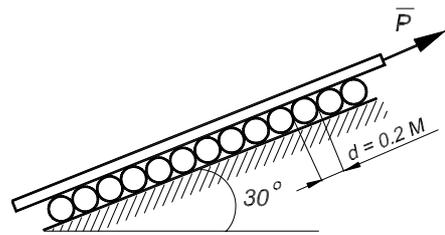
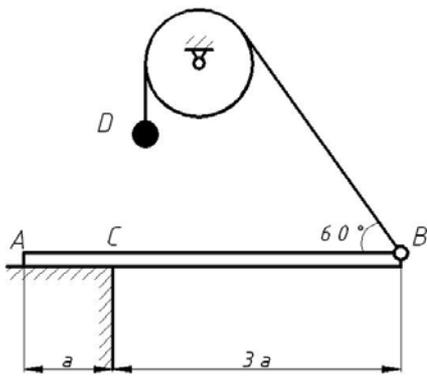


А.И. ПОПОВ

**МЕХАНИКА .
РЕШЕНИЕ ТВОРЧЕСКИХ
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

Часть 2



Издательство ТГТУ

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО «Гамбовский государственный технический университет»

А.И. ПОПОВ

**МЕХАНИКА.
РЕШЕНИЕ ТВОРЧЕСКИХ
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

Часть 2

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по университетскому политехническому образованию в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 220600 «Инноватика».



Гамбов
Издательство ТГТУ
2007

УДК 531(07)
ББК В21я73-4
П58

Рецензенты:

Заведующая кафедрой высшей математики
Ярославского государственного технического университета, доцент
Ю.К. Оленикова

Кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики
Южно-Российского государственного технического университета

А.И. Кондратенко

Попов, А.И.

П58 Механика. Решение творческих профессиональных задач : учебное пособие / А.И. Попов. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – Ч. 2. – 80 с. – 200 экз. – ISBN 5-8265-0599-0 (978-5-8265-0599-1).

Соответствует содержанию федеральной дисциплины ОПД.Ф.01 «Механика» государственного образовательного стандарта по направлению подготовки бакалавров и дипломированных специалистов 220600 «Инноватика».

Во второй части даны рекомендации по подготовке к решению творческих задач по кинематике и предложен комплекс задач, предлагавшихся на Всесоюзных и Всероссийских олимпиадах.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавров и дипломированных специалистов 220600 «Инноватика», по дисциплине «Механика», а также в процессе самостоятельной работы при изучении дисциплины «Решение творческих задач», при подготовке к участию в студенческих олимпиадах. Может быть использовано в системах непрерывного профессионального образования.

УДК 531(07)
ББК В21я73-4

ISBN 5-8265-0599-0 © Попов А.И., 2007
(978-5-8265-0599-1) © ГОУ ВПО «Тамбовский государственный
технический университет» (ТГТУ), 2007

Учебное издание

ПОПОВ Андрей Иванович

**МЕХАНИКА.
РЕШЕНИЕ ТВОРЧЕСКИХ
ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ**

Часть 2

Учебное пособие

Редактор О.М. Ярцева
Компьютерное макетирование Е.В. Кораблевой

Подписано в печать 15.05.2007
Формат 60 × 84/8. 4,65 усл. печ. л. Тираж 200 экз. Заказ № 351

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое учебное пособие предназначено для студентов учебных заведений дневных и заочных форм обучения по направлению подготовки 220600 «Инноватика», а также для тех, кто изучает механику самостоятельно. Материал книги изложен так, что им можно пользоваться при обучении по полной и сокращенным программам других специальностей вузов, входящих в УМО по университетскому политехническому образованию.

В первой части пособия изложены краткие сведения по теории решения творческих задач и их роли в становлении специалиста в области инноватики, истории олимпиадного движения, собран банк уникальных задач по разделу механики – статике, даны методические указания по решению задач. Во второй части собраны задачи по кинематике.

Приведенные примеры достаточно полно отражают возможности рассматриваемых творческих задач в процессе творческого саморазвития личности обучающихся, при этом самостоятельная работа студентов с использованием учебного пособия проводится параллельно с аудиторными занятиями и обеспечивается консультациями преподавателей.

Наличие большого количества творческих задач из различных разделов механики позволяет организовать эффективный контроль самостоятельной работы студентов в течение всего периода изучения механики.

Изложение курса выполнено с позиций пользователя, для которого важны осмысление и возможность использования творческих приемов для практического применения. Студенты, заинтересованные в углубленном изучении отдельных вопросов механики и более широкой практике по решению задач, необходимые материалы могут найти в учебной литературе, список которой дается в конце книги.

При подготовке пособия автором использован опыт организации олимпиадного движения по механике профессора Тамбовского государственного технического университета Владимира Ивановича Попова, доцента Омского политехнического института Валерия Алексеевича Тышкевича, доцента Томского политехнического института Михаила Петровича Шумского.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО КИНЕМАТИКЕ

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучаются геометрические свойства движения тел. Движущиеся тела рассматриваются как чисто геометрические объекты (точки, стержни, диски и другие тела), без учета их материальных характеристик, и при этом не рассматриваются причины, вызывающие и изменяющие движение объекта.

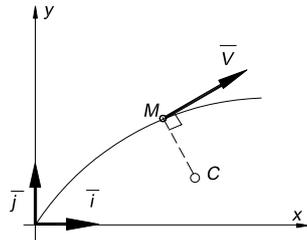
При самостоятельном решении творческих задач по кинематике обучающиеся должны внимательно изучить следующие разделы механики по рекомендуемым методическим источникам:

1. Кинематика точки. Способы задания движения точки. Определение скорости и ускорения.
2. Поступательное движение твердого тела. Вращательное движение твердого тела вокруг неподвижной оси.
3. Плоскопараллельное движение твердого тела. Уравнения и характеристики плоскопараллельного движения тела. Определение скоростей точек плоской фигуры. Определение ускорений точек плоской фигуры.
4. Движение твердого тела и вокруг неподвижной точки и движение свободного твердого тела.
5. Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движения. Теорема о сложении скоростей. Теорема о сложении ускорений.
6. Сложное движение точки. Сложение поступательных движений. Сложение вращательных движений. Сложение вращательного и поступательного движений.

1. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ

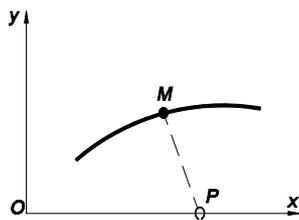
1. (СССР, 1983, 7 баллов)

Точка движется со скоростью $\vec{v} = 2t\vec{i} + 3\vec{j}$, где \vec{i} и \vec{j} – орты координатных осей. Найти скорость и ускорение центра кривизны траектории движущейся точки по отношению к указанной системе координат.



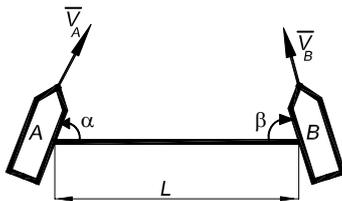
2. (М., 1988)

Движение точки M задано уравнениями $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$. Найти радиус кривизны траектории точки и доказать, что $\rho = 2PM$, если $OP = t$.



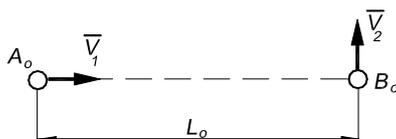
3. (Л., 1987)

Два судна A и B , расстояние между которыми в начальный момент времени равно l , движутся пересекающимися курсами с постоянными скоростями v_1 и v_2 , соответственно. Направления скоростей составляют углы α и β с прямой AB , на которой находятся суда в начальный момент времени. Найти наименьшее расстояние между судами при их движении.



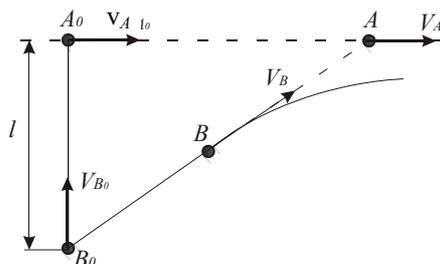
4. (СССР, 1989, 5 баллов)

Две точки A и B движутся по прямым, расположенным в одной плоскости, с постоянными скоростями v_1 и v_2 . В начальный момент времени расстояние между точками равно l_0 , направления скоростей указаны на чертеже. Определить кратчайшее расстояние между точками A и B .



5. (Россия, 2001, 10 баллов)

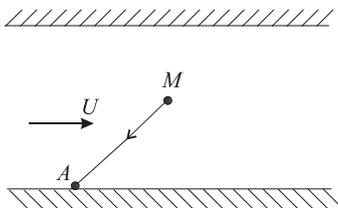
Точки A и B движутся в плоскости рисунка с постоянными скоростями v и $2v$, соответственно. Точка A движется прямолинейно, а скорость точки B в каждый момент времени направлена в точку A . Определить путь, пройденный точкой A до встречи с точкой B , если в начальный момент времени расстояние $A_0B_0 = l$, а скорости v_A и v_B взаимно перпендикулярны.



6. (Урал-Поволжье, Оренбург, 2001, 6 баллов)

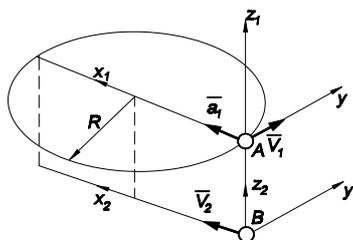
Лодку, уносимую течением реки, подтягивают к берегу веревкой с постоянной скоростью v . Определить уравнение траектории лодки, принимая ее за материальную точку, если скорость течения реки U , длина веревки в начальный момент рав-

нялась L и веревка была перпендикулярна к берегу. Указание: при решении задачи удобно использовать полярную систему координат.



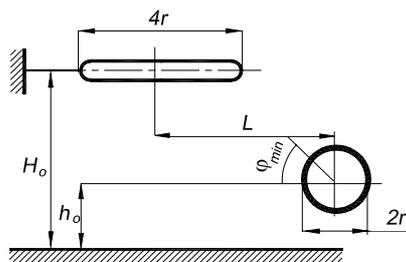
7. (Саратовск. политехн. ин-т, 1983)

Автомобиль A движется с постоянной скоростью v_1 по кольцевой дороге радиуса R . Другой автомобиль B движется по радиальной автотрассе с постоянным ускорением a_2 . В тот момент, когда автомобиль A проезжает над шоссе, под ним пронесится со скоростью v_2 автомобиль B . Определить, каковы в этот момент относительные скорости и ускорения автомобилей (относительно подвижных систем координат $Ax_1y_1z_1$ и $Bx_2y_2z_2$).



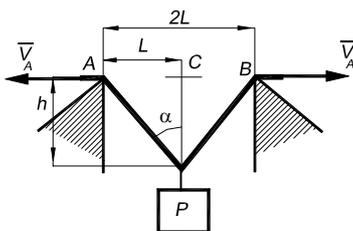
8. (РСФСР, 1987, 5 баллов)

Под каким наименьшим углом к горизонту φ_{\min} следует бросить баскетбольный мяч, чтобы он пролетел сверху сквозь кольцо, не ударившись в него. Толщиной кольца, изменением скорости мяча за время пролета через кольцо и сопротивлением воздуха пренебречь.



