимо малого веса, удерживается в равновесии на опоре O. Считая коэффициент трения стержня об опору равным f, найти максимальное значение l, при котором тело будет удерживаться на опоре в равновесии. Размеры и форма пластин показаны на рисунке.



C7 (СССР, 1985. 4 балла)

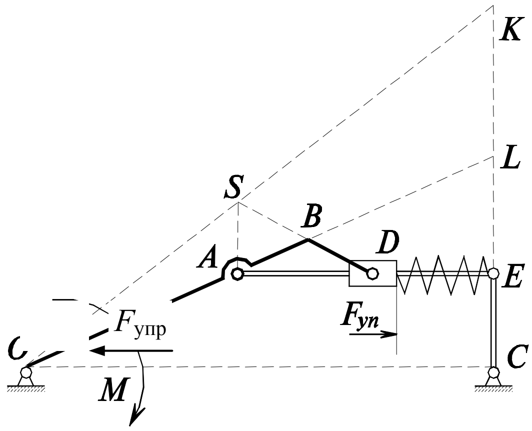


В плоском механизме стержень OA может вращаться вокруг шарнира O, перемещая шток BC в идеально гладких направляющих KL. Расстояние между шарниром и направляю-щими - l. Поверхность контакта между стержнем и штоком в точке B - шероховатая, коэф-фициент трения скольжения - f. Найти минимальное значение момента M пары сил, дей-ствующей на стержень OA и обеспечивающей равновесие механизма при заданных значениях угла α и силы P. Весом стержней пренебречь.

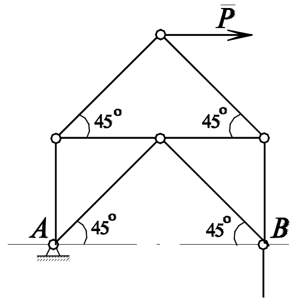
C8 (СССР, 1985. 8 баллов)

Плоский механизм с невесомыми звеньями находится в равновесии. Момент M пары сил, приложенной к звену OAB, уравновешен силой упругости пружины. Показать, что абсолютная величина силы упругости пружины при данном положении механизма может определяться равенством

$$F_{упр} = M \cdot SK/(LK \cdot OS),\ AS \perp AE,\ EC \perp OC,\ AE \parallel OC.$$



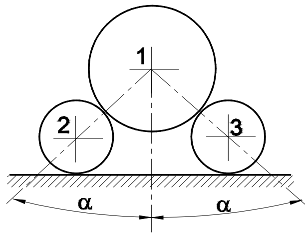
С9 (СССР, 1986. 3 балла)



Определить усилие S в стержне AB плоской фермы, закрепленной и нагруженной, как указано на рисунке.

С10 (СССР, 1986. 4 балла)

Цилиндр *1* веса Q_1 опирается на два одинаковых цилиндра веса Q_2, как показано на рисунке. Коэффициент трения скольжения между цилиндрами равен f. Определить максимальный угол α и минимальный коэффициент трения f_0 между цилиндрами *2* и *3* и опорной поверхностью.

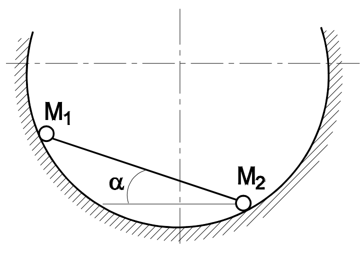


С11* (СССР, 1986. 4 балла)

К твердому телу приложены две пары сил с моментами m_1 и m_2, расположенными в плоскостях $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ соответственно. Определить проекции момента m результирующей пары на координатные оси.

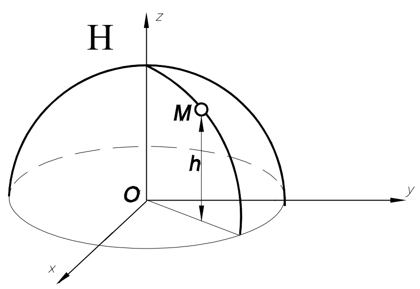
С12* (СССР, 1986. 3 балла)

Две тяжелые точки M_1 и M_2 соединены между собой невесомым жестким стержнем, находящимся внутри гладкой сферы. Длина стержня и радиус сферы равны. Определить при равновесии угол α между стержнем и горизонтом, если масса точки M_2 в два раза больше массы точки M_1.



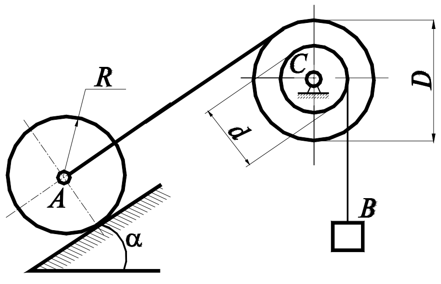
* Задачи, подготовленные жюри, но не включенные в число конкурсных задач.

С13 (СССР, 1987. 5 баллов)



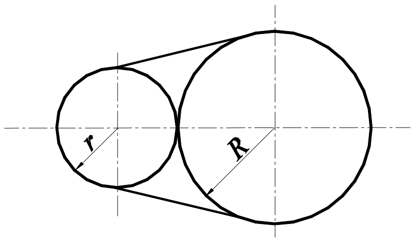
Поверхность параболи-ческого купола описывается уравнением $z = H - (x^2+y^2)/H$. На высоте h на купол был положен груз. При каких значениях h возможно равно-весие груза, если коэффициент трения между грузом и куполом равен f?

С14 (СССР, 1987. 6 баллов)



Цилиндр веса Q и радиуса R лежит на шероховатой плоскости, наклоненной к горизонту под углом α, и удерживается тросом, намотанным на барабан ступенчатого вала диаметра D. На барабан диаметра d намотан трос, к концу которого подвешен груз веса P. Коэффициент трения качения цилиндра A о плоскость равен δ, коэффициент трения скольжения равен f, при этом $\operatorname{tg}\alpha > \delta/R$, $f > \delta/R$. При каких значениях P система будет находиться в равновесии?

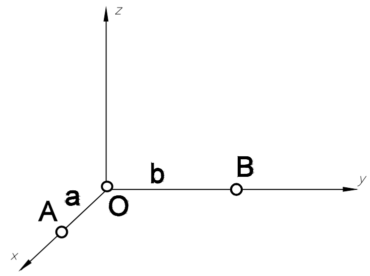
C15* (СССР, 1987. 4 балла)



Два диска радиусами R и r, расположенные на гори-зонтальной плоскости, стяну-ты упругой нитью жесткостью c. Диски давят друг на друга с силами, равными Q. Как изменится длина нити, если ее перерезать?

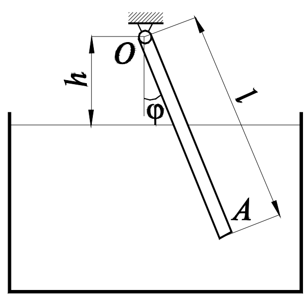
C16* (СССР, 1987. 7 баллов)

Главные моменты некоторой системы сил относительно центров O, A и B одинаковы по величине $M_0 = M_A = M_B = m$. Главный вектор этой системы сил по величине равен V и параллелен оси z; $OA = a$, $OB = b$. Определить углы, составляемые главными момен-тами M_0, M_A, M_B с плоскостью xoy.



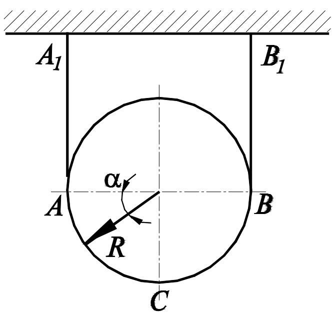
C17 (СССР, 1988. 10 баллов)

Тонкий однородный стержень OA длины l концом O закреплен шар-нирно на высоте h над гори-зонтальной поверхностью жидкости, в которую опущен второй его конец. Плотность жидкости равна ρ, плотность стержня $k\rho$ (k и ρ - постоянные). Определить значения угла φ при равновесии стержня. Исследовать устойчивость положений равновесия.

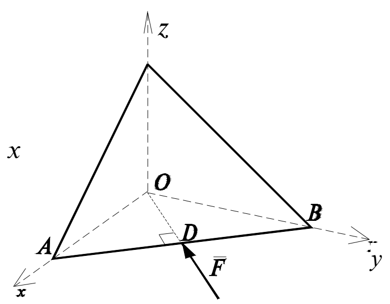


C18 (СССР, 1988. 4 балла)

Однородный диск весом P и радиусом R удерживается в рав-новесии с помощью невесомой нити, концы которой прикреплены к потолку. Найти натяжение нити и удельное давление (давление на единицу длины нити) на нить в функции угла α на участке ACB. Ветви нерастяжимой нити AA_1 и BB_1 вертикальны, трение не учиты-вать.

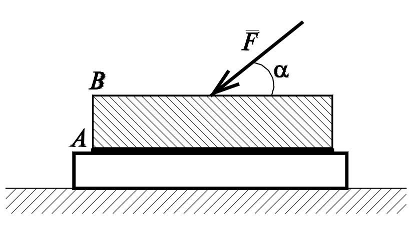


C19* (СССР, 1988. 5 баллов)



Однородная равносторонняя пластинка веса P стороной $AB = l$ опирается на горизонтальный пол XOY, ее стороны AC и BC касаются стен XOZ и YOZ. Пренебрегая трением, определить силу F, удерживавшую пластинку в равновесии.

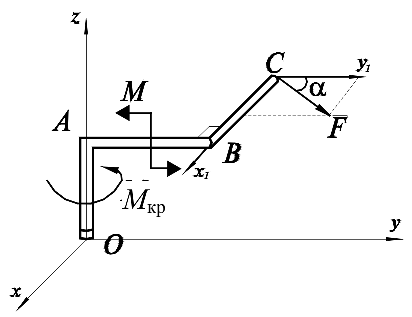
C20 (СССР, 1989. 6 баллов)



На верхней грани прямо-угольного бруса A веса P_1 находится прямоугольный брус B веса P_2. Брус A опирается нижней гранью на горизонтальную плоскость, при-чем коэффициент трения между ними равен f_1. Коэффициент трения между брусками A и B равен f_2. К брусу B приложили силу под углом

α к горизонту. При каких значениях силы F система будет оставаться в равновесии?

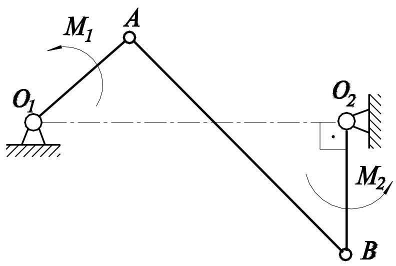
С21 (СССР, 1989. 4 балла)



Конец O ломаного стержня $OABC$ жестко защемлен. Стер-жень нагружен крутящим момен-том $M_{кр}$, парой сил с моментом M, расположенной в плоскости YOZ, и силой F. Сила F расположена в плоскости X_1CY_1 (X_1 // X, Y_1 // Y) и составляет с осью Y_1 угол $\alpha = 60°$. Определить модуль реак-тивного момента заделки, если $OA = a$, $AB = в$, $BC = c$. Проведите вычисления при $a = 1$ м, $в = 2$ м, $c = 0{,}5$ м, $F = 2$ Н, $M_{кр} = 0{,}5$ Нм, $M = 1$ Нм.

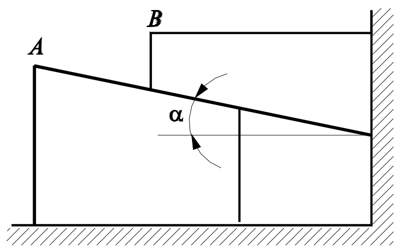
С22* (СССР, 1989. 5 баллов)

В антипараллелограмме O_1ABO_2 длины звеньев равны соответственно $O_1A = O_2B = a$, $AB = O_1O_2 = в$ ($в > a$). Механизм находится в равновесии под действием вращающихся мо-ментов M_1 и M_2, приложенных к звеньям O_1A и O_2B. Опреде- лить отношение M_2/M_1, если $O_2B \perp O_1O_2$.



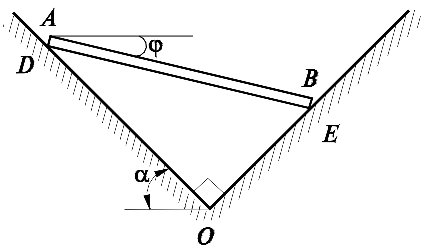
С23 (СССР, 1990. 4 балла)

Призма B опирается на клин A и вертикальную стену. Массы призмы и клина оди-наковы. Трение между клином и призмой пренебрежимо мало. Коэффициенты трения между клином и полом, призмой и стеной одинаковы и равны f. Наклонная плоскость клина составляет с горизонтом угол α. При каких значениях f призма и клин будут оставаться в покое?

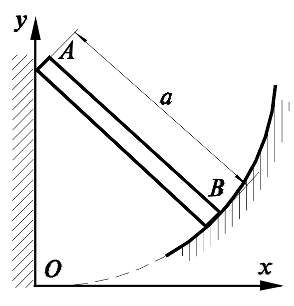


С24 (СССР, 1990. 5 баллов)

Концы расположенного в вертикальной плоскости тяжелого однородного стерж-ня могут скользить в проре-зях взаимно перпендикуляр-ных плоскостей OD и OE. Плоскость OD составляет с горизонтом угол α. Пренебрегая трением, определить значение угла φ при равнове-сии стержня. Будет ли поло-жение равновесия стержня устойчивым?

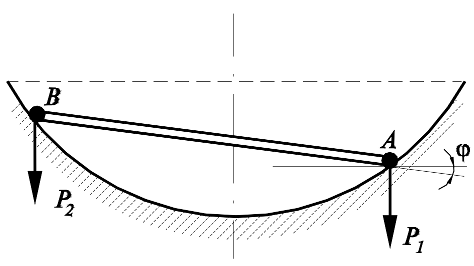


С25 (РСФСР, 1982. 3 балла)



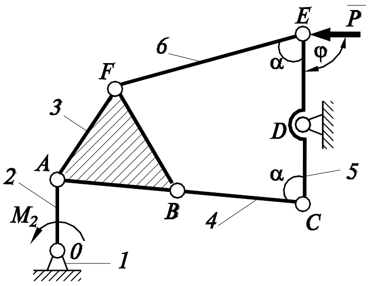
Однородный стержень длины a опирается одним концом A на гладкую вертикальную стенку, другим B - на гладкий профиль, расположенный в вертикальной плоскости. Какова должна быть форма профиля, чтобы стержень мог оставаться в покое в любом положении?

С26 (РСФСР, 1982. 3 балла)



Система, состоящая из двух шаров A и B с весами P_1 и P_2 ($P_1 > P_2$) и соединяющего их невесо-мого стержня длиной l, помещена в сферическую чашу радиуса $r = 0{,}5\sqrt{2}\,l$, коэффициент трения сколь-жения шаров о поверхность чаши равен f. Найти наименьшее значение угла φ между стержнем и горизонтом, при котором система может находиться в покое внутри чаши. Размерами шаров пренебречь.

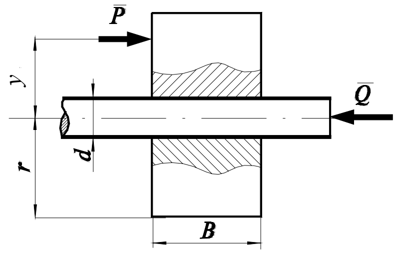
C27 (РСФСР, 1983. 5 баллов)



Определить момент пары M_2, уравновешивающий механизм в данном его положении, и реакции в шарнирах C, D и E рычага 5. Шарнир B находится на прямой AC. Дано: $OA = CE = l$, $CD = 0{,}5l$, $\alpha = 60°$, $\varphi = 90°$; внешняя сила P.

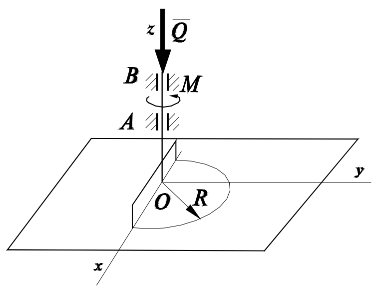
C28 (РСФСР,1983. 3 балла)

Шестерня напрессована на вал и сила трения между ними**,** вызванная напрессовкой, равна Q, коэффициент трения сцепления равен f_0. Определить закон изме-нения силы $P = f(y)$, которую нужно приложить для снятия шестерни с вала.



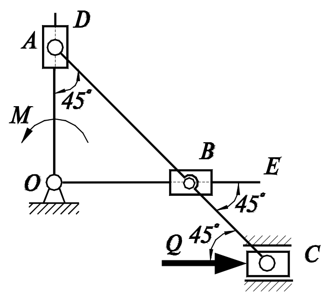
C29 (РСФСР, 1984. 5 баллов)

Жесткая стержневая фигура опирается равномерно полуокру-жностью на негладкую горизон-тальную плоскость. Пренебрегая весом фигуры и трением в подшипниках A и B, определить для случая покоя наибольший движущий момент M и соответ-ствующие реакции опор, если даны: радиус R, вертикальная сила Q и коэффициент сцепления f, ($OA = AB = R$).

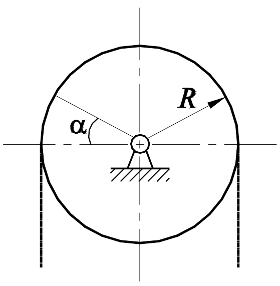


C30 (РСФСР, 1984. 5 баллов)

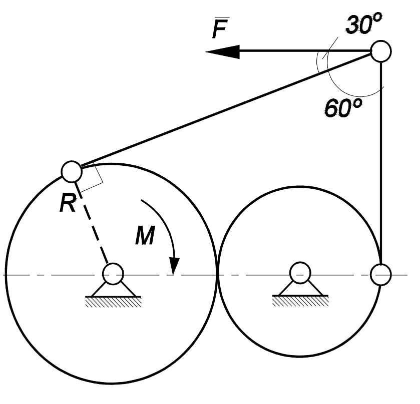
В плоском кулисном механизме ползуны A и B могут перемещаться вдоль стержней кривошипа DOE. Пренебрегая трением и весом звеньев механизма, определить силу Q, уравновешивающую действие момента M, $AB = BC = l$**.**



C31 (РСФСР, 1985. 3 балла)



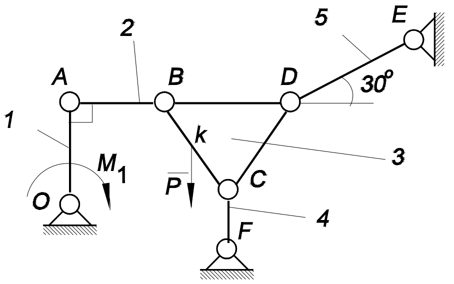
Однородная цепь веса P и длины $2\pi R$ перекинута через гладкий блок, имеющий горизонтальную ось. Определить в случае равновесия силу натяжения цепи в ее произвольном поперечном сечении.



C32 (РСФСР, 1985. 3 балла)

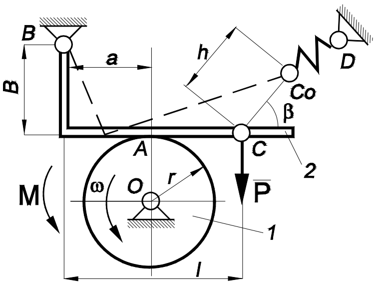
Механизм, расположен-ный в горизонтальной плос-кости, состоит из двух зуб-чатых колес и стержней, свя-занных шарнирами. Считая связи идеальными, определить величину силы F, уравновеши-вающей действие момента M. Радиус левого колеса R .

С33 (РСФСР, 1986. 3 балла)



К равностороннему трехшарнирному звену BCD приложена сила P. Определить уравновешивающий момент M_1 механизма. Раз-меры стержней одинаковы и равны l, $KB = KC = 0{,}5l$; OA, CF, $\vec{P}$ перпендикулярны BD.

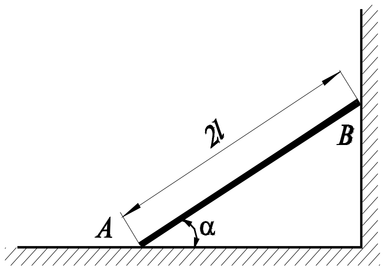
С34 (РСФСР, 1986. 5 баллов)



При какой минимальной тормозной силе P и жесткости пружины c будет тормозиться и растормаживаться диск *1*, на который действует постоянный момент внешних сил M = 600 Нсм? Для соприкосновения тормозной колодки с диском пружину нужно растянуть на величину h = 1 см. Коэффициент трения в паре A $f = 0{,}3$, трение в шарнирах не учитывать. Размеры механизма: r = 10 см, a = 4 см, $b = l$ = 20 см, $\alpha = 90°$, $\beta = 45°$.

