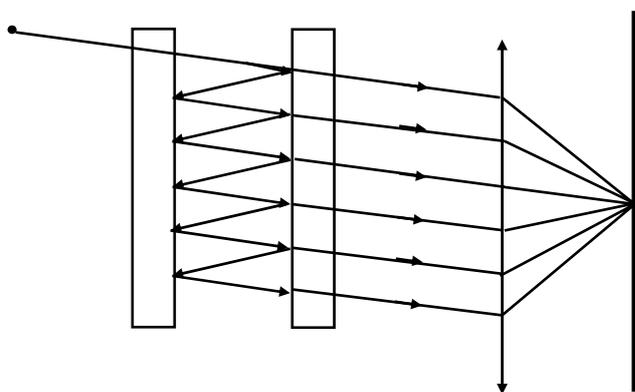


**Н.Я. Молотков, В.Б. Дивак**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ  
ПРАКТИКУМ ПО ОПТИКЕ  
В САНТИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ РАДИОВОЛН**



◆ ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ ◆

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Тамбовский государственный технический университет"

**Н.Я. Молотков, В.Б. Дивак**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
ПО ОПТИКЕ В САНТИМЕТРОВОМ  
ДИАПАЗОНЕ РАДИОВОЛН**

*Рекомендовано УМО по образованию в области радиотехники, электроники, биомедицинской техники и автоматизации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 200800 "Проектирование и технология радиоэлектронных средств"*



---

Тамбов  
Издательство ТГТУ  
2005

УДК 535(07)  
ББК В344я73-5  
М75

Р е ц е н з е н т ы :

Кандидат физико-математических наук, доцент  
*В.И. Иволгин*

Кандидат физико-математических наук, доцент  
*Ю.М. Головин*

**Молотков Н.Я., Дивак В.Б.**

М75 Лабораторный практикум по оптике в сантиметровом диапазоне радиоволн: Учеб. пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. 96 с.

В учебное пособие включено 11 лабораторных работ по волновой оптике, которые охватывают ее основные разделы: свойства электромагнитных волн; интерференция, дифракция, поляризация, кристаллооптика и распространение волн в оптически активных средах. Учебное пособие соответствует требованиям государственного стандарта по физике.

В каждой лабораторной работе даются общие теоретические положения исследуемого явления, описывается экспериментальная установка, методы измерений и приводится ход выполнения исследований.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальностям 200800, 100400.

УДК 535(07)  
ББК В344я73-5

**ISBN 5-8265-0384-X**

©

Молотков Н.Я., Дивак В.Б.,  
2005

© Тамбовский государствен-  
ный  
технический университет  
(ТГТУ), 2005

Учебное издание

**МОЛОТКОВ Николай Яковлевич,  
ДИВАК Владимир Борисович**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОПТИКЕ  
В САНТИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ РАДИОВОЛН**

Учебное пособие

Редактор **З.Г. Чернова**

Инженер по компьютерному макетированию **М.Н. Рыжкова**

Подписано к печати 09.09.2005.

Формат 60 × 84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Гарнитура Times New Roman. Объем: 5,58 усл. печ. л.; 5,7 уч.-изд. л.

Тираж 120 экз. С. 493

Издательско-полиграфический центр  
Тамбовского государственного технического университета  
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Оптика как учение о свете занимает одно из важнейших мест в преподавании общего курса физики вузов. Теоретической базой изложения волновой оптики является теория электромагнитного поля и его взаимодействие с веществом. В связи с этим в процессе обучения ставится важнейшая задача: связать изучение оптических явлений с электромагнитной теорией Максвелла и утвердить взгляд обучаемых на оптические волновые явления как на электромагнитные, вскрыть глубокое физическое единство их и природы. С одной стороны, этому способствуют современные лекционные курсы по оптике А.В. Матвеева, Д.В. Сивухина, А.Д. Суханова, а с другой стороны, выполнению поставленной задачи в значительной степени может способствовать современный лабораторный практикум, в котором различные оптические явления экспериментально исследуются не только в области узкого оптического диапазона, но и в радиодиапазоне электромагнитных волн.

По мнению многих физиков-методистов, взятый в отдельности оптический диапазон волн не может полностью обеспечить успеха в изучении оптики и только правильное сочетание его с другими диапазонами волн позволяет достичь высоких результатов в обучении. Пионерами введения элементов радиофизики, как экспериментальной базы, в процесс обучения волновой оптики, являются Н.Н. Малов, Н.И. Калитиевский, Б.Ш. Перкальскис. Использование в эксперименте двух диапазонов волн (оптического и радиофизического) позволяет выяснить то общее, что есть между электромагнитными и световыми волнами, показать, как знание одних может способствовать пониманию других. Плодотворность такого метода моделирования, сравнения и аналогий общеизвестна не только в педагогической, но и в научной мысли. Следует также отметить, что радиофизический диапазон волн позволяет доступными средствами существенно расширить круг оптических явлений, исследуемых экспериментально, что способствует глубокому пониманию студентами многих "тонких" оптических явлений. Эксперимент в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн обладает также высокой степенью наглядности и позволяет исследовать "механизмы" многих волновых процессов на отрезках сравнимых и меньших, чем длина волны. Все это говорит о том, что современный лабораторный практикум по волновой оптике должен быть комплексным и включать в себя экспериментальные исследования физических явлений как в оптическом, так и радиофизическом диапазонах электромагнитных волн.

В учебном пособии даны лабораторные работы по оптике в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн ( $\lambda = 3,2$  см), которые соответствуют требованиям государственного стандарта по физике. Введение элементов радиофизики в учебный процесс по волновой оптике, с одной стороны, позволяет привести лабораторный практикум в соответствие с современным техническим уровнем, а с другой стороны, осуществить единый подход к исследованию оптических и электромагнитных явлений, что содействует повышению научного уровня преподавания одного из важнейших разделов курса общей физики – волновой оптики.

### 1 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕХНИКИ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ

Включение этой главы в учебное пособие вызвано необходимостью ознакомить студентов с основными вопросами техники сверхвысоких частот (СВЧ), которые являются научной базой в постановке лабораторного практикума по оптике в сантиметровом диапазоне радиоволн. Здесь рассмотрены вопросы генерации СВЧ-колебаний, распространение электромагнитных волн в волноводах и искусственных средах, которые получили широкое применение в радиофизике, радиолокации, радионавигации и средствах связи. Приводятся расчеты эквивалентных показателей преломления и других "оптических" параметров искусственных сред. Методика изложения элементов техники СВЧ ориентирована на студентов младших курсов и не охватывает, конечно, всех вопросов радиофизики.

#### 1.1 РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВОЛНОВОДАХ

Сверхвысокие частоты – от 3000 МГц и более – не могут передаваться даже на малые расстояния с помощью двухпроводной линии, так как потери на излучение будут очень велики. Для передачи электромагнитных СВЧ-колебаний используются полые металлические трубы (волноводы), которые следует рассматривать не как проводники электрического тока, а как своеобразные каналы, в которых распространяются электромагнитные волны. Как мы увидим дальше, по волноводу могут распространяться, благодаря многократным отражениям от его стенок, лишь радиоволны, длина которых очень мала. Стенки волноводов при этом выполняют функцию зеркала или экрана, не дающего электромагнитным волнам распространяться в разные стороны и заставляющего их перемещаться только вдоль волновода. Строгую теорию волноводов можно найти во многих курсах электродинамики.

Дадим элементарное изложение распространения электромагнитных волн в волноводе с прямоугольным поперечным сечением. Чтобы понять процесс распространения электромагнитных волн в волноводах, рассмотрим взаимодействие в свободном пространстве двух плоских монохроматических когерентных волн 1 и 2, направление распространения которых отличается на небольшой угол  $\alpha$  (рис. 1). Допустим, что эти волны имеют в свободном пространстве длину волны  $\lambda$  и фазовую скорость  $c$ , равную скорости света в вакууме. На рис. 1 сплошными и пунктирными наклонными линиями показаны, соответственно "гребни" и "впадины" для электрической составляющей волн в определенный момент времени. Эти линии перпендикулярны к рассматриваемым лучам 1 и 2. В выбранной системе координат  $XOZ$  электрические поля описываются следующими уравнениями:

$$\varepsilon_1 = E_{my} \cos (\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta);$$

$$\varepsilon_2 = E_{my} \cos (\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta), \quad (1)$$

где  $E_{my}$  – амплитуда электрического поля электромагнитной волны; угол  $\theta = (90^\circ - \frac{\alpha}{2})$ ;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число;

$$k \cos \theta = k_x, \quad (2)$$

$$k \sin \theta = k_z \quad (3)$$

волновые числа по осям  $X$  и  $Z$ . В результате суперпозиции когерентных волн в пространстве образуется интерференционная картина, описываемая уравнением

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2E_{my} \cos (kx \cos \theta) \cos (\omega t - kz \sin \theta). \quad (4)$$

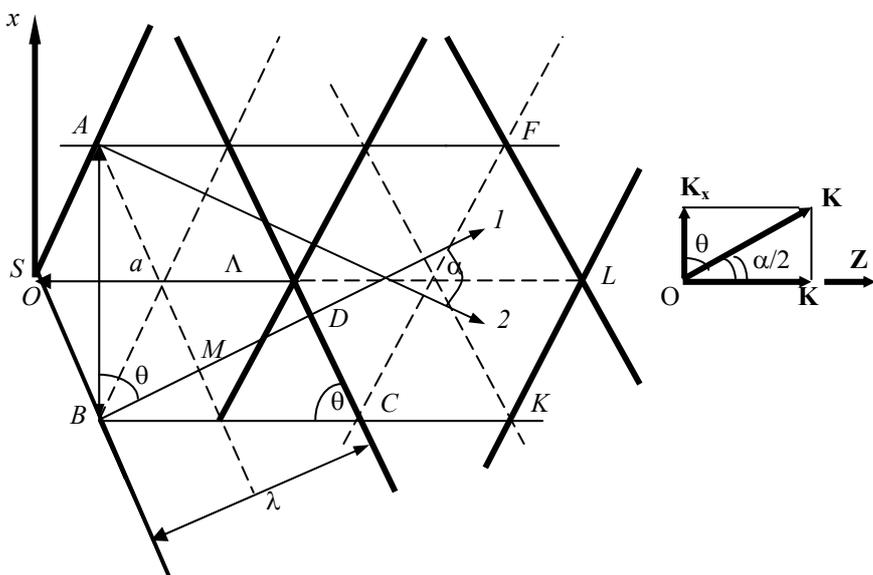


Рис. 1

Из рис. 1 видно, там, где пересекаются "гребни" одной волны с "гребнями" другой волны, или "впадины" с "впадинами", образуются максимумы интерференционного поля. Это, например, точки на линии  $SL$ . Там же, где пересекаются "гребни" одной волны с "впадинами" другой волны, образуются минимумы интерференционного поля. Например, точки на линиях  $AF$  и  $BK$ . Следовательно, напряженность результирующего электрического поля на этих линиях будет равна нулю. Это является следстви-

ем того, что результирующая волна (4) в направлении оси  $OX$  является стоячей. Амплитуда стоячей волны в направлении оси  $OX$  будет равна нулю, т.е.  $2E_{my} \cos(kx \cos\theta) = 0$ , если

$$kx \cos\theta = \pi/2. \quad (5)$$

Это выражение нам в дальнейшем позволит строго определить положение узлов стоячей волны в направлении оси  $OX$ . Так как напряженность результирующего поля на линиях  $AF$  и  $BK$  равна нулю, то вдоль них можно расположить металлические листы, играющие роль зеркал, что не нарушит граничных условий для электромагнитного поля. Тогда процесс распространения волн между зеркалами сводится к многократному отражению первичных плоских волн от этих зеркал. Следовательно, два параллельно расположенных металлических зеркала на расстоянии  $AB = a$  будут выполнять для электромагнитных волн роль простейшей направляющей системы, т.е. волновода, если установить еще два параллельных металлических листа на расстоянии  $b$  друг от друга в плоскости  $XOZ$ . При этом высота волновода  $b$  может быть выбрана произвольной.

Более наглядное представление о двух когерентных волнах, возникающих в волноводе, дает рис. 2,  $a, б$ , где показан рельеф двух электрических составляющих электромагнитного поля. Рельеф результирующего электрического поля волны, распространяющейся в волноводе, показан на рис. 2,  $в$ .

Найдем соотношение между длиной волны  $\lambda$  и расстоянием  $a$  между стенками прямоугольного волновода, при котором в нем возможно распространение электромагнитных волн. Из треугольника  $AMB$  (рис. 1) имеем

$$\cos\theta = \frac{BM}{AB}. \quad (6)$$

Учитывая, что  $BM = \frac{\lambda}{2}$ , а расстояние между стенками волновода  $AB = a$ , получим

$$\cos\theta = \frac{\lambda}{2a} = \frac{\lambda}{\lambda_{кр}}. \quad (7)$$

Величина

$$\lambda_{кр} = 2a \quad (8)$$

называется критической длиной волны. Из формулы (7) видно, что только при

$$\lambda < 2a \quad \text{или} \quad \lambda < \lambda_{кр} \quad (9)$$

найдется такой угол  $\theta$  падения для когерентных волн на зеркальные поверхности волновода, при которых возможно распространение их в виде результирующей направляемой волны (4). Если

$$\lambda > 2a \quad \text{или} \quad \lambda > \lambda_{кр}, \quad (10)$$

то  $\cos\theta > 1$ . Это означает, что при выполнении условия (10) не существует угла  $\theta$  падения для когерентных волн на зеркала, при котором возможно распространение волн в волноводе.

Из формулы (3) следует, что волновое число  $k_z$ , характеризующее скорость распространения бегущей направляемой волны в направлении оси  $OZ$ , равно

$$k_z = k \sin\theta = k \sqrt{1 - \cos^2\theta}. \quad (11)$$

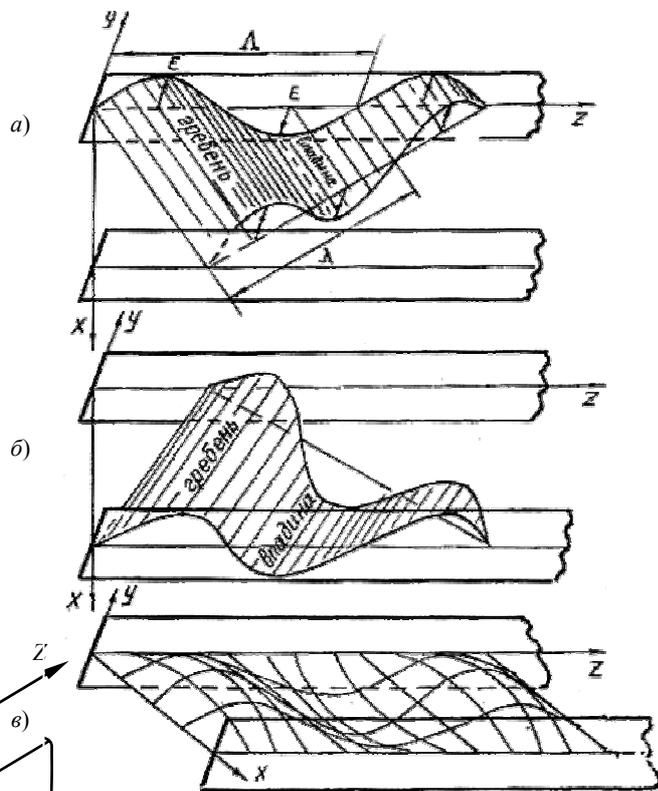


Рис. 2

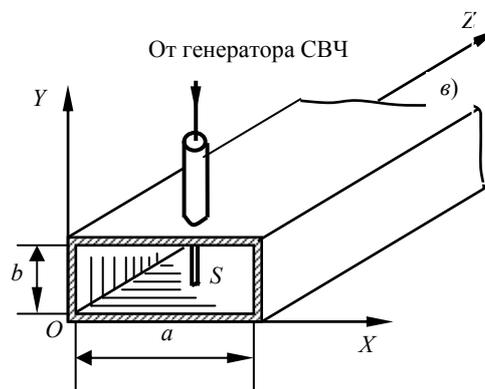
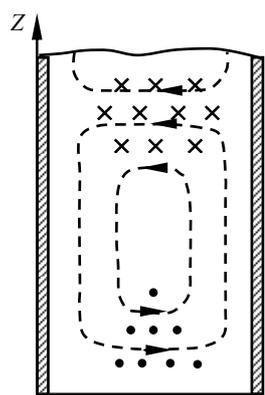


Рис. 3



$H_{01}$  - волна

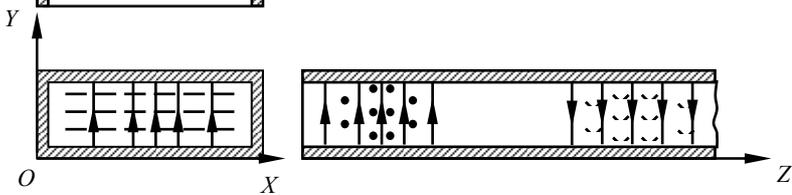


Рис. 4

Учитывая формулу (7), получим

$$k_z = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (12)$$

Так как  $k = \frac{\omega}{c}$ ;  $k_z = \frac{\omega}{v_\phi}$ , где  $v_\phi$  – фазовая скорость волн в направлении оси  $OZ$ , получим

$$v_\phi = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (13)$$

Исходя из выражения (9), можно сделать вывод о том, что фазовая скорость  $v_\phi$  направляемой волны в волноводе оказывается больше скорости волн в свободном пространстве, т.е. больше скорости света  $c$  в вакууме. Однако это не имеет какого-либо противоречия со специальной теорией относительности, которая запрещает существование передачи взаимодействия со скоростями, большими, чем скорость света в вакууме. Дело в том, что фазовая скорость  $v_\phi$  определяет быстроту перемещения состояния или конфигурации волны в волноводе, и она не характеризует перенос энергии или массы. Передача взаимодействия характеризуется групповой скоростью  $v_{гр}$ , которая в волноводе связана с фазовой скоростью простым соотношением

$$v_{гр} = \frac{c^2}{v_\phi}. \quad (14)$$

Учитывая формулу (13), найдем значение групповой скорости электромагнитных волн в волноводе

$$v_{гр} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}, \quad (15)$$

которая согласно (15) всегда меньше  $c$ .

Из рис. 1 видно, что длина волны  $\Lambda$ , распространяющейся в прямоугольном волноводе, отличается от длины волны  $\lambda$  когерентных волн, ее образующих. Связь между длиной волны  $\Lambda$  в волноводе и длиной волны  $\lambda$ , распространяющейся в свободном пространстве, может быть найдена из  $\Delta BDC$ :

$$\sin \theta = \frac{BD}{BC} = \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (16)$$

откуда получим

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}}. \quad (17)$$

С учетом выражения (7) получим

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (18)$$

Так как для направляемой волны в волноводе выполняется условие (9), т.е.  $\lambda < 2a$ , то

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} < 1. \quad (19)$$

Следовательно, длина волны  $\Lambda$ , направляемой волноводом, больше длины волны  $\lambda$  в свободном пространстве. Учитывая, что  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ ;  $\Lambda = \frac{v_\phi}{\nu}$ , где  $\nu$  – частота электромагнитных колебаний;  $c$  и  $v_\phi$ , соответственно, фазовые скорости волн в свободном пространстве и волноводе, получим на основании выражения (18) формулу (13).

Положение металлических листов, образующих волновод, можно найти более строго из выражения (5), которое можно записать в виде

$$\frac{2\pi}{\lambda} x \cos \theta = \frac{\pi}{2}.$$

Отсюда

$$x = \frac{\lambda}{4 \cos \theta}.$$

Учитывая выражение (7), получим

$$x = a / 2.$$

Общий вид прямоугольного волновода с поперечными размерами  $a$  и  $b$  показан на рис. 3. Источником  $S$  волн в волноводе служит обычно четвертьволновой вибратор, к которому подводится мощность по коаксиальному кабелю от генератора СВЧ. На рис. 4 в трех проекциях изображено распределение в прямоугольном волноводе в некоторый момент времени силовых линий электрического (сплошные линии) и магнитного (пунктирные линии) полей в основной волне. Силовые линии электрического поля представляют собой прямые, параллельные оси  $Y$ . Силовые линии магнитного поля – замкнутые кривые, расположенные в плоскости  $XOZ$ . Вектор напряженности  $\mathbf{H}$  магнитного поля волны в волноводе имеет как составляющую по оси  $X$ , так и составляющую по оси  $Z$  (рис. 4). Вследствие чего направляемая волна в волноводе называется поперечно-электрической ( $TE$ ) или  $H$ -волной. Так как электрический вектор  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны, распространяющейся в прямоугольном волноводе, ориентирован только вдоль оси  $Y$ , то волна, излучаемая им, например, через рупорную антенну в свободное пространство, будет линейно поляризованной волной. Причем, электрический вектор  $\mathbf{E}$  линейно поляризованной волны перпендикулярен к широкой стенке прямоугольного волновода.

Как отмечено выше, при условии,  $a < \lambda/2$  распространение электромагнитных волн в прямоугольном волноводе на большие расстояния становится невозможным. Согласно строгой теории волноводов при выполнении этого условия электромагнитная волна в прямоугольном волноводе быстро затухает на расстояниях, сравнимых с длиной волны, по экспоненциальному закону

$$E_y = E_{my} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-k_z z}, \quad (20)$$

где  $k_z$  – составляющая волнового числа по оси  $Z$ , которая определяется соотношением

$$k_z = \sqrt{k_{кр}^2 - k^2} = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_{кр}}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2}, \quad (21)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число для свободного пространства;  $k_{кр} = \frac{2\pi}{\lambda_{кр}}$  – критическое значение волнового числа.

## 1.2 ОБЪЕМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Можно попытаться применять для сверхвысоких частот колебательный контур (рис. 5, а) с сосредоточенными параметрами  $L$  и  $C$ . Для увеличения собственной частоты колебательного контура нужно уменьшить емкость  $C$  и индуктивность  $L$ . Емкость конденсатора может быть уменьшена простым движением пластин. Для уменьшения индуктивности нужно уменьшать число витков катушки до тех пор, пока не останется простой провод (рис. 5, б). Дальнейшее уменьшение индуктивности должно пойти за счет подключения проводников (рис. 5, в), что в пределе приведет к двум пластинам, соединенным сплошными проводящими стенками. Полученная полая металлическая коробка (рис. 5, г) называется

объемным резонатором и выполняет роль колебательного контура для СВЧ-колебаний. Приведенные рассуждения не являются достаточно строгими. При постепенном видоизменении вышеуказанной схемы наступает момент, когда поля конденсатора и катушки становятся взаимосвязанными и, следовательно, возникает задача о системе уже не с сосредоточенными, а с распределенными параметрами. Возбудить колебания в резонаторе можно при помощи штырька или петли связи. Электромагнитное поле при этом существует внутри объемного резонатора.

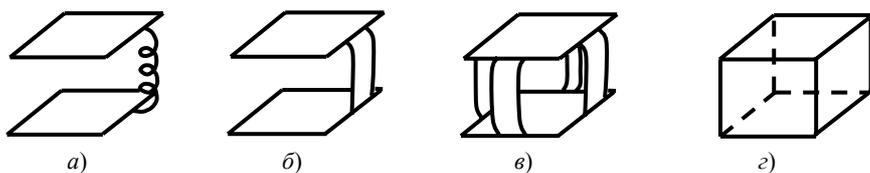


Рис. 5

К понятию объемного резонатора можно прийти более строго, исходя из теории волноводов. Допустим, что в бесконечном прямоугольном волноводе существует направляемая волна, уравнение которой для простоты имеет вид

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - k_z z), \quad (22)$$

где  $\omega$  – круговая частота;  $k_z$  – продольное волновое число;  $z$  – продольная ось волновода, вдоль которой распространяется волна.

Установим одновременно на пути волны два металлических зеркала в точках  $z = 0$  и  $z = l$ . В образовавшемся объеме между зеркалами не может существовать прежняя бегущая волна, так как ее уравнение не удовлетворяет граничным условиям

$$E_1 = 0 \quad \text{при } z = 0 \text{ и } z = l. \quad (23)$$

При наличии металлических перегородок в волноводе возникают отраженные волны. Рассмотрим суперпозицию двух волн, движущихся в противоположных направлениях:

$$E = E_0 \sin(\omega t - k_z z) + E_0 \sin(\omega t + k_z z) = 2E_0 \sin k_z z \cos \omega t. \quad (24)$$

Это уравнение удовлетворяет граничному условию  $E = 0$  при  $z = 0$ . Для подчинения его второму граничному условию необходимо допустить, чтобы

$$\sin k_z l = 0. \quad (25)$$

Это требование выполняется, если  $k_z l = p\pi$ , где  $p = 0, 1, 2, 3, \dots$ .

Полученный результат приводит к выводу, что в отсеченном объеме волновода может существовать суперпозиция двух волн, перемещающихся в противоположных направлениях, но только при вполне определенном значении волнового числа, принимающем ряд дискретных значений:

$$k_z = p \frac{\pi}{l}. \quad (26)$$

Аналогичные соотношения справедливы и в поперечном сечении прямоугольного волновода, где, как было показано в предыдущем параграфе, устанавливается в общем случае также стоячая волна. Поэтому, в соответствии с формулой (24), имеем

$$k_x = n \frac{\pi}{a}; \quad k_y = m \frac{\pi}{b}, \quad (27)$$

где  $n$  и  $m$  – целые числа;  $a$  – ширина;  $b$  – высота волновода.

Таким образом, в объемном резонаторе устанавливается своеобразная пространственная стоячая волна. Учитывая, что  $k_z = \frac{2\pi}{\Lambda}$ , где  $\Lambda$  – длина направляемой волны в волноводе, из формулы (27) следует, что продольный размер  $l$  отсеченного участка волновода должен быть кратным половине длины волны:

$$l = p \frac{\Lambda}{2}. \quad (28)$$

Другими словами, собственными частотами резонатора будут те, для которых на его длине укладывается целое число полуволн. Это будет справедливо для всех трех направлений в резонаторе. Разлагая волновой вектор  $\mathbf{k}$  электромагнитной волны на три составляющие:  $k_x, k_y, k_z$ , имеем  $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$ , или

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}.$$

Учитывая, что  $k = \frac{\omega}{c}$ , получим выражение для собственных частот прямоугольного резонатора:

$$\omega = c \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}.$$

С учетом формул (26) и (27) окончательно получим

$$\omega = \pi c \sqrt{\left(\frac{n}{a}\right)^2 + \left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}, \quad (29)$$

где  $m, n, p$  – целые числа;  $a, b, l$  – размеры прямоугольного резонатора.

Из последней формулы видно, что собственная частота резонатора определяется его геометрическими параметрами. Объемный резонатор отличается от колебательного контура с сосредоточенными параметрами тем, что он имеет несколько собственных частот, каждой из которых соответствует набор целых чисел:  $m, n, p$ . Он отличается также высокой добротностью, достигающей  $10^4$  и более.

В технике СВЧ очень часто наряду с прямоугольными резонаторами используются цилиндрические и тороидальные. Заметим, что резонаторы нашли применение и в оптике, где они являются необходимым элементом любого лазера. Роль открытого резонатора в лазере выполняют два зеркала, установленные строго параллельно друг другу.