9. (РСФСР, 1986, 3 балла)

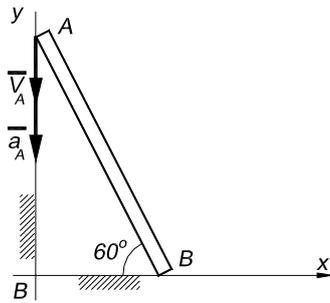
Груз P поднимается с помощью двух тросов, движущихся в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями ($\bar{v}_A = -\bar{v}_B$). Определить скорость и ускорение груза.



2. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

1. (СССР, 1987, 6 баллов)

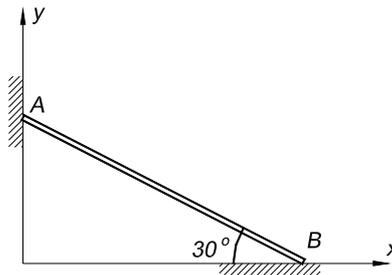
Конец A стержня AB длины l скользит по оси y , а конец B – по оси x . В положении, указанном на рисунке, скорость и ускорение конца A равны $v_A = u$, $a_A = 2u^2\sqrt{3}/l$. Определить для этого положения точку M на стержне, ускорение которой будет наименьшим. Определить ускорение этой точки.



2. (БССР, 1983)

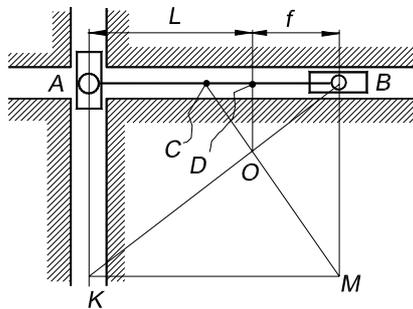
Конец A стержня AB скользит по оси y , а конец B – по оси x .

В момент, когда $\angle OBA = 30^\circ$, ускорение середины стержня направлено вдоль стержня и равно a . Определить для этого момента времени ускорение концов стержня a_A и a_B .



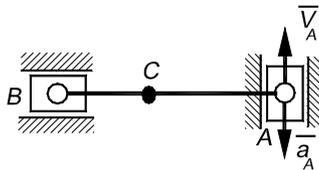
3. (СССР, 1985, 6 баллов)

В плоском механизме, называемом линейкой эллипсографа, ползуны A и B перемещаются по взаимно перпендикулярным направляющим пазам. В частном положении механизма из центров ползунов откладываются произвольные отрезки $BM = AK$ и проводятся остальные линии, как показано на рисунке. Доказать, что точка C является центром кривизны эллипса, описываемого точкой D в положении, показанном на рисунке. Отрезок AB делится точкой D на неравные отрезки e и f .



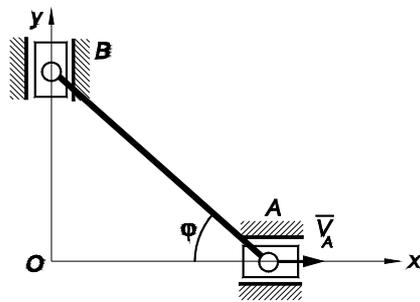
4. (Аз. ССР, 1986).

Стержень AB шарнирно соединен с ползунами A и B , которые в свою очередь могут перемещаться в горизонтальной и вертикальной направляющих. Длина стержня $l = 2$ м, а точка C находится в его середине. Найти в указанном положении механизма нормальное ускорение точки C , если известны $v_A = 1$ м/с; $a_A = 2$ м/с².



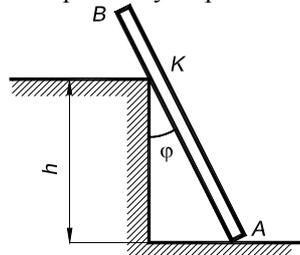
5. (Брянск, 1986)

Стержень AB длиной $l = 1$ м движется своими концами A и B вдоль координатных осей, при этом скорость конца A равна $v_A = \text{const} = 2$ м/с. Определить в момент времени, когда $\varphi = 30^\circ$, ускорение точки M стержня, скорость которой численно равна скорости точки A .



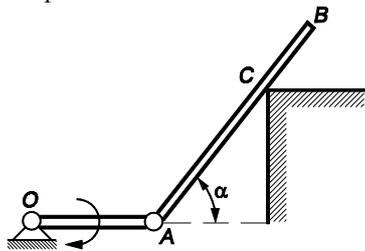
6. (БССР, 1985)

Конец A стержня AB движется по горизонтальной направляющей. Стержень опирается на выступ высотой h . Угловая скорость стержня постоянна и равна ω . Определить скорость и ускорение точки стержня при $\varphi = 45^\circ$.



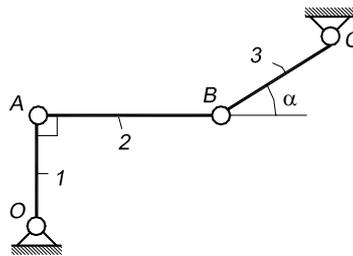
7. (Россия, 1993, 5 баллов)

Плоский механизм состоит из кривошипа OA длиной l , вращающегося с постоянной угловой скоростью ω , и шарнирно скрепленного с ним стержня AB длиной $2l\sqrt{2}$, который промежуточной точкой скользит по выступу C . В положении, указанном на чертеже ($\alpha = 45^\circ$, $AC = BC$), определить ускорение точки B .



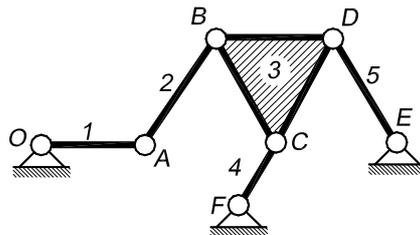
8. (СССР, 1990, 4 балла)

В плоском механизме длины звеньев одинаковы и равны l . Для положения, указанного на чертеже, известны угловая скорость ω_1 первого звена и угловое ускорение ε_3 третьего звена. Определить ε_1 и ω_3 .



9. (РСФСР, 1987, 3 балла)

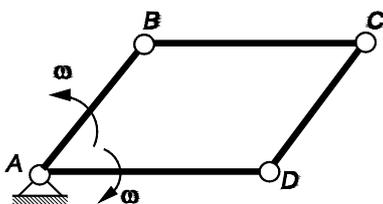
Центр симметрии S равностороннего шатуна BCD движется со скоростью 1 м/с. Определить угловую скорость кривошипа OA . Все расстояния между шарнирами равны 100 мм. Углы ABC и CDE равны 60° ; линия DCF – прямая; отрезки OA и BD параллельны.



10. (МИИТ, 1980)

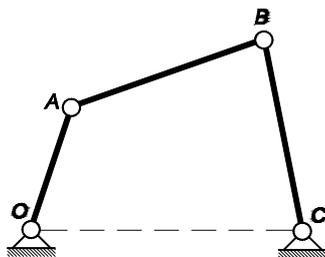
Из стержней AB , BC , CD и DA при помощи шарниров образован параллелограмм. Вершина A его закреплена неподвижно, стержни AB и AD вращаются в разные стороны с угловыми скоростями ω . При каком значении угла BAD скорость

точки C будет направлена по CD , если $AD = 2 AB$?



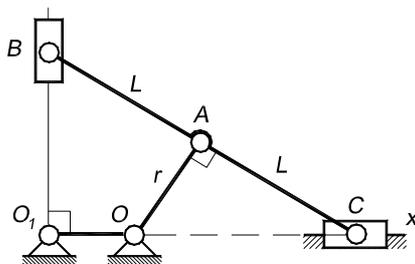
11. (Тулск. политехн. ин-т, 1984)

В механизме найти ускорение МЦС звена AB . Доказать, что оно не зависит от углового ускорения звена. Размеры звеньев и углы произвольны.



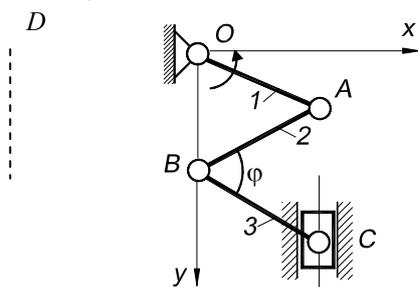
12. (СССР, 1987, 4 балла)

В кривошипно-ползунном механизме с присоединенной кулисой $AB = AC = l$, $OA = r$. Кривошип OA вращается с угловой скоростью ω . Для положения, при котором $\angle BO_1C = \angle OAC = 90^\circ$, определить угловую скорость кулисы.



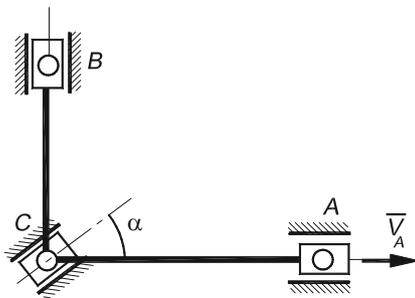
13. (РСФСР, 1990, 5 баллов)

Для плоского механизма с двумя степенями свободы в изображенном на рисунке положении известно, что прямые OB и DAC параллельны, $OA = AB = BC = 1$ м, $OD = \sqrt{2}/2$ м. Определить угловое ускорение звена 2 относительно 3 для следующих двух случаев: стержень 2 или 3 имеет мгновенно поступательное движение. При этом также дано: $v_A = 1$ м/с, $a_A = a_{cy} = 1$ м/с² – для первого случая и $v_{cy} = 1$ м/с, $a_A = a_{cy} = 1$ м/с², звено 1 движется ускоренно – для второго.



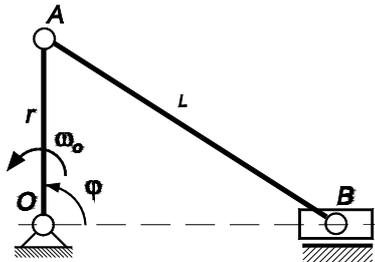
14. (Лит. ССР, 1984)

В плоском механизме стержни AC и BC на концах имеют ползуны с шарнирами. Направляющие ползун A и B между собой перпендикулярны, а направляющая ползуна C образует угол α с направляющей ползуна A . В положении механизма, изображенном на рисунке, известны скорость и ускорение ползуна A ($v_A = u$ м/с, $a_A = 0$ м/с²). Найти угловую скорость и угловое ускорение звена BC в указанном на рисунке положении, если $AC = BC = l$ м.



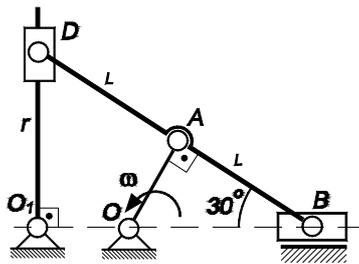
15. (Зап.-Сиб. зона, Томск. инж.-строит. ин-т, 1986)

В кривошипно-шатунном механизме радиус кривошипа $OA = r$, длина шатуна $AB = l$. Определить для заданного положения механизма, т.е. при $\varphi = 90^\circ$, ускорение точки A , а также угловые ускорения для кривошипа OA и шатуна AB , если известно, что в данный момент угловая скорость кривошипа OA равна ω_0 , а ускорение точки B равно a .



