ФИЗИКА

МЕХАНИКА

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ

Учебное издание

ФИЗИКА

МЕХАНИКА

Лабораторные работы

Составители:
ВЯЗОВОВ Виктор Борисович,
КУДРЯВЦЕВ Сергей Павлович,
ПЛОТНИКОВ Владимир Павлович ПОДКАУРО Александр Михайлович,
ШИШИН Валерий Анатольевич

Редактор В.Н. Митрофанова
Компьютерное макетирование М.А. Филатовой

Подписано в печать 27.06.06
Формат 60 × 84 / 16. Бумага газетная. Гарнитура Times New Roman.
1,36 уч.-изд. л. Тираж 150 экз. Заказ № 349

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета,
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

Министерство образования и науки Российской Федерации

ГОУ ВПО "Тамбовский государственный технический университет"

ФИЗИКА

МЕХАНИКА

Лабораторные работы для студентов 1 курса дневного и 2 курса заочного отделений всех специальностей инженерно-технического профиля

Тамбов
♦ Издательство ТГТУ ♦
2006

УДК 53
ББК В3л73-5
Ф503

Рецензент

Доктор физико-математических наук, профессор ТГУ им. Г.Р. Державина
В.А. Федоров

Составители:
В.Б. Вязовов, *С.П. Кудрявцев*, *В.П. Плотников* *А.М. Подкауро*, *В.А. Шишин*

Ф503 Физика (механика) : лабораторные работы / Сост. : В.Б. Вязовов, С.П. Кудрявцев, В.П. Плотников, А.М. Подкауро, В.А. Шишин. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – 32 с.

Представлены лабораторные работы для студентов первого курса дневного и второго курсов заочного отделений всех специальностей инженерно-технического профиля.

УДК 53
ББК В3л73-5

ИЗУЧЕНИЕ УДАРА ШАРОВ

Цель работы: ознакомление с явлениями, связанными с движением и соударением шаров. Определение коэффициентов восстановления скорости и энергии при не абсолютно упругом ударе.

Приборы и принадлежности: установка для изучения удара шаров, технические весы, комплект шаров.

Методические указания

Перед выполнением лабораторной работы необходимо проработать теоретический материал, выяснить сущность явлений, возникающих при столкновении движущихся твердых тел. Для изучения соударения тел физики ввели понятие абсолютного упругого и абсолютно неупругого ударов. *Абсолютно упругий* удар при котором механическая энергия не переходит в другие немеханические виды энергий. *Абсолютно неупругий удар* при котором механическая энергия не сохраняется и переходит в другие виды энергий, в частности, в тепловую. В реальной жизни таких соударений не происходит. В работе рассматривается упругий центральный удар шаров. Удар длится очень короткий промежуток времени $10^{-4}\ldots10^{-6}$ с, а развевающееся на площадках контакта соударяющихся тел давление на поверхность достигает 10^5 и 10^6 Н/м^2 . При такой величине поверхностного давления в соударяющихся телах возникают остаточные деформации. Это приводит к тому, что часть энергии движущихся тел при столкновении переходит в тепловую и удар становится не абсолютно упругим. Для оценки степени упругости удара вводится понятие коэффициента восстановления скорости k и энергии ε. Коэффициент восстановления скорости, характеризующий уменьшение относительной скорости тел в результате удара, определяется соотношением

$$k = \frac{|\vec{U}_2 - \vec{U}_1|}{|\vec{V}_2 - \vec{V}_1|},$$

где $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ – скорости первого и второго тел до удара, а $\vec{U}_1$ и $\vec{U}_2$ – после удара.

Коэффициент восстановления энергии равен отношению суммарной кинетической энергии W_2 движущихся тел после удара к их кинетической суммарной энергии W_1 до удара $\varepsilon = W_2/W_1$.

Вывод расчетных формул

Изучение удара будем рассматривать на примере центрального удара двух шаров, подвешенных на нерастяжимых нитях длиной l. Пусть в начальный момент времени первый шар отклонен на угол α от положения равновесия, а второй висит неподвижно (рис. 1). Если отпустить первый шар, то его потенциальная энергия перейдет в кинетическую.

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2} . \qquad (1)$$

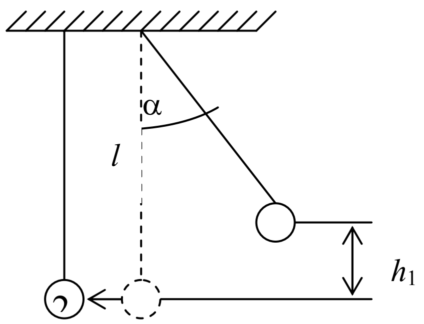


Рис. 1

Из соотношения (1) выразим величину скорости первого шара

$$V_1 = \sqrt{2gh_1} .$$

Значение h_1 можно определить (рис. 1)

$$h_1 = l(1 - l\cos\alpha) = 2l\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

или окончательно

$$V_1 = 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{gl}\ . \tag{2}$$

После удара шары получают скорости движения $\vec{U}_1$ и $\vec{U}_2$ и отклоняются соответственно на углы γ и β (см. рис. 1). Скорости движения шаров после удара находятся способом, аналогичным вычислению скорости движения первого шара до удара из закона сохранения энергии

$$U_1 = 2\sin\frac{\gamma}{2}\sqrt{gl}\ ,\ \ U_2 = 2\sin\frac{\beta}{2}\sqrt{gl}\ . \tag{3}$$

При ударе выполняется закон сохранения импульса системы шаров

$$m_1 V_1 = m_2 U_2 - m_1 U_1 \tag{4}$$

а коэффициент восстановления скорости в этом случае будет равен

$$k = \frac{|\vec{U}_2 - \vec{U}_1|}{|\vec{V}_1|}, \tag{5}$$

Учитывая противоположные направления скоростей $\vec{U}_1$ и $\vec{U}_2$, получим

$$k = \frac{U_2 + U_1}{V_1}. \tag{6}$$

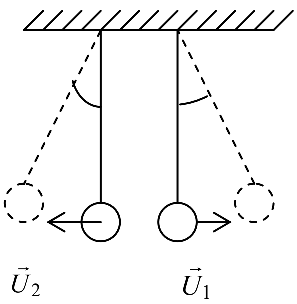


Рис. 2

Выражая U_1 из (4) и подставляя в (6) запишем

$$k = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\frac{U_2}{V_1} - 1\ . \tag{7}$$

Заменяя значения скоростей V_1 и U_2 по формулам (2) и (3), получаем расчетную формулу в следующем виде

$$k = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\frac{\sin\frac{\beta}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} - 1\ . \tag{8}$$

Перейдем к коэффициенту восстановления энергии. Согласно определению величина ε равна отношению кинетической энергии шаров после удара $\left(m_1 U_1^{\,2}/2 + m_2 U_2^{\,2}/2\right)$ к кинетической энергии шаров до удара $\left(m_1 V_1^{\,2}/2\right)$. С учетом этого

$$\varepsilon = \frac{m_1 U_1^2 + m_2 U_2^2}{m_1 V_1^2}.$$

Подставляя сюда значение U_1 из (6) и раскрывая скобки, можем записать

$$\varepsilon = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \frac{U_2{}^2}{V_1{}^2} - \frac{2kU_2}{V_1} + k^2. \tag{9}$$