### 1.3 ГЕНЕРАЦИЯ СВЧ-КОЛЕБАНИЙ

Обычная трехэлектродная лампа не может быть использована для генерации СВЧ-колебаний. На достаточно больших частотах паразитные междуэлектродные емкости и индуктивности ламп соизмеримы с емкостью и индуктивностью колебательного контура, а время пролета электронов в лампе сравнимо с периодом генерируемых колебаний, что нарушает фазовые соотношения в автогенераторе. В связи с этим возникла необходимость в разработке принципиально новых приборов, наибольшее распространение из которых получили клистроны и магнетроны. Рассмотрим работу отражательного клистрона, применяемого в учебном эксперименте.

Термин "клистрон" образован от греческого корня, означающего в переводе "пробой волн", и слова "электрон". Основания для такого названия будут ясны после анализа физических процессов, происходящих в нем. Отражательный клистрон представляет собой электровакуумную систему. В стеклянном или металлическом баллоне (рис. 6) размещены электроды: подогревный катод  $K$ , фокусирующий электрод и анод  $A$  в виде сетки, образующие электронный прожектор; две плоские сетки  $C_1$  и  $C_2$ , образующие вместе с полым тором объемный резонатор  $P$ ; отражатель  $O$ , имеющий форму диска или чашечки. Резонатор соединен с анодом и находится под положительным потенциалом  $U_a$  относительно катода. На отражатель подается отрицательный потенциал  $U_{отр}$ .

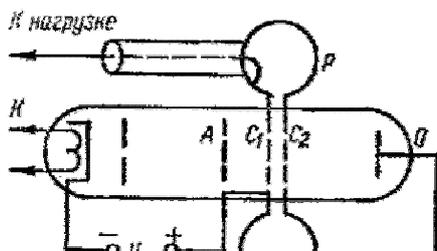


Рис. 6

Рис. 6

В момент подключения клистрона к источникам постоянно тока в объемном резонаторе  $P$  возникают собственные сверхвысокочастотные колебания электромагнитного поля. Частота этих колебаний, а следовательно, и частота, с которой изменяется электрическое поле  $E$  между сетками  $C_1$  и  $C_2$  резонатора, определяется геометрическими размерами резонатора. Изменение электромагнитного поля в тороидальном резонаторе со временем представлено на рис. 7. Электромагнитные колебания в резонаторе, возникшие благодаря подключению клистрона к источникам питания, являются, вообще говоря, затухающими колебаниями вследствие различных потерь энергии.

Для поддержания СВЧ-колебаний незатухающими необходимо восполнение энергии за счет источников питания. Это восполнение осуществляется благодаря обмену энергией между потоком электронов и сверхвысокочастотными электромагнитными колебаниями в резонаторе.

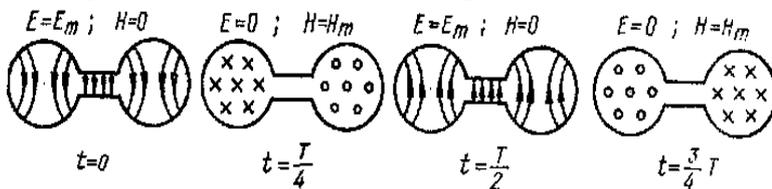


Рис. 7

Рассмотрим процесс взаимодействия электронов с электромагнитным полем резонатора. Эмитируемые катодом электроны попадают в постоянное ускоряющее поле анода (рис. 6). Под действием этого поля электроны движутся с нарастающей скоростью и влетают в резонатор равномерным потоком и с примерно одинаковой скоростью. Вступая в пространство между сетками резонатора, электроны будут продолжать движение с прежней скоростью, если в этот момент изменяющееся со сверхвысокой частотой электрическое поле  $E$  резонатора равно нулю. Электроны будут двигаться ускоренно между сетками резонатора, если электрическое поле  $E$  резонатора в данный момент отлично от нуля и направлено противоположно движению электронов. Электроны будут двигаться замедленно, если электрическое поле  $E$  резонатора по направлению совпадает с движением электронов. Таким образом, в зависимости от того, когда электроны попадают в резонатор, одни из них ускоряются, другие замедляются, третьи не изменяют своей скорости. В соответствии с этим из резонатора электроны будут выходить с различными скоростями, т.е. электронный поток оказывается модулированным по скорости.

При движении электронов через резонатор слева направо (рис. 6) энергия сверхвысокочастотного поля резонатора в среднем за период остается неизменной. Она убывает лишь за счет затухания колебаний. Действительно, вследствие равномерной плотности электронного потока энергия, отбираемая им от ускоряющего поля  $E$  резонатора, и энергия, отданная электронами тормозящему полю  $E$  резонатора, имеют одну и ту же величину.

Электроны, прошедшие через сетки резонатора, попадают далее в тормозящее электрическое поле отражателя. Электроны в этом поле тормозятся, останавливаются, а затем ускоренно возвращаются обратно в резонатор. Чем больше скорость, с которой электрон попадает из резонатора в пространство торможения, тем на большее расстояние от резонатора он удаляется и тем большее время он находится в пространстве торможения до возвращения снова в резонатор.

На рис. 8 показаны графики перемещения трех слоев электронов, движущихся в поле отражателя. Первый из них проходит через резонатор в прямом направлении в момент  $t_1$ , когда электрическое поле  $E$  в нем рав-

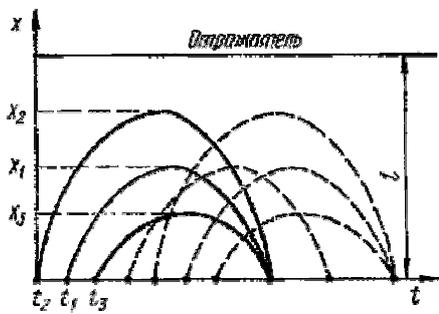


Рис. 8

но нулю; второй – опережает первый на время  $\Delta t = t_1 - t_2$  и испытывает ускоряющее действие сверхвысокочастотного поля  $E$  резонатора; третий – отстает на время  $\Delta t = t_3 - t_1$  и испытывает тормозящее действие сверхвысокочастотного поля  $E$  резонатора. Как видно из этого рисунка, электроны каждого слоя проходят разное расстояние  $x_2 > x_1 > x_3$  и находятся в пространстве резонатор-отражатель различное время. Возвращаются же электроны всех трех слоев в резонатор в один и тот же момент времени.

Следующий пример наглядно иллюстрирует это. Если бросить вверх друг за другом с небольшими промежутками три предмета, но первому сообщить наибольшую скорость, а третьему – наименьшую, то они могут упасть одновременно. При этом первый из них поднимается выше всех и будет в движении наибольшее время, а последний поднимается ниже всех и возвращается через наименьший промежуток времени.

Таким образом, благодаря модуляции электронов по скорости, осуществляемой при прохождении их через резонатор в прямом направлении, они оказываются сгруппированными при возвратном прохождении через тот же резонатор. Вследствие этого на резонатор справа налево (рис. 6) воздействуют "сгустки" электронов, чередующиеся с областями электронного потока уменьшенной плотности. Если "сгустки" электронов будут возвращаться в резонатор в момент, когда поле  $E$  резонатора для них будет тормозящим, то энергия его будет в среднем за период возрастать. При этом за период электромагнитное поле получает от "сгустков" электронов больше энергии, чем расходуется на ускорение разреженного потока электронов. Наоборот, при сверхвысокочастотном поле, ускоряющем "сгустки" электронов, энергия сверхвысокочастотного поля  $E$  резонатора в среднем за период будет уменьшаться, что приведет к еще более быстрому затуханию колебаний в резонаторе. Для наилучшей передачи энергии от "сгустков" электронов электромагнитному полю резонатора необходимо создать условия максимального торможения полем резонатора электронных "сгустков". Это достигается подбором напряжений на отражателе и аноде

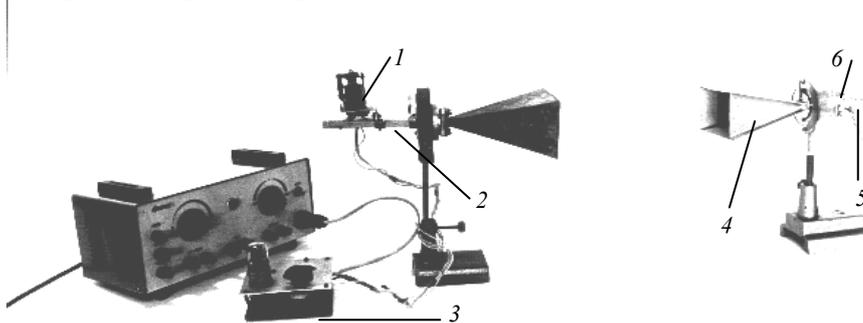


Рис. 9

На рис. 9 показан общий вид генератора сантиметровых электромагнитных волн на клистроне К-19 и приемной рупорной антенны для этих же волн. Для получения направленных сантиметровых электромагнитных волн отражательный клистрон К-19 1 устанавливается на прямоугольном волноводе 2 сечением  $23 \times 10$  мм так, чтобы излучающий диполь клистрона был расположен внутри волновода перпендикулярно к его широкой стенке (рис. 9). При изготовлении генератора необходимо принять меры изоляции коаксиальной линии и четвертьволнового диполя от стенок волновода. Четвертьволновый диполь клистрона выполняет роль активного штырька связи и позволяет возбудить в прямоугольном волноводе направляемую бегущую электромагнитную  $H_{01}$ -волну. Прямоугольный волновод нагружается с

одной стороны излучающей рупорной антенной. В противоположной стороне прямоугольного волновода устанавливается подвижный металлический плунжер, выполняющий роль зеркала для электромагнитных волн. При настройке прибора плунжер необходимо установить на расстоянии четверти направляемой длины волны от излучающего диполя. Питание генератора осуществляется от источника постоянного тока ВУП. Модулятор, собранный по схеме мультивибратора, располагается в отдельном блоке 3 (рис. 9). Приемник сантиметровых электромагнитных волн состоит из рупорной антенны 4, прямоугольного волновода сечением  $23 \times 10$  мм и детекторной секции 6. Роль активного приемного элемента и детектора модулированных электромагнитных волн выполняет СВЧ-диод Д 403, который располагается перпендикулярно к широкой стенке приемника волновода на расстоянии четверти длины волны от закрытого конца детекторной секции. Катод СВЧ-диода соединяется непосредственно с одной из широких стенок прямоугольного волновода. Отдетектированный сигнал может подаваться на различные регистраторы: микроамперметр, осциллограф, индикатор круговой развертки и др.

Так как четвертьволновый диполь клистрона установлен перпендикулярно к широкой стенке прямоугольного волновода, то электромагнитная волна, излучаемая рупорной антенной в свободное пространство является линейно поляризованной. Электрический вектор  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны совершает колебания перпендикулярно к широкой стенке волновода. Для удобства обращения с генератором это направление вектора  $\mathbf{E}$  указывает стрелка, установленная на рупорной антенне (рис. 9). Приемная рупорная антенна обладает избирательными свойствами по отношению к поляризации принимаемого излучения. Она принимает электромагнитную волну с максимальной интенсивностью, если направление колебаний электрического вектора  $\mathbf{E}$  волны будет перпендикулярно к широкой стенке прямоугольного волновода приемника. Это направление также показано стрелкой, установленной на приемнике. Линии, перпендикулярные к широким стенкам волноводов генератора и приемника, будем в дальнейшем называть *главными линиями источника и приемника сантиметровых электромагнитных волн*. Источник и приемник сантиметровых электромагнитных волн можно рассматривать как поляризатор и анализатор некоторого "оптического" прибора. При постановке опытов по поляризации и кристаллооптике передающую и приемную антенны генератора сантиметровых волн целесообразно закрепить в подшипниках скольжения так, чтобы они имели возможность вращаться вокруг своих продольных осей. Приемником сантиметровых электромагнитных волн может также служить полуволновый диполь с полупроводниковым детектором Д 403, часто называемым зонд-детектором.

#### 1.4 ИСКУССТВЕННЫЕ СРЕДЫ ДЛЯ РАДИОВОЛН

При проведении опытов с сантиметровыми электромагнитными волнами в ряде случаев целесообразно вместо естественных диэлектриков использовать искусственные среды, которые могут быть изготовлены с заранее заданными свойствами: *однородными и неоднородными; изотропными и анизотропными, с большим и малым поглощением* и т.д.

Все многообразие искусственных сред, нашедших широкое применение в радиофизике и физическом демонстрационном эксперименте, целесообразно классифицировать по тем процессам, которые протекают в них при прохождении электромагнитных волн. В связи с этим искусственные среды подразделяются на три основных класса: *металлодиэлектрики, волноводные (металлоленточные) структуры, слоистые диэлектрические структуры*. Металлодиэлектрики выполняются в виде трехмерной решетки, в узлах которой в простейшем случае располагаются металлические шарики, имитирующие пространственную молекулярную структуру естественного диэлектрика. Шарики закрепляются в свободном пространстве на тонких нитях или в твердом естественном диэлектрике с диэлектрической проницаемостью, близкой к единице. В качестве такого вещества можно использовать пенопласт. Волна, падающая на металлодиэлектрик, наводит в его элементах сверхвысокочастотные поверхностные токи, которые становятся источником вторичного излучения, т.е. как бы осциллирующими диполями. В таких структурах воспроизводятся те же процессы, которые наблюдаются в молекулах естественного диэлектрика. Фазовая скорость и показатель преломления металлодиэлектриков могут быть рассчитаны на основе электронной теории. Они обладают показателем преломления большим единицы, а следовательно, фазовая скорость волн в них меньше скорости волн в свободном пространстве. Поэтому их часто называют замедляющими структурами.

Понять процессы, происходящие в *волноводных* или *металлоленточных структурах*, будет проще, если рассмотреть пачку прямоугольных волноводов, образующих, например, призму (рис. 10, а). При облучении ее вдоль волноводов электромагнитной волной, электрический вектор  $\mathbf{E}$  которой перпендикулярен к широкой стенке каждого волновода, в них будет распространяться волна с фазовой скоростью

$v_\phi$ , отличной от скорости волн в свободном пространстве. При этом сторона  $a$  поперечного сечения каждого прямоугольного волновода должна удовлетворять условию:

$$a > \frac{\lambda}{2}. \quad (30)$$

Эквивалентный показатель преломления волноводной структуры, как искусственной среды, можно найти на основе формулы

$$n = \frac{c}{v_\phi} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (31)$$

Так как  $v_\phi > c$ , то  $n < 1$ . Распространение волн в прямоугольном волноводе не зависит от его высоты  $b$ . Поэтому последняя в пачке волноводной структуры может быть сделана бесконечно большой, т.е. горизонтальные перегородки в призме (рис. 10, *а*) могут быть без ущерба убраны.

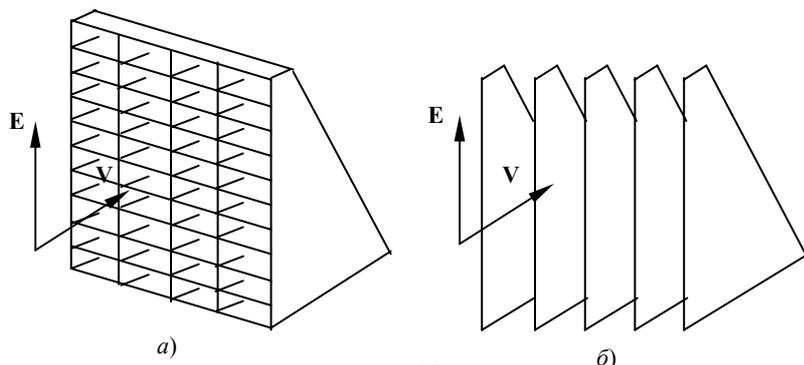


Рис. 10

Волноводная призма превращается в систему параллельных металлических лент, т.е. искусственную среду, называемую металлоленточной структурой (рис. 10, *б*). Если расстояния между лентами структуры  $a$  меньше, чем  $\frac{\lambda}{2}$ , то показатель преломления (31) для нее окажется мнимой величиной и распространение волн будет невозможным на большие расстояния. В этом случае волна будет затухать на отрезке, сравнимым с длиной волны. Для существования волн в металлоленточной структуре необходимо, чтобы расстояние  $a$  между лентами удовлетворяло условиям (30). В связи с этим эквивалентный показатель преломления для электромагнитной волны, электрический вектор  $\mathbf{E}$  которой параллелен лентам, всегда меньше единицы. Следовательно, металлоленточная или волноводная структура всегда "оптически" менее плотная, чем свободное пространство. Фазовая скорость волн в таких структурах будет всегда больше скорости света в вакууме. Поэтому волноводные и металлоленточные структуры называют ускоряющими системами.

Если же вектор  $\mathbf{E}$  волны будет ориентирован перпендикулярно лентам структуры (рис. 10, *б*), то ее показатель преломления окажется равным единице. При этом фазовая скорость распространения электромагнитной волны в металлоленточной структуре будет равна скорости света в свободном пространстве. Таким образом, указанные металлоленточные структуры обладают анизотропией показателя преломления и в них возможно наблюдение двойного лучепреломления. За главную "оптическую" ось металлоленточной структуры принимается направление, перпендикулярное ее металлическим лентам. При использовании волноводных и металлоленточных структур следует помнить, что волна, падающая на них, должна распространяться вдоль волноводов или металлических лент. В противном случае в этих искусственных средах возникает принудительное движение волны, которое может приводить к нарушению законов геометрической оптики.

Следует отметить, что использование металлоленточных структур в качестве двоякопреломляющего кристалла имеет существенный недостаток. Их нельзя использовать для наблюдения двойного лучепреломления при произвольной ориентации ее главной оси в пространстве, ибо волны в структуре могут распространяться только перпендикулярно к ее главной оси, т.е. вдоль металлических лент. Более того, волна не может распространяться вдоль "оптической" оси модели кристалла, т.е. перпендикулярно к металлическим лентам. От указанных недостатков свободны слоистые диэлектрические анизотропные структуры, которые по своим свойствам аналогичны реальным одноосным двоякопреломляющим кри-

сталлам.

Искусственные среды для сантиметровых электромагнитных волн в виде *слоистых диэлектрических структур* представляют собой систему большого числа плоских изотропных параллельных тонких лент естест-

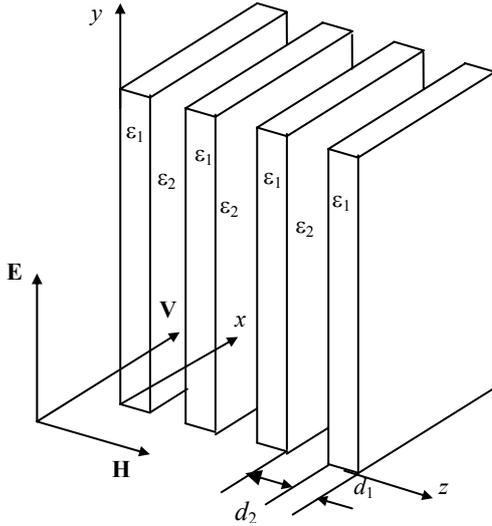


Рис. 11

венного диэлектрика значительных размеров, разделенных воздушными промежутками. Слоистую диэлектрическую структуру для радиоволн можно изготовить, например, из тонких листов органического стекла толщиной  $d_1$ , расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга (рис. 11). При этом толщина  $d_1$  изотропных лент и величина  $d_2$  воздушных зазоров между ними должны быть значительно меньше длины волны используемого электромагнитного излучения. При  $\lambda = 3,2$  см величины  $d_1$  и  $d_2$  не должны превышать 3...5 мм.

Слоистая диэлектрическая структура обладает заметной анизотропией показателя преломления и для нее характерно так называемое "двойное лучепреломление формы", которое наблюдается в ряде оптических слоистых объектах: кристаллах табачной мозаики, жидкостях со взвешенными в них упорядоченными частицами и др.

Рассмотрим подробнее свойства таких диэлектрических структур. Примем за главную "оптическую" ось слоистой диэлектрической структуры направление, перпендикулярное к лентам (рис. 11). Пусть  $\varepsilon_1$  – относительная диэлектрическая проницаемость каждой ленты, а  $\varepsilon_2$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей промежутки между изотропными лентами. Вычислим эквивалентные показатели преломления слоистой структуры для обыкновенной и необыкновенной волны. Предположим, что в слоистой диэлектрической структуре вдоль ее лент распространяется плоская электромагнитная волна, электрический вектор  $\mathbf{E}$  которой параллелен лентам. Так как электрический вектор  $\mathbf{E}$  этой волны перпендикулярен к главной оси слоистой диэлектрической структуры, то волна, распространяющаяся в ней, является обыкновенной. Если размеры лент достаточно велики, а величины  $d_1$  и  $d_2$  малы по сравнению с длиной волны, то электрическое поле в лентах и между ними можно считать однородным. Учитывая, что тангенциальная составляющая электрического вектора  $\mathbf{E}$  должна быть непрерывной на границах раздела сред, значение вектора  $\mathbf{E}$  внутри лент и между ними должно быть одинаково. Следовательно,  $\mathbf{D}_1 = \varepsilon_1 \mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}_2 = \varepsilon_2 \mathbf{E}$ . Среднее значение вектора электрического смещения, полученное усреднением по всему объему структуры, равно:

$$D = \frac{d_1 D_1 + d_2 D_2}{d_1 + d_2} = \frac{d_1 \varepsilon_1 E + d_2 \varepsilon_2 E}{d_1 + d_2}. \quad (32)$$

Следовательно, для обыкновенной волны, распространяющейся в слоистой диэлектрической структуре перпендикулярно главной оси, эффективная диэлектрическая проницаемость равна

$$\varepsilon_o = \frac{D}{E} = \frac{d_1 \varepsilon_1 + d_2 \varepsilon_2}{d_1 + d_2}, \quad (33)$$

а эквивалентный показатель преломления слоистой диэлектрической структуры равен:

$$n_0 = \sqrt{\varepsilon_0 \mu} = \sqrt{\frac{d_1 \varepsilon_1 + d_2 \varepsilon_2}{d_1 + d_2}}, \quad (34)$$

при  $\mu = 1$ .

Предположим теперь, что вдоль лент слоистой структуры распространяется электромагнитная волна, электрический вектор  $\mathbf{E}$  которой перпендикулярен диэлектрическим изотропным лентам. Так как электрический вектор  $\mathbf{E}$  этой волны параллелен главной оси слоистой структуры, то волна, распространяющаяся в ней, будет необыкновенной. Учитывая, что нормальная составляющая вектора электрического смещения  $\mathbf{D}$  должна оставаться непрерывной при пересечении поверхности, на которой скачком изменяются свойства среды, то она должна быть одинаковой как внутри лент, так и в промежутках между ними, т.е.

$$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_1}; \quad E_2 = \frac{D}{\varepsilon_2}.$$

Среднее значение напряженности электрического поля  $E$ , полученное усреднением по всему объему слоистой структуры, равно

$$E = \frac{d_1 E_1 + d_2 E_2}{d_1 + d_2} = \frac{d_1 \frac{D}{\varepsilon_1} + d_2 \frac{D}{\varepsilon_2}}{d_1 + d_2}. \quad (35)$$

Следовательно, в данном случае эффективная диэлектрическая проницаемость слоистой диэлектрической структуры равна

$$\varepsilon_e = \frac{D}{E} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (d_1 + d_2)}{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1}. \quad (36)$$

Таким образом, для необыкновенной волны, распространяющейся перпендикулярно к главной оси слоистой диэлектрической структуры, ее эквивалентный показатель преломления в общем случае равен:

$$n_e = \sqrt{\varepsilon_e} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (d_1 + d_2)}{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1}}. \quad (37)$$

Для слоистой диэлектрической структуры, изготовленной для сантиметровых электромагнитных волн из тонких листов органического стекла ( $\varepsilon_1 = 2,56$ ) с воздушными промежутками ( $\varepsilon_2 = 1$ ) между ними  $d_1 = d_2$ , согласно формулам (34) и (37) получим:  $n_0 = 1,33$ ,  $n_e = 1,2$ .

Описанные типы искусственных сред для сантиметровых электромагнитных волн обладают рядом существенных преимуществ перед естественными средами, что позволяет широко использовать их в лекционном физическом эксперименте. Во-первых, искусственные среды могут иметь эквивалентный показатель преломления больше и меньше единицы, они могут быть как однородными, так и неоднородными, изотропными и анизотропными, с большим или малым затуханием для электромагнитных волн. Во-вторых, "оптические" параметры искусственных сред могут изменяться в широких пределах и предварительно рассчитываться теоретически, что позволяет создавать среды с необходимыми свойствами.

В-третьих, искусственные среды позволяют наглядно моделировать многие тонкие явления кристаллооптики. Следует также отметить, что искусственные среды широко применяются в радиофизике и средствах связи.

*Лабораторная работа 1*

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОНИКНОВЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В МЕНЕЕ ОПТИЧЕСКИ ПЛОТНУЮ СРЕДУ ПРИ УСЛОВИИ ПОЛНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ

**Цель работы:** Экспериментально исследовать оптический аналог туннельного эффекта в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн.

## 1 Общие теоретические положения

Для сантиметровых электромагнитных волн ( $\lambda = 3,2$  см) менее "оптически" плотной искусственной средой, чем воздух, может служить металлоленточная структура, состоящая из тонких металлических лент, установленных параллельно друг другу на расстоянии  $a$  (рис. 1). Электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль лент структуры, имеет в ней согласно теории волноводов фазовую скорость

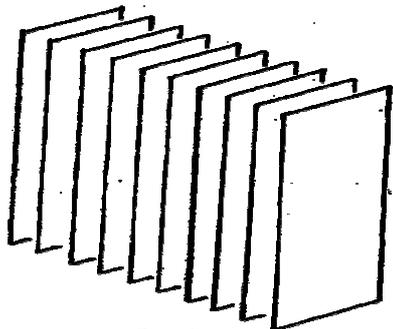


Рис. 1

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}, \quad (1)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме. При этом вектор  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны должен быть параллелен лентам структуры. Для распространения волн в металлоленточной структуре необходимо выполнение условия

$$\lambda < 2a, \quad (2)$$

где  $a$  – расстояние между металлическими лентами структуры. При выполнении условия (2) из формулы (1) следует, что фазовая скорость электромагнитных волн в структуре больше скорости света  $c$  в вакууме ( $v > c$ ), что не противоречит специальной теории относительности. Эквивалентный показатель преломления металлоленточной структуры согласно формуле (1) равен

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (3)$$

При выполнении условия (2) легко видеть, что  $n < 1$ , т.е. металлоленточная структура является средой менее "оптически" плотной, чем воздух или вакуум. Если электромагнитная волна переходит из воздуха в металлоленточную структуру, то выполняется закон преломления Снеллиуса:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_0} = n, \quad (4)$$

где  $n_0 = 1$  – абсолютный показатель преломления воздуха;  $n$  – показатель преломления искусственной среды – металлоленточной структуры;  $\alpha$  – угол падения;  $\beta$  – угол преломления. При этом плоскость падения волны должна быть параллельна одной из лент структуры, а электрический вектор  $\mathbf{E}$  волны должен лежать в плоскости падения. Так как  $n < 1$ , то от металлической структуры можно наблюдать полное отражение волн. При этом предельный угол  $\alpha_0$  полного отражения найдется из формулы (4) при  $\beta = 90^\circ$ , т.е.

$$\sin \alpha_0 = n. \quad (5)$$

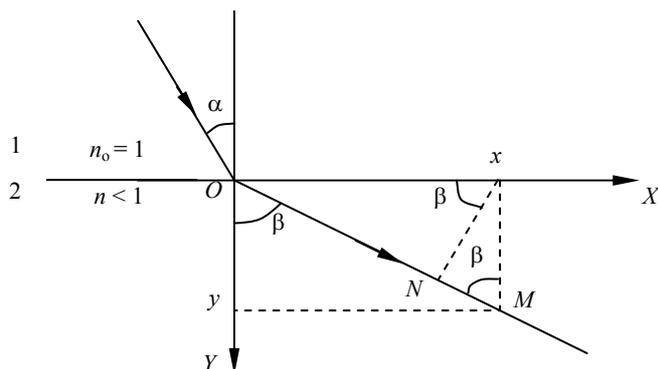


Рис. 2

Рассмотрим преломление электромагнитных волн при переходе из воздуха ( $n_0 = 1$ ) в металлоленточную структуру ( $n < 1$ ) (рис. 2). Уравнение бегущей волны во второй среде (2) для точки вдоль преломленного луча можно записать в комплексной форме:

$$E_2 = E_{m2} \exp(-i\omega t + ikl), \quad (6)$$

где  $E_{m2}$  – напряженность электрического поля на границе раздела сред;  $k$  – волновое число;  $l$  – расстояние точки  $M$  от начала координат;  $i = \sqrt{-1}$ .

