

**Г.А. БАРЫШЕВ, Д.Ю. МУРОМЦЕВ,  
В.В. ОРЛОВ**

**ОСНОВЫ  
АВТОМАТИКИ И  
СИСТЕМЫ  
АВТОМАТИЧЕСКОГО  
УПРАВЛЕНИЯ**

**• ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ •**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ТАМБОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Г.А. БАРЫШЕВ, Д.Ю. МУРОМЦЕВ,  
В.В. ОРЛОВ**

**ОСНОВЫ  
АВТОМАТИКИ И  
СИСТЕМЫ  
АВТОМАТИЧЕСКОГО  
УПРАВЛЕНИЯ**

*Утверждено Ученым советом университета в качестве лабораторного практикума*

Тамбов  
• Издательство ТГТУ •  
2003

УДК 681.5(075)  
ББК 3 965-048 я 73-5  
073

Рецензент  
Доктор технических наук, профессор  
*Р.М. Карапетян*

**Г.А. Барышев, Д.Ю. Муромцев, В.В. Орлов**  
073 Основы автоматике и системы автоматического управления: Лабораторный практикум. Тамбов:  
Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. 80 с.  
ISBN 5-8265-0234-7

В лабораторном практикуме приводятся необходимые сведения по выполнению трех лабораторных работ по дисциплине "Основы автоматики и системы автоматического управления". В лабораторных работах предусматривается выбор стратегии системы управления, идентификация модели динамики объекта управления и анализ оптимального управления. Для выполнения лабораторных работ предполагается использование экспертной системы "Энергосберегающее управление динамическими объектами".

Предназначен для студентов, обучающихся по системе дистанционного образования и экстернате, а также студентов дневной и заочной форм обучения специальности 200800.

УДК 681.5(075)

ББК з 965-048 я 73-5

ISBN 5-8265-0234-7

© Барышев Г.А., Муромцев Д.Ю.,  
Орлов В.В., 2003  
© Тамбовский государственный  
технический университет  
(ТГТУ), 2003

## УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

БАРЫШЕВ Гертруд Алексеевич,  
МУРОМЦЕВ Дмитрий Юрьевич,  
ОРЛОВ Владислав Валерьевич

ОСНОВЫ АВТОМАТИКИ И  
СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО  
УПРАВЛЕНИЯ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Редактор Е. С. Мордасова  
Инженер по компьютерному макетированию Т. А. Сынкова

Подписано к печати 21.04.2003.

Формат 60 × 84/16. Гарнитура Times. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Объем: 4,65 усл. печ. л.; 4,5 уч.-изд. л.

Тираж 200 экз. С. 281

Издательско-полиграфический центр  
Тамбовского государственного технического университета  
392000, Тамбов, ул. Советская, 106, к. 14

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания посвящены получению студентами различных форм обучения теоретических знаний и практических навыков по анализу и синтезу систем оптимального управления различными динамическими объектами. В качестве объектов используются нагревательные установки, электроприводы, физические модели транспортных средств.

Управляющие устройства строятся на современных микропроцессорных средствах с использованием информационных технологий.

Отличительными чертами данных методических указаний являются:

- использование в задачах оптимального управления, решаемых управляющими устройствами, "энергетических" функционалов, т.е. минимизируются затраты энергии или расход топлива при управлении динамическими режимами. Это позволяет полученные студентами знания в последующем использовать для снижения потребления энергоресурсов в различных отраслях народного хозяйства;
- комплектность проводимых исследований при проектировании систем управления начиная с разработки технического задания и выбора стратегии реализации оптимального управления и заканчивая созданием программного обеспечения и тестированием работы микропроцессорного управляющего устройства;
- использование современного математического аппарата анализа и синтеза оптимального управления в сочетании с когнитивной графикой;
- работа в единой информационно-обучающей среде, позволяющей осуществлять дистанционное и другие формы обучения как с помощью "кейс", так и сетевых технологий.

Опыт использования предлагаемой информационно-обучающей среды при выполнении дипломных проектов и диссертационных исследованиях показал ее эффективность в решении реальных задач энергосберегающего управления.

### 1 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для создания эффективных и недорогих систем оптимального управления, соответствующих требованиям современной промышленности, необходимо использование программируемых микропроцессорных устройств, которые могут располагаться автономно или встраиваются в управляемый объект. В качестве объектов управления на практике рассматриваются энергоемкое технологическое оборудование, транспортные средства, бытовая техника, которые значительное время находятся в динамических режимах.

Современные микропроцессорные системы управления (МПСУ) такими объектами включают следующие программно-технические средства: микропроцессорное устройство (МПУ) – универсальная или специализированная микро-ЭВМ, выполняющая роль управляющего устройства, измерительные устройства, исполнительные механизмы, средства сопряжения и связи (интерфейсы). Важными частями МПСУ являются алгоритмическое и программное обеспечения (прикладные программы и системные средства МПУ).

МПСУ обычно являются локальными системами автоматизации, расположенными на нижнем уровне автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП). В зависимости от назначения микропроцессорные системы выполняют функции оптимального управления, автоматического контроля, регулирования, диагностирования, сигнализации, настройки, защиты, сбора, об-

работки технологической информации и передачи ее на более высокие уровни. Энергосберегающая система оптимального управления (далее ЭСУ) с функциональной точки зрения обеспечивает преобразование входной информации, поступающей с пульта управления и от датчиков, установленных на объекте, в управляющие воздействия в соответствии с некоторым алгоритмом оптимального управления, минимизирующим затраты энергии или расход топлива.

Класс применяемых в качестве МПУ вычислительных средств и их характеристики (быстродействие, объем оперативной памяти и пр.) зависят от сложности алгоритма оптимального управления. При традиционном подходе к решению задачи оптимального управления (ЗОУ) алгоритмы исключительно сложны, это является одним из сдерживающих факторов широкого внедрения ЭСУ. В то же время существует большое количество энергоемких объектов в промышленности, внедрение ЭСУ на которых может дать значительную экономию энергии в динамических режимах и позволит выйти на новый качественный уровень производства. При этом экономически приемлемым может быть создание ЭСУ с низкой стоимостью, которая в основном зависит от цены МПУ и затрат на разработку программы управления, т.е. от наличия технологии оперативного проектирования.

Функциональные возможности ЭСУ определяются рядом факторов, основными из них являются модель объекта управления, вид минимизируемого функционала, стратегия реализации оптимального управления и ограничения на переменные в ЗОУ. При рассмотрении модели объекта управления важное значение имеют размерность вектора фазовых координат, линейность (нелинейность) оператора и т.д. в качестве функционалов в ЭСУ наиболее часто используются затраты энергии или расход топлива.

К основным вычислительным задачам, решаемых ЭСУ, относятся идентификация математической модели объекта управления и условий задачи оптимального управления, анализ и синтез оптимального управления (ОУ) на множестве состояний функционирования.

Технические возможности современных микропроцессорных управляющих устройств при управлении динамическими режимами объектов используются далеко не полностью. Практически нет систем оптимального управления (СОУ), которые обеспечивают синтез в реальном масштабе времени энергосберегающих управляющих воздействий при изменениях состояний функционирования.

В задачах управления с энергетическими функционалами (затраты энергии, расход топлива и т.п.) на этапе анализа для определения оптимальных программ широко используется принцип максимума [1]. Однако применение этого метода для пересчета оптимальных программ в случае изменения исходных данных на временном интервале управления, а также при моделях динамики объекта в виде дифференциальных уравнений с разрывной правой частью встречает серьезные трудности. Большие вычислительные проблемы возникают также при расчете оптимального управления (ОУ) методом динамического программирования [2], как в случае численного решения задач, так и при аналитическом выводе синтезирующих функций. Весьма удобными в вычислительном отношении являются методы аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР), в частности, алгоритмы Летова-Калмана, А.А. Красовского [3 – 5] и др. Однако здесь имеются проблемы, связанные с учетом ограничений на управление, кроме того, функции ОУ, пропорциональные отклонениям фазовых координат от заданных значений, во многих случаях не являются оптимальными относительно энергетики.

Каждый из рассмотренных методов в отдельности не дает возможности оперативно разрабатывать алгоритмическое обеспечение для управляющего устройства, которое в зависимости от обстоятельств могло бы реализовать ОУ в соответствии с программой или позиционной стратегией. Такая задача становится разрешимой применительно к широкому классу объектов, в том числе динамика которых с достаточной точностью описывается дифференциальными уравнениями с разрывной правой частью, если принцип максимума и динамическое программирование использовать совместно с методом синтезирующих переменных [6, 7]. Последний метод позволяет оперативно определять вид и параметры функции ОУ непосредственно для задаваемого массива исходных данных – параметров модели объекта, ограничений на управление текущего и конечного значений вектора фазовых координат и др.

Пусть модель динамики нелинейного объекта в диапазоне изменения вектора фазовых координат можно рассматривать как многостадийную, т.е. представить дифференциальным уравнением с разрывной правой частью вида

$$\dot{z} = \begin{cases} A_1 z(t) + B_1 u(t), & z_i \in [z_i^0, z_i^{n1}]; \\ \dots \\ A_k z(t) + B_k u(t), & z_i \in [z_i^{nk-1}, z_i^k], \end{cases} \quad (1.1)$$

здесь  $z$ ,  $z_i$  –  $n$ -вектор фазовых координат и  $i$ -ая ведущая его компонента соответственно;  $z^0$ ,  $z^k$  – начальное и конечное значения вектора  $z$ ;  $z_i^{nj-1}$ ,  $z_i^{nj}$  – границы  $j$ -ой стадии или зоны;  $A_j$ ,  $B_j$ ,  $j = \overline{1, k}$  – матрицы параметров;  $u$  – скалярное управление.

Модель (1.1) используется для широкого класса тепловых объектов, машин и аппаратов с электроприводами, транспортных средств и др. [8, 9]. В качестве ведущей компоненты  $z_i$  для тепловых объектов обычно рассматривается температура, для электроприводов и транспортных средств – скорость.

Объект с моделью (1.1) за фиксированный интервал времени  $[t_0, t_k]$  должен быть переведен из заданного начального состояния  $z^0$  в конечное  $z^k$ , т.е.

$$z(t_0) = z^0, \quad z(t_k) = z^k. \quad (1.2)$$

На управление наложены ограничения

$$\forall t \in [t_{nj-1}, t_{nj}]: \quad u(t) \in [u_{nj}, u_{\overline{nj}}], \quad j = \overline{1, k}, \quad (1.3)$$

где  $t_{nj}^{\Delta} = t(z_i^{nj})$  – момент времени "переключения" с  $j$ -ой стадии на  $(j+1)$ -ую;  $u_{nj}$ ,  $u_{\overline{nj}}$  – нижняя и верхняя границы управления для  $j$ -ой стадии.

В точках "переключения" должно выполняться условие неразрывности "ведущей" координат  $z_i$ , т.е.  $z_i(t_{nj} - 0) = z_i(t_{nj} + 0)$ , и ограничения на разрыв остальных фазовых координат

$$|z_v(t_{nj} - 0) - z_v(t_{nj} + 0)| \leq \Delta z_v, \quad v = \overline{i+1, n}; \quad j = \overline{1, k-1}. \quad (1.4)$$

Минимизируется энергетический функционал

$$I = \int_{t_0}^{t_k} f_0(u(t)) dt, \quad (1.5)$$

например,

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt. \quad (1.5a)$$

Требуется найти оптимальную программу

$$u^*(\circ) = (u_{(1)}^*(t), t \in [t_0, t_{n1}^*]; \dots; u_{(k)}^*(t), t \in [t_{nk-1}^*, t_k]), \quad (1.6)$$

т.е. определить виды функций  $u_{(j)}^*(t)$ , рассчитать их параметры, моменты переключения  $t_{nj}^*$  и значения  $z_v^{nj*}$ , при которых выполняются условия (ограничения) (1.1) – (1.4) и функционал (1.5) минимален.

Массив исходных данных задачи (1.1)-(1.6) имеет вид

$$R = (A_1, \dots, A_k, B_1, \dots, B_k, u_{n1}, u_{\overline{n1}}, \dots, u_{nk}, u_{\overline{nk}}, z^0, z_i^{n1}, \dots, z_i^{nk-1}, z^k, dz_{i+1}, \dots, dz_n, t_0, t_k). \quad (1.7)$$

Задачу расчета за допустимое время управления (1.6) по исходным данным (1.7) будем называть задачей оперативного синтеза программного ОУ и сокращенно обозначать ЗОУПр. Важной особенностью

данной задачи является то, что наряду с определением видов и параметров функций  $u_{(j)}^*(t), j = \overline{1, k-1}$  рассчитываются оптимальные значения  $t_{ij}^*$  и  $z_v^{ij*}$ . Рассчитанную оптимальную программу  $u^*(\cdot)$  реализует управляющее устройство, в котором не учитывается информация о текущем значении вектора  $z$ . При наличии существенных возмущающих воздействий программная стратегия не обеспечивает конечной цели управления, т.е. достижения объектом заданного состояния  $z^k$  в требуемый момент времени  $t_k$ . В этих условиях предпочтительнее использовать позиционную стратегию реализации ОУ.

Для СОУ с обратной связью по  $z$  вместо оптимальной программы (1.6) определяется  $k$  синтезирующих функций  $S_{(j)}(z(t); \tau; R_j)$ , в соответствии с которыми рассчитываются оптимальные управляющие воздействия в зависимости от текущего значения фазовых координат  $z(t)$  и остаточного времени  $\tau_j = t_{ij}^* - t$  при исходных данных соответствующей стадии, т.е.

$$u^*(t) = \begin{cases} S_{(1)}(z(t), \tau_1; R_1), & z_i \in [z_i^0, z_i^1]; \\ \dots & \\ S_{(k)}(z(t), \tau_k; R_k), & z_i \in [z_i^{k-1}, z_i^k], \end{cases} \quad (1.8)$$

где

$$R_j = (A_j, B_j, u_{vj}, u_{vj}, z^{vj-1}, z^{vj}, t_{vj-1}^*, t_{vj}^*), \quad j = \overline{1, k}. \quad (1.9)$$

Вид и параметры синтезирующей функции  $S_{(j)}$  для  $j$ -ой стадии зависят от массива данных  $R_j$ , т.е. предполагается, что при определении  $S_{(j)}$  решается ЗОУ с закрепленными концами траектории изменения фазовых координат, фиксированным временным интервалом и ограничением на управление. Задачу определения по данным (1.7) синтезирующих функций  $S_{(j)}, j = \overline{1, k}$  (см. (1.8)) назовем задачей синтеза ОУ, реализуемого с помощью позиционной стратегии, или коротко ЗОУПз.

Наряду с задачами ЗОУПр и ЗОУПз, для которых временной интервал  $[t_0, t_k]$  фиксирован, большую роль для практики имеют задачи оптимального регулирования (ЗОР), когда вместо общей модели (1.1) используется одна из ее частей и время  $t_k$  не фиксировано. Например, ЗОР решается для  $k$ -ой зоны (задача стабилизации после выхода на требуемый режим). В этом случае задается массив

$$R_k = (A_k, B_k, u_{nk}, u_{nk}, y_0, y_k, t_0), \quad (1.10)$$

здесь  $y_0, y_k$  – начальное (в момент отклонения  $t_0$ ) и конечное (заданное) значения регулируемой величины  $y$ .

По массиву (1.10) определяется синтезирующая функция для расчета управляющих воздействий в текущие моменты времени, т.е.

$$u^*(t) = S(y(t), \tau; R_k, t_k^{(*)}), \quad \tau = t_k^{(*)} - t, \quad (1.11)$$

здесь  $t_k^{(*)}$  – время устранения отклонения  $y(t)$  от  $y_k$  до требуемой величины.

Время  $t_k^{(*)}$  может определяться в зависимости от разности  $|y_k - y_0|$ .

В сформулированных ЗОУПр, ЗОУПз и ЗОР могут присутствовать дополнительные ограничения, например, на лимит энергии, который нельзя перерасходовать за время  $[t_0, t_k]$ , на максимальную скорость или ускорение движения объекта и т.д.

Покажем, что комбинация принципа максимума, динамического программирования и метода синтезирующих переменных позволяет оперативно решать данные задачи и разрабатывать алгоритмы для управляющих устройств.

*Определение 1.* Модель (1.1) назовем однородной, если вектор  $z$  имеет одинаковую размерность для всех  $k$  стадий и полностью однородной, если матрицы  $A_j, B_j, j = \overline{1, k}$  различаются только значениями параметров.

В случае, если размерность  $n$  вектора  $z$  на разных стадиях неодинакова, то модель (1.1) называется неоднородной.

Например, модель с  $n = 2, k = 4$  и матрицами



$$A_j = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1(j) & a_2(j) \end{pmatrix}, B_j = \begin{pmatrix} 0 \\ b_j \end{pmatrix}, j = \overline{1, k},$$

полностью однородная.

*Определение 2.* Задачу (1.1) – (1.6) назовем общей задачей оптимального управления, а задачу для  $j$ -ой стадии при исходных данных

$$R_j = (A_j, B_j, u_{nj}, u_{vj}, z^{nj-1}, z^{nj}, t_{nj-1}, t_{nj}) \quad (1.12)$$

– частной ЗОУ.

*Определение 3.* Если для частной ЗОУ определены возможные виды функций ОУ, получены соотношения для границ областей видов ОУ в пространстве синтезирующих переменных и алгоритмы расчета ее параметров, то будем говорить, что выполнен полный анализ ОУ на множестве состояний функционирования (МСФ).

*Определение 4.* Метод решения ЗОУ (1.1) – (1.6), предусматривающий определение возможных видов функций ОУ на основе принципа максимума, расчет оптимальных моментов переключения и значений фазовых координат в точках стыковки зон методом динамического программирования, а расчет ОУ для частных задач при любых исходных данных (1.12) – методом синтезирующих переменных, назовем комбинированным.

*Определение 5.* В зависимости от характера задания конечного времени  $t$  в ЗОУ (1.1) – (1.6) возможны четыре случая: 1) время  $t_k$  фиксировано (ЗОУ ( $t_k$ )); 2) время  $t_k$  не фиксировано (ЗОУ ( $t_k < \infty$ )); 3) время  $t_k$  ограничено сверху значением  $t_{гр}$  (ЗОУ ( $t_{гр}$ )); 4) время  $t_k$  задано интервалом  $[t_k^H, t_k^B]$  (ЗОУ ( $t_k^H, t_k^B$ )).

При решении сформулированных задач примем следующие допущения: 1) для частных ЗОУ выполнен полный анализ оптимального управления на МСФ; 2) минимизируемый функционал характеризует затраты энергии (см. (1.5а)); 3) модель (1.1) динамики объекта однородная; 4) для всех стадий матрицы управляемости имеют ранг  $n$ ; 5) собственные числа матриц  $A_j, j = \overline{1, k}$  вещественные и различные.

Время перевода объекта из состояния  $z^{nj-1}$  в  $z^{nj}$ , получающееся в результате решения задачи оптимального быстрогодействия для условий  $j$ -ой стадии (см. (2.1)) обозначим  $\Delta t_{\bar{oj}}$ . Заметим, что здесь в качестве  $z^{nj-1}$  рассматривается значение вектора  $z$  в результате решения задачи для  $(j-1)$ -й стадии.

*Утверждение 1.* Если для всех стадий решения задач быстрогодействия существуют, то решение общей ЗОУ ( $t_k < \infty$ ) (при функционале (1.5а)) также существует, ЗОУ ( $t_k$ ) имеет решение, если выполняется условие

$$\sum_{j=1}^k \Delta t_{\bar{oj}} \leq (t_k - t_0), \quad (1.13)$$

для ЗОУ ( $t_{гр}$ ) должно выполняться условие

$$\sum_{j=1}^k \Delta t_{\bar{oj}} \leq t_{гр} - t_0, \quad (1.13a)$$

и для ЗОУ ( $t_k^H, t_k^B$ )

$$\sum_{j=1}^k \Delta t_{6j} \leq t_k^B - t_0. \quad (1.136)$$

Существование решения всех четырех видов ЗОУ следует из процедуры расчета  $\Delta t_{6j}$ ,  $j = \overline{2, k}$ . Действительно, в результате решения задачи оптимального быстрогодействия определяются  $\Delta t_{61}$  и  $z_i^{n1}(t_0 + \Delta t_{61})$ , причем ведущая компонента  $z_i$  здесь соответствует верхней границе для первой стадии, т.е.  $z_i^{n1}$  в модели (1.1). Значение вектора  $z^{n1}(t_0 + \Delta t_{61})$  рассматривается как начальное для второй стадии и т.д. Таким образом, получается одно из допустимых решений задачи с исходными данными (1.7).

*Определение 6.* Значения  $t_{nj}$ ,  $z_v^{nj}$ ,  $j = \overline{1, k-1}$ ,  $v \in \{1, \dots, n\} \setminus i$ , которые могут изменяться при решении общей ЗОУ, назовем варьируемыми параметрами переключения.

*Утверждение 2.* Если решение общей ЗОУ (1.1) – (1.6) существует и при расчете программного управления  $u^{(\circ)} = (u(t), t \in [t_0, t_k])$  значения варьируемых параметров определены методом динамического программирования, а управления  $u_{(j)}(t)$  для частных задач получены с помощью принципа максимума, то программа  $u^{(\circ)}$  является оптимальной для задач ЗОУ( $t_k$ ), ЗОУ( $t_k < \infty$ ), ЗОУ( $t_{rp}$ ), ЗОУ( $t_k^n, t_k^B$ ).

Действительно, функционал (1.5а) в соответствии с моделью (1.1) можно записать в виде

$$I_{\circ} = \int_{t_0}^{t_{n1}} u_{(1)}^2(t/z_v^{n1})dt + \dots + \int_{t_{nk-1}}^{t_k} u_{(k)}^2(t/z_v^{nk-1})dt \rightarrow \min_{u_{(j)}(t), t_{nj}, z_v^{nj}}, \quad (1.14)$$

и для расчета  $u^{(\circ)}$  необходимо найти  $u_{(j)}^*(t)$ ,  $j = \overline{1, k}$ ,  $t_{nj}^*$ ,  $z_v^{nj*}$ ,  $j = \overline{1, k-1}$ ,  $v \in \{1, \dots, n\} \setminus i$ .

Так как значения параметров переключения  $t_{nj}^*$ ,  $z_v^{nj*}$ , рассчитанные методом динамического программирования, не могут быть улучшены, а функции  $u_j^*(t)$  являются решениями частных ЗОУ, то найденная программа (1.6) оптимальна.

*Следствие утверждения 2.* Оптимальная программа (1.6), в которой значения варьируемых параметров определены методом динамического программирования, а функции  $u_{(j)}^*(t)$ ,  $j = \overline{1, k}$  – методом синтезирующих переменных, – оптимальна.

Это следует из того, что при создании вычислительного пространства решения частных ЗОУ методом синтезирующих переменных виды функций оптимального управления определяются с помощью принципа максимума.