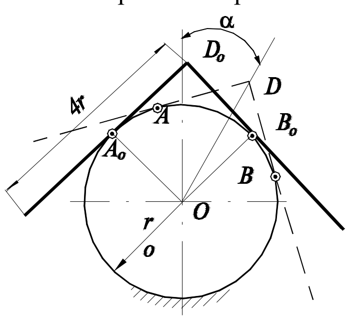
С35 (РСФСР, 1987. 3 балла)

Однородный стержень AB весом G опирается на шероховатые горизонтальную и вертикальную плоскости. Угол α и коэффициент f трения таковы, что стержень не находится в равновесии. Определить величину и положение наименьшей силы $P_{\min}$, которая должна быть приложена в центре тяжести стержня для того, чтобы стержень в данном положении был неподвижным.



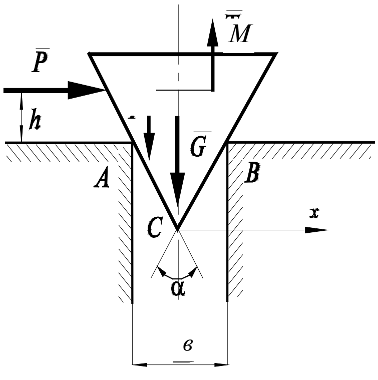
С36 (РСФСР,1987. 5 баллов)

Плоский угольник состоит из двух одинаковых тонких однородных стержней. Стержни жестко соединены между собой в вершине D под углом 90°. Угольник установлен на неподвижную горизонтальную шероховатую цилиндрическую опору радиуса r, коэффициент трения скольжения $f_0 = 0{,}268$. Угольник поворачивают по часовой стрелке на угол α из начального положения A_0B_0, останавливают и затем освобождают без толчка. После освобождения угольника возможны два случая: 1) в точке B стержень соприкасается с опорой, 2) в точке B между стержнем и опорой имеется небольшой зазор $\Delta l \ll r$.



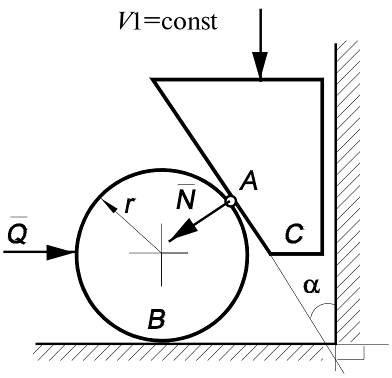
Опишите качественно дальней-шее движение угольника после его освобождения и определите пре-дельные значения угла α, при которых угольник будет иметь различные состояния равновесия - безразличное, устойчивое, неустой-чивое. Сопротивлением перекаты-вания пренебречь.

С37 (РСФСР, 1988. 5 баллов)



В паз шириной b помещена негладкая призма весом G, сечение которой - равнобедренный треугольник с углом α при вершине C. К призме приложена пара сил с моментом M и наименьшая урав-новешивающая сила P, перпен-дикулярная силе G и параллельная оси x, при которой призма будет находиться в покое. Определить реакцию связи и силу P. Дано: коэффициент трения f, $\alpha = 4\varphi$, $\operatorname{tg} \varphi = f$, $M = b\,G$, $h = 3/2\,f\,b$.

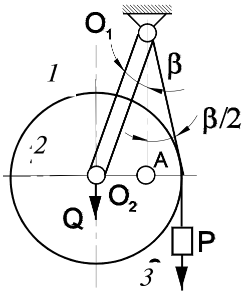
C38 (РСФСР, 1988. 5 баллов)



Клин равномерно переме-щается вертикально вниз, каса-ясь гладкой стены и шеро-ховатой поверхности катка. Каток при этом может пере-мещаться по негладкой горизон-тальной плоскости. Исследовать влияние угла α клина и коэф-фициента трения скольжения f связях A и B на характер дви-жения цилиндрического катка. Силу N_A, перпендикулярную к стороне AC клина, считать постоянной, каток невесомым.

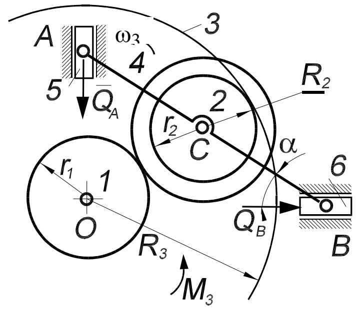
C39 (РСФСР, 1989. 3 балла)

Цилиндр *2* веса Q и радиуса r соединен шарнирным невесомым стержнем O_1O_2 длиной $2r$ с опорой O_1; к оси O_1 прикреплен на нити груз *3*. Механическая система находится в равновесии; при этом вертикальная прямая O_1A делит угол β пополам. Определить вес P груза *3*.



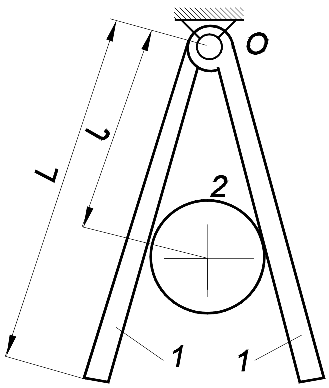
C40 (РСФСР, 1989. 5 баллов)

Определить величину момента M_3, при котором зубчато-рычажный механизм в данном положении будет находиться в равновесии. Массами тел и трением в связях пренебречь. Дано: $AC = BC = l$, $r_1 = R_2 = 0{,}5l$, $r_2 = 0{,}25l$, угол $\alpha = 30°$, угол $AOB = 90°$, угловая скорость $\omega_3 = 0$, сила $Q_A = Q_B = Q$.

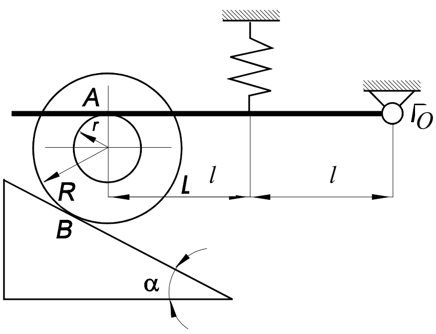


C41 (РСФСР, 1990. 3 балла)

Шар *2* веса G_2 и радиуса r удерживается силами трения между одинаковыми пластинками *1* веса G_1 каждая, шарнирно подвешенными на горизонтальной оси O. Поперечными размерами пластин пренебречь. Длина пластины равна L, расстояние от оси O до точки касания пластины с шаром - l, коэффициент трения между шаром и пластиной - f. Считая заданными указанные геометрические размеры, найти условия, которым должны удовлетворять величины f, G_1, G_2 при равновесии системы.

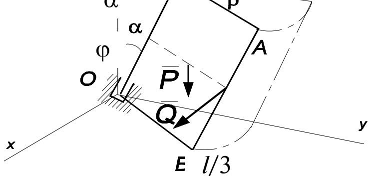


C42 (РСФСР, 1990. 3 балла)



Определить деформа-цию λ пружины жесткостью c для системы, изображенной на рисунке в положении предельного состояния равновесия. Исходные данные: от-ношения радиусов двух-ступенчатого катка $r/R = 0{,}2$, коэффициент сцепления в точках A и B контакта катка с горизонтально расположен-ным невесомым стержнем OE и наклоненной к горизонту под углом $\alpha = 30°$ плоскостью $f = 0{,}577$, отношение коэффициента трения качения катка в точке B к большему радиуса катка $k/R = 0{,}5$, вес катка равен Q, в точке O - шарнир.

C43 (Аз. ССР, 1984. 3 балла)



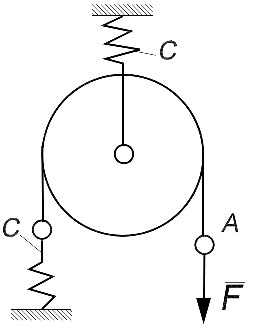
Гладкий однородный прямо-угольный клин с указанными на рисунке размерами и веса P вложен прямым углом между краями двух столов одинаковой высоты, нахо-дящихся друг от друга на рас-стоянии $l/3$. Один из острых углов клина равен α. Найти положение равновесия клина и давление клина на опоры в точках A и B.

C44 (Аз. ССР, 1984, 3 балла)

Дверь $OBAD$ может вращаться вокруг оси OZ при пренебрежимо малом трении в подшипниках O и D. Ось OZ образует с вертикалью угол α. Под действием только своего веса дверь остается в вертикальной плоскости ZOZ^1. Найти положе-ние равновесия двери, если к середине ребра AB приложена сила Q, перпендикулярная плоскости ее полотна. Считая дверь однородной прямоугольной пластиной с размерами $2a$ и $2b$ ($AD = 2a$, $OD = 2b$) и веса P, определить реакции опор O и D.

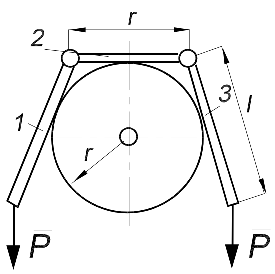
C45 (Арм. ССР, 1987)

На сколько переместится конец перекинутой через подвижный блок нити (точка A), если к нему приложить силу F? Жесткость пружины c.



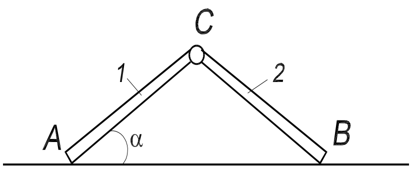
C46 (БССР, 1983. 3 балла)

Три невесомых стержня, расположен-ных в вертикальной плоскости, опираются на цилиндр радиуса r. Средний стержень длиной r - горизонтален, боковые стержни имеют одинаковую длину l. Определить давление среднего стержня на цилиндр в зависимости от длины l боковых стержней, если к их концам приложены одинаковые силы P, направленные вертикально вниз.

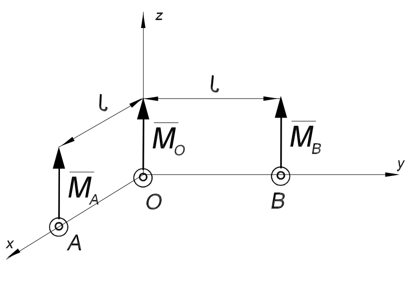


C47 (БССР, 1985. 3 балла)

Однородные стержни *1* и *2* одинаковой длины с массами m_1 и m_2, расположенные в вертикальной плоскости, соединены идеальным шарниром C, а концами A и B опираются на шероховатую плоскость. Коэффициент тре-ния между стержнями и полом равен f. Определить наимень-ший угол α наклона стержней к горизонту в со-стоянии равновесия.

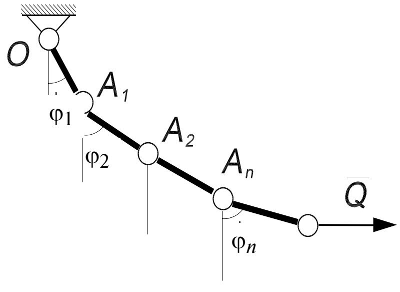


C48 (БССР, 1986. 3 балла)



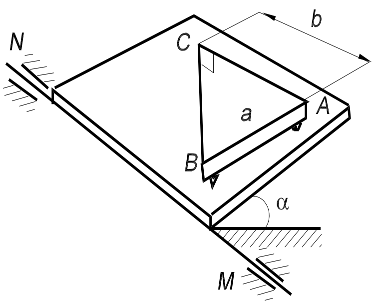
Главные моменты системы сил относительно центров O, A, B направлены как указано на чертеже и равны по величине: $M_O = M$, $M_A = 4M$, $M_B = 5M$. Докажите, что система сил приводится к равнодействующей, определите модуль равнодействующей.

C49 (БССР, 1982)



Цепь, состоящая из n одинаковых стержней, под-вешена в вертикальной плос-кости. P - вес одного стержня; Q - заданная горизонтальная сила; O, A_1, A_2, ... A_n - шарниры. Найти углы φ_k ($к$ = 1, 2, ..., n) стержней с вертикалью в положении равновесия.

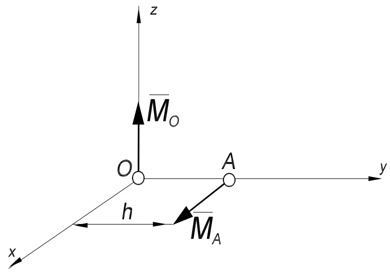
C50 (БССР, 1982)



Треугольная пластина весом P лежит на наклонной плоскости и опирается на нее шаровой катковой опорой A и двумя штырями B и C. Коэффициенты трения скольжения штырей B и C о плоскость соответственно f_1 и f_2 ($f_1 < f_2$). Определить угол α, при котором пластина потеряет рав-новесие, $CA \parallel MN$.

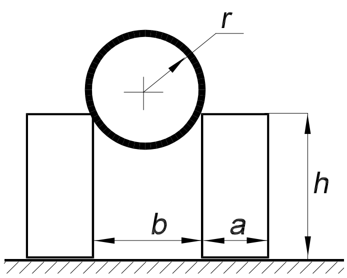
С51 (БССР, 1987)

Главные моменты системы сил относительно центров O и A равны M_O и M_A и направлены как указано на чертеже. Докажите, что система сил не имеет равнодействующей. Определите проекцию главного вектора системы на плоскость XOZ.



С52 (БССР, 1982)

Цилиндр веса P опирается на два одинаковых параллелепипеда того же веса. Радиус цилиндра r и размеры параллелепипедов a и h заданы. Коэффициент трения между параллелепипедами и горизонтальной плоскостью равен f. Каким условиям должно удовлетворять расстояние b между параллелепипедами для того, чтобы система находилась в равновесии? Трением между цилиндром и параллелепипедами пренебречь.

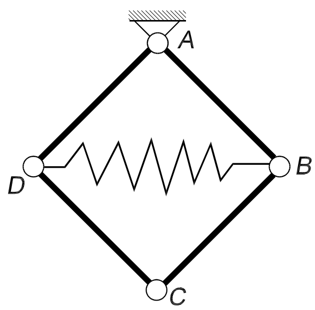


С53 (БССР, 1983)

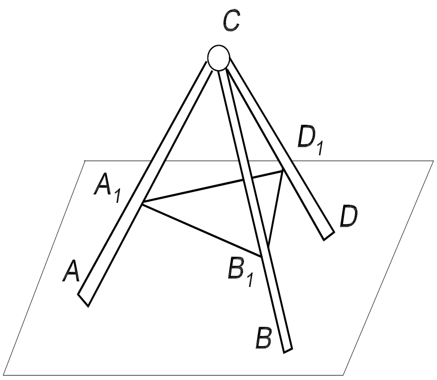
Сформулировать в аналитической форме условие, при котором две силы P_1 (P_{1X}, P_{1Y}, P_{1Z}) и P_2 (P_{2X}, P_{2Y}, P_{2Z}), приложенные соответственно в точках A_1 ($a_1, в_1, c_1$), A_2 ($a_2, в_2, c_2$), лежат в одной плоскости.

С54 (БССР, 1984)

Конструкция, изображенная на рисунке, состоит из четырех одинаковых стержней массы M и длины l каждый, соединенных шарнирами и расположенных в вертикальной плоскости. Шарниры D и B соединены пружиной. В состоянии равновесия стержни образуют квадрат. Определить жесткость c пружины, если в ненапряженном состоянии она имеет длину $2l\sqrt{2}$.

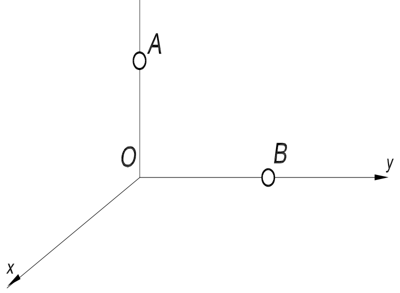


С55 (БССР, 1984)



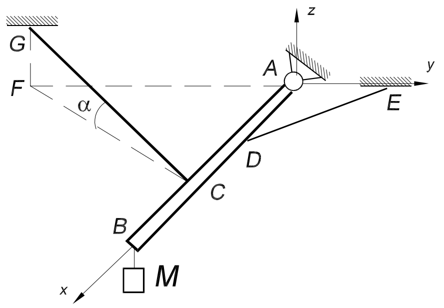
Стержни CA, CB и CD одинаковой длины соединены в точке C сферическим шарниром, концами A, B, D опираются на гладкую горизонтальную плоскость. Сере-дины стержней A_1, B_1, D_1 соединены нитями, длины которых в два раза меньше длин стержней. Определить натяжение нитей, если стерж-ни однородные и масса каждого равна M.

С56 (БССР, 1985)



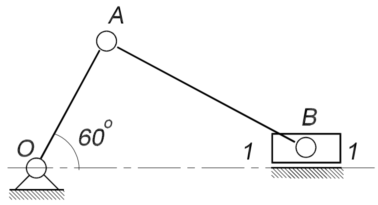
M_O, M_A и M_B - главные моменты пространственной сис-темы сил относительно цент-ров O, A, B соответственно; $\overline{M}_O = 3Fh\overline{k}$; $\overline{M}_A = 3Fh\overline{k}$; $M_B = 5Fh$; $OA = OB = h$. Определить модуль главного вектора этой системы сил.

C57 (Каз.ССР, 1985, 3 балла)



Однородная балка AB весом P и длиной $4a$ прикреплена к вертикальной стене сферическим шарни-ром A и удерживается перпендикулярно стене невесомы-ми растяжками DE и GC, причем DE лежит в гори-зонтальной плоскости, а GC составляет с этой плос-костью угол α. К концу B балки подвешен груз M весом Q. Определить реакцию шарнира A и натяжение растяжек, если $AE = AD = DC = a$, $AF = 2a$.

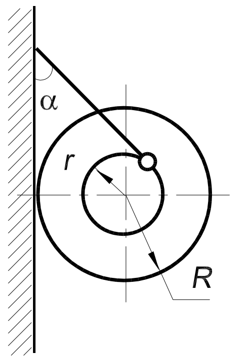
C58 (Латв. ССР, 1983, 3 балла)



Кривошипно-ползунный механизм, расположенный в вертикальной плоскости, находится в равновесии в указанном на рисунке положении. Вес стержней OA и AB одинаков, ползун B - невесомый, опирается на шероховатую поверхность 1-1.

Определить, коэффициент трения скольжения между ползуном и поверхностью 1-1, пренебрегая трением в шарнирах.

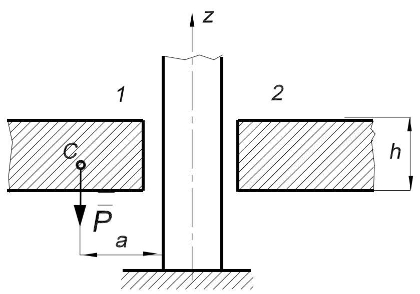
C59 (Латв.ССР, 1988)



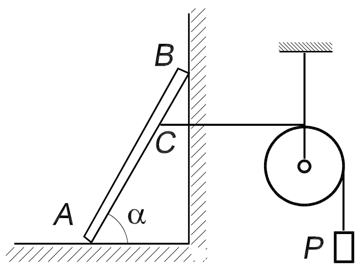
Катушка весом G, радиусами r и R удерживается в равновесии при помощи нити и негладкой вертикальной стены. Определить наименьший коэффициент трения f между катушкой и стеной, если угол $\alpha = 30°$ и $r/R = 0,2$.

C60 (Лит. ССР, 1985, 3 балла)

По вертикальному столбу *1* скользит пластина *2* толщины h с круглым отверстием. Определить наименьшую силу тяжести P и наименьшее расстояние a между центром тяжести C пластины и осью столба при условии равновесия пластины за счет сил трения. Коэффициент трения между столбом и пластиной равен f.

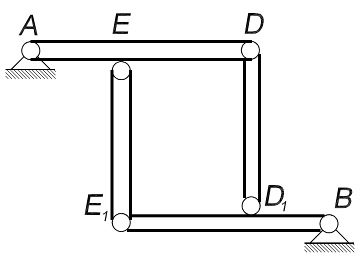


C61 (Лит. ССР, 1987)



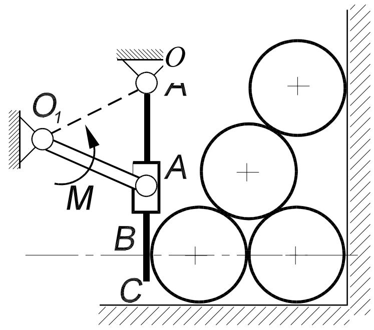
Однородный стержень AB веса G опирается одним концом на гладкий пол, другим на шеро-ховатую вертикальную стену; коэф-фициент трения стержня о стену равен f. Определить наибольший и наименьший вес груза P, чтобы стержень оставался в равновесии, если $AC = BC$, угол наклона стержня к горизонту равен α.

C62 (Лит. ССР, 1988)



Конструкция состоит из двух балок AD и BE_1 одинаковой длины соединенных между собой посред-ством двух шарнирных стержней EE_1 и DD_1. Масса балки BE_1 в два раза больше массы балки AD, расстояние $ED = E_1D_1 = 1/3\ E_1B$. Определить усилия в стержнях и реакции опор A и B при равновесии системы.