Выражая из (7) значение U_2/V_1 и подставляя его в (9), имеем

$$\varepsilon = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \frac{m_1{}^2 (1+k)^2}{(m_1 + m_2)^2} - \frac{2m_1 k(k+1)}{m_1 + m_2} + k^2.$$

Проводя необходимые сокращения, приводя первые два слагаемых к общему знаменателю и раскрыв скобки, получаем

$$\varepsilon = \frac{(k^2 + 2k + 1 - 2k^2 - 2k) \cdot m_1}{m_1 + m_2} + k^2,$$

$$\varepsilon = \frac{(1 - k^2) m_1}{m_1 + m_2},$$

и, наконец, проводя окончательные преобразования, получаем формулу для вычисления коэффициента восстановления энергии в следующем виде

$$\varepsilon = \frac{m_1 + m_2 k^2}{m_1 + m_2}. \tag{10}$$

Вычисление ошибок измерений

Вычисление ошибки измерения коэффициента восстановления скорости k непосредственно по формуле (8) приводит к сложным преобразованиям. Для упрощения вычислений поступаем следующим образом. Перепишем (8) в виде

$$k + 1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \frac{\sin \beta/2}{\sin \alpha/2} \tag{11}$$

и будем искать погрешность определения величины $(k + 1)$.

Прологарифмируем соотношение (11)

$$\ln(k+1) = \ln(m_1 + m_2) - \ln m_1 + \ln \sin \beta/2 - \ln \sin \alpha/2,$$

продифференцируем полученное выражение

$$\frac{dk}{k+1}=\frac{dm_1+dm_2}{m_1+m_2}-\frac{dm_1}{m_1}+\frac{\cos\beta/2d\beta}{\sin\beta/2}-\frac{\cos\alpha/2d\alpha}{\sin\alpha/2}\,. \qquad (11')$$

Заменим в (11′) знаки дифференциала d на знак ошибки Δ и знаки "–", получившееся при логарифмировании и дифференцировании, на "+", получим

$$\frac{\Delta k}{k+1}=\frac{\Delta m_1+\Delta m_2}{m_1+m_2}+\frac{\Delta m_1}{m_1}+ctg\frac{\beta}{2}\Delta\beta+ctg\frac{\alpha}{2}\Delta\alpha\,.$$

И, наконец, чтобы вычислить абсолютную погрешность коэффициента восстановления скорости, умножим обе части последнего равенства на (k + 1).

Обратите внимание, что абсолютные ошибки $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ должны быть выражены в радианах

$$\Delta k=\left(\frac{\Delta m_1+\Delta m_2}{m_1+m_2}+\frac{\Delta m_1}{m_1}+ctg\frac{\beta}{2}\Delta\beta+ctg\frac{\alpha}{2}\Delta\alpha\right)(k+1). \qquad (12)$$

Чтобы вычислить относительную погрешность измерения k поделим обе части формулы (12) на k

$$E=\frac{\Delta k}{k}=\left(\frac{\Delta m_1+\Delta m_2}{m_1+m_2}+\frac{\Delta m_1}{m_1}+ctg\frac{\beta}{2}\Delta\beta+ctg\frac{\alpha}{2}\Delta\alpha\right)\left(\frac{k+1}{k}\right). \qquad (13)$$

Выведем формулу ошибок для вычисления коэффициента восстановления энергии. Прологарифмируем уравнение (10)

$$\ln\varepsilon=\ln\left(m_1+k^2m_2\right)-\ln\left(m_1+m_2\right).$$

Дифференцируем полученное выражение:

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon}=\frac{dm_1+k^2dm_2+2km_2dk}{m_1+k^2m_2}-\frac{dm_1+dm_2}{m_1+m_2}$$

И заменяя знак "–" на "+" и d на Δ, окончательно получаем

$$E=\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon}=\frac{\Delta m_1+k^2\Delta m_2+2km_2\Delta k}{m_1+k^2m_2}\,. \qquad (14)$$

Порядок выполнения работы

1 Ознакомиться с установкой для изучения удара шаров.
2 Взять из комплекта шары, указанные преподавателем, и взвешиванием определить их массы. Результаты и ошибку взвешивания записать в журнал наблюдений.

3 Подвесить шары на нити и отрегулировать их положение так, чтобы в свободно висящем состоянии получить их центральное соприкосновение.

4 Включить стопорный электромагнит, для чего перевести тумблер в состояние "Вкл".

5 Отвести правый шар из положения равновесия, закрепив его в этом положении электромагнитом. Записать в журнал наблюдений начальный угол α отклонения и ошибку его $\Delta\alpha$.

6 Включить электромагнит и зарегистрировать угол отклонения β левого шара. Результат записать в таблицу.

Пункты 4 – 6 проделать 5 раз.

Обработка результатов измерений

№ п/п	β_i	$\Delta\beta_i$	$\Delta\beta_i^2$	$S_n = \sqrt{\dfrac{\sum \Delta\beta_i^2}{n(n-1)}}$	$\Delta\beta = t_{\alpha n} S_n$ $(\perp t_{\alpha n} = 2{,}8)$
1 . . 5					
	$\sum_{n=1}^{n} \beta_i$				
	$\vec{\beta}$				

$m_1 = \ldots$; $\Delta m_1 = \ldots$; $\alpha = \ldots$;

$m_2 = \ldots$; $\Delta m_2 = \ldots$; $\Delta\alpha = \ldots$;

Контрольные вопросы

1 Что такое абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары шаров? В чем заключаются особенности упругого удара?

2 Вывести формулы для расчета скоростей шаров после абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.

3 Вывести формулу для расчета потери кинетической энергии после абсолютно неупругого удара.

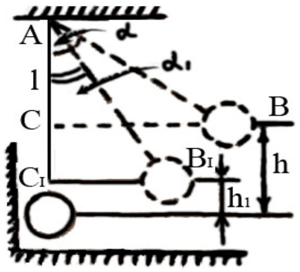
4 Что характеризуют коэффициенты восстановления скорости и энергии?

5 Вывести расчетные формулы для вычисления коэффициентов восстановления скорости и энергии.

6 Вывести расчетные формулы для вычисления ошибок измерения величин k и ε.

Лабораторная работа 2

ИЗУЧЕНИЕ УДАРА О НАКОВАЛЬНЮ



Цель работы: определение характеристик взаимодействия тел при соударении скорости V; времени удара; энергии, затраченной на пластическую деформацию и выделяющейся при этом мощности; величины средней силы взаимодействия и коэффициента восстановления энергии, определяющего степень упругости удара при взаимодействии различных материалов.

Приборы и принадлежности: установка для изучения удара, частотомер, линейка, штангенциркуль, образцы различных металлов.