Алгоритм, реализующий комбинированный метод решения ЗОУ ( $t_k$ ), включает следующие этапы.

- 1 Для частных ЗОУ определяются времена максимального быстрогодействия  $\Delta t_{6j}$ ,  $j = \overline{1, k}$ .
- 2 Проверяется выполнение условия существования решения ЗОУ в соответствии с утверждением 1. Если решение существует, вычисляется временной ресурс, который может быть распределен между стадиями, т.е.

$$\tau = \begin{cases} (t_k - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{6j} & \text{для ЗОУ}(t_k); \\ (t_{rp} - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{6j} & \text{для ЗОУ}(t_{rp}); \\ (t_k^B - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{6j} & \text{для ЗОУ}(t_k^n, t_k^B). \end{cases} \quad (1.15)$$

Для ЗОУ ( $t_k < \infty$ ) назначается время  $t_{rp}$  и она решается как ЗОУ ( $t_{rp}$ ). В зависимости от величины ресурса  $\tau$  выбирается временной шаг  $\Delta t$  для распределения ресурса методом динамического программирования.

3 С учетом решения задач быстродействия и заданных  $z^0, z^k$  определяются ресурсы для изменения варьируемых параметров переключения  $z_v^{ij}$  (см. определение 6) и шаги  $\Delta z_v$ .

4 Методом динамического программирования определяются значения  $t_{ij}^*, z_v^{ij*}, j = \overline{1, k-1}, v \in \{1, \dots, n\} \setminus i$ . При этом на каждом шаге изменения параметров переключения решаются частных ЗОУ методом синтезирующих переменных.

Наиболее трудоемкие вычислительные операции комбинированного метода связаны с определением вида функций ОУ, расчетом ее параметров и значений функционалов. Метод динамического программирования требует многократного выполнения этих операций и запоминания значительной части результатов вычислений. Поэтому для оперативного решения ЗОУ важно использовать некоторые особенности исходных данных, позволяющие сократить объем вычислений и даже не использовать процедуры динамического программирования. Покажем это на примере модели (1.1), состоящей из дифференциальных уравнений первого порядка.

*Определение 7.* Если решаются ЗОУ( $t_k$ ), ЗОУ( $t_{гр}$ ), ЗОУ( $t_n, t_b$ ), то при выбранном шаге  $\Delta t$  возможны следующие случаи изменения функционалов  $I_{ij}$  стадий. При увеличении времени управления  $[t_{ij-1}, t_{ij}]$ , возможны следующие случаи зависимостей  $I_{ij}(\Delta t_{ij} + q\Delta t)$ ,  $q = 1, 2, \dots, m : 1$  для всех стадий эти зависимости монотонно возрастающие; 2) для всех стадий зависимости монотонно убывающие; 3) для части стадий зависимости монотонно возрастающие, для других – убывающие; 4) для отдельных стадий зависимости носят экстремальный характер.

*Утверждение 3.* 1) Если решение ЗОУ существует и все стадии характеризуются возрастанием функционалов  $I_{ij}$ , то оптимальные моменты переключения для ЗОУ ( $t_{гр}$ ) и ЗОУ( $t_k$ ) равны

$$t_{п1}^* = t_0 + \Delta t_{\delta 1}, \quad t_{ij}^* = t_{ij-1}^* + \Delta t_{\delta j}, \quad j = \overline{2, k-1}, \quad (1.16)$$

рассчитанные по формулам (1.16) значения  $t_{ij}^*$  могут использоваться и для ЗОУ ( $t_k^H, t_k^B$ ) при выполнении условия

$$t_{пк-1}^* \in [t_k^H, t_k^B]. \quad (1.17)$$

2) Если для  $k_3$  стадий функционал с увеличением времени возрастает, а для  $k_3$  стадий имеет экстремальный характер ( $k_b + k_3 = k$ ), то для ЗОУ ( $t_k$ ) моменты переключения стадий с возрастанием определяются по формулам (1.16), а для стадий с экстремумами при времени  $t_{ij-1} + \Delta t_m$

$$t_{ij}^* = t_{ij-1}^* + \Delta t_m, \quad (1.18)$$

формулы (1.16), (1.18) могут использоваться для ЗОУ ( $t_{гр}$ ) при выполнении условий

$$t_{п,к-1}^* + \Delta t_{\delta k} \leq t_{гр}, \quad (1.19a)$$

если  $k$ -ая стадия с возрастанием,

или 
$$t_{п,к-1}^* + \Delta t_m \leq t_{гр}, \quad (1.19б)$$

если  $k$ -ая стадия с экстремумом;

для ЗОУ ( $t_k^H, t_k^B$ ) условия, аналогичные (1.19a), (1.19б), соответственно имеют вид (1.17) или

$$t_{п,к-1}^* + \Delta t_m \in [t_k^H, t_k^B]. \quad (1.20)$$

Данное утверждение нетрудно доказать от противного.

Применение комбинированного метода позволяет значительно сократить объем вычислений по сравнению с обычной схемой динамического программирования. В предположении одинакового числа шагов сетки  $m$  по времени и фазовым координатам количество решений задач уменьшается в  $m((k-2)m^n + 2)/((k-2)m^{n-1} + 2) \approx m^2$  раз.

Как уже отмечалось, для реализации комбинированного метода должен быть выполнен полный анализ оптимального управления на множестве состояний функционирования, т.е. создана вычислительная среда.

В качестве примера рассмотрим создание вычислительной среды для объекта, динамика которого на всех стадиях описывается линейными дифференциальными уравнениями первого порядка.

Обозначим через  $R, T, L, U^*$  множества соответственно значений массива исходных данных  $R$ , задаваемых временных интервалов управления  $(t_k - t_0)$ , значений вектора синтезирующих переменных  $L$  и функций ОУ  $u^*(t)$ , а через  $\varphi$  и  $\psi$  – отображения  $R \times T$  в  $L$  и  $L$  в  $U^*$ .

*Лемма 1.* Если для  $k$ -стадийной ЗОУПр с исходными данными

$$R = (R_j, j = \overline{1; k}, t_0, t_k), \quad R_j = (a_j, b_j, z_{j-1}, z_j, u_{Bj}, u_{Bj}), \quad (1.21)$$

$$z(t_0) = z_0; \quad z(t_k) = z_k,$$

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min$$

выполнены условия:

а) на монотонность увеличения границ стадий, т.е.

$$z_0 < z_1 < \dots < z_{k-1} < z_k; \quad (1.22)$$

б) наличие временного ресурса

$$\tau = (t_k - t_0) - \sum_{i=1}^k \frac{1}{a_i} \ln \frac{a_i z_i + b_i u_{Bi}}{a_i z_{i-1} + b_i u_{Bi}} \geq 0; \quad (1.23)$$

в) однозначность отображений

$$\varphi: R \times T \rightarrow L, \quad \psi: L \rightarrow U^*, \quad (1.24)$$

то оптимальная программа

$$u^*(\cdot) = (u_1^*(t), t \in [t_0, t_1^*]); \dots; (u_k^*(t), t \in [t_{k-1}, t_k]) \quad (1.25)$$

с

$$z(t_1^*) = z_1, \dots, z(t_{k-1}^*) = z_{k-1}, z(t_k) = z_k$$

существует и определяется кортежем значений синтезирующих переменных

$$L^* = (L_1(\Delta t_1^*), \dots, L_k(\Delta t_k^*)), \quad \sum_{i=1}^k \Delta t_i^* = (t_k - t_0), \quad (1.26)$$

в котором оптимальные временные интервалы  $\Delta t_i^*$  определены методом динамического программирования, при этом виды функций  $U_i^*(t)$  и их параметры рассчитываются по значениям  $L_i(\Delta t_i^*)$  методом синтезирующих переменных.

*Доказательство.* Существование решения задачи (1.21) определяется выполнением условия (1.23), в котором сумма представляет собой минимальное время, необходимое для перевода объекта из состояния  $z_0$  в  $z_k$ . Для этого решается задача максимального быстродействия применительно к каждой стадии. Действительно, для первой стадии из условий

$$z(t_{61}) = z_0 e^{a_1(t_{61}-t_0)} + \int_{t_0}^{t_{61}} e^{a_1(t_{61}-t)} b_1 u_{B1} dt, \quad z(t_{61}) = z_1$$

получаем

$$t_{61} - t_0 = \frac{1}{a_1} \ln \frac{a_1 z_1 + b_1 u_{B1}}{a_1 z_0 + b_1 u_{B1}}. \quad (1.27)$$

Аналогично для второй стадии

$$t_{62} - t_{61} = \frac{1}{a_2} \ln \frac{a_2 z_2 + b_2 u_{B2}}{a_2 z_1 + b_2 u_{B2}}$$

и т.д.

**СЛЕДОВАТЕЛЬНО, ЕСЛИ ВЫПОЛНЯЕТСЯ УСЛОВИЕ (4.3), Т.Е.**

$$(t_k - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{6j} \geq 0, \quad \Delta t_{6j} = t_{6j} - t_{6j-1},$$

то решение задачи существует.

Для нахождения программы  $u^*$  (о) требуется одновременно решать две связанные между собой задачи: 1) оптимально распределить между стадиями временной ресурс  $\tau$ , т.е. рассчитать моменты переключения  $t_j^*$ ,  $j = \overline{1, k-1}$ ; 2) найти функции оптимального управления для частных ЗОУ  $u_j^*(t)$ ,  $j = \overline{1, k}$ , т.е. определить их виды и параметры.

Функционал  $I_3$  в задаче (1.21) можно представить суммой частных затрат энергии на отдельных стадиях, т.е.

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_{61+\tau_1}} u_1^2(t) dt + \int_{t_{61+\tau_1}}^{t_{62+\tau_1+\tau_2}} u_2^2(t) dt + \dots + \int_{t_{6k+\tau-\tau_k}}^{t_k} u_k^2(t) dt = \\ = I_1(\Delta t_{61} + \tau_1, R_1) + I_2(\Delta t_{62} + \tau_2, R_2) + \dots + I_k(\Delta t_{6k} + \tau_k, R_k), \quad (1.28)$$

здесь

$$\sum_{j=1}^k \tau_j = \tau, \quad \tau_j \geq 0, \quad j = \overline{1, k}.$$

В соответствии с (4.4) значение  $u_j^*(t)$  определяется вектором  $L_j(\Delta t_{6j} + \tau_j)$  или, для сокращения записи,  $L_j(\tau_j)$ . В этом случае

$$I_3 = I_1(L_1(\tau_1)) + I_2(L_2(\tau_2)) + \dots + I_k(L_k(\tau_k)). \quad (1.28a)$$

Для функционала (4.8a) можно записать функциональное уравнение динамического программирования

$$f_N(\tau) = \min_{\tau_N \in [0, \tau]} [I_N(L_N(\tau_N)) + f_{N-1}(\tau - \tau_N)], \quad N = 2, 3, \dots, k, \quad \theta \in [0, \tau], \quad (1.29)$$

$$f_1(\theta) = I_1(L_1(\theta)),$$

здесь  $f_N(\tau)$  – минимум затрат энергии при оптимальном распределении  $\tau$  по  $N$  – стадиям,  $I_N$  – затраты энергии на  $N$ -ой стадии.

В целях сохранения обычной вычислительной схемы динамического программирования в (1.28), когда  $N = 1$ , то  $f_1, I_1, L_1$  соответствуют  $k$ -ой стадии ЗОУ (1.21) и т.д.

Чтобы показать, что полученный с помощью процедуры (1.29) вектор

$$(L_1(\tau_1^*), L_2(\tau_2^*), \dots, L_k(\tau_k^*)) \quad (1.30)$$

определяет ОУ (4.5) и соответственно минимум затрат  $I_j^*$  на перевод объекта из состояния  $z(t_0) = z_0$  в  $z(t_k) = z_k$ , необходимо и достаточно выполнение условий: во-первых,

$$\sum_{j=1}^k \tau_j^* = \tau, \quad \tau_j^* \geq 0, \quad j = \overline{1, k}; \quad (1.31)$$

во-вторых, управление  $u_j(\circ) = (u_j(t), t \in [t_{j-1}^*, t_j^*])$ , соответствующее значению  $L_j(\tau_j^*)$ , существует и является оптимальным, т.е. выполняется отображение

$$\psi : L_j(\tau_j^*) \rightarrow u_j^*(\circ). \quad (1.32)$$

Условие (4.11) выполняется в соответствии с уравнением (1.29).

Для исходных данных  $R_j$  и фиксированного временного интервала  $[t_{j-1}^*, t_j^*]$  ОУ всегда существует, так как  $(t_j^* - t_{j-1}^*) \geq \Delta t_{\delta j}$ .

Покажем, что если для  $L_j(\tau_j^*)$  управление существует, то оно оптимально. Для этого создается вычислительная среда, которая обеспечивает в реальном времени по задаваемым значениям  $R_j$  и  $[t_{j-1}^*, t_j^*]$  решение следующих задач: расчет времени оптимального быстрогодействия  $\Delta t_{\delta j}$ ; расчет значения вектора синтезирующих переменных  $L_j$ ; определение по значению  $L_j$  вида функции ОУ  $u_j^*(t)$ ; расчет с использованием вектора  $L_j$  параметров функции  $u_j^*(t)$  и значение частного функционала  $I_j$ .

Для этого вычислительная среда включает: формулы расчета вектора  $L$ , соотношения для границ областей видов функций ОУ, расчета параметров функций ОУ и функционала  $I$ , а также времени максимального быстрогодействия.

*Лемма 2.* Если для частной ЗОУ (1.21) с исходными данными  $R_j$  и  $[t_{j-1}^*, t_j^*]$  в качестве синтезирующих переменных взять

$$\ell_j = \frac{4}{b_j \Delta u_j \Delta t_j} (z_j - z_{j-1} e^{a_j \Delta t_j}) + \frac{2(u_{vj} + u_{hj})}{a_j \Delta u_j \Delta t_j} (1 - e^{a_j \Delta t_j}),$$

$$\alpha_j = \frac{1}{2} a_j \Delta t_j; \quad \Delta t_j = t_j - t_{j-1}, \quad \Delta u_j = u_{vj} - u_{hj},$$

то они однозначно определяют существования решения ЗОУ, вид и параметры ОУ  $u_j^*(t)$ , при этом основные соотношения вычислительного пространства следующие (индекс  $j$  у  $\ell_j$  и  $\alpha_j$  для сокращения в соотношениях опущен):

1) условие существования решения ЗОУ

$$g_H(\alpha) \leq \ell \leq g_B(\alpha),$$

$$g_H(\alpha) = \frac{1}{\alpha} (1 - e^{2\alpha}), \quad g_B(\alpha) = \frac{1}{\alpha} (e^{2\alpha} - 1);$$

2) границы видов функций ОУ  $u_{(i)}^*(t), i=1, 2, \dots, 6$  для случая  $a < 0$ :

$$u_{(1)}^*(t) = d_1 e^{-at}, \quad t \in [t_0, t_k], \quad d_1 > 0,$$

$$\alpha < 0, \quad 0 < \ell \leq g_1(\alpha); \quad g_1(\alpha) = \frac{1}{2\alpha}(e^{4\alpha} - 1);$$

$$u_{(2)}^*(t) = d_2 e^{-at}, \quad t \in [t_0, t_k], \quad d_2 < 0,$$

$$\alpha < 0; \quad g_2(\alpha) \leq \ell < 0; \quad g_2(\alpha) = \frac{1}{2\alpha}(1 - e^{4\alpha});$$

$$u_{(3)}^*(t) = \begin{cases} d_3 e^{-at}, & t \in [t_0, t_3), \\ u_H, & t \in [t_3, t_k], \end{cases} \quad d_3 > 0,$$

$$\alpha < 0; \quad g_1(\alpha) < \ell < g_B(\alpha);$$

$$u_{(4)}^*(t) = \begin{cases} d_4 e^{-at}, & t \in [t_0, t_4), \\ u_H, & t \in [t_4, t_k], \end{cases} \quad d_4 > 0,$$

$$\alpha < 0; \quad g_H(\alpha) < \ell < g_2(\alpha);$$

$$u_{(5)}^*(t) = u_B, \quad t \in [t_0, t_k], \quad d_5 > 0,$$

$$\alpha < 0; \quad \ell = g_B(\alpha);$$

$$u_{(6)}^*(t) = u_H, \quad t \in [t_0, t_k],$$

$$\alpha < 0; \quad \ell = g_H(\alpha);$$

3) расчет параметров ОУ

$$d_1 = d_2 = \frac{\alpha \ell \Delta u}{e^{2\alpha} - e^{-2\alpha}};$$

$$d_3 = \left( (\alpha \ell + 1) e^{-2\alpha} (\pm) \sqrt{(\alpha \ell + 1)^2 e^{-4\alpha} - 1} \right) \frac{\Delta u}{2} \in [0; u_B],$$

$$t_3 = t_0 + \frac{\Delta t}{2\alpha} \ln \frac{2d_3}{\Delta u};$$

$$d_4 = \left( (\alpha \ell - 1) e^{-2\alpha} (\pm) \sqrt{(\alpha \ell + 1)^2 e^{-4\alpha} - 1} \right) \frac{\Delta u}{2} \in [u_H; u_B],$$

$$t_4 = t_0 + \frac{\Delta t}{2\alpha} \ln \frac{2d_4}{\Delta u};$$

4) расчет времени быстроедействия

$$\ell > 0: \quad \Delta t_6 = \frac{1}{a} \ln \frac{az_k + bu_B}{az_0 + bu_B};$$

$$\ell < 0: \quad \Delta t_{\bar{6}} = \frac{1}{a} \ln \frac{az_{\kappa} + bu_{\text{H}}}{az_0 + bu_{\text{H}}};$$

5) расчет функционалов для разных видов функций ОУ

$$I_{(i)} = \frac{d_i^2}{-2a} (e^{-2at_0} - e^{-2at_{\kappa}}), \quad i = 1, 2;$$

$$I_{(3)} = \frac{d_3^2}{2a} (e^{-2at_0} - e^{-2at_3}) + u_{\text{B}}^2(t_{\kappa} - t_3);$$

$$I_{(4)} = \frac{d_4^2}{2a} (e^{-2at_0} - e^{-2at_4}) + u_{\text{H}}^2(t_{\kappa} - t_4);$$

$$I_{(5)} = u_{\text{B}}^2(t_{\kappa} - t_0), \quad I_{(6)} = u_{\text{H}}^2(t_{\kappa} - t_0).$$

5 Численный пример. Рассмотрим решение комбинированным методом ЗОУ( $t_{\kappa}$ ) со следующими данными:

$$z = \begin{cases} -0,15z(t) + 0,6u(t), & z \in [20; 40], \\ -0,10z(t) + 0,5u(t), & z \in [40; 70], \\ -0,08z(t) + 0,6u(t), & z \in [70; 90], \end{cases} \quad (1.33)$$

$$z(t_0 = 0) = z^0 = 20; \quad z(t_{\kappa} = 26,37) = z^{\kappa} = 90;$$

$$\forall t \in [0; 26,37]: \quad u(t) \in [-20; 20];$$

$$I = \int_{t_{\kappa}}^{t_0} u^2(t) dt \rightarrow \min.$$

Требуется определить оптимальную программу изменения ОУ

$$u^*(\circ) = \left( u_1^*(t), t \in [0, t_1^*]; u_2^*(t), t \in [t_1^*; t_2^*]; u_3^*(t), t \in [t_2^*; 26,37] \right),$$

$$z^*(\circ) = (z^*(t), t \in [0; 26,37]) \quad \text{и} \quad I_3^*.$$

Заметим, что приведенная модель (1.33) соответствует тепловому объекту в виде емкости с жидкостью и здесь  $z$  – усредненная температура нагреваемого тела.

Времена быстрогодействия, рассчитываемые по формуле (1.27), для соответствующих стадий равны

$$\Delta t_{\bar{6}1} = 2,7031, \quad \Delta t_{\bar{6}2} = 6,9315, \quad \Delta t_{\bar{6}3} = 13,7327.$$

Так как

$$\sum_{i=1}^3 \Delta t_{\bar{6}i} \approx 23,3673 < t_{\kappa} = 26,37,$$

то решение ЗОУ существует. Распределяемый временной ресурс  $\tau$  составляет

$$\tau = t_{\kappa} - \sum_{i=1}^3 \Delta t_{\bar{6}i} \approx 3.$$



Для определения моментов переключения  $t_1^*, t_2^*$  методом динамического программирования выберем шаг дискретизации равным  $\Delta\tau=1$ . С использованием вычислительного пространства заполняется табл. 1.1, в которой наряду со значениями функционалов  $I_j(\tau_j)$  содержатся необходимые промежуточные значения  $\Delta t = (t_j - t_{j-1})$ ,  $\ell$ ,  $\alpha$ , вид функции ОУ (при заданном  $\Delta t = t_j - t_{j-1}$ ) и ее параметры ( $d$ ,  $t_n$ ).

При подстановке значений частных функционалов в функциональное уравнение нумерация стадий меняется на обратную, при этом

$$S_1(\tau) = I_{(1)}(\tau) = I_3(\tau), \quad I_{(2)}(\tau) = I_2(\tau), \quad I_{(3)}(\tau) = I_1(\tau) .$$

Результаты вычислений для двух последних стадий представлены в табл. 1.2 и окончательные результаты – в табл. 1.3.

**Таблица 1.1**

$\tau_j$	1-ая стадия				
	$I_1(\tau_1)$	$\Delta t$	$\ell / \alpha$	Вид ОУ	$d / t_n$
0	1081,2	2,7031	1,6442 -0,2027	Б	20 -
1	1011	3,7031	1,2846 -0,2775	Э	12,26 3,263
2	<b>1000</b>	4,7031	1,0670 -0,3527	Э	9,84 -
3	1009	5,7031	0,921 -0,4277	Э	8,17 -
$\tau_j$	2-ая стадия				
	$I_2(\tau_2)$	$\Delta t$	$\ell / \alpha$	Вид ОУ	$d / t_n$
0	2772,6	6,9315	1,443 -0,3465	Б	20 -
1	<b>2772,5</b>	7,9315	1,0309 -0,3966	ОЭ	14,05 3,531
2	2811,6	8,9315	1,200 -0,4466	ОЭ	12 5,108
3	2864,8	9,9315	1,1113 -0,4966	ОЭ	10,544 6,4
$\tau_j$	3-ая стадия				
	$I_3(\tau_3)$	$\Delta t$	$\ell / \alpha$	Вид ОУ	$d / t_n$
0	<b>5493</b>	13,7327	1,2136 -0,5493	Б	20 -
1	5677,5	14,7327	1,1617 -0,5893	ОЭ	16 2,79
2	5871,8	15,7327	1,1142 -0,6293	ОЭ	14,494 4,025
3	6067,7	16,7327	1,0704 -0,6693	ОЭ	13,397 5,009

Примечание. Виды ОУ: Б – оптимальное быстродействие; Э – экспонента ( $de^{-\alpha t}$ ,  $t \in [0; \Delta t]$ ); ОЭ – ограниченная экспонента ( $de^{-\alpha t}$ ,  $t \in [0; t_n]$ ;  $u_b$ ,  $t \in [t_n, \Delta t]$ ).