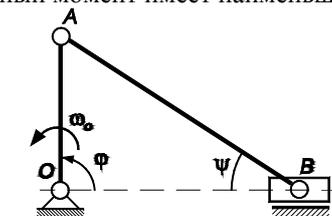
16. (Зап.-Сиб. зона, Томск. инж.-строит. ин-т, 1988)

Кулисный механизм приводится в движение кривошипом OA , вращающимся вокруг неподвижного центра O с постоянной угловой скоростью ω . Определить угловые скорости и угловые ускорения шатуна BD и кулисы O_1E в положении механизма, указанном на чертеже. $AB = AD = l$, $\angle BO_1D = 90^\circ$; $\angle O_1BD = 30^\circ$; $\omega = \text{const}$.



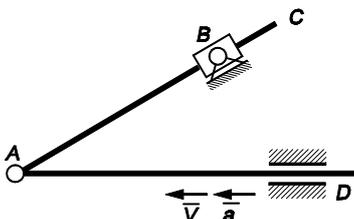
17. (Брянск. ин-т транспортн. машиностр., 1988)

Дано: $r = OA = 10$ см, данный момент $\varphi = \pi/2$, $\psi = \pi/6$, $\omega_{OA} = 2$ рад/с = const. Определить радиус кривизны траектории той точки шатуна AB , ускорение которой в данный момент имеет наименьшее значение.



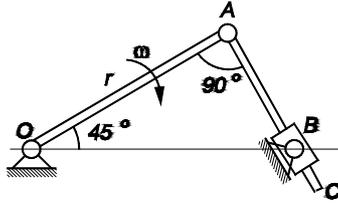
18. (МИИТ, 1980)

Шток AD , двигаясь в направляющих, приводит в движение стержень AC , который все время проходит через неподвижную точку B . В момент, когда $\angle CAD = 30^\circ$, шток имеет скорость 10 см/с и ускорение $2\sqrt{3}$ см/с². Определить в этот момент угловую скорость и угловое ускорение стержня AC , а также относительное ускорение и ускорение Кориолиса точки стержня, совпадающей с точкой B , предполагая, что подвижная система отсчета связана с ползуном B . Расстояние от точки B до штока AD равно 5 см.



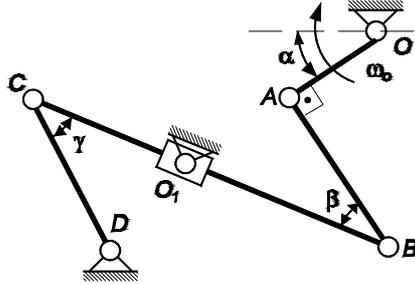
19. (Омск. политехн. ин-т, 1985)

Определить ускорение точки B , принадлежащей кулисе AC механизма, показанного на рисунке, в заданном положении. Кривошип вращается с постоянной угловой скоростью ω .



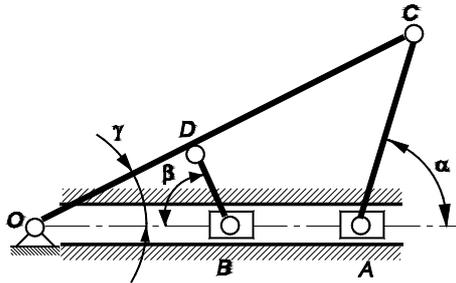
20. (Саратовск. политехн. ин-т, 1983)

Плоский механизм состоит из четырех стержней, соединенных друг с другом шарнирно. Стержни OA и DC могут поворачиваться вокруг неподвижных центров O и D , соответственно. Стержень BC свободно проходит через поворотную втулку O_1 . Найти угловую скорость стержня DC в тот момент, когда $\varphi = \pi/2$, $\alpha = \beta = \gamma = \pi/6$ и $CO_1 = O_1B$, если $DC = 2 OA$ и в рассматриваемый момент угловая скорость стержня OA равна ω_0 .



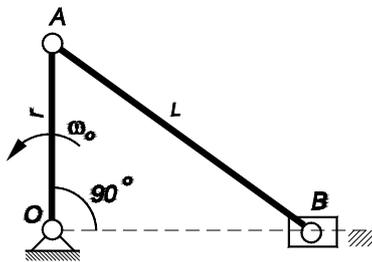
21. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1988)

Механизм инверсора занимает в данный момент положение, при котором $\alpha = \beta = 60^\circ$, $\gamma = 30^\circ$. Определить модуль скорости ползуна B в этот момент, если ползун A имеет при этом скорость v , а $OD/OC = \lambda$.



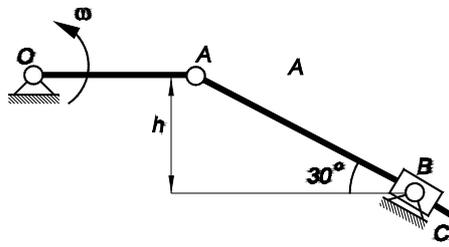
22. (Томск. инж.-строит. ин-т, 1984)

В кривошипно-шатунном механизме OAB радиус кривошипа $OA = r$, длина шатуна $AB = l$, угловая скорость вращения кривошипа ω_0 . Найти угловое ускорение кривошипа ε_0 , при котором мгновенный центр ускорений шатуна находился бы на прямой AB , найти положение его, а также угловое ускорение ε_{AB} шатуна; $OA \perp OB$.



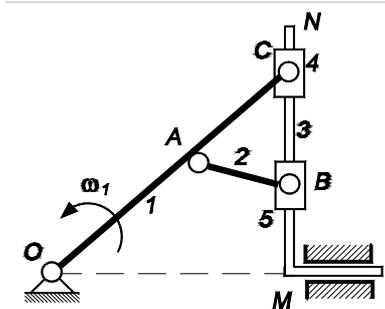
23. (Тульск. политехн. ин-т, 1984)

В механизме найти МЦС цилиндра B в системе координат, связанной с кривошипом OA .



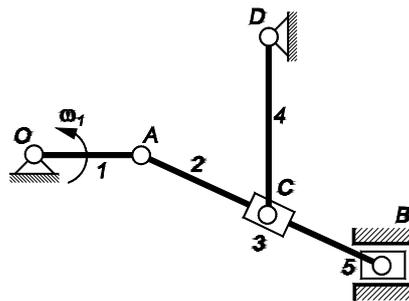
24. (Тульск. политехн. ин-т, 1985)

Найти мгновенный центр скоростей звена AB механизма, изображенного на рисунке. Заданы угловая скорость кривошипа OC ω_1 , размеры элементов механизма и углы в данный момент времени.



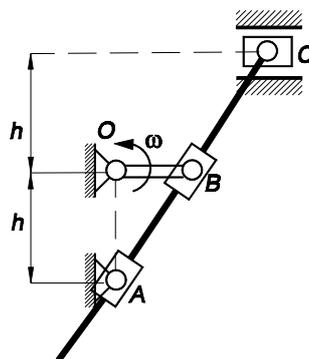
25. (Тульск. политехн. ин-т, 1987)

Найти МЦС звена 3 механизма, изображенного на рисунке.



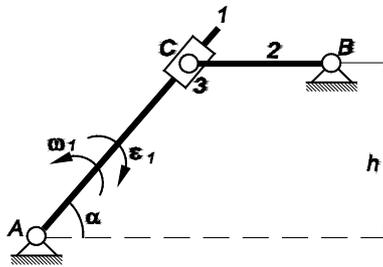
26. (Россия, 1997, 5 баллов)

Определить скорость и ускорение ползуна C кулисного механизма, кривошип OB которого вращается с постоянной угловой скоростью ω , если $OB = r$, $h = r\sqrt{3}$. В расчетном положении OA перпендикулярно OB .



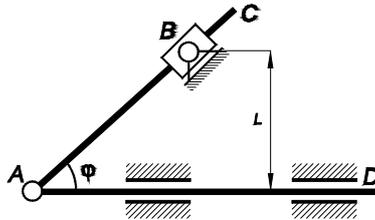
27. (Тульск. политехн. ин-т, 1988)

Найти построением МЦС ползуна 3. При $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$, $\varepsilon_1 = 1 \text{ с}^{-2}$, $CB = 10 \text{ см}$, $h = 20 \text{ см}$ определить скорость и ускорение той точки ползуна 3, которая совпадает с точкой B , если $\alpha = 60^\circ$.



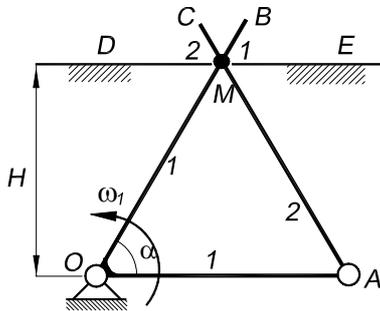
28. (Россия, 1998, 6 баллов)

Стержень AD движется в горизонтальных направляющих и приводит в движение стержень AC , соединенный с шарниром. При своем движении стержень AC перемещается внутри качающейся муфты, которая находится на расстоянии l от стержня AD . В положении механизма, определяемом углом φ , ускорение точки D направлено вправо и равно a , а скорость точки B стержня AC равна v . Найти угловую скорость и угловое ускорение стержня AC .



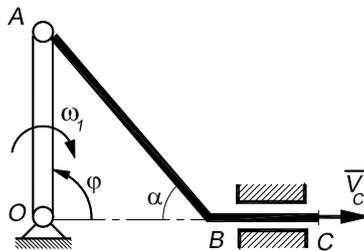
29. (СССР, 1987, 8 баллов)

Звено 1 плоского механизма представляет собой два стержня OB и OA , жестко соединенные в точке O под углом α друг к другу. Звено 1 равномерно вращается с угловой скоростью ω_1 рад/с вокруг оси шарнира O , которая перпендикулярна к плоскости угла AOB , при этом стержень OB скользит по неподвижному прямолинейному стержню DE , принадлежащему плоскости AOB и находящемуся от оси шарнира O на расстоянии H . Шарниром A , ось которого перпендикулярна плоскости AOB , к звену 1 присоединен стержень AC . В точке M три стержня (OB , AC и DE) перехвачены колечком бесконечно малого размера. Найти угловую скорость ω_2 звена 2 в указанном на рисунке положении, если $H = \sqrt{3}$ м, $\alpha = 60^\circ$, $OA = 2$ м, $\omega_1 = 2$ рад/с.



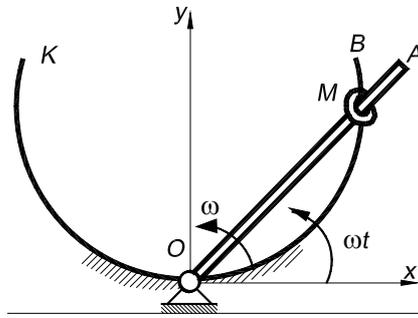
30. (РСФСР, 1989, 3 балла)

Прикрепленная к точке A рычага OA нить ABC втягивается в отверстие B с постоянной скоростью v_C . Определить угловую скорость ω_1 и угловое ускорение ϵ_1 рычага OA в данном положении системы $OA = r$, $\varphi = 90^\circ$, $\alpha = 30^\circ$.



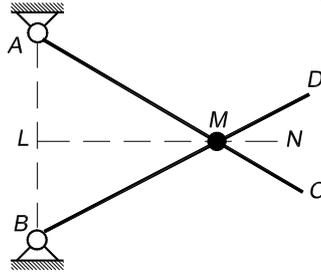
31. (БССР, 1985)

Стержень OA вращается вокруг точки O с постоянной угловой скоростью ω . На стержень насажено колечко M , скользящее по проволоке KOB , неподвижно закрепленной в плоскости xOy . Абсолютная скорость колечка постоянна и равна ωl . По какой кривой изогнута проволока? Определить также абсолютное ускорение колечка.