Методические указания

Согласно закону сохранения механической энергии полная энергия замкнутой консервативной системы есть величина постоянная, т.е. $W = \ = W_p + W_k = \text{const}$ – где W_p и W_k – соответственно потенциальная и кинетическая энергия тела. При отклонении шара (рис. 3) из положения равновесия на угол α, он, соответственно, поднимается на высоту h. В этом положении его кинетическая энергия $W_k = 0$, а потенциальная W_n – максимальна. В нижнем положении при $h_0 = 0$ и $\alpha_0 = 0$ в момент соударения шара с неподвижной стенкой W_k – максимальна, а $W_p = 0$. То есть, максимальная потенциальная энергия шара в верхней точке равна максимальной кинетической энергии шара в нижней точке $W_{p\max} = W_{k\max}$.

Рис. 3

$$mgh_{\max} = \frac{mv^2{}_{\max}}{2}, \qquad (15)$$

где $h_{\max}$ – высота поднятия шара при отклонении на угол α, $\nu_{\max}$ – линейная скорость движения шара, направленная в нижней точке горизонтально (в дальнейшем будем опускать знак max). Это дает возможность при рассмотрении механической энергии системы взаимодействующих тел оперировать, при необходимости, каким-нибудь одним видом механической энергии и выражать одну из них через другую. Поскольку энергия неподвижной стенки в промежутке между ударами равна нулю, то при выводе формул будем рассматривать только энергию шара.

После соударения с неподвижной стенкой, шар отклоняется на меньший угол α_1. Конечные высота его подъема h_1 и потенциальная энергия W_{p1} меньше, чем начальные. При этом работа, совершаемая шаром при ударе, равна изменению его энергии

$$A = \Delta W_k = \Delta W_p = mgh - mgh_1 = mg(h - h_1) .$$

Из ΔABC и $\Delta\ AB_1C_1$ (рис. 1) $h = l - l\cos\alpha$, $h_1 = l - l\cos\alpha_1$, где l – расстояние от оси вращения до центра шара. Тогда

$$A = mgl(\cos\alpha_1 - \cos\alpha) . \tag{16}$$

Средняя мощность, развиваемая при ударе может быть рассчитана как $N = A/t$, где t – продолжительность соударения тел (время удара). Учитывая (16),

$$N = \frac{mgl(\cos\alpha_1 - \cos\alpha)}{t} . \tag{17}$$

Для нахождения средней величины силы удара, воспользуемся вторым законом динамики (законом Ньютона)

$$Ft = m\Delta\,\nu, \tag{18}$$

где Ft – импульс силы, $m\Delta\nu$ – изменение импульса шара при ударе. Если принять скорость движения шара в нижнем положении перед ударом за ν, а после удара за ν_1, то перед ударом импульс шара равен $m\nu$, после удара $-1m\nu_1$, так как направлен в противоположную сторону. При этом равенство (18) принимает вид

$$Ft = m\nu - (-m\nu_1) = m(\nu + \nu_1) ,$$

а величина силы равна

$$F = [m(\nu + \nu_1)]/t.$$

На основании уравнения (15) для максимальных значений кинетической и потенциальной энергии имеем $\nu = \sqrt{2gh}, \ \ \nu_1 = \sqrt{2gh_1}$ или

$$\nu = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}, \ \ \nu_1 = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_1)} . \tag{18$'$}$$

Тогда для F имеем окончательно

$$F = \frac{m\sqrt{2gl}\,(\sqrt{1-\cos\alpha} + \sqrt{1-\cos\alpha_1})}{\vec{t}}\,. \qquad (19)$$

Коэффициент восстановления энергии при соударении материальных тел равен, по определению, отношению полной механической энергии системы взаимодействующих тел после удара W_1 и до удара W, т.е. $\varepsilon = W_1/W$.

Поскольку куб с металлическими образцами неподвижен, то за максимальную энергию можно принять максимальную потенциальную энергию шара до и после удара $\varepsilon = mgh_1/mgh$

$$\varepsilon = \frac{1-\cos\alpha_1}{1-\cos\alpha}. \qquad (20)$$

Описание установки

Установка, предназначенная для изучения удара (рис. 4), состоит из основания *1*, стойки *2* с кронштейном *3*, в котором крепится штанга *4*, стержня *5* с электромагнитом *6*, стального куба *7*, шара *8* и шкалы *9*. Стальной куб крепится к основанию на вертикальной оси относительно которой может вращаться. Куб изолирован от основания. На вертикальных гранях куба крепятся металлические образцы *10* из стали, латуни, алюминия и свинца. Шар крепится к штанге на бифилярной подвеске, изготовленной из стального провода для обеспечения электрического контакта с основанием. Стальной куб с образцами и шар вместе с основанием соединены независимо с электронным устройством, включающим генератор импульсов и частотомер *11*. Эта система позволяет определить время соударения шара с металлическим образцом. При контакте шара с образцом замыкается электрическая сеть и включается генератор. В течение промежутка времени контакта генератор подает импульсы на частотомер. Поскольку частота следования импульсов – один импульс в одну микросе-

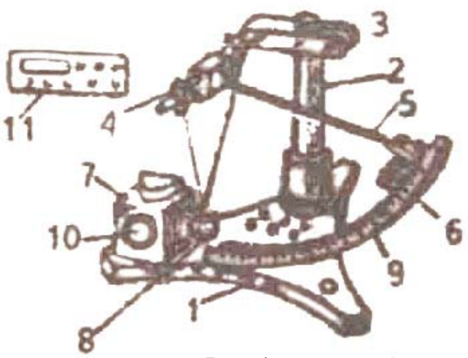


Рис. 4

кунду (10^{-6} с), то на световом табло частотомера высвечивается число, соответствующее количеству микросекунд, в течение которых происходит контакт. При повторном соударении шара с образцом время суммируется. Для исключения этого нельзя допускать повторного соударения. После записи полученного результата необходимо сбрасывать показания частотомера нажатием кнопки "СБРОС".

Порядок выполнения работы

1 Ознакомиться с установкой для изучения удара.

2 Измерить расстояние l от шара до оси вращения, определить массу шара.

3 Отрегулировать положение штанги таким образом, чтобы в положении равновесия шар находился около плоскости одного из образцов, не допуская при этом их соприкосновения.

4 Включить частотомер (включение частотомера осуществляется лаборантом или преподавателем).

5 Включить стопорный электромагнит, для чего перевести тумблер, укрепленный на основании в положении "ВКЛ".

6 Отвести шар из положения равновесия, закрепив его электромагнитом. Записать показание на шкале значения начального угла α , отклонения шара и погрешность отсчета.

7 Убрать показания частотомера, нажав кнопку "СБРОС".

8 Выключить тумблером питание электромагнита и после соударения шара с образцом зафиксировать на шкале максимальный угол отклонения шара α_1. При возврате шара задержать его, не допуская повторного удара.

9 Записать в таблицу показания частотомера и углов отклонения $\tilde{\alpha}_1$

Таблица 1

№	t_i	Δt_i	$(\Delta t_i)^2$	S	Δt	α_{1i}	$\Delta\alpha_{1i}$	$(\Delta\alpha_{1i})^2$	S	$\Delta\alpha_1$	$E\alpha_1$, %
1											
2											
3											
4											
5											
	$\bar{t}$ =						$\overline{\alpha}_i$ =				

α = …, $\Delta\alpha$ = … .