ТАБЛИЦА 1.2

$\theta$	$\tau$	$I_{(2)}(\tau)$	$f_1(\theta - \tau)$	$I_{(2)}(\tau) + S_1(\theta - \tau)$	$f_2(\theta)$	$(\tau_2; \tau_3)$
0	0	2772,6	5493	8265,6	8265,6	(0; 0)
1	0	2772,6	5677,5	8450,1	8265,5	(1; 0)
	1	2772,5	5493	<b>8265,5</b>	5	
2	0	2772,6	5871,8	8644,4	8304,6	(2; 0)
	1	2772,5	5677,5	8450		
	2	2811,6	5493	<b>8304,6</b>		
3	0	2772,6	6067,7	8840,3	8357,8	(3; 0)
	1	2772,5	5871,8	8644,3		
	2	2811,6	5677,5	8489,1		
	3	2864,8	5493	<b>8357,8</b>		

Таблица 1.3

$\theta$	$\tau$	$I_{(3)}(\tau)$	$f_2(\theta - \tau)$	$I_{(3)}(\tau) + S_2(\theta - \tau)$	$f_3(\theta)$	$(\tau_1; \tau_2; \tau_3)^*$
3	0	1081,2	8357,8	9439,0	9265,5	(2; 1; 0)
	1	1011	8304,6	9315,6		
	2	1000	8265,5	<b>9265,5</b>		
	3	1009	8265,6	9274,6		

Таким образом, оптимальное распределение ресурса времени  $\tau = 3$  равно  $\tau_1^* = 2, \tau_2^* = 1, \tau_3^* = 0$ , этому соответствуют оптимальные моменты переключения

$$t_1^* = \Delta t_{61} + \tau_1^* = 4,7031, \quad t_2^* = t_1^* + \Delta t_{62} + \tau_2^* = 12,6346$$

и ОУ стадий (см. табл. 1.1).

$$u_1^*(t) = 9,84e^{0,15t}, \quad t \in [0; 4,7031),$$

$$u_2^*(t) = \begin{cases} 14,05e^{0,1(t-4,7031)}, & t \in [4,7031; 8,2341), \\ 20, & t \in [8,2341; 12,6346); \end{cases}$$

$$u_3^*(t) = 20, \quad t \in [12,6346; 26,3673].$$

Анализ результатов решения показывает, что по сравнению с затратами энергии при оптимальном быстродействии снижение функционала достигается в основном за счет первой стадии, где оно составляет ~7,5 %.

В случае уменьшения временного интервала квантования в 2 раза, т.е.  $\Delta\tau = 0,5$  оптимальное распределение ресурса составляет  $\tau_1^* = 2,5$ ,  $\tau_2^* = 0,5$ ,  $\tau_3^* = 0$ . В этом случае

$$t_1^* = 5,2031, \quad t_2^* = 12,6346$$

и

$$u_1^*(t) = 8,942e^{0,15t}, \quad t \in [0; 5,2031);$$

$$u_2^* = \begin{cases} 15,6e^{0,1(t-5,2031)}, & t \in [5,2031; 7,73), \\ 20, & t \in [7,6773; 12,6346); \end{cases}$$

$$u_3^*(t) = 20, \quad t \in [12,6346; 26,37].$$

Рассмотрим два способа сокращения объема вычислений. Первый способ предусматривает расчет управления в виде ступенчатой функции, а второй – использование только синтезирующих переменных без определения ОУ на каждой итерации.

При первом способе для каждой частной ЗОУ рассчитывается значение

$$u_j^t = \bar{u}_j, \quad t \in [t_{j-1}, t_j], \quad \bar{u}_j = \frac{a_j}{b_j} \frac{z_j - z_{j-1} e^{a\Delta t_j}}{e^{a\Delta t_j} - 1}; \quad (1.34)$$

при этом

$$\bar{I}_j(\bar{u}_j) = \bar{u}_j^2 \Delta t_j.$$

Значения функционалов при временном шаге  $\Delta\tau=1$  представлены в табл. 1.4. Для этого случая  $\bar{\tau}_1 = 3$ ;  $\bar{\tau}_2 = \bar{\tau}_3 = 0$  и  $\bar{u}(\circ) = (19,42, t \in [0; 5,7031); 20, t \in [5,7031; 26,37])$ ,  $\bar{I} = 9334 > I^* = 9265,5$ .

Данный способ значительно сокращает расчеты, но массив  $(\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \bar{\tau}_3)$  существенно отличается от оптимального, естественно, что значение функционала здесь больше.

ТАБЛИЦА 1.4

$\tau_i$	$\bar{I}_1(\tau_1)$	$\bar{I}_2(\tau_2)$	$\bar{I}_3(\tau_3)$
0	1080	2772	5493
1	1036	2847	5764
2	1041	2942	6036
3	1069	3049	6311

При втором способе используется предположение, что чем дальше точка  $(\ell, \alpha)$  стоит от начала координат, тем больше затраты энергии. На основании этого при оптимальном распределении ресурса  $\tau$  можно использовать вместо функционала  $I^*(\tau_i)$ , расчет которого связан с вычислениями ОУ, некоторого расстояния, вычисляемого по формуле

$$r = \sqrt{\ell^2 + (e^{-2\alpha} - 1)^2}. \quad (1.35)$$

Значения  $r_i(\tau_i)$  приведены в табл. 1.5. Распределение временного ресурса (методом динамического программирования) по значениям  $r_i(\tau_i)$  табл. 1.5 совпадает с оптимальным, т.е.  $\tau_1^* = 2$ ;  $\tau_2^* = 1$ ;  $\tau_3^* = 0$ . Таким образом, полный расчет ОУ достаточно выполнить лишь три раза.

$\tau_i$	$r_1(\tau_1)$	$r_2(\tau_2)$	$r_3(\tau_3)$
0	1,72	1,7556	2,3394
1	1,4835	1,7829	2,5322
2	1,4753	1,8767	2,7558
3	1,6351	2,0308	3,0104

Для выполнения численных расчетов использовалась экспертная система "Энергосберегающее оптимальное управление динамическими объектами" [10].

Известно большое число разновидностей постановок ЗОУ, различающихся видами ограничений на управляющее воздействие (в каждый момент времени и интегральное), наложенных связей на траектории изменения вектора фазовых координат (закрепленные концы траекторий, свободные для отдельных компонентов и т.д.), временными интервалами управления (фиксирован или может меняться) и др.

Важной особенностью этих задач является необходимость управления потоками информации в реальном времени. Современный уровень ЭСУ требует для их решения обеспечения средств системного моделирования, управления в условиях нечеткости или неполноты исходных данных автоматизированного эксперимента, адаптивного и оптимального управления. Отмеченные особенности ЭСУ и сложность решаемых ими задач требуют нетрадиционных подходов, начиная от разработки специализированного математического аппарата для решения ЗОУ в реальном времени, до методологии оперативно-го проектирования ЭСУ с использованием интеллектуальных информационных технологий.

## 2 ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Успех проектирования ЭСУ зависит от ряда факторов, и, прежде всего, наличия технологии оперативного моделирования, которая опирается на развитый математический аппарат и методологию его применения с использованием комплексных информационных технологий. На проблемном уровне концепция технологии оперативного проектирования заключается в обеспечении сквозного синтеза ЭСУ путем генерации множества вариантов на различных уровнях моделирования (идентификации модели объекта, структурно-функциональной модели ЭСУ, алгоритмической модели и программы управления), выбора технических и программных средств реализации ЭСУ. На каждом уровне требуется автоматизированная процедура анализа вариантов и обоснованного выбора наилучшего, снятие неопределенностей результатов предыдущего и четкая постановка задачи следующего уровня. Обеспечить подобную технологию можно на основе экспертной системы и базы знаний, включающей в некотором формализованном виде знания обширной проблемной области и методы манипуляции с ними.

Технология оперативного проектирования ЭСУ предполагает использование следующих принципов.

1 Для определения принципиальной возможности создания ЭСУ технологическим объектом, проектированию должен предшествовать анализ технологического процесса как объекта управления. При этом исследуется влияние изменения оптимальных управляющих воздействий и других параметров на отклонения технологических переменных от регламентных значений и делается вывод о целесообразности проведения разработки ЭСУ на данном объекте. Работы по проектированию следует проводить только в случае сохранения или улучшения качества технологических характеристик продукции при изменении управляющих воздействий в допустимой области.

2 К разработке ЭСУ следует подходить с позиции проектирования ее как подсистемы АСУТП нижнего уровня, которая подчиняется основным, традиционно сложившимся, теоретически и практически проработанным этапам создания локальных систем управления, отвечает принципам и стандартам открытых вычислительных систем, использует современные базовые программно-технические средства, и в дальнейшем способна свободно интегрироваться в действующую, перспективно построенную АСУТП.

3 Специфика разработки ЭСУ такова, что наиболее сложными являются работы по идентификации математической модели управляемого объекта, созданию математического и программного обеспече-

ния ЭСУ для целей оптимального управления, т.е. работы, относящиеся к уровню алгоритмического проектирования. Обычно в качестве аппаратного обеспечения используется контроллер серийного производства, который подбирается по ряду технических характеристик в соответствии с требованиями к разрабатываемому проекту, а ЭСУ встраивается в функционирующую АСУТП. Это позволяет значительно снизить затраты на проектирование ЭСУ ограничив схмотехническое и конструкторское проектирование выбором промышленного измерительно-вычислительного устройства, и сосредоточить усилия на алгоритмическом проектировании.

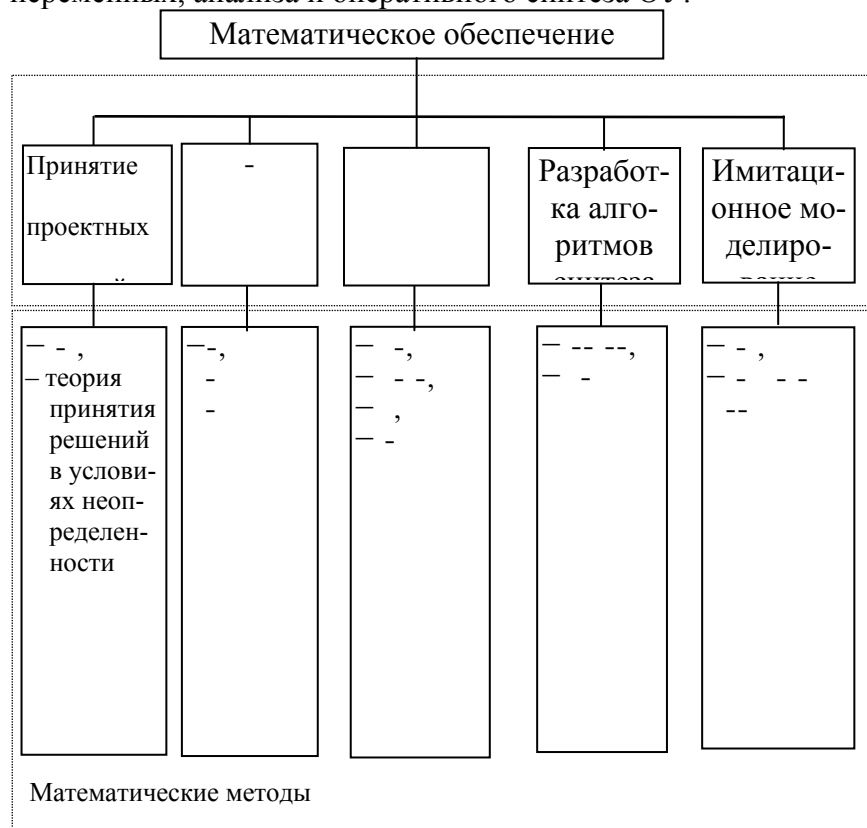
Совместно с выполнением принципа модульности и открытости последний принцип особенно актуален для тех действующих в промышленности систем автоматизированного управления, где имеется система контроля параметров технологического процесса и необходимые исполнительные устройства, что делает внедрение систем энергосбережения достаточно дешевым.

Исследование задачи проектирования ЭСУ с точки зрения сформулированных принципов на стадии предпроектных работ позволяет выяснить целесообразность их дальнейшего продолжения. Для обеспечения низкой стоимости ЭСУ процесс разработки должен быть смещен в область алгоритмического проектирования, т.е. надо использовать простые алгоритмы управления, которые способны выполняться в реальном времени серийно выпускаемыми контроллерами.

При идентификации модели объекта на множестве состояний функционирования (МСФ) наиболее пригодны методы "скользящей" оценки параметров модели. Идея данных методов заключается в последовательном расчете параметров для групп экспериментальных значений с использованием формулы Коши, в результате параметры модели объекта находятся как функции времени или состояний функционирования. Большое значение для повышения точности при "скользящей" оценке параметров имеет исключение грубых ошибочных данных с применением методов проверки статистических гипотез и сглаживания.

Для разработки алгоритмов синтеза ОУ в контроллере в основном применяются эвристические методы, они позволяют учитывать технические возможности контроллеров, исполнительных устройств, особенности объекта управления. С помощью методов имитационного моделирования оценивается эффективность работы проектируемых систем на множестве состояний функционирования.

Структурная схема математического обеспечения системы оперативного проектирования ЭСУ представлена на рис. 2.1. На нем приведены основные классы задач и методы, которые пригодны для анализа и синтеза ЭСУ на множестве состояний функционирования. Большинство из этих методов представляют собой модифицированные известные методы, часть – оригинальные, например, синтезирующих переменных, анализа и оперативного синтеза ОУ.



## РИС. 2.1 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ СИСТЕМЫ оперативного проектирования

Разработка ЭСУ требует интеллектуализации программно-технических отладочных комплексов, обогащения имеющихся автоматизированных систем настройки промышленных регуляторов функциями оптимального управления, экспертными системами и базами знаний для моделирования динамических режимов, вычисления функций и функционалов, контроля за процессами по эталонным моделям, обеспечения как программных, так и позиционных стратегий управления в реальном режиме времени и на множестве состояний функционирования.

Решение ЗОУ с использованием методов искусственного интеллекта требует качественно нового подхода в проектировании и сопровождении на объекте систем управления, наличия соответствующего математического аппарата и информационных технологий.

Существует несколько основных концепций включения знаний в парадигму автоматизированного проектирования. Большинство существующих интеллектуальных САПР повторяют идеологию экспертных систем, решая задачи анализа, диагностики, идентификации для достаточно узких классов объектов. При построении диагностических экспертных систем большое распространение получило представление поведения АСУТП в случае неисправности в виде дерева отказов и причинно-следственной схемы. При диагностировании происходит просмотр этого дерева, формирование множества истинных и ложных фактов о состоянии объекта и выводы на основании несложных продукционных правил. Подобные модели представления знаний и механизм вывода на них, использующие прямую и обратную цепочки рассуждений на основе состояний, используют целый ряд крупномасштабных экспертных систем в области химического анализа, медицины, конструирования компьютеров и т.д. При этом оценка состояний объекта последовательно уточняется в процессе функционирования объекта с использованием технических средств или проведения опроса проектировщика (интервью, тестирование, диалог и т.д.).

Практически все современные информационные технологии ориентированы на поддержку диалоговых и интерактивных систем, которые также являются важной и обязательной компонентой интеллектуальных систем проектирования. В полной мере интеллектуальность системы проектирования может быть обеспечена только при наличии интерактивной системы общения на языке пользователя, позволяющей работу с вербальной информацией.

В последние годы широкое распространение получили специализированные системы поддержки принятия решений. Такие системы, являясь необходимым звеном в комплексе информационных технологий проектирования систем управления, решают только ряд частных задач (выбор оптимального проектного решения, некоторые задачи дефазификации нечеткостей), и не могут в полной мере отражать интеллектуальность системы проектирования. Это является одной из главных причин сравнительно невысокой эффективности большинства существующих информационных технологий этого класса.

В последние годы начали разрабатываться технологии экспресс-программирования интеллектуальных систем управления. Концепция создания подобных систем управления основана на технологии накопления, воспроизводства и распространения на сходные технологические процессы алгоритмов со значительной степенью общности. Системы подобного типа отличаются способностью обеспечивать высокую эффективность управления в условиях нестационарности параметров объекта, переменной нагрузки, наличия неконтролируемых возмущений, но только в узко специализированной области и не могут обобщаться на широкий класс объектов управления.

Существующие экспертные системы можно разбить на два класса – общего назначения и специализированные. Типичными представителями интеллектуальных систем общего назначения являются оболочки экспертных систем. Они представляют пользователю некоторую стандартную технологию для формирования знаний (данных и правил), описывающих проблемную область, а также средства, которые на основании этих знаний, заданной цели и исходных данных генерируют и исполняют процедуру решения конкретной задачи без дополнительного программирования системы.

В другой класс выделяются специализированные интеллектуальные системы, ориентированные на определенный круг специфических задач, требующих разработки нетрадиционных моделей знаний и правил вывода на этих моделях. Сложность задач исследования и проектирования ЭСУ, оригинальный математический аппарат и возможность его применения для решения разнообразных ЗОУ вызывают большие трудности в разработке оболочек экспертных систем, обеспечивающих моделирование проблемной области знаний, вывод математического обеспечения контроллеров, а также решения других не менее важных задач, возникающих при проектировании ЭСУ.

В отдельный класс следует выделить профессионально выполненные и постоянно совершенствуемые системы, служащие для автоматизации подготовки конструкторской и другой проектной документации.

Создание технологии оперативного проектирования энергосберегающих систем управления связано с решением широкого комплекса научно-исследовательских и опытно-конструкторских задач. Основными и наиболее трудоемкими из них являются:

- математическая постановка ЗОУ, которую будет решать ЭСУ с учетом реальных условий эксплуатации;
- разработка математического обеспечения ЭСУ;
- выбор технических средств и, прежде всего, микропроцессорного управляющего устройства;
- разработка программного обеспечения ЭСУ;
- оценка эффективности функционирования ЭСУ.

Для оперативного решения задач проектирования ЭСУ необходимо использовать ряд предположений. Примем, что в качестве модели  $M$  объекта управления ЭСУ выбирается только элементарная модель, имеющаяся в базе знаний или ищется составная модель путем комбинации элементарных моделей из БЗ. Элементарной моделью будем считать модель некоторого гипотетического детерминированного автономного объекта с сосредоточенными параметрами, которая описывается обыкновенным дифференциальным уравнением 1-го, 2-го или 3-го порядка. Если в пределах интервала управления вид дифференциального уравнения меняется, модель называется составной. Например, на начальном участке интервала управления система дифференциальных уравнений второго порядка, а начиная с некоторого момента времени – первого порядка. Так как разрабатываемые ЭСУ должны синтезировать управление в реальном времени, то на практике контроллерами средней производительности могут использоваться модели не выше третьего порядка. Для первого порядка – это интегратор (И) и апериодическое звено (А). Для второго порядка двойной интегратор (ДИ), реальный двойной интегратор (РДИ) и т.д.

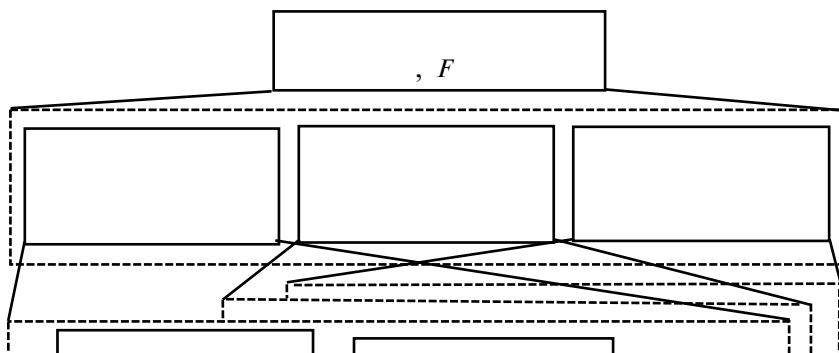
Рассмотрение различных видов функционалов по энергетическим критериям также приводит к созданию стратифицированной иерархической схемы. Возможные виды минимизируемых функционалов, которые учитываются в модели знаний и используются в автоматизированной системе, и их иерархия представлены на рис. 2.2.

Анализ задач управления на МСФ позволяет ввести новые стратегии функционирования интеллектуальных контроллеров, с разных сторон учитывающих характер изменения и определенность переменной  $h$ . Для систем оптимального управления, в случае четкого МСФ вводятся корректируемая  $S_k$ , некорректируемая  $S_{нк}$  и комбинированная  $S_{км}$  стратегии.

Корректируемая стратегия предполагает пересчет оптимальной программы или синтезирующей функции после каждого изменения значения  $h$ . Эта стратегия применима для ЗОУ первого и третьего классов. Она родственна стратегии адаптивной системы, однако существенно отличается от последней отсутствием поисковых процедур.

При некорректируемой стратегии  $S_{нк}$  оптимальная программа или синтезирующая функция находятся до начального момента времени  $t_0$  с учетом возможных значений  $t \in H$  на интервале  $[t_0, t_k]$  и далее при  $t > t_0$  не корректируется. Данная стратегия применима для ЗОУ любого класса и может использоваться для определения гарантированного управления.

Промежуточное положение между стратегиями  $S_k$  и  $S_{нк}$  занимает комбинированная стратегия  $S_{км}$ . Здесь множество  $H$  разбивается на подмножества  $H_0, H_1, \dots$ . Пока переменная  $h$  принимает значения в пределах одного подмножества  $H_i$ , то программа или синтезирующая функция не корректируются. При переходе  $h$  в другое подмножество  $H_j$  производится коррекция  $u^*(\circ)$  или  $S$ .



### Рис. 2.2 Иерархия минимизируемых функционалов

Рассмотренные стратегии в сочетании с традиционными программной  $S_{пр}$  и позиционной  $S_{пз}$  образуют множество стратегий на множестве  $H$

$$S = \{S_{пр.к}; S_{пр.нк}; S_{пр.км}; S_{пз.к}; S_{пз.нк}; S_{пз.км}\}.$$

В случае нечеткого множества  $\tilde{H}$  число стратегий увеличивается. Возможные виды стратегий реализации оптимального управления, их иерархия представлены на стратифицированной схеме рис. 2.3.

Представление знаний в системе оперативного проектирования характеризует стратифицированная схема (рис. 2.4) с выделенными классами задач на МСФ, ограничениями на фазовые траектории (ФТ) и фиксированном временном интервале (ВИ).

Таким образом, множество задач, составляющих проблемную область, которые должны решать разрабатываемые контроллеры, в основном определяются моделями объекта управления, видами функционалов, используемыми стратегиями управления и специфическими особенностями задач управления (условия, ограничения).