Учитывая, что  $l = ON + NM = x \sin\beta + y \cos\beta$ , где  $x$  и  $y$  – координаты точки  $M$ , уравнение бегущей волны (6) можно записать в виде

$$E_2 = E_{m2} \exp(-i\omega t + ikx \sin\beta +iky \cos\beta). \quad (7)$$

Согласно закона преломления (4) имеем:

$$\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}, \quad (8)$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}. \quad (9)$$

Учитывая выражения (8) – (9), формулу (7) можно записать в виде

$$E_2 = E_{2m} \exp\left\{-ik\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}}y\right\} \exp\left\{-i\left[\omega t + k\frac{\sin\alpha}{n}x\right]\right\}. \quad (10)$$

Если  $\frac{\sin\alpha}{n} < 1$ , т.е. если  $\sin\alpha < n$ , или согласно формуле (5) угол падения меньше предельного угла полного внутреннего отражения ( $\alpha < \alpha_0$ ), то уравнение (10) описывает обычную преломленную волну. Если  $\frac{\sin\alpha}{n} > 1$ , т.е. если угол падения  $\alpha$  больше угла  $\alpha_0$  полного внутреннего отражения ( $\alpha > \alpha_0$ ) то учитывая, что

$$\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}} = i\sqrt{\frac{\sin^2\alpha}{n^2} - 1}, \quad (11)$$

получим уравнение волны во второй менее "оптически" плотной среде при условии полного отражения от нее:

$$E_2 = E_{m2} \exp\left\{-k\sqrt{\frac{\sin^2\alpha}{n^2} - 1}y\right\} \exp\left\{-i\left[\omega t + k\frac{\sin\alpha}{n}x\right]\right\}. \quad (12)$$

Это уравнение говорит о том, что в менее "оптически" плотной среде при условии полного отражения от нее существует бегущая волна вдоль границы раздела, т.е. вдоль оси  $x$ , но ее амплитуда

$$E_{2y} = E_{m2} \exp\left(-k\sqrt{\frac{\sin^2\alpha}{n^2} - 1}y\right) \quad (13)$$

убывает по экспоненциальному закону вдоль нормали к границе раздела сред, т.е. вдоль оси  $y$ . Выражение (13) можно просто записать так:

$$E_{2y} = E_{m2} \exp(-\gamma y), \quad (14)$$

где

$$\gamma = k \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1}. \quad (15)$$

## 2 Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки для исследования "оптического" аналога туннельного эффекта показана на рис. 3. Установка состоит из клистронного генератора 1 сантиметровых волн, соединенного с рупорной антенной. Излучение генератора линейно поляризовано, электрический вектор  $\mathbf{E}$  волны перпендикулярен к широкой стенке прямоугольного волновода, соединенного с рупорной антенной. Металлоленточная структура 2 состоит из двенадцати тонких металлических листов, установленных на расстоянии  $a = 20$  мм друг от друга и скрепленных шпильками. Размеры листов  $80 \times 300$  мм. Интенсивность волны, проникающей в металлоленточную структуру, при условии полного отражения от нее, фиксируется с помощью микроамперметра Ф-195, соединенного с зонд-детектором 3 типа Д-403. С этой целью зонд-детектор вводится в металлоленточную структу-

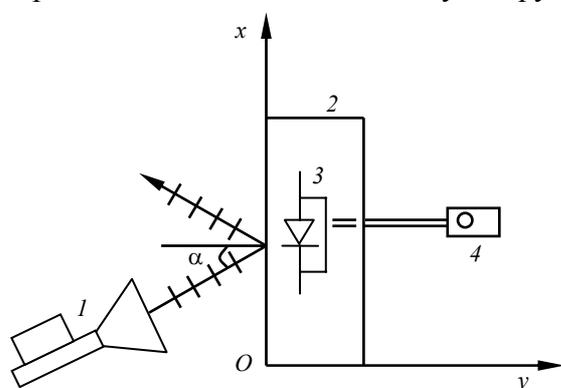


Рис. 3

ру между ее центральными лентами. Перемещение зонд-детектора 3 по оси  $y$  структуры (рис. 3) осуществляется ручкой 4, соединенной с механизмом перемещения детектора. Величина перемещения зонд-детектора регистрируется с помощью миллиметровой шкалы.

## 3 Ход работы

1 Определить среднее расстояние  $a$  между металлическими лентами структуры и вычислить ее эквивалентный показатель преломления по формуле (3).

2 Вычислить предельный угол  $\alpha_0$  полного отражения волны от металлоленточной структуры, воспользовавшись соотношением (5).

3 Выбрать угол падения  $\alpha$  волны на структуру, который должен быть больше предельного угла  $\alpha_0$  полного отражения ( $\alpha > \alpha_0$ ). При этом плоскость падения волны должна совпадать с центральной лентой структуры, а электрический вектор  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны должен лежать в плоскости падения.

4 Установить зонд-детектор в точке падения волны на металлоленточную структуру и совместить указатель положения зонд-детектора с нулевым значением шкалы, фиксирующей его положение.

5 Включить приборы и измерить интенсивность  $J_0$  волны в точке падения ее на металлоленточную структуру. Снять экспериментальную зависимость интенсивности волны от глубины  $y$  перемещения зонд-детектора в менее "оптически" плотной среде при условии полного отражения от нее. Измерение интенсивности производить через каждый миллиметр. Экспериментальные данные занести в табл. 1.

$Y$ , мм	0	1	2	3	4		...		20
$J$ , $\mu\text{A}$									

6 По экспериментальным данным построить графическую зависимость интенсивности волны  $J$  в менее плотной среде, при полном отражении от нее, от расстояния  $y$  от границы раздела сред.

7 По экспериментальному графику определить толщину слоя, проходя который интенсивность волны убывает в 2, 4 и 8 раз.

8 Вычислить величину коэффициента  $\gamma$  по формуле (15), исходя из условий эксперимента. Рассчитать теоретическую зависимость изменения напряженности электрического поля волны от расстояния  $y$  от границы раздела сред, при полном отражении от нее. При этом считать, что  $E_{m2} = \sqrt{J_0}$ .

9 Определить теоретическую толщину слоя, проходя который, интенсивность волны убывает в 2, 4 и 8 раз. Результаты сравнить с экспериментом (п. 7).

#### 4 Контрольные вопросы

1 Докажите формулу (1) для фазовой скорости волны в металлоточной структуре. Почему, несмотря на то, что фазовая скорость больше, чем скорость света в вакууме, это не противоречит специальной теории относительности?

2 Объясните возникновение полного отражения от металлоточной структуры и как определить предельный угол полного отражения?

3 Выведите уравнение волны в менее оптически плотной среде при полном отражении от нее и дайте анализ этого уравнения.

4 Объясните устройство и работу экспериментальной установки по исследованию оптического аналога туннельного эффекта.

5 Какой поляризацией обладает излучение клистронного генератора сантиметровых волн? Как должен быть ориентирован электрический вектор  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны по отношению к лентам структуры?

6 Докажите закон преломления электромагнитных волн на основе принципа Гюйгенса.

7 Объясните прохождение света через призмы полного внутреннего отражения.

8 Дайте понятие о волоконной оптике.

*Лабораторная работа 2*

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЗАКОНА МАЛЮСА

**Цель работы:** Изучить явление поляризации света и экспериментально проверить справедливость закона Малюса в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн.

#### 1 Общие теоретические положения

Свет, излучаемый отдельным возбужденным атомом, который можно рассматривать как переменный электрический диполь, является линейно поляризованным. Это является следствием поперечности электромагнитных волн, распространяющихся в свободном пространстве. Электромагнитная волна называется линейно поляризованной, если в неподвижной воображаемой плоскости, установленной перпендикулярно направлению распространения волны, электрический вектор  $\mathbf{E}$  совершает колебания вдоль одной прямой, а его конец описывает прямую линию, которая называется линией поляризации волны или линией колебаний вектора  $\mathbf{E}$ . Тепловые источники света содержат огромное число атомов или переменных электрических диполей, ориентированных в пространстве хаотично. Это приводит к тому, что возбужденные атомы излучают в выбранном направлении элементарные электромагнитные волны с различной ориентацией линии колебаний электрического вектора  $\mathbf{E}$ . Следовательно, тепловое излучение характеризуется тем, что в плоскости, установленной перпендикулярно выбранному направлению распространения, электрический вектор  $\mathbf{E}$  совершает хаотичные колебания во всех направлениях с равной вероятностью. У естественного теплового излучения нет предпочтительного направления ко-

лебаний вектора  $\mathbf{E}$  в плоскости, перпендикулярной направлению его распространения и, следовательно, нет определенной линии поляризации. Таким образом, если в плоскости перпендикулярной направлению распространения света, все направления колебаний вектора  $\mathbf{E}$  равновероятны, то такое излучение принято называть неполяризованным. Другими словами, естественный свет является неполяризованным светом.

Для превращения естественного неполяризованного светового излучения в линейно поляризованное часто используют пластинки кристалла турмалина. Плоскость такой пластинки должна быть выбрана параллельно определенному кристаллографическому направлению, которое называется главной оптической осью кристалла. Для кристалла турмалина характерна анизотропия поглощения света или линейный дихроизм. Он состоит в том, что световая волна, падая на пластинку, различно в ней поглощается в зависимости от ориентации линии колебаний вектора  $\mathbf{E}$  по отношению к главной оптической оси пластинки. Если на пластинку турмалина падает линейно поляризованная волна так, что ее линия колебаний вектора  $\mathbf{E}$  окажется параллельно главной оси кристалла, то такая волна практически не поглощается в нем и проходит сквозь него. Если направление колебаний вектора  $\mathbf{E}$  волны, падающей на пластинку турмалина, окажется перпендикулярной к ее главной оси, то эта волна практически полностью поглощается пластинкой и не проходит через нее. Если на пластинку турмалина волна падает так, что ее вектор  $\mathbf{E}$  составляет с главной осью пластинки угол  $\alpha$ , то эту волну можно разложить на две линейно поляризованные волны с ортогональными линиями поляризации  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  имеющими амплитуды  $E_1 = E \sin \alpha$  и  $E_2 = E \cos \alpha$ . При этом волна  $\mathbf{E}_1$  поглотится в кристалле, так как линия поляризации этой волны перпендикулярна к главной оси кристалла, а волна  $\mathbf{E}_2$  пройдет через кристалл, так как ее линия поляризации совпадает с главной осью кристалла.

Пусть теперь на пластинку турмалина  $\Pi$  от источника  $S$  естественного света падает неполяризованное излучение (рис. 1). Это излучение характеризуется тем, что в воображаемой плоскости  $P$ , установленной перпендикулярно направлению распространения волны, электрический вектор  $\mathbf{E}$  совершает колебания во всех направлениях с равной вероятностью. Кристалл турмалина вследствие дихроизма про-

пустит лишь те составляющие элементарных световых волн, электрические векторы  $\mathbf{E}$  которых параллельны его главной оси  $\Gamma O_1$ . Следовательно, из пластинки турмалина  $\Pi$  выйдет линейно поляризованный свет, линия поляризации которого параллельна главной оси  $\Gamma O_1$  пластинки, а его амплитуда равна  $E_{\Pi} = E_0$ .

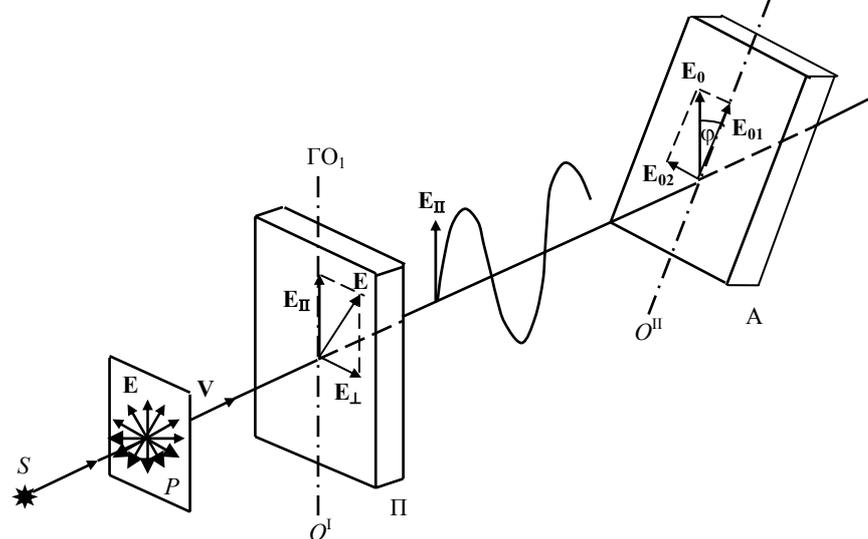


Рис. 1

стинка турмалина  $\Pi$ , с помощью которой неполяризованное излучение превращается в линейно поляризованное, называется поляризатором. Так как глаз человека не отличает поляризованное излучение от неполяризованного, то для доказательства того, что свет  $\mathbf{E}_0 = \mathbf{E}_{\Pi}$ , выходящий из поляризатора, стал линейно поляризованным, установим на его пути еще одну дихроичную пластинку турмалина  $A$ , называе-

мую анализатором. Очевидно, если главная оптическая ось анализатора  $\Gamma O_2$  будет параллельна главной оси поляризатора  $\Gamma O_1$ , то свет пройдет сквозь всю оптическую систему; если же главная ось анализатора  $\Gamma O_2$  будет перпендикулярна главной оси поляризатора  $\Gamma O_1$ , то свет не пройдет через анализатор. Пусть угол между главными осями поляризатора  $\Pi$  и анализатора  $A$  произволен и равен  $\varphi$  (рис. 1). Волна  $E_0$ , падающая на анализатор, распадается в нем на две линейно поляризованные волны  $E_{01}$  и  $E_{02}$  с ортогональными линиями поляризации ( $E_{01} \perp E_{02}$ ). Вследствие дихроизма из анализатора выйдет лишь волна  $E_{01}$ , линия поляризации которой параллельна главной оси  $\Gamma O_2$ . Амплитуда этой волны равна

$$E_{01} = E_0 \cos \varphi. \quad (1)$$

Возведем обе части равенства в квадрат:

$$E_{01}^2 = E_0^2 \cos^2 \varphi. \quad (2)$$

Учитывая, что  $E_{01}^2 \sim I_0$  – интенсивность волны, выходящей из поляризатора,  $E_{01}^2 \sim I$  – интенсивность волны, выходящей из анализатора, получим закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (3)$$

Интенсивность  $I$  света, выходящего из анализатора, равна интенсивности  $I_0$  света, выходящего из поляризатора, умноженной на квадрат косинуса угла  $\varphi$  между главными осями анализатора и поляризатора.

## 2 Экспериментальная установка

Источником сверхвысокочастотных электромагнитных колебаний служит клистронный генератор (рис. 2). Генерируемые клистроном  $I$  СВЧ-колебания подводятся через коаксиальный кабель к четвертьволновому вибратору, который помещается в прямоугольный волновод 2. В волноводе возбуждается направляемая  $H_{01}$ -волна, которая подводится к прямоугольной рупорной антенне. Электромагнитная волна, излучаемая рупорной антенной, является линейно поляризованной волной, причем ее электрический вектор  $E$  или линия поляризации перпендикулярна к широкой стенке прямоугольного волновода, соединенного с антенной. Следовательно, источник сантиметрового электромагнитного излучения выполняет роль поляризатора в соответствующем оптическом приборе. Линия, перпендику-

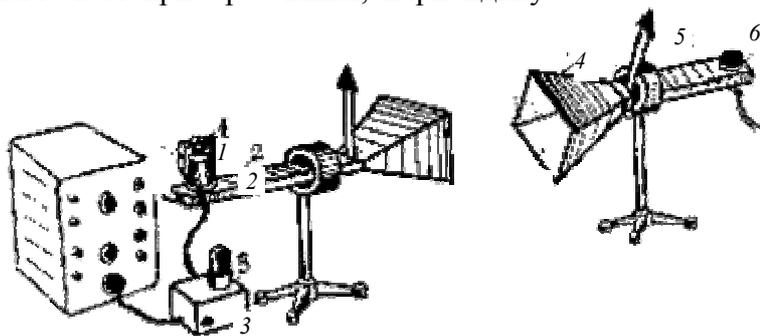


Рис. 2

лярная к широкой стенке волновода генератора, называется главной осью источника электромагнитного излучения. Направление этой линии указывает специальная стрелка, установленная на волноводе генератора сантиметровых электромагнитных волн. Клистронный генератор сантиметровых волн питается от источника постоянного тока через штекерный разъем. Сверхвысокочастотные колебания генератора модулируются низкочастотными колебаниями, вырабатываемыми мультивибратором 3, собранным на лампе 6Н8С.

Приемник сантиметрового излучения состоит из рупорной антенны 4, переходящей в прямоугольный волновод 5 с детекторной секцией 6 (рис. 2). Высокочастотный диод Д403 приемника, установленный в

детекторной секции, выполняет роль штырька связи и детектора. Для измерения интенсивности принимаемых волн приемная антенна соединяется с микроамперметром. Приемная рупорная антенна обладает избирательными свойствами по отношению к поляризации волн, падающих на нее. Если электрический вектор  $\mathbf{E}$  волны, падающей на приемную антенну, окажется параллельным к широкой стенке прямоугольного волновода, волна не распространяется по волноводу приемника ( $b < \frac{\lambda}{2}$ ) и она не фиксируется микроамперметром. Если же электрический вектор  $\mathbf{E}$  волны окажется перпендикулярным к широкой стенке волновода приемника, то волна распространяется в волновод ( $a > \frac{\lambda}{2}$ ) и ее интенсивность фиксируется микроамперметром. Следовательно, приемная рупорная антенна выполняет роль анализатора в соответствующем оптическом приборе. Таким образом, можно сделать вывод, источник и приемник радиоволн можно рассматривать как поляризатор и анализатор соответствующего оптического прибора. Линии, перпендикулярные к широким стенкам волноводов источника и приемника электромагнитных волн, следует назвать, соответственно, главными осями поляризатора и анализатора.

Пусть электромагнитная волна источника, имеет амплитуду  $E_0$  волны перпендикулярна к тора и совпадает с главной осью Установим на пути этой волны нагруженную прямоугольным изображен пунктиром. При этом приемника как анализатора. Угол приемника как поляризатора и падающая на приемный волновод,  $\mathbf{E}_{\parallel}$  и  $\mathbf{E}_{\perp}$ , т.е. две линейно ортогональными линиями распространяться по волноводу не

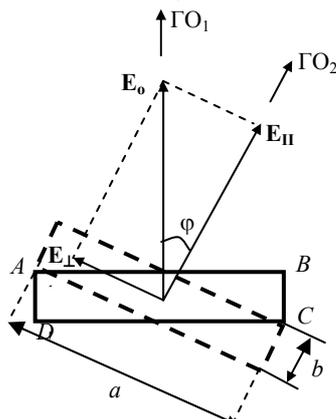


Рис. 3

удовлетворяет условию  $b < \frac{\lambda}{2}$ , волна же  $\mathbf{E}_{\parallel}$  будет распространяться в приемном волновод, так как для нее выполняется условие  $a > \frac{\lambda}{2}$ . Следовательно, приемник будет регистрировать электромагнитную волну с амплитудой

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi, \quad (4)$$

или с интенсивностью

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (5)$$

которая измеряется микроамперметром.

Таким образом, для источника и приемника радиоволн справедлив закон Малюса.

Волновод приемной рупорной антенны установлен в подшипнике скольжения так, что приемная рупорная антенна как анализатор может вращаться вокруг своей продольной оси на  $360^\circ$ . Угол  $\varphi$  поворота антенны отсчитывается по соответствующей шкале с ценой деления в  $1^\circ$ .

### 3 Ход работы

1 Установить рупорные антенны источника и приемника сантиметровых электромагнитных волн напротив друг друга так, чтобы их главные оси  $GO_1$  и  $GO_2$  как поляризатора и анализатора были параллельны.

2 Включить источник постоянного тока ВУП-1, который питает генератор СВЧ. По микроамперметру, соединенному с приемной рупорной антенной, определить интенсивность принимаемой волны  $I_0$ .

3 Поворачивая приемную рупорную антенну вокруг ее продольной оси снять экспериментальную зависимость интенсивности  $I$  принимаемой волны от угла  $\varphi$  поворота приемной рупорной антенны. За нуль отсчета угла  $\varphi$  принять такое значение, при котором главные оси поляризатора и анализатора па-

раллельны. Интенсивность  $I$  принимаемой волны измеряется через каждые  $10^\circ$  поворота приемной антенны как анализатора. Полученные экспериментальные данные занести в табл. 1.

4 По полученным экспериментальным данным построить в полярных координатах зависимость интенсивности  $I$  волны, выходящей из анализатора от его углового  $\varphi$  положения. Зависимость  $I = I(\varphi)$  называется полярной диаграммой волны, выходящей из поляризатора.

5 По формуле (5) рассчитать теоретические значения интенсивности  $I$  через каждые  $10^\circ$  от  $0$  до  $360^\circ$ . Значение  $I_0$  взять из эксперимента (п. 2). Вычисленные данные занести в табл. 2.

6 По данным табл. 2 построить теоретическую полярную диаграмму  $I = I(\varphi)$  линейно поляризованной волны, которая выходит из анализатора.

7 Сравнить экспериментальную и теоретическую полярные диаграммы.

Таблица 1

$\varphi$ , град	0	10	20	.....	350	360
$I$ , $\mu\text{A}$				.....		

Таблица 2

$\varphi$ , град	0	10	20	.....	350	360
$I$ , $\mu\text{A}$				.....		

#### 4 Контрольные вопросы

- 1 Как ориентированы векторы  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{V}$  электромагнитной волны, излучаемой переменным электрическим диполем в произвольном направлении?
- 2 В каком направлении электрический переменный диполь излучает электромагнитную волну с максимальной (минимальной) интенсивностью?
- 3 Какой физический смысл имеет вектор  $\mathbf{S}$  Умова-Пойтинга и как ориентированы векторы  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{S}$  ?
- 4 Чем определяется поляризация электромагнитной волны?
- 5 Какая волна называется линейно поляризованной и неполяризованной?
- 6 В чем сущность линейного дихроизма кристалла турмалина?
- 7 Докажите закон Малюса для оптического и радиофизического диапазона волн.
- 8 Что называется полярной диаграммой исследуемой волны?

*Лабораторная работа 3*

### ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХЛУЧЕВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

**Цель работы:** Экспериментально исследовать явление интерференции на примере опыта Юнга. Осуществить управление интерференционной картиной.

#### 1 Общие теоретические положения

Первый лабораторный опыт по наблюдению интерференции света предложил Т. Юнг в 1807 г. В этом опыте когерентные волны получают при освещении двух узких щелей  $S_1$  и  $S_2$ , чем достигается временная когерентность волн, накладывающихся друг на друга (рис. 1). Наличие дополнительного экрана со щелью  $S$  позволяет обеспечить пространственную когерентность взаимодействующих волн. В опытах с сантиметровыми электромагнитными волнами наличие щели  $S$  необязательно, так как они обладают достаточно высокой степенью пространственной когерентности. При наложении двух когерентных волн в пространстве за щелями  $S_1$  и  $S_2$  образуется интерференционная картина: одни точки интерференционного поля имеют максимум интенсивности, а другие – минимум интенсивности. Направления, вдоль которых наблюдаются максимумы и минимумы интенсивности образуют гиперболические кривые, каждой из которых соответствует постоянная геометрическая разность хода  $\Delta$  или постоянная разность фаз  $\delta = k \Delta$ , где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число. В оптическом диапазоне интерференционная картина обычно наблюдается на экране  $\mathcal{E}$  и она имеет вид светлых и темных полос.

Пусть две когерентные волны, приходящие в произвольную точку  $M$  от двух источников  $S_1$  и  $S_2$ , описываются уравнениями:

$$\varepsilon_1 = E \sin \omega t;$$

$$\varepsilon_2 = E \sin(\omega t + \delta), \quad (1)$$

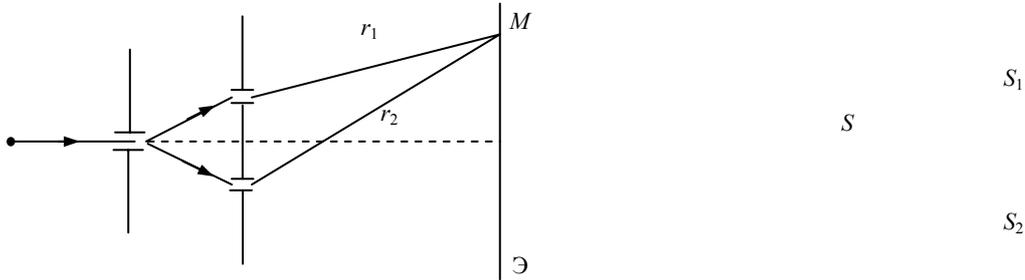


Рис. 1

где  $\delta$  – разность фаз двух интерферирующих волн, обусловленная геометрической разностью хода:  $\Delta = r_2 - r_1$ , т.е.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1). \quad (2)$$

Для простоты считаем, что амплитуды когерентных волн одинаковы, а линии поляризации интерферирующих волн в точке наблюдения совпадают. Построив векторную диаграмму интерферирующих волн (рис. 2), можно найти амплитуду  $E_p$  результирующей волны:

$$E_p^2 = E^2 + E^2 + 2E^2 \cos \delta, \quad (3)$$

или

$$E_p^2 = (E + E)^2 - 2E^2 + 2E^2 \cos \delta,$$

откуда найдем

$$E_p^2 = 4E^2 - 2E^2(1 - \cos \delta).$$

Учитывая, что  $(1 - \cos \delta) = 2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$ , окончательно найдем

$$E_p^2 = 4E^2 \left(1 - \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) = 4E^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4)$$

Учитывая, что интенсивность волн пропорциональна квадрату напряженности, окончательно получим

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad (5)$$

где  $I_0$  – интенсивность одной из интерферирующих волн.