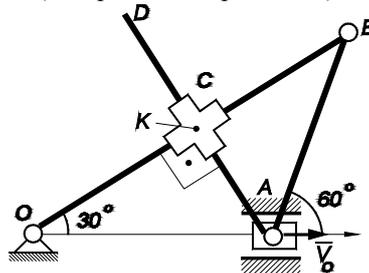
32. (Л., 1982)

По прямой LN , равноудаленной от неподвижных точек A и B с постоянной скоростью v движется колечко M , соединяющее стержни AC и BD , вращающиеся вокруг точек A и B , соответственно. Определить скорость и ускорение колечка M относительно стержня AC в момент, когда $AM = AB = a$ см, а также угловое ускорение стержня AC .



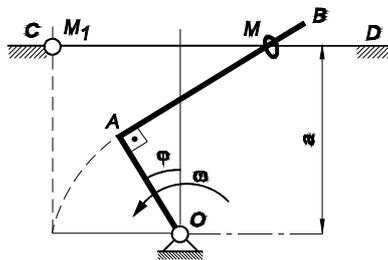
33. (Брянск. ин-т транспортн. машиностр., 1987)

Ползун A кривошипно-ползунного механизма движется со скоростью v вдоль горизонтальной прямой Ox . С ползуном шарнирно связан стержень AD , при этом муфта C может скользить одновременно вдоль стержней OB и AD так, что угол OCA все время равен 90° . Определить скорость точки K муфты в данном положении, если $\angle BOx = 30^\circ$, $\angle BAx = 60^\circ$. Найти также положение МЦС крестообразной муфты C (построением и расчетом).



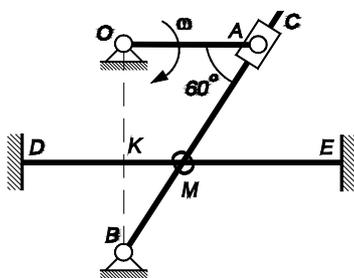
34. (Омск. политехн. ин-т, 1983)

Около неподвижной точки O равномерно вращается с угловой скоростью ω изогнутый под прямым углом стержень OAB . Стержень проходит через колечко M , скользящее по неподвижной прямой CD , отстоящей от точки O на расстоянии a . Какова скорость колечка в тот момент, когда прямая AB перпендикулярна CD ?



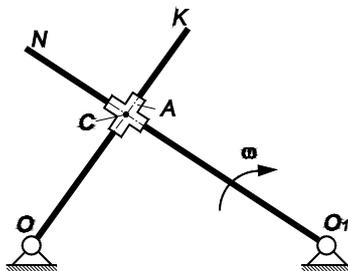
35. (Гамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Кривошип $OA = r$ вращается с постоянной угловой скоростью ω . Определить для данного положения механизма абсолютную скорость и абсолютное ускорение колечка M , которое может скользить одновременно вдоль кулисы BC и неподвижной горизонтальной прямой DE ; $OK = KB$.



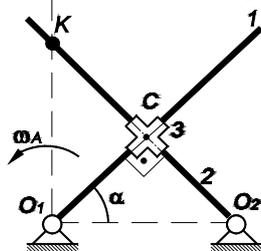
36. (Тульск. политехн. ин-т, 1983)

Найти геометрическое место мгновенных центров ускорений крестовины A при $\omega = \text{const}$; $\angle O_1CO$ – прямой.



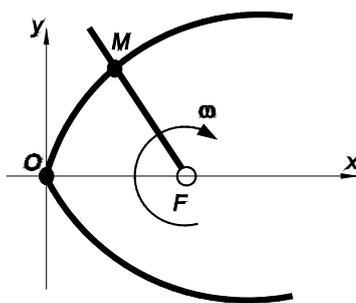
37. (Тульск. политехн. ин-т, 1988)

Найти построением МЦС крестовины. Зная в данный момент угловую скорость $\omega_1 = 2 \text{ с}^{-1}$, расстояние $O_1C = 10 \text{ см}$ и угол $\alpha = 60^\circ$, определить скорость точки K , принадлежащей звену 3. Стержни 1 и 2 перпендикулярны.



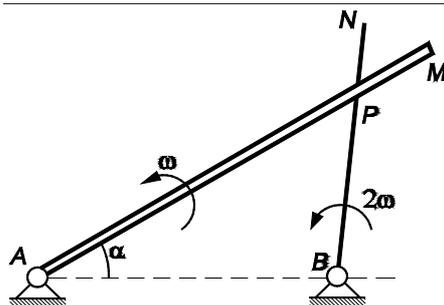
38. (Новочеркасск. политехн. ин-т, 1984)

Определить, как функции времени величины скорости и полного ускорения точки M пересечения параболы $y^2 = 2px$ с прямой, проходящей через фокус параболы и вращающейся вокруг него с постоянной угловой скоростью ω . В начальный момент прямая совпадала с осью Ox .



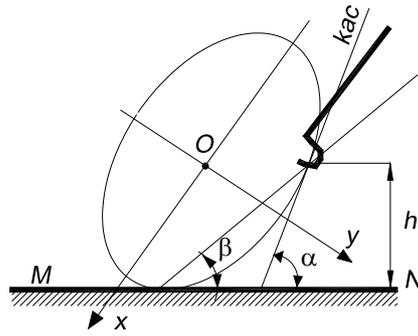
39. (Гамбовск. ин-т хим. машиностр., 1987)

Две прямые AM и BN вращаются вокруг точек A и B в одну сторону с угловыми скоростями ω и 2ω . В начальном положении обе прямые совпадали с направлением прямой AB . Определить, какую траекторию описывает точка их пересечения, а также скорость и положение этой точки при $\alpha = 30^\circ$.



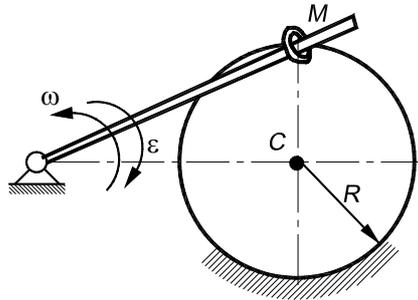
40. (СССР, 1981, 8 баллов)

Мальчик бежит с постоянной скоростью v и с помощью водила катит перед собой обод, имеющий форму эллипса с полуосями a и b ($a > b$). Точка касания водила с ободом находится на постоянной высоте h над землей. Выразить угловую скорость ω обода, катящегося без проскальзывания, как функцию от α , β . Вычислить ω при $OX \perp MN$.



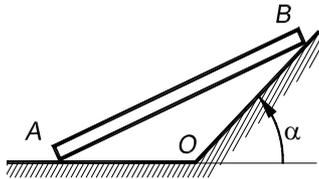
41. (Лит. ССР, 1987)

Кольцо M соединяет качающийся стержень OA с неподвижным круглым контуром радиуса R . Определить относительную скорость и относительное ускорение кольца M в положении, указанном на рисунке, если угловая скорость стержня ω , угловое ускорение ϵ ; $OC = 2R$; $OC \perp CM$.



42. (Узб. ССР, 1988)

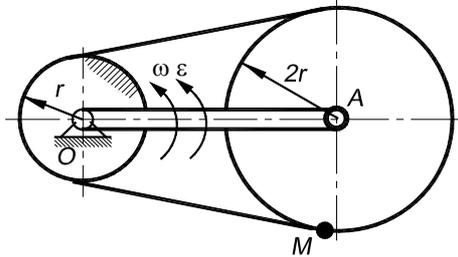
Концы A и B тонкого стержня длиной l движутся по прямым линиям OA и OB , внешний угол между которыми равен α . Доказать, что при движении стержня в плоскости чертежа его мгновенный центр скоростей описывает окружность радиуса $l/\sin \alpha$.



3. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ДИСКОВ И ПЛАСТИН

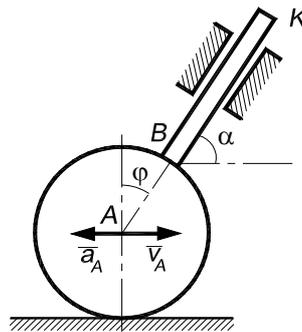
1. (СССР, 1981, 5 баллов)

Кривошип OA длины l вращается с угловым ускорением ε вокруг оси O неподвижной шестеренки и несет на конце A ось другой шестеренки. Шестеренки охватываются цепью. Найти скорость и ускорение точки M подвижной шестеренки в тот момент, когда $AM \perp OA$ и угловая скорость кривошипа равна ω .



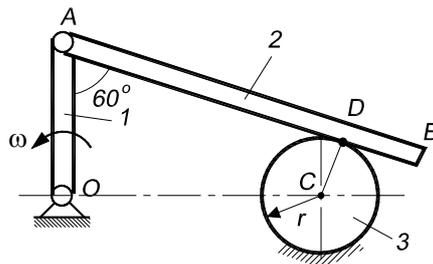
2. (СССР, 1982, 5 баллов)

Диск радиуса R катится без скольжения по горизонтальной плоскости и выталкивает вверх вдоль направляющего паза тонкий стержень BK . При этом стержень перемещается в плоскости движения диска под углом α к горизонту. В данном положении системы известны также скорость v_A и ускорение a_A центра диска и угол φ . Определить скорость и ускорение стержня в указанном положении системы.



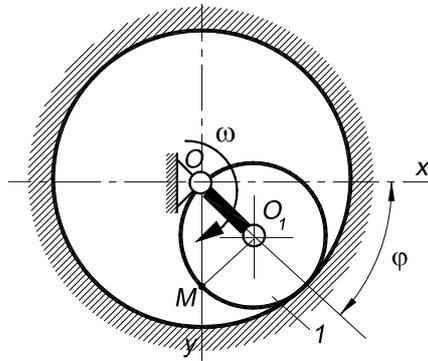
3. (СССР, 1984, 9 баллов)

В плоском механизме кривошип OA связан шарнирно со звеном 2 стержнем AB , движущимся в плоскости чертежа и безотрывно скользящим по поверхности неподвижного цилиндра радиуса r . Найти радиус кривизны траектории точки D звена 2 в положении, указанном на рисунке, если $OA = R$, $OA \perp OC$.



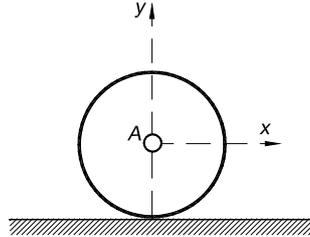
4. (СССР, 1986, 6 баллов)

Кривошип OO_1 длины r вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси O . При этом колесо I радиуса r , приводимое в движение кривошипом, катится без скольжения по внутренней поверхности неподвижного цилиндра радиуса $R = 2r$. Определите траекторию точки M , а также ее скорость и ускорение в зависимости от угла φ . При $\varphi = 0$ точка M находится в таком положении, что $\angle OO_1M = \gamma$.