Совместное рассмотрение приведенных схем (рис. 2.2 – 2.4) позволяет обобщить результаты классификации и ввести модель ЗОУ, которую в краткой форме записи можно представить четверкой (кортежем) компонент

$$K = \langle M, \Phi, S, Z \rangle,$$

принадлежащих соответствующим четким множествам

$$M \in M, \quad \Phi \in F, \quad S \in S, \quad Z \in Z,$$

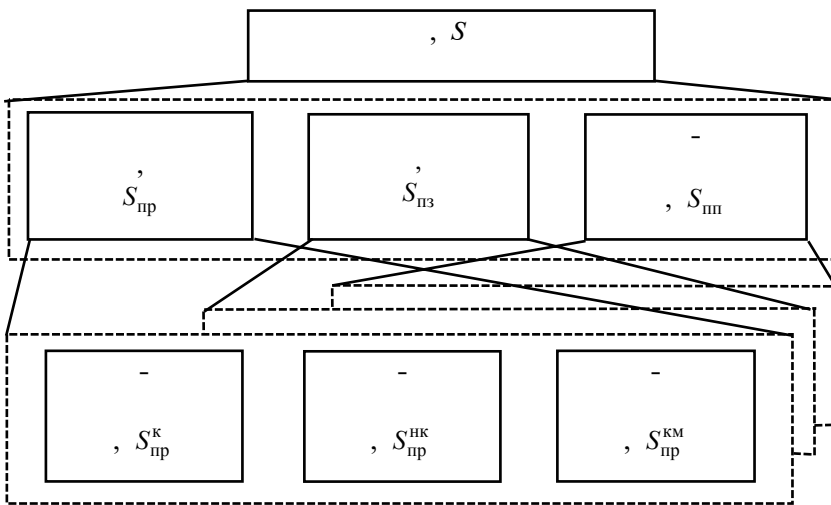
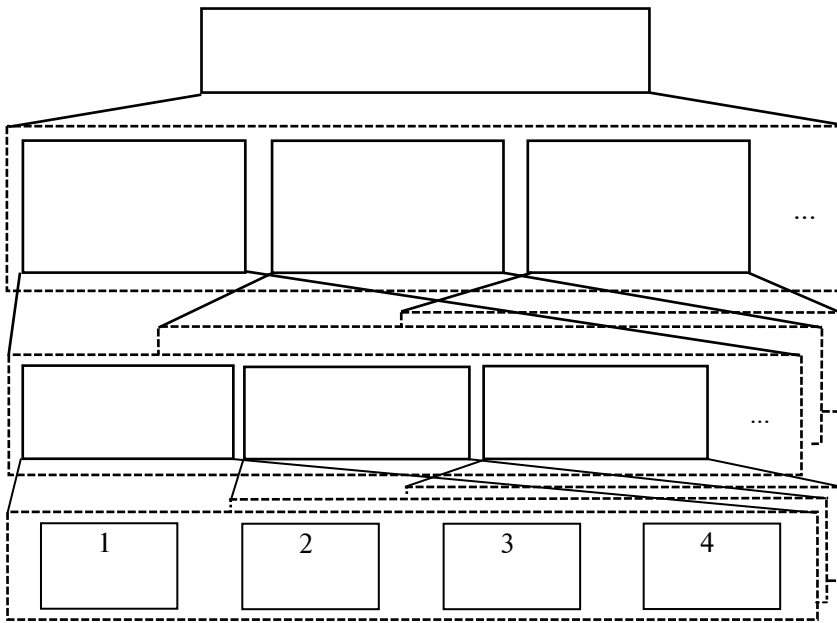


Рис. 2.3 Иерархия стратегий управления





**Рис. 2.4 Классификация постановок задач оптимального управления**

здесь  $M$  – множество моделей  $M$  объектов;  $F$  – множество функционалов  $\Phi$  в ЗОУ;  $S$  – множество стратегий  $S$  оптимального управления;  $Z$  – множество различных условий  $Z$  при постановке ЗОУ.

Из модели  $K$  видно, что число  $N$  различных ЗОУ можно оценить, как мощность декартова произведения множеств  $M, F, S, Z$ .

Основными элементами этих множеств являются:

$$M = \{\{И; А; ДИ; АИ; ДА\} \times \{\tau = 0; \tau \neq 0\}\},$$

$$F = \{\{I_0; I_T; I_0; I_{0+0}; I_{T+0}\} \times \{0; I_{огр}\}\},$$

$$S = \{S_{пр.к}; S_{пр.нк}; S_{пр.км}; S_{пз.к}; S_{пз.нк}; S_{пз.км}\},$$

$$Z = \{\{0, P, H\} \times \{\Delta = 0, \Delta \neq 0\}\},$$

$$\Delta = \frac{u_H + u_B}{u_B - u_H}, \quad |u_H| = u_B, \quad |u_H| \neq u_B.$$

таким образом, число ЗОУ, различающихся лишь основными элементами, составляет  $N = |M| |F| |S| |Z| > 3000$ .

Следует отметить, что любая четко сформулированная ЗОУ однозначно идентифицируется своей моделью  $K$  (четверкой концептов), а множество различных наименований компонент, составляющих модель, представляет алфавит описания множества моделей ЗОУ. Алфавит состоит из всех допустимых имен базовых концептов, определяемых в свою очередь соответствующими методологическими отличиями (видами моделей, функционалов и т.п.). Например, имя модели ЗОУ <ДА, Э, Пр, Н>, означает, что рассматривается задача оптимального управления нагрева объекта с моделью двойное аperiodическое звено, функционалом – затраты энергии, программной стратегией реализации управления.

Для представления знаний в соответствие с введенной моделью ЗОУ и ее классификацией используется понятие "объект" на репрезентативном уровне (программная реализация БЗ) и понятие фрейма на логическом уровне (уровень структуры БЗ). Архив моделей ЗОУ или элементарных фреймов, каждый из которых реализуется программным объектом (в терминах ООП) со своими алгоритмами, составляет базу знаний БЗ.

Для унификации БЗ элементарные фреймы И, А, ДИ, АИ, ДА и т.д. объединяются в класс элементарных моделей, аналогично выделяются классы для остальных членов четверки. Особенностью фреймов одного класса является одинаковая структура алгоритмов вывода, что позволяет унифицировать базу знаний, создав для данного класса всего один родительский объект. Структура объекта соответствует структуре базового фрейма. Поэтому в БЗ следует хранить только по одной базовой структуре для каждого класса фреймов и множество соответствующих слотов с необходимыми математическими соотношениями для всех представителей фреймов этого класса.

Таким образом, в основу структуры БЗ (рис. 2.5) ложатся схемы (рис. 2.2 – 2.4) и модель ЗОУ. Обозначения к структуре базы знаний даны в табл. 2.1. Это обуславливает некоторую особенность при реализации БЗ, а именно наследование свойств как через фреймовую классификацию (по вертикали), так и объектную иерархию (по горизонтали).

Статическая часть БЗ образуется на основе решения следующих задач по представлению знаний:

- определение проблемной области в таксономии понятий математического аппарата анализа и синтеза оптимального управления на МСФ;
- разработка классификации задач оптимального энергосберегающего управления, предусматривающая использование четырех основных признаков; к этим признакам относятся: 1) модель динамики объекта управления (учитывается порядок системы обыкновенных дифференциальных уравнений, наличие запаздывания, число параметров и т.д.), 2) вид минимизируемого функционала (затраты энергии, расход топлива, комбинированные функционалы), 3) стратегия реализации оптимальных управляющих воздействий (программная, позиционная, корректируемая и другие стратегии управления на множестве состояний функционирования), 4) особенности условий и ограничений, используемых в постановке задачи оптимального управления (закрепление границ траектории изменения вектора фазовых координат, фиксирование временного интервала управления, наличие интегральных ограничений на управляющие воздействия и т.д.);

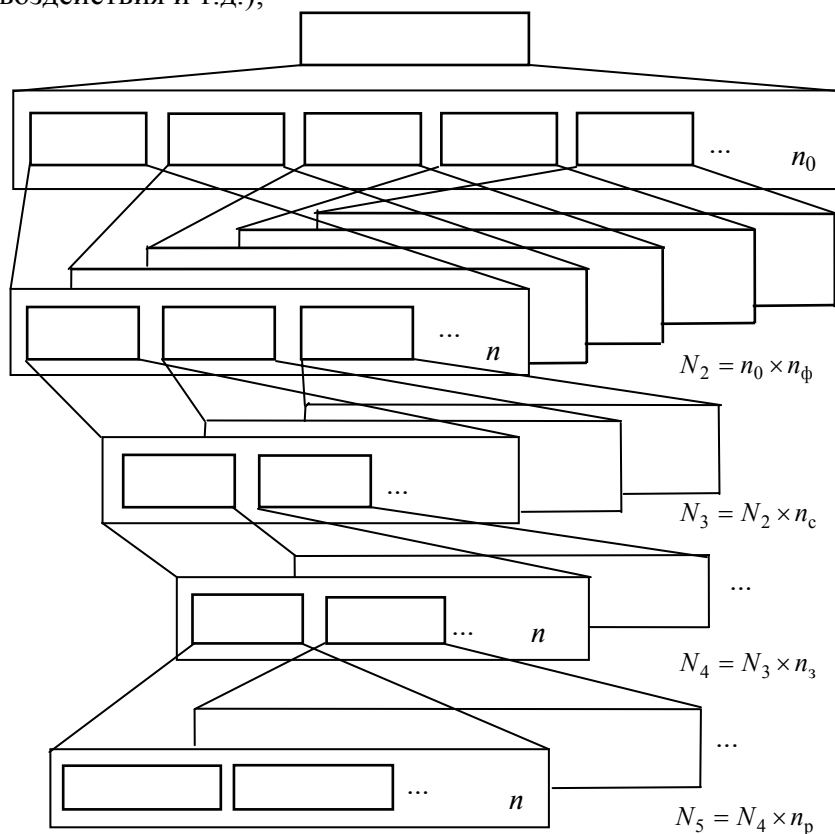


Рис. 2.5 Иерархическая стратифицированная структура БЗ

- разработка модели ЗОУ, которая на репрезентативном уровне представляется фреймом-объектом и аппарата именованя фреймов (алфавит), в соответствие с которым каждой модели ЗОУ присваивается условное обозначение (кортеж) из четырех символов;

- создание стратифицированной модели БЗ, в основе которой лежит идеология использования фреймов, как элементарных носителей единиц знаний в виде структур, отражающих одинаковый уровень абстракций для соответствующих классов (модели объектов, виды функционалов, стратегий, ЗОУ и др.).

Достоинства такой модели представления знаний заключаются в наглядности и обозримости проблемной области, модульности и структурированности, универсальности в выделении структурных единиц знаний, пополнении и развитии БЗ.

ТАБЛИЦА 2.1

УРОВЕНЬ	Компоненты	Число компонентов
1 (объектов управления)	И – интегратор; А – апериодическое звено; ДИ – двойной интегратор; РДИ(АИ) – реальный двойной интегратор или апериодич. звено и интегратор; ДА – двойное апериодическое звено; ...	$n_0$
2 (функционалов)	. Т – расход топлива; . Э – затраты энергии; . Б – время (задача быстрогодействия); ...	$n_\phi$
3 (стратегии управления)	. . Пр – программа; . . Пз – позиционная (оптимального регулирования); ...	$n_c$
4 (задача управления)	. . . О – общая: с закрепленными концами фазовых координат фиксированным временным интервалом; . . . Н – задача нагрева; . . . Р – задача разгона; ...	$n_3$
5 (задания реквизитов)	. . . . Ч – исходные данные ЗОУ задаются числами (точечными значениями); . . . . И – исходные данные задаются интервальными значениями; ...	$n_p$

Рассмотренная структура знаний позволяет организовать автоматизированное пополнение, хранение и извлечение знаний как при проектировании ЭСУ, так и в процессе функционирования, автоматически выделять нужные кластеры знаний в виде готовых алгоритмов управления и создавать локальные БЗ для функционирующих ЭСУ.

Обратим внимание на то, что в структуре БЗ (см. рис. 2.5) содержатся структурные и проблемные модули знаний, и отсутствуют вычислительные и условные модули, которые используются для выводов новых знаний, например, получения МО контроллера.

При разработке математического обеспечения ЭСУ с использованием экспертной системы подготовленным пользователем возможны три случая.

1 Задание пользователя совпадает с постановкой задачи и стратегией управления для модели ЗОУ содержащейся в базе знаний, т.е. пользователь непосредственно выходит на четверку  $\langle M, F, S, Z \rangle$ .

2 Модель объекта, задаваемая пользователем, не содержится в базе знаний. Однако имеются близкие аналоги, для которых выполнен полный анализ ЗОУ на МСФ. Это позволяет использовать одну из четверок базы знаний проведя работы по аппроксимации модели исследуемого объекта.

3 Задача, сформулированная пользователем, не имеет аналога в БЗ. В этом, наиболее сложном, случае для решения ЗОУ необходимо расширять базу знаний, т.е. выполнить полный анализ ЗОУ на МСФ и ввести новую модель в БЗ.

В первом случае разработка математического обеспечения контроллера включает следующие виды работ с использованием ЭС:

- для диапазонов исходных данных на МСФ (значения параметров объекта, границ интервалов управления, конечного состояния объекта и т.д.) проверяется наличие существования ОУ для разных значений массива реквизитов;

- если для любых исходных данных ОУ существует, то определяется множество видов функций ОУ –  $u_i^*(t)$ . Далее с помощью экспертной системы непосредственно формируется математическое обеспечение контроллера, которое включает соотношения для определения вида функций ОУ, расчетные формулы для определения параметров каждого вида ОУ, формулы для расчета фазовых координат и значения функционала;

- если для отдельных исходных данных ОУ не существует, то с помощью ЭС выполняются работы по изменению диапазонов исходных данных, например, увеличению длительности временного интервала управления, изменению конечных значений фазовых координат и др.

В случае, когда изменение исходных данных не приводит к решению задач, разрабатывается алгоритмическое обеспечение для управляющего устройства, где регламентируется, как оно должно управлять объектом. Например, выдача информации оператору о переходе на ручное управление и т.п.

Для второго случая разработка математического обеспечения предполагает следующие исследования:

- подбор множества аппроксимирующих моделей  $M$  объекта из числа содержащихся в базе знаний;

- выбор из множества  $M$  рабочей аппроксимирующей модели  $M^0$ , для которой ошибки рассогласования с моделью реального объекта минимальны или не превышает допустимого значения;

- производится работа с соответствующей моделью ЗОУ  $\langle M^0, F, S, Z \rangle$  в базе знаний аналогичной тому, как указано в пунктах для первого случая.

И, наконец, для третьего случая проводится следующая работа:

- модель объекта приводится к виду, который позволяет использовать для решения ЗОУ метод синтезирующих переменных;

- выполняется (экспертом) комплекс работ полного анализа оптимального управления на МСФ, в том числе: выводятся условия существования ОУ, определяется множество видов функций ОУ, находятся соотношения для границ областей видов ОУ, для каждого вида ОУ получают соотношения для расчета параметров, создается система фреймов, которая подчиняется разработанной архитектуре базы знаний и соответствующие программные объекты для включения их в БЗ. Далее выполняется работа, аналогичная первому случаю.

Необходимо заметить, что для второго и третьего случаев большое значение имеют работы по программированию, тестированию, испытанию и отладке программного обеспечения, наполняющего базу знаний.

На основе математической постановки задачи проектирования ЭСУ, математического аппарата анализа и синтеза ОУ, методологии его автоматизированного применения для решения ЗОУ, можно крупнее выделить следующие этапы проектирования.

1 Формулировка задачи проектирования. Здесь наиболее важными работами являются составление содержательного описания проектируемой системы, создание исходной системы данных, получение и первичная обработка экспериментальных данных и др.

2 Постановка задачи оптимального управления в формализованном виде. На данном этапе предусматривается по содержательному описанию проектируемой ЭСУ и нечетким исходным данным перейти к четкой постановке ЗОУ и структурной модели ЭСУ, при этом обеспечивается решение следующих задач проектирования:

- дефадзификация нечетких исходных данных;
- идентификация математической модели объекта управления.

3 Создание математического обеспечения (МО) контроллера. Данный этап включает:

- анализ ЗОУ, многовариантный синтез ОУ, численное и графическое моделирование ОУ на ЭВМ;
- выбор наилучшей модели ЗОУ, получение алгоритма для совмещенного синтеза ОУ, получение алгоритма для системы имитационного моделирования.

4 Разработка и реализация программно-технической концепции управляющего устройства, здесь выполняются следующие работы:

- выбор микропроцессорного устройства управления;
- разработка управляющей программы для устройства управления по полученному на предыдущем этапе алгоритму синтеза ОУ;
- разработка программы-имитатора объекта управления для ЭВМ по алгоритму, полученному для системы имитационного моделирования;
- имитационное моделирование функционирования ЭСУ с использованием ЭВМ и выбранного устройства управления;
- проверка адекватности модели и коррекция прикладной программы;
- запись отлаженной программы в постоянное запоминающее устройство ИВУ (на современных моделях контроллеров происходит автоматически при загрузке программы).

5 Проведение имитационных и (или) натурных испытаний на объекте.

После каждого этапа может возникать необходимость в возвращении на предыдущие этапы с целью снятия возникающих неопределенностей или перехода к другому варианту ЭСУ. Данные работы представляют собой дефадзификацию нечеткостей, имеющих место на всех этапах проектирования.

Методология оперативного проектирования предполагает рассмотрение этапов совместно с основными потоками информации. Информационно-технологическая схема автоматизированного проектирования ЭСУ представлена на рис. 2.6. На схеме используются следующие обозначения:  $X_M, X_F, X_S, X_Z$  – информация, полученная от пользователя соответственно о модели, функционале, стратегии и условиях ЗОУ,  $u_i^*(t)$  –  $i$ -ый вид функций оптимального управления;  $V^*$  – множество видов функций оптимального управления для проектирования ЭСУ;  $A_v, A_p, A_f, A_z$  – алгоритмы соответственно определения видов функции ОУ, расчета ее параметров, минимизируемого функционала и значения фазовых координат;  $u^*, z^*, I^*$  – результаты численного эксперимента работы алгоритмов  $A_v, A_p, A_f, A_z$ ;  $T_c$  – аппаратные средства; П – программное обеспечение.

Результаты работ по проектированию ЭСУ можно условно представить четверкой

$$Y = (Y_3, Y_M, T_c, Y_{\Pi}),$$

здесь  $Y_3$  – набор сведений, характеризующих конкретную ЗОУ;  $Y_M$  – математическое обеспечение, необходимое для решения ЗОУ и работы ЭСУ, включая модели, алгоритмы и т.д.;  $T_c$  – аппаратные средства;  $Y_{\Pi}$  – программное обеспечение.

На начальных этапах проектирования (блоки 1, 2) создается математическая модель  $M$  и формулируется ЗОУ  $Z$ . В случае неопределенности информации о модели или условий ЗОУ они рассматриваются как нечеткие множества. Для выполнения работ по "снятию нечеткости" блок дефаздификации вырабатывает корректирующую информацию  $W(M)$ ,  $W(Z)$ .

По выходным данным блоков 1, 2 в блоке 3 вырабатывается рабочий вариант проектируемой системы в форме модели ЗОУ  $K^0 = \langle M^0, F^0, S^0, Z^0 \rangle$  из группы рабочих моделей  $K^0$ . Аналогично выполняются работы последующих блоков, т.е. четкая информация поступает на последующий этап проектирования, а нечеткая – на дефаздификацию. При этом после дефаздификации проектирование может начинаться с любого предыдущего этапа.

Проведение натурных экспериментов (блок 9) имеет своей целью проверку адекватности модели в режимах, близких к оптимальным, работоспособности выбранной стратегии управления, возможности реализации сформированных алгоритмов для расчета оптимальных управляющих воздействий, точности выхода на конечное значение фазовых координат и оценку величины минимизируемого функционала.

Информационно-технологическая схема проектирования является концептуальной основой автоматизированной среды для оперативной разработки ЭСУ.

В заключение раздела выделим основные положения автоматизированного проектирования ЭСУ.

1 Задача проектирования ЭСУ формулируется как задачи оптимизации. В качестве критериев оптимальности здесь могут рассматриваться минимум среднего значения функционала ЗОУ, минимум затрат на разработку ЭСУ и другие. Важной особенностью задачи является возможность нечеткого задания исходных данных. Сформулированная задача относится к числу нелинейных целочисленных задач математического программирования большой размерности. Единого метода таких задач не существует. Как правило, данная задача в процессе решения разбивается на ряд подзадач.

2 Наиболее важной подзадачей общей задачи разработки ЭСУ является задача оптимального управления. Математическая постановка ЗОУ и методы анализа и синтеза ОУ рассматривается с позиции выделения опорных информационных единиц, позволяющих создать универсальную классификационную модель ЗОУ, используемую как при исследовании ОУ, так и при синтезе алгоритмов для контроллера и имитационного моделирования.

Используемый в пособии математический аппарат обеспечивает одинаковую информационную структуру постановок различных ЗОУ, а также алгоритмов анализа и синтеза ОУ. На основе этой общности разработана модель ЗОУ, в основе которой лежит идеология универсального использования структур алгоритмов, отражающих одинаковый уровень абстракций соответственно для классов рассматриваемых моделей объектов, видов функционалов, стратегий, особенностей и ограничений ЗОУ.

3 Введенная классификация и структура модели ЗОУ являются системообразующими факторами при создании архитектуры БЗ для оперативного проектирования. Модель ЗОУ используется для автоматического синтеза оптимального управления при проектировании и функционировании ЭСУ. БЗ на основе разработанных моделей ЗОУ позволяет хранение и оперативное извлечение знаний как при проектировании ЭСУ, так и в процессе функционирования.

4 Методология решения ЗОУ и разработки математического обеспечения ЭСУ с использованием разработанной модели ЗОУ предусматривает три наиболее распространенных случая, обусловленные степенью соответствия технического задания на разработку ЭСУ и содержанием БЗ.

5 Сформулированная математическая постановка задачи оперативного проектирования, разработанные модель ЗОУ и методология автоматизированного применения модели для анализа и синтеза ОУ легли в основу информационно-технологической схемы, отражающей связь основных работ и потоков информации при проектировании ЭСУ.

6 Рассмотренные задачи проектирования ЭСУ исключительно разнообразны. Обострение проблемы энергосбережения дает основание предполагать, что данные задачи будут актуальны для многих технологических объектов (транспортных средств, технологических установок и т.д.). Эффективное решение этих задач возможно лишь при использовании экспертной системы и информационно-технологической среды, реализующих концепцию оперативного проектирования с использованием модели ЗОУ.

Рассматриваемая в данном разделе информационно-технологическая среда (ИТС) обеспечивает сквозное оперативное проектирование ЭСУ. При использовании в качестве устройств управления микропроцессорной измерительно-вычислительной техники промышленного исполнения, ключевой задачей проектирования ЭСУ становится разработка математического обеспечения и управляющей программы для контроллера, осуществляющего синтез оптимальных управляющих воздействий в реальном времени. Немаловажное значение имеет автоматизированная процедура снятия неопределенности результатов работ различных этапов и выбор наиболее обоснованного варианта проектного решения.