Из этой формулы следует, что в центре интерференционной картины, для которого разность фаз интерферирующих волн равна нулю ( $\delta = 0$ ), образуется максимум интерференции  $I_{\max} = 4I_0$ . Так как каждой точке  $M$  экрана соответствует определенная разность фаз  $\delta$ , то формула (5) определяет распределение интенсивности результирующей волны на экране.

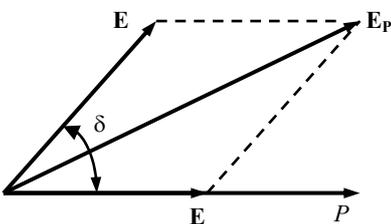


Рис. 2

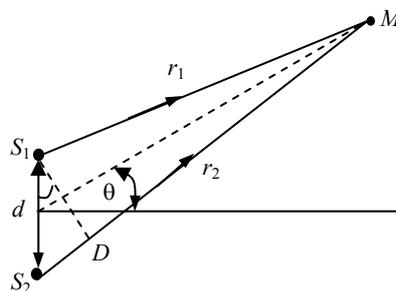


Рис. 3

Углы  $\theta$ , под которыми наблюдаются в точке  $M$  интерференционные полосы, нетрудно определить на основе рис. 3. Геометрическая разность хода интерферирующих волн равна  $\Delta = r_2 - r_1 = S_2D$ .

Из треугольника  $S_1S_2D$  имеем приближенное равенство:

$$S_2D = d \sin\theta.$$

Следовательно,

Рис. 2

$$\Delta = d \sin\theta. \quad (6)$$

Если для данного угла  $\theta$  наблюдения выполняется условие

$$d \sin\theta = m\lambda,$$

где  $m = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3, \dots$ , то наблюдаются максимумы интерференции.

Следовательно, максимумы интерференции наблюдаются под углами

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{d}. \quad (7)$$

При  $d \sin\theta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ , где  $m = 0; 1; 2; \dots$  будут наблюдаться минимумы интерференции, т.е.

$$\sin\theta = \frac{(2m+1)\lambda}{2d}. \quad (8)$$

Перекроем одну из щелей в опыте Юнга тонкой прозрачной пластинкой, которая вносит дополнительную разность фаз  $\varphi$  в интерферирующие волны. В соответствии с формулой (5) распределение интенсивности будет определяться выражением

$$I = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta + \varphi}{2}. \quad (9)$$

Для полуволновой пластинки, геометрическая толщина  $L$  которой определяется условием  $L(n-1) = \frac{\lambda}{2}$ , где  $n$  – показатель преломления пластины, дополнительная разность фаз интерферирующих волн равна

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} L(n-1) = \pi.$$

На основании формулы (9) получим

$$I = 4I_0 \cos^2 \left( \frac{\delta}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = 4I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (10)$$

Согласно этого выражения в случае использования "пластины  $\lambda/2$ " в центре интерференционной картины при  $\delta = 0$  будет наблюдаться минимум интерференции:  $I_{\min} = 0$ .

Таким образом, перекрытие одной из щелей в опытах Юнга полуволновой пластиной приводит к тому, что интерференционная картина становится дополнительной. Положение минимумов интерференции будет определяться формулой (7), а положение максимумов интерференции – формулой (8).

При изложении теории интерференции мы считали, что интенсивность вторичных волн, идущих от щелей, во всех направлениях одинакова. Однако при строгом подходе к теории следует учесть дифракцию Фраунгофера на щелях. Интенсивность вторичных волн не одинакова в различных направлениях.

## 2 Экспериментальная установка

Лабораторная установка (рис. 4) включает в себя: источник сантиметровых электромагнитных волн

1 и приемную рупорную антенну 2, между которыми установлен металлический экран 3 размером 30×60 см, с двумя щелями шириной 4 см каждая. Расстояние между центрами щелей равно  $d = 8$  см. Приемная антенна 2 закрепляется на рейке  $OA$ , которая вместе с приемником может вращаться вокруг точки  $O$ . Углы  $\theta$  поворота приемной антенны отсчитываются по шкале с ценой деления в  $1^\circ$ . Для измерения интенсивности  $I$  принимаемой волны приемная антенна соединяется с микроамперметром Ф-195.

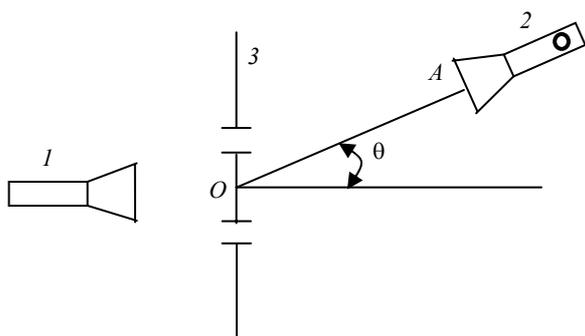


Рис. 4

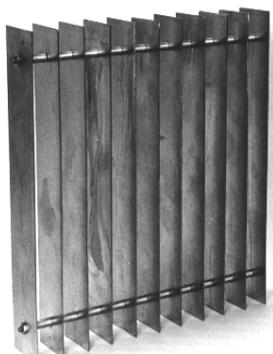


Рис. 5

Полуволновая пластина для сантиметровых волн (рис. 5) выполнена в виде металлоленточной структуры и состоит из тонких металлических лент шириной  $L = 40$  мм, установленных на расстоянии  $a = 20$  мм друг от друга. Для прочности конструкции металлические ленты "пластины  $\lambda/2$ " скреплены шпильками. Для электромагнитной волны, электрический вектор  $\mathbf{E}$  которой параллелен лентам структуры, ее эквивалентный показатель преломления может быть рассчитан по формуле (31). Расчет при  $\lambda = 3,2$  см дает  $n = 0,6$ . Геометрическая толщина  $L$  полуволновой пластины удовлетворяет условию:  $L(1-n) = \frac{\lambda}{2}$ . Аналогично выполняется "пластина  $\lambda/4$ ". Ее геометрическая толщина  $L$  равна 20 мм при прежнем эквивалентном показателе преломления.

### 3 Ход работы

1. Собрать установку для исследования интерференции на примере опыта Юнга (рис. 4). Включить приборы и проверить работу установки.

2. Снять зависимость интенсивности  $I$  принимаемой волны от угла  $\theta$ , который определяет положение приемной антенны в интерференционном поле. Измерения произвести при положительных и отрицательных углах  $\theta$  через каждые  $2,5^\circ$ . Экспериментальные данные занести в табл. 1.

3. Перекрыть одну из щелей "пластиной  $\lambda/2$ " и снять зависимость интенсивности  $I$  принимаемой волны от угла  $\theta$ , который определит положение точки наблюдения в интерференционном поле. Экспериментальные данные занести в табл. 2.

4. Перекрыть одну из щелей "пластиной  $\lambda/4$ " и снять экспериментальную зависимость  $I = I(\theta)$ . Данные занести в табл. 3.

5. По данным таблиц 1 – 3 построить в прямоугольной системе координат интерференционные картины, т.е. функциональные зависимости  $I = I(\theta)$ .

Таблица 1

φ, град		0	±2,5	±5	±7,5	±10		±40
$I$ , $\mu\text{A}$								
$I$ , $\mu\text{A}$								

Таблица 2

φ, град		0	±2,5	±5	±7,5	±10		±40
---------	--	---	------	----	------	-----	--	-----

$I, \mu\text{A}$								
$I, \mu\text{A}$								

Таблица 3

$\varphi, \text{град}$	0	$\pm 2,5$	$\pm 5$	$\pm 7,5$	$\pm 10$		$\pm 40$
$I, \mu\text{A}$							
$I, \mu\text{A}$							

#### 4 Контрольные вопросы

- 1 Что называется явлением интерференции? Какие волны называются когерентными? Что понимается под временем и длиной когерентности?
- 2 Как обеспечивается временная и пространственная когерентность волн в опыте Юнга и на би-призме Френеля?
- 3 Дайте теорию двухлучевой интерференции и определите распределение интенсивности в зависимости от разности хода волн.
- 4 Как влияет на результат интерференции изменение фазы одной из когерентных волн на величину  $\varphi = \pi$ ;  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ?
- 5 Почему в эксперименте с сантиметровыми волнами интенсивность центрального интерференционного максимума больше интенсивности боковых максимумов?
- 6 Объясните явление интерференции, которая наблюдается с помощью зеркал Френеля.

#### Лабораторная работа 4

### ИЗУЧЕНИЕ РАБОТЫ ИНТЕРФЕРОМЕТРА МАЙКЕЛЬСОНА

**Цель работы:** Исследовать работу интерферометра Майкельсона, определить длину волны радиоволн и показатель преломления искусственной среды.

#### 1 Общие теоретические положения

Схема оптического интерферометра Майкельсона приведена на рис. 1. Свет от протяженного источника  $S$  попадает на плоскопараллельную разделительную пластинку  $P_1$ , покрытую тонким полупрозрачным слоем серебра или алюминия. Эта пластинка частично пропускает и частично отражает свет, разделяя падающий пучок на два взаимно перпендикулярных пучка  $1$  и  $2$ . Первый пучок  $1$ , пройдя через пластинку  $P_1$ , отражается обратно зеркалом  $M_1$ , а затем частично отражается от пластинки  $P_1$  в направлении  $AO$ . Этот пучок  $1''$  один раз проходит через пластинку  $P_1$ . Второй пучок  $2$ , отразившись от покрытой металлом поверхности  $P_1$ , направляется к зеркалу  $M_2$ , отразившись от него, снова проходит через пластинку  $P_1$  и далее идет в направлении  $AO$ . Этот пучок  $2''$  три раза пересекает пластинку  $P_1$ . Таким образом, от одного и того же источника  $S$  получается два когерентных пучка  $1''$  и  $2''$  одинаковой интенсивности. На пути первого луча ставится пластинка  $P_2$  тождественная с пластинкой  $P_1$ . Она компенсирует разность хода между пучками, возникающую из-за того, что второй пучок пересекает разделительную пластинку  $P_1$  три раза, а пучок  $1$  – один раз.

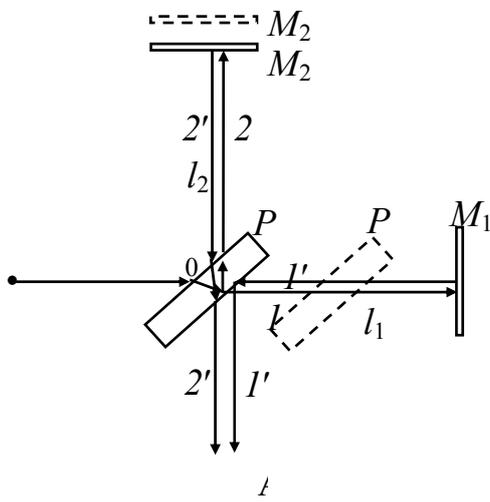


Рис. 1

Так как стекло обладает дисперсией, то без такой компенсации наблюдение интерференции в белом свете было бы невозможно. Одно зеркало в интерферометре установлено неподвижно, а второе может перемещаться параллельно самому себе с помощью микрометрического винта. Перемещение может быть на десятки сантиметров. Зеркала снабжаются установочными винтами, так что их можно разворачивать вокруг взаимно перпендикулярных осей.

Когерентные волны  $I''$  и  $2''$  проходят до зеркал различные пути и, следовательно, они имеют определенную разность хода. В действительности идет не один луч, а пучок, расходящийся от точки  $S$ . Пусть зеркала строго параллельны. Допустим, что точка  $M_1'$  есть изображение зеркала  $M'$  в отражающей плоскости разделительной пластинки  $P_1$ . Тогда интерференция будет происходить также, как в воздушном слое между отражающими плоскостями  $M_2$  и  $M_1'$ . Разность хода между интерферирующими волнами равна

$$\Delta = 2d \cos\varphi, \quad (1)$$

где  $d = l_1 - l_2$  – толщина слоя  $M_2M_1'$ , а  $\varphi$  – угол падения наклонных лучей;  $l_1$  и  $l_2$  – плечи интерферометра. Следовательно, в интерферометре будут наблюдаться полосы равного наклона, локализованные в бесконечности. Их можно наблюдать глазом, аккомодированным на бесконечность, или с помощью зрительной трубы. Для центра колец разность хода равна

$$\Delta = 2d, \quad (2)$$

так как при  $\varphi = 0$  и  $\cos\varphi = 1$ . Этому направлению соответствует максимальная разность хода. Поэтому максимальный порядок интерференции будет наблюдаться в центре картины. Отсюда следует, что при увеличении толщины  $d$  полосы интерференции будут перемещаться от центра. Если плечи  $l_1$  и  $l_2$  интерферометра будут одинаковыми, то разность хода волн будет равна  $d = l_1 - l_2 = 0$  и, следовательно, в центре интерференционной картины будет наблюдаться максимум. При перемещении одного из зеркал, например на отрезок  $x = \frac{\lambda}{4}$ , максимум интерференции сменится на минимум, так как разность хода интерферирующих волн изменится на

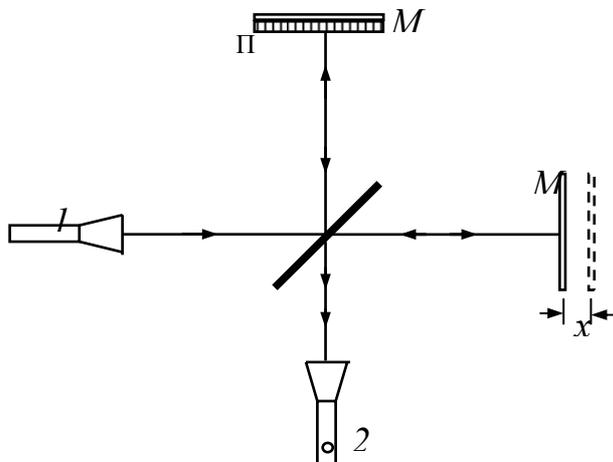
$$\Delta = 2d = 2x = 2 \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

При перемещении одного из зеркал на  $x = \frac{\lambda}{2}$  интерференционная картина сместится на целую полосу, так как

$$\Delta = 2d = 2x = 2 \frac{\lambda}{2} = \lambda. \quad (4)$$

## 2 Экспериментальная установка

Схема интерферометра Майкельсона в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн показана на рис. 2. Интерферометр состоит из источника  $I$  радиоволн с рупорной антенной, приемной рупорной антенны  $2$ , двух металлических зеркал  $M_1$  и  $M_2$  и полупрозрачной пластинки  $P$ , роль которой для радиоволн выполняет лист органического стекла. Зеркало  $M_2$  закреплено в интерферометре неподвижно. Зеркало  $M_1$  с помощью микрометрического винта может перемещаться параллельно самому себе на рас-



стояние до 10 см. Величина перемещения  $x$  подвижного зеркала отсчитывается по шкале. Зеркала установлены перпендикулярно друг другу и перпендикулярно к падающим на них пучкам радиоволн. Приемник радиоволн регистрирует результат интерференции двух когерентных волн в центре интерференционной картины. Интенсивность результирующей волны при интерференции регистрируется микроамперметром, соединенным с детектором приемной рупорной антенны. Излучение источника радиоволн линейно поляризовано, при этом электрический вектор  $E$  волны перпендикулярен к широкой стенке волновода, соединенного с передающей рупорной антенной. Приемник радиоволн принимает волну с максимальной интенсивностью, если ее вектор  $E$  перпендикулярен к широкой стенке волновода приемника. Линии, перпендикулярные к широким стенкам волноводов источника и приемника радиоволн, должны быть параллельны между собой и направлены перпендикулярно к плоскости рис. 2. Так как характер поляризации волн в интерферометре не изменяется при отражении от зеркал и при прохождении полупрозрачной пластинки, то электрические векторы в интерферирующих волнах параллельны друг другу. Введение в одно из плечей интерферометра диэлектрической пластинки  $\Pi$  приводит к изменению разности хода интерферирующих волн и изменению результата интерференции, что позволяет определить ее показатель преломления. В качестве пластинки целесообразно использовать искусственную среду-металлоленточную структуру, состоящую из большого числа тонких металлических лент, установленных на расстоянии  $a$  друг от друга. При этом величина  $a$  должна удовлетворять условию  $\frac{\lambda}{2} < a < \lambda$ . Искусственная пластинка в интерферометре должна устанавливаться так, чтобы электрический вектор  $E$  волны, падающей на нее, был параллелен металлическим лентам пластинки. Преимущество использования искусственной пластинки состоит в том, что она практически не отражает и не поглощает радиоволны. Искусственная пластинка обладает эквивалентным показателем преломления, который меньше единицы.

### 3 Ход работы

1. Соединить источник радиоволн с помощью штекерного разъема с источником постоянного тока ВУП-2. Приемник радиоволн соединить с микроамперметром Ф-195. Включив приборы, по показаниям микроамперметра судят о работе установки. Перемещая подвижное зеркало с помощью микрометрического винта, заметить изменение интенсивности результирующей волны при интерференции двух когерентных пучков радиоволн.

2. Установить подвижное зеркало интерферометра в положение, при котором отсчет по шкале микрометрического винта минимален. Перемещая с помощью винта подвижное зеркало, снять зависимость интенсивности  $J$  принимаемых волн от величины перемещения  $x$  зеркала. Отсчет производить через каждый миллиметр шкалы микрометрического винта. Данные эксперимента заносить в табл. 1.

3. По данным табл. 1 построить на миллиметровке зависимость интенсивности  $J$  от величины перемещения  $x$  зеркала. По данному графику в декартовой системе координат определить среднюю длину волны  $\lambda$  электромагнитного излучения.

4. Установить вплотную к неподвижному зеркалу пластинку из органического стекла и закрепить ее. Предварительно измерить геометрическую толщину  $L$  пластинки, которая должна быть не менее 5 мм.

5. Установить подвижное зеркало интерферометра в положение, при котором отсчет по шкале микрометрического винта минимален. Перемещая с помощью винта подвижное зеркало, снять зависимость интенсивности  $J$  принимаемых волн от величины перемещения  $x$  зеркала. Отсчет произвести через каждый миллиметр. Данные эксперимента занести в табл. 2. По полученным экспериментальным данным построить на прежнем графике (п. 3) функциональную зависимость интенсивности  $J$  принимаемых волн от величины перемещения  $x$  подвижного зеркала. Определить смещение  $\Delta x$  максимумов одной интерференционной картины относительно другой. Введение пластинки приводит к изменению разности хода интерферирующих волн на величину  $2L(n - 1)$ . Учитывая, что  $2\Delta x = 2L(n - 1)$  определяют величину показателя преломления органического стекла  $n = \frac{L + \Delta x}{L}$ .

Таблица 1

$X$ , мм	1	2	3	4	5		...		100
$J$ , $\mu A$									

Таблица 2

$X$ , мм	1	2	3	4	5		...		100
$J$ , $\mu A$									

#### 4 Контрольные вопросы

1 Какие волны называются когерентными? Что такое время когерентности и длина когерентности? Что называется интерференцией волн?

2 Как зависит интенсивность результирующей волны от разности фаз двух интерферирующих волн? Сформулируйте общие условия образования максимумов и минимумов интерференции, когда волны от двух когерентных источников распространяются в однородной среде?

3 Объясните принцип действия интерферометра Майкельсона. Объясните определение длины волны света с помощью интерферометра Майкельсона.

4 Объясните определение показателя преломления вещества с помощью интерферометра Майкельсона.

5 Объясните схему и работу интерферометра Жамена.

6 Нарисуйте схему интерферометра Маха-Цендера.

7 Расскажите об области применения интерферометров в оптическом и радиодиапазоне электромагнитных волн.

### Лабораторная работа 5

#### ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОЛУЧЕВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

Цель работы: **Исследовать зависимость интенсивности результирующей волны от оптической разности хода волн при многолучевой интерференции. Определить длину волны.**

##### 1 Общие теоретические положения

Согласно теории двухлучевой интерференции интенсивность результирующей волны в произвольной точке наблюдения определяется выражением

$$J = E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos \delta, \quad (1)$$

или

$$J = E_m^2 = (E_{m1} + E_{m2})^2 - 4E_{m1}E_{m2} \sin^2 \frac{\delta}{2}, \quad (2)$$

где  $E_{m1}$  и  $E_{m2}$  – амплитуды когерентных волн;  $\delta = 2\frac{\pi}{\lambda}\Delta$  – разность фаз между когерентными волнами в точке наблюдения, которая зависит от оптической разности хода  $\Delta$  рассматриваемых волн. Если амплитуды когерентных интерферирующих волн одинаковы ( $E_{m2} = E_{m1}$ ), то на основании формулы (2) найдем

$$J = E_m^2 = 4E_{m1}^2 \left(1 - \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) = 4E_{m1}^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (3)$$

Таким образом, при интерференции двух волн интенсивность результирующей волны распределяется в пространстве в соответствии с математической функцией  $\cos^2 \frac{\delta}{2}$ . При этом полуширина максимумов интерференции равна полуширине минимумов интерференции. Интерференционная картина характеризуется постепенным изменением освещенности при переходе от максимумов к минимумам интерференции, т.е. максимумы интерференционной картины "размазаны".

Совершенно иной характер имеет интерференционная картина в случае наложения большого числа когерентных световых волн. Для ее наблюдения используются специальные приборы, например эталон Фабри-Перо, который состоит из двух плоскопараллельных стеклянных пластин  $P_1$  и  $P_2$ , расположенных строго параллельно друг другу на небольшом расстоянии (рис. 1). Поверхности пластин, обращенные друг к другу, покрыты тонкими полупрозрачными слоями серебра так, что слои обладают коэффициентом отражения света  $R \approx 0,95$ . На эталон падает расходящийся пучок монохроматического света от источника света  $S$ . На рис. 1 показан ход лишь одного луча, падающего на эталон под углом  $i$ . В воздушном зазоре между пластинами  $P_1$  и  $P_2$  свет претерпевает многократное отражение от посеребренных поверхностей. Параллельные когерентные лучи 1; 2; 3; ... выходящие из пластин  $P_1$  и  $P_2$ , собираются линзой Л в одной точке  $M$  экрана, находящегося в фокусной плоскости линзы. Оптическая разность хода между каждой соседней парой волн равна

$$\Delta = 2nd \cos i + \lambda, \quad (4)$$

где  $d$  – расстояние между пластинами;  $n$  – абсолютный показатель преломления воздуха;  $\lambda$  – учитывает изменение фазы на  $2\pi$  при двукратном отражении от слоев серебра. Разность фаз между

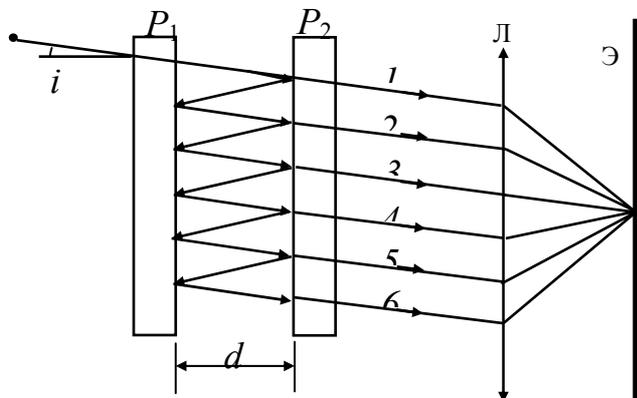


Рис. 1

соседними когерентными волнами равна

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \frac{4\pi nd \cos i}{\lambda}. \quad (5)$$

Если фазу первой волны (1), приходящей в точку  $M$ , положить равной  $\varphi_1 = 0$ , то фаза второй волны (2) будет равна  $\varphi_2 = \delta$ ; фаза третьей волны (3) будет равна  $\varphi_3 = 2\delta$  и т.д. Начальные фазы когерентных волн, приходящих в точку  $M$ , образуют арифметическую прогрессию:  $0; \delta; 2\delta; 3\delta; \dots$ . Результирующее колебание в точке наблюдения согласно принципу суперпозиции равно

$$\varepsilon = E_m \cos \omega t + E_m \cos(\omega t + \delta) + E_m \cos(\omega t + 2\delta) + \dots + E_m \cos [\omega t + (N - 1) \delta], \quad (6)$$

где  $N$  – число интерферирующих волн.

Для нахождения амплитуды результирующей волны при многолучевой интерференции построим векторную диаграмму складываемых волн (рис. 2) равных амплитуд  $E_m$ . Векторная диаграмма состоит из  $N$  звеньев одинаковой длины  $E_m$ , причем каждое звено образует с предыдущим звеном угол  $\delta$ . Векторы  $E_m$  складываемых колебаний образуют стороны правильного многоугольника, около которого можно описать окружность радиуса  $r = OB$ . Из  $\triangle OBC$  имеем

$$\frac{E_{mp}}{2} = r \sin \frac{N\delta}{2}. \quad (7)$$

Из  $\triangle ODB$  имеем

$$\frac{E_m}{2} = r \sin \frac{\delta}{2}. \quad (8)$$

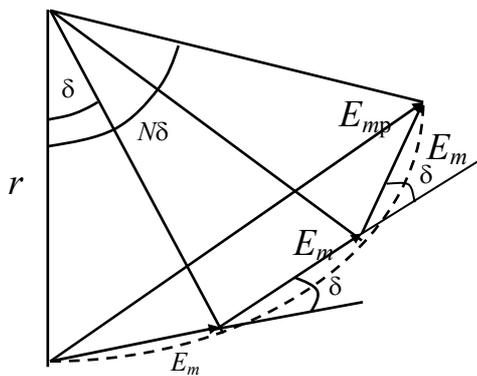


Рис. 2

Исключая из этих двух выражений  $r$ , найдем амплитуду результирующей волны при многолучевой интерференции:

$$E_{mp} = E_m \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}. \quad (9)$$

Исследуем зависимость  $E_{mp}$  от  $\delta$ , т.е. от положения точки наблюдения. Пусть разность фаз между соседними когерентными волнами равна четному числу  $\pi$ :

$$\delta = 2m\pi \quad \text{при } m = 0; 1; 2; 3. \quad (10)$$

В этом случае векторная диаграмма будет представлять собой прямую линию. При этом амплитуда результирующей волны будет равна

$$E_{mp} = NE_m, \quad (11)$$

а интенсивность

$$J_p = E_{mp}^2 = N^2 E_m^2. \quad (12)$$

Условие (10) будет определять положение главных максимумов интерференции. Учитывая формулу (5), условие образования главных максимумов интерференции можно написать в виде

$$2nd \cos i = m \lambda. \quad (13)$$

Согласно (12) интенсивность главных максимумов при многолучевой интерференции пропорциональна квадрату числа  $N$  интерферирующих волн. При выполнении условия

$$N\delta = 2m\pi \quad (14)$$

векторная диаграмма складываемых волн превращается в замкнутый многоугольник и амплитуда результирующей волны при многолучевой интерференции будет равна нулю:  $E_{mp} = 0$ . Следовательно, выражение (14) определяет положение минимумов интерференции. В формуле (14)  $m$  – целые числа, за исключением кратных  $N$ , т.е.  $m = 1; 2; 3; \dots$ , но  $m \neq N; 2N; 3N; \dots$ .