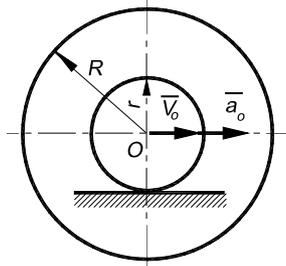
5. (РСФСР, 1984, 3 балла)

Колесо радиуса R катится без скольжения в вертикальной плоскости по горизонтальному рельсу. Найти для всевозможных законов движения центра O геометрическое место мгновенных центров ускорений колеса в системе координат Oxy , которая перемещается поступательно вместе с точкой O .



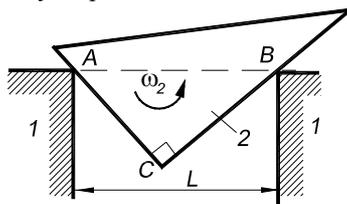
6. (РСФСР, 1985, 5 баллов)

Двухступенчатый цилиндр катится без скольжения по неподвижной плоскости, имея в данный момент скорость и ускорение центра $v_0 = 1 \text{ м/с}$, $a_0 = 1 \text{ м/с}^2$. Найти в плоскости движения точки O другую точку цилиндра, имеющую по модулю такие же скорость v_0 и ускорение a_0 ($R = 2r = 2 \text{ м}$).



7. (РСФСР, 1986, 5 баллов)

Пластина 2 вращается равномерно в плоскости чертежа, и стороны ее прямого угла скользят по ребрам паза AB . Определить скорость мгновенного центра ускорений и ускорение мгновенного центра скоростей пластинки.

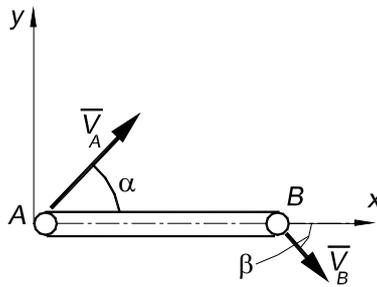


8. (РСФСР, 1988, 3 балла)

Описать особенность расположения векторов ускорений точек катка, перекатывающегося по горизонтальной прямой без проскальзывания с постоянной угловой скоростью. Найти геометрическое место его точек, у которых в данный момент времени радиусы кривизны траекторий $\rho = \infty$.

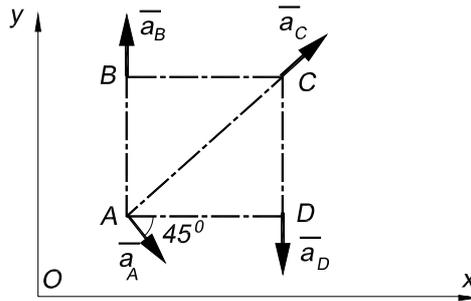
9. (РСФСР, 1990, 5 баллов)

Тонкий стержень AB длиной $2l$ м движется по инерции в плоскости xy . Положение стержня и направление скоростей точек A и B в начальный момент времени указаны на рисунке, при этом $v_A = \sqrt{3} \text{ м/с}$, $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$. Определить положение точки A (x_A, y_A) стержня в тот момент, когда ее ордината будет иметь первый максимум.



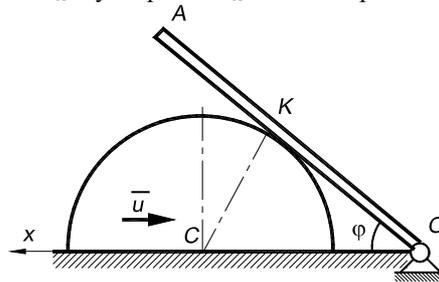
10. (БССР, 1986)

Точки A, B, C, D движутся в плоскости xOy . В некоторый момент времени они являются вершинами квадрата со стороной l . Укажите, какие из точек A, B, C, D могут принадлежать одной плоской фигуре. Определить угловую скорость и угловое ускорение плоской фигуры. Ускорения точек A, B, C, D равны a_A, a_B, a_C, a_D .



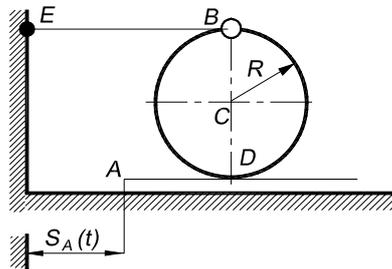
11. (БССР, 1988)

Полуцилиндр радиуса r , двигаясь прямолинейно с постоянной скоростью u , приводит во вращение опирающийся на него стержень OA длины l . Определить скорость v_A и ускорение a_A конца стержня в момент, когда $\varphi = 45^\circ$.



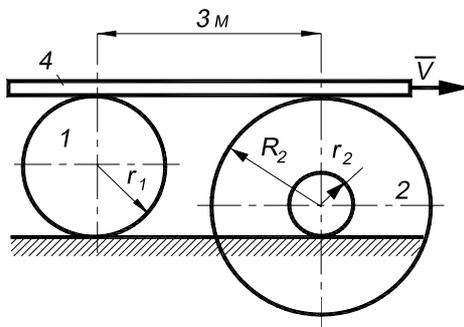
12. (Груз. ССР, 1986)

Пластина A перемещается по горизонтальной плоскости по закону $S_A(t) = 0,1(t^4 + 7,5t)$ м. На пластинке находится каток радиуса $R = 0,2$ м, обмотанный нерастяжимой нитью, конец E которой закреплен на стене. Считая, что скольжение катка по пластине и нити по катку отсутствует, определите в момент времени $t = 0,5$ с ускорения точек B, C, D катка.



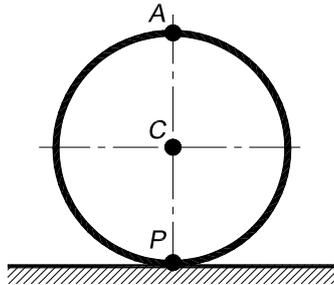
13. (Узб. ССР, 1983)

Два зубчатых колеса: 1 – радиуса $r_1 = 0,75$ м и ступенчатое 2 – радиусов $r_2 = 0,5$ м и $R_2 = 1$ м помещены между неподвижной 3 и подвижной 4 зубчатыми рейками, как показано на рисунке. Через какое время колесо 1 столкнется с колесом 2 , если рейка 4 движется со скоростью $v = 0,5$ м/с.



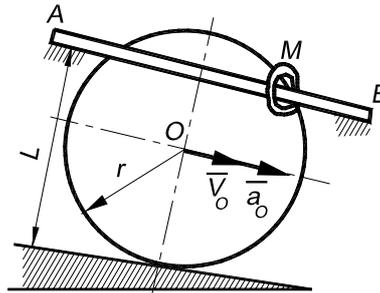
14. (УССР, 1985)

Колесо, радиус которого R , катится без скольжения по прямолинейному неподвижному рельсу. Считая известными в данный момент времени ускорения центра колеса $a_C = a_1$ и точки касания колеса с рельсом $a_P = a_2$, найти в этот момент времени скорость и ускорение точки A .



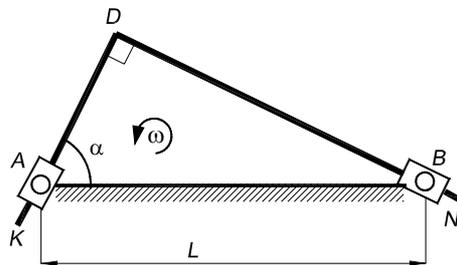
15. (Л., 1983, 3 балла)

Обруч радиуса r , скатываясь без скольжения по наклонной плоскости, приводит в движение колечко M , надетое на обруч и неподвижный стержень AB , параллельный наклонной плоскости и отстоящий от нее на расстоянии l . Пренебрегая размерами колечка M , определить его скорость и ускорение относительно обруча, если скорость и ускорение центра обруча — v_0 и a_0 .



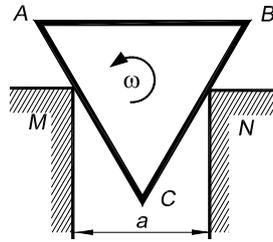
16. (Л., 1984)

Два стержня KD и ND , жестко соединенные в точке D , движутся в плоскости так, что все время проходят через муфты, качающиеся около неподвижных точек A и B , соответственно. Определить величины скорости и ускорения точки D в указанном на рисунке положении, если $AB = l$, $\angle DAB = \alpha$, $\omega = \text{const} = \omega_0$.



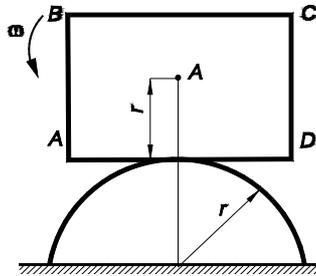
17. (М., 1977)

Равносторонний треугольник ABC движется в своей плоскости, скользя боковыми сторонами по опорам M и N . Угловая скорость треугольника постоянна. Для указанного на чертеже положения определить ускорение точки C , если расстояние $MN = a$ и $CM = CN$.



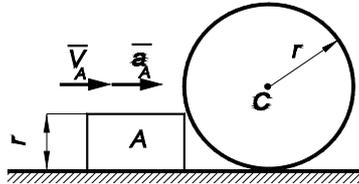
18. (М., 1982)

Пластика $ABCD$ обкатывает без скольжения окружность радиуса r , причем угловая скорость ω пластинки постоянна. Доказать, что мгновенный центр ускорений пластинки находится в точке Q .



19. (М., 1982)

Катящийся без скольжения по горизонтальной плоскости цилиндр радиусом r контактирует с бруском A , который скользит по плоскости. Пусть скорость бруса v_0 , ускорение a_0 . Найти скорость и ускорение точки бруса, контактирующей с цилиндром, относительно цилиндра.

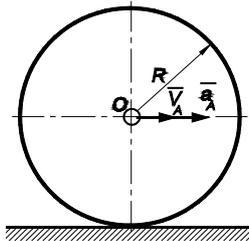


20. (Белорусск. политехн. ин-т, 1984)

Диск радиуса R катится без скольжения по горизонтальной прямой. Скорость его центра постоянна. Определить геометрическое место точек диска, для которых направления скорости и ускорения совпадают.

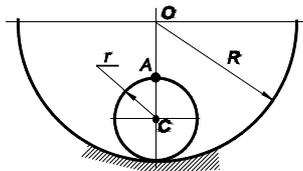
21. (Брянск. ин-т транспортн. машиностр., 1988)

Дано: $R = 1$ м, $v_0 = 2$ м/с, $a_0 = 4$ м/с. Колесо катится без скольжения. Определить скорости и ускорения точек обода, которые равноудалены от МЦС и МЦУ колеса.



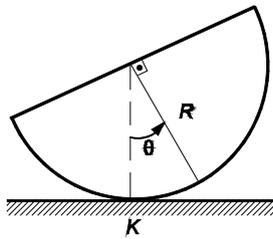
22. (Иркутск. политехн. ин-т, 1983)

Колесо радиуса r катится без скольжения внутри неподвижного колеса радиуса R ($R > r$). Найти ускорение мгновенного центра скоростей подвижного колеса, если скорость его центра C постоянна и равна v . Найти также ускорение наивысшей точки колеса (точки A).



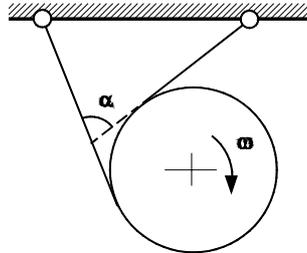
23. (МАТИ, 1977)

Полуцилиндр, совершая качение без скольжения, колеблется по закону $\theta = \sin(pt)$. Определить ускорение точки контакта в те моменты, когда $\theta = 0$ и $\theta = 1$ рад. Радиус полуцилиндра равен R .