Для построения архитектуры среды ее следует рассматривать, как сложную техническую систему, обладающую рядом свойств. Наиболее важные свойства выражаются технологическим, информационным и функциональным представлениями.

Технологическое представление среды отражает совокупность взаимосвязанных процессов, определяющих порядок выполнения возлагаемых на ИТС работ по проектированию ЭСУ, где основным предметом технологической деятельности является информация.

Учитывая это под ИТС понимается совокупность способов преобразования информации с использованием средств измерительно-вычислительной техники и средств связи. Рассматриваемую ИТС с системных позиций можно определить кортежем системных элементов:

$$\langle X, Y, IT, S \rangle,$$

здесь  $X$  – массив входной информации;  $Y$  – массив выходной информации;  $IT$  – совокупность информационных технологий, составляющих ИТС;  $S(IT)$  – массивы промежуточной информации, которая возникает на входах и выходах информационных технологий в ИТС, причем выходная информация одной ИТ может декомпозироваться и поступать на входы других ИТ.

Информационные технологии преобразования информации, в свою очередь, декомпозируются как на традиционные модули, обеспечивающие создание и преобразование четких данных (распределение, накопление и хранение, целевую обработку, передачу информации), так и модули, работающие с нечеткой информацией, учитывающую неполноту или ненадежность исходных данных, их возможную многозначность, недетерминированность выводов, неточность измерений или вычислений.

В качестве преобразующих элементов технологического процесса проектирования выступают подсистемы ИТС, представленные такими информационными технологиями, как экспертная система энергосберегающего управления, имитационная система моделирования, АРМы экспериментатора и отладчика прикладных программ, подсистема принятия обоснованных проектных решений и др.

Так как основным предметом технологической деятельности является информация, состояние ИТС характеризуется состоянием информационного потока в процессе проектирования ЭСУ. Необходимость учета сложных потоков информации заставляет искать нетрадиционные подходы к созданию ИТС, например рассматривая ее архитектуру в зависимости от уровней информации.

В связи с этим возникает необходимость в использовании информационной модели (ИМ) проекта [57]. Схема на рис. 2.6 показывает, что ИМ проекта имеет сложную структуру, так как содержит разноформатную, многомерную информацию по проекту, в том числе и вербальную, является распределенной и доступной в ИТС с сетевой архитектурой для нескольких, параллельно работающих проектировщиков. Кроме того, в информационную модель проекта входит не только декларативная информация, но и процедурные знания. Поэтому ИМ методологически является более широким понятием, чем база данных.

Структуризация ИМ является сложной, но необходимой и приоритетной задачей проектирования, так как без упорядочения невозможна архивация, доступ, обеспечение защиты и управление информацией. Структура ИМ для каждого проекта характеризуется своей глубиной иерархии, уровнем сложности и в конечном итоге необходимой степенью детализации информативных характеристик [54]. Для создания структуры ИМ проекта в соответствии с используемой в ИТС методологией проектирования можно ограничиться тремя основными уровнями.

На нижнем уровне (канальном) происходит прием и передача отдельных битов на портах и каналах измерительно-вычислительного устройства (ИВУ), определяющих, например, мгновенные значения напряжений и токов. К этому уровню относятся правила управления доступом к среде обмена информацией, совместимость протоколов передач, обеспечение повторной передачи в случае сбоя аппаратных средств, межканальный обмен информацией в режиме реального масштаба времени и др.

Второй уровень предполагает включение в ИМ таких характеристик, как задаваемая точность, диапазоны измерений, вероятности ошибок и пр.

Самый верхний уровень отводится под параметры, определяющие информационные характеристики, действующие на входах и выходах всех информационных технологий функционально представляемых этапами проектирования. На рис. 2.6 отражено формальное описание ИМ проекта в терминах ИТС для верхнего уровня информации. Проектируемая управляющая программа во время функционирования объекта должна обеспечить восходящее преобразование значений параметров нижнего уровня (канального) в выходные значения параметров верхнего уровня, которые в конечном итоге определяют адекватность ЭСУ техническому заданию.

Функциональное представление ИТС обусловлено совокупностью взаимосвязанных функций, необходимых для оперативного проектирования, и элементами, обеспечивающими эти функции. В качестве основных таких элементов выступают математическое, программное, информационное и техническое обеспечения (МО, ПО, ИО и ТО) ИТС.

В процессе проектирования МО, ПО, ТО и информационные потоки составляют единую информационно-технологическую среду, обеспечивающую нисходящее проектирование информационных характеристик. Поэтому, описывая многоуровневую архитектуру ИТС, следует рассматривать взаимосвязанную совокупность всех представлений, элементов и ИМ проекта. На каждом из уровней МО, ПО и ТО должны отвечать определенным требованиям. Так, например, ТО должно обеспечивать взаимодействие и совместимость аппаратных средств (средства связи, разъемы, скорости передач, уровни сигнала



лов и пр.) в соответствии с требованиями мировых стандартов. На рис. 2.7 приведен состав ПО ИТС, обеспечивающий оперативную технологию проектирования ЭСУ.

Учитывая специфику предметной области проектирования ЭСУ, на функционально-логическом уровне, наиболее укрупненно, в ИТС можно выделить следующие элементы:

- информационные технологии (ИТ), выполняющие целевые функции процесса проектирования;
- базу знаний, обеспечивающую их мгновенное извлечение для решения ЗОУ;
- интегрированную оболочку, представляющую сервисные функции по организации и управлению процессом проектирования.

Интегрированная оболочка предлагает следующие функции по управлению процессом проектирования:

- виртуальный доступ к ИТ проектирования;

- обеспечение архивации проектных данных;
- наполнение (развитие) базы знаний;
- сетевой доступ пользователя к данным;
- защиту данных;
- дефадзификацию нечетких и неопределенных данных;
- обучение пользователя.

База знаний ИТС представляет собой совокупность теоретических сведений, необходимых для создания математического обеспечения микропроцессорных управляющих устройств, решающих задачи синтеза оптимальных воздействий в реальном времени на объект.

Информационные технологии автоматизированного проектирования ЭСУ – это объекты, хранимые в ИТС проектирования. Физически такой объект представляет комплекс технических средств и программных модулей с определенным статусом доступа к ИМ, функциональным назначением и местом в технологической схеме проектирования.

Таким образом, ИТС проектирования можно определить как совокупность интегрированно используемых информационных технологий, опирающихся на базу знаний и методов доступа пользователей к ним. Введя понятие ИТС проектирования ЭСУ, следует подчеркнуть следующие важные аспекты:

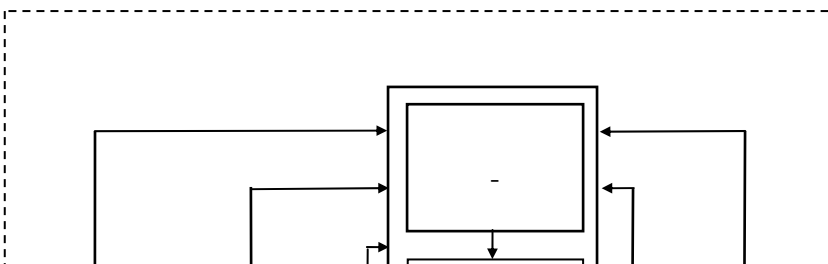
1 ИТС интегрированно хранит все множество информационных технологий, однако пользователь должен иметь возможность дифференцированного доступа к ИТ через программный интерфейс (рис. 2.7).

2 ИТС – это способ аккумуляции знаний о технологиях проектирования ЭСУ и поэтому важным аспектом ИТС является модель хранения знаний и способы ее использования.

3 Организация структуры ИТС является инвариантной для широкого класса задач энергосбережения (нагрев и охлаждение тел, разгон, торможение и др.).

4 При реализации ИТС в виде программно-технического комплекса различные ИТ реализуются в виде виртуальных автоматизированных рабочих мест (АРМ) целевого назначения (экспериментатора, исследователя, программиста, испытателя и т.д.), которые могут активизироваться по требованию разработчика на любой ПЭВМ, имеющей сетевой доступ к ИМ проекта. Использование виртуальных АРМ осуществляет развязку ресурсов ИТС между пользователями, работающими в одной вычислительной системе, обеспечивая определенный уровень защиты данных и исключая дублирование ресурсов системы (рис. 2.8).

Для обеспечения решения всех проектных задач, представленных на рис. 2.6, ИТС выполняет следующие функции управления процессом автоматизированного проектирования:



## Рис. 2.8 Информационно-технологическая среда проектирования ЭСУ

- обеспечение сетевого доступа пользователя к данным и их защиту;
- контроль входных и выходных массивов информации для каждого этапа проектирования;
- управление очередностью решаемых проектных задач;
- архивацию проектных данных;
- принятие оптимальных проектных решений и др.

Управление ресурсами ИТС обеспечивает следующие целевые функции проектирования:

- автоматизированное проведение эксперимента на объекте или его модели с использованием базового микропроцессорного устройства;
  - сбор и первичную обработку измерительной информации с возможностью различного представления результатов (численного, графического, в виде моделей, формул и др.);
  - идентификацию математической модели объекта контроля или управления;
  - формализацию постановки ЗОУ по нечетким данным;
  - анализ и синтез ОУ на МСФ в режиме моделирования;
  - выбор технических средств ЭСУ;
  - отладку прикладных программ для ИВУ, выполняющих роль устройства управления или контроля в проектируемой системе;
  - проведение имитационного и натурального моделирования ЭСУ.

Угруппированная функционально-логическая структура ИТС, показанная на рис. 2.7, включает в себя несколько основных классов модулей, которые образуют ряд логических подсистем.

1 Модули содержательной обработки информации, реализующие главные целевые функции ИТС (идентификация модели, постановка и решение ЗОУ, разработка программного обеспечения контроллера, имитационное моделирование и др.) и определяющие основные информационно-вычислительные ресурсы, представляемые пользователю (сбор, вычислительная обработка информации и ее хранение). ИТ, реализующие эти модули образуют «Подсистему содержательной обработки информации» (ПСОИ): экспертная система энергосберегающего управления динамическими объектами, подсистема принятия проектных решений, АРМ проблемного программиста, АРМ имитационного моделирования и др.

2 Терминальные модули (ТМ), обеспечивают физический доступ пользователя к ресурсам ПСОИ и представление полученного от ПСОИ ресурса в виде результата вычислений. В качестве ТМ могут выступать персональные компьютеры и ИВУ. Пользователь общается с ТМ посредством интерфейсных модулей (программных и технических).

3 Коммуникационные модули взаимодействия и соединения обеспечивают местное или удаленное взаимодействие ТМ с ПСОИ, а также ТМ между собой на основе процедур и протоколов обмена информацией. Соответствующие программно-технические средства образуют "Подсистему обмена данными".

4 Интерфейсные модули обеспечивают пользователю доступ к виртуальным ресурсам среды (программным и техническим) и возможность многофункциональной интерпретации и отображения информации в удобном для пользователя виде.

Терминальные и интерфейсные модули в совокупности представляют терминальную подсистему. Основное назначение терминальной подсистемы создать удобную, надежную и комфортную среду для использования всех ее функциональных возможностей и оперативного доступа к ресурсам (программным и техническим) посредством программных интерфейсов. Все ИТ, входящие в ИТС, должны обладать схожими интерфейсами: системами меню и подсказок, окнами диалога, вывода графической информации, кнопками управления, окнами редактирования при вводе данных и др.

Ключевыми компонентами среды при проектировании ЭСУ являются следующие информационные технологии [59].

1 Экспертная система (ЭС), предназначенная для многоаспектного автоматизированного исследования и решения задач энергосберегающего управления динамическими объектами [60]. Основу базы знаний ЭС составляют результаты полного анализа ОУ на МСФ, предварительно проведенного для ряда элементарных гипотетических объектов управления, модели которых описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями [10].

2 Подсистема принятия обоснованных проектных решений [58]. Теоретическую основу информационных технологий, осуществляющих функции дефадзификации в ИТС, составляют методы и алгоритмы экспертных оценок, теории принятия решений, в том числе ранговая корреляция, конкордация, проверка статистических гипотез, многокритериальная оптимизация (оптимизация по Парето) и др.

3 Автоматизированные рабочие места для получения и обработки экспериментальных данных, проведения имитационных и натуральных испытаний ЭСУ, построения информационно-измерительной системы мониторинга (непрерывного сбора, обработки и отображения измерительной информации и т.д.) [58, 59].

4 АРМ прикладного программиста, основу которого составляют операционные (системные), инструментальные, лингвистические и коммуникационные средства технологического программирования для серии базовых измерительно-вычислительных устройств, включающих систему команд, библиотеки функций, драйверы устройств, базовую систему ввода-вывода (BIOS), языки программирования, компилятор и т.д.

5 Информационная оболочка и обучающая система, в том числе и для дистанционного обучения [60]. Обучающая система размещена на WWW-сервере сети Internet, она содержит гипертекстовый учебник для получения теоретических знаний, исполнительную систему для синтеза в реальном времени управляющих воздействий по модели объекта "Двойной интегратор" и может быть доступна одновременно для группы удаленных разработчиков.

Наиболее полно архитектура среды может быть представлена на основе взаимодействия файловой системы проекта и исполнительной системы на базе АРМ (см. рис. 2.8).

В основу модели среды положена концепция открытых систем с многоуровневой архитектурой, реализуемая комплексом информационных технологий с использованием персонального компьютера и группы базовых микропроцессорных устройств.

Среда позволяет интегрировать функции локальных автоматических систем (контроля и управления) и компьютерных технологий, как в процессе проектирования, так и при реальном функционировании.

При проектировании ЭСУ необходимо учитывать следующие особенности.

1 ЭСУ решают задачу оптимального управления в реальном времени.

2 В процессе эксплуатации промышленных объектов могут происходить изменения исходных данных для решения задачи оптимального управления. Поэтому ЭСУ (кроме самых простейших) должны содержать математический аппарат синтеза управляющих воздействий на множестве состояний функционирования.

3 В связи со спецификой ЭСУ, реализующие ее аппаратные средства должны потреблять минимум энергии. В противном случае эффект энергосбережения может отсутствовать.

4 ЭСУ должны обладать свойствами отказоустойчивости, т.е. отказы вспомогательного оборудования не должны приводить к прекращению работы ЭСУ, так как управляющее воздействие связано с потреблением энергии объектом управления, и перерасход энергии может привести к фатальным последствиям.

5 В условиях САПР решение задачи проектирования ЭСУ обычно выполняется в диалоговом режиме, который позволяет "согласовать" исходные данные для разработки системы, высказываемые пользователями, с возможностями, заложенными в системе проектирования, учесть встречающиеся в процессе проектирования или функционирования нечеткости.

6 Экономически выгодным может быть только применение дешевой и оперативной технологии проектирования. Для обеспечения низкой стоимости разработки процесс проектирования должен быть смещен в область алгоритмического проектирования, использовать серийно выпускаемые контроллеры и простые алгоритмы управления.

Перечисленные особенности могут быть учтены лишь в условиях использования информационно-технологической среды (ИТС), опирающейся на базу знаний (БЗ), которые позволят оперативно и в комплексе проводить все этапы проектирования ЭСУ.

Исходные данные для ведения проектных работ во многих случаях содержат элементы нечеткости, которые обусловлены следующими обстоятельствами:

- математическая модель объекта обычно достоверно неизвестна или представлена в форме, не пригодной для решения ЗОУ известными аналитическими методами, поэтому возникает важная и сложная задача получения некоторой адекватной "рабочей" модели;
- заранее, до проведения машинных экспериментов, нельзя однозначно утверждать какая стратегия управления будет наиболее эффективной на множестве состояний функционирования;
- реальное снижение затрат энергии или расхода топлива может быть определено лишь после проведения экспериментов;
- требования к техническим средствам, включая разного рода согласующие устройства, датчики и т.п., во многих случаях формулируются нечетко.

Вследствие этого на первых этапах проектирования исходные данные записываются в виде массива, содержащего нечеткие сведения о цели работ, объекте управления, его модели и т.д.

### **3 ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧЕСКИЕ РАБОТЫ**

Комплекс лабораторных работ предусматривает выполнение всех основных этапов проектирования микропроцессорного устройства, а именно:

- формализацию задачи оптимального управления. Выбор стратегии, а соответственно и структуры системы оптимального управления;
- построение модели динамики объекта;
- определение возможных видов функций ОУ для задаваемого диапазона изменения исходных данных задачи;
- анализ и синтез оптимального программного управления;
- определение синтезирующих функций при использовании позиционной стратегии, исследование устойчивости замкнутой СОУ;
- синтез оптимальных управляющих воздействий в режиме "пуска" объекта;
- аналитическое конструирование оптимального регулятора;
- выбор технических средств и разработку программного обеспечения микропроцессорного управляющего устройства.

Каждый обучающийся получает индивидуальное задание и, как правило, выполняет работы применительно к одному динамическому объекту, в качестве которого может быть емкость с нагреваемой жидкостью, электродвигатель, транспортное средство.

Лабораторная работа 1

#### **Формализация задачи, выбор стратегии и структуры**

## системы оптимального управления

*Цель работы:* получить необходимые знания и навыки для математической постановки задачи оптимального управления, определить стратегию функционирования системы и ее структуры.

Исходными данными для выполнения работы являются краткие сведения об объекте управления – назначение объекта, основные характеристики, входные и выходные переменные, диапазоны их изменения, условия эксплуатации и др. Варианты заданий приведены в табл. 3.1.

**Таблица 3.1**

<b>ОБЪЕКТ УПРАВЛЕНИЯ</b>		Примечания (особенности конст- рукции, экс- плуатации и т.д.)
Наименование	О С Н О В - Н Ы Е Х А Р А К - Т Е Р И - С Т И К И	
1 Электроводо-нагреватель	Емкость для жидкости. Периодического действия. Нагрев до 95 °С	Слабая термоизоляция. Неотапливаемое помещение
2 Электроводо-нагреватель	Емкость для воды. Непрерывного действия	Основные возмущающие воздействия: – потребление тепловой воды; – дополнение холодной воды; – изменение окружающей температуры
3 Водогрейный котел с газовыми горелками	Непрерывного действия. Основная цель – поддержание постоянной заданной температуры воды у потребителей	Два раза в сутки меняются задания на температуру воды. Основное возмущение – температура окружающей среды
4 Печь для отжига магнитопроводов	Нагрев до 600 °С ТЭН'ами. Время разогрева 1 ч	Включается 1 раз в сутки. Частые возмущения при загрузке печи
5 Печь газовая		
6 Электродвигатель постоянного тока	Мощность 1 кВт	Работает непрерывно, частные изменения нагрузки
7 Электродвигатель постоянного тока	Мощность 2 кВт	Включается периодически на короткое время
8 Электропривод с асинхронным двигателем	Мощность 4 кВт	Работает непрерывно, частные изменения нагрузки

9 Электропривод с асинхронным двигателем	Мощность 8 кВт	Включается в случайное время. Различная нагрузка
--	----------------	--

#### *Задание:*

1 Ознакомиться с объектом управления, ввести обозначения переменных (управление, фазовые координаты, выход), записать в общем виде модель динамики.

2 В словесной и математической форме записать первоначальный вариант задачи оптимального управления.

3 Сформировать множество альтернативных стратегий реализации ОУ и привести для них структурные схемы систем оптимального управления.

4 С помощью одного из методов принятия проектных решений обосновать и предложить наиболее целесообразный для заданного объекта вариант структуры (и стратегии) разрабатываемой энергосберегающей системы управления.

5 Сделать выводы по работе.

В качестве лабораторной установки при выполнении работы используется АРМ проектировщика микропроцессорных систем контроля и управления. Программное обеспечение АРМ содержит модули "Принятия проектных решений" и базу данных, в которой содержатся сведения об энергоемких объектах, стратегиях и структурах систем оптимального управления.

#### **ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

1 Дать описание исследуемого объекта, при этом должны быть указаны сведения, необходимые для математической постановки ЗОУ.

2 Сформулировать задачу оптимального управления. Следует четко выделить, что задается, что требуется определить и при каких ограничениях.

3 Сформировать множество альтернативных стратегий реализации ОУ и соответственно структурных схем системы оптимального управления. При этом может использоваться база данных АРМ проектировщика микропроцессорных систем контроля и управления.

4 Математически сформулировать задачу определения оптимального варианта структуры СОУ и выбрать метод ее решения.

5 С помощью программного модуля "Принятие программных решений" предложить стратегию реализации ОУ и структуру системы управления.

6 Дать краткое описание предлагаемой СОУ, сделать рекомендации по ее техническому обеспечению.

7 Оформить отчет по работе.

#### **СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА**

В отчете по работе необходимо отразить:

1 Название и цель лабораторной работы.

2 Описание объекта управления, особое внимание обратить на режимы работы, фазовые координаты (переменные состояния), входные переменные, ограничения на изменения переменных.

3 Постановку задачи оптимального управления (словесную и математическую).

4 Постановку задачи выбора оптимального варианта стратегии управления и структуры СОУ.

5 Описание метода решения задачи выбора оптимального варианта структуры СОУ. Порядок решения задачи на АРМ проектировщика.

6 Множество альтернативных вариантов структур СОУ, их краткую характеристику и результаты решения задачи выбора оптимального варианта.

7 Описание полученной структурной схемы СОУ. Рекомендации по применению технических средств.

#### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Правильная постановка ЗОУ и выбор оптимальной структуры разрабатываемой СОУ во многом определяют успех проектирования энергосберегающих систем управления.

В общем случае постановка ЗОУ должна содержать сведения о модели  $M$  объекта, минимизируемом функционале  $F$ , стратегии  $S$  реализации ОУ и ограничениях (условиях)  $O$ . Например, задача оптимального управления объектом, динамика которого описывается линейным дифференциальным уравнением

второго порядка, управление скалярное, минимизируются затраты энергии, используется программная стратегия, концы траектории изменения фазовых координат закреплены и временной интервал фиксирован. Математически может быть записана следующим образом:

$$M: \begin{cases} \dot{z} = A z(t) + B u(t), \\ z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}; \end{cases} \quad (3.1)$$

$$F: I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min; \quad (3.2)$$

$$S: u^*(t) = (u^*(t), t \in [t_0, t_k]); \quad (3.3)$$

$$O: \forall t \in [t_0, t_k]: u(t) \in [u_n, u_b]; \quad (3.4)$$

$$z(t_0) = (z_1^0, z_2^0)^T, \quad z(t_k) = (z_1^k, z_2^k)^T, \quad (3.5)$$

где  $z$  – вектор фазовых координат;  $u, u_n, u_b$  – управление и его граничные значения;  $A, B$  – матрицы параметров объекта;  $t_0, t_k$  – начало и конец временного интервала управления;  $z_i^0, z_i^k, i=1, 2$  – начальное и конечное значение компоненты вектора фазовых координат  $z$ .