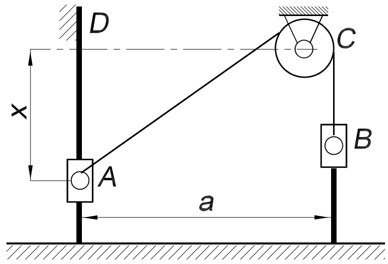
C63 (Молд. ССР, 1983. 3 балла)



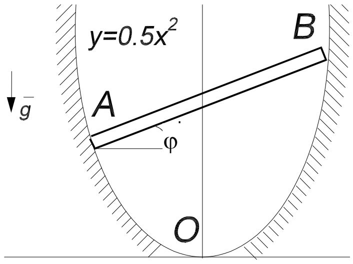
Вертикальная плита OC удерживает в равновесии четыре одинаковые горизонтально лежа-щие трубы весом P каждая. Найти минимальную величину момен-та M, приложенного к рычагу O_1A длиной r при условии, что $\angle AO_1O = \pi/2$, $\angle AOO_1 = \pi/6$, $OB =$ $= 2\sqrt{3}\, r$.

C64 (Молд. ССР. 1984, 3 балла)

Два груза A и B, связанные невесомой нерастяжимой нитью ACB, могут двигаться по вертикальным направляющим, расстояние между которыми равно a. Коэффициент трения в направлявшей груза A равен f, а трением в направлявшей груза B можно пренебречь. Каковы пределы изменения расстояния $x = DA$, в которых возможно равновесие системы, если груз B в n раз тяжелее груза A? Размерами идеального блока C можно пренебречь.

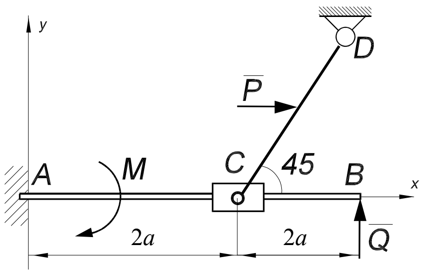


C65 (Молд. ССР, 1988)



Концы тонкого тяжелого однородного стержня AB длины $l = 4$ м могут скользить по гладкой параболе $y = 0{,}5\, x^2$. Определить значения угла φ при равнове-сии.

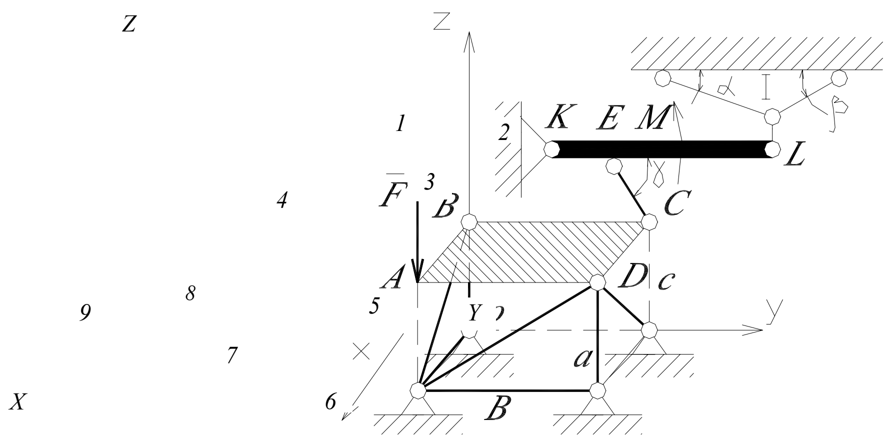
C66 (Турк. ССР, 1988)



Заделанный в стену горизонтальный стержень AB соединен со стержнем CD скользящим шарниром C. К середине CD приложена горизонтальная сила P, на стержень AB действует пара сил с моментом M и вертикальная сила Q. Определить реакции в заделке и шарнире C, если $P = 4$ Н; $M = 12$ Нм; $Q = 16$Н; $a = 1$ м.

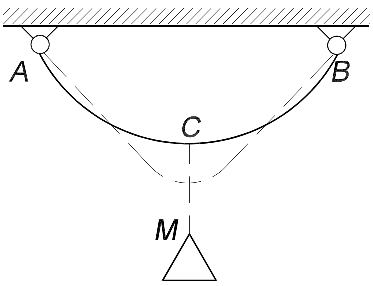
C67 (Узб. ССР, 1986. 3 балла)

Однородная прямоугольная плита $ABCD$, вес которой P, удерживается в горизонтальном положении стержнями 5, 6, 7, 8, 9. Однородный стержень KL весом Q закреплен в плоскости OYZ стержнями *1*, *2*, *3*, *4*. Определить усилия в стержнях *1* и *2*, считая все стержни неве-сомыми, если $P = 8$ кН; $Q = 6$ кН; $P = 4$ кН, $M = 3$ кНм, $a = b = c = 2$ м; $KL = 5$ м; $KE = 2$ м; $\alpha = \beta = \gamma = 45°$; $KL \,||\, OY$.



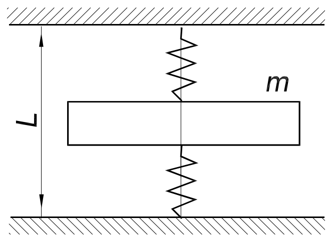
C68 (УССР, 1985. 3 балла)

Тяжелая гибкая нить *ACB*, закрепленная в точках *A* и *B*, как показано на рисунке, находится в равновесии. В некоторый
подвешивают груз *M*, переводящий нить в новое положение равновесия, обозначенное на
ится при этом центр тяжести нити? Дайте обоснование ответа.



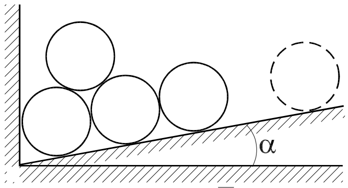
C69 (УССР, 1986. 3 балла)

Тонкая пластинка массы *m* зажата между двумя вертикальными пружинами. Длина каждой пружины в свободном состоянии равна *l*. Под действием силы *P* верхняя пружина сжимается на Δ_1, нижняя - на Δ_2. Определить положение пластинки при равновесии.



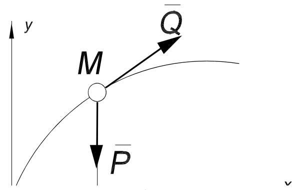
C70 (УССР, 1986. 3 балла)

При каком минимальном количестве одинаковых труб нижнего ряда система не раскатится, если не учитывать трение? Угол $\alpha = 2°$.



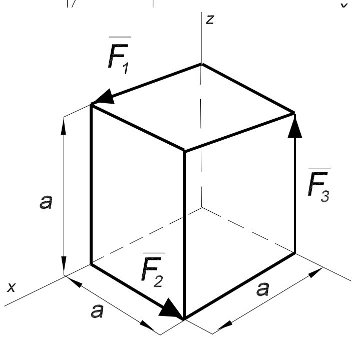
C71 (УССР, 1988)

К точке *M* весом *P*, находящейся в равновесном положении $x = x_0$ на шероховатой кривой $y = \sin(x)$ приложена сила *Q*, направленная по касательной к кривой вверх. Определить модуль этой силы, если коэффициент трения $f < (dy/dx)(x_0)$.



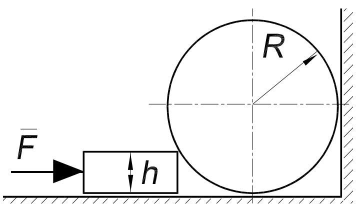
C72 (Л., 1984. 3 балла)

Какую наименьшую по величине и параллельную оси *OX* силу *Q* надо приложить к кубу, чтобы система четырех сил F_1, F_2, F_3, *Q* имела равнодействующую? Считать $F_1 = F_2 = F_3 = F$.



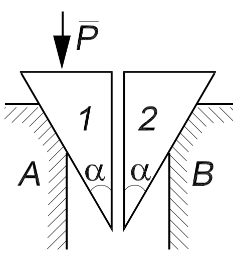
C73(Л., 1984. 3 балла)

Гладкий шар радиуса *R* и веса *P*, касаясь вертикальной стены, покоится на шероховатом горизон-тальном полу (коэффициент трения скольжения равен *f*). С какой мини-мальной по величине силой *F* сле-дует прижать к шару брусок вы-соты *h*, чтобы шар оторвался от пола?



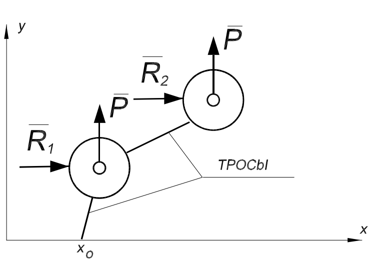
C74 (Л., 1985. 3 балла)

ными телами *A* и *B* установлены два клина *1* и *2*. Грани клина *1* и поверхность тела *A* гладкие. Вертикальная грань клина *2* гладкая, а наклонная грань и поверхность тела *B* шероховатые. При каком значении коэффициента трения *f* между поверхностями контакта клина *2* и тела *B* наступит момент предельного равновесия, если давить на клин *1* силой *P*? Считать, что силы давления клина *2* на тело *B* распределяются по его поверхности равномерно.

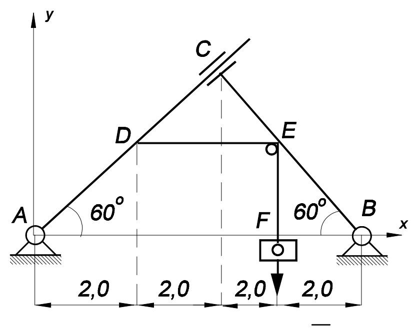


C75 (Л., 1986. 3 балла)

Написать зависимости, определяющие положение равновесия системы двух одинаковых воздушных шаров, показанной на
шара, R_1 и R_2 - силы давления ветра на шары, зависящие, от высоты y_i : $R_i = R_0 + k_0 y_i$, где
точки X_0 до центра первого шара и между центрами шаров равны l_0. Весами тросов и
бречь.

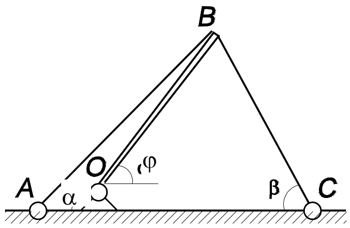


Для конструкции, пока-за опор *A* и *B* и усилия взаимодействия во втул жение без тре-



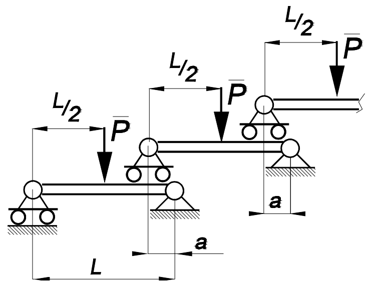
ния вдоль AC. P = 12,0 кН. Стержни AC и BC, а также блок E и нить DEF считать невесомыми. Размеры блоков не учитывать.

C77 (Л., 1987)



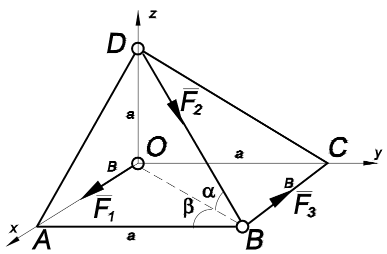
Однородный тяжелый стержень OB шарнирно закреплен в точке O и удерживается в равнове-сии в вертикальной плоскости неве-сомым тросом ABC. Считая угол φ известным, найти условие, которо-му должны удовлетворять углы α и β, если трение между тросом и стержнем в точке B отсутствует.

C78 (Л., 1982)



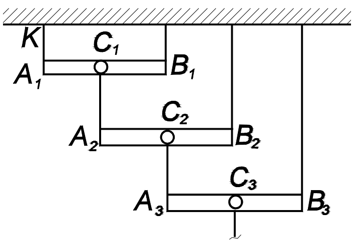
В системе, состоящей из n балок, каждая из последующих опирается левым концом на предыдущую балку, а правым - на шарнирно-неподвижную опору. К каждой балке приложена сила P в середине пролета l. Определить реакцию опоры A.

C79 (Л., 1983)



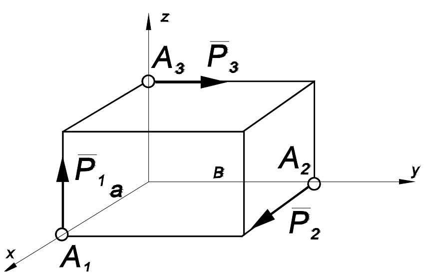
Система состоит из трех сил: F_1, F_2, F_3, приложенных к вершинам O, B, D пирамиды. При каком значении $OA = BC = b$ угол между главным вектором и главным моментом данной системы будет равен 120° ? $F_1 = F_2 = F_3 = P$, $AB = OC = OD = a$.

C80 (Л., 1982)



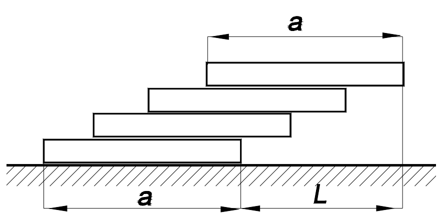
Система состоит из n одинаковых горизонтальных стержней весом P каждый, укрепленных при помощи тросов. Найти натяжение троса A_1K, если $C_1B_1 / A_1B_1 =$ $= C_2B_2/A_2B_2 = ... = C_nB_n/A_nB_n = 1/4$.

C81 (Л., 1963)



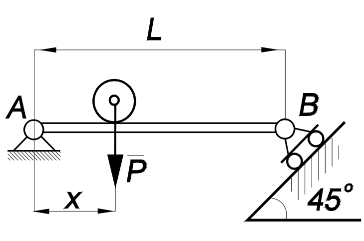
На тело действуют три силы: $\vec{P}_1 = P\vec{k}$, $\vec{P}_2 = P\vec{i}$, $\vec{P}_3 = P\vec{j}$, приложенные в точках $A_1(a, 0, 0)$, $A_2(0, в, 0)$, $A_3(0, 0, c)$, соответственно. Какой должна быть зависи-мость между a, $в$ и c, чтобы система сил приводилась к равнодействующей?

C82 (Л., 1984)



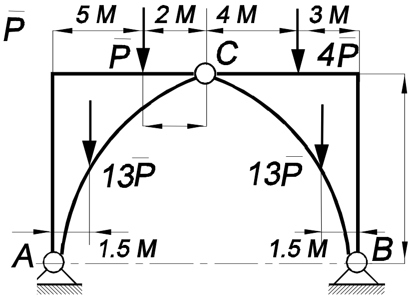
Гладкие однородные бруски одинакового веса и длины уложены так один на другой, как показано на рисунке. Найти такую максимальную длину L (как функцию от числа n брусков), чтобы система n брусков оставалась в состоянии покоя.

C83 (Л., 1985)



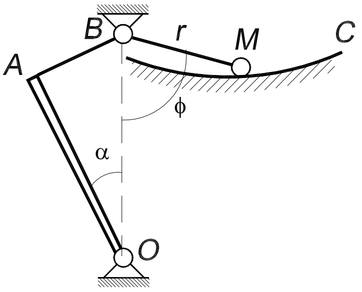
Шарнирная опора A балки не закреплена, а установлена на шеро-ховатую плоскость с коэффициен-том трения f. Шарнирно-подвижная опора B расположена на наклонной плоскости под углом 45° к горизон-тали. Определить точку приложе-ния силы P (абсциссу x), при которой возможно смещение опоры A. Вес балки $2P$. Чему должны равняться f и x для того, чтобы в предельном равновесии балки вертикальные составляющие реакций опор A и B были бы одинаковыми?

C84 (Л., 1985)



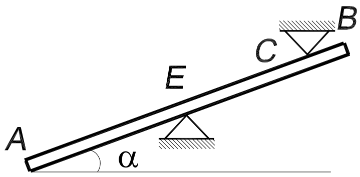
С помощью принципа возможных перемещений определить горизонтальную составляющую реак-ции в шарнире *C*.

C85 (М., 1977)



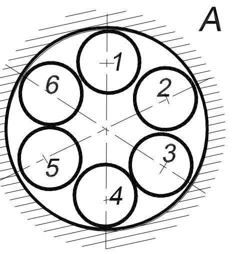
Плоская система состоит из однородного стержня *OA* длиной *a* и весом *Q* и груза *M* весом *P*, соединенных нитью *ABM* длиной *l*. Найти уравнение кривой *BMC* в координатах *r* и φ (*r* = *BM*), чтобы при любом угле $\alpha < \pi$ система находилась в равновесии; *OA* = *OB*; $l = a\sqrt{2}$. Трением пренебречь.

C86 (М.,1987)



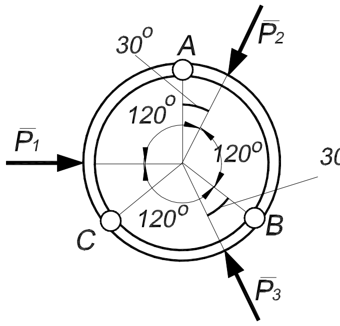
Тонкий однородный стер-жень *AB* веса *P*, который наклонен к горизонту под углом α, опирается на неподвижные призмы. Коэффициент трения стержня о призмы *f.* Какова должна быть длина стержня *l*, чтобы он находился в равновесии, если *CE* = *a, BC* = *b*?

C87 (Зап.-Сиб. зона, Томск, политех. ин-т, 1986)



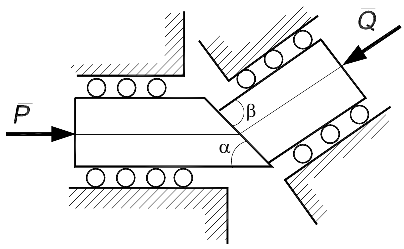
В цилиндрическое отверстие тела *A* радиуса *R* = 3*r* вставлены без натяга шесть цилиндров радиуса *r* и веса *Q* каждый. Определить давление цилиндра *4* на стенку отверстия в точке их контакта. Система рас-положена в вертикальной плоскости.

C88 (Зап.-Сиб. зона, Томск. инж.-строит. ин-т, 1988)



Кольцо радиуса *R* состоит из трех одинаковых дуг *AB, BC* и *CA*, соединенных между собой шарнирами. К каждой из дуг на равных расстояниях от шарни-ров в плоскости кольца прило-жены силы P_i, линии действия которых проходят через центр *O*; кольцо расположено в гори-зонтальной плоскости. Опреде-лить реакции в шарнирах *A*, *B* и *C*. Принять $P_1 = P_2 = P_3 = P$.

C89 (Зап.-Сиб. зона, Томск. инж.-строит. ин-т, 1988)

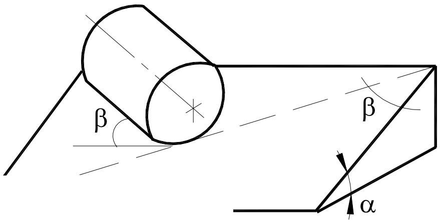


Два клина *A* и *B*, коэффициент трения между которыми равен *f,* могут двигаться без трения в своих направляющих. К клину *A* приложена сила *P*. Какую силу *Q* нужно приложить к клину *B*, чтобы клин *A* двигался равномерно в сторону действия силы *P*?

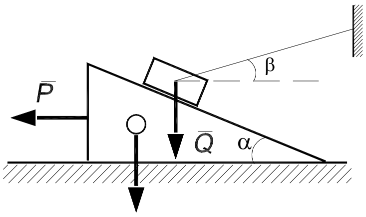
C90 (Зап.-Сиб. Зона, Новосибирск. ин-т ж/д трансп., 1990)

Однородный цилиндр помещен на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом так, что его образующие составляют угол β с горизонтальной линией, проведенной на плоскости. Определить условия, при которых цилиндр будет в покое, если *f* - коэффициент трения скольжения, δ - коэффициент трения качения, *r* - радиус цилиндра.

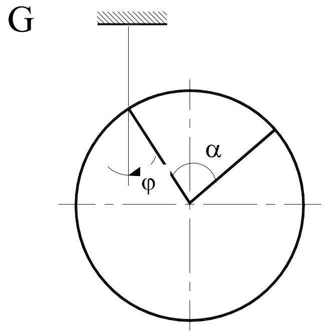
С91 (Зап.-Сиб. зона, Новосибирск. ин-т ж/д трансп., 1990)



Груз веса Q привязан к неподвижной опоре тросом, составляющим с горизонтом угол β и помещен на призму веса G, наклонная грань которой составляет угол α с горизонтом. Определить минимальную силу P, приводящую систему в движение, если угол трения груза о призму и призмы о плоскость равен φ.

