На правах рукописи
УДК 330.55
ББК 65.012.21
З 37

ЗАУСОНИНА Татьяна Борисовна

ОПТИМИЗАЦИЯ ВАЛОВОГО ВЫПУСКА ОТРАСЛЕЙ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

Специальность 08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Тамбов 2004

Работа выполнена на кафедре математической экономики и информатики Тамбовского государственного университета имени Г.Р. Державина.

Научный руководитель доктор физико-математических наук, профессор
Дзюба Сергей Михайлович

Официальные оппоненты доктор экономических наук, профессор
Юрьева Галина Ивановна

кандидат экономических наук
Дякин Вадим Николаевич

Ведущая организация Институт Системного анализа РАН

Защита состоится 10 декабря 2004 г. в 12 часов на заседании регионального диссертационного совета КМ 212.260.01 в Тамбовском государственном техническом университете по адресу: 392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, Большой актовый зал.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Тамбовского государственного технического университета по адресу: 392032 г. Тамбов, ул. Мичуринская, д. 112, корп. «Б».

Автореферат разослан 9 ноября 2004 года.

Ученый секретарь регионального
диссертационного совета,
кандидат экономических наук, доцент **_О.В. Воронкова_**

Подписано к печати 2.11.2004
Гарнитура Times New Roman. Формат 60 × 84/16. Бумага офсетная
Печать офсетная. Объем: 1,35 усл. печ. л.; 1,35 уч.-изд. л.
Тираж 100 экз. С. 738[м]

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. На сегодняшний день первоочередной задачей, стоящей перед экономикой нашей страны, является ускорение темпов роста валового внутреннего продукта или валового выпуска (как промежуточного показателя) с целью достижения уровня развитых стран Запада. Для этого необходимо восстановить нормальное функционирование всех уровней экономики, в особенности региональной, и сделать ее эффективной. Обязательным условием этого, несомненно, является применение математических методов для выбора оптимального управления экономической системой.

Проблема оптимизации валового выпуска на уровне региона представляется ключевой не только для теоретиков, но и для практиков экономической мысли. В работе решается задача долгосрочного планирования валового выпуска региона, с учетом прямых затрат на выпуск каждой отрасли и капиталоемкости каждой отрасли, при этом принимается во внимание влияние и других факторов.

В одних системах выходные показатели стабильны в довольно широком диапазоне изменения условий внешней среды, в других уже при небольших их отклонениях быстро снижается выпуск продукции и падает эффективность производства. Выбор того или иного варианта плана в значительной степени предполагает адаптивные возможности планируемой системы. Поэтому возникает задача нахождения такого плана валового выпуска, чтобы он был устойчив к колебаниям экзогенных факторов.

Существующие подходы к проблеме оптимального планирования валового выпуска региона не учитывают в полной мере влияние рыночной среды. В большинстве своем они рассматривают эту проблему под слишком узким углом зрения. При этом игнорируются либо требования внешней среды (рынка сбыта продукции отраслей), либо сбалансированность экономической системы, либо долгосрочность процесса валового выпуска. Поэтому необходимо рассмотреть все эти проблемы в комплексе, т.е. построить такую оптимизационную модель валового выпуска отраслей региональной экономики, чтобы она учитывала изменение внешней среды, описывала долгосрочный процесс функционирования региона, и при этом выходной показатель модели (валовой выпуск) были стабилен к колебаниям показателей экономической конъюнктуры.

В связи с этим возникает необходимость в развитии теории моделирования валового выпуска региональной экономики в целях обеспечения эффективного развития регионов в современных условиях российской экономики.

Степень разработанности проблемы. К ученым, заложившим основы изучения валового выпуска отраслей экономики, можно отнести Л. Вальраса, Ф. Кэне, В. Леонтьева, К. Маркса. Основу исследования валового выпуска составляет метод межотраслевого анализа. Сущность метода состоит в определении валового выпуска отраслей по заданному экзогенно конечному спросу на основе данных о технологических возможностях, воплощенных в расходных коэффициентах (прямых затратах) из системы линейных уравнений.

Однако при практическом применении данного метода возникают методологические трудности. Подходы, используемые в ранних работах, применяются, как правило, для статических состояний. В современных условиях очень важным моментом является учет такого фактора как время. Еще одним недостатком модели межотраслевого баланса является требование задания величин конечного потребления, которые также сложно прогнозировать, как и валовой выпуск. Если отойти от этого предположения, то возникает задача управления, связанная с выбором из альтернативных вариантов возможных валовых выпусков.

Особое значение в современных условиях российской экономики приобретает проблема выбора оптимального плана валового выпуска отраслей экономической системы. Следует иметь в виду, что для совсем еще недавнего прошлого характерна ситуация создания отраслевого комплекса без учета реальных рыночных потребностей как внутри страны, так и за рубежом. Несмотря на то, что отрасли российской экономики обладают большим технологическим потенциалом, они, как правило, используются недостаточно эффективно.

В связи с этим возникает необходимость рассмотрения оптимизационной задачи валового выпуска отраслей. К экономистам, заложившим основы оптимального планирования, можно отнести Д. Гейла, Дж. Данцинга, Л.В. Канторовича, А.Л. Лурье, В.В. Новожилова. Ядром этого подхода является концепция равновесных цен, выявившая преимущества ценового управления над натуральным, объяснявшим роль прибыли как критерия хозяйственной деятельности. Получила теоретическое обоснование плата за фонды, за трудовые ресурсы; разрабатывались проблемы эффективности инвестиций и учета фактора времени. Данное направление связано с проблемой нахождения плана, оптимального с точки зрения не-которого критерия распределения ограниченных ресурсов, что является ключевой задачей экономики, которая была поставлена и решена в рамках теории математического программирования.