Для тепловых объектов обычно  $z_1, z_2$  означают температуру нагреваемого тела и скорость ее изменения, для электроприводов в качестве  $z_1$  может рассматриваться угловая скорость вращения вала двигателя.

Если в ЗОУ минимизируется расход топлива или время (задача максимального быстрогодействия), то вместо (3.2) записывается соответственно функционал

$$I_T = \int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt \rightarrow \min \quad (3.6)$$

или

$$I_6 = \int_{t_0}^{t_k} dt \rightarrow \min. \quad (3.7)$$

В случае использования позиционной стратегии, т.е. при расчете управления  $u^*(t)$  учитывается текущее значение  $z(t)$  и "остаточное" время  $t_k - t$ , вместо программы (3.3) определяется синтезирующая функция

$$u^*(t) = s(z(t), t_k - t). \quad (3.8)$$

Дополнительно к ограничениям (3.4), (3.5) могут накладываться ограничения на скорость изменения управляющего воздействия, компонентов фазовых координат и др.

Задаваемые исходные данные ЗОУ (3.1) – (3.5) могут быть представлены массивом реквизитов

$$R = (a_1, a_2, b, u_n, u_b, z_1^0, z_2^0, z_1^k, z_2^k, t_0, t_k). \quad (3.9)$$

Таким образом, управляющее устройство применительно к задаче (3.1) – (3.5) должно по данным (3.9) рассчитать оптимальную программу (3.3), т.е. определить вид функции ОУ  $u^*(t)$  и ее параметры, которая обеспечит минимум функционала (3.2) при выполнении условий и ограничений (3.1), (3.4), (3.5).

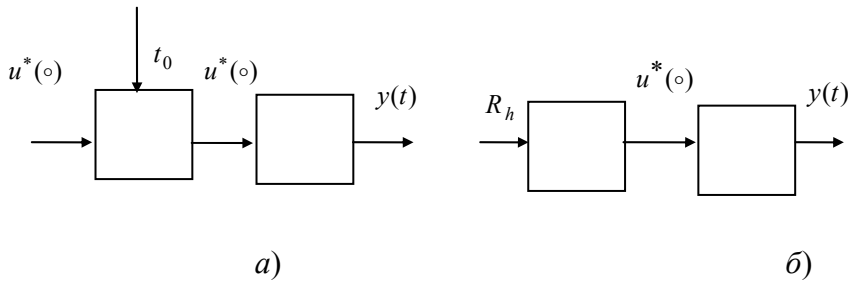
Если на временном интервале  $[t_0, t_k]$  происходит изменение компонентов массива (3.9), то считается, что изменилось состояние функционирования системы, характеризуемое переменной  $h$ . Наиболее часто смена состояния функционирования  $h$  связана с изменением параметров модели объекта  $a_i, b$ , компоненты  $z_1^k$  и времени  $t^k$ . Значение массива (3.9) в состоянии  $h$  обозначается  $R_h$ .



С учетом изменения состояний функционирования возможны следующие стратегии.

1 Программная некорректируемая стратегия  $S_{\text{прнк}}$ , когда в память управляющего устройства (УУ) записывается оптимальная программа  $u^*(\circ)$ , рассчитанная для одного или нескольких наиболее вероятных состояний функционирования. Это наиболее простые ЭСУ (рис. 3.1, а), для реализации программы поступает только сигнал о начальном моменте времени  $t_0$ .

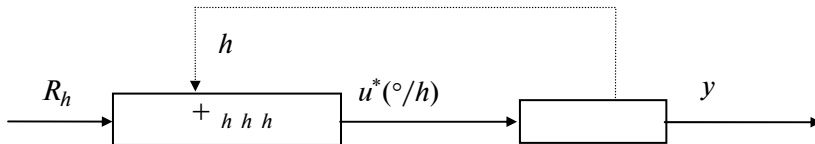
В более сложном случае при введении массива реквизитов  $R_h$  в УУ рассчитывается программа  $u^*(\cdot)$  (рис. 3.1, б), которая реализуется на интервале  $[t_0, t_k]$  независимо от того, какие изменения состояния  $h$  происходят.



**Рис. 3.1 Схемы ЭСУ при  $S_{\text{прнк}}$ :**  
 а – оптимальная программа записана в ПЗУ;  
 б – оптимальная программа рассчитывается УУ

2 Программная корректируемая стратегия  $S_{\text{прк}}$ , в данном случае при изменении состояния функционирования  $h$  в момент  $t_h$  происходит пересчет оптимальной программы для оставшегося времени  $[t_h, t_k]$ . Здесь, УУ должно идентифицировать состояние  $h$  (устройство ИУ<sub>h</sub>) в каждый момент времени (рис. 3.2).

3 Программная комбинированная стратегия  $S_{\text{пркм}}$  представляет собой промежуточный вариант между некорректируемой и корректируемой программными стратегиями. Программа здесь не корректируется до тех пор, пока состояние функционирования принадлежит некоторому подмножеству допустимых состояний  $H_1$ . Если  $h \notin H_1$ , то производится коррекция программы на основе текущих исходных данных. Структура ЭСУ аналогична приведенной на рис. 3.2.

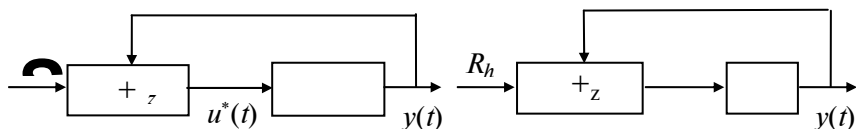


**Рис. 3.2 ЭСУ со стратегией  $S_{\text{прк}}$**

4 Позиционная некорректируемая стратегия  $S_{\text{пзнк}}$  при данной стратегии УУ реализует алгоритм вычисления ОУ  $u^*(t)$  в каждый дискретный момент времени  $t$  в зависимости от текущего значения  $z(t)$  и остаточного времени  $\tau = t_k - t$  согласно заранее полученной синтезирующей функции  $s$  для одного состояния функционирования  $h$  (рис. 3.3, а).

Для определения  $z(t)$  по значениям  $y(t)$  и  $u^*(t)$  УУ дополнительно выполняет функции идентифицирующего устройства (ИУ<sub>z</sub>), т.е. оценки вектора фазовых координат  $z$ .

В более сложном варианте (рис. 3.3, б) УУ само определяет синтезирующую функцию по введенным исходным данным  $R_h$  до момента времени  $t_0$ . В последующем на интервале  $[t_0, t_k]$  синтезирующая функция сохраняется без изменения.



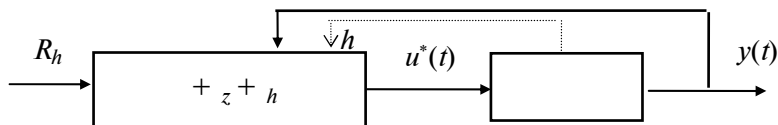
a)

б)

**Рис. 3.3 Схемы ЭСУ со стратегией  $S_{пз\ нк}$ :**  
 а – алгоритм УУ задается в виде синтезирующей функции;  
 б – синтезирующая функция определяется массивом  $R_h$

5 Позиционная корректируемая стратегия  $S_{пр\ к}$  предполагает определение управляющим устройством новой синтезирующей функции при каждом изменении  $h$ , в том числе и на временном интервале  $[t_0, t_k]$ . Схема ЭСУ с  $S_{пр\ к}$  приведена на рис. 3.4, УУ здесь выполняет функции: идентификации ( $IУ_z$ ), идентификации ( $IУ_h$ ), определения синтезирующей функции  $S_h$  расчета  $u^*(t)$ .

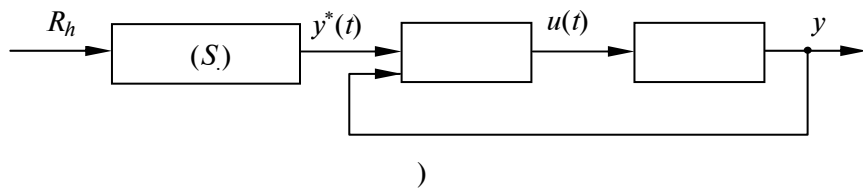
6 Позиционная комбинированная стратегия  $S_{пз\ км}$  аналогична стратегии  $S_{пр\ км}$ , когда синтезирующая функция сохраняется, пока переменная  $h$  принадлежит некоторому подмножеству состояний функционирования  $H_1$ . Структура СОУ в этом случае аналогична приведенной на рис. 3.4.



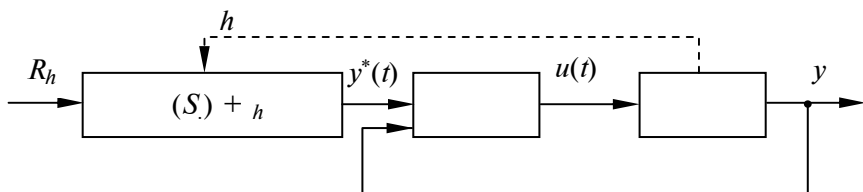
**Рис. 3.4 ЭСУ со стратегией  $S_{пз\ км}$**

Рассмотренные ЭСУ с программной стратегией (см. рис. 3.1, 3.2) являются разомкнутыми (по выходной переменной  $y$ ), а ЭСУ, использующие позиционную стратегию (см. рис. 3.3, 3.4) – замкнутыми, их обычно называют оптимальными регуляторами.

Наряду с рассмотренными схемами ЭСУ могут использоваться схемы, в которых УУ с  $S_{пз\ нм}$  или  $S_{пр\ к}$  применяется совместно с обычным автоматическим регулятором (АР) (рис. 3.5).



)



)

**Рис. 3.5 Схемы ЭСУ, использующие автоматический регулятор:**

а – УУ реализует стратегию  $S_{пз\ нк}$ ;  
 б – УУ реализует стратегию  $S_{пр\ к}$

Таким образом, множество перечисленных стратегий реализации энергосберегающего ОУ и соответствующих схем ЭСУ можно записать в виде

$$S = \{S_{пр\ нк}, S_{пр\ к}, S_{пз\ нк}, S_{пз\ км}, S_{пз\ нк}, S_{пз\ к}, S_{пз\ к}, S_{пр\ нк} + AP, S_{пр\ к} + AP\}.$$

(3.10)

Выбор стратегии управления во многом определяется возможностью контроля за изменением фазовых координат, идентификации состояний функционирования, статистическими свойствами системы. Задача выбора стратегии формулируется с учетом экономических, конструктивных, точностных и других факторов, в ряде случаев используются методы экспертных оценок, многокритериальной оптимизации и др.

В принятии оптимальных решений (выборе оптимального варианта) обычно принимают участие 3 группы лиц, различающихся по их роли в процессе решения проблемы.

1 Лицо, принимающее решение – (ЛПР), или группа ЛПР. Это лицо *формулирует цель* (критерий оптимальности), ограничения, *окончательно* устанавливает вариант для реализации (принимает *итоговое решение*).

2 *Группа экспертов*, специалистов по конкретной проблеме (совет). Они определяют *альтернативные варианты*, критерии, выявляют относительную важность, значимость альтернатив, *ранжируют* или *сравнивают варианты* и т.д.

3 *Группа консультантов* по математическим методам теории принятия решений. Они организуют работу экспертов и ЛПР, *разрабатывают процедуру* работы, обрабатывают и анализируют информацию от экспертов.

В зависимости от характера целевых функций выделяют различные классы задач. Задачи с одной целевой функцией относятся к классу задач математического программирования. Задачи с несколькими целевыми функциями называются многокритериальными.

Таким образом, критерий оптимальности может быть скалярным или векторным, в последнем случае он содержит частные критерии  $q_j$ , т.е.

$$Q = (q_1, q_2, \dots, q_s),$$

здесь, например,  $q_1$  – затраты,  $q_2$  – вероятность достижения успеха и т.д. Особенность задач с векторным критерием заключается в том, что решение, оптимальное по одному частному критерию, не является оптимальным по всем критериям. Для решения таких задач наиболее часто используется понятие оптимальности по Парето и различные приемы сведения многокритериальной задачи к однокритериальной.

Решение называется оптимальным по Парето, если любое отклонение от него ухудшает хотя бы один из критериев [6]. Для перехода от многокритериальной задачи к однокритериальной может использоваться метод свертки критериев или метод главного критерия.

В зависимости от степени определенности критерия  $Q$  различают задачи с четко сформулированным критерием, например, материальные затраты, время достижения цели, вероятность успеха и др., и задачи, в которых критерий четко не сформулирован, например, эффективность (без количественного показателя), качество, предполагаемый риск и т.п.

На практике часто встречаются случаи, когда критерий  $Q$  вполне определен, но оценить его количественно с достаточной точностью не представляется возможным вследствие влияния многих непредсказуемых факторов.

Аналогично по *степени определенности* значений исходных данных, необходимых для решения проблемы, различают задачи, в которых:

- известны значения вероятностей различных ситуаций и потери (затраты, доходы) в этих ситуациях, или известны модели, позволяющие провести необходимые расчеты;
- можно указать (определить) интервальные значения вероятностей и потерь;
- имеется информация о вероятностях и потерях лишь для части ситуаций;
- информация о вероятностях ситуаций и соответствующих затратах отсутствует.

Родственным признаком классификации является состояние базы данных:

- база данных для исследуемой проблемы имеется;
- база данных неполная;
- база данных отсутствует.

Задачи, решаемые методами экспертных оценок, могут существенно различаться по конечной цели (результатам) решения. Наиболее часто с помощью экспертов требуется определить:

- рейтинги всех рассматриваемых вариантов, на основе которых руководитель принимает решение;
- подмножество предпочтительных вариантов, при этом число этих вариантов может быть заранее задано или не задано;
- один единственный предпочтительный вариант.

По составу экспертная группа может быть однородной и неоднородной. Если эксперты существенно различаются по стажу, опыту, квалификации, то могут вводиться весовые коэффициенты, учитывающие компетентность каждого эксперта.

Исходное число вариантов решения может задаваться заранее, а может формироваться экспертами.

В зависимости от повторяемости решаемой задачи выделяют случаи, когда однотипная задача решается многократно (по несколько раз в год или чаще) или задача носит уникальный характер.

По времени, отведенному для принятия решения, задачи делят на оперативные (здесь решение требуется принять за короткое время, недостаточное для сбора информации о значениях вероятностей ситуации, потерях и т.п.) и исследовательские, когда время, отведенное на решение задачи, позволяет провести исследования по определению недостающей информации.

По степени ответственности (важности) принимаемого решения или тяжести потерь от ошибочных решений различают задачи: государственные (катастрофические), региональные (чрезвычайные ситуации), производственные (аварийные, банкротство), объектовые (локальные убытки).

В зависимости от числа учитываемых при решении проблемы возможных ситуаций (состояний функционирования) имеют место случаи, когда число ситуаций невелико (менее десяти) и число возможных ситуаций (состояний функционирования) велико (десятки, сотни).

Существуют и другие признаки классификации, например, характер проблемы (коммерческая, промышленная, социальная, экологическая, комплексная и т.д.), правовая структура, для которой решается задача и т.п., однако они в меньшей степени влияют на выбор метода решения.

В общем случае задача выбора оптимального варианта математически может быть сформулирована следующим образом.

Задается множество вариантов решения исследуемой проблемы

$$V = \{v_i, i = \overline{1, n}\},$$

здесь  $n$  – число вариантов, т.е.  $|V| = n$ ;  $v_i$  –  $i$ -ый вариант решения.

Сформулирована (возможно недостаточно четко) цель, которую необходимо достичь решением проблемы. Эта цель характеризуется критерием оптимальности  $Q$ , обычно векторным. Для определенности будем полагать, что чем значение  $Q$  больше, тем лучше, т.е. если  $Q(v_i) > Q(v_j)$ , здесь  $Q(v_i)$  – значение критерия  $Q$  для варианта  $v_i \in V$  ( $v_i$  принадлежит  $V$ ), то вариант решения  $v_i$  предпочтительнее варианта  $v_j$  или  $v_i \succ v_j$ .

Оптимальный вариант  $v^*$  находится из условия

$$v^* = \arg \max_v \{Q(v) / v \in V\}.$$

В общем случае может быть несколько вариантов с максимальными значениями  $Q$ , т.е. решением задачи выбора оптимального варианта является подмножество  $V^* \subset V$  (входящее в множество  $V$ ).

Сформулированная задача сравнительно легко решается, если все значения  $Q(v_i)$ , известны. Однако, на практике обычно значения  $Q(v_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$  неизвестны и непосредственно рассчитать их за время, отведенное на принятие решения, не представляется возможным (вследствие отсутствия моделей, неизученности и непредсказуемости изменений ситуаций и т.д.). Поэтому в качестве приближенных безразмерных оценок критериев  $Q(v_i)$  рассматриваются рейтинговые оценки  $R(v_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$  вариантов, определяемые группой из  $m$  экспертов.

При использовании рейтингов, как и для критерия  $Q$ , сохраняется соотношение: если  $R(v_i) > R(v_j)$ , то  $v_i \succ v_j$  и математически задача выбора оптимального варианта записывается в виде

$$v^*(V^*) = \arg \max_v \{R(v) / v \in V\}.$$

Учитывая, что рейтинги  $R(v)$  лишь приближенно характеризуют критерии  $Q(v)$ , а также возможные субъективные ошибки в работе экспертов, определение оптимального варианта  $v^*$  или подмножества  $V^*$  должно сопровождаться применением методов проверки статистических гипотез, которые позволяют делать обоснованные выводы о степени согласованности мнений экспертов и достоверности результатов.

Для задач выбора наилучшего варианта решения используется большая группа методов. Учитывая особенности правовых задач и возможность применения компьютерных технологий наибольшее применение находят следующие методы:

- экспертных оценок (ЭО), в частности ранжирования вариантов (ЭОР) и парных сравнений (ЭОПС);
- теории игр, в частности максимина или минимакса (ММ);
- Байеса-Лапласа (БЛ) и его частный случай – метод равной вероятности (РВ);
- Гурвича или Гурвица (Г);
- Шанявского (К);
- минимизации последствий ошибочного решения Сэвиджа (С).

В зависимости от важности исследуемой проблемы, повторяемости решения задач, наличия информации о вероятностях ситуаций в табл. 3.2 приведены рекомендации по применению различных групп методов.

Для решения задач идентификации также используется многочисленная группа методов, в частности, регрессионный анализ (РА), корреляционный анализ (КА), дисперсионный анализ (ДА), диаграмма рассеяния (ДР), проверки статистических гипотез (ПСГ) и др. Каждый из этих методов имеет свои разновидности. Например, в методе РА выделяют случаи линейный и нелинейный РА, одномерный и многомерный РА. Метод ДА подразделяется на однофакторный, двухфакторный, трехфакторный и т.д.

Каждый метод эффективен для решения определенной группы задач. Так при анализе существенности влияния факторов на выходной показатель при большом числе факторов и значительном изменении  $Q$  удобно использовать метод диаграмм рассеяния, если же число факторов невелико и колебания  $Q$  незначительны, то эффективнее метод ДА.

При решении идентификации моделей важное значение имеет точность определения значений входных переменных  $X$ . Если ошибками в определении  $X$  можно пренебречь, то можно использовать методы РА, если же значения  $X$  рассматриваются как случайные величины, то применяются методы КА.

Методы ПСГ используются в различных задачах, связанных с анализом случайных величин (идентификация закона распределения случайной величины, проверка существенности различий между параметрами распределения), построением доверительных интервалов, оценки степени согласованности мнений экспертов и др.

**Т А Б Л И Ц А 3 . 2**

Важность проблемы	Вероятности ситуации	ПОВТОРЯЕМОСТЬ ЗАДАЧ	
		Однократные	Многократные
Высокая	$p(h)$ известны	ЭОПС, ММ, Ш	ЭОПС, БЛ, Ш
	неизвестны	ЭОПС, ММ, Ш	ЭОПС, Ш, ММ
Средняя	$p(h)$ известны	ЭОПС, БЛ, ММ, С	ЭОР, БЛ, Г
	неизвестны	ЭОПС, С, ММ, Ш	ЭОР, РВ, Г, Ш
Низкая	$p(h)$ известны	ЭОР, БЛ, ММ, С	ЭОР, БЛ, Г
	неизвестны	ЭОР, Ш, РВ, Г, С	ЭОР, РВ, Г

---

Примечание: ЭОПС – экспертные оценки (метод парных сравнений); ЭОР – экспертные оценки (метод ранжирования вариантов); ММ – теория игр (метод максимина или минимакса); БЛ – Байеса-Лапласа; РВ – равной вероятности; Г – Гурвица (Гурвича); Ш – Шанявского; С – Сэвиджа.

---

Решение задачи выбора оптимального варианта методами экспертных оценок включает следующие основные этапы.

1 Формулировка проблемы и составление множества вариантов  $V$  ее решения. Здесь же описывается критерий оптимизации  $Q$  (скалярный или векторный, явный или нечеткий и т.п.) и в каком виде должны быть представлены результаты (оценка рейтингов вариантов, формирование подмножества предпочтительных вариантов, выделение оптимального варианта).

2 Комплектование группы экспертов, характеристика ее состава, рассмотрение необходимости учета компетентности специалистов введением весовых коэффициентов.

3° В случае использования нескольких частных критериев ранжирование их экспертами и выделение наиболее важного для формирования скалярного критерия оптимизации.

4° Выбор метода решения задачи (ранжирование или парное сравнение вариантов).

5 Работа экспертов по анализу вариантов.

6 Математическая обработка деятельности экспертов, выводы о результатах и необходимости дальнейшей работы экспертов (в зависимости от степени согласованности их мнений).

7° Коррекция состава экспертной группы.

8° Повторная экспертиза вариантов и математическая обработка ее результатов.

9 Предложения по решению проблемы на основе результата применения метода экспертных оценок.

Этапы, помеченные знаком (°), выполняются лишь в случае необходимости.

Лабораторная работа 2

### Идентификация модели динамики объекта управления

*Цель работы:* получить знания и навыки разработки математических моделей объектов, позволяющих оперативно решать задачи оптимального управления.

Исходные данные для выполнения работы получаются в ходе проведения экспериментов на лабораторных или полупромышленных установках, снабженных средствами удаленного доступа. Варианты заданий берутся из табл. 3.1.

#### *Задание*

1 Ознакомиться с объектом управления и видами моделей динамических режимов, используемых для разработки алгоритмического обеспечения СОУ.

2 Получить экспериментальные данные и решить задачу идентификации модели динамики объекта управления. Оценить погрешности модели.

3 Представить модель динамики в видах, необходимых для решения задач оптимального управления.

Лабораторная работа выполняется с использованием физических моделей тепловых объектов и электроприводов. Полученные экспериментальные данные обрабатываются на АРМ проектировщика микропроцессорных систем контроля и управления (программный модуль "Идентификация").