10 Пункты 5 – 9 проделать 5 раз для двух металлических образцов (материалы выбираются по указанию преподавателя). Для второго образца составляется аналогичная табл. 2.

Обработка результатов измерений

1 Для каждого из образцов результаты прямых измерений t_i, α, α_1 занести, соответственно в табл. 1, 2 и рассчитать погрешность t, и α_1 методом Стьюдента.

2 По формулам (16), (17), (19), (20) рассчитать соответствующие значения A, N, F, ε.

3 Вычислить погрешности определения ε по формулам

$$E = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\sin\alpha_1}{1-\cos\alpha_1}\Delta\alpha_1 + \frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}\Delta\alpha; \quad \Delta\varepsilon = E\ \varepsilon .$$

4 Записать результат в виде $\varepsilon = \varepsilon_{\text{расч}} \pm \Delta\varepsilon; \quad E = ...\%$.

Контрольные вопросы

1 Что такое абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары? В чем заключаются особенности упругого удара?

2 Сформулировать и записать второй закон динамики для поступательного движения, законы сохранения импульса и механической энергии.

3 Вывести формулы кинетической энергии движущегося тела, и потенциальной энергии упругого деформированного тела.

4 Вывести расчетные формулы для работы, мощности и средней силы взаимодействий тел при ударе.

5 Как найти потери энергии на пластическую деформацию тела и выделяющуюся теплоту при не абсолютно упругом ударе?

6 Вывести формулу для расчета относительной погрешности величины ε.

Лабораторная работа 3

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Цель работы: проверка основного закона динамики вращательного движения твердого тела при постоянном моменте инерции, проверка свойства аддитивности момента инерции.

Приборы и принадлежности: маятник Обербека, секундомер, грузы, линейка, весы.

Методические указания

При вращательном движении твердого тела угловое ускорение и определяется формулой $\varepsilon = M/I$, где M – момент силы; J – момент инерции тела. Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении и зависит от массы тела и распределения ее относительно оси вращения. Если момент инерции I маятника величина постоянная, то под действием момента силы M_1 маятник получит угловое ускорение

$$\varepsilon_1 = M_1/I , \tag{21}$$

а под действием момента M_2 – угловое ускорение

$$\varepsilon_2 = M_2/I . \tag{22}$$

Разделив (21) на (22), получим

$$\varepsilon_1/\varepsilon_2 = M_1/M_2 \,. \tag{23}$$

Это первое соотношение, которое нужно проверить в работе. Следующей задачей является экспериментальное определение момента инерции маятника Обербека и проверка свойства аддитивности момента инерции. *Физическая величина называется* ***аддитивной****, если значение этой величины для всего тела равно сумме соответствующих величин для всех частей тела.*

Маятник Обербека (рис. 5) представляет собой крестовину, образованную четырьмя стержнями равной длины, ввинченными в муфту. На стержнях можно закреплять грузы равной массы m_0, перемещение которых позволяет изменять момент инерции маятника. Кроме того, на оси маятника расположены два блока разных диаметров. На один из них наматывается нить, к свободному концу которой прикрепляется груз массой m_i. Варьирование массы m_i груза или использование блоков разных диаметров позволяет изменять момент сил, действующих на маятник. Если отпустить груз, он начнет опускаться и приведет во вращение маятник. Угловое ускорение ε маяника связано с тангенциальным ускорением a_τ точки на ободе соотношением

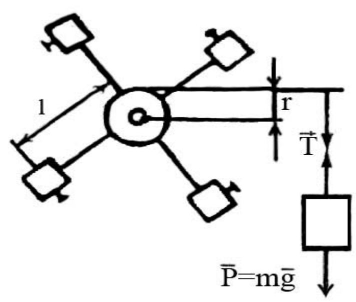


Рис. 1

$$\varepsilon = a_\tau / r. \tag{24}$$

где r – радиус блока.

Опускаясь равноускоренно, груз m_i за время t проходит путь, равный

$$h = at^2/2\,,$$

где

$$a = a_\tau\,. \tag{25}$$

Из соотношения (24) и (25) следует:

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2} . \qquad (26)$$

Если пренебречь влиянием момента сил трения в подшипниках оси маятника, то величина момента силы *M* равна произведению силы *T* натяжения нити на радиус блока:

$$M = Tr . \qquad (27)$$

Согласно второму закону Ньютона можно записать

$$m_i a_\tau = m_i g - T , \ T = m_i (g - a_\tau) . \qquad (28)$$

Подставим (28) в (27)

$$M = m_i r (g - 2h/t^2) . \qquad (29)$$

Подставляя (26) и (29) в (23), получим

$$m_1 (g t^2{}_1 - 2h) = m_2 (g t_2{}^2 - 2h) . \qquad (30)$$

В соотношение (30) входят экспериментально определяемые величины и выполнение этого равенства (в пределах ошибок) эквивалентно выполнению равенства (23). Для того, чтобы сравнить два приближенных числа $a = a_{\text{ср}} + \Delta a$, $b = b_{\text{ср}} + \Delta b$, можно поступить следующим образом. Изобразим на числовой прямой оба числа *a* и *b*; при этом возможны два варианта.

В первом случае интервалы, содержащие приближенные числа *a* и *b* не перекрещиваются, следовательно *a* ≠ *b*; для второго случая можно считать, что *a* = *b*. Условие перекрещивания интервалов содержащих числа *a* и *b* эквивалентно выполнению неравенства $\left| a_{\text{ср}} - b_{\text{ср}} \right| \angle \Delta a + \Delta b$.

Критерием выполнения является соблюдение неравенства

$$\left| m_1 \left(g t_1^2 - 2h \right) - m_2 \left(g t_2^2 - 2h \right) \right| \angle \Delta \left[m_1 \left(g t_1^2 - 2h \right) \right] + \Delta \left[m_2 \left(g t_2^2 - 2h \right) \right] . \qquad (30')$$

Момент инерции маятника определяется по формуле:

$$I = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{m_i r \left(g t^2 - 2h \right) / t^2}{2h / r t^2} = m_i r \left(\frac{g t^2}{2h} - 1 \right) . \qquad (31)$$

Увеличить момент инерции маятника можно, поместив на концах стержней грузы массой m_0 . Если считать их размеры незначительными по сравнению с длиной стержней, то полный момент инерции маятника будет равным

$$I' = I + 4 m_0 l^2 , \qquad (32)$$

где l – среднее расстояние от центров грузов m_0 до оси вращения. Это равенство выражает свойство аддитивности момента инерции.

Порядок выполнения работы

1 Измерить штангенциркулем радиус большого блока, определить массы всех грузов.
2 Намотать нить с грузом на большой блок и измерить высоту h падения груза.
3 Отпустить груз, измерить секундомером время его падения.

Проделать п. 3 по пять раз для каждого из трех вариантов закрепления грузов на нити и на крестовине ($m_2 > m_1$).

4 Результаты измерений времени занести в три таблицы, соответствующие трем вариантам закрепления грузов.