Модель межотраслевого баланса основана на идее общего экономического равновесия. Однако по своей сути она не задает равновесия в экономической системе, а лишь показывает насколько изменится валовой выпуск отраслей при определенном изменении конечного потребления. Среди создателей теории экономического равновесия можно выделить такие имена как А. Вальд, Л. Вальрас, П. Самуэльсон, Дж. Хикс. Общие и строгие формулировки моделей и доказательства существования равновесия были получены Ж. Дебре, Д. Гейлом, Л. Макензи, К. Эрроу. Среди отечественных ученых следует выделить В.И. Данилова, Л.В. Канторовича, В.Л. Макарова, А.И Сотскова. Теория экономического равновесия указывает контуры идеальной организации экономического механизма, обеспечивающего эффективное распределение ресурсов при децентрализованном принятии решений. Равновесие в непрерывной динамической модели рассматривается как положение равновесия в системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Изучая процессы в динамике, необходимо получить условия устойчивого равновесия, т.е. такой план валового выпуска, что в долгосрочном периоде при малых скачках экзогенных показателей объем валового выпуска тоже менялся бы незначительно и с течением времени возвращался бы в равновесное состояние. Поэтому необходимо внутри этого направления рассмотреть еще одно направление, посвященное проблеме устойчивости равновесия. Эта задача решается с точки зрения устойчивости решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

В целом, следует сказать, что работы по данным направлениям, каждая по отдельности, отражают ту или иную сторону проблемы исследования в разной степени адекватности.

Из сказанного выше вытекает необходимость создания целостной научно-обоснованной теории оптимизации валового выпуска региона, а также выбор темы, цели, задач и основных направлений исследования.

Цель и задачи исследования. Цель работы заключается в модернизации непрерывной динамической математической модели, изучении ее свойств и разработке алгоритма решения для оптимального валового выпуска отраслей экономики, ориентированной на бессрочное функционирование, и определение условий установления в ней устойчивого равновесия в долгосрочном периоде в результате повышения эффективности экономической политики.

Для достижения цели работы поставлены и решены следующие задачи:

1) анализ современных моделей оптимизации валового выпуска отраслей экономики, его максимизация при заданных затратах на производство и капиталоемкости;

2) построение экономико-математической модели долгосрочного планирования валового выпуска региональной экономики, учитывающей требования по прямым затратам и капиталоемкости отраслей на выпуск продукции отраслей в зависимости от масштаба производства;

3) разработка алгоритма построения равновесного множества, из существования которого автоматически следует устойчивость равновесия в построенной модели валового выпуска отраслей региональной экономики;

4) разработка системы поддержки составления долгосрочных планов развития региона, реализующей предложенную математическую модель и учитывающей условия существования устойчивого равновесия в ней;

5) практическая апробация разработанной системы поддержки принятия решений путем постановки и решения задачи оптимизации для валового выпуска отраслей экономики.

Объект и предмет исследования. Объект исследования – валовой выпуск отраслей региональной экономики, рассмотренный с точки зрения его оптимизации на бесконечном горизонте и отыскания устойчивого равновесия. Предметом исследования являются математические методы и средства моделирования и оптимизации процесса валового выпуска многоотраслевой региональной экономики, ориентированной на бессрочное функционирование.

Теоретическая и методологическая основа исследования. Исследование основывается на ключевых положениях системного анализа. Теоретической и методологической базой явились работы в области математического программирования. В качестве отправной точки работы использовалась модель оптимального управления валовым выпуском отраслей экономики, изучение свойств которой приводилось с использованием методов дифференциального исчисления и математического анализа. Для создания системы выработки оптимальных планов валового выпуска использовались теоретические подходы и инструментальные средства проектирования и программирования информационных систем.

Информационную основу исследований составили данные по прямым затратам и капиталоемкости отраслей, предоставленные администрацией Тамбовской области.

Работа выполнена в рамках области исследований 1.3 и 2.4 Паспорта специальностей 08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики:

1.3 «Разработка и исследование макромоделей экономической динамики в условиях равновесия и неравновесия, конкурентной экономики, монополии, олигополии, сочетания различных форм собственности»

2.4 «Разработка системы поддержки принятия решений для рационализации организационных структур и оптимизации управления экономикой на всех уровнях»

Научная новизна исследования заключается в модернизации модели оптимизации валового выпуска отраслей экономики, получении дополнительных знаний о ее свойствах, а также в разработке технологии программно-алгоритмической реализации.

В результате исследования сформулированы и обоснованы научные положения.

1 Разработана непрерывная динамическая модель оптимизации валового выпуска отраслей региональной экономики на бесконечном горизонте, учитывающая связь валового выпуска с прямыми затратами на производство продукции отраслей и их капиталоемкостью. В качестве критерия эффективности плана валового выпуска служит максимум совокупного валового выпуска отраслей региональной экономики на конец планового периода. Также наряду с этой моделью дополнительно рассмотрена модель валового выпуска отраслей экономики с дополнительно введенными параметрами, учитывающими изменение экзогенных показателей. Модель является научной основой для составления долгосрочных планов валового выпуска отраслей регионов.

2 Предложены условия продолжения планов локальных моделей валового выпуска региональной экономики на бесконечный горизонт. Что с экономической точки зрения означает желание бессрочного функционирования системы. Вообще говоря, понятие «бесконечный горизонт» является абстрактным и находит свое отражение в долгосрочном планировании.

3 Для полученной модели показано, что ситуацию типического поведения непрерывных моделей валового выпуска экономики определяет модель с квазипериодическим планом. Это означает следующее, если данную модель можно продолжить на бесконечный горизонт, то план, соответствующий этой оптимизационной модели, обязательно будет иметь определенный вид. Валовой выпуск должен изменяться по почти периодическому закону.

4 Разработан критерий существования и устойчивости равновесия планов моделей валового выпуска региональной экономики, что позволит выбирать такие планы регионального валового выпуска, которые будут отражать сбалансированность экономической системы в целом и при этом задавать эффективный процесс устойчивого валового выпуска.

Практическая значимость исследования заключается в разработке алгоритма и системы поддержки принятия решений, позволяющий автоматизировать процесс формирования оптимального долгосрочного плана развития региона при одновременном учете наиболее значимых факторов, влияющих на эффективность его функционирования. Самостоятельное практическое значение имеют:

1) реализация частного случая равновесного множества для задачи оптимизации валового выпуска отраслей региональной экономики на бесконечном горизонте планирования, позволяющая на примере рассмотреть условия устойчивости равновесного плана рассматриваемой модели;

2) разработанный алгоритм проверки условий существования и устойчивости равновесия оптимального плана валового выпуска отраслей региональной экономики, позволяющий автоматизировать процесс формирования оптимального долгосрочного плана развития экономики при одновременном учете наиболее значимых факторов, влияющих на эффективность ее функционирования;

3) разработанная система поддержки составления долгосрочных планов, реализующая алгоритм построения равновесного множества модели валового выпуска отраслей региональной экономики и алгоритм задачи исследования, позволяющая составлять экономически обоснованные долгосрочные планы развития регионов. Ее применение позволяет оптимизировать управление процессом валового выпуска.