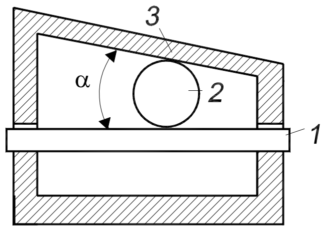


С92 (Зап.-Сиб. зона, Новосибирск. ин-т ж/д трансп., 1990)



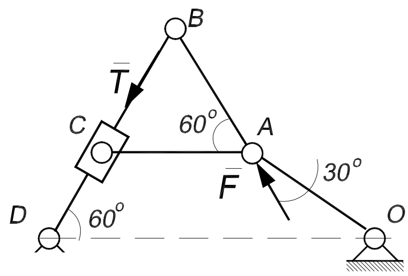
Из круга вырезали сектор с центральным углом α, а из окруж-ности - дугу с таким же центральным углом. Получившиеся тела подвесили на нитях, как указано для первого тела на рисунке. Определить углы φ и φ_1, образуемые радиусами элементов круга и окружности с вертикалью при равновесии тел.

С93 (Томск. область, 1979)



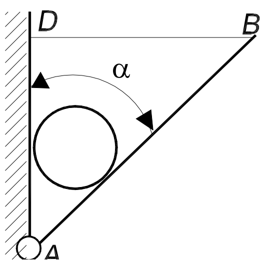
Храповое устройство позволяет двигаться направляющей *1* только влево. Считая, что коэффициент трения скольжения между шариком *2* и корпусом *3* значительно больше коэффициента трения скольжения f между шариком и направляющей, определить, при каком угле α храповое устройство работоспособно.

С94 (Брянск, 1987)



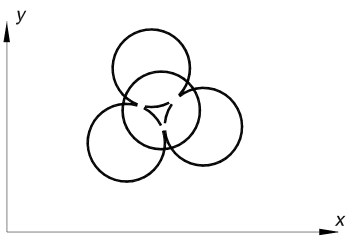
В стержневой системе $AB = AC$, $BD = 2\ AB$, сила T приложена к ползуну C, который может двигаться вдоль стержня BD. Пренебрегая трением и весом стержней определить, при каком соотношении между силами T и F система остается в равновесном положении, показанном на рисунке.

С95 *(Брянск, 1986)*



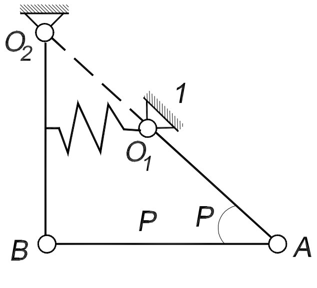
Круглое бревно весом $2Q$ и радиусом r касается вертикальной стены и удерживается в горизонтальном положении двумя одинаковыми балками AB длиной l и горизонтальными тросами BD. При каком угле α натяжение тросов будет наименьшим? Найти также наи-меньшее натяжение тросов. Весом балок и трением пренебречь; в точке A - шар-нир.

С96 (Брянск, 1987)



На трех однородных со-прикасающихся друг с другом шарах одного радиуса лежит сверху такой же четвертый шар. Какими должны быть коэф-фициенты трения скольжения между двумя шарами и между шаром и горизонтальной опорной плоскостью, чтобы система была в равновесии?

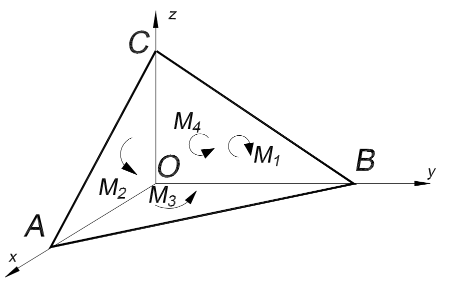
С97 (Свердловск, 1985)



В стержневой системе, расположенной в вертикальной плоскости, $AO_1 = O_1O_2$, стержни *1* и *2* однородны и имеют веса P_1 и P_2 соответственно. Определить силу натяжения пружины, если в положении равновесия системы, изображенном на рисунке, угол $O_1AB = \alpha$, $ABO_2 = 90°$, то точки A, O_1 и O_2 лежат на одной прямой.

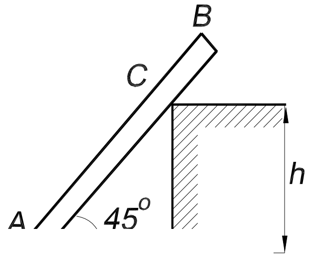
1 *2* α

C98 *(Белорусск. политех. ин-т, 1982)*



К тетраэдру OABC *приложены пары сил с моментами* M_1, M_2, M_3, M_4, *расположенные в плоскостях* YOZ, ZOX, XOY *и* ABC, *соответственно. Определить момент результирующей пары сил, если* $M_1 = 4$ *Н м;* $M_2 = 3$ *Н м;* $M_3 = 1$ *Н м;* $M_4 = 3$ *Н м;* OA = OB = OC.

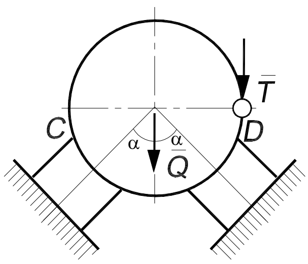
C99 (Белорусск. политех. ин-т, 1983)



Однородный тяжелый стер-жень *AB* длиной 2*h* расположен в вертикальной плоскости. Концом *A* он опирается на

шероховатый пол, а промежуточной точкой *C* - на выступ высотой *h.* В точке *A* коэффициент трения *f* равен 0,6. Будет ли стержень находиться в равновесии? Трением в точке *C* пренебречь.

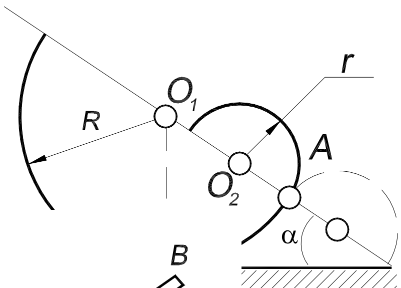
C100 (Белорусск. политех. ин-т, 1984)



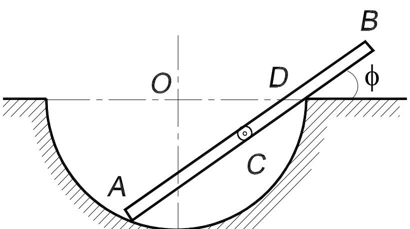
Цилиндр веса *Q* лежит на двух опорах *C* и *D*, расположенных сим-метрично относительно вертикали, проходящей через центр цилиндра. Коэффициент трения между цилинд-ром и опорами равен *f.* При какой величине тангенциальной силы *T* ци-линдр начнет вращаться? Напишите арифметический оператор присваива-ния, реализующий зависимость *T* от *Q, f,* α (алгоритмический язык - по вы-бору).

C101 (Белорусск. с.-х. акад., 1987)

Два однородных полудиска радиусов *R* и *r* жестко связаны между собой, как показано на рисунке. Исследовать положение равновесия системы. Указание. Найти тангенс угла α, который образует общая прямая этих тел с горизонтом. Очевидно, что из $r \to 0$ следует $\alpha \to 0$ (т.е. имеем один нижний полудиск, находящийся в устойчивом положении равновесия). Будем увеличивать радиус малого полудиска. Может сложиться впечатление, что с возрастанием *r* должен увеличиваться до каких-то пределов и α, а затем при дальнейшем увеличении *r* угол α будет уменьшаться; при $r \to R$ ожидаем $\alpha \to 0$. Так ли это? Из формулы для tg(α) из $r \to R$ не следует $\alpha \to 0$. Почему? Найти интервал для α при устойчивом положении системы, если $0 < r < \infty$. То же найти, и для случая, когда верхний полудиск располагается справа от точки *A* (показано пунктиром).



C102 (Брянск. ин-т трансп. машиностр., 1987)

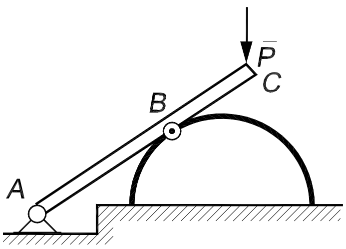


Однородный стержень *AB* длины 2*l* опирается на полуокружность радиуса *R*. Определить, пренебрегая трением, угол φ в положении равновесия стержня.

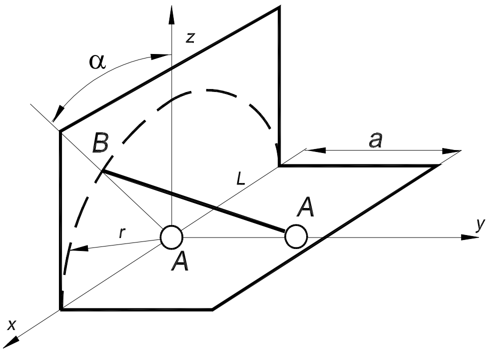
C103 (Иркутск. политех. ин-т, 1986)

Стержень *AC* шарнирно закреплен на опоре в точке *A* и касается полудиска радиуса *R* и веса

Q в точке *B*. Коэффициент трения скольжения между полудиском и опорной гори-зонтальной плоскостью *f* = 0,5. Какую вертикальную силу *P* надо приложить к стержню в точке *C*, чтобы сдвинуть вправо полудиск, если *AC* = 2 *AB* = 2 *R* ? Весом стержня и трением в контактной точке *B* пренебречь.

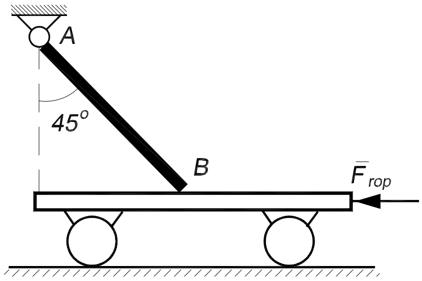


С104 (Коммунарск. горно-металлург. ин-т, 1978)



Однородный тонкий стержень AB длиной l и весом Q шарнирно укреплен в точке A и опирается на вертикальную стену дру- гим концом B. Вертикальная стена находится на расстоянии a от шарнира A. В момент возможного возникновения движения стержня определить значение угла α , который образует с вертикальной плоскостью YOZ плоскость OAB. Коэффициент трения между концом B стержня и стеной равен f. Трением в шарнире пренебречь.

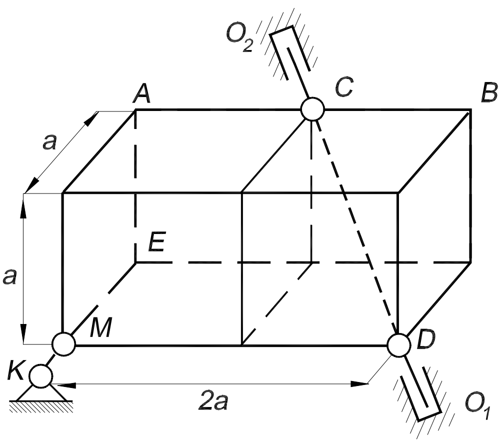
С105 (МАТИ, 1982)



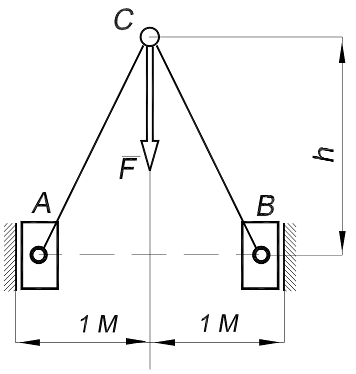
Однородный стержень AB шарнирно укреплен в точке A и опирается в точке B о неподвижную тележку. Коэффициент трения в точке B равен 0,3, а сила давления стержня на тележку равна N. Сдвинется ли тележка влево, если приложить к ней горизонтальную силу, равную $0{,}25N$?

С106 (МВТУ, 1980)

Однородный прямоугольный брус размерами $a\times a\times 2a$, имеющий возможность вращаться вокруг оси O_1O_2, удерживается в равновесии нитью MK. Ось O_1O_2 проходит через вершину D и среднюю точку C ребра AB, точка K лежит на продолжении прямой ME, ребро EA вертикально. Определить натяжение нити MK, если вес бруса P. Трением в опорах пренебречь.

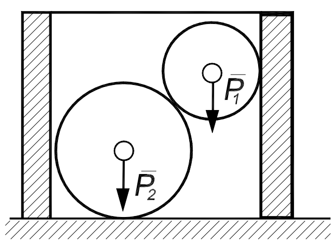


С107 (МВТУ, 1986)



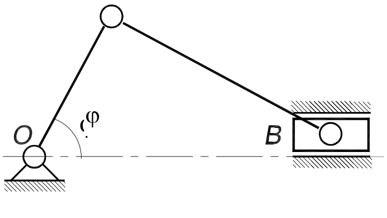
Какому условию должен удовлетворять размер h самотормозящего механизма, чтобы приложенная к узлу C сила P не могла вызвать скольжения ползунов A и B по вертикальным направляющим? Коэффициент трения f = 0,2; расстояние между направляющими 2 м.

С108 (МИИТ, 1979)



На горизонтальной гладкой по-верхности стоит прямой полый ци-линдр радиуса a. Внутри цилиндра находятся два шара весами P_1 и P_2 и радиусами r_1 и r_2 соответственно. Нижний шар лежит на горизонтальной плоскости. Определить наименьший вес цилиндра, при котором шары его не опрокинут. Толщиной стенок цилиндра и трением пренебречь.

С109 (МИИТ, 1979)

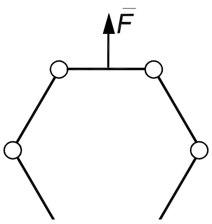


Определись наименьшее зна-чение угла φ наклона кривошипа к горизонту, при котором шатунно-кривошипный механизм OAB будет находиться в равновесии.

Кривошип OA, шатун AB и ползун B имеют одинаковый вес, равный P. Шатун и кривошип считать однородными стержнями, трением в шарнирах пренебречь. Коэффициент трения между ползуном и горизонтальной поверхностью f, $OA = AB = a$.

С110 (МИИТ, 1981)

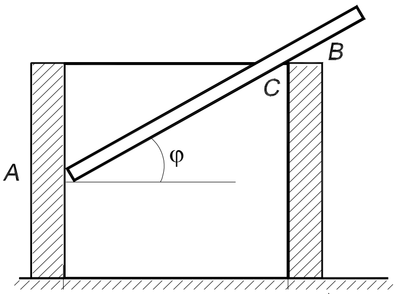
Шесть одинаковых однородных стержней образуют правильный шестиугольник, Нижний стержень закреплен в горизонтальном вверх силу нужно приложить к середине система находилась в равновесии?



веса P, связанных шарнирно своими концами, расположенный в вертикальной плоскости. положении. Какую направленную вертикально верхнего горизонтального стержня, чтобы

С111 (МИИТ, 1980)

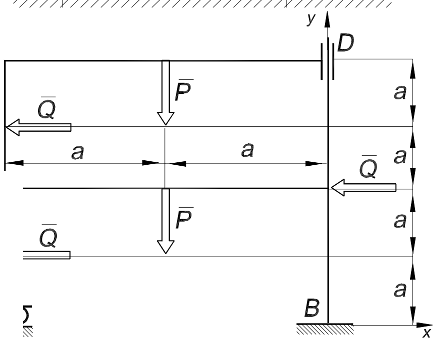
На горизонтальной диаметра a и веса P. В него веса Q, которая занимает Найти угол φ и состоянии опрокинуть начальный момент при котором возможно пренебречь.



плоскости стоит абсолютно гладкий цилиндр опускают однородную палочку AB длины $2l$ и положение равновесия под углом φ к горизонту. наименьший вес Q_0 палочки, при котором она в цилиндр, а также реакции в точках A и C в опрокидывания. Указать соотношение между a и l, равновесие палочки. Толщиной стенок цилиндра

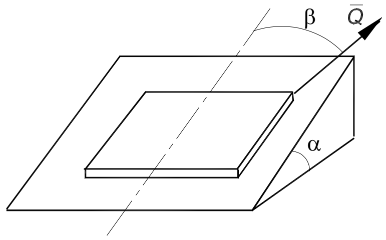
С112 (МИИТ, 1978)

Конструкция втулок C и D. Стержни входят во Определить реакции оп-



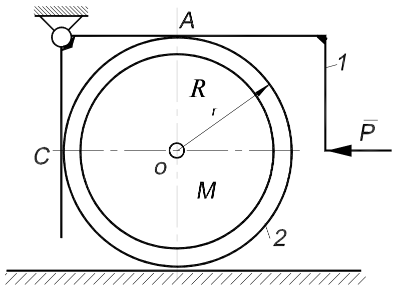
состоит из двух частей, соединенных с помощью Внутренние поверхности втулок гладкие. втулки без зазора (скользящая посадка). ор конструкции в точках A и B.

С113 (МИИТ, 1978)



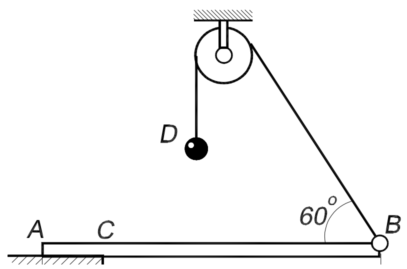
Тело весом P покоится на шероховатой наклонной плоскости с углом наклона α. Коэффициент трения тела о плоскость равен f. Какому условию подчиняются величины α и f? К телу прикладывают силу Q, лежащую в наклонной плоскости и направленную под углом β к линии наибольшего ската. При каком минимальном значении силы Q равновесие нарушится?

С114 (МИИТ. 1978)



Определить условия, которым должны удовлетворять сила P, приложенная к жесткому рычагу 1, момент пары M, приложенный к твердому кольцу 2 радиуса R, и коэффициенты сцепления (трения покоя) f_A и f_B в точках A и B, для того, чтобы кольцо вращалось вокруг неподвижной оси O. Трением в точке C, весом кольца и рычага пренебречь.

С115 (Новочеркаск. политех. ин-т, 1982)

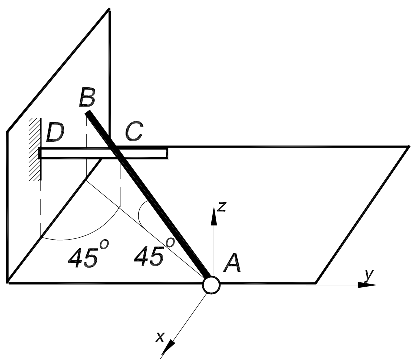


Однородная балка AB весом P, опирающаяся концом A на горизонтальную шероховатую поверхность, удерживается в горизонтальном положении нитью, образующей через блок. К концу нити подвешен груз D весом балка в указанном горизонтальном положении коэффициент трения на опоре равен f.

с ней угол 60° и переброшенной Q. Определить вес Q, при котором останется в равновесии, если Исследовать решение.

С116 (Новочеркасск. политех. ин-т, 1982)

Однородная балка AB опирается концом B на промежуточной точкой C на перпенди-кулярно к ее горизонтальная проекция с плос-Определить реакцию шарнира BC.



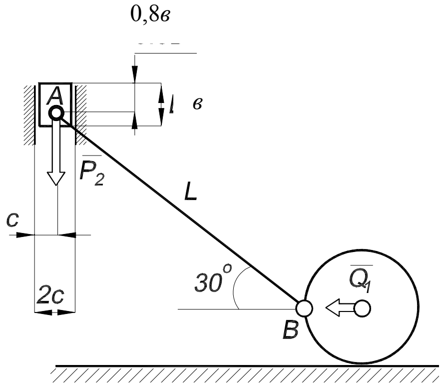
весом P, прикрепленная к полу шарниром A, гладкую вертикальную стену, а гладкий стержень DC, заделанный в стену плоскости. Балка с плоскостью пола и ее го-костью стены составляет рав-ные углы по 45°. A и реакции опор в точках B и C, если AB = 4

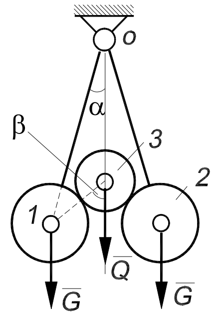
С117 (Омск. политех. ин-т, 1983)

Система состоит из вертикальным направляющим диска весом P_1 и радиусом r, в вертикальная сила P_2. силу Q, которую надо системы; $b = r$, коэффициенты соответственно; ширина

ползуна A, который может скользить по стержня AB длиной $l = 2r$, однородного точках A и B шарниры. На ползун действует Определить минимальную горизонтальную приложить в центре диска при равновесии трения скольжения и качения - f и δ ползуна $2c$; трение в шарнирах не учитывать.

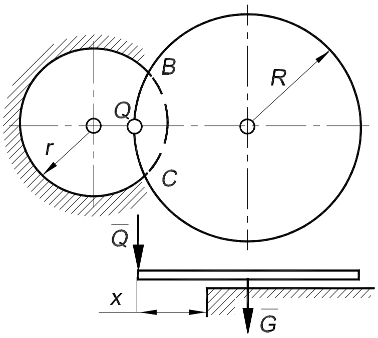
С118 (Омск. политех. ин-т, 1982)





К концам двух невесомых стержней, подвешенных на шарнире O, прикреплены цилиндры *1* и *2* весом G каждый. Третий цилиндр весом Q опирается на два первые так, что вся система находится в равновесии. Найти зависимость между углами α и β.