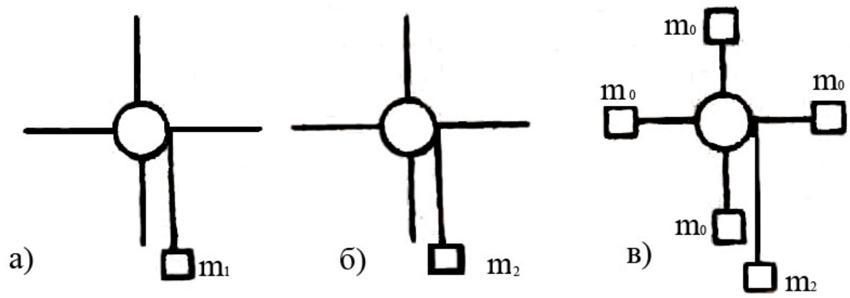


Рис. 6

Таблица 3

№ п/п	t_{1i}	Δt_{1i}	Δt_{1i}^2	S	t
1 . . 5					

Табл. 4 и 5 для времени t_{2i} (рис. 6, *б*) и t_{3i} (рис. 6, *в*) аналогичны табл. 3.

Обработка результатов измерений

1 Для каждой таблицы рассчитать $t_{ср}$ и Δt.

2 Используя данные табл. 1 и 2 проверить выполнение равенства (30′) с учетом ошибок. Например, абсолютная ошибка величины $\left[m_1\left(gt_1^2-2h\right)\right]$ рассчитывается по формуле

$$\Delta\left[m_1\left(gt_1^2-2h\right)\right] = m_1\left(gt_1^2-2h\right)E\ ,$$

где $E=\dfrac{\Delta m_1}{m_1}+\dfrac{\Delta g t_1^2+2gt_1\Delta t_1+2\Delta h}{gt_1^2-2h}$ – относительная ошибка.

3 По формуле (31) рассчитать значения $I_1 \approx I_2$, с помощью таблиц 3, 4, а также величину I' с помощью табл. 5.

Контрольные вопросы

1 Вывести расчетные формулы для вычисления углового ускорения, момента силы и момента инерции в данной работе.

2 Привести примеры аддитивных величин.

3 Вывести формулы, связывающие угловые и линейные значения величин скорости и ускорения.

Лабораторная работа 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ И СКОРОСТИ ЗВУКА МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

Цель работы: ознакомление с явлением интерференции звуковых волн.

Приборы и принадлежности: металлическая труба с подвижным поршнем, звуковой генератор с телефоном, осциллограф, микрофон, измерительная линейка.

Методические указания

Метод определения скорости звука основан на свойствах звуковой стоячей волны. Стоячие волны являются частным случаем интерференции волн. Стоячие волны характеризуются: узлами (т. *B*), колебания в которых отсутствуют, и пучностями (т. *C*), амплитуда колебаний в которых максимальна (рис. 7).

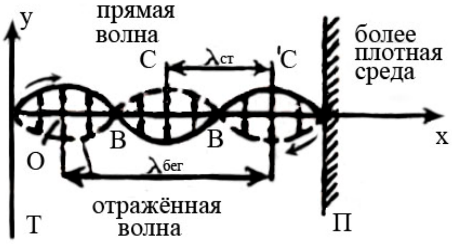


Рис. 7

Колебания во всех точках стоячей волны, лежащих между двумя соседними узлами, происходят с различными амплитудами, но одинаковыми фазами.

Расстояние между соседним узлами или пучностями называется длиной стоячей волны ($\lambda_{ст}$). Длина звуковой (бегущей) волны

$$\lambda_{зв} = 2\lambda_{ст} . \tag{33}$$

В экспериментальной установке (рис. 8), состоящей из звукового генератора ЗГ с телефоном Т, трубы 0, в которой образуются стоячие волны, и подвижного поршня П, звуковые волны распространяются только вдоль трубы. Звуковые стоячие волны образуются в ограниченном с двух сторон столбе воздуха: 1) из прямой волны (сплошная линия), идущей от телефона Т к поршню П (рис. 9); 2) из отраженной (пунктир) от поршня П волны, фаза которой изменилась на обратную, так как отражение происходит от среды акустически более плотной. В данном случае при отражении произошла потеря полуволны. При определенных условиях в трубе 0 возникает акустический резонанс.

Резонанс – это явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний в колебательной системе при приближении частоты внешней силы (вызывающей вынужденные колебания) к частоте какой – либо из собственных колебаний данной колебательной системы. В данном случае имеем акустический резонанс, т.е. явление, при котором колебания столба воздуха в трубе достигают максимальной амплитуды. Это происходит тогда, когда частота звуковых колебаний мембраны (внешняя, вынуждающая

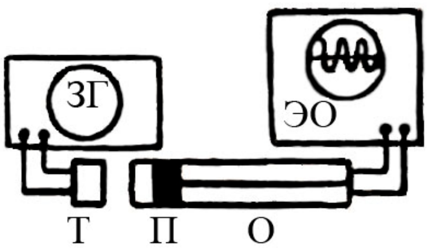


Рис. 8

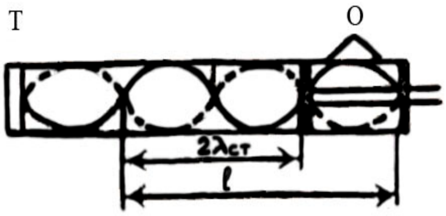
сила) приближается к одной из собственных частот воздушного столба в трубе. Эта частота называется резонансной частотой. При резонансной частоте звучание воздушного столба в трубе максимально.

Для наблюдения акустического резонанса нужно, чтобы столб воздуха в трубе 0 резонировал на звуковые волны, возбуждаемые источником звука – телефоном Т.

Для этого необходимо, чтобы длина столба воздуха в трубе между Т и П удовлетворяла условию

$$l = m\frac{\lambda_{\text{зв}}}{2}; \;\; l = m\lambda_{\text{с}}, \qquad (34)$$

где m = 1, 2, 3, …, – число длин стоячих волн. На рис. 9 на длине l столба воздуха в трубе укладывается $3\lambda_{cn}$



(при m = 3).

Рис. 9

При определенной длине воздушного столба увеличивают частоту ЗГ, а следовательно уменьшают длину звуковой волны. При достижении первой максимальной амплитуды на экране осциллографа (m = 1), на длине отрезка трубы укладывается одна $\lambda_{\text{ст}}$ или половина $\lambda_{\text{зв}}$. Это соответствует основной резонансной частоте данного воздушного столба.

Увеличивая частоту ЗГ определяют следующие резонансные частоты (m = 2, 3 и т.д.), при которых на длине трубы уже укладываются $2\lambda_{\text{ст}}$, $3\lambda_{\text{ст}}$ и т.д. Измеряют длину воздушного столба в трубе, определяют значения m и по формуле (34) находят $\lambda_{\text{зв}}$, которая связана со скоростью распространения:

$$\nu_{\text{зв}} = \lambda_{\text{зв}}\nu, \qquad (34')$$

где ν – резонансная частота, снимаемая со звукового генератора.