Выработанные математические и алгоритмические подходы расширяют существовавшие ранее. Указанные подходы позволяют решать реальные экономические задачи, встающие перед регионами в условиях рыночной экономики.

Положения, рекомендации и решения, полученные в исследовании, ориентированы на применение широким кругом специалистов, занимающихся долгосрочным планированием развития региональной экономики.

Апробация и внедрение результатов исследования. Теоретические и экспериментальные материалы исследования обсуждались на заседании кафедры математической экономики и информатики ТГУ им. Г.Р. Державина, на аспирантских семинарах (2002 – 2004). Основные положения диссертации и разработанная система поддержки составления долгосрочных планов были использованы при составлении планов развития региона администрацией Тамбовской области, а также администрацией Сосновского района Тамбовской области, что подтверждено соответствующими справками. Программный комплекс, интегрированный с системой планирования региона, позволил осуществить составление оптимального плана валового выпуска отраслей региона.

Полученные теоретические, методологические и практические результаты работы обсуждались и получили положительную оценку на 2-ой международной конференции «Общие проблемы управления» (Тамбов, 2003), а также на научных конференциях преподавателей и аспирантов ТГУ им. Г.Р. Державина «Державинские чтения» (Тамбов, 2003, 2004).

Материалы диссертации, в том числе математическая модель, алгоритм и система поддержки составления долгосрочных планов, использовались при подготовке курсов «Математика» и «Макроэкономика» Тамбовского государственного университета им. Г.Р. Державина, что подтверж-дено соответствующей справкой.

Публикации. По теме диссертации опубликовано шесть работ общим объемом 6,85 печ. л. Список публикаций приведен в конце автореферата.

Объем и структура исследования. Структура работы определена поставленными целями и последовательностью решения сформулированных задач. Работа состоит из введения, четырех глав, списка использованной литературы и приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** показана актуальность темы диссертации, обозначены объект и предмет исследования, обоснована научная новизна и практическая значимость работы, определены цели и задачи исследования, представлены методы их решения.

Первая глава **«Валовой выпуск отраслей региональной экономики как объект моделирования»** посвящена анализу существующих моделей валового выпуска.

В настоящее время для России характерен некоторый рост экономики. В связи с этим появилась возможность достаточно точного прогнозирования ее развития на средне- и долгосрочную перспективу. Первоочередной задачей стало планирование развития регионов.

Нормальное развитие регионов является базой для эффективного функционирования всего государства. На современном этапе проблема их безубыточности требует особого внимания, так как большинство имеют дефицитный бюджет. Чтобы сделать региональную экономику доходной необходимо сделать ее эффективной.

Обязательным элементов этого является формирование обоснованного оптимального плана валового выпуска продукции отраслей региональной экономики, принимая во внимание современные требования рыночных отношений. Планирование валового выпуска отраслей необходимо составлять с учетом долгосрочности его применения, поэтому нужно строить его таким образом, чтобы колебания показателей конъюнктуры не оказывали существенное влияние на конечный результат валового выпуска, иначе говоря, он должен быть устойчив к влиянию экзогенных факторов.

Модель оптимизации валового выпуска представляет собой классическую модель макроэкономики. Ее часто называют моделью Леонтьева или линейной моделью межотраслевого баланса.

Если считать, что экономика состоит из n отраслей, производит и выпускает n видов продукции, причем каждая отрасль производит только один продукт и производство одного продукта разными отраслями не допускается, то модель Леонтьева можно представить в виде

$$x_1 = v_{11}x_1+v_{12}x_2+\ldots+v_{1n}x_n+y_1;$$

$$x_2 = v_{21}x_1+v_{22}x_2+\ldots+v_{2n}x_n+y_2;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_n = v_{n1}x_1+v_{n2}x_2+\ldots+v_{nn}x_n+y_n;$$

здесь x_i – общий объем продукции отрасли i за данный промежуток времени – так называемый валовой выпуск отрасли i; v_{ij} – затраты продукцию отрасли i на выпуск единицы продукции отрасли j в процессе производства, постоянный коэффициент; y_i – объем продукции отрасли i, предназначенный к потреблению в непроизводственной сфере – объем конечного потребления.

Данная модель является статической, т.е. она не учитывает фактора времени. Для целей долгосрочного планирования учет фактора времени является обязательным. Поэтому необходимо рассматривать динамические модели валового выпуска отраслей экономики. При составлении дискретной динамической модели обычно рассматривают совокупность моделей для каждого года. Если исходить из требования составления плана на 5 – 10 лет, то получается система уравнений с огромным количеством неизвестных, решение которой представляет собой очень трудоемкую задачу, неудобную для практического применения. К тому же возникает вероятность больших отклонений исходящих данных на конец рассматриваемого периода, в силу приближенности входных данных. Чтобы обойти эти трудности, поставлена цель построить непрерывную динамическую модель.

В принципе такая модель уже построена, мы лишь немного ее модернизируем. Рассматривается некая абстрактная экономика, которая имеет n отраслей, а производит и потребляет p' типов продуктов (товаров).

Время t в модели непрерывно, $t\in[t_0, T]$, где t_0 – начало горизонта планирования; T – конец горизонта планирования.

Валовой выпуск отраслей – непрерывная переменная, которая обозначается $x(t) = (x_1(t),..., x_n(t))$ – вектор-функция валовых выпусков отраслей в момент времени t в стоимостном выражении, где $x_i(t)$ – валовой выпуск i-ой отрасли в момент времени t в стоимостном выражении. Начальное значение этой вектор-функции известно $x(t_0) = x_0$.

Естественным ограничением является требование, чтобы валовой выпуск каждой отрасли был неотрицательным $x_i(t) \geq 0$, $i = 1, ..., n$.