Побочные максимумы при многолучевой интерференции образуются между минимумами:

$$\delta = \frac{2\pi m}{N} \quad \text{и} \quad \delta = \frac{2\pi(m+1)}{N}.$$

Интенсивность побочных максимумов при большом числе  $N$  интерферирующих волн очень мала и они не наблюдаются. Интенсивность же главных максимумов  $J_p \sim N^2$ . Ширина же главных максимумов обратно пропорциональна  $N$ , т.е. с увеличением  $N$  ширина главных максимумов уменьшается. Согласно формуле (5) можно записать выражение для интенсивности результирующей волны при многолучевой интерференции:

$$J_p = J_1 \frac{\sin^2 \frac{N\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}}. \quad (15)$$

Можно показать, что при  $N$  интерферирующих волнах между главными максимумами образуется  $(N - 2)$  побочных максимума и  $(N - 1)$  минимумов интерференции.

## 2 Экспериментальная установка

Общая схема установки для исследования многолучевой интерференции показана на рис. 3. Установка состоит из клистронного генератора  $I$  сверхвысоких частот (СВЧ). Мощность от генератора подводится к четвертьволновому вибратору, установленному в волноводе. Электромагнитные волны из волновода генератора излучаются в пространство между двумя металлическими зеркалами  $P_1$  и  $P_2$  установленными строго параллельно друг другу. Зеркала имеют размеры  $220 \times 220$  мм. В центре зеркал имеются отверстия для крепления прямоугольных волноводов. Электромагнитные волны между зеркалами испытывают многократное отражение. Приемником

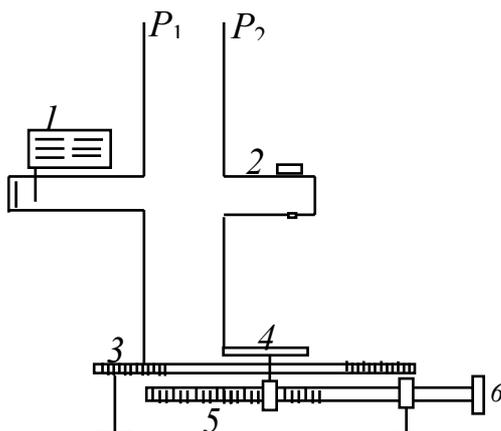


Рис. 3

электромагнитных волн служит зонд-детектор, установленный в приемном волноводе 2, который соединен с зеркалом  $P_2$ . При каждом отражении электромагнитных волн от двух параллельных зеркал, волна поступает в приемный волновод и регистрируется зонд-детектором. Следовательно, зонд-детектор регистрирует результат интерференции большого числа волн. При этом ток, возникающий в зонд-детекторе пропорционален интенсивности результирующей волны при многолучевой интерференции. Зеркало  $P_1$  закреплено на неподвижном плато 3 прибора. Зеркало  $P_2$  установлено на неподвижном плато 4 установки. С помощью ходового винта 5 вращением ручки 6 можно перемещать подвижное плато 4 и тем самым изменять расстояние  $d$  между отражателями, а следовательно, и разность фаз " $\delta$ " интерферирующих волн. Считая абсолютный показатель преломления воздуха равным  $n = 1$ , условие образования главных максимумов интерференции (13) можно записать в виде

$$2d = m\lambda \quad (16)$$

при угле падения волн на зеркало  $i = 0^\circ$ .

Формулу (16) можно записать в виде

$$d = m \frac{\lambda}{2}. \quad (17)$$

Таким образом, главные максимумы интерференции наблюдаются при расстояниях между зеркалами, кратных целому числу полуволен. Для измерения интенсивности результирующей волны при многолучевой интерференции зонд-детектор соединяется с микроамперметром Ф-195. Перемещение подвижного зеркала  $P_2$  измеряется с помощью шкалы.

### 3 Ход работы

1 Перемещая подвижное зеркало, установить расстояние между зеркалами  $P_1$  и  $P_2$ , равное, примерно 10 мм. Включить генератор сантиметровых волн и микроамперметр Ф-195. Убедиться в работе приборов по показанию микроамперметра.

2 Перемещая медленно зеркало с помощью ручки 6, измерить интенсивность результирующих волн через каждый миллиметр. Общее расстояние перемещения подвижного зеркала должно быть не менее 70 мм. Данные измерения занести в табл. 1.

3 На миллиметровой бумаге построить график зависимости интенсивности результирующей волны при многолучевой интерференции от расстояния между зеркалами.

4 По графику определить среднюю длину волны излучения и полуширину всех главных максимумов интерференции.

Таблица 1

$X$ , мм	1	2	3	4	5	...		70
$J$ , $\mu\text{A}$								
$J$ , $\mu\text{A}$								

5 Установить между зеркалами многолучевого интерферометра пластину диэлектрика, например, органического стекла, предварительно измерив ее геометрическую толщину  $L$  ( $3 \leq L \leq 5$  мм).

6 Перемещая подвижное зеркало интерферометра, измерить интенсивность  $I$  принимаемых волн в зависимости от перемещения  $x$  зеркала. Отсчет проводить через каждый миллиметр. Данные эксперимента занести в таблицу. По полученным экспериментальным данным построить на прежних графиках (п. 3) функциональную зависимость интенсивности  $I$  принимаемых волн от величины перемещения зеркала. Определить смещение  $\Delta x$  максимумов одной интерференционной картины относительно другой. Введение пластины диэлектрика приводит к изменению разности хода интерферирующих волн на величину  $2L(n-1)$ . Учитывая, что  $2\Delta x = 2L(n-1)$ , определить величину показателя преломления органического стекла:  $n = \frac{\Delta x + L}{L}$ .

- 1 Выведите формулу для интенсивности результирующей волны для двух- и многолучевой интерференции. Чем отличаются эти интерференционные картины?
- 2 Как зависит интенсивность и полуширина главных максимумов при многолучевой интерференции от числа интерферирующих волн? Сколько побочных максимумов и минимумов располагается между соседними главными максимумами при многолучевой интерференции?
- 3 Каково условие для наблюдения главных максимумов и минимумов интерференции?
- 4 Объясните сущность экспериментальной установки для наблюдения многолучевой интерференции в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн.
- 5 Как зависит полуширина главных максимумов от расстояния между зеркалами интерферометра?

## Лабораторная работа 6

### ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРЕНЕЛЯ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ ПЕРЕМЕННОГО ДИАМЕТРА

**Цель работы:** Изучить метод зон Френеля и экспериментально исследовать основные закономерности дифракции электромагнитных волн на круглом отверстии.

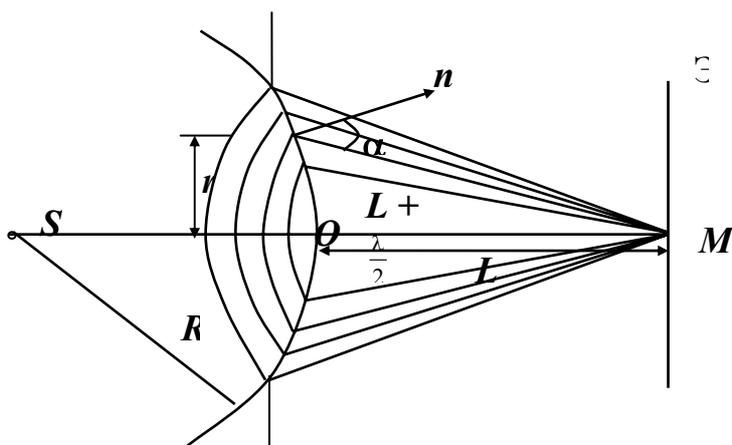
## 1 Общие теоретические положения

Пусть между точечным источником света  $S$  и точкой наблюдения  $M$  расположен непрозрачный экран с круглым отверстием (рис. 1). Центр отверстия совпадает с линией  $SM$ , соединяющей источник и приемник света. Френелевская дифракционная картина, наблюдаемая на экране  $\Xi$  в монохроматическом свете, характеризуется наличием светлых и темных колец. При этом в центре дифракционной картины может наблюдаться как светлое, так и темное пятно. Для объяснения закономерностей дифракции воспользуемся приближенным методом зон Френеля. Разобьем сферическую волновую поверхность в области отверстия на кольцевые зоны Френеля. Пусть радиус сферической волновой поверхности равен  $R$ , а расстояние от центра отверстия до экрана равно  $L = OM$ . Границей первой центральной зоны Френеля являются точки на волновой поверхности, которые расположены от точки  $M$  на расстоянии  $L + \frac{\lambda}{2}$ , где  $\lambda$  – длина волны света. Границей второй, третьей и т.д. зон Френеля являются точки на волновой поверхности, которые расположены от точки  $M$ , соответственно на расстояниях:  $L + 2\frac{\lambda}{2}$ ,  $L + 3\frac{\lambda}{2}$  и т.д. Теоретически радиусы кольцевых зон Френеля определяются выражением

$$r_i = \sqrt{\frac{RL}{R+L}} i\lambda, \quad (1)$$

где  $i$  – номер зоны. Радиус первой зоны ( $i = 1$ ) равен

$$r_1 = \sqrt{\frac{RL}{R+L}} \lambda. \quad (2)$$



### Рис. 1

Следовательно, радиус произвольной зоны Френеля равен

$$r_i = \sqrt{i} r_1. \quad (3)$$

Другими словами, для радиусов зон справедливо соотношение

$$r_1 : r_2 : r_3 : r_4 = \sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4}. \quad (4)$$

Теоретически можно показать, что площади всех зон Френеля одинаковы и равны

$$\Delta S = \frac{RL}{R+L} \pi \lambda. \quad (5)$$

Несмотря на равенство площадей зон Френеля амплитуды вторичных волн, которые приходят от них в точку  $M$ , различны. Это обусловлено тем, что с ростом номера  $i$  зоны возрастает угол  $\alpha$ , между нормалью к волновой поверхности в области данной зоны и направлением в точку наблюдения  $M$ . Пусть  $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \dots$  есть амплитуды вторичных волн, приходящих от зон Френеля в точку  $M$ . Согласно сказанному следует, что

$$|\mathbf{E}_1| > |\mathbf{E}_2| > |\mathbf{E}_3| > \dots. \quad (6)$$

Согласно принципа Гюйгенса-Френеля амплитуда результирующей волны в точке  $M$  определяется интерференцией всех вторичных когерентных волн  $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \dots$  приходящих в эту точку, т.е. согласно принципа суперпозиции имеем

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \dots. \quad (7)$$

Результат интерференции зависит от величин амплитуд вторичных волн и их фаз. Согласно построению Френеля вторичные волны, приходящие в точку  $M$  от двух любых соседних зон, имеют геометрическую разность хода, равную  $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ . Следовательно, две вторичные волны, приходящие в точку  $M$  от любых соседних зон, отличаются по фазе на  $\varphi = k \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pi$ , где  $k$  – волновое число. Таким образом, согласно теории сложения однонаправленных колебаний с противоположными фазами получим значение результирующей амплитуды волны в точке наблюдения

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \pm E_m, \quad (8)$$

где  $m$  – число зон, которые укладываются в отверстие. Знак "+" перед последним членом берется тогда, когда в отверстии укладывается нечетное число зон Френеля. Если же в отверстии укладывается четное число  $m$  зон Френеля, то перед последним членом в выражении (8) ставится знак "-".

Пусть в отверстии укладывается нечетное число зон Френеля. Тогда выражение (8) принимает вид

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots + E_m. \quad (9)$$

Запишем это выражение в виде

$$E = \frac{E_1}{2} + \left( \frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \dots + \left( \frac{E_{m-2}}{2} - E_{m-1} + \frac{E_m}{2} \right) + \frac{E_m}{2}. \quad (10)$$

Считая, что каждая скобка обращается в нуль, получим

$$E = \frac{E_1}{2} + \frac{E_m}{2}. \quad (11)$$

Если число зон  $m$  в отверстии невелико, то можно считать, что  $E_m \cong E_1$ , и тогда из формулы (11) получим

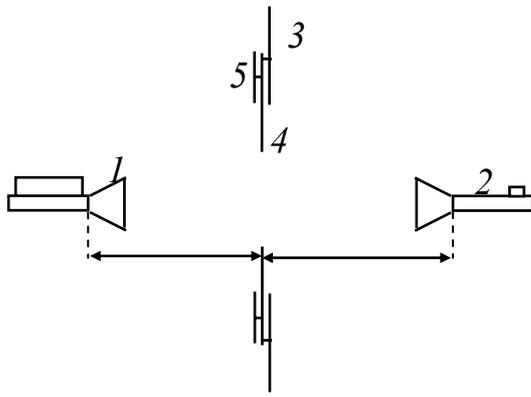


Рис.

$$E \approx E_1. \quad (12)$$

Следовательно, если в отверстии укладывается нечетное число зон Френеля, то в центре дифракционной картины образуется светлое пятно с интенсивностью  $J = E^2 \approx E_1^2$ .

Пусть в отверстии укладывается четное число зон Френеля. В этом случае выражение (8) принимает вид

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots - E_m. \quad (13)$$

Запишем это выражение в виде

$$E = \frac{E_1}{2} + \left( \frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \dots + \left( \frac{E_{m-3}}{2} - E_{m-2} + \frac{E_{m-1}}{2} \right) + \frac{E_{m-1}}{2} - E_m. \quad (14)$$

Считая, что выражения в скобках обращаются в нуль, получим

$$E = \frac{E_1}{2} + \frac{E_{m-1}}{2} - E_m \cong 0, \quad (15)$$

так как при небольшом числе  $m$  можно считать, что  $E_{m-1} \approx E_m \approx E_1$ .

Таким образом, если в отверстии укладывается четное число зон Френеля, то в центре дифракционной картины наблюдается темное пятно ( $J = E^2 = 0$ ).

## 2 Экспериментальная установка

Установка (рис. 2) включает в себя источник 1 и приемник 2 сантиметровых электромагнитных волн, а также металлический экран 3 размером  $100 \times 100$  см с отверстием диаметром  $d = 40$  см. Отверстие может закрываться ирисовой диафрагмой 4, состоящей из двенадцати металлических лепестков.

С помощью вращения кольца 5, установленного перед отверстием, лепестки могут поворачиваться и закрывать отверстие в экране полностью или частично. Другими словами, диаметр отверстия, через которое могут проходить электромагнитные волны, может с помощью ирисовой диафрагмы изменяться от  $r = 1$  см до  $r = 20$  см. Радиус отверстия, через которое могут проходить волны, измеряется миллиметровой линейкой или с помощью шкалы. Интенсивность волн, проходящих через отверстие и приходящих в центр дифракционной картины, измеряется с помощью микроамперметра Ф-195, соединенного с приемной антенной.

## 3 Ход работы

1 Установить источник и приемник радиоволн на одной прямой напротив друг друга так, чтобы линия, соединяющая их, проходила строго через центр отверстия в экране. Закрепить все приборы с помощью штативов неподвижно.

2 По указанию преподавателя выбрать неизменные расстояния  $R$  и  $L$  (рис. 2) в пределах от 40 до 80 см. Установить на этих расстояниях от экрана источник и приемник радиоволн.

3 По формуле (1) вычислить теоретические радиусы зон Френеля при выбранных значениях  $R$  и  $L$ , считая, что длина волны  $\lambda = 3,2$  см. Последний радиус должен быть порядка 20 см.

4 Включить источник радиоволн и микроамперметр и проверить их работу при открытой диафрагме. Снять экспериментальную зависимость интенсивности результирующих волн  $J$  в центре дифракционной картины от радиуса  $r$  отверстия. Радиус отверстия изменять через каждый сантиметр от 1 до 20 см. Полученные экспериментальные данные занести в табл. 1.

5 По табличным данным построить график зависимости интенсивности волн в центре дифракционной картины от радиуса отверстия, т.е. функцию  $J = J(r)$  в декартовой системе координат.

Таблица 1

$R$ , см	2	3	4	5	6		...		20
$J$ , $\mu A$									

6 По полученному графику определить экспериментальные радиусы зон Френеля и сравнить их с теоретическими значениями (п. 3). Для экспериментальных радиусов проверить справедливость соотношения (4).

7 По полученному экспериментальному графику определить интенсивности  $J_i$  и амплитуды  $E_i = \sqrt{J_i}$  вторичных волн, приходящих от первой, второй, третьей ... зоны Френеля. Проверить справедливость неравенства (6).

8 По графику определить амплитуды волн, приходящих в точку наблюдения, когда в отверстии укладывается одна, две, три, четыре зоны Френеля. Сделать выводы.

#### 4 Контрольные вопросы

1 Сформулируйте принцип Гюйгенса и принцип Гюйгенса-Френеля в качественной и количественной форме.

2 Выведите формулы радиусов зон Френеля для сферического и плоского волнового фронта

3 Выведите формулы площадей зон Френеля для сферического и плоского волнового фронта.

4 Что собой представляет дифракционная картина, когда в отверстии укладывается одна, две, три, четыре зоны Френеля?

5 Объясните устройство и действие амплитудной и фазовой зонных пластинок, работающих на прохождении. Определите их фокусное расстояние.

6 Объясните значение, что собирающая линза является предельным случаем ступенчатой фазовой зонной пластинки?

7 В чем сущность таутохронизма лучей, собираемых линзой в ее фокусе? Какую форму поверхности должна иметь собирающая линза для исключения сферической аберрации? Докажите это на основе теории дифракции или принципа Ферма. На чем основано зонирование линзы?

8 Объясните устройство и действие амплитудной и фазовой зонных пластинок, работающих на отражение.

9 Объясните значение, что сферическое зеркало является предельным случаем ступенчатой фазовой зонной пластинки, работающей на отражение? Какую форму поверхности должно иметь вогнутое зеркало для исключения сферической аберрации? Докажите это на основе теории дифракции Френеля. На чем основано зонирование вогнутых и выпуклых зеркал?

Лабораторная работа 7

### ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ ФРАУНГОФЕРА НА ЩЕЛИ

**Цель работы:** Экспериментально исследовать основные закономерности дифракции Фраунгофера на щели.

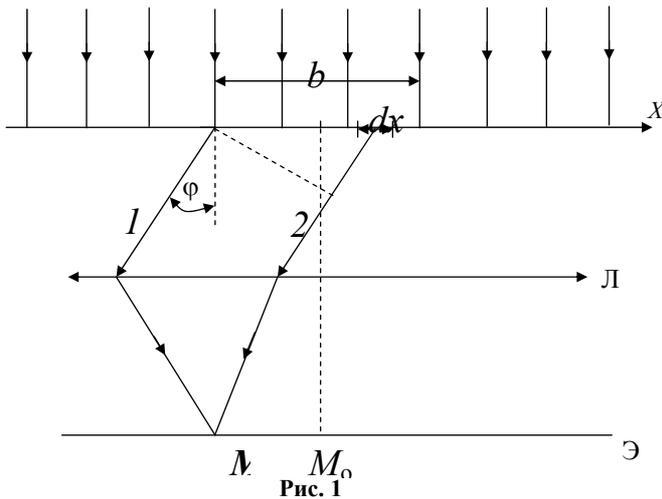
# 1 Общие теоретические положения

Пусть на щель шириной  $b$  падает параллельный пучок света (рис. 1). Экран Э, на котором наблюдается дифракционная картина, расположен от щели на расстоянии  $r$ . Дифракция Фраунгофера наблюдается при большом значении волнового параметра:  $p = \frac{\sqrt{r\lambda}}{b} \geq 1$ , где  $\lambda$  – длина волны света,  $r$  – расстояние от щели до точки наблюдения.

За щелью располагается линза Л, которая не вносит изменения в фазовые соотношения вторичных волн. При этом экран располагается в фокальной плоскости линзы. Для нахождения распределения интенсивности в дифракционной картине воспользуемся принципом Гюйгенса-Френеля. Разобьем открытую часть волновой поверхности в области щели на элементарные полосовые зоны шириной  $dx$ , которые параллельны краю щели. Вторичные волны, посылаемые элементарными зонами под произвольным углом  $\varphi$  к оптической оси линзы, соберутся в точке  $M$ . Амплитуда вторичной волны пропорциональна площади элементарного участка, т.е. его ширине:  $dE \sim dx$ . Учитывая, что амплитуда колебаний  $E_0$ , даваемых всей щелью в ее плоскости, пропорциональна ширине  $b$  щели, т.е.  $E_0 \sim b$ , получим

$$dE = \frac{E_0}{b} dx. \quad (1)$$

Для вычисления амплитуды в произвольной точке  $M$  необходимо определить фазовые соотношения между отдельными колебаниями  $dE$ . Для этого рассмотрим два колебания, создаваемые элементарными полосовыми зонами в точках  $x = 0$  и  $x = x$ . Ось  $OX$  расположена перпендикулярно к краю щели и лежит в ее плоскости. Разность хода рассматриваемых волн 1 и 2 равна  $\Delta = AB = x \sin \varphi$ . Если фазу колебания, создаваемого элементарной зоной, примыкающей к левому краю щели ( $x = 0$ ), положить равной  $\omega t$ , то



фаза колебания, создаваемая зоной с координатой  $x = x$ , будет равна

$$\omega t - k \Delta = \omega t - kx \sin \varphi, \quad (2)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число. Следовательно, колебание, создаваемое элементарной зоной  $dx$  в точке  $M$ , будет равно:

$$dE = \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx. \quad (3)$$

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля результирующее колебание в произвольной точке  $M$  экрана равно

$$E = \frac{E_0}{b} \int_0^b \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx. \quad (4)$$

Интегрирование дает

$$E = -\frac{E_0}{b} \frac{1}{(k \sin \varphi)} [\sin(\omega t - kb \sin \varphi) - \sin \omega t]. \quad (5)$$

Воспользовавшись известной формулой тригонометрии и учтя, что  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , получим

$$E = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \cos\left(\omega t - \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right). \quad (6)$$

Распределение амплитуды  $E_m$  колебания на экране в зависимости от угла  $\varphi$  наблюдения при дифракции имеет вид

$$E_m = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi}, \quad (7)$$

или кратко

$$E_m = E_0 \frac{\sin U}{U}, \quad (8)$$

где

$$U = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi. \quad (9)$$

Распределение интенсивности в дифракционной картине дается соотношением

$$I = I_0 \left(\frac{\sin U}{U}\right)^2 = I_0 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi}\right]^2. \quad (10)$$

Дадим анализ полученных соотношений.

1 Для точки  $M_0$ , лежащей против центра щели ( $\varphi = 0$ ), имеем

$$U = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = 0.$$

Учитывая, что  $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\sin U}{U} = 1$ , для точки  $M_0$  имеем  $E_m = E_0$ , т.е. в центре дифракционной картины наблюдается максимум интенсивности, так как все колебания волн, приходящих в эту точку, имеют одинаковую фазу, а векторная диаграмма вторичных волн имеет вид прямой линии.

2 Пусть угол  $\varphi$  наблюдения таков, что

$$U = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = m\pi. \quad (11)$$

Тогда  $\sin U = 0$  и согласно формуле (8) имеем  $E_m = 0$ , т.е. при данных углах наблюдаются минимумы дифракции. Векторная диаграмма вторичных волн в точках наблюдения вырождается в замкнутую окружность. Из формулы (11) получим условие для минимумов дифракции:

$$b \sin \varphi = m \lambda. \quad (12)$$

Боковые максимумы дифракции образуются между минимумами дифракции. Они образуются в том случае, когда векторная диаграмма вторичных волн образует нечетное число полуокружностей. Можно показать, что отношение интенсивностей максимумов дифракции дается соотношением

$$I_0 : I_1 : I_2 = 1 : 0,045 : 0,017. \quad (13)$$

## 2 Экспериментальная установка

Установка (рис. 2) включает в себя источник  $I$  сантиметровых электромагнитных волн, приемную рупорную антенну  $2$  и металлический экран  $3$  со щелью, ширина  $b$  которой может изменяться в пределах  $9 \dots 12$  см. Для получения плоского волнового фронта источник радиоволн располагается от щели на расстоянии  $1 \dots 1,5$  м. Приемная рупорная антенна  $2$  закрепляется на рейке  $OA$  длиной  $0,7$  м, которая может вращаться вокруг оси  $O$ . Угол  $\varphi$  поворота приемной антенны отсчитывается по шкале с ценой деления в  $1^\circ$ . Для измерения интенсивности принимаемой волны в точке наблюдения приемная антенна соединяется с микроамперметром Ф-195.

## 3 Ход работы

1 Собрать экспериментальную установку (рис. 2) и проверить ее работу. По рекомендации преподавателя выбрать ширину щели  $b$ . Измерить интенсивность  $I_0$  волны при  $\varphi = 0$ .

2 Снять экспериментальную зависимость интенсивности  $I$  принимаемой волны от угла  $\varphi$  поворота приемной антенны. Данные записать в табл. 1.

3 По экспериментальным данным построить в прямоугольной системе координат зависимость  $I = I(\varphi)$ . По графику определить углы  $\varphi$ , которые соответствуют минимумам дифракции. Проверить справедливость соотношения (13).

4 По формуле (12) рассчитать теоретические углы  $\varphi$ , которые соответствуют минимумам дифракции. Сравнить полученные результаты с экспериментом.

5 По формуле (10) рассчитать при  $I_0$ , взятой из эксперимента, и построить теоретическое распределение интенсивности при дифракции на щели. Данные занести в табл. 2. Сравнить теорию и эксперимент. Сделать вывод.

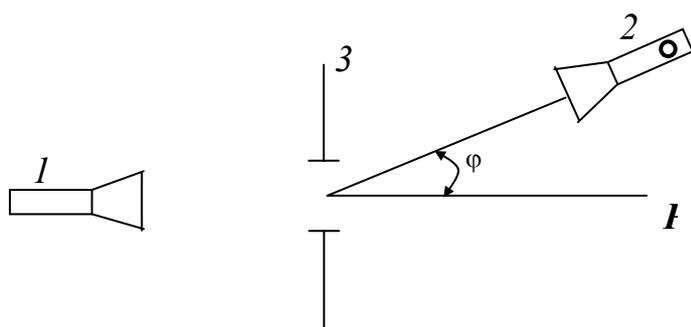


Рис. 2

Таблица 1

$\varphi$ , град	0	$\pm 2,5$	$\pm 5$	$\pm 7,5$	$\pm 10$		$\pm 40$
$I$ , $\mu\text{A}$							
$I$ , $\mu\text{A}$							

Таблица 2

$\varphi$ , град	0	$\pm 2,5$	$\pm 5$	$\pm 7,5$	$10 \pm$		$\pm 40$
------------------	---	-----------	---------	-----------	----------	--	----------

$I, \mu\text{A}$							
------------------	--	--	--	--	--	--	--

#### 4 КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1 В чем различие дифракции Френеля и Фраунгофера?
- 2 Изобразите векторные диаграммы вторичных волн для максимумов и минимумов дифракции на щели.
- 3 Сформулируйте принцип Гюйгенса-Френеля.
- 4 Докажите справедливость соотношения (13).
- 5 Как изменится дифракционная картина, если половину площади щели перекрыть полуволновой пластиной?