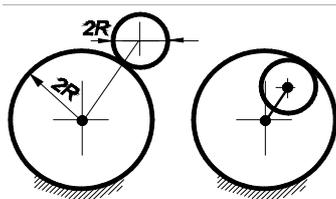
24. (МАТИ, 1980)

Тяжелый диск радиуса R скатывается на двух нерастяжимых нитях, намотанных на него. Свободные концы нитей закреплены. Нити при движении диска постоянно натянуты. В некоторый момент угловая скорость диска равна ω , а угол между нитями α . Какова в этот момент скорость центра диска?



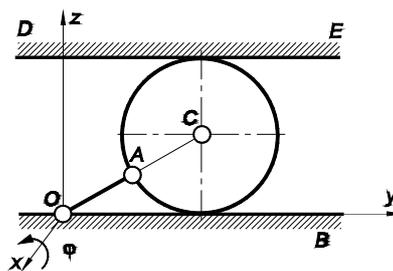
25. (МАТИ, 1983)

Диск радиуса R обкатывает неподвижный диск радиуса $2R$, и центр малого диска совершает один оборот вокруг центра большого диска первый раз снаружи, а второй раз изнутри. Сколько раз обернется малый диск вокруг своей оси в первом и во втором случаях?



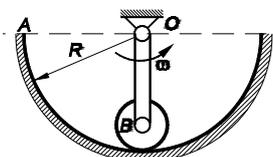
26. (Омск. политехн. ин-т, 1984)

Стержень OA длиной $2R$ вращается вокруг своего конца O по закону $\varphi = \pi/3 \sin(\pi t/3)$. Другой его конец закреплен шарниром на окружности диска радиуса R , который может свободно скользить между двумя гладкими параллельными направляющими OB и DE . Найти скорость и ускорение центра C диска в момент времени $t = 1/2$ с, $R = 9$ см.



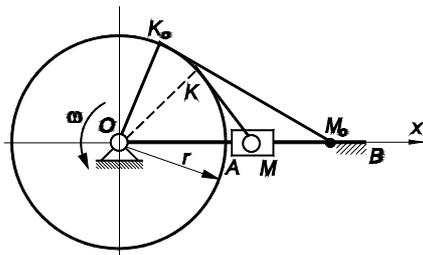
27. (Омск. политехн. ин-т, 1984)

В круге радиуса R ведется кривошипом длиной l малый круг, катящийся по большому без скольжения. Дана угловая скорость ω кривошипа. Найти на ободе малого круга такую точку M , чтобы направление ее скорости v проходило бы через точку A , и определить величину v в момент, когда $AO \perp OB$.



28. (Омск. политехн. ин-т, 1985)

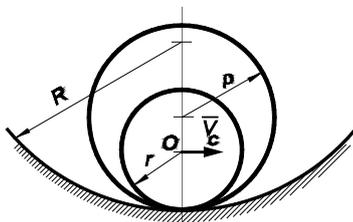
Шкив радиуса r вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . На шкив намотана нить, к свободному концу которой прикреплен ползун M , движущийся по стержню AB , продолжение которого пересекает ось шкива под прямым углом в точке O . Определить скорость v ползуна в зависимости от расстояния $OM = x$.



29. (Омск. политехн. ин-т, 1985)

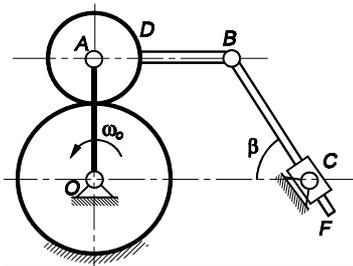
Диск радиуса r катится внутри цилиндрической полости радиуса R , прижимая тонкий обруч радиуса ρ ($r < \rho < R$).

Найти угловую скорость обруча, если линейная скорость центра диска равна v_0 . Проскальзывание при движении отсутствует.



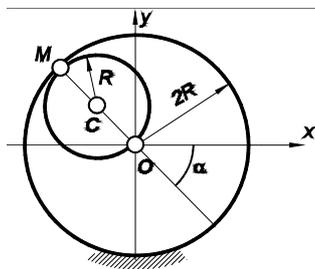
30. (Омск. политехн. ин-т, 1986)

Кривошип OA планетарно-кулисного механизма, вращаясь вокруг оси O с угловой скоростью ω_0 , приводит в движение сателлит D , связанный шарнирно со стержнем BF . Стержень BF в своем движении все время проходит через неподвижную точку C . Определить величину скорости точки стержня BF , совпадающей в данный момент с точкой C , если в этот момент кривошип OA занимает вертикальное положение, угол $\varphi = 30^\circ$, а угол $BAO = 90^\circ$. Радиус неподвижной шестерни – $2r$, подвижной – r , $AB = r\sqrt{3}$.



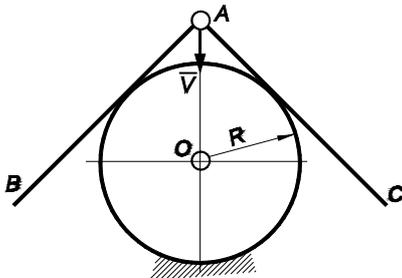
31. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1988)

Окружность радиуса R катится без скольжения по внутренней стороне неподвижной окружности радиуса $2R$, при этом скорость ее центра постоянна и равна v . Найти уравнение траектории произвольной точки M подвижной окружности, а также скорость и ускорение этой точки в произвольный момент времени. В начальный момент времени точка M совпадает с точкой M_0 касания окружностей.



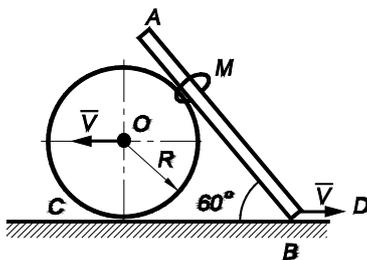
32. (Гамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Два стержня AB и AC связаны шарниром A и касаются неподвижного круга с центром в точке O и радиусом R . Шарнир A движется по прямой AO с постоянной скоростью v . Найти угловые скорости и угловые ускорения стержней в тот момент, когда $AO = 2R$.



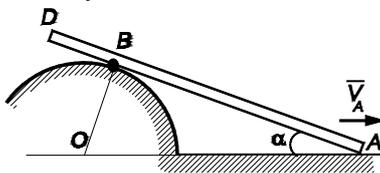
33. (Гамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Обод радиусом R катится без скольжения по горизонтальной прямой с постоянной скоростью v его центра O . Стержень AB , все время касаясь обода, движется в плоскости обода так, что конец стержня B скользит по прямой CD с той же постоянной скоростью v в противоположную сторону. Обод и стержень в точке касания соединены маленьким колечком M . Определить при $\alpha = 60^\circ$ угловую скорость и угловое ускорение стержня, скорости колечка относительно обода и стержня, абсолютные скорость и ускорение колечка.



34. (Тульск. политехн. ин-т)

Стержень AD движется в вертикальной плоскости так, что конец A его скользит со скоростью v_A по горизонтальной прямой OA , а другой точкой B касается неподвижной полуокружности радиуса R . Определить ускорение конца O стержня в тот момент, когда стержень составляет с горизонтом угол α ; $AD = l$.

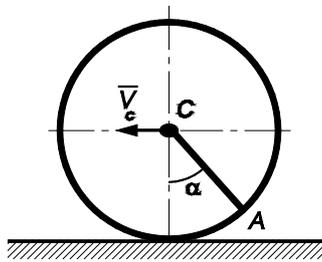


35. (Тульск. политехн. ин-т, 1985)

Колесо катится без проскальзывания по прямолинейной направляющей. Доказать, что радиус кривизны траектории любой точки M , лежащий на ободе колеса, равен удвоенному расстоянию от этой точки до мгновенного центра скоростей.

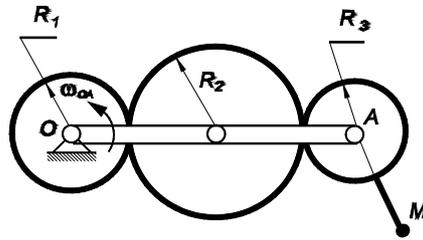
36. (Тульск. политехн. ин-т, 1987).

Колесо катится без проскальзывания, скорость центра колеса постоянна, радиус кривизны траектории точки A равен диаметру колеса. Найти угол α .



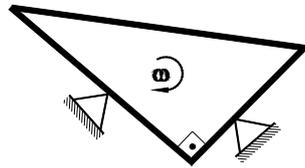
37. (Тульск. политехн. ин-т, 1987)

Как связаны между собой размеры R_1, R_2, R_3, AM звеньев механизма, если точка M движется по прямой?



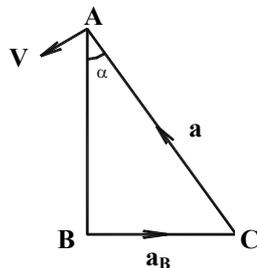
38. (Тульск. политехн. ин-т, 1988)

Прямоугольный треугольник движется так, что его катеты скользят по неподвижным направляющим, при этом угловая скорость ω постоянна. Найти МЦС и МЦУ треугольника.



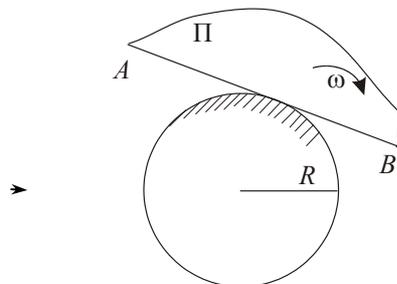
39. (СНГ, 1992, 3 балла)

Прямоугольный треугольник ABC со стороной $AB = \sqrt{3}$ (м) и углом $\alpha = 30^\circ$ при вершине A движется в плоскости так, что $a_B = a_C = 1 \text{ м/с}^2$, а $v_A = 10 \text{ м/с}$. Ускорения точек B и C направлены по сторонам треугольника, а скорость точки A перпендикулярна AC . Определить скорости точек B и C , если известно, что они не превышают по модулю скорости точки A .



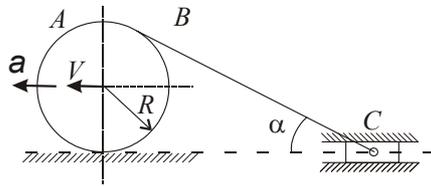
40. (Россия, 1996, 5 баллов)

Полуплоскость Π перекатывается без скольжения по неподвижному диску радиуса R . Движение полуплоскости происходит с постоянной угловой скоростью ω . Определить геометрическое место точек полуплоскости, ускорения которых параллельны стороне AB .



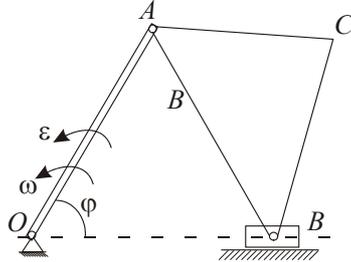
41. (Россия, 1996, 6 баллов)

Диск радиуса R катится без скольжения по неподвижной плоскости. Скорость и ускорение центра диска в данный момент времени равны, соответственно, v и a . Определить скорость и ускорение конца B нити, намотанной на диск, если нить составляет с плоскостью угол α .