Обозначим $x_{ij}(t)$ – объем продукции отрасли i, расходуемый отраслью j в процессе производства в момент времени t. Величины $v_{ij}=\dfrac{x_{ij}}{x_j}$ остаются постоянными в течение ряда лет, что обуславливается примерным постоянством используемой технологии. Поэтому имеем

$$x_{ij} = v_{ij}\, x_j,\quad i, j = 1,..., n$$

Коэффициенты v_{ij} называют коэффициентами прямых затрат (коэффициентами материалоемкости), а матрица $V = \|v_{ij}\|$ – матрицей прямых затрат. С экономической точки зрения v_{ij} есть стоимость продукции отрасли i, вложенной в один рубль продукции отрасли j.

Предполагается, что вектор-функция валового выпуска отраслей является абсолютно непрерывной на рассматриваемом горизонте планирования $[t_0, T]$. Тогда имеет смысл говорить о производной этой функции $\dot{x}(t) = (\dot{x}_1(t), ..., \dot{x}_n(t))$.

С экономической точки зрения $\dot{x}_i(t)$ означает, что в i-ой отрасли в момент времени t введено в производство $\dot{x}_i(t)$ новых мощностей или, иначе, $\dot{x}_i(t)$ показывает мгновенную скорость роста общественного продукта в i-ой отрасли в момент времени t.

Таким образом, $\dot{x}(t)$ показывает скорость роста общественного продукта или ввод новых мощностей. Чтобы скорость роста валового выпуска в i-ой отрасли увеличилась на один рубль в день необходимо увеличить мощность j-ой отрасли $j = 1, ..., n$ на $\dot{x}_{ij}$ рубль в день. Матрица, составленная из коэффициентов $u_{ij} = \dfrac{\dot{x}_{ij}}{\dot{x}_j}$, называется матрицей капиталоемкости. Матрица $U = \|u_{ij}\|$ коэффициентов капиталоемкости аналогично матрице прямых затрат в течение ряда лет остается неизменной, поэтому ее можно рассматривать как постоянную. Таким образом, модель непрерывная динамическая модель валовых выпусков отраслей экономики имеет вид:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i(T) \to \max, \qquad (1)$$

$$U\dot{x}(t) \leq (E-V)\, x(t),\ \ x(t) \geq 0, \qquad (2)$$

$$x(t_0) = x_0,\quad t\in [t_0, T].$$

Данную модель удобно применять для краткосрочного и среднесрочного планирования, так как именно в эти сроки прямые затраты и капиталоемкости отраслей остаются постоянными. Однако мы ставили перед собой цель описания бессрочного функционирования экономической системы, поэтому важно учитывать масштабы производства, а если рассматривать очень отдаленную перспективу, то и структуру самой экономики региона.

Одним из обязательных требований стабильного развития региона, да и экономики страны в целом, является равновесие всех составляющих ее элементов. Проблеме равновесия посвящено целое направление экономической теории. Если в хозяйстве нет равновесия, то возникают различные негативные явления, отражающиеся на темпах экономического роста, росте потребления, снижается эффективность общественного производства. Поэтому экономическую политику целесообразно строить, используя для выработки наиболее эффективных методов хозяйственного регулирования, обоснованные прогнозы, основные на положениях теории экономического равновесия.

Для изучения свойств модели валового выпуска отраслей региональной экономики удобно использовать более абстрактную модель:

$$J(x) = \int_{t_0}^{T} < G(x(t)), \dot{x}(t) > \mathrm{d}t \to \min, \qquad (3)$$

$$A(x(t))\,\dot{x}(t) = B(x(t)), \qquad (4)$$

$$C(x(t))\,\dot{x}(t) \geq D(x(t)), \qquad (5)$$

$$x(t_0) = x_0, \qquad (6)$$

где x содержатся в некотором открытом подмножестве Σ множества $\mathbb{R}^n$, A и C – матрицы размерностей $p \times n$ и $q \times n$ соответственно; G, B и D – вектора размерностей n, p и q соответственно. Так как эта модель достаточно хорошо изучена.

Она получена из задачи оптимального управления со смешанными ограничениями на фазовые координаты и на управления, линейную по последним, с начальным значением в точке на левом конце и со свободным правым концом, с фиксированным временем, путем замены переменных.

Использование модели (3) – (6) оказалось удобным, так как полученная нами модель валового выпуска отраслей региональной экономики является частным случаем данной модели. Перенося результаты справедливые для модели (3) – (6) на нашу модель, мы получили все основные результаты диссертационного исследования.

Задача об оптимизации валового выпуска отраслей региональной экономики должна рассматриваться в рамках долгосрочного планирования в связи со следующим обстоятельствами:

1 В модели оптимизации валового выпуска отраслей экономики прямые затраты и капиталоемкость считаются постоянными, но в действительности необходимо учесть, что в очень длительном периоде на них начинает оказывать существенное влияние масштабы производства. Поэтому необходимо каким-то образом отразить эту зависимость.

2 Достижение оптимального валового выпуска возможно при эффективном использовании ресурсов и мощностей, находящихся в распоряжении региональной экономики. Естественно предположить, что неограниченное увеличение валового выпуска при неизменной структуре экономики приведет к неограниченному потреблению ресурсов, которые, как известно, всегда ограничены. Стратегию, основанную на данной идее, нельзя считать эффективной. В связи с этим следует рассматривать валовой выпуск ограниченным. Поэтому возникает задача изучения поведения валового выпуска с течением времени, в длительном периоде, т.е. ситуации его типического поведения.

3 Наиболее эффективным представляется такой план валового выпуска, который будет являться устойчивым равновесием. Все входные данные модели нельзя считать совершенно соответствующими реальности, в их измерении следует учесть факторы случайности и приближенности. Но устойчивая модель при незначительных отклонениях этих показателей будет давать результат, незначительно отличающийся от реальности. Помимо этого, с другой стороны, если сам валовой выпуск в силу каких-то причин отклонятся от своего равновесия, то с в силу свойства устойчивости с течением времени он самостоятельно вновь вернется в равновесное состояние, под действием внутренних сил, не требуя вмешательства из вне. Следует учитывать и тот факт, что на экономическую систему постоянно влияют и внешние факторы, которые не отражены в модели. Они тоже могут влиять на изменения валового выпуска. Вследствие этого валовой выпуск должен быть устойчив и к внешним воздействиям.

Для практической реализации необходимо построить алгоритм проверки условий существования, единственности и устойчивости равновесия в модели оптимизации валового выпуска отраслей региональной
экономики.