#### Лабораторная работа 8

### ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ФАЗОВЫХ ДВОЯКОПРЕЛОМЛЯЮЩИХ ПЛАСТИНОК

**Цель работы:** Теоретически и экспериментально исследовать свойства анизотропных "пластинок  $\lambda/8$ ;  $\lambda/4$ ".

#### 1 Общие теоретические положения

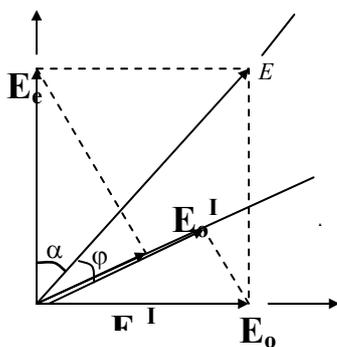


Рис. 1

Фазовые или волновые анизотропные пластинки предназначены для превращения линейно поляризованной волны в волну с круговой или эллиптической поляризацией. Двоякопреломляющая пластинка вырезается из одноосного кристалла так, что ее плоскость содержит главную оптическую ось. Пусть анизотропная пластинка совпадает с плоскостью чертежа на рис. 1. Ее оптическая ось обозначена линией  $OP$ , совпадающей с

осью  $Z$  прямоугольной системы координат  $XYZ$ . Установим перед фазовой пластинкой поляризатор с главной линией  $OP$  и облучим вдоль оси  $Y$  пластинку линейно поляризованной волной, электрический вектор  $E$  которой составляет с осью  $OP$  пластинки произвольный угол  $\alpha$ . Линейно поляризованная волна  $E$  в двоякопреломляющей пластинке распадается на две когерентные волны (обыкновенную  $E_o$  и необыкновенную  $E_e$ ) с взаимно перпендикулярными линиями поляризации ( $E_o \perp E_e$ ). Амплитуды этих ортогональных компонент равны:

$$E_o = E \sin \alpha; E_e = E \cos \alpha. \quad (1)$$

Пусть геометрическая толщина анизотропной пластинки равна  $d$ , а ее показатель преломления для обыкновенной и необыкновенной волн имеют значения  $n_o$  и  $n_e$ . Так как обыкновенная и необыкновенная волны имеют в анизотропной пластинке различную фазовую скорость, то на выходе они приобретают определенную разность фаз  $\delta$ , которая определяется оптической разностью хода

$$\Delta = (n_o - n_e) d, \quad (2)$$

волн

$$\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d, \quad (3)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число.

Уравнения колебаний для обыкновенной и необыкновенной волн на выходе из двоякопреломляющей пластинки имеют вид:

$$\varepsilon_0 = E_0 \sin \omega T; \quad \varepsilon_E = E_E \sin(\omega T + \delta). \quad (4)$$

ИСКЛЮЧАЯ ИЗ ЭТИХ ВЫРАЖЕНИЙ ВРЕМЯ  $T$ , ПОЛУЧИМ УРАВНЕНИЕ ЭЛЛИПСА

$$\frac{\varepsilon_0^2}{E_0^2} - 2 \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_e \cos \delta}{E_e^2} + \frac{\varepsilon_e^2}{E_e^2} = \sin^2 \delta. \quad (5)$$

УЧИТЫВАЯ ВЫРАЖЕНИЕ (1), ПОЛУЧИМ

$$\frac{\varepsilon_0^2}{E^2 \sin^2 \alpha} - 2 \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_e \cos \delta}{E^2 \sin \alpha \cos \alpha} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2 \cos^2 \alpha} = \sin^2 \delta. \quad (6)$$

ТАКИМ ОБРАЗОМ, В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ ВОЛНА, ВЫХОДЯЩАЯ ИЗ ФАЗОВОЙ ДВОЯКОПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ ПЛАСТИНКИ, БУДЕТ ОБЛАДАТЬ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ, Т.Е. В НЕПОДВИЖНОЙ ПЛОСКОСТИ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ НАПРАВЛЕНИЮ РАСПРОСТРАНЕНИЯ, КОНЕЦ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЕКТОРА  $\mathbf{e}$  ОПИСЫВАЕТ ЭЛЛИПС.

Рассмотрим несколько частных случаев.

1 Пусть толщина  $d$  фазовой анизотропной пластинки такова, что разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна

$$\delta = \frac{\pi}{4}. \quad (7)$$

Такая пластинка называется "пластинкой  $\lambda/8$ ", так как для нее оптическая разность хода между ортогональными компонентами согласно формуле (3) равна

$$\Delta = \frac{\delta}{k} = (n_e - n_o) d = \frac{\lambda}{8}. \quad (8)$$

При  $\delta = \frac{\pi}{4}$  на основании (6) получим уравнение эллипса

$$\frac{\varepsilon_0^2}{E^2 \sin^2 \alpha} - \sqrt{2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_e}{E^2 \sin \alpha \cos \alpha} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2 \sin^2 \alpha} = \frac{1}{2}. \quad (9)$$

Оси эллипса не совпадают с осями координат  $Z, X$ . Для освобождения от члена  $\varepsilon_0 \varepsilon_e$  и приведения уравнения (8) к каноническому виду необходимо осуществить поворот осей координат на угол  $\alpha$ . Формулы поворота осей:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_0' \cos \alpha - \varepsilon_e' \sin \alpha; \quad \varepsilon_e = \varepsilon_0' \sin \alpha + \varepsilon_e' \cos \alpha. \quad (10)$$

Если угол  $\alpha$  будет равен  $\alpha = 0^\circ$  или  $\alpha = 90^\circ$ , то из "пластинки  $\lambda/8$ " будет выходить необыкновенная при  $\alpha = 0^\circ$  или обыкновенная при  $\alpha = 90^\circ$  линейно поляризованная волна.

2 Пусть геометрическая толщина  $d$  анизотропной пластинки такова, что разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна

$$\delta = \frac{\pi}{2}. \quad (11)$$

Такая двоякопреломляющая пластинка называется "пластинкой  $\lambda/4$ ", так как для нее оптическая разность хода ортогональных компонент согласно формуле (3) равна

$$\Delta = \frac{\delta}{k} = (n_e - n_o) d = \frac{\lambda}{4}. \quad (12)$$

При  $\delta = \frac{\pi}{2}$  из уравнения (6) получим каноническое уравнение эллипса

$$\frac{\varepsilon_0^2}{E^2 \sin^2 \alpha} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2 \cos^2 \alpha} = 1. \quad (13)$$

Оси этого эллипса совпадают с осями координат  $X$  и  $Z$ . Следовательно, в общем случае из четвертьволновой пластины выходит волна с эллиптической поляризацией. Пусть электрический вектор  $\mathbf{E}$  волны, падающей на "пластинку  $\lambda/4$ ", составляет с ее оптической осью угол  $\alpha = 45^\circ$ . Тогда амплитуды ортогональных компонент согласно формуле (1) будут равны

$$E_o = E_e = \frac{E}{\sqrt{2}}. \quad (14)$$

При  $\alpha = 45^\circ$  из формулы (13) получим уравнение окружности

$$\varepsilon_o^2 + \varepsilon_e^2 = \frac{E^2}{2}. \quad (15)$$

Следовательно, волна с круговой поляризацией характеризуется тем, что в неподвижной плоскости, перпендикулярной направлению ее распространения, конец электрического вектора  $\mathbf{E}$  описывает окружность радиусом

$$R = \frac{E}{\sqrt{2}}, \quad (16)$$

где  $E$  – амплитуда линейно поляризованной волны, падающей на четвертьволновую пластинку.

В случаях, если  $\alpha = 0^\circ$  или  $\alpha = 90^\circ$  **Ошибка! Ошибка связи.**, то из четвертьволновой пластинки будут выходить линейно поляризованные волны: только необыкновенная или только обыкновенная.

Следует отметить, что вследствие очень большой частоты колебаний не существует приемников электромагнитных волн, способных регистрировать вращение электрических векторов в волне с круговой или эллиптической поляризацией; не существует приемников, способных фиксировать колебания электрического вектора в волне с линейной поляризацией. Поэтому для анализа характера поляризации результирующей волны, выходящей из фазовой двоякопреломляющей пластины, используют различные анализаторы. В оптическом диапазоне волн роль анализатора может выполнять пластинка из турмалина или николя.

Пусть главная ось  $OA$  анализатора, установленного за анизотропной пластинкой, составляет с главной осью  $OP$  поляризатора, установленного перед пластинкой, произвольный угол  $\varphi$  (рис. 1). Анализатор одновременно пропускает две параллельные составляющие  $E_o^1$  и  $E_e^1$  от ортогональных компонент  $E_o$  и  $E_e$ . Параллельные составляющие  $E_o^1$  и  $E_e^1$  когерентны и они интерферируют. Следует заметить, что пространственная диаграмма (рис. 1) ничего не говорит о разности фаз  $\delta$  интерферирующих волн  $E_o^1$  и  $E_e^1$ . Указанная разность фаз  $\delta$  определяется оптической разностью хода  $\Delta$  ортогональных компонент в двоякопреломляющей пластине. Таким образом, с одной стороны, с помощью анализатора можно определить интерференцию волн  $E_o^1$  и  $E_e^1$ , а с другой – благодаря вращению анализатора можно определить характер поляризации результирующей волны, выходящей из пластинки. Численные значения амплитуд интерферирующих волн можно найти из рис. 1:

$$E_o^1 = E_o \sin(\varphi + \alpha); \quad E_e^1 = E_e \cos(\varphi + \alpha). \quad (17)$$

Учитывая формулу (1), получим:

$$E_o^1 = E \sin \alpha \sin(\varphi + \alpha), \quad E_e^1 = E \cos \alpha \cos(\varphi + \alpha), \quad (18)$$

где  $\varphi$  – угол между главными осями поляризатора и анализатора.

Согласно теории сложения однонаправленных когерентных колебаний найдем результат интерференции когерентных волн  $E_o^1$  и  $E_e^1$ , имеющих разность фаз  $\delta$ , которая определяется оптической разностью хода  $\Delta$  обыкновенной и необыкновенной волн в анизотропной пластинке:

$$I = E_o^{12} + E_e^{12} + 2E_o^1 E_e^1 \cos \delta = (E_o^1 + E_e^1)^2 - 2E_o^1 E_e^1 (1 - \cos \delta). \quad (19)$$

Учитывая, что  $(1 - \cos \delta) = 2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$ , получим

$$I = (E_o^1 + E_e^1)^2 - 4E_o^1 E_e^1 \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (20)$$

Подставляя в это выражение формулу (18), после преобразований окончательно получим

$$I = E^2 \left( \cos^2 \varphi - \sin 2\alpha \sin 2(\varphi + \alpha) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right). \quad (21)$$

Считая, что интенсивность волны, падающей на фазовую пластинку, равна  $I_0 = E^2$ , полученное выражение можно записать в виде

$$I = I_0 \left( \cos^2 \varphi - \sin 2\alpha \sin 2(\varphi + \alpha) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right). \quad (22)$$

С одной стороны, это выражение можно трактовать как формулу интерференции поляризованных волн в одноосной анизотропной пластинке. С другой – выражение (22) определяет интенсивность волны, проходящей через анализатор, с помощью которого осуществляется анализ характера поляризации результирующей волны, выходящей из двоякопреломляющей пластинки. Зависимость интенсивности  $I$  волны, проходящей через анализатор от угла  $\varphi$  его поворота, и определяет характер поляризации исследуемой результирующей волны, выходящей из анизотропной пластинки. Эта функциональная зависимость  $I = I(\varphi)$ , выраженная в полярных координатах, называется полярной диаграммой исследуемой результирующей волны.

Рассмотрим несколько частных случаев.

1 Пусть главная линия поляризатора  $OP$  составляет с осью  $Z$  анизотропной пластинки угол  $\alpha = 45^\circ$ . Если анизотропная пластинка в опыте отсутствует, то разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами  $\delta = 0$ . Из формулы (22) получим уравнение

$$I = I(\varphi) = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (23)$$

которое соответствует закону Малюса. Уравнение (23) определяет полярную диаграмму линейно поляризованной волны, падающей на анализатор. Графически полярная диаграмма линейно поляризованной волны показана на рис. 2. Продольная ось "восьмерки" совпадает с главной линией ОП поляризатора, т.е. с вектором  $\mathbf{E}$  линейно поляризованной волны:

$$E^2 = I_0 \quad \text{или} \quad E = \sqrt{I_0}.$$

Угол  $\varphi$  отсчитывается от главной линии ОП поляризатора.

2 Пусть главная линия поляризатора ОП составляет с главной осью "пластинки  $\lambda/8$ " угол  $\alpha = 45^\circ$ . Учитывая, что для данной анизотропной пластинки разность фаз между когерентными интерферирующими волнами равна  $\delta = \frac{\pi}{4}$ , из формулы (22) получим

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \varphi - \sin \left( \frac{\pi}{2} + 2\varphi \right) \sin^2 \frac{\pi}{8} \right\},$$

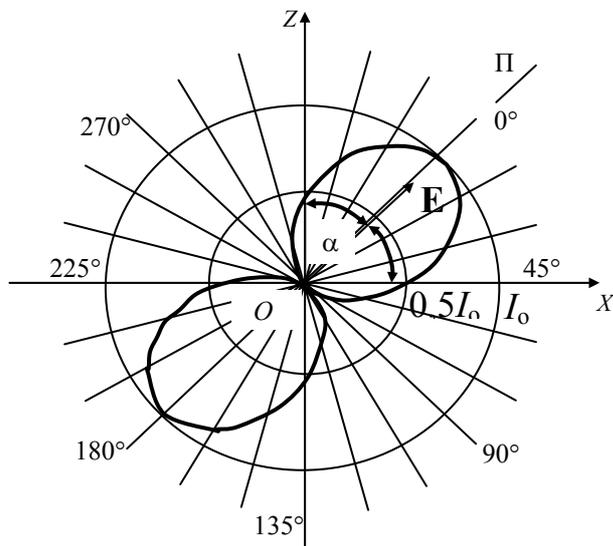


Рис. 2

или

$$I = I_0 \{ \cos^2 \varphi - 0,14 \cos 2\varphi \}.$$

Учитывая, что  $\cos 2\varphi = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$ , получим окончательное выражение для полярной диаграммы результирующей волны, выходящей из "пластинки  $\lambda/8$ ":

$$I = I(\varphi) = I_0 (0,86 \cos^2 \varphi + 0,14 \sin^2 \varphi). \quad (24)$$

Графически полученная диаграмма изображена на рис. 3. Главные полуоси полярной диаграммы равны:  $OA = 0,86I_0$ ;  $OB = 0,14I_0$ .

Как было показано выше, при  $\alpha = 45^\circ$  и  $\delta = \frac{\pi}{4}$  из анизотропной пластинки выходит результирующая волна с эллиптической поляризацией. Уравнение эллипса дается формулой (9). При  $\alpha = 45^\circ$  из выражения (9) получим

$$\frac{\varepsilon_o^2}{E^2} - \sqrt{2} \frac{\varepsilon_o \varepsilon_e}{E^2} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2} = \frac{1}{4}. \quad (25)$$

Приведем это уравнение к каноническому виду, пользуясь формулами (10) поворота осей на угол  $45^\circ$ :

$$\varepsilon_o = \frac{\sqrt{2}}{2} (\varepsilon_o^I - \varepsilon_e^I); \quad \varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{2} (\varepsilon_o^I + \varepsilon_e^I). \quad (26)$$

Подставим выражение (26) в уравнение (25) и получим каноническое уравнение эллипса

$$\frac{\varepsilon_o^{I2}}{4 + 2\sqrt{2}} E^2 + \frac{\varepsilon_e^{I2}}{4 - 2\sqrt{2}} E^2 = 1. \quad (27)$$

Полуоси  $a$  и  $b$  этого эллипса определяются выражениями:

$$a^2 = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{8} E^2 = 0,86E^2 = 0,86I_0;$$

$$b^2 = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{8} E^2 = 0,14E^2 = 0,14I_0.$$

Сравнивая величину полуосей  $OA$  и  $OB$  полярной диаграммы с величинами полуосей  $a$  и  $b$  эллипса, который описывает конец электрического вектора, получим

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{OA}{OB}} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}}, \quad (28)$$

где  $I_{\max} = OA$ ;  $I_{\min} = OB$ .

Таким образом, получив экспериментально полярную диаграмму эллиптически поляризованной волны (рис. 3), можно найти соотношения полуосей  $a$  и  $b$  эллипса, который описывает конец электрического вектора в плоскости перпендикулярной к направлению распространения волны.

3 Пусть главная линия поляризатора ОП составляет с главной осью "пластинки  $\lambda/4$ ", для которой  $\delta = \frac{\pi}{2}$ , угол  $\alpha = 45^\circ$ . При указанных условиях согласно формуле (22) полярная диаграмма результирующей волны имеет вид

$$I = I(\varphi) = \frac{1}{2} E^2 = \frac{1}{2} I_0. \quad (29)$$

Полярная диаграмма волны с круговой поляризацией изображена на рис. 4.

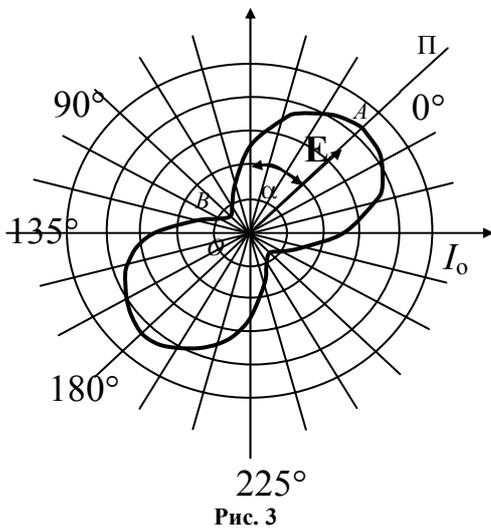
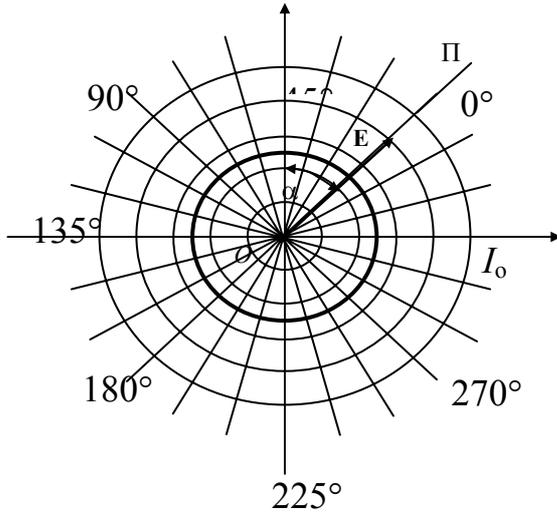


Рис. 3



## 2 Экспериментальная установка

В качестве фазовых двоякопреломляющих пластинок для сантиметровых электромагнитных волн ( $\lambda = 3,2$  см) рекомендуется использовать искусственные среды – металлоленточные структуры, которые обладают значительной анизотропией для показателя преломления и малым поглощением. Металлоленточная структура (рис. 5, а) представляет собой набор металлических лент, толщиной 0,5 мм, находящихся на расстоянии 20 мм друг от друга. Ленты структуры по краям скрепляются металлическими шпильками. За главную "оптическую ось" металлоленточной структуры принимается направление, перпендикулярное к металлическим лентам структуры, т.е. направление, совпадающее с осью Z.

Для обыкновенной волны, электрический вектор  $\mathbf{E}$  которой перпендикулярен к главной оси анизотропной структуры, ее эквивалентный показатель преломления равен

$$n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_z}\right)^2} = 0,6.$$

Для необыкновенной волны, вектор  $\mathbf{E}$  которой параллелен главной оси структуры, ее эквивалентный показатель преломления равен  $n_e = 1$ .

Геометрическая толщина  $d$  фазовой двоякопреломляющей "пластинки  $\lambda/4$ " находится из условия

$$d(n_e - n_o) = \frac{\lambda}{4}.$$

При  $\lambda = 3,2$  см,  $n_e = 1,0$ ;  $n_o = 0,6$  имеем  $d = 20$  мм. Двоякопреломляющая фазовая "пластинка  $\lambda/8$ " имеет геометрическую толщину вдвое меньшую, т.е.  $d = 10,0$  мм.

В качестве фазовых двоякопреломляющих пластинок для сантиметровых электромагнитных волн

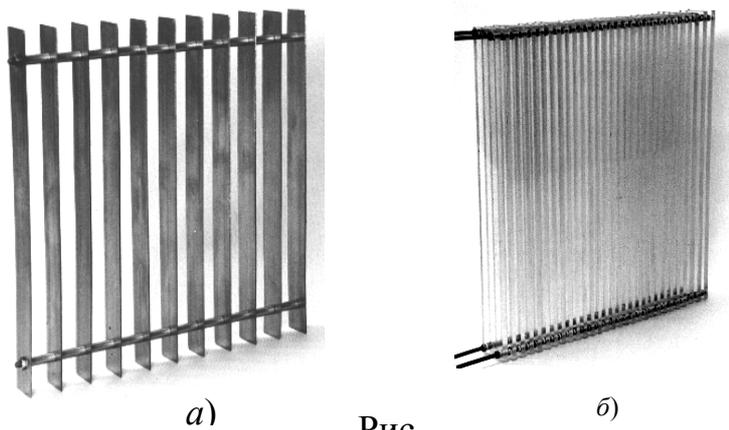


Рис.

можно также использовать анизотропные пластинки, выполненные на базе слоистых диэлектрических структур, для которых характерно "двойное лучепреломление формы". Анизотропная пластинка состоит из большого числа листов органического стекла толщиной  $d = 4$  мм, разделенных воздушными промежутками с зазором  $d = 4$  мм (рис. 5, б). За главную "оптическую" ось слоистой диэлектрической структуры выбирается направление, перпендикулярное к листам органического стекла, т.е. главная "оптическая" ось анизотропной пластинки совпадает с осью  $OZ$ . Если толщина  $d_1$  листов оргстекла и толщина  $d_2$  воздушных зазоров совпадают, то для обыкновенной волны, вектор  $\mathbf{E}$  которой перпендикулярен главной оси  $OP$ , распространяющейся в слоистой структуре, показатель преломления равен

$$n_o = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}}, \quad (30)$$

где  $\varepsilon_1$  – относительная диэлектрическая проницаемость органического стекла;  $\varepsilon_2$  – относительная диэлектрическая проницаемость воздуха.

Учитывая, что  $\varepsilon_1 = 2,56$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ , получим  $n_o = 1,33$ . Для необыкновенной волны, электрический вектор  $\mathbf{E}$  которой совпадает с главной осью  $Z$ , показатель преломления равен

$$n_e = \sqrt{\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}. \quad (31)$$

При  $\varepsilon_1 = 2,56$ ,  $\varepsilon_2 = 1$ , получим  $n_e = 1,20$ . При этом необыкновенная волна распространяется вдоль листов органического стекла структуры. Геометрическая толщина  $d$  четвертьволновой пластинки удовлетворяет условию

$$d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{4}. \quad (32)$$

При  $\lambda = 3,2$  см, получим  $d = 58$  мм. Геометрическая толщина "пластинки  $\lambda/8$ " в два раза меньше и равна 29 мм.

Исследуемая фазовая анизотропная пластинка устанавливается между источником и приемником сантиметровых волн, расстояние между которыми равно около 1 м. Плоскость двоякопреломляющей пластинки должна быть перпендикулярна к прямой, соединяющей источник и приемник волн. Источник и приемник волн должны находиться на одной прямой. При этом продольные оси волноводов источника и приемника должны совпадать. Излучение генератора сантиметровых волн линейно поляризовано. При этом электрический вектор  $\mathbf{E}$  перпендикулярен к широкой стенке волновода, соединенного с передающей рупорной антенной. Приемник волн с рупорной антенной обладает избирательными свойствами по отношению к поляризации принимаемой волны. Он максимально принимает линейно поляризованную волну, если ее электрический вектор  $\mathbf{E}$  перпендикулярен к широкой стенке волновода приемника. Следовательно, источник и приемник сантиметровых электромагнитных волн можно рассматривать как поляризатор и анализатор соответствующего оптического прибора. А линии, перпендикулярные к широким стенкам волноводов источника и приемника, можно назвать главными линиями "поляризатора" и "анализатора". Источник и приемник радиоволн снабжены вращающимися головками так, что источник

и приемник волн могут вращаться вокруг своих продольных осей. Угол поворота источника (угол  $\alpha$ ) и приемника (угол  $\varphi$ ) отсчитываются по соответствующим шкалам. Для измерения интенсивности волны приемник соединяют с микроамперметром Ф-195.

### 3 Ход работы

Исследование свойств анизотропной "пластинки  $\lambda/4$ ".

1. Установить источник и приемник сантиметровых электромагнитных волн напротив друг друга так, чтобы их продольные оси совпадали. Повернуть приемник вокруг продольной оси так, чтобы главные линии поляризации источника и приемника совпадали. Включить генератор и измерить интенсивность  $I_0$  линейно поляризованной волны.

2. Установить между источником и приемником волн металлоленточную "пластинку  $\lambda/4$ ". Облучите "пластинку  $\lambda/4$ " линейно поляризованной волной так, чтобы ее электрический вектор  $\mathbf{E}$  составлял с главной "оптической" осью пластинки угол  $\alpha = 0^\circ$ . Снять зависимость интенсивности  $I$  принимаемой волны от угла  $\varphi$  поворота приемной антенны вокруг ее продольной оси. Нуль отсчета угла  $\varphi$  принимается при параллельных главных линиях поляризации источника и приемника электромагнитных волн. Угол поворота  $\varphi$  измерять через  $10^\circ$ . Экспериментальные данные занести в табл. 1. По полученным экспериментальным данным построить полярную диаграмму волны, выходящей из фазовой пластинки. По формуле (22) рассчитать и теоретически построить полярную диаграмму результирующей волны, выходящей из "пластинки  $\lambda/4$ ", при  $\alpha = 0^\circ$  и  $\delta = \frac{\pi}{2}$ . Значение  $I_0$  взять из эксперимента (п. 1). Сделать вывод о характере поляризации исследуемой волны.

3. Облучить "пластинку  $\lambda/4$ " линейно поляризованной волной так, что ее вектор  $\mathbf{E}$  составляет с "главной осью" "пластинки  $\lambda/4$ " угол  $\alpha = 30^\circ$ . Снять зависимость интенсивности  $I$  принимаемой волны от угла  $\varphi$  поворота приемной антенны вокруг ее продольной оси. Угол поворота изменять через  $10^\circ$ . Полученные данные занести в табл. 2. Построить экспериментальную полярную диаграмму результирующей эллиптически поляризованной волны. По полученной диаграмме определить отношение полуосей  $a/b$  эллипса, который описывает электрический вектор в данной волне. Для определения отношения  $a/b$  воспользоваться соотношением (28). По формуле (22) рассчитать и построить теоретическую полярную диаграмму эллиптически поляризованной волны при  $\alpha = 30^\circ$  и  $\delta = \frac{\pi}{2}$ . По теоретической полярной диаграмме определить отношение полуосей  $a/b$  эллипса и сравнить это отношение с экспериментом.