Порядок выполнения работы

Перед началом измерений необходимо ознакомиться с работой на звуковом генераторе и осциллографе. Излучателем в данной работе служит телефон Т, подключенный к звуковому генератору ЗГ, а в качестве регистратора колебаний используется осциллограф. Для получения звукового сигнала надо (только с разрешения преподавателя или лаборанта) включить генератор в сеть, затем поставить тумблер "СЕТЬ" на панели генератора в положении "ВКЛ" (при этом загорится сигнальная лампочка) и спустя 2 – 3 минуты, услышав звук и увидев изображение колебаний на экране осциллографа, приступают к измерениям.

1. Установив определенную длину воздушного столба, вращают ручку частоты звукового генератора до появления первой максимальной амплитуды на экране осциллографа (максимального звучания).
2. Снимают показание частоты с ЗГ, соответствующее $m = 1$ и заносят в таблицу.

№ п/п	l	ν	m	$\lambda_{ст}$	$\lambda_{зв}$	v	Δv	E

3. Увеличивают частоту и определяют следующие максимумы (для $m = 1, 2, 3$ и т.д.) и частоты.
4. По формулам (34) рассчитывают $\lambda_{ст}$ и $\lambda_{зв}$, а по формуле (34′) – фазовую скорость распространения звука $v_{зв}$.
5. Находят среднюю скорость звука и подсчитывают ошибки измерений.
6. Измерения и расчеты повторяют еще для двух длин воздушных столбов.

Результаты измерений записать в виде:

$\lambda = \lambda \pm \Delta\lambda$; $v = v \pm \Delta v$; $E_1 = \Delta\lambda/\lambda$; $E_2 = \Delta v/v$.

Контрольные вопросы

1 Как образуется стоячая волна? Основные характеристики стоячей волны.
2 Вывести уравнение стоячей волны.
3 Что вы понимаете под явлением резонанса?
4 Чем принципиально отличается бегущая волна от стоячей?

Лабораторная работа 5

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКОВ

Цель работы: научиться определять ускорение свободного падения с помощью математического и физического маятников.

Приборы и принадлежности: стальной шарик, подвешенный на нити, оборотный маятник, секундомер, линейка, штангенциркуль.

Методические указания

1 *Определение ускорения свободного падения с помощью шарика, подвешенного на нити.*

Период малых колебаний математического маятника зависит только от длины l нити и ускорения свободного падения g и определяется соотношением

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ . \tag{35}$$

Маленький шарик, подвешенный на длинной нити, можно с некоторым приближением рассматривать в качестве модели математического маятника. Если измерить время t некоторого числа n полных колебания шарика, то для периода его колебаний можно записать

$$T = \frac{t}{n}\ . \tag{36}$$

Подставляя (36) в (35) и решая последнее относительно g получаем

$$g = \frac{(2\pi)^2 l \cdot n^2}{t^2}\ . \tag{37}$$

В формуле (37) l – расстояние от точки подвеса до центра шарика. Поэтому, если длина нити L, а диаметр шарика d, то $l = L + d/2$, откуда

$$g = \frac{(2\pi)^2\left(L + \dfrac{d}{2}\right)n^2}{t^2}\ . \tag{38}$$

Порядок выполнения работы

1 Измерить линейкой длину нити L и штангенциркулем диаметр шарика d.

2 Отклонить маятник из положения равновесия на угол, не превышающий 5–6°, и предоставить ему возможность свободно колебаться.

3 Произвести измерение времени t 20 полных колебаний.

4 Повторить измерения еще 4 раза. Результаты внести в таблицу.

№ п/п	t_i	Δt_i	Δt_i^2	Sn	Δt
1 . . . 5					

$L = \ldots$, м; $\Delta L = \ldots$, м; $d = \ldots$, м; $\Delta d = \ldots$, м; $n = 20$.

Обработка результатов измерений

1 По данным табл. рассчитать значения $t_{ср}$ и абсолютную погрешность его определения по методу Стьюдента.

2 По формуле (38) вычислить ускорение свободного падения.

3 Оценить абсолютную и относительную погрешности определения ускорения свободного падения.

4 Результаты измерений представить в виде

$$g = (g_{ср} \pm \Delta g)\ \ (м/с^2); \quad E = \ldots\ \%.$$

2 *Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.*

Более точно можно определить ускорение свободного падения с помощью оборотного маятника. Оборотный маятник представляет собой (рис. 10) стальной стержень с жестко закрепленными параллельными призмами *1* и *2*, неподвижным грузом *3* и подвижным грузом *4*. Передвигая подвижный груз вдоль стержня, можно изменять момент инерции маятника.

Физическим маятником называется тело, которое может колебаться относительно оси, не проходящей через его центр масс. Период малых колебаний физического маятника определяется соотношением

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga}}\ , \tag{39}$$

где J – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса; m – масса маятника; a – расстояние от точки подвеса до центра масс маятника; g – ускорение свободного падения.

Если оборотный маятник установить на призму *1*, то период его колебаний равен (рис. 10)

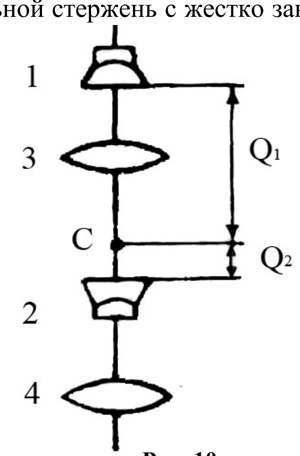


Рис. 10

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{mga_1}}\,, \tag{40}$$

где по теореме Штейнера

$$J_1 = J_0 + ma_1{}^2\,, \tag{41}$$

а J_0 – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс C.

Если перевернуть маятник и установить на призму *2*, то его период колебаний равен

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{mga_2}}\,, \tag{42}$$

где

$$J_2 = J_0 + ma_2{}^2\,. \tag{43}$$

Подставляя (41) и (43) в соотношения (40) и (42), соответственно, и исключая величину J_0, получим

$$T_1{}^2 ga_1 - T_2{}^2 ga_2 = 4\pi^2(a_1{}^2 - a_2{}^2), \tag{44}$$

$$g = \frac{4\pi^2(a_1{}^2 - a_2{}^2)}{T_1{}^2 a_1 - T_2{}^2 a_2}\,. \tag{44′}$$

Регулированием положения груза *4* на стержне маятника можно добиться равенства периодов колебаний маятника на обеих призмах, т.е. $T_1 = T_2 = T$. С учетом этого формула (44) примет вид:

$$g = 4\pi^2 L / T^2\,, \tag{45}$$

где $L = a_1 + a_2$ – расстояние между призмами маятника. Необходимо обратить внимание на то, что период колебаний оборотного маятника в этом случае будет равен периоду математического маятника с длиной, равной расстоянию L между призмами *1* и *2*. Этот факт используется для грубой настройки оборотного маятника. Используя соотношение (36), получим окончательно.

$$g = \frac{4\pi^2 L n^2}{t^2}\,. \tag{45′}$$

Порядок выполнения работы

1 Поставить оборотный маятник на призму *1*;

2 Регулируя длину нити с помощью лебедки, установить центр шарика, примерно на одной высоте с ребром нижней призмы *2*;

3 Отклонив одновременно шарик на нити и оборотный маятник от положения равновесия на угол, не превышающий 5–6°, предоставить им возможность совершать свободные колебательные движения. Перемещая груз *4* вдоль стержня, добиться того, чтобы в течение 10 полных колебаний маятник и шарик двигались примерно с одинаковыми фазами, что соответствует приблизительному равенству периодов. После этого грубую настройку оборотного маятника можно считать законченной.