Во второй главе **«Моделирование непрерывного процесса валового выпуска отраслей региональной экономики»** получена непрерывная динамическая модель задачи исследования.

Ставя перед собой цель как можно больше расширить перспективу для рассмотрения процесса валового выпуска, мы решили, что будет удобно рассмотреть неограниченный интервал времени, т.е. $t_0 \geq$

0, где определено только начало горизонта оптимизации. В этом случае конец горизонта оптимизации будем называть бесконечным горизонтом.

Помимо этого, в модели оптимизации валового выпуска отраслей экономики прямые затраты и капиталоемкость, в силу долгосрочности рассматриваемого периода, будем считать зависящими от масштаба производства, т.е. от валового выпуска. Однако одной из задач наших исследований является распространение оптимального планирования валового выпуска на бесконечный горизонт, или иначе рассмотрение длительного периода, когда все факторы производства переменные, поэтому в дальнейшем матрица прямых затрат и матрица капиталоемкости рассматриваются как функции от x.

Очевидно, что валовой выпуск отраслей не должен превосходить прямых затрат на него и капиталоемкости производства. Поэтому одним из ограничений будет

$$x \geq P(x)x + R(x)\dot{x},$$

которое легко преобразуется к виду

$$R(x)\dot{x}(t) \leq (E–P(x))\,x(t),$$

где E – единичная матрица.

Целевая функция совокупного валового выпуска продукции экономики на бесконечном горизонте

$$\int_{t_0}^{\infty} \sum_{i=1}^{n} \dot{x}_i(t) \to \max.$$

Учитывая все вышесказанное, рассматриваемая модель примет вид:

$$\int_{t_0}^{\infty} \sum_{i=1}^{n} \dot{x}_i(t) \to \max, \qquad (7)$$

$$U(x)\dot{x}(t) \leq (E - V(x))\,x(t),\ x(t) \geq 0, \qquad (8)$$

$$x(t_0) = x_0,\ t \in [t_0, T].$$

Это нелокальная непрерывная модель валового выпуска отраслей региональной экономики. Ее решение будем называть планом модели валового выпуска отраслей региональной экономики, или короче планом.

Таким образом, требуется максимизировать совокупный валовой выпуск отраслей экономики и определить при этом величину прямых затрат и инвестиций.

Оказывается, что полученная модель валового выпуска на региональном уровне является частным случаем модели (3) – (6), рассмотренной в первой главе. Поэтому все результаты, полученные для модели (3) – (6), справедливы и для нашей модели (1) – (2).

Предположим, для модели (3) – (6):

(a) Все функции A, B, C, D и G удовлетворяют условиям Липшица.

Назовем режимом $r_i\,[t_i, t_{i+1}]$ совокупность тех ограничений из (5), которые являются активными на некотором промежутке $[t_i, t_{i+1}) \subset [t_0, T]$ и определяют некоторый план $x_{ri}(t)$ на указанном промежутке. Будем называть режим оптимальным, если промежуток $[t_i, t_{i+1})$ определяет такой набор ограничений, что соответствующая траектория $x^*_{ri}(t)$, $t \in [t_i, t_{i+1})$, является частью оптимальной траектории $x^*(t)$. Совокупность уравнений (4) и активных ограничений из (5), определяющих режим, будем обозначать

$$R(x)\dot{x} = P(x).$$

Совокупность же неактивных ограничений из (5) обозначим

$$K(x)\dot{x} > L(x).$$

Назовем модель (3) – (6) локальной моделью, если величина промежутка $[t_0, T)$ такова, что режим или последовательность режимов на этом промежутке можно установить в результате решения задачи или последовательности задач линейного программирования (ЛП):

$$< G(x_0), y > \to \min, \qquad (9)$$

$$A(x_0)y = B(x_0), \qquad (10)$$

$$C(x_0)y \geq D(x_0). \qquad (11)$$

Предположим, что:

(b) Многогранник

$$Y(x_0)=\{y\in \mathbb{R}^n\colon R(x_0)y = P(x_0),\ K(x_0)y \geq L(x_0)\}$$

ограничен и имеет непустую внутренность (в этом случае план модели (9) – (11) существует).

(c) Пусть при этом

$$\mathrm{rank}(R(x_0)) = \dim(P(x_0)) \le n.$$

Таким образом, модель (3) – (6), а следовательно и модель (1) – (2), сводится к задаче линейного программирования или последовательности задач линейного программирования, методы решения которой хорошо изучены и реализованы как в виде алгоритмов, так и программ.

В дальнейшем будем рассматривать случай, когда $\mathrm{rank}(R(x_0)) = n$ для всех x из множества Σ и будем искать план модели посредством продолжения решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = f(x), \qquad (12)$$

где $f(x) = R^{-1}(x)\,P(x)$.

Под квазипериодической моделью (моделью с квазипериодическим планом) понимается модель (1) — (2) при условии, что можно подобрать такую последовательность натуральных чисел $\{N_k\}$, для которой план этой модели $\varphi(t)$ удовлетворяет условию

$$\lim_{k\to\infty} \varphi(t+(N_{k_{l+1}} - N_{k_l})T) = \varphi(t) \qquad (13)$$

равномерно на всей полуоси $[t_0, \infty)$.

Не маловажную роль играет вопрос о структуре планов рассматриваемой модели. На этот вопрос отвечает теорема этой главы, коротко смысл которой состоит в том, что из существования плана, определенного и ограниченного при $t \ge t_0$, автоматически вытекает существование оптимального плана квазипериодической модели, которая и дает нам план модели с бесконечным горизонтом планирования.

Нами доказано, что если $\xi(t)$ — некоторый план модели (3) – (6), определенный для всех значений $t \ge t_0$ и ограниченный при этих значениях t, то для каждого положительного значения T существует план $\varphi(t)$ квазипериодической модели (3) – (6), (13).

Более полно, каковы бы ни были положительное число T и последовательность $\{N_k\}$ натуральных чисел, найдется такая ее подпоследовательность $\{N_{k_l}\}$ и такой план $\varphi(t)$, ограниченный при всех значениях t, что

$$\lim_{l\to\infty} x(t+(N_{k_l} - 1)T) = \varphi(t) \qquad (14)$$

равномерно на каждом из отрезков $[a, b]$ и (13), т.е. квазипериодический план определяет ситуацию общего положения и, следовательно, равновесие.