4. Облучить "пластинку  $\lambda/4$ " линейно поляризованной волной так, чтобы ее вектор  $\mathbf{E}$  составлял с "главной осью" "пластинки  $\lambda/4$ " угол  $\alpha = 45^\circ$ . Снять зависимость интенсивности  $I$  принимаемой волны от угла  $\varphi$  поворота приемной антенны вокруг ее продольной оси. Угол поворота изменять через  $10^\circ$ . Полученные данные занести в табл. 3. По полученным данным построить экспериментальную полярную диаграмму результирующей волны. По полярной диаграмме определить отношение полуосей  $a/b$  эллипса.

По формуле (22) при  $\alpha = 45^\circ$  и  $\delta = \frac{\pi}{2}$  рассчитать и построить теоретическую полярную диаграмму результирующей волны. Сравнить экспериментальную и теоретическую полярные диаграммы.

Таблица 1

$\alpha = 0^\circ$ $\delta = \frac{\pi}{4}$	$\varphi$ , град	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	...	$360^\circ$
	$I$ , $\mu\text{A}$					

Таблица 2

$\alpha = 30^\circ$ $\delta = \frac{\pi}{4}$	$\varphi$ , град	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	...	$360^\circ$
	$I$ , $\mu\text{A}$					

$\alpha = 45^\circ$	$\varphi$ , град	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	...	$360^\circ$
$\delta = \frac{\pi}{4}$	$I$ , $\mu\text{A}$					

#### 4 Контрольные вопросы

- 1 Объясните сущность преобразования линейно поляризованной волны в волну с эллиптической поляризацией с помощью анизотропной кристаллической пластинки.
- 2 Какие условия должны выполняться, чтобы линейно поляризованную волну можно было превратить в волну с круговой поляризацией?
- 3 Объясните основные свойства "пластинки  $\lambda/8$ ".
- 4 Объясните основные свойства "пластинки  $\lambda/4$ ".
- 5 Объясните основные свойства "пластинки  $\lambda/2$ ".
- 6 Какие условия необходимы для наблюдения интерференции поляризованных волн в кристаллических пластинках? Как получить формулу интерференции поляризованных волн?
- 7 Дайте две трактовки формулы (22). Что называется полярной диаграммой волны любой поляризации?
- 8 Какой вид имеет полярная диаграмма эллиптически поляризованной волны? Как по этой диаграмме определить отношение полуосей эллипса?

#### Лабораторная работа 9

### ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ЯВЛЕНИЯ ФАРАДЕЯ

**Цель работы:** Экспериментально исследовать магнитооптическое явление Фарадея.

#### 1 Общие теоретические положения

В 1846 г. Фарадей обнаружил, что оптически неактивные вещества под действием внешнего постоянного магнитного поля  $H_{\text{вн}}$  становятся оптически активными, т.е. приобретают способность вращать линию поляризации света, распространяющегося вдоль направления внешнего магнитного поля  $H_{\text{вн}}$ . Это явление получило название эффекта Фарадея или магнитного вращения линии поляризации световой линейно поляризованной волны. Схема наблюдения эффекта Фарадея изображена на рис. 1.

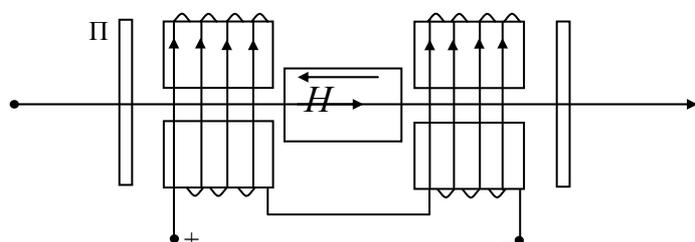


Рис. 1

Исследуемое вещество  $M$  помещается между полюсами электромагнита, питаемого источником постоянного тока. В веществе создается продольное постоянное магнитное поле с напряженностью  $H_{\text{вн}}$ . Свет от источника  $S$ , пройдя через поляризатор  $\Pi$ , распространяется в веществе вдоль магнитного поля  $H_{\text{вн}}$ . С помощью анализатора  $A$ , имеется возможность определить угол поворота  $\varphi$  линии поляризации световой волны, прошедшей намагниченное вещество. Угол поворота  $\varphi$  линии поляризации зависит от величин напряженности магнитного поля  $H_{\text{вн}}$ , длины  $L$  пути, проходимого светом в веществе, и свойств вещества:

$$\varphi = VLH_{\text{вн}}, \quad (1)$$

где  $V$  – постоянная Верде, характеризующая свойства вещества и зависящая от частоты света и температуры. Углы поворота  $\varphi$  невелики. Для большинства твердых тел при напряженности поля  $H_{\text{вн}} = 1$  МА/м и  $L = 0,1$  м угол поворота составляет  $1 \dots 2^\circ$ , для газов – еще меньше.

Феноменологическая теория эффекта Фарадея состоит в следующем. Световая линейно поляризованная волна, характеризующаяся вектором  $\mathbf{E}$ , может быть представлена как суперпозиция двух когерентных волн с круговыми поляризациями, в которых электрические векторы  $\mathbf{E}_{\text{пр}}$  и  $\mathbf{E}_{\text{л}}$  вращаются в противоположные стороны. При этом амплитуды волн с круговыми поляризациями одинаковы и равны  $E_{\text{пр}} = E_{\text{л}} = \frac{E}{2}$ . В оптически активном веществе волны с круговыми поляризациями распространяются с различной фазовой скоростью  $v_{\text{пр}}$  и  $v_{\text{л}}$ . Следовательно, оптически активное вещество обладает различным показателем преломления для волн с круговыми поляризациями:  $n_{\text{пр}} = \frac{c}{v_{\text{пр}}}$ ;  $n_{\text{л}} = \frac{c}{v_{\text{л}}}$ , где  $c$  – скорость света в вакууме. При прохождении волн с круговыми поляризациями в оптически активной среде длиной  $L$  между ними возникает разность фаз  $\delta$ , равная

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} L (n_{\text{пр}} - n_{\text{л}}). \quad (2)$$

Найдем соотношение между разностью фаз  $\delta$  и углом поворота  $\varphi$  линии поляризации в оптически активной среде. Пусть фазы волн  $E_{\text{пр}}$  и  $E_{\text{л}}$  с круговыми поляризациями, падающими на оптически активную среду совпадают между собой (рис. 2, а). Линия поляризации линейно поляризованной волны в этом случае совпадает с направлением вектора  $\mathbf{E}_1$ . Пройдя оптически активную среду, между волнами  $E_{\text{пр}}$  и  $E_{\text{л}}$  с круговыми поляризациями возникнет разность фаз  $\delta$  (рис. 2, б), при этом для простоты считается, что вектор  $\mathbf{E}_{\text{л}}$  с круговой поляризацией совершил в анизотропной среде целое число оборотов. Линия поляризации линейно поляризованной волны на выходе из оптически активной среды совпадает с

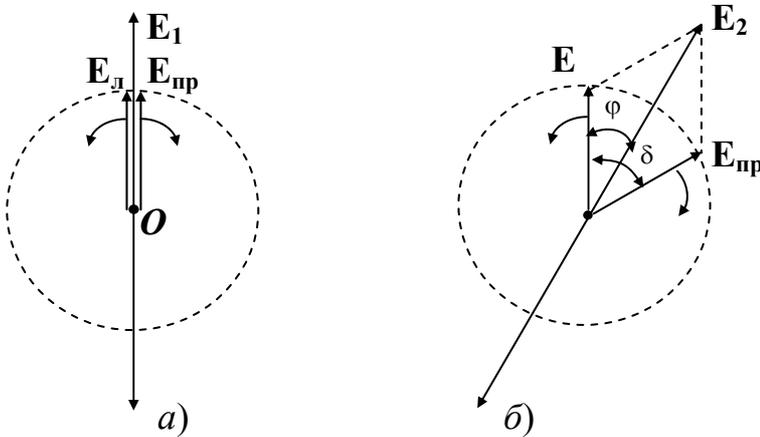


Рис. 2

вектором  $\mathbf{E}_2$ .

Из рис. 2 легко видеть, что

$$\delta = 2\varphi. \quad (3)$$

На основании формул (2) и (3) можно найти соотношение

$$\varphi = \frac{\pi}{\lambda} L (n_{\text{пр}} - n_{\text{л}}). \quad (4)$$

Причина различной скорости распространения волн с круговыми поляризациями в намагниченной среде состоит в следующем. В отсутствие внешнего поля ( $H_{\text{вн}} = 0$ ) электроны в атомах вещества вращаются по окружности с частотой  $\omega_0$ . При наложении внешнего магнитного поля перпендикулярно к

плоскостям орбит электронов частота вращения электронов становится в зависимости от направления вращения равной

$$\omega_{\text{пр}} = \omega_0 + \Delta\omega \quad \text{и} \quad \omega_{\text{л}} = \omega_0 - \Delta\omega,$$

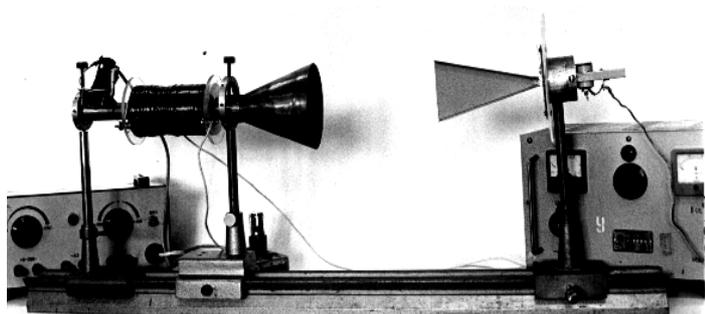
где  $\Delta\omega = eB / 2m$  – ларморовская частота. Поскольку частоты  $\omega_{\text{пр}}$  и  $\omega_{\text{л}}$  для различного направления вращения векторов  $\mathbf{E}$  различны, то будет различна и скорость волн с круговыми поляризациями, распространяющихся вдоль направления магнитного поля.

## 2 Экспериментальная установка

Известно, что ферриты изотропны по своим электрическим и магнитным свойствам. Однако при внесении в постоянное магнитное поле  $H_{\text{вн}}$  ферриты становятся "оптически" активными для сантиметровых электромагнитных волн ( $\lambda = 3,2$  см). Общий вид установки для наблюдения эффекта Фарадея показан на рис. 3. Установка для исследования эффекта Фарадея состоит из клистронного генератора 1 сантиметровых электромагнитных волн, нагруженного цилиндрическим волноводом 2, выполненным из меди (рис. 4). Внутренний диаметр волновода равен 23 мм. С одной стороны волновод закорочен плунжером 3, а с другой оканчивается конической антенной 4. Ферритовый стержень 5 закрепляется с помощью кольца из пенопласта по центру цилиндрического волновода 2. Для исключения отражения волн ферритовый стержень заострен с обоих концов. Для создания постоянного магнитного поля  $H_{\text{вн}}$  на волновод в области ферритового стержня надевается соленоид с большим числом витков  $N$  медного провода диаметром 1 мм. Соленоид питается постоянным током от выпрямителя ВС-24. Напряженность магнитного поля соленооида можно рассчитать по формуле

$$H_{\text{вн}} = \frac{NI}{d}, \quad (5)$$

где  $d$  – длина обмотки соленооида ( $d = 150$  мм);  $I$  – сила тока;  $N$  – общее число витков в соленоиде ( $N = 2000$ ).



Ри

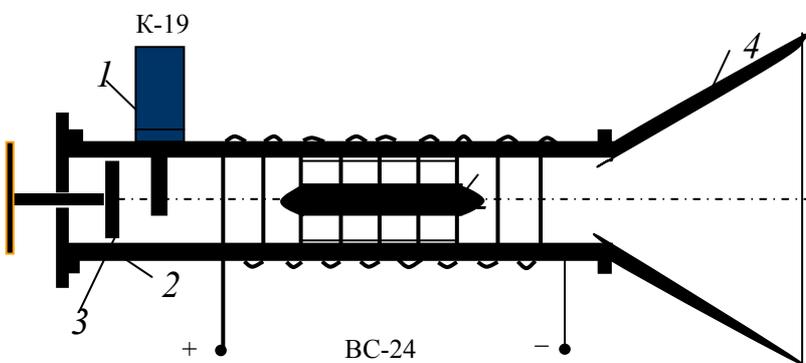


Рис. 4

## 3 Ход работы

- 1 Подключить источник электромагнитных волн при помощи штекерного разъема к выпрямителю

ВУП-2. Установить напротив конической антенны генератора приемную рупорную антенну, соединенную с микроамперметром Ф-195. Включить приборы и проверить работу генератора по показаниям микроамперметра. Продольные оси источника и приемника волн должны быть расположены на одной прямой.

2 При отсутствии постоянного магнитного поля ( $H_{вн} = 0$ ) снять зависимость интенсивности  $J_1$  принимаемых волн от угла  $\alpha$  поворота приемной рупорной антенны вокруг ее продольной оси. Измерения производить через каждые  $10^\circ$ . Данные занести в табл. 1.

3 По полученным экспериментальным данным построить полярную диаграмму  $J_1(\alpha)$  линейно поляризованной волны, падающей на феррит.

4 Подать на соленоид напряжение от ВС-24. Установить значение тока в пределах  $I = 0,1 \dots 0,5$  А. При наличии продольного магнитного поля ( $H_{вн} \neq 0$ ) снять зависимость интенсивности  $J_2$  волн, проходящих через намагниченный феррит, от угла  $\alpha$  поворота приемной рупорной антенны вокруг ее продольной оси. Измерения проводить через каждые  $10^\circ$ . Данные занести в табл. 1.

5 По полученным данным построить полярную диаграмму  $J_2(\alpha)$  волны, выходящей из намагниченного феррита, совмещая ее с ранее полученным графиком (п. 3).

6 По полученным диаграммам определить угол  $\varphi$  поворота линии поляризации волны в продольно намагниченном феррите.

7 По формуле (5) вычислить напряженность постоянного магнитного поля  $H_{вн}$ .

8 По формуле (1) вычислить постоянную Верде  $V$  для феррита.

9 По формуле (4) определить разность показателей преломления ( $n_{пр} - n_{л}$ ) для волн с круговыми поляризациями, электрические векторы в которых вращаются в противоположном направлении.

Таблица 1

$H_{вн} = 0$	$\alpha$ , град	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	...	$360^\circ$
	$J_1$ , $\mu A$					
$H_{вн} \neq 0$	$\alpha$ , град	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	...	$360^\circ$
	$J_2$ , $\mu A$					

#### 4 Контрольные вопросы

1 Какие среды называются оптически активными? Приведите примеры. От чего зависит угол поворота линии поляризации в оптически активной среде?

2 Объясните причину вращения линии поляризации световой волны в оптически активном веществе.

3 В чем сущность магнитооптического эффекта Фарадея? Объясните причину вращения линии поляризации электромагнитной волны в продольном магнитном поле. От чего зависит угол поворота линии поляризации в эффекте Фарадея?

4 Объясните устройство и работу установки для наблюдения эффекта Фарадея в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн.

5 В чем принципиальное отличие эффекта Фарадея от эффекта Керра?

Лабораторная работа 10

### ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА КОТТОНА-МУТОНА

**Цель работы:** Изучить и экспериментально исследовать анизотропию, создаваемую в веществе поперечным магнитным полем.

#### 1 Общие теоретические положения

Оптически изотропное вещество в постоянном магнитном поле становится оптически анизотропным, т.е. приобретает свойства одноосного кристалла, главная оптическая ось которого коллинеарна направлению внешнего магнитного поля  $H_{\text{вн}}$ . Эффект Коттона-Мутона заключается в возникновении двойного лучепреломления в среде, помещенной во внешнее магнитное поле, при распространении света перпендикулярно полю  $H_{\text{вн}}$ . Микроскопические механизмы возникновения магнитной анизотропии определяются или ориентационным выстраиванием молекул, обладающих дипольным моментом, или анизотропией магнитной поляризуемости, и кроме того, магнитной поляризацией электронных оболочек молекул. Для наблюдения эффекта Коттона-Мутона в оптическом диапазоне волн исследуемое вещество помещается между поляризатором  $\Pi$  и анализатором  $A$  (рис. 1, *a*).

В веществе создается сильное поперечное магнитное поле  $H_{\text{вн}}$  с помощью электромагнита. Для возникновения двойного лучепреломления в среде необходимо, чтобы электрический вектор  $E$  световой линейно поляризованной волны, выходящей из поляризатора, составлял с оптической осью анизотропной среды, т.е. с вектором постоянного магнитного поля  $H_{\text{вн}}$ , угол  $\alpha = 45^\circ$  (рис. 1, *б*). В этом случае линейно поляризованная волна  $E$  в анизотропном веществе распадается на две волны: обыкновенную  $E_o = E \sin \alpha$  и необыкновенную  $E_e = E \cos \alpha$  с ортогональными линиями поляризации  $E_o \perp E_e$ . Так как обыкновенная и необыкновенная волны распространяются с различными скоростями в анизотропной среде, то между ними на выходе образуется разность фаз  $\delta$ , зависящая от оптической разности хода  $\Delta$ , т.е.

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d (n_e - n_o), \quad (1)$$

где  $d$  – длина пути света в веществе;  $n_e$  и  $n_o$  – показатели преломления для необыкновенной и обыкновенной волны.

В результате сложения двух когерентных волн  $E_o$  и  $E_e$  с ортогональными линиями поляризации и разностью фаз  $\delta$  на выходе из анизотропного вещества образуется результирующая электромагнитная волна с эллиптической поляризацией. Уравнение результирующей поляризованной электромагнитной волны имеет вид

$$\frac{\varepsilon_o^2}{E^2 \sin^2 \alpha} - 2 \frac{\varepsilon_o \varepsilon_e \cos \delta}{E^2 \sin \alpha \cos \alpha} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2 \cos^2 \alpha} = \sin^2 \delta. \quad (2)$$

При  $\alpha = 45^\circ$  получим

$$\frac{\varepsilon_o^2}{E^2} - 2 \frac{\varepsilon_o \varepsilon_e \cos \delta}{E^2} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2} = \frac{1}{2} \sin^2 \delta. \quad (3)$$

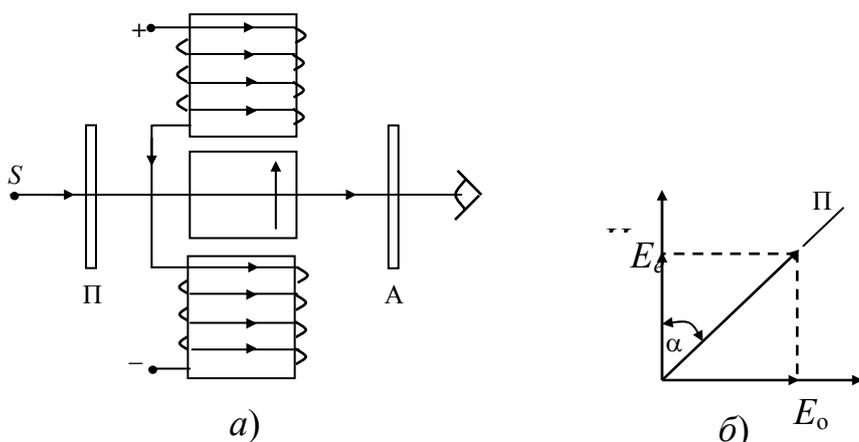


Рис.

В зависимости от разности фаз  $\delta$  между обыкновенной и необыкновенной волнами результирующая волна может превращаться в волну с круговой или линейной поляризацией. Характер поляризации результирующей волны, возникающей вследствие магнитной анизотропии, можно экспериментально определить вращением анализатора  $A$ , т.е. сняв полярную диаграмму  $I(\varphi)$  зависимости интенсивности  $I$

волны, проходящей через анализатор, от угла  $\varphi$  его поворота. Теоретическая полярная диаграмма дается выражением (см. лаб. раб. 8, формула (22)):

$$I = I_0 \left( \cos^2 \varphi - \sin 2\alpha \sin 2(\varphi + \alpha) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right), \quad (4)$$

где  $I_0$  – интенсивность волн, выходящих из поляризатора.

При  $\alpha = 45^\circ$  получим

$$I(\varphi) = I_0 \left( \cos^2 \varphi - \cos 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2} \right). \quad (5)$$

Формулы (4) и (5) можно рассматривать как результат интерференции поляризованных волн, выделяемых анализатором. В частном случае интенсивность при интерференции поляризованных волн, когда главные линии анализатора и поляризатора параллельны ( $\varphi = 0$ ), равна

$$I_{\parallel} = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (6)$$

При взаимно перпендикулярных линиях поляризатора и анализатора ( $\varphi = 90^\circ$ ) интенсивность интерферирующих волн равна

$$I_{\perp} = I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (7)$$

Измерив интенсивность  $I_{\parallel}$  и  $I_{\perp}$  при параллельных и перпендикулярных линиях анализатора и поляризатора, можно определить разность фаз  $\delta$ :

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{I_{\perp}}{I_{\parallel}}}, \quad (8)$$

или

$$\delta = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{I_{\perp}}{I_{\parallel}}}. \quad (9)$$

Построив экспериментальную полярную диаграмму результирующей волны, можно определить максимальное  $I_{\max}$  и минимальное  $I_{\min}$  значения интенсивности волны, проходящей через анализатор. Полуоси  $a$  и  $b$  эллиптически поляризованной волны определяются соотношением:

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_{\min}}}. \quad (10)$$

В ряде случаев зависимость разности показателей преломления ( $n_e - n_o$ ) от напряженности постоянного магнитного поля  $H_{\text{вн}}$  при распространении света перпендикулярно линиям напряженности дается соотношением:

$$(n_e - n_o) = c\lambda H_{\text{вн}}^2, \quad (11)$$

где  $c$  – постоянная Коттона-Мутона, характеризующая свойства вещества.

Эффект Коттона-Мутона аналогичен явлению Керра и принципиально отличается от эффекта Фарадея. Постоянная  $c$ , например для нитробензола, равна  $c = 2,25 \times 10^{-2} \text{ м}^{-1} \text{ Тл}^{-2}$ . В магнитном поле с индукцией 1 Тл при прохождении светом расстояния  $\lambda = 1 \text{ м}$  разность фаз  $\delta = 0,14 \text{ рад}$ .

## 2 Экспериментальная установка

Известно, что ферриты по своим электрическим и магнитным свойствам изотропны. Однако при внесении их в постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}_{\text{вн}}$  они становятся анизотропными. При этом главная "оптическая" ось совпадает с направлением вектора  $\mathbf{H}_{\text{вн}}$ . Общий вид установки для исследования явления Коттона-Мутона показан на рис. 2. Прибор для исследования явления Коттона-Мутона состоит из клистронного генератора 1 сантиметровых электромагнитных волн, нагруженного цилиндрическим волноводом из меди (рис. 3). Внутренний диаметр волновода равен 23 мм. С одной стороны волновод закорочен подвижным плунжером 3, а с другой оканчивается конической антенной 4. Ферритовый стержень 5 длиной  $d = 5$  мм закрепляется с помощью кольца из пенопласта по центру цилиндрического волновода 2. Для создания постоянного поперечного магнитного поля  $\mathbf{H}_{\text{вн}}$  волновод помещается в области феррита между полюсами электромагнита. В качестве электромагнита используется ярмо от разборного универсального трансформатора с двумя обмотками на 220 В. Обмотки электромагнита, соединенные последовательно, питаются постоянным током от выпрямителя ВС-24. На волноводе 2 установлена стрелка, указывающая направление электрического вектора  $\mathbf{E}$  линейно поляризованной волны, распространяющейся в нем в отсутствии постоянного магнитного поля ( $\mathbf{H}_{\text{вн}} = 0$ ). Другими словами, стрелка показывает ориентацию линии поляризации волны, падающей на феррит или линию "поляризатора". Роль анализатора в установке играет приемная рупорная антенна, соединенная с микроамперметром Ф-195.

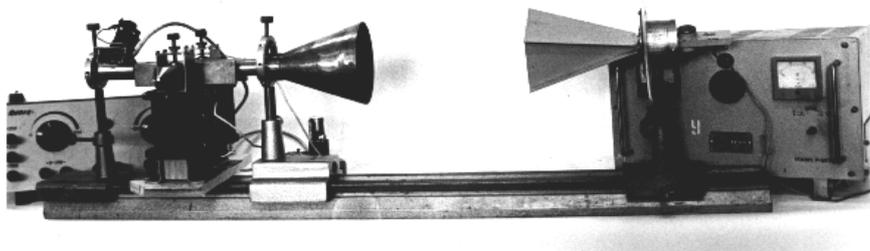


Рис. 2

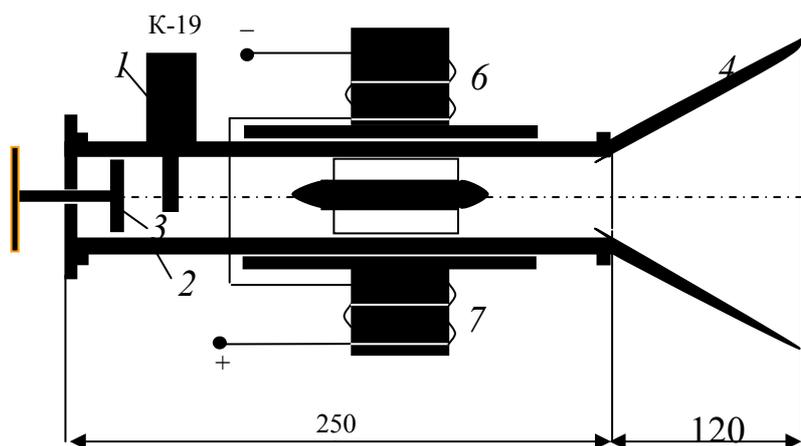


Рис. 3

## 3 Ход работы

1. Установить волновод генератора между соленоидами так, чтобы электрический вектор  $\mathbf{E}$  электромагнитной волны составлял с силовыми линиями постоянного магнитного поля  $\mathbf{H}_{\text{вн}}$  угол  $\alpha = 45^\circ$ . Установить напротив конической антенны генератора приемную рупорную антенну так, чтобы их продольные оси находились строго на одной прямой. Включить источник питания ВУП-2 генератора сантиметровых волн и по показанию микроамперметра Ф-195 проверить его работу.

2. При отсутствии постоянного магнитного поля ( $\mathbf{H}_{\text{вн}} = 0$ ) снять зависимость  $J$  принимаемых волн от угла  $\varphi$  поворота приемной рупорной антенны вокруг ее продольной оси. Измерения производить через каждые  $10^\circ$ . Данные занести в табл. 1.

3. По полученным экспериментальным данным построить полярную диаграмму  $J_1(\varphi)$  волны, падающей на феррит.