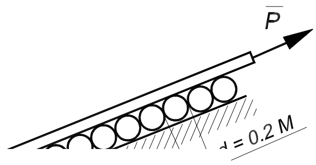
С119 (Омск. политех. ин-т, 1983)



Над круглым отверстием в полу радиусом r положена тонкая круглая пластинка весом G и радиусом R; к ее краю приложена сила Q так, что пластинка может поворачиваться около прямой BC. При каком расстоянии x сила Q будет минимальной?

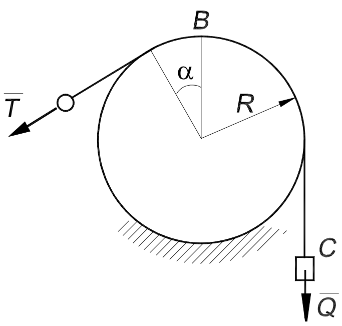
С120 (Омск. политех. ин-т, 1984)

Бетонный блок массой m = 500 кг равномерно поднимают вверх по наклонной шероховатой плоскости на невесомых катках. Коэффициенты трения качения в



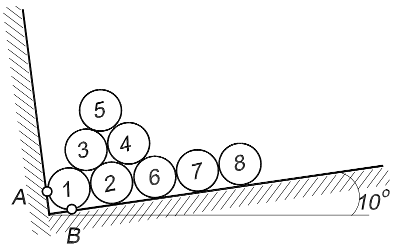
парах: каток - наклонная плоскость δ_1 = 0,01 см, каток - поверхность блока δ_2 = 0,005 см. Коэффициент трения скольжения в паре блок - наклонная плоскость f = 0,1. Определить тяговое усилие, приложенное к блоку параллельно плоскости, при вкатывании и при втягивании волоком.

С121 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1985)



Какую силу T надо приложить к нити, перекинутой через неподвижный блок, чтобы удержать в равновесии груз весом Q, закрепленный на другом ее конце? Коэффициент трения (нити о блок) f, α и R даны.

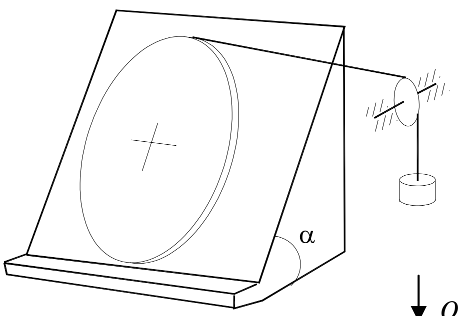
С122 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1983)



Раскатится ли система восьми одинаковых цилиндрических труб. Трение не учитывать. Определить реакции опор, действующие на трубу с номером *1*.

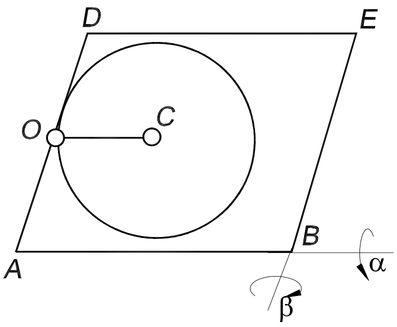
С123 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1987)

На наклонной плоскости с углом наклона α к горизонту лежит однородный диск весом P и радиусом R. На диск намотана нить. К свободному концу нити, перекинутой через неподвижный, блок, подвешен груз весом Q. При каком значении Q диск будет равномерно скользить по плоскости, совершая одновременно качение без скольжения по бортику AB? Коэффициент трения скольжения равен f, трение качения и



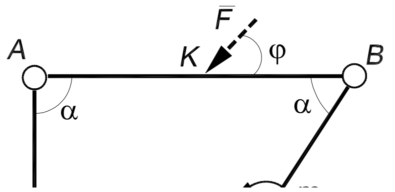
трение на блоке не учитывать.

C124 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1987)



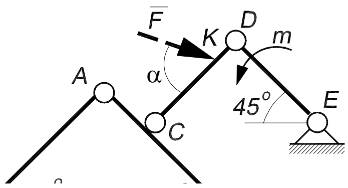
На горизонтальной прямоугольной платформе $ABED$ в некоторой точке O стороны AD шарнирно прикреплен точкой обода однородный диск весом P и радиусом R. Платформу последовательно поворачивают в указанных на рисунке направлениях на угол $\alpha = 60^{o}$ вокруг стороны AB, затем на угол $\beta = 30°$ вокруг стороны BE. Первоначально точка O и центр диска C лежали на прямой, параллельной стороне AB. Определить минимальные значения коэффициентов трения f_1 и f_2, при которых диск будет оставаться в равновесии после первого и второго поворотов платформы. Давление диска на опору равномерно распределено по площади.

***C125** (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1984)*



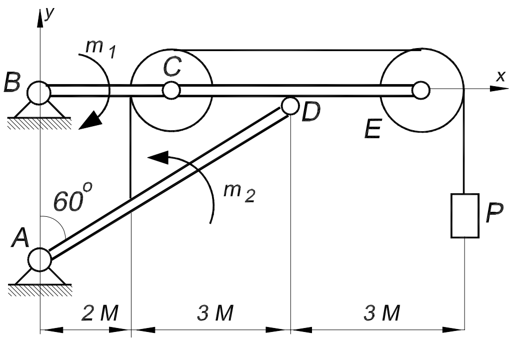
На звено OA *шарнирного четырехзвенника действует пара сил с моментом* m_1*. Определить момент пары* m_2*, которую надо приложить к звену* O_1B *для того, чтобы механизм находился в равновесии, если* $\alpha = 90°$*,* $\beta = 30°$*,* OA = O_1B = l*. Весом звеньев пренебречь. Под каким углом* φ *надо приложить в точке* K *звена* AB *произвольную силу* F*, чтобы она не нарушила равновесие системы? Для определенности положим* AB = $l\sqrt{2}$*,* AK = l*. Трением пренебречь.*

C126 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1985)



В стержневой системе точки O, A, B, C, D, E - шарниры. Все стержни невесомые. На стержень DE действует пара сил с моментом m. Определить реакцию в точке O, если $DE = a$, $AC = CB$. Под каким углом α надо приложить в некоторой точке K звена CD любую силу F, чтобы она не изменила реакцию в точке O?

C127 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1987)

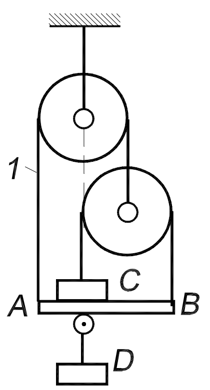


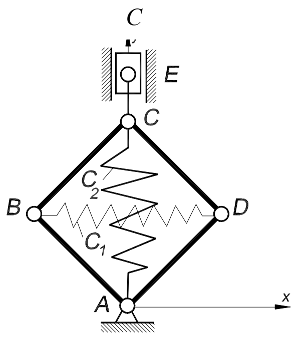
Два стержня BE и AD шарнирно соединены между собой и с опорами. В точках C и E стержня BE шарнирно укреплены два одинаковых блока, через которые перекинута нить, закреп-ленная в точке K на стержне AD и несущая на свободном конце груз весом P. Методом возможных перемещений определить составляющие реакции шарниров y_A, x_D; P = 20 Н; $m_1 = m_2 =$ = 120 Н м. Массой стержней, блоков и нити пренебречь, трение не учитывать.

C128 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1988)

Четыре однородных стержня массой m и длиной l каждый с помощью шарниров образуют квадрат $ABCD$, противоположные вершины которого соединены пружинами жесткостью C_1 и C_2; длины пружин в недеформированном состоянии одинаковы. К вершине C квадрата с помощью невесомого стержня CE прикреплен ползун массой M, который может скользить в вертикальных направляющих. Пренебрегая трением, найти деформации пружин при равновесии.

C129 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1988)

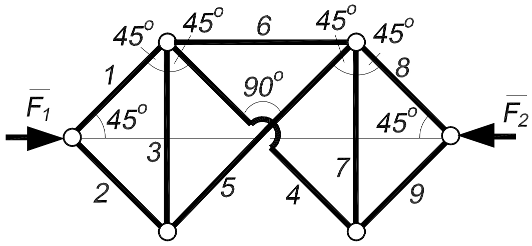




Два груза C и D веса P каждый с помощью невесомых блоков одинакового радиуса, веревок и балки AB приведены в состояние равновесия, причем балка горизонтальна. Определить усилие в ветви 1 веревки, если все ветви вертикальны, а ось блока с неподвижным центром и точка подвеса груза D лежат на одной вертикали.

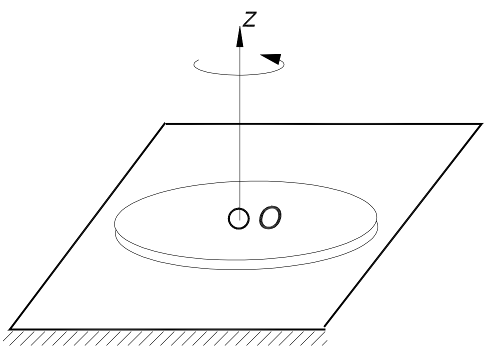
C130 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Определить усилие в стержне *6* стержневой конструкции, нагруженной одинаковыми по модулю силами F_i, которые направлены по одной прямой.



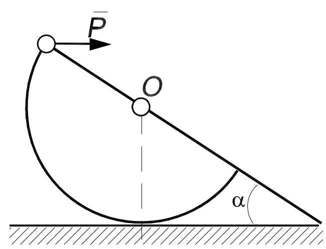
C131 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Однородный сплошной диск радиуса R и веса P лежит на шероховатой горизонтальной плоскости. Какой по модулю момент M способен вызвать вращение диска вокруг оси OZ, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через центр O, если давление диска на опорную плоскость распределено равномерно, а коэффициент трения скольжения о плоскость равен f?



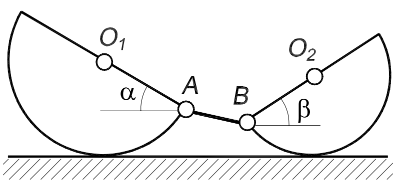
C132 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

На шероховатой горизонтальной плоскости лежит полушар веса Q и радиуса r. В точке A на него действует горизонтальная сила P. Найти угол α в предельном состоянии равновесия шара, если $P = \frac{1}{8}Q$. Под каким углом β надо приложить в точке A минимальную силу P, чтобы она обеспечила предельное состояние равновесия при некотором угле $\alpha_{\min}$? Найти $P_{\min}$ и $\alpha_{\min}$.

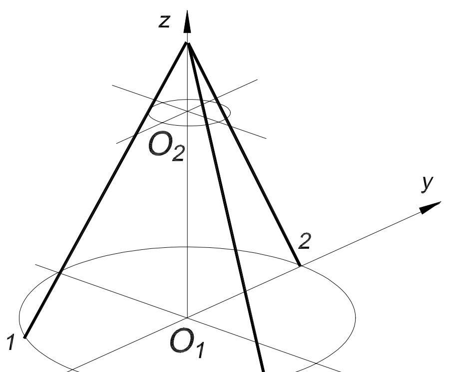


C133 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Два однородных полудиска O_1A и O_2B радиусов R и r соединены шарнирно однородным стержнем AB. Веса дисков - P, Q, вес стержня p. Система расположена в вертикальной плоскости, полудиски опираются о горизонтальный гладкий пол. Определить углы α и β при равновесии системы.

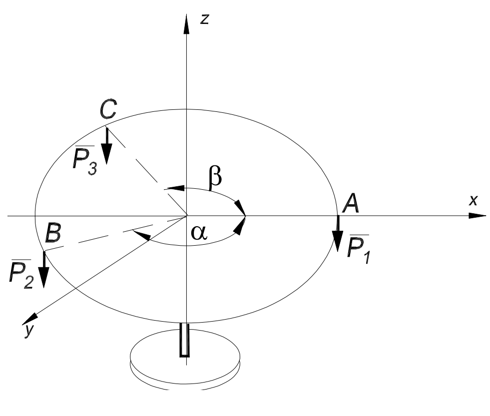


C134 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)



Круглое кольцо радиуса R посредством трех нитей одинаковой длины, прикрепленных к кольцу в равноотстоящих друг от друга точках, подвешено к неподвижной точке O. На образовавшийся таким образом конус надето меньшее кольцо радиуса r равного с первым веса. Кольцо это при равновесии системы делит нити пополам. Найти отношение расстояний колец от точки O.

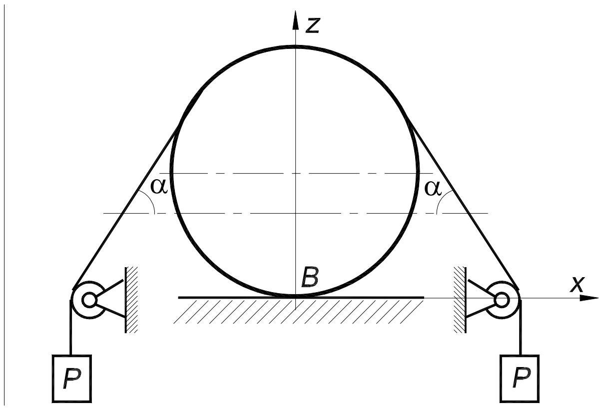
C135 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)



Круглая невесомая пластинка покоится в горизонтальном положении, опираясь центром на острие O. Разместить по окружности пластинки, не нарушая равновесия, грузы $P_1 = 1{,}5$ кН, $P_2 = 1$ кН, $P_3 = 2$ кН в точках *A, B* и *C*, то есть найти углы α и β.

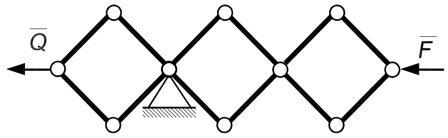
С136 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

На горизонтальной гладкой опоре положен круглый цилиндр весом $2Q$ и радиусом r, разрезанный вертикальной плоскостью, проходящей через его ось. Чтобы части цилиндра не распадались, на середине его длины на него накинута нить, несущая на концах грузы весом P каждый. Участки нити, непосредственно сходящие с цилиндра, образуют с горизонтом равные углы α. Определить наименьшую величину P, при которой части цилиндра будут в покое. Найти также силу взаимодействия частей цилиндра и реакцию опоры при минимальном весе грузов.

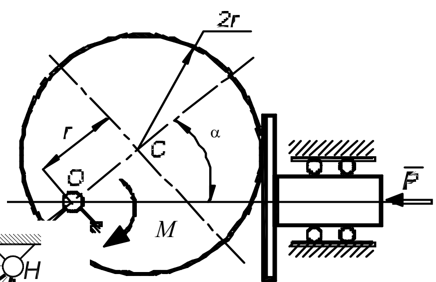


С137 (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1988)

Шарнирный трехкратный параллелограмм находится под действием горизонтальных сил F и Q. Сила F задана. Определить величину силы Q, которая обеспечивает равновесие параллелограмма.

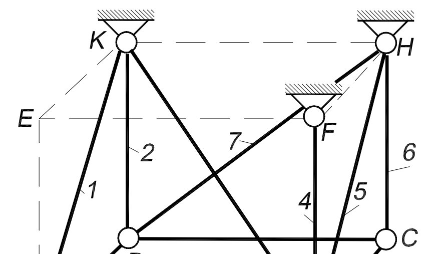


С138 (Тольяттинск. политехн. ин-т., 1987)



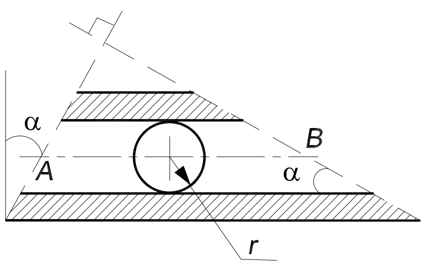
При каких условиях система будет в равновесии, если $\alpha = 30°$ и коэффициент трения покоя $f = 0{,}15$? Трением в подшипниках пренебречь. Каково условие самоторможения при $M = 0$?

С139 (Тольяттинск. политехн. ин-т, 1986)



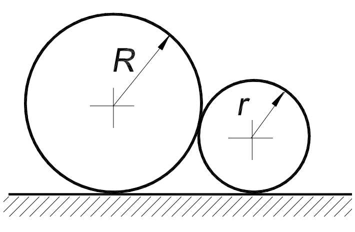
Для крепления прямоугольной плиты *ABCD* мож-но использовать любые из семи заданных шарнирных стержней. Указать все возможные комбинации стерж-ней, обеспечивающие жесткое и статически определенное крепление плиты при любом ее нагружении.

С140 (Тольяттинск. политехн. ин-т, 1986)



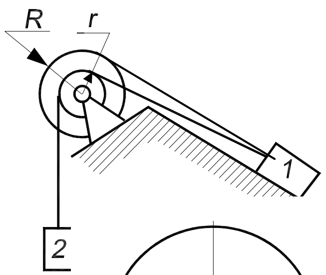
Из цилиндрической трубы радиуса r двумя взаимно перпендикулярными сечениями вырезан патрубок. На его внутреннюю поверхность действует равномерное давление P. Определить величину и линию действия равнодействующей R.

С141 (Тольяттинск. политехн. ин-т, 1986)



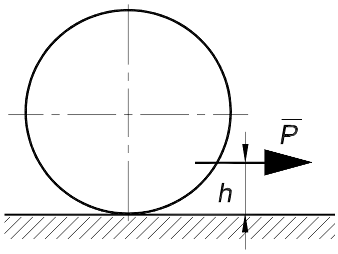
При каком условии автомобильное колесо радиуса R сможет медленно переехать через свободно лежащий на дороге цилиндр радиу-са r ? Коэффициент трения цилиндра с колесом и дорогой f. Весом цилиндра пренебречь.

C142 (Томск. политехн. ин-т, 1985)



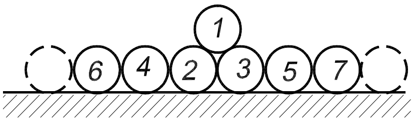
Груз *1* веса P_1 лежит на шероховатой, наклоненной к горизонту на угол α плоскости и удерживается нитью, намотанной на ступень блока радиуса R. Коэффициент трения груза о плоскость равен f, $r = R/2$. При каком весе P_2 груза *2* система будет находиться в равновесии?

C143 (Томск. политехн. ин-т, 1985)



На какой высоте h следует приложить горизонтальную силу P, чтобы каток, вес которого $10P$, равномерно скользил по горизонтальной поверхности без качения? Обозначить: f - коэффициент трения скольжения; δ - коэффициент трения качения.

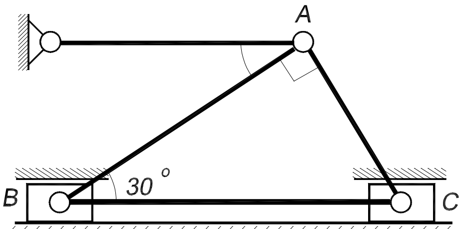
C144 (Томск. политехн. ин-т, 1985)



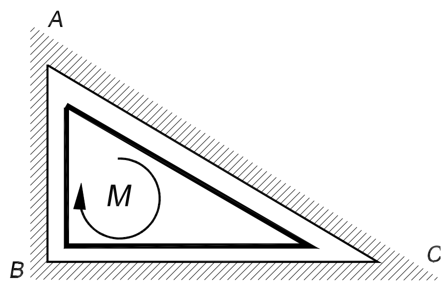
Раскатятся ли трубы на горизонтальном полу, если коэффициент трения скольжения между поверхностями труб $f = 0{,}2$? Трубы и пол считать абсолютно твердыми. При каком минимальном количестве труб нижнего ряда система не будет раскатываться? Зависит ли результат от количества труб, если учитывать трение качения?

C145 (Томск. политехн. ин-т, 1987)

Конструк 30° стоит из трех однородных стержней одинакового веса P, соединенных шарнирно в точке A, и невесомых ползунов B и C, связанных нерастяжимой нитью. Конструкция расположена в вертикальной плоскости. Тре-ние в направляющих от-сутствует. Углы между стержнями указаны на чертеже. Определить си-лы, действующие на каждый стержень в точке A.

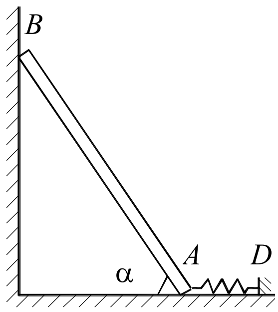


C146 (Уфимск. нефтян. ин-т, 1983)



К треугольному ключу с сечением в виде прямоугольного треугольника с катетами $AB = a$ и $BC = b$ приложена пара сил с моментом M. Определить давления, производимые вершинами A, B и C на грани гнезда замка. Трением пренебречь. Зазор между ключом и гнездом считать малым.