Также в работе получены условия продолжения локальных планов на бесконечный горизонт.

Третья глава **«Равновесие в модели валового выпуска отраслей региональной экономики»** посвящена проблеме равновесия в модели валового выпуска отраслей региональной экономики, ориентированную на бессрочное функционирование, которую при определенных условиях (описанных в главе 2) можно представить в виде (12).

Для системы (12) ситуацию общего положения описывают планы квазипериодической модели (12), (13). С математической точки зрения равновесие в экономике описывают именно квазипериодические модели, а устойчивым равновесием в экономическом понимании может быть только структурно и асимптотически устойчивый план. Оказалось, что асимптотически устойчивым планом квазипериодической модели является только лишь тривиальное равновесие.

Под тривиальным равновесием понимается план квазипериодической модели (1) – (2), (13), удовлетворяющий условию

$$\dot{\varphi} \equiv 0. \qquad (15)$$

Оказывается, что тривиальная квазипериодическая модель (1) – (2), (13), (15) имеет устойчивый тривиальный устойчивый план, если для всех x, y из множества Σ имеет место неравенство

$$< K(x-y),\ f(x)-f(y) > \le -k^2|x-y|^2, \qquad (16)$$

где K – некоторая симметрическая матрица; k – некоторое действительное число.

Более того, нами доказано, что при выполнении условия (16) из существования ограниченного при $t \ge t_0$ плана модели (1) – (2) следует существование асимптотически устойчивого плана, являющегося планом тривиальной квазипериодической модели (1) – (2), (13), (15).

Согласно положениям синергетической экономики, равновесием в экономических системах в общем случае является хаос, соответствующий рекуррентным движениям. Однако для региональной экономики рекуррентные движения часто вырождаются в точку, соответствующую тривиальному равновесию. Поэтому в настоящей работе рассматривается задача нахождения условий существования и устойчивости именно тривиального равновесия. Дальше везде, где говорим о равновесии, имеем в виду региональную экономику.

Для экономической науки практическое приложение имеет, прежде всего, структурная устойчивость модели валового выпуска отраслей региональной экономики. Во-первых, она позволяет учесть в нашей модели влияние внешних факторов. Во-вторых, оказывается, что система, описываемая структурно устойчивой моделью, будет иметь устойчивое равновесие, т.е. возвращается самостоятельно в свое положение равновесия без вмешательства внешних сил, несмотря на скачки показателей экономической конъюнктуры.

Чтобы учесть влияние факторов внешней среды в модель (1) – (2) вводится новый параметр μ и рассматривается модель следующего вида:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i(T) \to \max, \tag{17}$$

$$R(\mu, x)\ \dot{x}\ (t) \le (E - P(\mu, x))\, x(t),\ x(t) \ge 0, \tag{18}$$

$$x(t_0) = x_0,\ t \in [t_0, T],$$

где $\mu \in \Gamma$ и Γ – некоторое открытое подмножества пространства $\mathbb{R}^m$.

В экономическом понимании модель валового выпуска отраслей региональной экономики имеет устойчивое равновесие при условии, что незначительное изменение параметров $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_m$ из определенной области изменения приведет к малым отклонениям плана, соответствующего параметризованной модели валового выпуска отраслей региональной экономики (17) – (18).

Для модели (17) – (18) абсолютно аналогично оптимизационной модели (1) – (2) вводятся определения квазипериодической и тривиальной квазипериодической модели, т.е. требуется выполнение условий (13) и (13), (15) соответственно.

Пусть для всех значений $\mu \in \Gamma$ во всех точках x, y множества Σ имеет место неравенство

$$< K(x-y), f(x, \mu) - f(y, \mu) > \le -k^2|x-y|^2, \tag{19}$$

где K – симметрическая матрица; k – некоторое действительное число.

Тогда, если на Σ выполнено условие (19) и тривиальная квазипериодическая модель имеет план, то он будет устойчивым

Таким образом, в третьей главе доказано, что только положение равновесия модели (17) – (18) может быть устойчивым равновесием в экономическом понимании этого слова.

В четвертой главе **«Построение равновесных множеств модели валового выпуска отраслей региональной экономики»** строится пример равновесного множества, приведен алгоритм его построения, а также оценена эффективность предложенного метода получения долгосрочных планов валовых выпусков отраслей региональной экономики.

Под равновесным множеством понимается такое множество валовых выпусков Σ, на котором выполнено условие (19), что тривиальная квазипериодическая модель валового выпуска отраслей региональной экономики имеет на нем устойчивый план.

В диссертационном исследовании показано, что равновесным множеством региональной экономики является все пространство $\mathbb{R}^n$, если на нем выполняется условие (19) и при этом матрица K есть симметрическая положительно определенная матрица. Значит, модель (17) – (18) будет асимптотически структурно устойчива в пространстве $\mathbb{R}^n$.

В экономическом понимании модель валового выпуска отраслей региональной экономики имеет устойчивое равновесие при условии, что при всех значениях параметров $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_m$ из определенной области изменения все планы, описываемые этой моделью (17) – (18), содержатся в равновесном множестве Σ.

Алгоритм нахождения равновесного множества для модели оптимизации (1) – (2) представлен на рис.1.

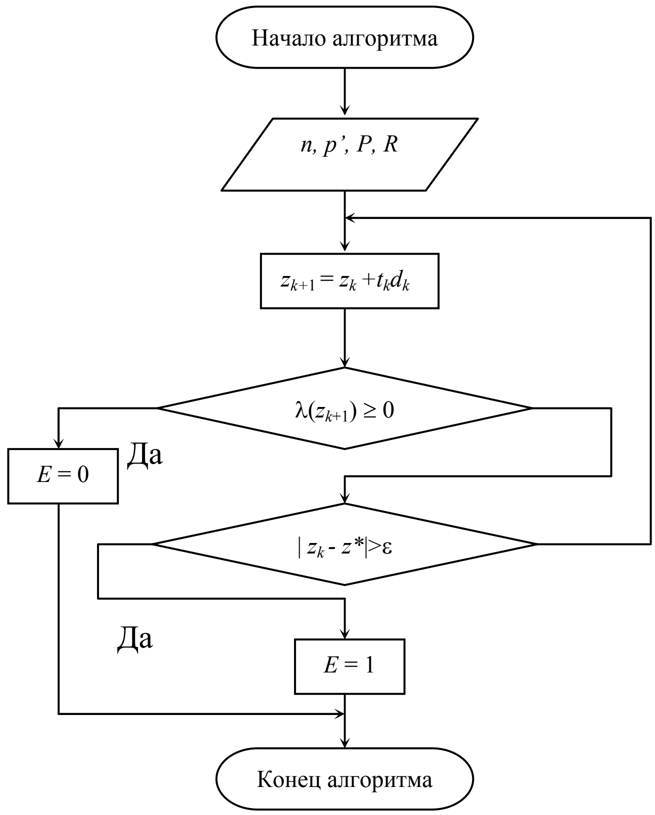

Рис. 1 Алгоритм проверки существования равновесного множества модели валового выпуска отраслей региональной экономики