4. Подать на соленоиды напряжение от ВС-24. Установить значение постоянного тока  $I_1 = 0,8$  А. При наличии поперечного магнитного поля ( $\mathbf{H}_{\text{вн}} \neq 0$ ) снять экспериментальную зависимость интенсивности  $J_1$  волны, проходящей через феррит, от угла  $\varphi$  поворота приемной антенны вокруг ее продольной оси. Полученные данные занести в табл. 1.

5. По экспериментальным данным построить полярную диаграмму  $J_1(\varphi)$  результирующей волны, выходящей из феррита при наличии поперечного магнитного поля. По полярной диаграмме  $J_1(\varphi)$  определить полуоси  $a$  и  $b$  эллипса для эллиптически поляризованной волны.

6. Установить значение постоянного тока в обмотках электромагнита  $I_2 = 1,1$  А. Снять экспериментальную зависимость интенсивности принимаемых волн  $J_2$ , проходящих через феррит, от угла  $\varphi$  поворота приемной антенны вокруг ее продольной оси. Данные занести в табл. 1. По экспериментальным данным построить полярную диаграмму  $J_2(\varphi)$  волны выходящей из намагниченного феррита.

7. Повторить измерения при токах  $I_3 = 2$  А и  $I_4 = 2,5$  А. Данные занести в табл. 1 и построить соответствующие полярные диаграммы.

8. Для одного значения поперечного магнитного поля  $\mathbf{H}_{\text{вн}}$  установить главную линию "анализатора" параллельно главной линии "поляризатора" и измерить интенсивность  $J_{\parallel}$  при интерференции поляризованных волн. Повернуть приемную рупорную антенну на угол  $90^\circ$  и измерить интенсивность  $J_{\perp}$  при взаимно перпендикулярных линиях "поляризатора" и "анализатора". По формуле (9) вычислить разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами.

9. По формуле (1) вычислить разность ( $n_e - n_o$ ) показателей преломления в анизотропной среде.

Таблица 1

$H_{\text{вн}} = 0$	φ, град	0°	10°	20°	30°	...	360°
	$J$ , μА						
$H_{\text{вн}} \neq 0$ $I_1 = 0,8$ А	φ, град	0°	10°	20°	30°	...	360°
	$J_1$ , μА						
$H_{\text{вн}} \neq 0$ $I_2 = 1,1$ А	φ, град	0°	10°	20°	30°	...	360°
	$J_2$ , μА						
$H_{\text{вн}} \neq 0$ $I_3 = 2$ А	φ, град	0°	10°	20°	30°	...	360°
	$J_3$ , μА						
$H_{\text{вн}} \neq 0$ $I_4 = 2,5$ А	φ, град	0°	10°	20°	30°	...	360°
	$J_4$ , μА						

#### 4 Контрольные вопросы

1 В ЧЕМ СУЩНОСТЬ ЯВЛЕНИЯ КЕРРА? ОБЪЯСНИТЕ ПРИЧИНУ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОПТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ ВЕЩЕСТВА В ПОПЕРЕЧНОМ ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ.

2 Объясните устройство прибора для наблюдения эффекта Керра. Какое применение находит явление Керра?

3 В чем сущность явления Коттона-Мутона? Объясните причину возникновения оптической анизотропии вещества в поперечном постоянном магнитном поле.

4 Объясните устройство установки для наблюдения эффекта Коттона-Мутона. Какова роль поляризатора и анализатора в этой установке?

5 Как можно определить параметры эллипса в эллиптически поляризованной волне, выходящей из анизотропного вещества?

6 Как экспериментально можно определить разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами в явлении Коттона-Мутона?

7 От чего зависит оптическая разность хода волн при интерференции поляризованных волн в явлении Коттона-Мутона? Как экспериментально можно определить эту разность хода?

8 Как зависит  $(n_e - n_o)$  от напряженности постоянного магнитного поля?

9 Объясните устройство и работу установки для исследования эффекта Коттона-Мутона в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн.

## Лабораторная работа 11

### ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОДНООСНОГО КРИСТАЛЛА

**Цель работы:** Экспериментально получить эллипсоид диэлектрической проницаемости, оптическую индикатрису и волновые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей в одноосном кристалле.

#### 1 Общие теоретические положения

Слоистая диэлектрическая структура, как искусственная анизотропная среда для сантиметровых электромагнитных волн ( $\lambda = 3,2$  см), представляет собой систему большого числа плоских изотропных тонких листов любого диэлектрика, разделенных, например, воздушными промежутками. Слоистую диэлектрическую структуру для радиоволн можно изготовить из тонких листов органического стекла толщиной  $d_1$  расположенных параллельно друг другу так, что толщина воздушных зазоров между листами органического стекла равна  $d_2$  (рис. 1).

Анизотропия диэлектрических свойств возникает из-за различия граничных условий при переходе поверхностей между листами диэлектрика и воздушными промежутками. Примем за главную направление, перпендикулярное направлению, совпадающее с осью  $Z$  чая.

1 Предположим, что в слоистой структуре листов распространяется плоская волна электрический вектор которой параллелен оси  $Y$  электрический вектор  $\mathbf{E}$  этой волны слоистой диэлектрической структуры, является обыкновенной волной. Если размеры листов оргстекла достаточно велики, а величины  $d_1$  и  $d_2$  малы по сравнению с  $\lambda$ , то электрическое поле в листах и между ними можно считать однородным. Учитывая, что тангенциальная составляющая электрического вектора  $\mathbf{E}$  должна быть непрерывной на границах раздела сред, значение вектора  $\mathbf{E}$  внутри листов и между ними должно быть одинаково. Следовательно,  $\mathbf{D}_1 = \epsilon_1 \mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}_2 = \epsilon_2 \mathbf{E}$ , где  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  диэлектрические проницаемости соответственно органического стекла и воздуха. Среднее значение вектора электрического смещения, полученное усреднением по всему объему структуры, равно

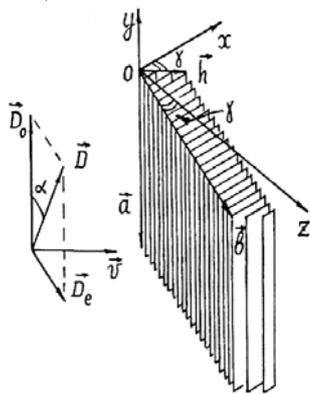


Рис. 1

свойств слоистой структуры возникает для векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  электрического поля листами диэлектрика и воздушными промежутками. "оптическую" ось слоистой структуры листам органического стекла, т.е. (рис. 1), и рассмотрим два частных слу-

диэлектрической структуре вдоль ее электромагнитная волна электрический (рис. 1). Так как в данном случае перпендикулярен к главной оси  $Z$  туры, то волна, распространяющаяся в

$$\mathbf{D} = \frac{d_1 \vec{D}_1 + d_2 \vec{D}_2}{d_1 + d_2} = \frac{d_1 \epsilon_1 + d_2 \epsilon_2}{d_1 + d_2} \vec{E}. \quad (1)$$

Следовательно, для обыкновенной волны, распространяющейся перпендикулярно главной оси в любом

направлении диэлектрической структуры, ее эффективная диэлектрическая проницаемость равна

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_y = \varepsilon_x = \frac{\vec{D}}{\vec{E}} = \frac{d_1 \varepsilon_1 + d_2 \varepsilon_2}{d_1 + d_2}. \quad (2)$$

Если толщина листов органического стекла равна величине воздушных зазоров ( $d_1 = d_2$ ), то согласно (2) имеем

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_y = \varepsilon_x = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}. \quad (3)$$

Для обыкновенной волны, вектор  $\mathbf{E}$  которой всегда перпендикулярен к главной оси структуры, независимо от направления ее распространения должны выполняться указанные граничные условия (непрерывность тангенциальной составляющей вектора  $\mathbf{E}$ ), а следовательно, для обыкновенной волны эквивалентный показатель преломления слоистой структуры всегда равен

$$n_0 = \sqrt{\varepsilon_0 \mu} = \sqrt{\frac{d_1 \varepsilon_1 + d_2 \varepsilon_2}{d_1 + d_2}}, \quad (4)$$

при  $\mu = 1$  и при  $d_1 = d_2$  имеем

$$n_0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}}. \quad (5)$$

Фазовая скорость обыкновенной волны, распространяющейся в любом направлении диэлектрической слоистой структуры, одинакова и равна  $v_0 = \frac{c}{n_0}$ . Следовательно, волновая поверхность обыкновенной волны представляет собой сферу.

2 Предположим, что вдоль листов слоистой структуры распространяется необыкновенная волна, электрический вектор  $\mathbf{E}$  которой параллелен главной оси  $Z$  структуры (рис. 1). Учитывая, что нормальная составляющая вектора электрического смещения  $\mathbf{D}$  должна оставаться непрерывной при пересечении границ раздела сред, вектор смещения  $\mathbf{D}$  должен быть одинаков как внутри лент, так и в промежутках между ними, т.е.  $\vec{E}_1 = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_1}$ ;  $\vec{E}_2 = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_2}$ . Среднее значение напряженности  $\mathbf{E}$  поля, полученное усреднением по всему объему слоистой структуры, равно

$$\mathbf{E} = \frac{d_1 \vec{E}_1 + d_2 \vec{E}_2}{d_1 + d_2} = \frac{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}{d_1 + d_2} \vec{D}. \quad (6)$$

В данном случае эффективная диэлектрическая проницаемость слоистой структуры равна

$$\varepsilon_e = \varepsilon_z = \frac{\vec{D}}{\vec{E}} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (d_1 + d_2)}{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1}, \quad (7)$$

при  $d_1 = d_2$  получим

$$\varepsilon_e = \frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_2 + \varepsilon_1}. \quad (8)$$

Таким образом, для необыкновенной волны, которая распространяется перпендикулярно к главной оси слоистой структуры, ее эквивалентный показатель преломления равен:

$$n_e = \sqrt{\varepsilon_e \mu} = \sqrt{\varepsilon_e} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (d_1 + d_2)}{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1}}, \quad (9)$$

при  $\mu = 1$ . В случае, если  $d_1 = d_2$ , имеем

$$n_e = \sqrt{\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}. \quad (10)$$

Если необыкновенная волна распространяется под некоторым углом  $\beta$  к оптической оси слоистой структуры, то вектор  $\mathbf{E}$  этой волны составит с оптической осью угол  $(90^\circ - \beta)$ . Для такой волны показатель преломления  $n_e^I$  зависит от эффективной диэлектрической проницаемости структуры  $\varepsilon^I$  в направлении, определяемом направлением вектора  $\mathbf{D}$ . Показатель преломления  $n_e^I$  для такой волны будет заключен в пределах  $n_e < n_e^I < n_o$ . Необыкновенная волна, распространяющаяся вдоль главной оси  $Z$  слоистой структуры, является обыкновенной волной, так как ее электрический вектор оказывается перпендикулярным к главной оси  $Z$ . В этом случае показатель преломления  $n_e^{II} = n_o = \sqrt{\varepsilon_o}$ .

Необыкновенная волна, распространяющаяся перпендикулярно к главной оси  $Z$  анизотропной структуры, имеет фазовую скорость равную  $v_e = \frac{c}{n_e}$ . Необыкновенная волна, распространяющаяся вдоль главной оси структуры, становится обыкновенной волной и ее фазовая скорость равна  $v_e = v_o = \frac{c}{n_o}$ . Так как  $n_e < n_o$ , то  $v_e > v_o$ . Необыкновенная волна, распространяющаяся под углом  $\beta$  к главной оси анизотропной структуры, имеет фазовую скорость  $v_e^I = \frac{c}{n_e^I}$ , которая занимает промежуточное положение  $v_e > v_e^I > v_o$ , так как  $n_e < n_e^I < n_o$ . Таким образом, необыкновенная волна в анизотропной слоистой структуре имеет волновую поверхность в виде эллипсоида вращения.

Учитывая, что относительная диэлектрическая проницаемость органического стекла в диапазоне радиоволн равна  $\varepsilon_1 = 2,56$ , а проницаемость воздуха  $\varepsilon_2 = 1$ , согласно формуле (3) и (8) можно найти главные эффективные проницаемости слоистой диэлектрической структуры

$$\varepsilon_o = \varepsilon_x = \varepsilon_y = 1,78; \quad \varepsilon_e = \varepsilon_z = 1,44. \quad (11)$$

Таким образом, слоистая диэлектрическая структура является аналогом одноосного двоякопреломляющего кристалла, для которого выполняется соотношение  $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$ .

Поверхность эллипсоида вращения для диэлектрической проницаемости слоистой структуры можно теоретически построить на основе уравнения:

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x} + \frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = 1. \quad (12)$$

Зная главные эффективные диэлектрические проницаемости слоистой структуры (11) можно найти главные значения показателя преломления анизотропной среды:

$$n_x = n_y = \sqrt{\varepsilon_x} = 1,33; \quad n_z = \sqrt{\varepsilon_z} = 1,20, \quad (13)$$

или

$$n_o = 1,33; \quad n_e = 1,20. \quad (14)$$

На основании этих данных можно теоретически построить эллипсоид показателя преломления для слоистой структуры или оптическую индикатрису анизотропной среды:

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1. \quad (15)$$

## 2 Экспериментальная установка

Для экспериментального исследования интерференционным методом анизотропии электрических и оптических свойств слоистой структуры необходимо иметь набор двоякопреломляющих пластинок одинаковой толщины  $h$ , но с различной ориентацией в них главной "оптической" оси  $Z$ . Это позволит наблюдать прохождение электромагнитной волны в различных направлениях анизотропной среды и при различной ориентации вектора электрического смещения  $\mathbf{D}_e$  необыкновенной волны по отношению к главной оси слоистой структуры. С этой целью изготовлено семь плоскопараллельных прямоугольных пластинок слоистой структуры в форме параллелепипедов высотой  $a = 25$  см, длиной  $b = 24$  см и толщиной  $h = 6,0$  см каждая (рис. 1). Векторы  $\mathbf{a}$ ;  $\mathbf{b}$ ;  $\mathbf{h}$  ортогональны. Во всех семи пластинках листы органи-

ческого стекла толщиной  $d_1 = 4$  мм устанавливаются вертикально. Величина воздушного зазора между листами также равна  $d_2 = 4$  мм. Листы органического стекла скрепляются металлическими шпильками. Для обеспечения необходимого воздушного зазора между листами на шпильки надевают цилиндрические прокладки в виде трубочек высотой  $d_2 = 4$  мм. Семь пластинок отличаются друг от друга тем, что в них листы органического стекла составляют с гранью, содержащей ребра **a**; **h**, различные углы:  $\gamma = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ . На рис. 1 изображена одна из таких двоякопреломляющих пластинок. Листы оргстекла параллельны плоскости  $XOY$ , главная ось  $Z$  слоистой структуры расположена перпендикулярно листам органического стекла. На рис. 1 видно, что листы стекла, содержащие ось  $X$ , составляют с ребром **h** пластинки угол  $\gamma$ . Такой же угол  $\gamma$  в анизотропной пластинке составляет главная ось  $Z$  с ребром **b**. В частном случае при  $\gamma = 0^\circ$  листы органического стекла располагаются перпендикулярно к ребру **b**, при этом главная ось  $Z$  двоякопреломляющей пластинки совпадает с направлением ребра **b**. В другом частном случае при  $\gamma = 90^\circ$  листы органического стекла в пластинке располагаются параллельно грани, содержащей ребра **a** и **b**, при этом главная ось  $Z$  анизотропной пластинки совпадает по направлению с ребром **h**.

Измерительная установка состоит из клистронного генератора радиоволн, нагруженного прямоугольным волноводом с рупорной антенной. Сверхвысокочастотное излучение модулируется низкочастотным сигналом мультивибратора. Электромагнитная волна, излучаемая рупорной антенной, является линейно поляризованной, при этом электрический вектор **E** волны перпендикулярен к широкой стенке волновода, который соединен с рупорной антенной. Источник радиоволн можно рассматривать как "поляризатор" соответствующего оптического прибора. Приемником радиоволн служит рупорная антенна, переходящая в прямоугольный волновод с детекторной секцией. Учитывая квадратичность вольтамперной характеристики детектора, интенсивность принимаемой волны измеряется микроамперметром Ф-195. Учитывая избирательность свойства приемной антенны по отношению поляризации принимаемой волны (она максимально принимает волну, если вектор **E** перпендикулярен к широкой стенке волновода), приемная рупорная антенна может рассматриваться как "анализатор" соответствующего оптического прибора. Линии, перпендикулярные к широким стенкам волноводов источника и приемника радиоволн, можно назвать главными линиями "поляризатора" и "анализатора".

При облучении анизотропной пластинки, выполненной в виде слоистой структуры, линейно поляризованной волной, вектор **D** электрического смещения которой составляет с ребрами **a** и **b** угол  $\alpha = 45^\circ$ , в ней одновременно распространяется две волны с ортогональными линиями поляризации: обыкновенная **D<sub>o</sub>** и необыкновенная **D<sub>e</sub>** равных амплитуд:  $D_o = D_e = D \cos \alpha$  (рис. 1). Для обыкновенной волны, вектор **D<sub>o</sub>** которой всегда перпендикулярен к главной оси  $Z$  двоякопреломляющей пластинки, показатель преломления имеет постоянное значение  $n_o = \sqrt{\epsilon_y} = \sqrt{\epsilon_o} = 1,33$  независимо от используемой пластинки. Для необыкновенной волны, вектор **D<sub>e</sub>** которой составляет в общем случае с главной осью  $z$  пластинки произвольный угол  $\gamma$ , показатель преломления  $n_e$  будет зависеть от относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon(\gamma)$  в направлении, определяемом ориентацией вектора **D<sub>e</sub>**, т.е.  $n_e(\gamma) = \sqrt{\epsilon(\gamma)}$ . Другими словами, показатель преломления для необыкновенной волны будет различен для различных пластинок, так как вектор **D<sub>e</sub>** в них составляет различные углы  $\gamma$  с "оптической" осью  $Z$ . Таким образом, при указанном облучении произвольной анизотропной пластинки линейно поляризованной волной, обыкновенная и необыкновенная волны имеют различные показатели преломления  $n_o$  и  $n_e(\gamma)$ , а следовательно, и различные фазовые скорости. Вследствие этого на выходе из пластинки между обыкновенной и необыкновенной волнами возникает оптическая разность хода:

$$\Delta = h [n_o - n_e(\gamma)], \quad (16)$$

или соответствующая разность фаз:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} [n_o - n_e(\gamma)]h, \quad (17)$$

где  $h$  – геометрическая толщина пластинки.

Согласно теории интерференции поляризованных волн в одноосных кристаллических пластинках (см. лаб. раб. 8) интенсивность волны, проходящей через анализатор, определяется выражением:

$$J = J_0 \left\{ \cos^2 \varphi - \sin 2\alpha \sin 2(\varphi + \alpha) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}, \quad (18)$$

где  $\alpha$  – угол, который составляет вектор  $\mathbf{E}$  линейно поляризованной волны, падающей на анизотропную пластинку, с ее главной "оптической" осью;  $\varphi$  – угол между главными линиями анализатора и поляризатора;

$\delta$  – разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами, возникающими при прохождении анизотропной пластинки.

Пусть угол между главными осями поляризатора и анализатора равен нулю ( $\varphi = 0^\circ$ ). Тогда из формулы (18) получим:

$$J_{\parallel} = J_0 \left( 1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\delta}{2} \right). \quad (19)$$

Пусть угол между главными осями поляризатора и анализатора равен  $\varphi = 90^\circ$ . Тогда из формулы (18) получим

$$J_{\perp} = J_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (20)$$

В частном случае при  $\alpha = 45^\circ$  интенсивность принимаемых волн при параллельных линиях поляризатора и анализатора равна

$$J_{\parallel} = J_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad (21)$$

а при взаимно перпендикулярных линиях поляризатора и анализатора равна

$$J_{\perp} = J_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (22)$$

Из последних двух выражений имеем

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{J_{\perp}}{J_{\parallel}}}, \quad (23)$$

или

$$\delta = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{J_{\perp}}{J_{\parallel}}}. \quad (24)$$

Таким образом, измерив интенсивность  $J_{\perp}$  и  $J_{\parallel}$  при интерференции поляризованных волн в пластинке, можно определить разность фаз  $\delta$  между обыкновенной и необыкновенной волнами.

### 3 Ход работы

1 Устанавливают источник и приемник сантиметровых электромагнитных волн с рупорными антеннами напротив друг друга на расстоянии около одного метра. Добиваются того, чтобы продольные линии волноводов источника и приемника находились на одной прямой.

2 Устанавливают между источником и приемником анизотропную пластинку, у которой угол  $\gamma = 0^\circ$ , так чтобы ее плоскость была перпендикулярна линии, соединяющей источник и приемник. Включив генератор, облучают пластинку линейно поляризованной волной так, чтобы вектор  $\mathbf{E}$  волны составлял с ребрами  $a$  и  $b$  пластины угол  $\alpha = 45^\circ$ . Вращая приемную рупорную антенну вокруг продольной оси, устанавливают ее так, чтобы главные линии поляризатора и анализатора были взаимно перпендикулярны. Измерьте интенсивность  $J_{\perp}$  принимаемых волн. Повернув приемную антенну вокруг продольной оси на

угол  $90^\circ$ , измерьте интенсивность волн при параллельных линиях поляризатора и анализатора. Полученные значения  $I_{\perp}$  и  $I_{\parallel}$  занести в табл. 1.

3 По описанной методике (п. 2) измеряют последовательно интенсивности принимаемых волн  $I_{\perp}$  и  $I_{\parallel}$  для пластинок, у которых  $\gamma = 15^\circ$ ;  $\gamma = 30^\circ$ ;  $\gamma = 45^\circ$ ;  $\gamma = 60^\circ$ ;  $\gamma = 75^\circ$ ;  $\gamma = 90^\circ$ . Измеренные величины  $I_{\perp}$  и  $I_{\parallel}$  занести в табл. 1.

4 По формуле (24) для каждой из семи анизотропных пластинок рассчитать разность фаз  $\delta$  между обыкновенной и необыкновенной волнами. Величину  $\delta$  выражают в радианах. Вычисленное значение  $\delta$  занести в табл. 1.

Таблица 1

$\gamma$ , град	$I_{\perp}$ , $\mu\text{A}$	$I_{\parallel}$ , $\mu\text{A}$	$\delta$ , рад	$n_o$	$n_e(\gamma)$	$\varepsilon(\gamma)$	$v_o \times 10^8$ , м/с	$v_e \times 10^8$ , м/с
0								
15								
30								
45								
60								
75								
90								

5 По формуле (17) для каждой из семи пластинок вычисляют показатель преломления необыкновенной волны  $n_e(\gamma)$  в направлении, определенном углом  $\gamma$ . При расчете считать, что показатель преломления обыкновенной волны  $n_o = 1,33$ ; геометрическая толщина пластинки  $h = 60$  мм;  $\lambda = 32$  мм. Вычисленные значения  $n_e(\gamma)$  занести в табл. 1. По полученным данным для  $n_e(\gamma)$  и  $n_o = 1,33$  построить в полярных координатах оптическую индикатрису для необыкновенной и обыкновенной волны в плоскости  $XOZ$  одноосного кристалла.

6 По формуле  $\varepsilon(\gamma) = n^2(\gamma)$  вычислить эквивалентную проницаемость одноосного кристалла для различных направлений, определяемых углом  $\gamma$ . Данные занести в табл. 1 и построить в полярных координатах эллипсоид диэлектрической проницаемости в плоскости  $XOZ$ .

7 Рассчитать скорость необыкновенной волны  $v_e$  для различных направлений определяемых углом  $\gamma$ . При расчете значений скорости  $v_e$  следует учесть поперечность электромагнитных волн, т.е. при вычислении скорости  $v_e(\gamma)$ , распространяющейся по заданному направлению  $\gamma$  по отношению и главной оси  $Z$ , показатель преломления  $n_e$  берется для угла  $(90^\circ - \gamma)$ , т.е.:

$$v_e(\gamma) = \frac{c}{n_{e(90^\circ - \gamma)}},$$

где  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – скорость света в вакууме.

Вычислите значения  $v_e(\gamma)$  для различных  $\gamma = 0^\circ$ ;  $15^\circ$ ;  $30^\circ$ ;  $45^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $75^\circ$ ;  $90^\circ$ , занесите их в табл. 1 и постройте волновую поверхность для необыкновенной волны в полярных координатах в плоскости  $XOZ$ .

Вычислить скорость обыкновенной волны в одноосном кристалле  $v_o = \frac{c}{n_o}$  и построить волновую поверхность в плоскости  $XOZ$ .

#### 4 Контрольные вопросы

1. В чем причина оптической анизотропии слоистой диэлектрической структуры? Выведите формулы для главных диэлектрических проницаемостей слоистой структуры и постройте эллипсоид диэлектрической проницаемости.

2. Что понимается под оптической индикатрисой одноосного кристалла? Напишите формулы для главных показателей преломления слоистой структуры и постройте оптическую индикатрису.

3. На основе оптической индикатрисы одноосного кристалла докажете, что волновая поверхность необыкновенной волны является эллипсоидом вращения, а волновая поверхность обыкновенной волны является сферой.

4. Дайте понятие лучевой и нормальной скорости. Как ориентированы векторы этих скоростей и векторы  $\mathbf{E}$ ;  $\mathbf{D}$ ;  $\mathbf{H}$ ;  $\mathbf{B}$  в общем случае.

5. Используя понятие о волновых поверхностях, объясните четыре основных случая преломления естественного света при падении на грань одноосного кристалла.

6. Объясните действие двойкопреломляющих поляризационных призм Николя, Волластона и Глана с воздушной прослойкой.

## СОДЕРЖАНИЕ

### ПРЕДИСЛОВИЕ

..... 3

**1 ЭЛЕМЕНТЫ ТЕХНИКИ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ** ..... 4

1.1 Распространение электромагнитных волн в волноводах ..... 4

1.2 Объемные резонаторы ..... 1

1.3 Генерация СВЧ-колебаний ..... 1  
..... 3

1.4 Искусственные среды для радиоволн ..... 1  
..... 8

**Лабораторная работа 1** Исследование проникновения электромагнитных волн в менее оптически плотную среду при условии полного внутреннего отражения ..... 2  
..... 3

**Лабораторная работа 2** Экспериментальная проверка закона Малюса ..... 2  
..... 9

**Лабораторная работа 3** Исследование двухлучевой интерференции ... ..... 3  
..... 5

**Лабораторная работа 4** Изучение работы интерферометра ..... 4

Майкельсона	0
.....	
.....	
<b>Лабораторная работа 5</b> Исследование многолучевой интерференции ..	4 5
<b>Лабораторная работа 6</b> Исследование дифракции Френеля на круглом отверстии переменного диаметра .....	5 1
<b>Лабораторная работа 7.</b> Исследование дифракции Фраунгофера на щели	
.....	5
....	7
<b>Лабораторная работа 8</b> Исследование свойств фазовых двоякопреломляющих пластинок	6
.....	1
<b>Лабораторная работа 9</b> Исследование магнитооптического явления Фарадея	7
.....	3
<b>Лабораторная работа 10</b> Исследование магнитооптического эффекта Коттона-Мутона	7
.....	8
<b>Лабораторная работа 11</b> Исследование анизотропии электрических и оптических свойств одноосного кристалла ....	8 4