#### **ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ**

1 На основе рассмотрения объекта управления, моделей динамики аналогичных объектов, используемых при решениях ЗОУ и хранящихся в базе данных АРМа сделать предположения, выдвинуть гипотезы о структуре модели объекта, т.е. указать число возможных стадий (зон) развития динамики при пуске объекта, виды дифференциальных уравнений на каждой стадии.

Сформулировать требования к точности модели.

2 Составить план проведения эксперимента с целью получения данных для идентификации модели динамики объекта управления. В плане указать диапазон изменения выходной переменной  $Y$  (для теплового объекта  $Y$  – температура, для электродвигателя  $Y$  – скорость вращения), траекторию изменения входа (управления)  $u(\circ) = (u(t), t \in [t_0, t_k])$ , временной шаг  $dt$  регистрации  $Y(t)$  и  $u(t)$ , количество проводимых опытов.

3 Провести эксперимент с регистрацией данных в компьютере АРМ.

4 Представить опытные данные в графическом виде. По зависимостям  $Y(t)$ , соответствующим участкам с  $u(t) = \text{const}$ , уточнить структуру модели объекта (см.п.1). Возможно рассмотрение нескольких альтернативных моделей.

5 С помощью программного модуля "Идентификация" АРМ проектировщика обработать экспериментальные данные и получить модель динамики объекта, удовлетворяющую требованиям точности и пригодную для решения ЗОУ.

6 Оформить отчет по работе.

### **СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА**

В отчете по работе необходимо отразить.

1 Название и цель лабораторной работы.

2 Предполагаемую модель динамики объекта управления. Требования к модели.

3 План проведения эксперимента.

4 Полученные экспериментальные данные в табличном и графическом виде.

5 Математический аппарат, используемый при решении задач идентификации.

6 Полученную модель динамики или 2 ... 3 альтернативных варианта модели.

7 Выводы об адекватности модели и возможности ее использования для оптимального управления объектом.

### *Методические указания*

К моделям динамики, используемым для анализа и синтеза оптимального управления, предъявляются высокие требования по их адекватности в различных состояниях функционирования. Известные аналитические и статистические методы построения моделей не позволяют добиться требуемой точности в различных состояниях функционирования.

Модель динамики на множестве состояний функционирования (МСФ), может быть записана в виде:

$$\dot{z} = f_h(z, u, t, \gamma_h), \quad h \in H, \quad (3.10)$$

здесь  $z$  –  $n$ -вектор фазовых координат;  $u$  –  $m$ -вектор управления;  $t$  – время;  $h$  – переменная состояния функционирования;  $H$  – множество значений  $h$ ;  $\gamma_h$  – массив параметров модели в состоянии  $h$ ;  $f_h: R^n \times R^m \times R \rightarrow R^n$ .

К модели (1) предъявляются следующие требования: 1) пригодность для решения задач оптимального управления в реальном времени, фазовые координаты  $z$  должны соответствовать непосредственной цели управления; 2) возможность "быстрой" идентификации модели в задачах совмещенного синтеза ОУ; 3) высокая точность.

Задача синтеза ОУ на МСФ математически может быть сформулирована следующим образом. Для задаваемых модели (1), ограничений на управление и траекторию изменения фазовых координат

$$\forall h \in H \text{ и } \forall t \in [t_0, t_{kh}]: u(t) \in U_{\text{rph}}, \quad z(\circ) = (z(t), t \in [t_0, t_{kh}]) \in Z_h(\circ),$$

минимизируемого функционала  $J_h$  необходимо за допустимое время определить функцию ОУ  $u^*(t)$ . Здесь  $U_{\text{rph}}$  – граничная область для  $u$ ;  $Z_h(\circ)$  – ограничения на траекторию  $z(\circ)$ ;  $t_0, t_{kh}$  – начало и конец временного интервала управления.

В задаче совмещенного синтеза ОУ модель (3.10) неизвестна и ее необходимо идентифицировать за допустимое время.

Основные трудности при идентификации модели (3.10) обусловлены нелинейностью и нестационарностью объекта, наличием ошибок измерения и невозможностью получить всю необходимую информацию. В основе разрабатываемых алгоритмов идентификации лежат следующие предположения: 1) структура модели должна отражать реальные физические и другие процессы, протекающие в объекте управления; 2) данные процессы описываются известными зависимостями, например, балансно-кинетическими уравнениями тепломассопереноса и т.п.; 3) в ходе направленного изменения вектора  $z$  процессы протекают с разной интенсивностью, это позволяет выделить зоны или состояния функционирования, в которых отдельными процессами можно пренебречь, подобное разбиение на зоны назовем динамической декомпозицией; 4) границы зон можно определить по характерным точкам (экстремумы, нули) траекторий  $z_i(\circ)$  фазовых координат и их производных; 5) между фазовыми координатами составных частей системы существуют уравнения связи, позволяющие понижать размерность вектора  $z$ .

На основе высказанных предположений структура модели (3.10) может быть представлена в виде обыкновенных дифференциальных уравнений с переключаемой правой частью [5]

$$z = \begin{cases} A_1(z, u)z(t) + B_1(z, u)u(t), & h = h_1; \\ \dots & \\ A_k(z, u)z(t) + B_k(z, u)u(t), & h = h_k, \end{cases} \quad (3.11)$$

здесь  $A_j, B_j$  – матрицы параметров, которые в общем случае зависят от  $z, u$ .

Модель в форме (3.11) будем называть общей, а отдельные правые части для различных состояний функционирования – частными.

Получение модели (3.11) выполняется в два этапа. На первом разрабатывается ее структура на основе рассмотрения протекающих в объекте процессов, определяется число зон и виды частных моделей. На втором этапе оцениваются параметры, границы зон частных моделей, проверяется адекватность.

В качестве примера рассмотрим идентификацию модели теплового объекта. Большой класс тепловых объектов можно схематично представить из управляемого источника тепла (нагревателя) 1, нагреваемого тела 2, оболочки (корпуса) 3, отделяющей тело от окружающей среды.

Для получения модели принимаются следующие допущения: 1) температуры частей объекта,  $T_1, T_2, T_3$  равны их средним по объемам значениям; 2) для нагревателя и стенки корпуса используются усредненные по объемам плотности ( $\rho_1, \rho_3$ ) и удельные теплоемкости ( $c_1, c_3$ ); 3) температура внутренней поверхности корпуса равна температуре нагреваемого тела; 4) между частями объекта и внешней средой имеет место конвективный теплообмен.

При этих допущениях число фазовых координат модели равно четырем  $T_1, T_2, T_3, T_4$  ( $T_4$  – температура среды). В предположении, что нагревается жидкость, можно записать балансно-кинетическую модель в виде уравнений

$$\rho_1 c_1 V_1(T) \frac{dT_1}{dt} = U(t)I(t) - \alpha_1 F_1 (T_1(t) - T_2(t));$$

$$\rho_2 c_2 V_2(T_2) \frac{dT_2}{dt} = \alpha_1 F_1 (T_1(t) - T_2(t)) - \alpha_3 F_3 (T_2(t) - T_3(t));$$

$$\rho_3 c_3 V_3(T_3) \frac{dT_3}{dt} = \alpha_3 F_3 (T_2(t) - T_3(t)) - \alpha'_3 F'_3 (T_3(t) - T_4(t)),$$

здесь  $V_1, V_2, V_3$  – объемы нагревателя, жидкости и корпуса;  $F_1$  – наружная поверхность нагревателя;  $F_3, F'_3$  – внутренняя и наружные поверхности корпуса;  $\alpha_1, \alpha_3, \alpha'_3$  – коэффициенты теплоотдачи нагревателя и стенок корпуса (изнутри и снаружи);  $U, I$  – электрические напряжения и ток нагревателя.

Используя динамическую декомпозицию введем следующие состояния функционирования (зоны). Состояние  $h_1$  характеризуется интенсивным повышением температуры нагревателя, изменения темпе-



ратуры корпуса незначительны, потери тепла в окружающую среду отсутствуют. В этом состоянии частная модель имеет вид

В этом

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} U(t) I(t) - \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1} (T_1(t) - T(t)), \quad \frac{dT_2}{dt} = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_2 c_2 V_2} (T_1(t) - T_2(t)),$$

или

$$\dot{z}_1 = z_2(t), \quad \dot{z}_2 = a_2^{(1)} z_2(t) + b^{(1)} u(t), \quad z_1 = T_2, \quad z_2 = dT_2 / dt, \quad (3.12)$$

$$a_2^{(1)} = -\alpha_1 F_1 \left( \frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} + \frac{1}{\rho_2 c_2 V_2} \right), \quad b^{(1)} u(t) = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1 \rho_2 c_2 V_2} U(t) I(t).$$

В состоянии  $h_2$  частная модель учитывает нагрев стенок корпуса, т.е.

$$\dot{z}_1 = z_2(t), \quad \dot{z}_2 = a_1^{(2)} z_1(t) + a_2^{(2)} z_2(t) + b^{(2)} u(t); \quad (3.13)$$

$$a_1^{(2)} = -\frac{\alpha_1 F_1 \alpha_3 F_3}{\rho_1 c_1 V_1 \rho_2 c_2 V_2} \left( 1 - \frac{T_3(t)}{T(t)} \right), \quad b^{(2)} u(t) = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1 \rho_2 c_2 V_2} U(t) I(t);$$

$$a_2^{(2)} = -\alpha_1 F_1 \left( \frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} + \frac{1}{\rho_2 c_2 V_2} \right) + \frac{\alpha_3 F_3}{\rho_2 c_2 V_2} \left( 1 - \frac{\dot{T}_3(t)}{\dot{T}(t)} \right).$$

Для последующих состояний функционирования учитываются потери тепла в окружающую среду, частные модели имеют вид, аналогичный (3.13).

В результате, общая модель для четырех состояний функционирования имеет следующую структуру

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2(t); \\ \dot{z}_2 &= \begin{cases} a_2^{(1)} z_2(t) + b^{(1)} u(t), & z_1 \in [z_1^0, z_1^{n1}); \\ a_1^{(2)}(t) z_1(t) + a_2^{(2)}(t) z_2(t) + b^{(2)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n1}, z_1^{n2}); \\ a_1^{(3)}(t) z_1(t) + a_2^{(3)}(t) z_2(t) + b^{(3)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n2}, z_1^{n3}); \\ a_1^{(4)} z_1(t) + a_2^{(4)} z_2(t) + b^{(4)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n3}, z_1^{n4}]. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.14)$$

здесь  $z_1^{nj}$  – температуры "переключений" состояний функционирования.

Верификация полученной структуры модели осуществляется по экспериментальным данным  $\hat{z}_1(t)$ . Решением системы уравнений

$$\begin{aligned} \lambda_1 z_1(t_i) + \lambda_2 z_2(t_i) + \lambda_3 u(t_i) &= z_1(t_{i+1}), \\ \mu_1 z_1(t_i) + \mu_2 z_2(t_i) + \mu_3 u(t_i) &= z_2(t_{i+1}), \quad i = 1, 2, 3, \quad t_{i+1} - t_i = \Delta t = \text{const}; \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\mu_1}{\lambda_2}, \quad \hat{a}_2 = \frac{\mu_2 - \lambda_1}{\lambda_2}, \quad \hat{b} = \frac{\mu_3}{\lambda_2}, \quad (3.16)$$

получена модель  $\dot{z}_1 = z_2(t)$ ,  $\dot{z}_2 = -0,437 z_1(t) - 2,004 z_2(t) + 0,121 u(t)$ , в достаточной степени отражающая процесс динамики.

На втором этапе идентификации оцениваются параметры и границы зон частных моделей. Оценка границ производится с использованием сигналов  $\hat{z}_2(t_i)$  и  $\tilde{z}_2(t_i)$ . В результате получена общая модель ( $u(t) = 380$ )

$$\dot{z}_1 = z_2(t),$$

$$\dot{z}_2 = \begin{cases} -0,356 z_2(t) + 0,043 u(t), & z_1 \in [12; 31]; \\ -1,346 z_1(t) - 4,562 z_2(t) + 0,341 u(t), & z_1 \in [31; 74]; \\ -0,878 z_1(t) - 3,610 z_2(t) + 0,245 u(t), & z_1 \in [74; 89]; \\ -0,621 z_1(t) - 2,110 z_2(t) + 0,154 u(t), & z_1 \in [89; 93], \end{cases}$$

которая удовлетворяет требованиям точности как по величине абсолютной погрешности, так и величине разрыва  $z_2$  в точках "переключения" зон. Оценка параметров предварительно производилась с помощью соотношений (3.15) (3.16), затем они уточнялись минимизацией критерия

$$Q = \sum_{j=1}^k q_j \Delta z_{1\max}^{(j)}(a_i^{(j)}, b^{(j)}, z_1^{n_j}) + \sum_{j=1}^{k-1} p_j \Delta z_{2\max}^{(j)}(a_i^{(j)}, b^{(j)}, z_1^{n_j}); \quad (3.17)$$

$$\Delta z_{1\max}^{(j)} = \max \left| \hat{z}_1(t_i) - \tilde{z}_1(t_i) \right|, \quad t_i \in [t_{j-1}^n, t_j^n];$$

$$\Delta z_2^{(j)} = \left| \hat{z}_2(t_j^n - 0) - \tilde{z}_2(t_j^n + 0) \right|,$$

здесь  $q_j, p_j$  – весовые коэффициенты;  $\tilde{z}_1, \tilde{z}_2$  – значения  $z_1, z_2$ , рассчитанные по модели;  $t_j^n$  – моменты времени переключения зон.

Полученная модель использована для создания математического обеспечения контроллера, управляющего процессом нагрева жидкости с минимумом затрат энергии (оптимальное значение функционала на 10 – 15 % ниже энергозатрат при традиционном нагреве).

С помощью разработанных алгоритмов идентификация модели нелинейного объекта содержит следующие этапы: 1) разработка структуры общей модели на основе рассмотрения физических процессов при различных состояниях функционирования; 2) верификация структуры общей модели по экспериментальным данным; 3) оценка границ зон или моментов переключения состояний функционирования; 4) оценка параметров и уточнение границы зоны для первой частной модели; 5) оценка параметров и уточнение границы зон второй частной модели; 6) коррекция параметров и границ зон частных моделей для двух состояний функционирования с использованием критерия (3.17). Далее пункты 5, 6 повторяются до достижения конечного состояния функционирования.

Лабораторная работа 3

### Анализ и синтез оптимального программного управления

*Цель работы:* получить знания и навыки разработки с использованием АРМ алгоритмического обеспечения микропроцессорной системы оптимального управления. Научиться решать задачи анализа и синтеза ОУ с помощью экспертной системы "Энергосберегающее управление динамическими объектами".

Исходными данными для выполнения настоящей работы являются результаты лабораторных работ 1 и 2.

*Задание*

- 1 Математически сформулировать задачу оптимального управления.
  - 2 Освоить работу с экспериментальной системой "Энергосберегающее управление динамическими объектами".
  - 3 Выполнить анализ оптимального управления (определить виды функций ОУ, рассчитать их параметры, оценить эффект энергосбережения).
  - 4 Синтезировать алгоритмическое обеспечение для СОУ, использующей программную стратегию.
- Лабораторная работа выполняется с использованием информационных технологий, компонентами которых являются экспертная система "Энергосберегающее управление динамическими объектами", АРМ проектировщика ЭСУ, пакеты прикладных программных средств и макеты микропроцессорных управляющих устройств.

### ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

- 1 С использованием модели динамики, полученной в работе 2, записать математическую постановку задачи оптимального управления. Представить модель ЗОУ четверкой  $\langle M, F, S, O \rangle$ , здесь  $M$  – вид модели объекта управления;  $F$  – минимизируемый функционал;  $S$  – стратегия реализации ОУ;  $O$  – ограничения и условия.
- 2 Записать массив  $R$  исходных данных ЗОУ: параметры модели объекта, границы изменения управления, начальное и конечное значения фазовых координат, временной интервал управления.
- 3 С помощью экспертной системы "Энергосберегающее управление динамическими объектами" выполнить анализ оптимального управления, т.е. определить возможные виды функций ОУ, рассчитать их параметры и процент снижения энергозатрат при оптимальном управлении.
- 4 Разработать алгоритм функционирования ЭСУ, использующей программную стратегию.
- 5 Оформить отчет по работе.

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

В отчете по работе отразить:

- 1 Название и цель лабораторной работы.
- 2 Математическую постановку задачи оптимального управления и модель ЗОУ в виде четверки  $\langle M, F, S, O \rangle$ .
- 3 Исходные данные для численного решения ЗОУ в виде массива реквизитов

$$R = (a, b, u_n, u_b, z^0, z^k, t_0, t_k),$$

где  $a, b$  – параметры модели объекта;  $u_n, u_b$  – границы для управления;  $z^0, z^k$  – начальное и конечное значение вектора координат;  $t_0, t_k$  – границы временного интервала управления.

- 4 Результаты анализа и синтеза ОУ.
- 5 Алгоритм функционирования ЭСУ.
- 6 Выводы по использованию энергосберегающего программного управления.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Будем предполагать, что модель динамики нелинейного объекта в диапазоне изменения вектора фазовых координат будем рассматривать как многостадийную, т.е. представить дифференциальным уравнением с разрывной правой частью вида

$$\dot{z} = \begin{cases} A_1 z(t) + B_1 u(t), & z_1 \in [z_1^0, z_1^{n1}); \\ \dots & \dots \\ A_k z(t) + B_k u(t), & z_1 \in [z_1^{nk-1}, z_1^k], \end{cases} \quad (3.18)$$

здесь  $z, z_1$  –  $n$ -вектор фазовых координат и ведущая его компонента соответственно;  $z^0, z^k$  – начальное и конечное значения вектора  $z$ ;  $z_1^{nj-1}, z_1^{nj}$  – границы  $j$ -ой стадии или зоны;  $A_j, B_j, j = \overline{1, k}$  – матрицы параметров;  $u$  – скалярное управление.

Модель (3.18) широко используется для типовых объектов, где в качестве ведущей компоненты  $z_1$  рассматривается температура.

Объект с моделью (3.18) за фиксированный интервал времени  $[t_0, t_k]$  должен быть переведен из заданного начального состояния  $z^0$  в конечное  $z^k$ , т.е.

$$z(t_0) = z^0, \quad z(t_k) = z^k. \quad (3.19)$$

На управление наложены ограничения

$$\forall t \in [t_{nj-1}, t_{nj}]: \quad u(t) \in [u_{nj}, u_{\overline{nj}}], \quad j = \overline{1, k}, \quad (3.20)$$

где  $t_{nj}^{\Delta} = t(z_i^{nj})$  – момент времени "переключения" с  $j$ -ой стадии на  $(j+1)$ -ую;  $u_{nj}, u_{\overline{nj}}$  – нижняя и верхняя границы управления для  $j$ -ой стадии.

В точках "переключения" должно выполняться условие неразрывности "ведущей" координаты  $z_1$ , т.е.  $z_1(t_{nj} - 0) = z_1(t_{nj} + 0)$ , и ограничения на разрыв остальных фазовых координат

$$|z_v(t_{nj} - 0) - z_v(t_{nj} + 0)| \leq \Delta z_v, \quad v = \overline{2, n}; \quad j = \overline{1, k-1}. \quad (3.21)$$

Минимизируется энергетический функционал

$$I = \int_{t_0}^{t_k} f_0(u(t)) dt, \quad (3.22)$$

например,

$$I_{\Sigma} = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt. \quad (3.22a)$$

Требуется найти оптимальную программу

$$u^*(\circ) = (u_{(1)}^*(t), t \in [t_0, t_{n1}^*]; \dots; u_{(k)}^*(t), t \in [t_{nk-1}^*, t_k]), \quad (3.23)$$

т.е. определить виды функций  $u_{(j)}^*(t)$ , рассчитать их параметры, моменты переключения  $t_{nj}^*$  и значения  $z_v^{nj*}$ , при которых выполняются условия (ограничения) (3.18) – (3.21) и функционал (3.22) минимален.

Массив исходных данных задачи (3.18) – (3.23) имеет вид

$$R = (A_1, \dots, A_k, B_1, \dots, B_k, u_{n1}, u_{\overline{n1}}, \dots, u_{nk}, u_{\overline{nk}}, z^0, z_i^{n1}, \dots, z_i^{nk-1}, z^k, dz_{i+1}, \dots, dz_n, t_0, t_k). \quad (3.24)$$

Задачу расчета за допустимое время управления (3.23) по исходным данным (3.24) будем называть задачей оперативного синтеза программного ОУ и сокращенно обозначать ЗОУПр. Важной особенно-

стью данной задачи является то, что наряду с определением видов и параметров функций  $u_{(j)}^*(t), j = \overline{1, k-1}$  рассчитываются оптимальные значения  $t_{nj}^*$  и  $z_v^{nj*}$ . Рассчитанную оптимальную программу  $u^*(\circ)$  реализует управляющее устройство.

Задачу (3.18) – (3.23) назовем общей задачей оптимального управления, а задачу для  $j$ -ой стадии при исходных данных

$$R_j = (A_j, B_j, u_{nj}, u_{vj}, z^{nj-1}, z^{nj}, t_{nj-1}, t_{nj}) \quad (3.25)$$

– частной ЗОУ.

Метод решения ЗОУ (3.18) – (3.23), предусматривающий определение возможных видов функций ОУ на основе принципа максимума, расчет оптимальных моментов переключения и значений фазовых координат в точках стыковки зон методом динамического программирования, а расчет ОУ для частных задач при любых исходных данных (3.25) – методом синтезирующих переменных, назовем комбинированным.

В зависимости от характера задания конечного времени  $t$  в ЗОУ (3.18) – (3.23) возможны четыре случая: 1) время  $t_k$  фиксировано (ЗОУ ( $t_k$ )); 2) время  $t_k$  не фиксировано (ЗОУ ( $t_k < \infty$ )); 3) время  $t_k$  ограничено сверху значением  $t_{гр}$  (ЗОУ ( $t_{гр}$ )); 4) время  $t_k$  задано интервалом  $[t_k^H, t_k^B]$  (ЗОУ ( $t_k^H, t_k^B$ )).

Алгоритм решения ЗОУ ( $t_k$ ) комбинированным методом включает следующие этапы.

1 Определяются времена максимального быстрогодействия  $\Delta t_{\delta j}, j = \overline{1, k}$  для частных ЗОУ.

2 Проверяется выполнение условия существования решения ЗОУ в соответствии с утверждением

1. Если решение существует, вычисляется временной ресурс, который может быть распределен между стадиями, т.е.

$$\tau = \begin{cases} (t_k - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{\delta j} & \text{для ЗОУ}(t_k); \\ (t_{гр} - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{\delta j} & \text{для ЗОУ}(t_{гр}); \\ (t_k^B - t_0) - \sum_{j=1}^k \Delta t_{\delta j} & \text{для ЗОУ}(t_k^H, t_k^B). \end{cases} \quad (3.26)$$

Для ЗОУ ( $t_k < \infty$ ) назначается время  $t_{гр}$  и она решается как ЗОУ ( $t_{гр}$ ). В зависимости от величины ресурса  $\tau$  выбирается временной шаг  $\Delta t$  для распределения ресурса методом динамического программирования.