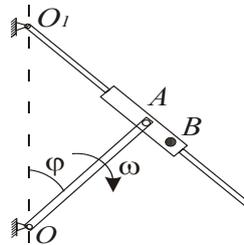
42. (Россия, 1999, 3 балла)

В кривошипно-ползунном механизме, изображенном на рисунке, $OA = AB = l$, а шатун ABC представляет собой равносторонний треугольник. В заданном положении кривошип OA имеет угловую скорость ω и угловое ускорение ε . Определить ускорение точки C шатуна относительно кривошипа и ее ускорение Кориолиса.



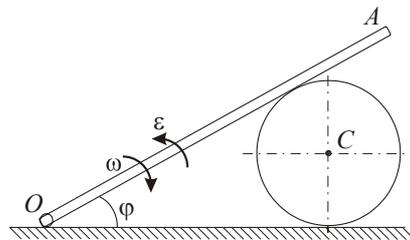
43. (Россия, 2000, 4 балла)

Определить скорость и ускорение точки B кулисного камня механизма в положении, определяемом углом φ , если длина кривошипа $OA = r$, расстояние между осями вращения кривошипа и кулисы $O_1O = r$ и $AB = r/2$. Угловая скорость кривошипа $\omega = \text{const}$.



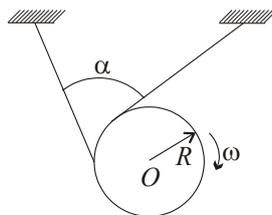
44. (Россия, 2000, 3 балла)

Стержень OA вращается в плоскости рисунка вокруг точки O с угловой скоростью ω и угловым ускорением ε , выталкивая диск радиуса R , движущийся в этой плоскости. Определить скорость и ускорение центра диска C в зависимости от угла наклона стержня φ .



45. (Урал, Оренбург, 2000, 4 балла)

Тяжелый диск радиуса R скатывается на двух нерастяжимых нитях, намотанных на него и расположенных в его плоскости. Свободные концы нитей закреплены. Нити при движении диска постоянно натянуты. В некоторый момент угловая скорость диска равна ω , а угол между нитями α . Какова в этот момент скорость центра диска?

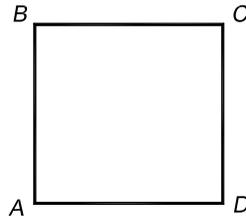


46. (СССР, 1986, 4 балла)

Известны координаты двух точек $A(1, -2, -3)$ и $B(-1, 4, 5)$, скорости которых равны $v_A(5, 3, 2)$ и $v_B(-7, 3, -1)$. Могут ли точки A и B принадлежать одному твердому телу?

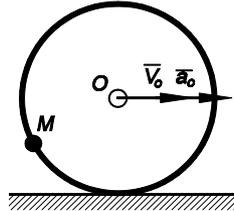
47. (СССР, 1989, 6 баллов)

Квадратная пластинка $ABCD$ со стороной $2l$ движется в своей плоскости. Ускорения ее вершин A, B, C равны, соответственно, $a_A = a, a_B = a, a_C = a\sqrt{5}$, а угловая скорость равна ω . Определить ускорение вершины D и угловое ускорение пластинки.



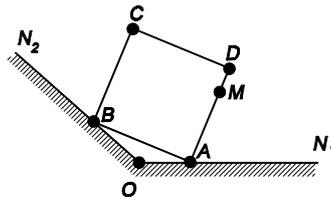
48. (Тамб. ГТУ, 1995, 7 баллов)

Диск радиуса r катится по горизонтальной плоскости без скольжения. Скорость и ускорение центра O диска равны v_0 и a_0 , соответственно. Найти ускорение такой точки M обода, для которой касательное и нормальное ускорения равны по модулю. Рассмотреть частный случай, для которого $\omega^2 = 2\varepsilon$.



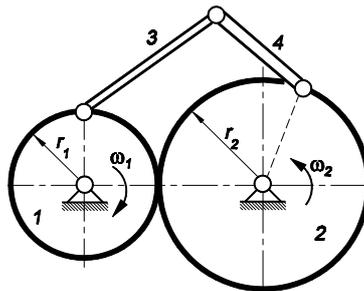
49. (Тамб. ГТУ, 1995, 7 баллов)

Квадрат $ABCD$ совершает плоское движение, касаясь вершинами A и B двух прямых ON_1 и ON_2 , при этом $v_A = v = \text{const}$, $\angle N_1ON_2 = 120^\circ$. Для положения квадрата, когда $OA = a = OB$, найти на стороне AD такую точку M , для которой ускорение относительно точки B будет направлено параллельно AB . Вычислить величину и указать направление абсолютного ускорения точки M .



50. (Тулск. политехн. ин-т, 1987)

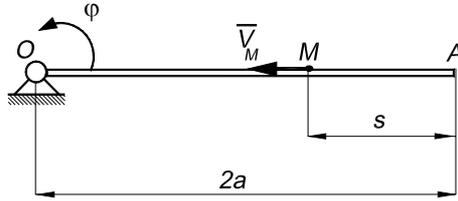
Два диска 1 и 2 , находясь во внешнем зацеплении, вращаются вокруг неподвижных осей O_1 и O_2 . Стержни 3 и 4 шарнирно соединены между собой и в некоторых точках с дисками. Для произвольного положения механизма построением найти МЦС стержней 3 и 4 .



4. КИНЕМАТИКА СЛОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ

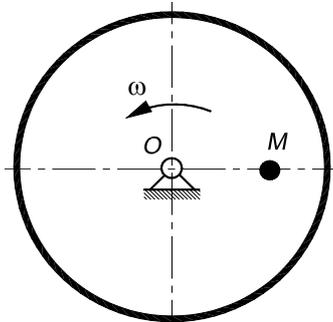
1. (РСФСР, 1982, 3 балла)

Стержень длины $2a$ вращается вокруг оси O по закону $\varphi = e^{2t}$ рад. Из точки A к оси движется точка M . Каким образом должно изменяться во времени ее расстояние AM для того, чтобы абсолютное ускорение точки M всегда было направлено по стержню?



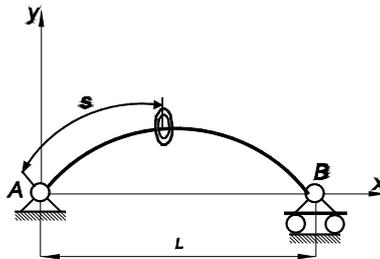
2. (Л., 1988)

Точка M движется по радиусу вращающегося диска согласно закону $OM = x_0 + v_0 t$. Определить закон вращения диска, если известно, что абсолютное ускорение точки M в любой момент времени направлено по радиусу; абсолютную скорость точки M в момент, когда $x = 2x_0$.



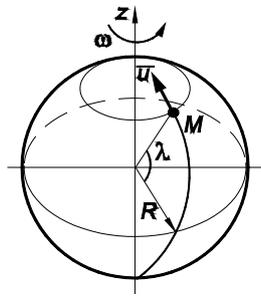
3. (Зап.-Сиб. зона, Новосибирск. ин-т. железн. трансп., 1990)

По однородной балке (струне) AB длины l , изгибные колебания которой описываются уравнением $y(x, t) = a \cos(\omega t) \sin(\pi x/l)$, скользит кольцо M по закону $AM = s(t) = vt$. Определить составляющие скорости и ускорения кольца при условии $a \ll l$.



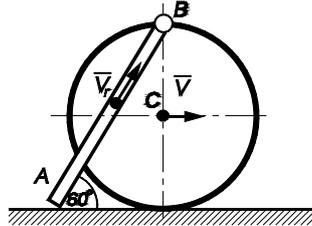
4. (Брянск, 1986)

По поверхности Земли в плоскости меридиана движется точка M с некоторой постоянной, относительной скоростью u . Угловая скорость вращения Земли ω , радиус R . При каком значении u ускорение точки будет постоянным по модулю. Найти также это ускорение.



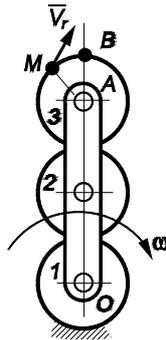
5. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Колесо радиуса R катится без скольжения по горизонтальной плоскости, при этом центр колеса имеет постоянную скорость v . С колесом шарнирно связан стержень AB длины $l > 2R$, второй конец которого скользит по той же плоскости. По стержню в направлении от A к B движется точка M с постоянной относительной скоростью $v_r = v$. Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в положении, показанном на рисунке, когда шарнир B совпадает с наивысшей точкой колеса, а стержень наклонен к горизонтальной плоскости под углом 60° ; $MB = l/2$.



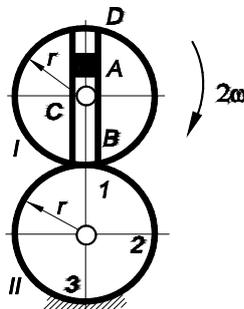
6. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Плоский механизм состоит из трех зубчатых колес $1, 2, 3$ одинакового радиуса $R = 1$ м. Колесо 1 неподвижно, колеса 2 и 3 приводятся в движение с помощью кривошипа OA , вращающегося с угловой скоростью $\omega = 1$ рад/с. По ободу колеса 3 движется точка M с постоянной относительной скоростью $v_r = 2$ м/с. Определить абсолютную скорость и абсолютное ускорение этой точки в момент времени, когда она совпадает с верхней точкой B колеса 3 ($\omega = \text{const}$).



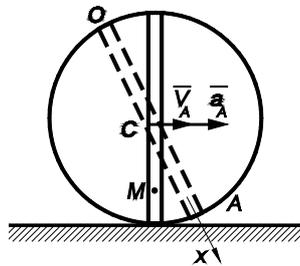
7. (Тольяттинск. политехн. ин-т, 1987)

Диск I катится без скольжения по неподвижному диску 2 от начального положения 1 с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = 2\omega$. Ползун A движется вдоль диаметра BD по закону $s(t) = CA = r \sin(\omega t)$. Определить и показать абсолютные ускорения ползуна для положений 2 и 3 диска.



8. (Россия, 1993, 6 баллов)

Диск радиусом R катится без скольжения в вертикальной плоскости. Через центр диска проходит тонкий канал, внутри которого из точки O в точку A в некоторые моменты времени t_1 начинает двигаться равноускоренно точка M . К моменту времени t_2 , когда канал впервые (после начала движения точки по каналу) занимает вертикальное положение, точка M проходит расстояние, равное $1,5R$. Абсолютное ускорение точки M в этот момент времени направлено параллельно неподвижной плоскости, а скорость и ускорение центра C равны, соответственно: $v_C = U$, $a_C = U^2/R$. Определить закон движения точки M по каналу и ее абсолютное ускорение при $t = t_2$, если начальная относительная скорость равна нулю, а значения t_1 и t_2 неизвестны.

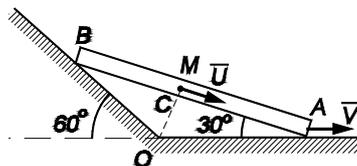


9. (Россия, 1994, 4 балла)

Точка M движется в плоскости xOy согласно уравнениям: $x = t^2$, $y = t^2$. Плоскость xOy вращается с угловой скоростью $\omega = e^{-t}$ вокруг неподвижной оси, ей перпендикулярной и проходящей через начало координат. Определить абсолютное ускорение точки M в тот момент времени, когда оно впервые после начала движения направлено вдоль прямой, соединяющей точку M с началом координат.