C 147** (СНГ, 1992. 4 балла)

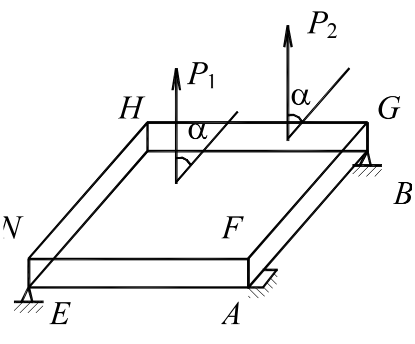


Однородный тонкий стержень длиной $AB = l$ и весом P опирается в точке B на шероховатую поверхность с коэффициентом трения $f < 1$, а в точке A на гладкую горизонтальную поверхность. В точке A к стержню прикреплена пружина жесткостью c, второй конец которой закреплен в точке D. Пружина недеформирована, когда стержень вертикален. Определить, при каких значениях угла α стержень будет находиться в равновесии, если $P = 2cl$.

** Задачи С147 - С154 подготовлены в Пермском государственном техническом университете. Составители Ю. И. Няшин, Ю. В. Калашников, Р. М. Подгаец, Р. Н. Рудаков.

C 148** (СНГ, 1992. 3 балла)

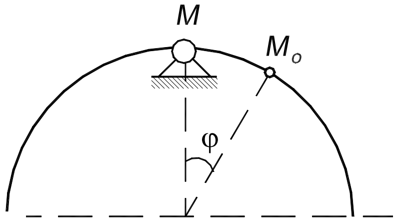
Прямоугольная однородная плита весом Q соединена с неподвижной опорой цилиндрическим шарниром A и сферическим шарниром B. Плита удерживается в горизонтальном положении острием E, упирающимся в гладкую поверхность нижней грани плиты. К верхней грани плиты $FGHN$ приложены две параллельные силы, равные P и



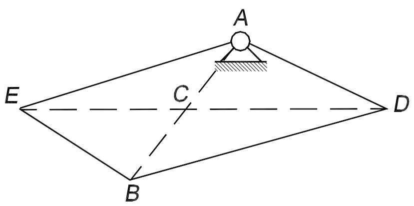
лежащие в плоскости этой грани. Линии действия сил образуют острый угол α со стороной NH, а центр тяжести плиты находится от них на равных расстояниях. Определить реакции опор, если известно, что $AF = AB/5 = AE/10$.

С149** (Россия, 1993. 5 баллов)

Тонкая проволока, изогнутая в виде полуокружности, свободно висит на уголке, опираясь на него в точке M_0. Определить: 1) при каких значениях коэффициента трения f возможно равновесие полуокружности, если точку контакта перенести в положение M, определяемое углом φ; 2) при каком угле φ минимальное значение коэффициента трения, обеспечивающее равновесие, является наибольшим. Найти этот максимум.

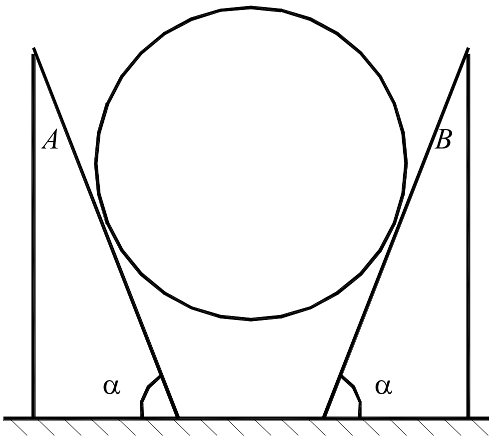


С150** (Россия, 1993. 4 балла)



Однородный горизонтально расположенный квадрат $ADBE$ весом P с диагоналями $AB = DE = 2l$ прикреплен в точке A к неподвиж- ной опоре сферическим шарниром. Квадрат уравновешен некоторой дополнительной системой активных сил, о которой известно: 1) линия действия равнодействующей этой си-стемы проходит через точ-ку B; 2) если к этой системе добавить вес квадрата, то при приведении новой системы сил к точке D ее главный момент равен $Pl\sqrt{5}/2$. Определить реакцию шарнира A, пренебрегая толщиной квадрата.

С151** (Россия, 1994. 5 баллов)

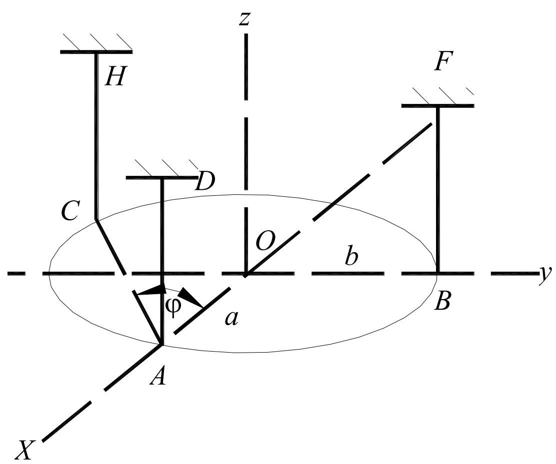


Две однородные треугольные призмы одинаковых размеров, сделанные из разных материалов, находятся на неподвижном основании, ребра их параллельны, и призмы удер-живают в равновесии невесомый полый цилиндр, в который медленно наливают жидкость. Веса призм A и B соответственно равны P_1 = 1 кН, P_2 = 2 кН. Коэффициент трения между призмой A и цилиндром, а также неподвижной поверхностью f_1 =0,2, для призмы B соответственно f_2 = 0,15. Угол при основании призмы $\alpha = 60^{\circ}$.

Определить какая из призм начнет скольжение первой, а также силу трения между другой призмой и горизонтальной поверхностью в этот момент, если положение цилиндра обеспечивает неопрокидывание призм.

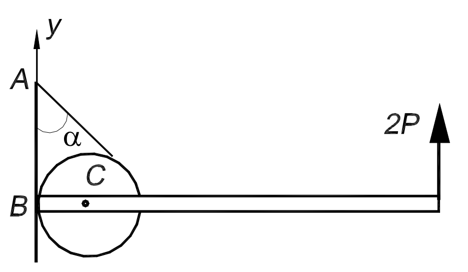
С152** (Россия, 1994. 3 балла)

Однородная пластина весом P в виде эллипса с полуосями a и b удерживается в горизонтальном положении тремя вертикальными нитями AD, BF, CH. Точки A, B и C лежат на пересечении эллипса соответственно с осями x, y и линией, проходящей через точку A и составляющей угол с осью x. Определить силу натяжения нитей, если $\operatorname{tg}\varphi = b/2a$.



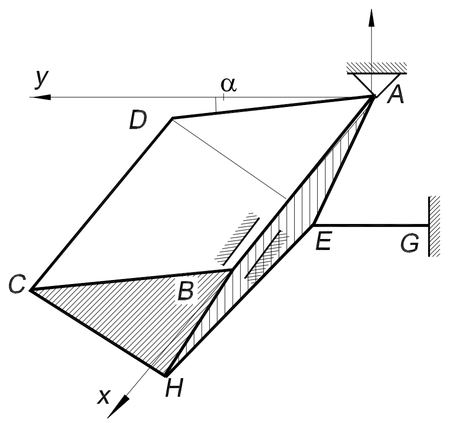
С153** (Россия, 1995. 4 балла)

Однородный диск весом P и радиусом r находится в вертикальной плоскости. В точке B он касается неподвижной вертикальной стенки с коэффициентом трения $f = \sqrt{3}/15$. Невесомая нить намотана на диск и



образует со стенкой угол $\alpha = 60^o$. К диску жестко прикреплен однородный стержень BD длиной $8r$, расположенный горизонтально. На конец стержня действует вертикальная сила $F = 2P$. При каком значении веса стержня конструкция будет находиться в равновесии? Какой вес стержня обеспечивает равновесие при любом коэффициенте трения?

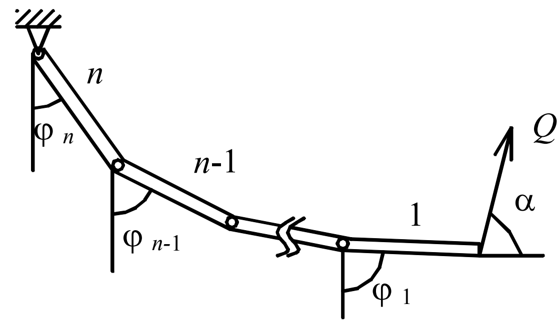
C154** (Россия, 1995. 4 балла)



Невесомый симметричный треугольный короб $ABCDEH$ длиной $AB = CD = 4l$ со сторонами $AE = DE = l$ и углом $AED = \pi/2$ удерживается в равновесии сферическим и цилиндрическим шарнирами в точках A и B соответственно и невесомым стержнем EG. Ось шарниров A и B горизонтальна, а стержень EG расположен горизонтально в перпендикулярной ей плоскости. В короб наливается максимально возможное количество жидкости с массовой плотностью ρ. Определить величину реакции в шарнире A, если край короба AD составляет угол $\varphi = 15^o$ с горизонтом.

C155*** (Россия, 1996. 3 балла)

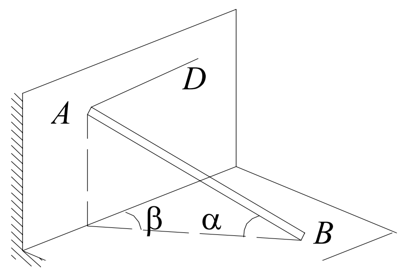
Система, состоящая из n одинаковых однородных стержней веса P каждый, подвешена в вертикальной плоскости. Один конец этой системы шарнирно закреплен, а на второй действует сила Q, образующая угол α с горизонтом. ($P > Q\sin\alpha$). Определить углы, которые образуют стержни с вертикалью в положении равновесия. Трением в шарнирах пренебречь.



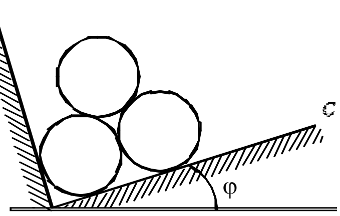
*** Задачи С155 - С166 подготовлены в вузах Екатеринбурга. Авторы задач Ю. Ф. Долгий, Н. А. Клинских, С. А. Ляпцев.

С 156*** (Россия, 1996. 4 балла)

Тяжелый однородный стержень AB одним концом A опирается на гладкую вертикальную стену, а другим концом B - на шероховатый горизонтальный пол. Конец A стержня удерживается горизонтальной нитью AD. Указать область значений для углов α и β, при которых стержень AB будет находиться в покое в указанном на рисунке положении, если коэффициент трения скольжения между концом B стержня и полом равен f.



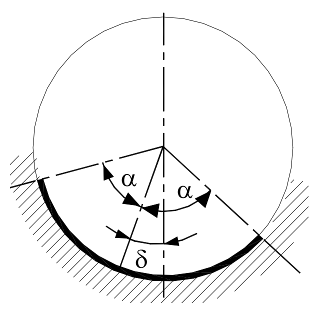
С157*** (Россия, 1997. 3 балла)



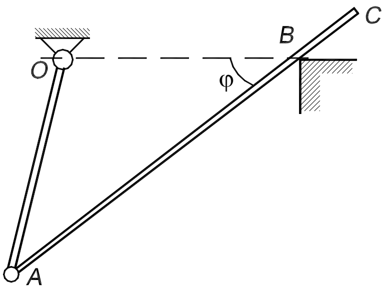
Три гладких однородных цилиндра опирается на две взаимно перпендикулярные плоскости AB и BC. Каков наименьший угол наклона φ плоскости BC, при котором система сохраняет равновесие?

С 158*** (Россия. 1997. баллов)

Гибкая однородная лента расположена внутри полого шероховатого цилиндра, ось которого горизонтальна. Лента образует дугу окружности с центральным углом 2α. Каково наиболее значение угла δ с вертикалью, при котором лента не соскальзывает, если коэффициент трения скольжения равен f?



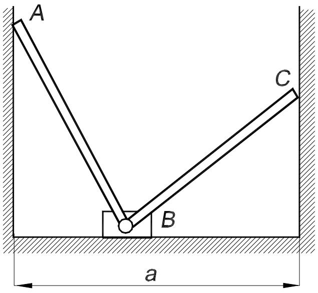
С 159*** (Россия, 1998. 5 баллов)



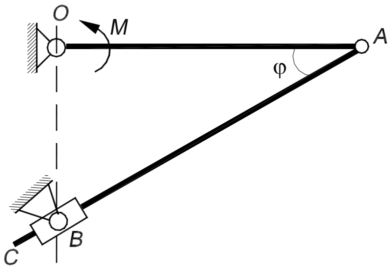
Два однородных стержня: OA длиной l, весом P и AC длиной $2l$, весом $2P$, соединены шарниром A. Стержень OA укреплен шарнирно, а стержень AC опирается на острие B. Определить, при каком угле φ система находится в равновесии в вертикальной плоскости, если расстояние $OB = l$ (отрезок OB - горизонтальный).

С 160* ** (Россия, 1998. 6 баллов)

Одинаковые однородные стержни AB и BC длиной l соединены цилиндрическим шарниром, на оси которого укреплен невесомый ползун B. Стержни опираются в точках A и C на вертикальные гладкие стенки, расположенные на расстоянии a друг от друга ($a < l$). Ползун может скользить по шероховатому горизонтальному полу с коэффициентом трения f. При каком соотношении между a и l эта система будет находиться в равновесии в любом положении ползуна на плоскости?



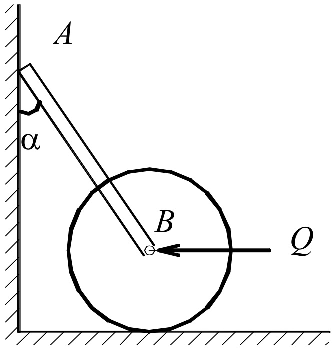
С 161* ** (Россия, 1999. 3 балла)



Два однородных стержня OA длиной a, весом P и AC длиной b, весом Q соединены шарниром A и находятся в вертикальной плоскости. Стержень OA укреплен шарнирно, а стержень AC проходит через гладкую муфту B. Определить уравновешивающий момент M, удерживающий стержень OA в горизонтальном положении под углом φ к стержню AC.

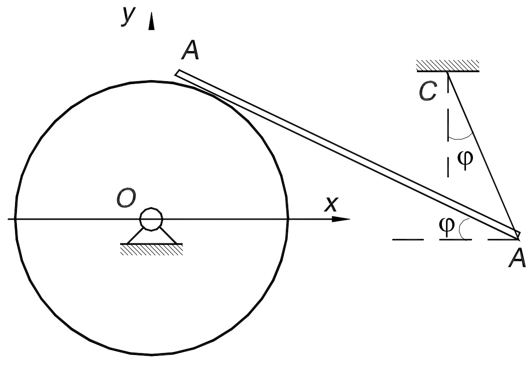
С 162* ** (Россия, 1999. 5 баллов)

Рукоятка катка, шарнирно соединенная с его осью, опирается своим концом A на вертикальную гладкую стенку. Вес рукоятки равен P, ее длина l, вес катка также равен P, его радиус r. В точке B к катку приложена горизонтальная сила $Q = 2P$. При каком угле α возможно равновесие системы, если коэффициент трения скольжения между катком и горизонтальной плоскостью равен f, а коэффициент трения качения равен δ.

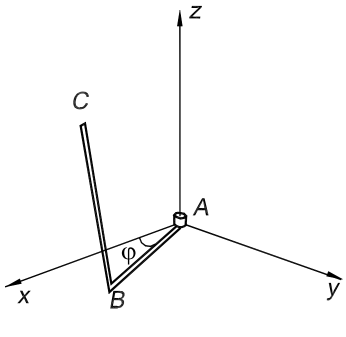


С163* ** (Россия, 2000. 5 баллов)

Тонкий однородный стержень длиной $2r$ опирается на шероховатый диск радиуса r и удерживается в равновесии невесомой нитью длины r. Определить координаты точки C прикрепления нити, если угол наклона стержня с горизонталью равен φ и нить составляет с вертикалью также угол φ. Трением в шарнире O пренебречь.

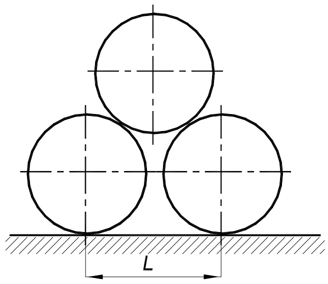


С164* ** (Россия, 2000. 5 баллов)



Два одинаковых тонких однородных стержня AB и BC жестко скреплены в точке B под прямым углом. Стержень AB расположен на шероховатой горизонтальной плоскости xAy с коэффициентом трения f, его крепление в точке A допускает поворот вокруг оси стержня AB и перемещение в положительном направлении оси z. Стержень BC в точке C опирается на вертикальную гладкую стену xAz. При каком значении f предельное значение угла φ при равновесии составляет 30^o? Считать, что равнодействующие сил трения и нормальных реакций шероховатой плоскости приложены в одной точке, вертикальной составляющей реакции опоры A пренебречь.

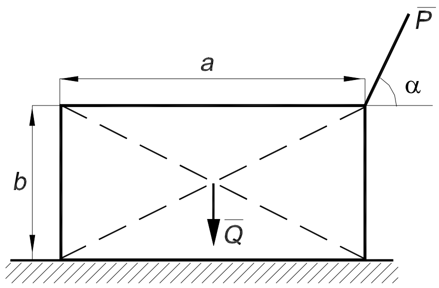
С 165*** (Россия, 2001. 5 баллов)



Три одинаковых однородных диска радиуса R расположены в вертикальной плоскости, как указано на рисунке. Коэффициент трения между дисками, а также опорной поверхностью и дисками одинаков и равен f ($f < 1$). Определить максимальное расстояние между центрами нижних дисков и область допустимых значений коэффициента трения при равновесии системы.

С 166*** (Россия, 2001. 6 баллов)

Однородный прямоугольник с основанием a, высотой b и весом Q лежит на шероховатой горизонтальной плоскости с коэффициентом трения f. Каким условиям удовлетворяет величина силы P, для которой прямоугольник находится в равновесии при любом значении угла α $(0 \le \alpha \le \pi/2)$? Сила P расположена в плоскости прямоугольника.

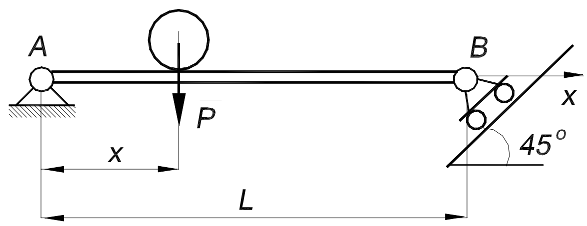


С 167**** (Урал, Оренбург, 2000. 3 балла)*

Дана система n материальных точек с массами m_k и координатами x_k, y_k, z_k, $k = 1 \ldots n$. На каждую точку действует сила притяжения к некоторому центру Q: $\overline{F}_k = f\, m_k\, \overline{M_k Q}$, где f - одно и то же для всех точек. Определить координаты точки Q, если известно, что система находится в равновесии.

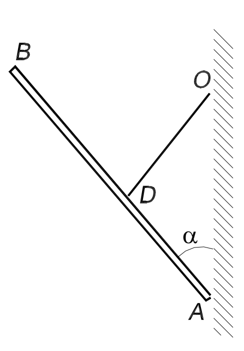
С168**** (Урал, Оренбург, 2000. 4 балла)

Балка AB весом $2P$ имеет шарнирную опору в точке A не закрепленную, а установленную на шероховатую плоскость. Коэффициент трения между плоскостью и опорой равен f. Шарнирно-подвижная опора B расположена на наклонной плоскости, образующей угол 45° с горизонтом. Определить точку приложения силы P (абсциссу x). При которой нарушается равновесие, а также чему должны равняться f и x для того, чтобы в предельном положении равновесия балки вертикальные составляющие реакции опор A и B были бы одинаковы?



**** Задачи С167 - С170 подготовлены в Оренбургском государственном университете. Составители Г. В. Куча, А. С. Зиновьев, И. И. Мосалева.

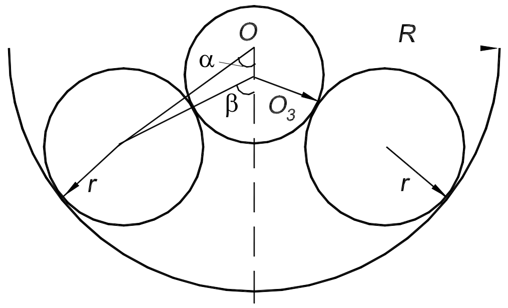
С169**** (Поволжье - Урал, Оренбург, 2001. 6 баллов)



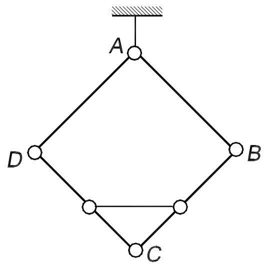
Картина AB подвешена к вертикальной стене с помощью нити, прикрепленной к гвоздю в стене (O) и к картине в точке D. Определить длину нити OD и расстояние DA, для которых в положении равновесия сила трения обращается в нуль при любом значении угла α . Длина $AB = 2l$.

С170**** (Поволжье - Урал, Оренбург, 2001. 6 баллов)

Два однородных цилиндра массой m каждый положены на внутреннюю поверхность полого цилиндра. Они удерживают третий цилиндр массы M. Определить зависимость между углами α и β в положении равновесия.