3 С учетом решения задач быстрогодействия и заданных  $z^0, z^k$  определяются ресурсы для изменения варьируемых параметров переключения  $z_v^{nj}$  (см. определение 6) и шаги  $\Delta z_v$ .

4 Методом динамического программирования определяются значения  $t_{nj}^*, z_v^{nj*}, j = \overline{1, k-1}, v \in \{2, \dots, n\}$ . При этом на каждом шаге изменения параметров переключения решаются частные ЗОУ методом синтезирующих переменных.

Наиболее трудоемкие вычислительные операции комбинированного метода связаны с определением вида функций ОУ, расчетом ее параметров и значений функционалов.

#### 4 РЕШЕНИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫХ ЗАДАНИЙ

Задания	Ответы / Решения
<p>1 Сформулируйте задачу выбора оптимальной стратегии реализации оптимального управления</p>	<p>1 – Сформулировать множество альтернативных стратегий – Задать критерий</p>
<p>2 Сформулируйте задачу выбора оптимальной структуры системы оптимального управления</p>	<p>2 – Сформулировать множество альтернативных структур – Задать критерий</p>
<p>3 Рассчитайте по экспериментальным данным параметры модели вида</p> $\dot{z} = az(t) + bu(t)$ <p>и оцените погрешность модели</p>	<p>3 Используйте программный модуль "Идентификация", модель А</p>
<p>4 Рассчитайте по экспериментальным данным параметры модели вида</p> $\dot{z}_1 = z_2(t), \quad \dot{z}_2 = bu(t)$ <p>и оцените погрешность модели</p>	<p>4. Используйте программный модуль "Идентификация", модель ДИ</p>
<p>5 Рассчитайте по экспериментальным данным параметры модели вида</p> $\dot{z}_1 = \dot{z}_2(t), \quad \dot{z}_2 = a_2 z_2(t) + bu(t)$ <p>и оцените погрешность модели</p>	<p>5 Используйте программный модуль "Идентификация", модель АИ (РДИ)</p>
Задания	Ответы / Решения
<p>6 Рассчитайте по экспериментальным данным параметры модели вида</p> $\dot{z}_1 = \dot{z}_2(t),$ $\dot{z}_2 = a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) + bu(t)$ <p>и оцените погрешность модели</p>	<p>6 Используйте программный модуль "Идентификация", модель ДА</p>
<p>7 Рассчитайте оптимальную программу управления режимом нагрева для исходных данных</p> $R = (a, b, u_n, u_b, z^0, z^k, t_0, t_k)$	<p>7 Используйте программный модуль &lt;А, Э, Пр, О&gt;</p>

8 Рассчитайте оптимальную программу управления режимом нагрева для исходных данных

$$R = (a_2, b, u_n, u_b, z_1^0, z_2^0, z_1^k, z_2^k, t_0,$$

8 Используйте программный модуль <АИ, Э, Пр, О>

## 5 ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

- 1 В чем отличие систем оптимального управления от обычных систем управления объектами?
- 2 Что такое минимизируемый функционал?
- 3 Какие функционалы используются в системах энергосберегающего управления?
- 4 Как записывается математическая модель динамики объекта?
- 5 Какой физический смысл компонентов вектора фазовых координат для теплового объекта (водонагревателя)?
- 6 Какой физический смысл компонентов вектора фазовых координат для электропривода?
- 7 Какой физический смысл компонентов вектора фазовых координат для транспортного средства?
- 8 Что означает закрепление концов траектории изменения фазовых координат?
- 9 Какие ограничения накладываются на управляющие воздействия?
- 10 Как формулируется задача оптимального управления с фиксированным временным интервалом?
- 11 Что находится в результате решения задачи оптимального управления?
- 12 В каком виде может использоваться рассчитанная оптимальная программа (изменения управления)?
- 13 Какие возможные программные стратегии реализации оптимального управления?
- 14 Что такое структура системы оптимального управления?
- 15 Как формулируется задача идентификации модели динамики объекта управления?
- 16 Какие требования предъявляются к модели динамики объекта, предназначенной для системы оптимального управления?

## 6 ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

### Типовые задачи

- 1 Решить задачу идентификации модели динамики объекта. Исходные данные:

$t$ , мин	
$u$ , В	
$y$ , °С	

- 2 Определить возможные виды функций оптимального управления при программной стратегии. Исходные данные:

$$\dot{z}_1 = z_2(t), \quad \dot{z}_2 = bu(t); \quad t \in [t_0, t_k];$$

$$\forall t \in [t_0, t_k]: u(t) \in [u_n, u_b];$$

$$z(t = t_0) = z^0, \quad z(t = t_k) = z^k;$$

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt = \min_u .$$

3 Рассчитать оптимальное управление при программной стратегии. Исходные данные:

$$\dot{z}_1 = z_2(t), \quad \dot{z}_2 = bu(t), \quad b = ;$$

$$t \in [t_0, t_k], \quad t_0 = ; \quad t_k = ;$$

$$u(t) \in [u_H, u_B]; \quad u_H = ; \quad u_B = ;$$

$$z(t = t_0) = z^0, \quad z_1^0 = , \quad z_2^0 = ;$$

$$z(t = t_k) = z^k, \quad z_1^k = , \quad z_2^k = ;$$

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt = \min_u .$$

## 7 ТОЛКОВЫЙ СЛОВАРЬ

**Идентификация объекта** – получение (уточнение) по экспериментальным данным модели объекта, работоспособной для всех эксплуатационных режимов.

**Идентификация процесса (режима)** – получение (уточнение) модели данного режима на основе экспериментов.

**Система программного управления** (система, использующая *программную стратегию*) – система, управляющее воздействие в которой не использует информацию о текущем состоянии объекта.

**Переменная состояния** (вектор состояния, вектор фазовых координат) – это переменная, которая вместе с входным сигналом объекта полностью определяет его дальнейшее поведение.

**Стратегия реализации оптимального** управления определяет, какая информация используется для расчета управляющих воздействий на объект.

**Структура системы** оптимального управления определяет состав (основные элементы) и связи между частями системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Понтрягин Л.С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Физматгиз, 1961. 374 с.
- 2 Беллман Р. Динамическое программирование. М., 1960. 400 с.
- 3 Летов А.М. Аналитическое конструирование регуляторов I – IV // Автоматика и телемеханика. 1960. № 4. С. 436 – 441; 1961. № 4. С. 425 – 435.
- 4 Kalman R.E. Contributions to the theory of Optimal Control // Bullet. Soc/Mat/Mech. 1960. Vol. 5. № 1. P. 102 – 119.



- 5 Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М., 1973. 558 с.
- 6 Ляпин Л.Н., Муромцев Ю.Л. Гарантированная оптимальная программа управления на множестве состояний проектирования // Автоматика и телемеханика. 1993. № 3. С. 85 – 93.
- 7 Муромцев Ю.Л., Ляпин Л.Н., Сатина Е.В. Метод синтезирующих переменных при оптимальном управлении линейными объектами // Изв. Вузов. Приборостроение. 1993. № 11 – 12. С. 19 – 25.
- 8 Муромцев Ю.Л., Орлова Л.П., Муромцев Д.Ю. Идентификация моделей, учитывающих изменение состояний функционирования // Радиосистемы. Вып. 43. Обработка сигналов и полей. 2000. № 3. С. 45 – 48.
- 9 Муромцев Ю.Л., Ф. Умберто С. Паласиос, Орлова Л.П. Энергосберегающее оптимальное управление электродвигателями // Вестник ТГТУ. Т. 2, № 3. 1996. С. 222 – 230.
- 10 Муромцев Ю.Л., Орлова Л.П., Фролов Д.А. Экспертная система для решения задач энергосберегающего управления // Компьютерная хроника. № 12. 1997. С. 71 – 89.
- 11 Мищенко С.В., Муромцев Ю.Л. Оптимальное проектирование измерительных и управляющих систем // Промышленная теплотехника. 1989. № 4, Т. XI. С. 78 – 83.
- 12 Микропроцессорное управление технологическим оборудованием микроэлектроники: Учеб. пособ. / А.А. Сазонов, Р.В. Корнилов, Н.П. Кохан и др.; Под ред. А.А. Сазонова. М.: Радио и связь, 1988. 264 с.
- 13 Рафикузаман М. Микропроцессоры и машинное проектирование микропроцессорных систем: В 2-х кн.: Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 600 с., ил.
- 14 Болотов А.В., Шепель Т.А. Электротехнологические установки: Учеб. пособ. для вузов. М.: Высшая школа, 1988. 336 с.
- 15 Барвел Ф.Т. Автоматика и управление на транспорте. М.: Транспорт, 1990. 367 с.
- 16 Корячко В.П. Конструирование микропроцессорных систем контроля радиоэлектронной аппаратуры. М.: Радио и связь, 1987. 160 с.
- 17 Федорков Б.Г., Телец В.А. Микросхемы ЦАП и АЦП: функционирование, параметры, применение. М.: Энергоатомиздат, 1990. 320 с.
- 18 Дамке М. Операционные системы микроЭВМ / Пер. с англ.; Предисл. В.Л. Григорьева. М.: Финансы и статистика, 1985. 150 с.
- 19 ГОСТ 29125–91. Программируемые контроллеры. Общие технические требования.
- 20 Шварце Х., Хольцгрефе Г.В. Использование микропроцессоров в регулировании и управлении: Пер. с нем. М.: Энергоатомиздат, 1990. 14 с.
- 21 Фритч В. Применение МП в системах управления. М.: Мир, 1984. 464 с.
- 22 Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1965. 474 с.
- 23 Арбиб М. Алгебраическая теория автоматов, языков и полугрупп. М.: Статистика, 1975. 336 с.
- 24 Закревский А. Д. Алгоритмы синтеза дискретных автоматов. М.: Наука, 1971. 512 с.
- 25 Заде Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.
- 26 Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.
- 27 Ляпин Л.Н., Муромцев Ю.Л., Попова О.В. Оптимальный по минимуму затрат энергии регулятор объекта двойного интегрирования // Техническая кибернетика: Изв. РАН. 1992. № 2. С. 39 – 46.
- 28 Специальные методы идентификации, проектирование и живучесть систем управления: Учеб. пособ. / Н.И. Подлесный, А.А. Рассоха, С.П. Левков и др. Киев: Высшая школа, 1990. 446 с.
- 29 Автоматизированное проектирование систем управления / Под ред. М. Джамшиди и др.; Пер. с англ. В.Г. Дунаева и А.Н. Косилова. М.: Машиностроение, 1989. 344 с.
- 30 Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 684 с.
- 31 Муромцев Ю.Л., Ляпин Л.Н. Оперативное оптимальное управление в распределенных АСУТП // Автоматизированное управление химическими производствами: Сб. Моск. ин-та хим. машиностроения. М., 1988. С. 55 – 58.
- 32 Ляпин Л.Н., Муромцев Ю.Л. Анализ и оперативный синтез оптимального управления в задаче двойного интегратора на множестве состояний функционирования // Техническая кибернетика: Изв. АН СССР. 1990. № 3. С. 57 – 64.
- 33 Иванников А.Д. Моделирование микропроцессорных систем. М.: Энергоатомиздат, 1990. 144 с.

- 34 Власов С.А., Дургарян И.С. Принципы интеллектуализации средств имитационного моделирования и автоматизированной идентификации для производств повышенного риска // Идентификация и моделирование производств повышенного риска: Сб. тр. ин-та проблем управления. Вып. 2. М., 1993. С. 5 – 13.
- 35 Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986.
- 36 Ляпин Л.Н., Муромцев Ю.Л., Попова О.В. Оптимальный по минимуму затрат энергии регулятор объекта двойного интегрирования // Техническая кибернетика: Изв. РАН. 1992. № 2. С. 39 – 46.
- 37 Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных процессов. М.: Наука, 1971. 358 с.
- 38 Муромцев Ю.Л., Орлова Л.П. Принятие обоснованных решений с использованием экспертных оценок: Метод. указ. Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1996. 26 с.
- 39 Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа обработки наблюдений. М.: Наука, 1968.
- 40 Все необходимое для промышленных, бортовых и встроенных систем управления, контроля и сбора данных // Каталог № 2 фирмы ProSoft. Москва, 1997. 232 с.
- 41 Ядыкин И.Б. Автоматизированные системы технического обслуживания – концептуальный подход // Приборы и системы управления. 1997. № 5. С. 43 – 49.
- 42 Гулько Д.Е. Экспертная система для планирования нефтеперерабатывающего производства // Технология разработки экспертных систем. Кишинев, 1987. С. 62 – 64
- 43 Попов Э.В. Экспертные системы. Решение неформализованных задач в диалоге с ЭВМ. М.: Наука, 1987. 288 с
- 44 Уотермен Д. Руководство по экспертным системам: Пер. с англ. / Под ред. В.Л. Стефанюка. М.: Мир, 1989.
- 45 Марселлус Д. Программирование экспертных систем на Турбо Прологе. М.: Финансы и статистика, 1994. 255 с.
- 46 Проблемы обеспечения безопасности и эксплуатационной надежности химических производств / В.В. Кафаров, В.А. Иванов, Б.В. Палюх, И.И. Бабий // Итоги науки и техники: ВИНТИ. Сер. Процессы и аппараты химической технологии. 1992. С. 29.
- 47 Муромцев Ю.Л. Безаварийность и диагностика нарушений в химических производствах. Методы, модели, алгоритмы. М.: Химия, 1990. 144 с.
- 48 Деннинг В., Эссинг Г., Маас С. Диалоговые системы "человек – ЭВМ". Адаптация к требованиям пользователя. М.: Мир, 1984. 112 с.
- 49 Графические пакеты прикладных программ для решения задач оптимального управления на персональных компьютерах IBM PC. М.: МГУ, СП Диалог, 1991. 158 с.
- 50 Булгаков С.С. Система программного управления и регулирования температуры в газовых печах // Современные технологии автоматизации. 1997. № 4. С. 70 – 72.
- 51 Вейнгер А., Новаковский А., Тикоцкий П. Использование контроллера ЦОС TORNADO-30 для управления электроприводом // Современные технологии автоматизации. 1997. № 4. С. 88 – 92.
- 52 Искусственный интеллект: В 3 кн. Кн.1. Системы общения и экспертные системы: Справочник / Под ред. Э.В. Попова. М.: Радио и связь, 1990. 464 с.
- 53 Прикладные нечеткие системы: Пер. с япон. / К. Асаи, Д. Ватада, С. Иваи и др.; Под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. М.: Мир, 1993. 368 с.
- 54 Атанс М., Фалб П. Оптимальное управление. М.: Машиностроение, 1968. 764 с.
- 55 Smyth R.K., Ehlers H.L. Survey of Adaptive Control Application to Aerospace Vehicles, AGARD Advanced Control System Concepts, 1970, pp. 1 – 21.
- 56 Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976. 424 с.
- 57 Вермишев Ю.Х. Основы автоматизации проектирования. М.: Радио и связь, 1988. 279 с.
- 57 Муромцев Ю.Л., Орлова Л.П. Определение моделей в форме алгебраических уравнений статистическими методами: Метод. указ. Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1996. 16 с.
- 59 Орлова Л.П. Информационно-технологическая среда проектирования микропроцессорных систем энергосберегающего управления // Информационные технологии в производстве. 1997. № 1. С. 30 – 35.
- 60 Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ N950464 Программа для ЭВМ: Экспертная система "Энергосберегающее управления динамическими объектами" (EXPSYS) / Л.П. Орлова и др. Зарегистрировано РосАПО 19.12.95.

61 Свидетельство РФ об официальной регистрации программы для ЭВМ № 950463. "Информационная система оценки и анализа состояния территории по координатно-привязанным данным (INFOSYS)" / Л.П. Орлова и др. Зарегистрировано РосАПО 19.12.95.

62 Муромцев Ю.Л., Орлова Л.П., Чернышов Н.Г. Математическое и программное обеспечение микропроцессорных систем энергосберегающего управления // Автоматика и вычислительная техника. 1996. № 6. С. 26 – 34.

63 Muromtsev Yu.L., Orlova L.P., Francisco Humberto Zepeda Palacio. Aspects of Making Decisions Theory in Distance Education // Open and distance learning as a development strategy: The Second International Conference on Distance Education in Russia ICDED'96 (2 – 5 July 1996). М., 1996. P. 477 – 479.

64 Дж. Клир. Системология. Автоматизация решения системных задач: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1990. С. 324 – 343.

65 Гайтов Б.Х. Управляемые двигатели-машины. М: Машиностроение, 1981. 183 с., ил.

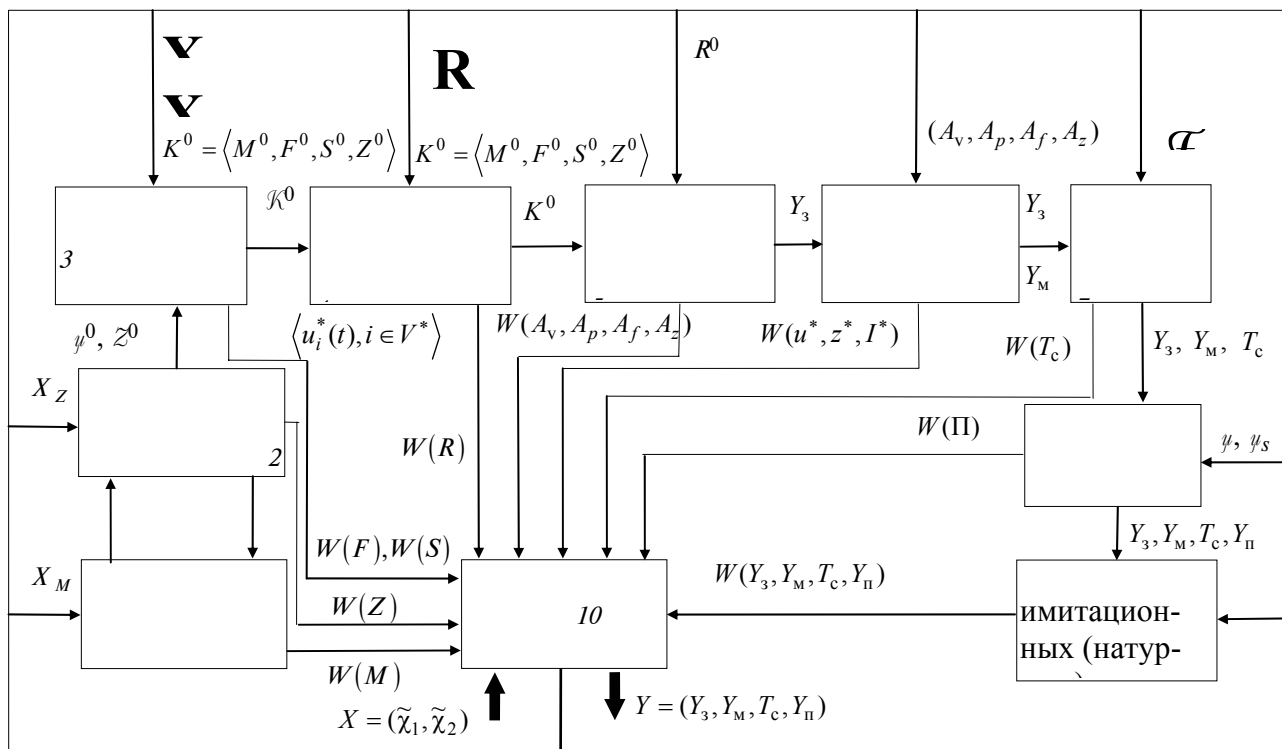


Рис. 2.6 Информационно-технологическая схема проектирования ЭСУ

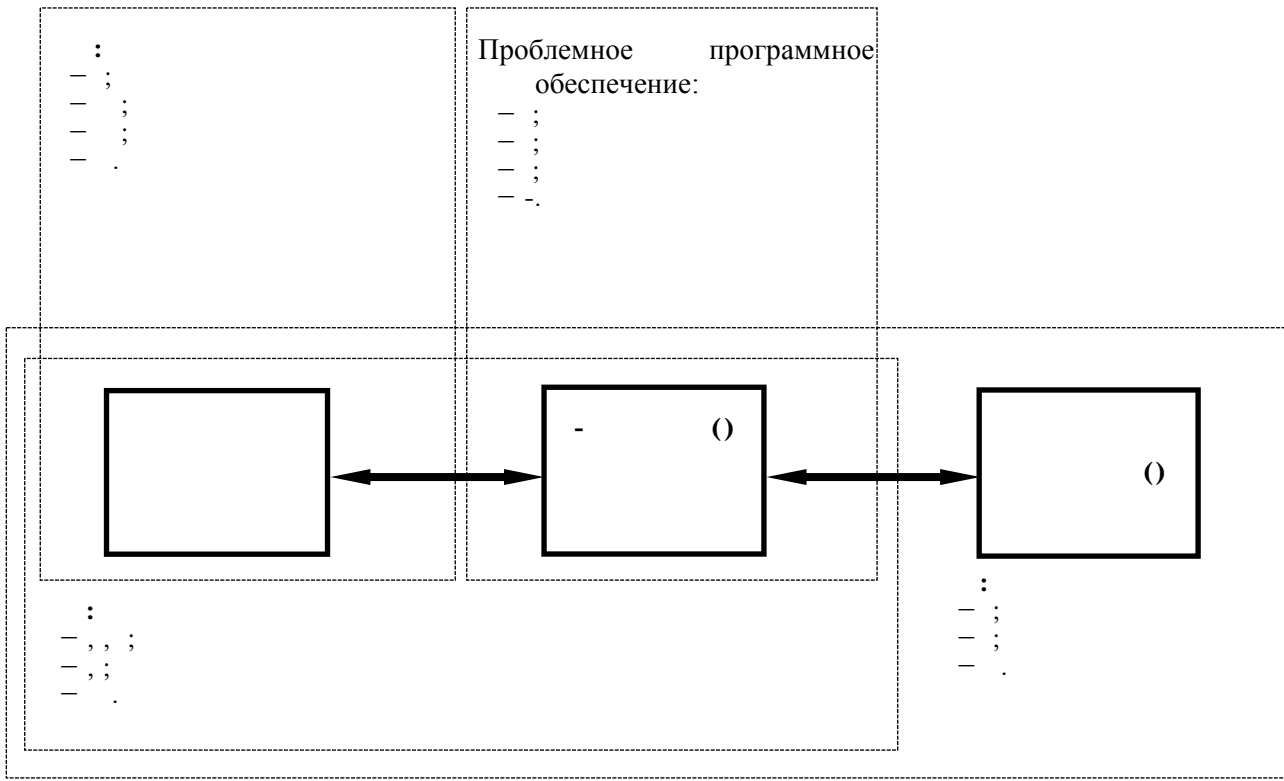


Рис. 2.7 Функционально-логическая схема ИТС