Чтобы получить алгоритм построения равновесного множества, сначала вводятся следующие обозначения $F(x) = \dfrac{\partial f_i(x)}{x_j}$ – матрица Якоби для функции f и пусть $\lambda(x)$ – наибольшее собственное значение матрицы $\dfrac{KF(x) + F'(x)K}{2}$.

Во всех точках x, y пространства $\mathbb{R}^n$ справедливо неравенство

$$< K(x–y), f(x) – f(y) > \leq \sup_z \lambda(z)|x–y|^2,$$

означающее, что если

$$\sup_z \lambda(x) < 0,$$

то для модели валового выпуска отраслей региональной экономики пространство $\mathbb{R}^n$ будет равновесным множеством.

Полагаем

$$z^* = \arg \sup_z \sum_{i=1}^{n} z_i(T).$$

Тогда неравенство

$$\sup_z \lambda(z^*)<0$$

влечет за собой существование и устойчивость в целом положения равновесия $\varphi(t)$ модели валового выпуска отраслей региональной экономики.

Для отыскания величины z^* в зависимости от гладкости поля f выберем тот или иной метод линейного программирования с формулой

$$z_{k+1} = z_k + t_k d_k, \ \ k = 0, 1, 2, ..., \qquad (20)$$

где z_k – k-е приближение к величине z^*; d_k и t_k – соответствующие направления поиска и шаг в данном направлении. Тогда имеем следующий алгоритм проверки условий существования и устойчивости плана нашей модели:

1 Вычислить z_{k+1} по формуле (20).

2 Вычислить наибольшее собственное число $\lambda(t_k, z_{k+1})$ матрицы

$$\frac{KF(z_{k+1}) + F'(z_{k+1})K}{2}.$$

3 Если окажется, что

$$\lambda(z_{k+1}) \geq 0,$$

то установить код завершения E равным нулю и прекратить вычисления. В противном случае перейти к шагу 4.

4 Проверить, является ли значение z_{k+1} достаточно близким к величине z^*. Если да, то перейти к шагу 5. В противном случае увеличить k на единицу и перейти к шагу 1.

5 Установить код завершения E равным единице и прекратить вычисления.

Если по окончании работы данного алгоритма окажется, что код завершения E равен нулю, то вопрос о существовании у модели (1) – (2) устойчивого равновесия, остается открытым. В противном случае модель (1) – (2) имеет устойчивое равновесие L.

В качестве доказательств эффективности практического применения модели и алгоритма, предложенных в рамках исследований, приведем сравнительную диаграмму значений общей чистой прибыли для двух вариантов планирования валового выпуска Сосновского района Тамбовской области. В первом варианте валовой выпуск определялся традиционным способом составления долгосрочного плана. Во втором, названном «оптимальный», был найден с использованием результатов диссертационной работы.

Рассчитанный вариант «оптимальный» был использован при формировании четырехлетнего плана развития региона. Разработанная в диссертации система поддержки принятия решений используется в настоящее время администрацией Сосновского района Тамбовской области для формирования долгосрочных планов развития региональной экономики.

Как видно из диаграммы (рис. 2), вариант «Оптимальный» выглядит более предпочтительным. При этом был достигнут эффект совокупной дисконтированной прибыли всех предприятий региона в размере
2 623,11 тыс. р.

Несмотря на то, что на конец рассматриваемого периода традиционный вариант планирования задает более высокий совокупный объем чистой прибыли метод, предложенный в диссертационном исследовании, выглядит предпочтительнее в силу его устойчивости к колебаниям экономической конъюнктуры. На рис. 3 представлена ситуация отклонений от планируемого валового выпуска в случае внезапного увеличения цен в два раза в течение четырех лет.

Таким образом, при оптимальном планировании отклонения минимальны и на конец периода практически исчезают, а при традиционном способе более значительны. Всего за четыре года разница между суммарным отклонением при традиционном и оптимальном вариантах по расчетам составит 45, 4 тыс. р.