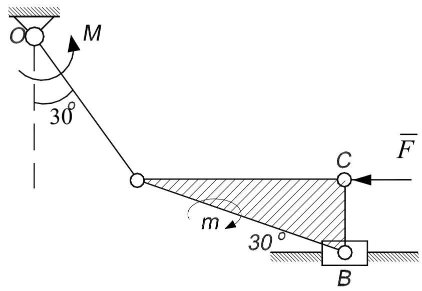


С171**** (ТИХМ, 1992. 4 балла)



Стороны ромба $ABCD$, подвешенного в точке A, сделаны из тяжелых однородных стержней, соединенных шарнирно. Середины сторон BC и CD соединены невесомым стержнем-распор-кой, которая фиксирует ромб. Зная вес P ромба и длины его диагоналей $AC = a$ и $BD = b$, определить усилие в распорке.

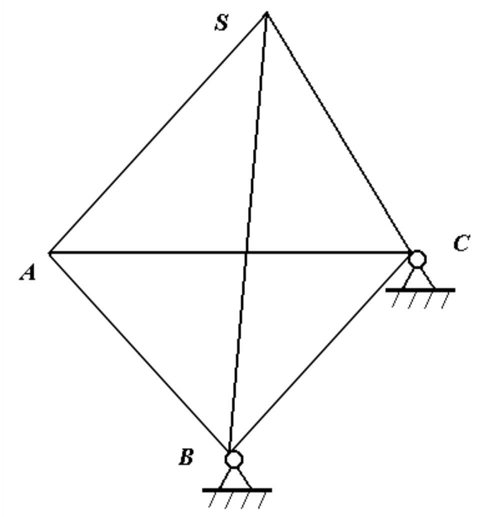
С172 (ТИХМ, 1992. 6 баллов)



В кривошипно-шатунном механизме шатун выполнен в виде прямоугольного треугольника ABC (с горизонтальным катетом AC в данном положении), при этом $OA = AB = r$. Зная моменты пар сил M и $m = M\sqrt{3}$ приложенных к кривошипу и шатуну, определить силу F, направленную вдоль AC и уравновешивающую механизм.

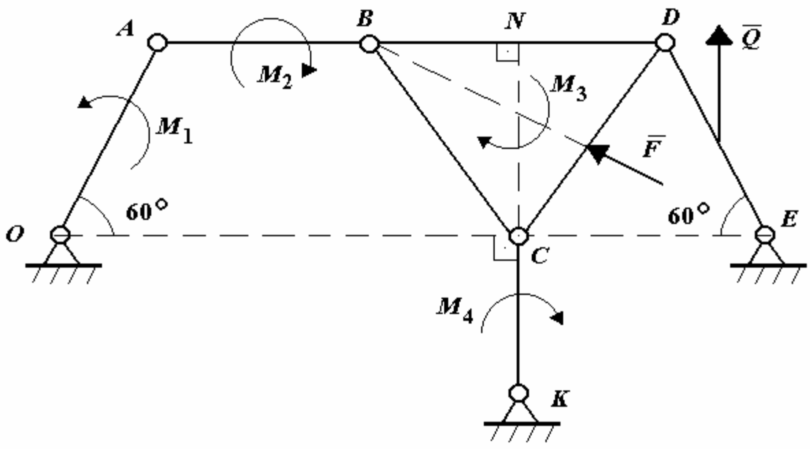
С173 (ТИХМ, 1993. 4 балла)

Треугольная пирамида $SABC$ с равными ребрами и весом P расположена так, что ее основание ABC горизонтально, а вершины B и C закреплены с помощью неподвижных шарниров. В центре тяжести каждой боковой грани приложены силы, равные по модулю P и направленные перпендикулярно к граням во внутрь пирамиды. Какую надо приложить в вершине S силу F, параллельную вектору $\overline{AB}$, чтобы пирамида находилась в данном положении в равновесии? Трение в шарнирах не учитывать.

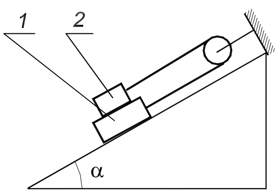


С174 (ТИХМ, 1993. 6 баллов)

Механизм находится в равновесии под действием моментов M_1, M_2, M_3, M_4 и сил F, Q. Сила F приложена в середине отрезка CD перпендикулярно к нему, а сила Q приложена в середине DE параллельно CK; $BD = DC = BC = a$; $CK = CN$. Выразить силу Q через другие силовые факторы. Трение в шарнирах не учитывать.

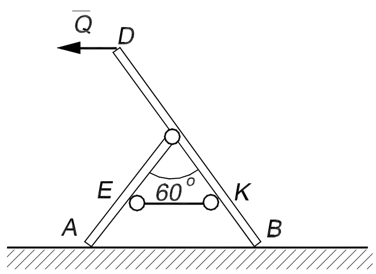


C175 (ТГТУ, 1995. 4 балла)



На гладкой наклонной плоскости с углом наклона α находятся два груза *1* и *2* друг на друге, коэффициент трения скольжения между ними равен *f*. Грузы соединены нитью, перекинутой через неподвижный блок. Вес верхнего тела P_2. Найти вес P_1 нижнего тела при равновесии системы.

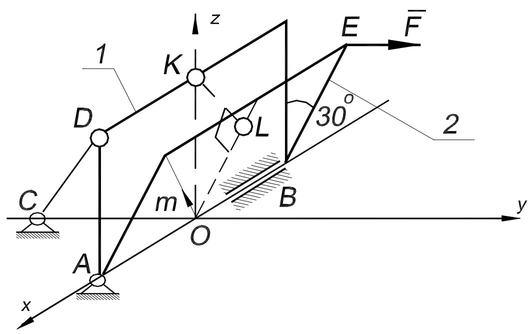
C176 (ТГТУ, 1995. 3 балла)

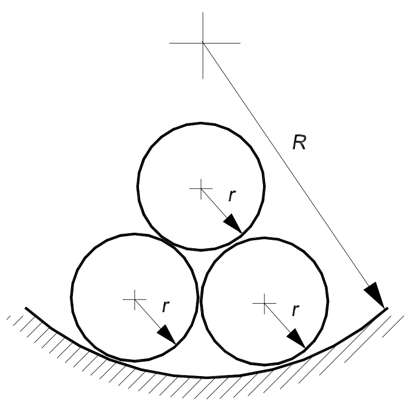


Две однородные балки *AC* и *BD* с весами P_1 и P_2 соответственно соединены шарниром *C* и невесомым стержнем *EK* с шарнирами на концах, при этом $AC = l$, $BD = 1{,}5l$, $AE = EC = CK = KB$ и $\angle ACB = 60°$. Система находится в вертикальной плоскости и опирается в точках *A* и *B* на шероховатую горизонтальную плоскость с коэффициентом трения скольжения *f*. Какую горизонтальную силу *Q* надо приложить в точке *D*, чтобы система начала опрокидываться вокруг точки *A*, а опора *A* оставалась неподвижной? Найти также усилие *S* в стержне *EK* в момент начала опрокидывания системы.

C177 (ТГТУ, 1995. 5 баллов)

Две прямоугольные однородные плиты *P* = 4 кН каждая соединены так, что могут вращаться вокруг неподвижной оси *AB* независимо друг от друга, при этом в точке *A* - неподвижный пространственный шарнир, в точке *B* - подшипник. Плиты находятся в равновесии с помощью невесомых стержней *CD* и *KL* с шарнирами на концах. Плита *1* расположена в плоскости *xOz*, а плита *2* составляет с ней угол 30°. На плиту *2* действует сила *F* = 2 кН, приложенная в точке *E* и направленная параллельно оси *Oy*, и вектор-момент *m* некоторой пары, направленной по $\overline{ON}$ и численно равный $m = \sqrt{2}\,a$ кН·м, *a* - в метрах. *OA* = *OB* = = *AN* = *BE* = *AD* = *OK* = *OC* = *a* (м), *KL* - в плоскости *yOz* и $KL \perp OL$, $OL \parallel AN$. Определить величину и характер (растяжение-сжатие) усилий в стержнях *CD* и *KL*.





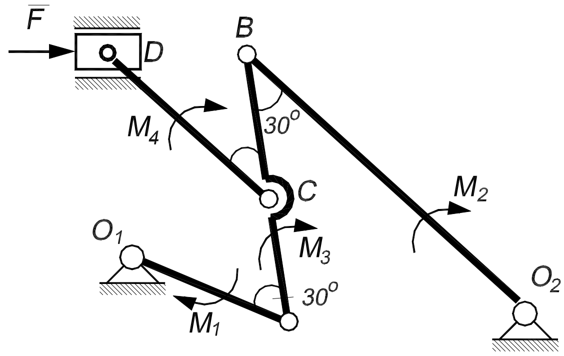
C178 (ТГТУ, 1996. 4 балла)

Три одинаковые трубы радиуса *r* находятся в равновесии в неподвижно закрепленной трубе радиуса *R*, располагаясь в два ряда. Все трубы малого радиуса касаются друг друга, при этом трубы нижнего ряда касаются также трубы большего радиуса. Найти наибольшее значение R, при котором равновесие системы еще возможно.

С179 (ТГТУ, 1996. 3 балла)

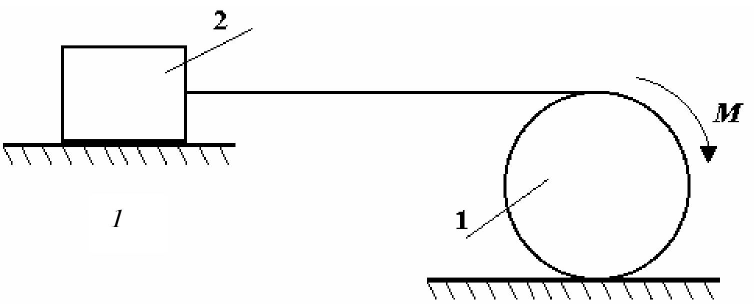
Плоский механизм находится в горизонтальной плоскости в равновесии под действием силы F и системы пар сил с моментами $M_1, M_2,\ M_3, M_4.$ Углы указаны на рисунке, размеры звеньев $O_1A = l,\ O_2B = 2l,\ CD = 1{,}5l.$ Выразить момент M_4 через остальные данные.

30°



С180 (ТГТУ, 1993. 5 баллов)

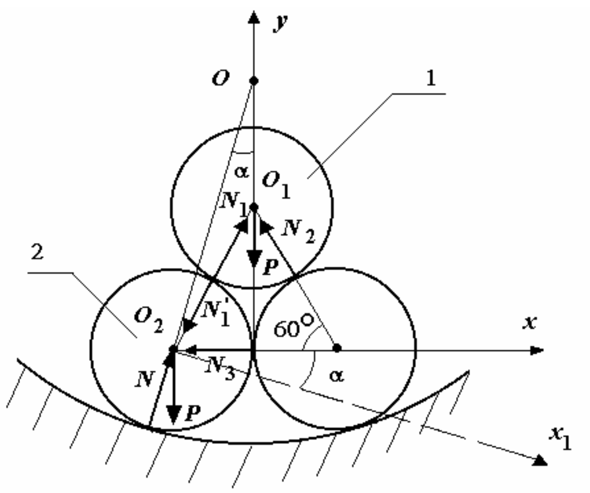
2



На однородный каток *1* радиуса R и веса Q, связанный с телом *2* нерастяжимой нитью, действует момент M. Коэффициент трения качения равен δ, коэффициент трения скольжения для тела *2* равен f. Каким должен быть наибольший вес P тела *2*, чтобы он начал скользить и чему должен при этом быть равен коэффициент трения скольжения для тела *1*?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

С178.



Равновесие трубы 1:

$$\sum \overline{X} = 0, \quad N_1 \cos 60^\circ - N_2 \cos 60^\circ = 0; \quad N_1 = N_2.$$

$$\sum \overline{Y} = 0, \quad N_1 \cos 30^\circ + N_2 \cos 30^\circ - P = 0; \quad N_1 = N_2 = \frac{P}{\sqrt{3}} = N_1'.$$

Равновесие трубы 2:

$$\sum \overline{X}_1 = 0, \quad P \sin\alpha - N_3 \cos\alpha - N_1' \cos\left(60^\circ + \alpha\right) = 0.$$

В момент начала раскатывания

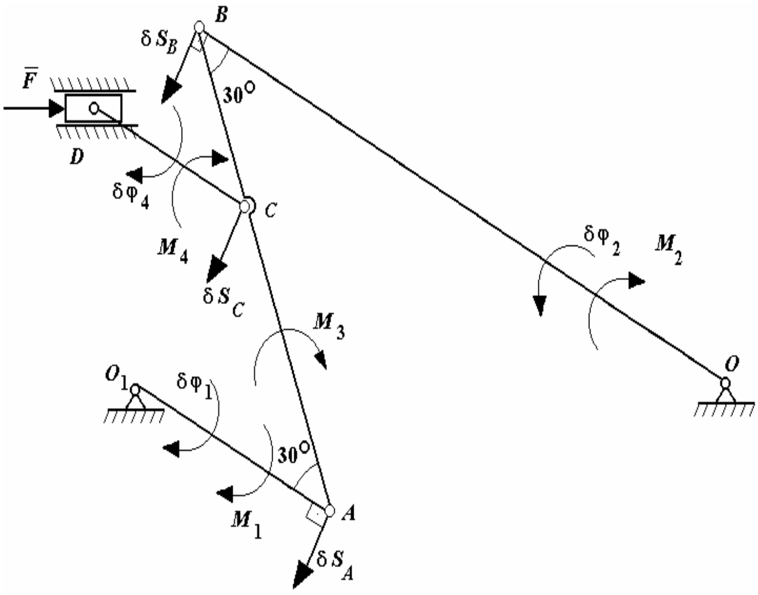
$$N_3 = 0.$$

$$P \sin\alpha - \frac{P}{\sqrt{3}} \cos\left(60^\circ + \alpha\right) = 0 \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{9},$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}; \quad R = r + \frac{r}{\sin\alpha} = r\left(1 + 2\sqrt{7}\right) \approx 6{,}3r.$$

Ответ: Трубы не раскатятся при $R < 6{,}3r$.

С179.



Согласно принципа возможных перемещений:

$$\sum \delta A = 0.$$

$$M_1 \delta\varphi_1 - M_2 \delta\varphi_2 + M_3 \delta\varphi_3 + M_4 \delta\varphi_4 + F \delta S_D = 0.$$

Тело *AB* совершает мгновенно-поступательное движение,

$$\delta\varphi_3 = 0.$$

Мгновенный центр скоростей (МЦС) звена *CD* расположен в точке *D*,

$$\delta S_D = 0.$$

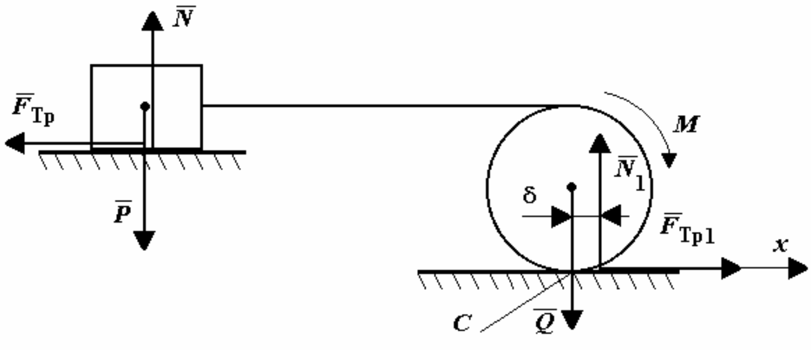
$$\delta S_A = \delta S_B = \delta S_C = \delta S$$

$$\delta S_A = \delta\varphi_1 l, \quad \delta S_B = \delta\varphi_2 2l, \quad \delta S_C = \delta\varphi_4 \frac{3l}{2};$$

$$M_1 \frac{\delta S}{l} - M_2 \frac{\delta S}{2l} + M_4 \frac{\delta S}{1{,}5l} = 0.$$

Ответ: $M_4 = \dfrac{3}{4}\left(M_2 - 2M_1\right).$

С180.



Рассмотрим равновесие всей системы:

$$\sum m_C = 0; \quad M - N_1\delta - F_{тр}2R = 0;$$

$$N_1 = Q, \quad F_{тр} = Pf; \quad M - Q\delta - Pf2R = 0 \Rightarrow P = \frac{M - Q\delta}{2fR}.$$

$$\sum x = 0; \quad F_{тр1} - F_{тр} = 0; \quad Qf_1 - Pf = 0 \Rightarrow f_1 \ge \frac{Pf}{Q}.$$

Ответ: $P = (M - Q\delta)/2fR$, $f_1 \ge Pf/Q$

ОТВЕТЫ

С1. $\text{tg}\ \alpha/2 \le f$. **С2.** $\lambda = (M_{BP}\cos^2\varphi)/(ca)$. **С3.** $f \ge Q/(P+2Q)$. **С4.** $Ya = -(P+Q)\text{tg}\gamma/2$. **С5.** $M_{2\min} = (aM_1)/(a\sin^2\alpha + fr\cos\alpha)$. **С6.** $l_{\max} = 3{,}3a(1+f)$. **С7.** $M = (Pl)/((\cos\alpha + f\sin\alpha)\cos\alpha)$.
С8. Учесть, что точка L - МЦС звена AE, точка S - МЦС ползуна в его относительном движении по отношению к звену OAB, K - МЦС ползуна в абсолютном движении. **С9.** $S = P/2$. **С10.** $\alpha_{\max} = 2\text{arctg}\ f$. $f_{O\min} = fQ_1/(Q_1+Q_2)$. **С11.** $m_X = m_1A_1/R_1 + m_2A_2/R_2$; $m_Y = m_1B_1/R_1 + m_2B_2/R_2$; $m_Z = m_1C_1/R_1 + m_2C_2/R_2$, где $R_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}$; $R_2 = \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}$. Здесь принято, что векторы m_1 и m_2 направлены в сторону нормалей соответствующих плоскостей (вверх). **С12.** $\alpha = \text{arctg}(\sqrt{3}/9)$. **С13.** $h \ge H(1 - f^2/4)$.
С14. $DQ(\sin\alpha - \delta\cos\alpha/R)/d < P < DQ(\sin\alpha + \delta\cos\alpha/R)/d$.
С15. $\Delta l = Q(R+r)/(4c\sqrt{Rr})$. **С16.** Векторы M_0, M_A, M_B составляют с плоскостью XOY одинаковые углы $\alpha = \arccos(V\sqrt{a^2+b^2}/2m)$.
С17. $\varphi = \varphi_1 = 0$ $\varphi = \varphi_2 = \arccos(h/l\sqrt{1-k})$ (при $k < 1$); положение
Равновесия $\varphi = \varphi_1$ устойчиво в случае, когда оно единственно (при $k \ge 1 - h^2/l^2$), при $k < 1 - h^2/l^2$ устойчиво только положение равновесия $\varphi = \varphi_2$. **С18.** $T = P/2$, $q = P/2R$. **С19.** $F_{\min} = P/3\sqrt{2}$. **С20.** $F \le \min\left[f_2P_2/(\cos\alpha - f_2\sin\alpha),\ f_1(P_1+P_2)/(\cos\alpha - f_1\sin\alpha)\right]$. **С21.** $M_o = \sqrt{15}$ Нм . **С22.** $M_2/M_1 = (b^2-a^2)/(b^2+a^2)$.
С23. $f \ge \text{tg}(\alpha/2)$. **С24.** $\varphi = 2\alpha - 90^\circ$ равновесие неустойчивое.
С25. Часть эллипса $x^2/a^2 + (y-a/2)^2/(a/2)^2 = 1, \quad 0 \le x \le a, 0 \le y \le a/2$. **С26.** $\text{tg}\varphi = (P_1-P_2)(1+f^2)/((P_1+P_2)(1-f^2)) - 2f/(1-f^2)$.
С27. $M_2 = Pl$, $R_C = 2P/\sqrt{3}$, $R_D = P\sqrt{13}/\sqrt{3}$, $R_E = 0$. **С28.** $P = bQ/(b - 2f_0y)$. **С29.** $M_{\max} = QfR$, $x_A = -4fQ/\pi$, $x_B = 2fQ/\pi$, $y_A = -2Q/\pi$, $y_B = 2Q/\pi$. **С30.** $Q = M\sqrt{2}/3l$. **С31.** $T_\alpha = P/4 + P\sin\alpha/2\pi$.