4 Для точной настройки маятника необходимо сравнить времена t_1 и t_2 двадцати полных колебаний на призмах *1* и *2*. Устанавливая маятник последовательно на обе призмы и перемещая груз *4* (в небольших пределах), добиться того, чтобы разница ($t_1 - t_2$) не превышала 1 с. Следует учесть, что положение груза *4* влияет как на t_1 и так и на t_2. Таким образом, после каждого перемещения груза необходимо заново измерять t_1 и t_2. Окончательную величину $t_1(t_2)$ записать в тетрадь.

5 Измерить расстояние L между ребрами призм *1* и *2*.

Обработка результатов измерений

1 По формуле (45) рассчитать величину g. В качестве t взять окончательную величину $t_1(t_2)$.

2 Оценить абсолютную и относительную погрешности определения g этим методом, учитывая, что $\Delta t = | t_1 - t_1 | \le 1с$.

3 Результаты измерений представить в виде

$$g = (g_{\text{ср}} \pm \Delta g)\ \ (\text{м/с}^2); \quad E = \ldots\ \%.$$

Контрольные вопросы

1 Пояснить от чего зависит сила тяжести. Записать соответствующие соотношения. Что такое центр масс?

2 Дать определение физическому и математическому маятникам.

3 Составить дифференциальное уравнение колебаний для физического маятника и получить формулу для его периода колебаний.

4 Дать определение приведенной длины физического маятника и вывести формулу для ее вычисления.
5 Сформулировать теорему Штейнера и показать ее применение на простейших примерах.

Лабораторная работа 6

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: ознакомиться с явлениями, связанными с затухающими колебаниями пружинного маятника.
Приборы и принадлежности: пружинный маятник, набор грузов, секундомер.

Методические указания

Процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости называются колебаниями. Простейший вид колебаний – свободные и гармонические колебания. Свободные – это колебания системы, предоставленной самой себе после выведения ее из состояния равновесия. Гармонические колебания – это колебания, подчиняющиеся закону синуса или косинуса.

Рассмотрим пружинный маятник – колебательную систему, состоящую из упругой пружины и груза массой m. В состоянии равновесия вес груза уравновешивается силой упругости пружины (рис. 11)

$$mg = K\Delta l, \tag{46}$$

где Δl – удлинение пружины под действием груза. Сместим груз из положения равновесия на расстояние x. Удлинение пружины при этом станет равным ($x + \Delta l$). Результирующая сила будет равна $F = mg - K(\Delta l + x)$ или с учетом соотношения (46) $F = -Kx$.

Колебания, происходящие в вязкой среде, со временем затухают из-за действия сил сопротивления. Если затухание колебаний происходит медленно, то их приближенно можно считать периодическими. При сравнительно медленных движениях колеблющегося груза сила сопротивления равна

$$R = \frac{-rdx}{dt},$$

где r – коэффициент сопротивления среды. Уравнение движения груза для затухающих колебаний: $m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx - r\frac{dx}{dt}$.

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид:

$$x = A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0).$$

где $\beta = \frac{r}{2m}$ – есть коэффициент затухания, A_0 – начальная амплитуда. Амплитуда колебаний убывает по экспоненциальному закону:

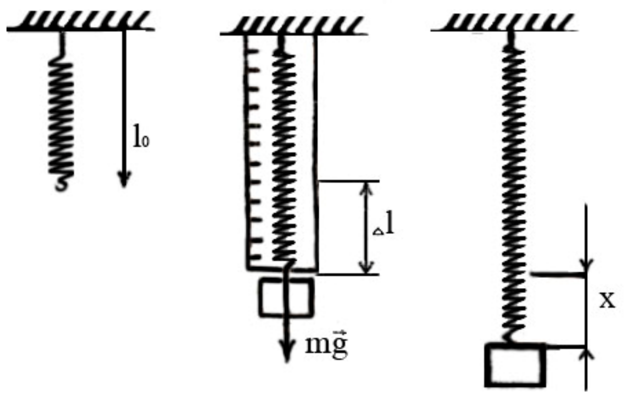


Рис. 11

$$A = A_0 e^{-\beta t}. \tag{47}$$

Отношение двух амплитуд, отстоящих по времени на период, называется декрементом затухания

$$\frac{A_{(t)}}{A_{(T+t)}} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}.$$

Натуральный логарифм этого отношения называют логарифмическим декрементом затухания

$$\delta = \ln\frac{A_{(t)}}{A_{(T+t)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T.$$

Для амплитуд, отличающихся друг от друга на n периодов

$$\delta = \frac{1}{n}\ln\frac{A_0}{A_n} = \frac{n\beta T}{n} = \beta T. \qquad (48)$$

Работа выполняется на установке, состоящей из цилиндрической спиральной пружины с подвешенным к ней грузом массой m (см. рис. 1). Амплитуда колебаний груза измеряется по вертикальной шкале. Отсчет ведется против края площадки.

Порядок выполнения работы

1 Определение коэффициента жесткости пружины

1 Измерить на весах массы грузов установки.

2 Подвесить на пружину один из грузов и записать значение l_0.

3 Подвесить второй груз и записать значение удлинения пружины Δl .

4 По формуле (46) определить коэффициент жесткости K.

5 Рассчитать относительную, а по ней и абсолютную погрешности для K.

6 Результаты измерений записать в виде: $K = \bar{K} \pm \Delta K; E = ...\%$.

2 Определение периода колебаний

1 Оттянуть один из грузов пружинного маятника на Δl = 30 см и измерить время, в течение которого маятник совершит 10 колебаний.

2 Период собственных колебаний маятника определить из формулы $T = t/10$.

3 Измерения повторить 5 раз и данные записать в таблицу.

№ п/п	t_i	Δt_i	$S = \sqrt{\frac{\sum \Delta t_2{}^1}{n(n-1)}}$	$\Delta t_s = \alpha S$	$t = \frac{\bar{t}}{n}$	$\Delta T = \frac{\Delta t_{-i}^2}{n}$	E, %
1							
.							
.							
.							
5							
	$\bar{t}$						

3 Определение коэффициенте затухания β *и логарифмического декремента затухания* δ.

1 Оттянуть груз на Δl = 30 см от положения равновесия и записать значения амплитуды A_0.

2 Отпустить груз и, одновременно включив секундомер, определить время, в течение которого совершится 10 полных колебаний. Измеряется последняя из этого числа колебаний амплитуда A_n.

3 По формулам (47) и (48), зная период колебаний, число колебаний, амплитуды A_0 и A_n время колебаний, вычисляются β и δ.

4 Опыт повторить пять раз. Вычислить относительные и абсолютные погрешности для β и δ.

5 Зная период колебания маятника, массу груза, вычислить коэффициент жесткости пружины из формулы $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$, сравнить его с полученным из опыта.

Контрольные вопросы

1 Получить дифференциальное уравнение затухающих колебаний и записать результат решения этого уравнения.