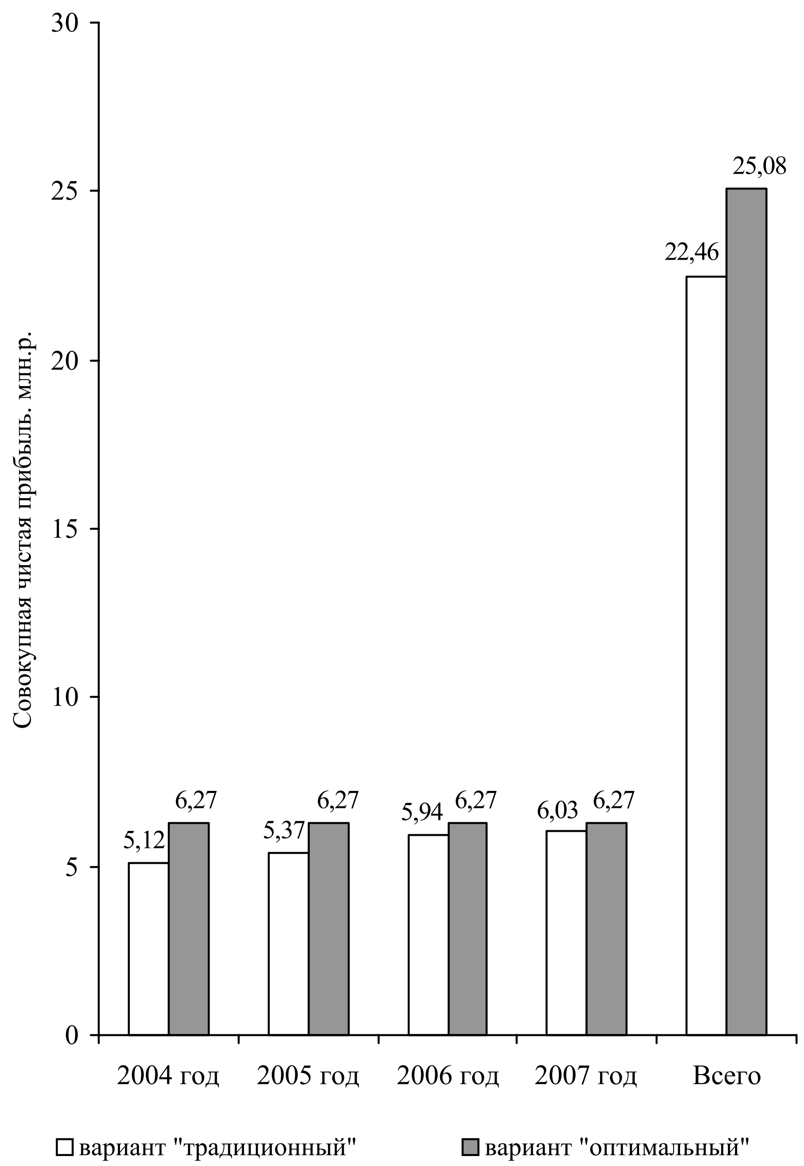

Рис. 2 Результаты применения разработанных программных комплексов

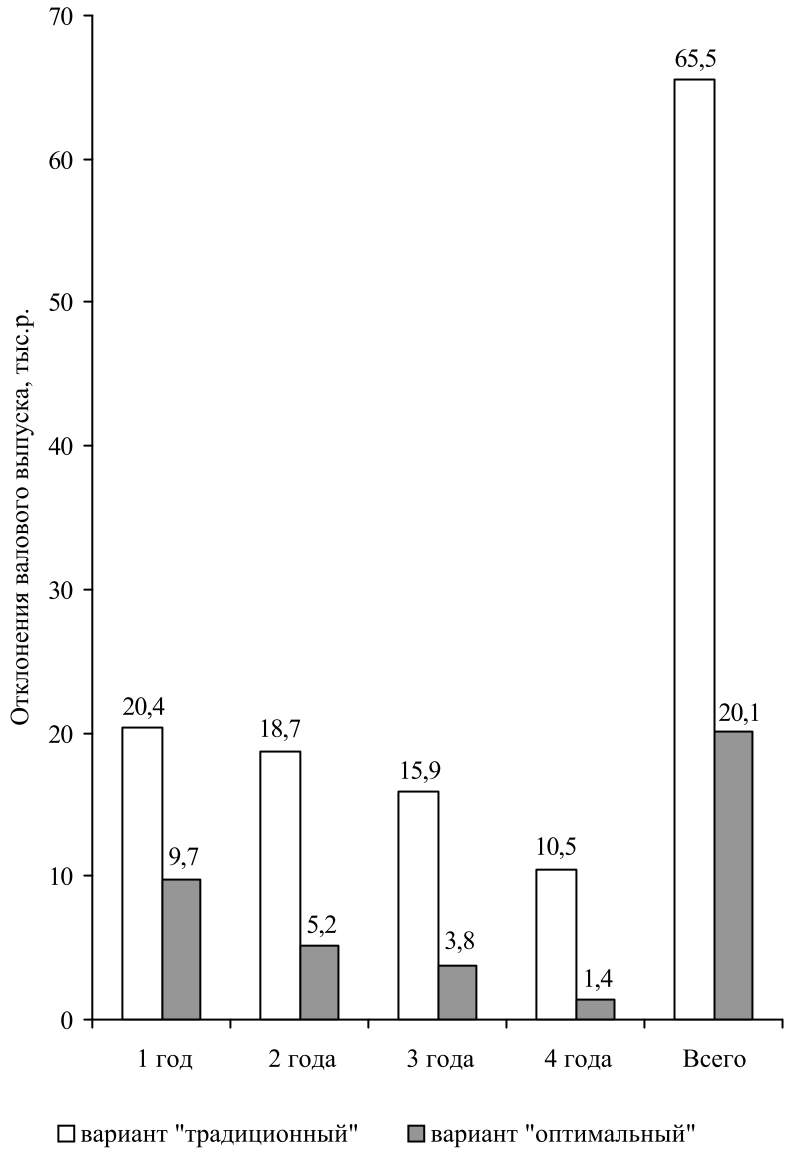

Рис. 3 Динамика отклонений от планируемой величины валового выпуска

В **заключении** приведены основные результаты и выводы, полученные в ходе исследования.

Два приложения содержат доказательства всех теорем и предложений второй и третьей глав соответственно.

Основное содержание отражено в следующих публикациях автора:

1 *Заусонина, Т.Б.* Оптимизация валового выпуска на бесконечном горизонте: Монография / Т.Б. Заусонина. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. 5,5 печ. л.

2 *Заусонина, Т.Б.* Оптимизация валового выпуска на бесконечном горизонте / Т.Б. Заусонина // Учетные записки ТРО ВЭО России / ТГУ им. Г.Р. Державина. Тамбов, 2004. Т. 7. Вып. 2. 0,35 печ. л.

3 *Заусонина, Т.Б.* Равновесие при валовом выпуске продукции // Учетные записки ТРО ВЭО России / ТГУ им. Г.Р. Державина. Тамбов, 2004. Т. 7. Вып. 2. 0,3 печ. л.

4 *Заусонина, Т.Б.* Об устойчивости тривиального равновесия в экономике / Т.Б. Заусонина // Сборник научных трудов кафедры экономической теории ТГУ им. Г.Р. Державина. Тамбов, 2003. Вып. 2. 0,35 печ. л.

5 *Заусонина, Т.Б.* Равновесие в экономике и квазипериодические процессы / Т.Б. Заусонина // Материалы IV Экономического форума ЦФО / ТГУ им. Г.Р. Державина. Тамбов, 2003. 0,35 печ. л.