С32. $F = M\sqrt{3}/R$. **С33.** $M_1 = Pl\sqrt{3}/2$. **С34.** $C_{\min} = 10\sqrt{2}$ Н/см, $P_{\min} = 20$ Н. **С35.** $P_{\min} = G\cos(\alpha + 2\mathrm{arctg}\, f)$. **С36.** 1 случай: а) при $0 \le \alpha \le 45^\circ$ безразличное равновесие; б) при $0 < \beta < \varphi_0$, $\beta = \alpha - 45^\circ$, $\varphi_0 = \mathrm{arctg}\, f$ - устойчивое равновесие; в) при $\beta = \varphi_0$ - неустойчивое равновесие; г) при $\beta > \varphi_0$ равновесия нет. 2 случай: а) при $\alpha < 45^\circ - \varphi_0$ безразличное равновесие; б) при $-\varphi_0 < \beta < \varphi_0$ - устойчивое равновесие; в) при $\beta > \varphi_0$ равновесия нет. **С37.** $P = G/f$, $R_A = 0$

С38. $\cos\alpha = 2f/(1+f^2)$ - при поступательном движении катка; $\cos\alpha > 2f/(1+f^2)$ - при качении без проскальзывания.

С39. $P = Q\,2\sin 15^\circ/(1 - 2\sin 15^\circ) \approx 1{,}073Q$. **С40.** $M_3 = 5(\sqrt{3}+1)lQ/6$. **С41.** $f \ge r/l$, $G_2 \le G_1(Lr/l)(fl - r)/(l^2 + r^2)$. **С42.** $\lambda = 4{,}5G/c$.

С43. $\varphi = \alpha$, $N_A = P\cos\alpha$, $N_B = P\sin\alpha$ **С44.** $\sin\beta = 2Q/P\sin\alpha$, $x_0 = (2aPQ\cos\alpha - bmQ)/n$, $y_0 = (2bQ^2 - bP^2\sin^2\alpha + Pam\cos\alpha)/n$, $z_0 = P\cos\alpha$, $x_D = -(2aPQ\cos\alpha - bmQ)/n$, $y_D = (2bQ^2 - P^2 b\sin^2\alpha + Pam\cos\alpha)/n$, $m = \sqrt{P^2\sin^2\alpha - 4Q^2}$, $n = 2bP\sin\alpha$. **С45.** $S_A = 5F/c$. **С46.** $N_2 = 2P - 36Pl/25r$.

С47. $\mathrm{tg}\alpha_{\min} = (m_1 + m_2)/(f(3m_1 + m_2))$ **С48.** $R = 5M/l$. **С49.** $\mathrm{tg}\varphi_K = 2Q/P/(2(n-k)+1)$. С50. $\mathrm{tg}\alpha > (af_1 + bf_2)/b$. **С51.** $\vec{M}_O\vec{R} \ne 0$ - система не приводится к равнодействующей, $R_{XZ} = \sqrt{M_A^2 + M_O^2}/h$.

С52. $b \le 6Rf/\sqrt{1+9f^2}$, $b \le 4Ra/\sqrt{4a^2 + h^2}$.

С53. $(P_{1X}+P_{2X})(b_1P_{1Z} - c_1P_{1Y} + b_2P_{2Z} - c_2P_{2Y}) + (P_{1Y}+P_{2Y})(c_1P_{1X} - a_1P_{1Z} + c_2P_{2X} - a_2P_{2Z}) + (P_{1Z} + P_{2Z})(a_1P_{1Y} - b_1P_{1Z}) = 0$. **С54.** $c = mg\sqrt{2}/l$.

С55. $T = Mg/\sqrt{6}$. **С56.** $R = 4F$. **С57.** $x_A = 3\sqrt{2}(P+2Q)\mathrm{ctg}\alpha/2$, $y_A = -\sqrt{2}(P+2Q)\mathrm{ctg}\alpha/2$, $z_A = -Q$, $T_{CG} = (P+2Q)/\sin\alpha$, $T_{DE} = 2(P+2Q)\mathrm{ctg}\alpha$. **С58.** $f \ge \sqrt{3}/3$. **С59.** $f_{\min} = 0{,}4$. **С60.** $a_{\min} = h/2f$, $P_{\min} \to 0$.

С61. $P_{\min} = G\cos\alpha/(\sin\alpha + 2f\cos\alpha)$, $P_{\max} = G\cos\alpha/(\sin\alpha - 2f\cos\alpha)$ **С62.** $S_E = 2{,}4P$, $S_D = 2{,}1P$, $y_A = 1{,}3P$, $y_B = 1{,}2P$, P – вес балки *AD*. **С63.** $M_{\min} = 0{,}75\,\mathrm{Pr}$. **С64.** $(-fan^2 + b)/(n^2-1) \le x \le (fan^2 + b)/(n^2-1)$, $n > 1$, $b = a\sqrt{f^2n^2 + n^2 - 1}$. **С65.** $\varphi_1 = 45^\circ$, $\varphi_2 = 135^\circ$. **С66.** $x_A = 0$, $y_A = -14$ Н, $M_A = -32$ Нм, $R_C = 2$ Н. **С67.** $S_1 = S_2 = 0{,}4\sqrt{2}$ кН.

С68. Центр тяжести нити переместится вверх (если груз *М* снять, то нить вернется в свое исходное положение, при этом центр тяжести нити займет более низкое положение, значит под действием груза *М* центр тяжести нити был поднят вверх).

С69. Расстояние пластины от верхней опоры $x = (Pl - mg\Delta_2)\Delta_1/P(\Delta_1 + \Delta_2)$. **С70.** $n_{\min} = 9$.

С71. $\sin\alpha - f\cos\alpha \le Q/P \le \sin\alpha + f\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\alpha = x_0$. **С72.** $Q_X = -1{,}5F$. **С73.** $F \ge P(f + \sqrt{h(2R-h)}/(R-h))$. **С74.** $f = \mathrm{tg}\alpha$.

С75. $y_1(2R_0 + k_0(y_1+y_2)) = 2P\sqrt{l_0^2 - y_1^2}$, $(R_0 + k_0y_2)(y_2 - y_1)) = P\sqrt{l_0^2 - (y_2 - y_1)^2}$. **С76.** $x_B = -x_A = 17{,}2$ кН, $y_A = 3$ кН, $y_B = 9$ кН, $N_C = 6$ кН, $M_C = 89{,}5$ кНм.

С77. $\sin(\varphi - \alpha) - \sin(\varphi + \beta) > 0$. **С78.** $y_A = 0{,}5P(1 - (a/l)^n)/(1 - a/l)$.

С79. $b = a\sqrt{2}/2$. **С80.** $T = 2P(1 - 1/4^n)/3$ **С81.** $a + b + c = 0$.

С82. $L = a/2\sum_{i=1}^{n}(1/i)$. **С83.** 1) $x > (2f-1)l/(1+f)$. 2) $f = 1$, $x = l/2$. **С84.** $x_C = 7P$. **С85.** $r = 2a\sqrt{2} - 4aP\cos\varphi/Q$. **С86.** $l \ge (\mathrm{tg}\alpha/f + 1)a + 2b$, $\mathrm{tg}\alpha \ge f$. **С87.** $N = 4Q$. **С88.** $R_A = R_B = R_C = P/\sqrt{3}$.

С89. $Q = P(\sin\beta + f\cos\beta)/(\sin\alpha + f\cos\alpha)$. **С90.** $\mathrm{tg}\alpha \le f$, $\mathrm{tg}\,\alpha \le \delta/r\cos\beta$. **С91.** $P_{\min} = G\,\mathrm{tg}\varphi + Q\cos\beta\sin(2\varphi - \alpha)/(\cos\varphi\cos(\alpha + \beta - \varphi)$

С92. $\mathrm{tg}\varphi = (1 - \cos\alpha)/(3\pi - 1{,}5\alpha + \sin\alpha)$, $\mathrm{tg}\varphi_1 = (1 - \cos\alpha)/(2\pi - \alpha + \sin\alpha)$. **С93.** $\alpha < 2\mathrm{arctg}\, f$. **С94.** $F = 3T$. **С95.** $\sin\alpha = 0{,}5$, $T_{\min} = 4Qr/l$.

С96. $f_1 = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ (коэффициент трения между шарами) $f_2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})/4$ (коэффициент трения между шаром и опорной плоскостью). **С97.** $F = (P_1 + P_2)\mathrm{cg}\alpha$. **С98.** $M = \sqrt{29}$ Нм. **С99.** **стержень будет находиться в равновесии.** **С100.** $T = Qf/((1 - f^2)\cos\alpha + f)$. **С101.** 1) $r > 0$, $\mathrm{tg}\alpha = 3\pi r^2/4(R^2 + rR + r^2)$, $(r \to R,\ \alpha \to 38{,}1^\circ;\ r \to \infty,\ \alpha \to 67^\circ;\ r = 2R,\ \alpha = 53{,}6^\circ;\ r = 0{,}5R,\ \alpha = 18{,}6^\circ)$ 2) $r < 0$, $\mathrm{tg}\alpha = 3\pi r^2(R + r)/4(R^3 - r^3)$, $(r \to R,\ \alpha \to \pi/2;\ r \to \infty,\ \alpha = 113^\circ)$ **С102.** $\cos\varphi = (l + \sqrt{l^2 + 32R^2})/8R$. **С103.** $P = fQ/(1-f)$.

С104. $\mathrm{tg}\alpha = af/\sqrt{l^2 - a^2}$ **С105.** Не сдвинется. Тележка сдвинется при $F_{\text{гор}} \ge 0{,}43N$. **С106.** $T = P/4$. **С107.** $h \le 0{,}2$.

С108. $Q_{\min} = P_2(2a - r_1 - r_2)/a$. **С109.** $\varphi = \mathrm{arctg}(1/4f)$. **С110.** $F = 3P$. **С111.** $\cos\varphi = \sqrt[3]{a/l}$, $N_A = Q\mathrm{tg}\varphi$, $N_C = Q/\cos\varphi$, $a \le l$, $Q_O = P/2\mathrm{tg}^2\varphi$ **С112.** $y_A = P$, $x_B = 3Q$, $y_B = P$, $M_B = -6Qa$. **С113.** $\mathrm{tg}\alpha \le f$,

$Q_{\min} = P(\sin\alpha\ \cos\beta + \sqrt{f^2\cos\alpha - \sin^2\alpha\ \sin^2\beta})$. **С114.** $f_A \le f_B < f_A + 1,\ M > (PR(f_A + f_B))/(1 + f_A - f_B)$. **С115.** Если $f < 1/2\sqrt{3}$, то равновесие невозможно при любом *Q*; если $1/2\sqrt{3} < f < 1/\sqrt{3}$, то равновесие будет при $2P/3\sqrt{3} \le Q \le 2fP/(1+f\sqrt{3})$; если $f \ge 1/\sqrt{3}$, то равновесие возможно при $2P/3\sqrt{3} \le Q \le P/\sqrt{3}$ **С116.** $x_A = -2P\sqrt{2}/9,\ y_A = -P\sqrt{2}/6,\ z_A = 7P/9,\quad R_C = 2P\sqrt{3}/9,\quad N_B = P\sqrt{2}/6$.

С117. $Q = (R(r(\cos 30^\circ - \sin 30^\circ) - \delta\sin 30^\circ) - P_1\delta)/r,\ R = P_2 r/(f(0{,}6r + 2cf)\cos 30^\circ - 0{,}5r)$. **С118.** $\mathrm{tg}\beta = (2G+Q)\mathrm{tg}\alpha/Q$. **С119.** $(GR + (G+Q)r - \sqrt{r^2(G+Q)^2 - R^2G(G+2Q)})/(G+Q)$.

С120. 1) При вкатывании $P = 2453$ Н; 2) При втягивании $P = 2874$ Н. **С121.** $Qe^{-f(\pi/2+\alpha)} \le T \le Qe^{f(\pi/2+\alpha)}$. **С122.** Не раскатятся, $R_A = 1{,}384P$, $R_B = 2{,}268P$. **С123.** $Q = Pf\cos\alpha/2$.

С124. $f_1 = 0{,}576, f_2 = 0{,}812$. **С125.** $m_2 = 0{,}5m_1$, линия действия силы *F* должна пройти через МЦС звена *AB*, при $AB = l\sqrt{2}$, $AK = l$, $\cos\varphi = \sqrt{0{,}6}$. **С126.** $R_O = m/2a,\ \alpha = 90^\circ$. **С127.** $Y_A = 44$ Н, $X_D = 32\sqrt{3}$ Н. **С128.** $\lambda = (2m+M)g/(c_1+c_2)$. **С129.** $T_1 = P$.

С130. $S_6 = 0$. **С131.** $M > 2PR/3$. **С132.** 1) $\alpha = 30^\circ$, 2) $P_{\min} = Q/\sqrt{65}$, $\mathrm{tg}\beta = 1/8$, $\alpha \approx 32{,}7^\circ$ **С133.** $\mathrm{tg}\alpha = 3\pi p/8P$, $\mathrm{tg}\beta = 3\pi p/8Q$.

С134. $OO_1/OO_2 = 1{,}5$. **С135.** $\cos(AOB) = 1/4$, $\cos(AOC) = -7/8$. **С136.** $P_{\min} = 4Q/3\pi(1-\cos\alpha)$, $x_B = 4Q/3\pi$, $y_B = 2(Q + 4Q/3\pi(1-\cos\alpha))$. **С137.** $Q = 2F$. **С138.** $0{,}17 \le M/\mathrm{Pr} \le 0{,}83$, $f \ge 0{,}175$. **С139.** (123456), (123457), (124567), (234567)

С140. $R = \pi r^2 P/\sin\alpha\ \cos\alpha$, *R* проходит через точку *C* на прямой *AB* ($R \perp AB$), причем $BC = AC\ \mathrm{tg}^2\alpha$. **С141.** $r \le f^2R$.

С142. $\sin\alpha - f\cos\alpha \le P_2r/(P_1R) \le \sin\alpha + f\cos\alpha$. **С143.** $h < 10\delta$ при $f < 0{,}1$ (при $f > 0{,}1$ возможно качение и скольжение одновременно). **С144.** 1) Раскатятся, 2) При абсолютно твердых трубах и поверхности пола количество труб теоретически неограниченно велико, 3) Зависит, так как необходимо преодолеть трение качения и трения скольжения в местах контакта труб, вызванное сопротивлением труб перекатыванию. **С145.** $x_{A1} = -3\sqrt{3}P/8$, $y_{A1} = P/8$, $x_{A2} = 3\sqrt{3}P/8$, $y_{A2} = -5P/8$, $x_{A3} = 0$, $y_{A3} = P/2$. **С146.** $N_A = M/\sqrt{a^2+b^2}$, $N_B = Ma/(a^2+b^2)$, $N_C = Mb/(a^2+b^2)$. **С147.**

$$\sin\alpha_2 = \frac{1-f^2}{1+f^2};\quad \alpha_2 \le \alpha \le \frac{\pi}{2}.$$

С148. $x_B = 2P\cos\alpha$; $R_E = \frac{Q}{2} + \frac{P}{5}\sin\alpha$; $z_B = \frac{Q}{2} + \frac{2}{5}P\cos\alpha$; $y_B = P(\sin\alpha - 2\cos\alpha)$; $y_A = P(\sin\alpha + 2\cos\alpha)$; $z_A = -\frac{P}{5}(\sin\alpha + 2\cos\alpha)$. **С149.** $f \ge 2\sin\varphi/(\pi - 2\cos\varphi)$; $\varphi_1 = \arccos(2/\pi)$ $(f_{\min})_{\max} = 2/\sqrt{\pi^2 - 4}$.

С150. $R_A = P,\ \alpha = 30^\circ$.

С151. $F_A = f_1P_1\left[1 + \frac{f_1(1+f_2\ \mathrm{tg}\alpha)}{(1-f_1f_2)\ \mathrm{tg}\,\alpha - f_1 - f_2}\right] = 0{,}238$ кН.

С152. $T_A = \frac{1}{4}P,\ T_B = \frac{1}{3}P,\ T_C = \frac{5}{12}P$. **С153.** $Q_3 = 12P$.

С154. $R_A = 1{,}09g\rho l^3$. **С155.** $\mathrm{tg}\,\varphi_k = \frac{2Q\cos\alpha}{P(2k-1) - 2Q\sin\alpha}$.

С156. $\mathrm{arctg}\,\frac{1}{2f} \le \alpha \le \frac{\pi}{2};\qquad 0 \le \beta \le \frac{\pi}{2}$. **С157.** $\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{\sqrt{3}}{9}$.

С158. $\mathrm{tg}\delta = \frac{(f^2-1)(e^{-f\alpha} - e^{f\alpha}) - 2f\ \mathrm{tg}\alpha(e^{-f\alpha} + e^{f\alpha})}{(f^2-1)\mathrm{tg}\alpha\ (e^{-f\alpha} + e^{f\alpha}) + 2f(e^{-f\alpha} - e^{f\alpha})}$.

С159. $\varphi = \arccos((1+\sqrt{51})/10)$ **С160.** $a/l \le 4f/\sqrt{1+16f^2}$.

С161. $M = Pa/2 + Q(a - b\cos^3\varphi/2)$. **С162.** При $f > \delta/r$ $4(1-\delta/r) \le \mathrm{tg}\alpha \le 4(1+\delta/r)$. При $f \le \delta/r$ $4(1-f) \le \mathrm{tg}\alpha \le 4(1+f)$. **С163.** $x_C = 2r\cos^3\varphi$, $y_C = r\cos\varphi(2 - \sin 2\varphi)$. **С164.** $f = \sqrt{2}/5$.

С165. $P \le Qa/2h$, $P \le Q/2$, $P \le Qf/\sqrt{1+f^2}$.

C166. $l_{\max} = 8Rf/(1+f^2)$, $f \geq 2-\sqrt{3}$. **C167.** Система сходящихся сил. Из формул равновесия получаются формулы для координаты центра масс. **C168.** $x = l/2$. **C169.** $l = L/2$. **C170.** $\mathrm{tg}\alpha = M\mathrm{tg}\beta/(2m+M)$. **C171.** $T = P\dfrac{b}{a}$ **C172.** $F = \dfrac{4M}{r\sqrt{3}}$.

C173. $F = \dfrac{P\sqrt{6}}{3}$. **C174.** $Q = 4(M_1 + M_3 - 2M_4 + Fa)/a$.**C175.** $P_2(1-2f\mathrm{ctg}\alpha) \leq P_1 \leq P_2(1+2f\mathrm{ctg}\alpha)$. **C176.**

$\dfrac{2P_1+5P_2}{6\sqrt{3}} \leq Q \leq (P_1+P_2)f$, $S = \dfrac{2}{\sqrt{3}}\left(\dfrac{P_1}{2}+P_2-Q\sqrt{3}\right)$.

C177. $S_1 = 2$ кН.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 Зернов Б. С. Сборник задач по теоретической механике. Ч. 1. М-Л., 1980. 172 с.

2 Мещерский И. В. Сборник задач по теоретической механике. М.: Наука, 1986. 448 с.

3 Сборник задач по теоретической механике / Под общ. ред. Н. А. Бражниченко. М.: Высшая школа, 1986. 480 с.

4 Сборник задач по теоретической механике / Под ред. К. С. Колесникова. М.: Наука, 1983. 320 с.

5 Файн А. М. Сборник задач по теоретической механике. М.: Высшая школа, 1978. 189 с.

6 Будник Ф. Г., Зингерман Ю. М., Селенский Е. И. Сборник задач по теоретической механике. М.: Высшая школа, 1987. 176 с.

7 Пятницкий Е. С., Трухан Н. М., Ханукаев Ю. И., Яковенко Г. Н. Сборник задач по теоретической механике / М.: Наука, 1980. 210 с.

8 Попов А. И., Галаев В. И. Олимпиадные задачи по теоретической механике: Учеб. пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001. 84 с.

9 Исмагамбетов М. У., Рощанский В.И. Задачи из конкурсов по основам механики. Акмола: Fылым, 1998. 56 с.

10 Сборник конкурсных задач олимпиад по теоретической механике 1987 - 1998 годов с анализом их решений / Под ред. А. В. Чигарева. Минск: Тэхналогія, 2000. 280 с.

11 Финальный отчет по Всероссийской олимпиаде студентов вузов по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во Комитета по делам молодежи при правительстве Свердловской области, 2000. 76 с.

12 Методические материалы и конкурсные задачи Межреспубликанской олимпиады "Студент и научно-технический прогресс" по теоретической механике 1992 года. Пермь: Изд-во ПГТУ, 1993. 32 с.

13 Методические материалы и конкурсные задачи Всероссийской олимпиады "Студент и научно-технический прогресс" по теоретической механике 1993 года. Пермь: Изд-во ПГТУ, 1994. 26 с.

14 Методические материалы и конкурсные задачи Всероссийской олимпиады "Студент и научно-технический прогресс" по теоретической механике 1994 года. Пермь: Изд-во ПГТУ, 1995. 32 с.

15 Финальный отчет по Всероссийской олимпиаде студентов вузов по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во УрГСХА, 1996. 56 с.

16 Финальный отчет по Всероссийской олимпиаде студентов вузов по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во Комитета по делам молодежи при правительстве Свердловской области, 1997. 68 с.

17 Финальный отчет по Всероссийской олимпиаде студентов вузов по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во Комитета по делам молодежи при правительстве Свердловской области, 1998. 72 с.

18 Финальный отчет по Всероссийской олимпиаде студентов вузов по теоретической механике. Екатеринбург: Изд-во Комитета по делам молодежи при правительстве Свердловской области, 1999. 90 с.