2 Вывести формулу для логарифмического декремента затухания.

3 Как влияет коэффициент затухания на условный период затухающих колебаний системы?

4 Рассчитать по данным лабораторной работы время, за которое амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз.

Лабораторная работа 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДА И ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ДЕКРЕМЕНТА ЗАТУХАНИЯ КОЛЕБАНИЙ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Приборы и принадлежности: крутильный маятник, секундомер.

Введение

Крутильный маятник представляет собой крестовину, подвешенную на вертикально укрепленной упругой проволоке. Отклоняя маятник из положения равновесия на небольшой угол в горизонтальной плоскости наблюдают свободные колебания, возникающие под действием момента упругих сил.

Этот момент пропорционален углу закручивания проволоки и стремится уменьшить угол закручивания

$$M = -k\alpha,$$

где k – коэффициент кручения, равный моменту силы, необходимому для закручивания нити на 1 рад.

Также на маятник будет действовать момент силы сопротивления, который будет пропорционален угловой скорости

$$M_c = -r\omega$$

или, учитывая, что угловая скорость равна первой производной угла закручивания проволоки, момент силы сопротивления равен

$$M_c = -r\frac{d\alpha}{dt} = -r\dot{\alpha}.$$

Результирующий момент сил, согласно основному закону динамики вращательного движения, будет равен произведению момента инерции крутильного маятника I на его угловое ускорение (ε)

$$-k\alpha - r\dot{\alpha} = J\varepsilon. \qquad (49)$$

Учитывая, что угловое ускорение есть вторая производная угла закручивания проволоки

$$\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \ddot{\alpha}.$$

Выражение (49) будет иметь вид

$$-k\alpha - r\dot{\alpha} = J\ddot{\alpha}$$

или

$$J\ddot{\alpha} + r\dot{\alpha} + k\alpha = 0. \qquad (50)$$

Поделим уравнение (50) на J, получим:

$$\ddot{\alpha} + \frac{r}{J}\dot{\alpha} + \frac{k}{J}\alpha = 0. \qquad (51)$$

Обозначим: $\frac{r}{J} = 2\beta$, а $\frac{k}{J} = \omega_0^2$

Тогда выражение (51) будет иметь вид:

$$\ddot{\alpha} + 2\beta\dot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0. \qquad (52)$$

Уравнение (52) – это однородное дифференциальное уравнение второго порядка

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\alpha = \alpha_0\, e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi), \qquad (53)$$

где α_0 – амплитуда колебаний – величина наибольшего отклонения маятника из положения равновесия; β – коэффициент затухания колебаний; $(\omega\, t + \varphi)$ – фаза колебаний; φ – начальная фаза колебаний; ω – круговая частота, равная

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

где T – период колебаний.

Отношение двух амплитуд отличающихся на период называется декрементом затухания

$$\Delta = \frac{\alpha_{(t)}}{\alpha_{(t+T)}}.$$

Натуральный логарифм этого отношения называется логарифмическим декрементом затухания

$$\lambda = \ln\frac{A_{(t)}}{A_{(t+T)}} = \ln\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta\, T. \qquad (54)$$

Значение коэффициента затухания из формулы (55) будет равно:

$$\beta = \frac{\lambda}{T}. \qquad (55)$$

Подставляя значения β и ω в уравнение (53) получим:

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\lambda\frac{t}{T}}\sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \varphi\right)$$

В последнем выражении все величины могут быть измерены в ходе выполнения лабораторной работы.

Целью нашего экспериментального исследования является определение периода затухающих колебаний крутильного маятника и логарифмического декремента затухания.

Так как логарифмический декремент затухания исследуемого маятника мал, то экспериментально не удается зафиксировать различие двух последующих через период амплитуд.

Поэтому надо вначале измерить начальную амплитуду α_0 и амплитуду α после того, как маятник совершит n полных колебаний.

Время колебаний будет равно:

$$t = n\,T. \tag{56}$$

Тогда $\alpha = \alpha_0 e^{-\beta nT}$

Найдем логарифм отношения амплитуд α и α_0

$$\ln\frac{\alpha_0}{\alpha} = \ln\frac{\alpha_0}{\alpha_0 e^{-\beta nT}} = \beta nT\,.$$

Поскольку βT согласно формуле (54) равно логарифмическому декременту затухания (λ), то

$$\lambda = \frac{1}{n}\ln\frac{\alpha_0}{\alpha}\,. \tag{57}$$

Порядок выполнения работы

1 Отклоните маятник от положения равновесия приблизительно на 30° и запишите это значение начальной амплитуды колебаний α_0. Предоставьте маятнику свободно колебаться и включите секундомер.

2 Отсчитайте n полных колебаний в течении которых амплитуда уменьшится приблизительно в два раза. Выключите секундомер и запишите его показания и значения амплитуды.

3 Повторите опыт пять раз и результаты внесите в таблицу.

№	α_0	α	$\Delta\alpha_0$	$\Delta\alpha$	n	Δn	t	Δt
1 ... 5								

П р и м е ч а н и е . Ошибку измерений $\Delta\alpha_0$, $\Delta\alpha$, Δt рассчитайте по формуле Стьюдента.

$$\Delta x = \tau\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i^2}{n(n-1)}}\,,$$

где τ – коэффициент, равный при числе измерений $n = 5$ и надежности измерений $w = 0{,}95$, – $\tau = 2{,}8$.

Ошибку измерений числа колебаний n возьмите равную $\Delta n = 0{,}5$.

Определение периода крутильных колебаний маятника

Период колебаний маятника рассчитайте по формуле

$$T = \frac{t}{n}\,.$$

Относительную ошибку периода найдите из выражения

$$E = \frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta n}{n}\,.$$

Абсолютную ошибку периода колебаний ΔT определите из соотношения

$$\Delta T = E \cdot T.$$

Окончательный результат для периода колебаний маятника представьте в виде

$$T = (T_{ср} \pm \Delta T)\ [с.]$$

Определение логарифмического декремента затухания колебаний маятника

Логарифмический декремент затухания (λ) рассчитайте по формуле

$$\lambda = \frac{1}{n}\ln\frac{\alpha_0}{\alpha}\,.$$

П р и м е ч а н и е . Подставляйте в формулу средние значения α_o и α

Относительную ошибку логарифмического декремента (λ) найдите по формуле

$$E = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta n}{n} + \frac{\left(\Delta\alpha_0\alpha - \Delta\alpha\alpha_0\right)}{\left(\ln\frac{\alpha_0}{\alpha}\right)\alpha_0\alpha}\,.$$

Абсолютную ошибку (Δλ) найдите, используя зависимость:

$$\Delta\lambda = \lambda\,E.$$

Окончательный результат запишите в виде:

$$\lambda = (\lambda_{ср} \pm \Delta\lambda),\ м.$$

Контрольные вопросы

1 Выведите дифференциальное уравнение крутильных колебаний маятника и запишите вид его решения.

2 Запишите уравнение для периода затухающих колебаний, поясните при каких условиях имеет смысл говорить о периоде таких колебаний.

3 Дайте определения, поясните физический смысл и выведите формулы для λ и β.