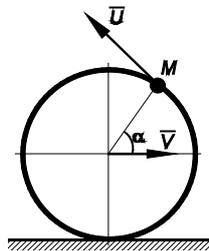
10. (Тамб. ин-т хим. машиностр., 1992, 8 баллов)

Стержень $AB = l$ движется в плоскости рисунка, касаясь своими концами двух неподвижных плоскостей, образующих между собой угол 120° . Скорость конца A постоянна и равна v . По стержню AB движется точка M с некоторой относительной скоростью U . Найти значение U , если известно, что абсолютное ускорение точки M в положении, совпадающем с серединой C стержня, направлено вдоль AB .



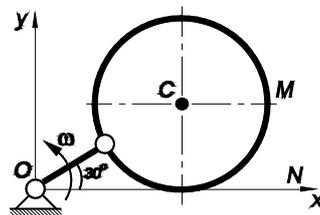
11. (Тамб. ин-т хим. машиностр., 1993, 8 баллов)

Диск радиуса R катится по горизонтальной прямой без скольжения. Скорость центра O диска постоянна и равна v . По ободу диска в направлении, противоположном вращению диска, движется точка M с постоянной относительной скоростью U , равной по модулю v . Определить абсолютные скорость и ускорение точки M для положения ее на диске, определяемом углом α , и вид траектории дальнейшего движения точки.



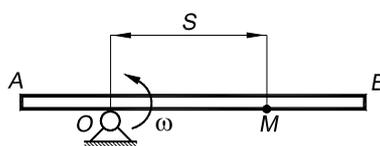
12. (Тамб. ГТУ, 1996, 8 баллов)

Кривошип OA длиной R вращается вокруг неподвижной точки O с угловой скоростью ω . Обруч с центром в точке C и радиуса R , шарнирно соединенный в точке A с кривошипом, скользит по неподвижной прямой ON . По обручу с постоянной скоростью U движется точка M в направлении против часовой стрелки. Для положения данного механизма, движущегося в плоскости xOy , когда $\angle AON = 30^\circ$ и $CM \parallel ON$, найти абсолютные скорость и ускорение точки M .



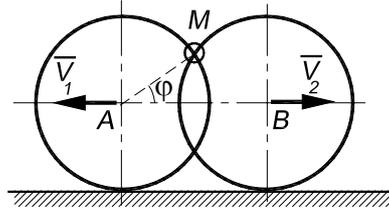
13. (СССР, 1988. 5 баллов)

Прямая AB вращается в плоскости вокруг точки O с постоянной угловой скоростью ω . Вдоль прямой движется точка M так, что ее абсолютная скорость и ускорение взаимно перпендикулярны. Определить абсолютные скорость и ускорение точки M , если в начальный момент времени $s_0 = b$, $\dot{s}_0 = 0$. Найти их численные значения при $b = 2$ см и $\omega = 3$ рад/с.



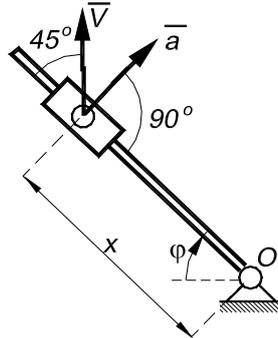
14. (СССР, 1989, 7 баллов)

Два обруча радиуса r катятся без скольжения по направляющей в разные стороны. Скорости центров A и B обручей постоянны и равны, соответственно, v_1 и v_2 . Определить ускорение кольца M , надетого на два обруча, в зависимости от угла φ .



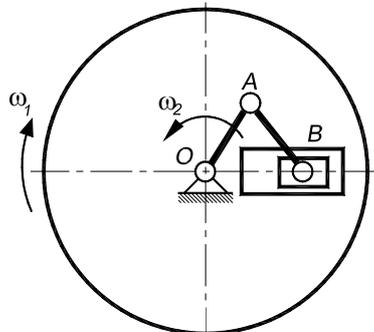
15. (РСФСР, 1985, 7 баллов)

Определить закон относительного движения ползуна $x = x(t)$ и закон вращения стержня $\varphi = \varphi(t)$ при условии, что векторы скорости v и ускорения a ползуна во все время движения составляют со стержнем углы 45° и 90° , соответственно. Начальные условия движения: $t_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$, $\dot{\varphi}_0 = \omega_0$, $x = x_0$.



16. (Аз. ССР, 1984)

Диск с прорезью для ползуна B равномерно вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ по ходу часовой стрелки. Кривошип OA равномерно вращается в обратном направлении с угловой скоростью $\omega_0 = 3 \text{ с}^{-1}$. Считая, что $OA = r = 0,1 \text{ м}$, $AB = 2r = 0,2 \text{ м}$, определить абсолютные скорость и ускорение центра ползуна B в тот момент, когда угол между шатуном AB и кривошипом OA равен 90° .

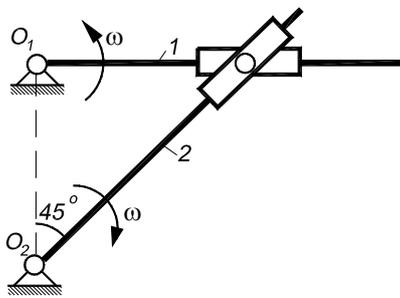


17. (БССР, 1982)

Движение центра тяжести снаряда задано уравнениями $x = v_0 t \cos \alpha$, $y = v_0 t \sin \alpha - gt^2/2$ (v_0 , α , g – const). Снаряд вращается вокруг своей оси, совпадающей с касательной к траектории, с постоянной угловой скоростью ω_r . Определить в наивысшем положении снаряда величины абсолютных ускорений тех точек его поверхности, кориолисово ускорение которых максимально, если диаметр снаряда равен $2R$. Вращение Земли не учитывать.

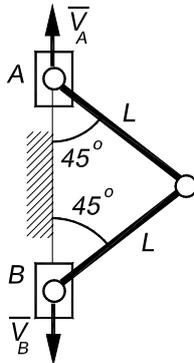
18. (БССР, 1984)

Стержни 1 и 2 , расположенные в одной плоскости, вращаются вокруг центров O_1 и O_2 с равными по величине угловыми скоростями ω . Стержни соединены между собой системой шарнирно скрепленных ползунов, один из которых скользит вдоль стержня 1 , а второй – вдоль стержня 2 . Определить скорость точки M для положения, указанного на рисунке, если $O_1 O_2 = l$.



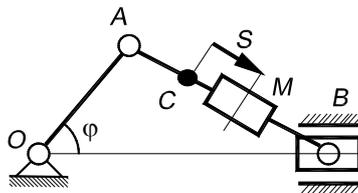
19. (БССР, 1984)

Определить скорость и ускорение точки C плоского механизма в положении, указанном на рисунке, если известны скорости v_A и v_B , а ускорения точек A и B равны нулю.



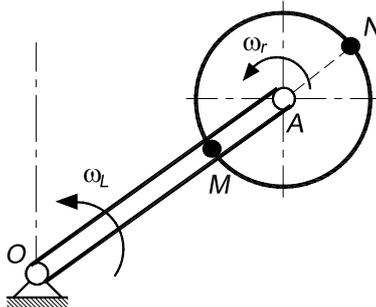
20. (БССР, 1986)

Вдоль шатуна AB кривошипно-ползунного механизма совершает колебания муфта M по закону $CM = s = r \sin(\omega t)$. Кривошип OA вращается вокруг горизонтальной оси O по закону $\varphi = \omega t$. Определить модули абсолютной скорости и абсолютного ускорения муфты M при $t = 0$, если $OA = r$, $AC = CB = 2r$.



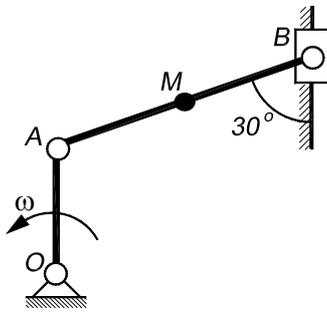
21. (Кирг. ССР, 1987)

Кривошип OA радиуса $2r$ вращается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω_e . На пальце A свободно надето колесо радиуса r , вращающееся с угловой скоростью ω_r против часовой стрелки. Определить величины и направления ускорений точек M и N колеса, находящихся на концах диаметра, совпадающего с осью кривошипа.



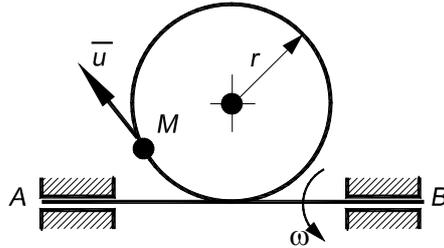
22. (Молд. ССР, 1987)

По шатуну AB нецентрального кривошипно-шатунного механизма движется точка M с постоянной по величине относительной скоростью u . Кривошип OA вращается с угловой скоростью ω . Определить, при какой относительной скорости u абсолютная скорость точки M при ее прохождении через середину шатуна AB будет горизонтальна в положении механизма, указанном на рисунке; величину абсолютного ускорения точки M в тот же момент времени при условии, что $\omega = \text{const}$, $OA = r$, $AB = l$, $l = 2r$.



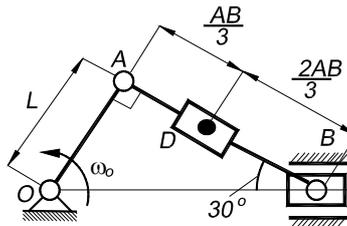
23. (Л., 1982)

Окружность радиусом r вращается с постоянной угловой скоростью ω рад/с вокруг оси AB . По окружности равномерно с относительной скоростью u м/с движется точка M . Определить, абсолютное ускорение точки M в том положении, где ее относительная и переносная скорости равны по величине, т.е. $\omega r = u$.



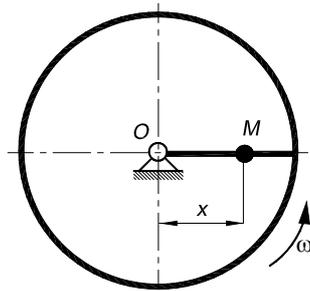
24. (Л., 1984)

Определить постоянную относительную скорость ползуна D кривошипно-ползунного механизма в положении, указанном на рисунке, если известно, что абсолютное ускорение ползуна D в этот момент времени направлено вдоль шатуна AB . Угловая скорость ω_0 кривошипа постоянна.



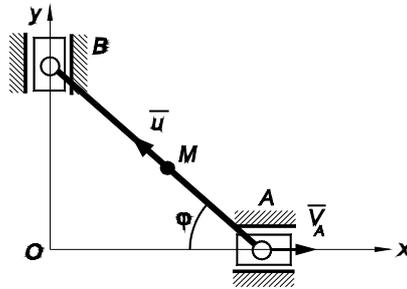
25. (Л., 1985)

Диск вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг центральной оси, перпендикулярной плоскости диска. Из центра O движется в радиальном направлении точка M . Ее начальная относительная скорость равна v_0 . Каково должно быть уравнение относительного движения точки $OM = x = x(t)$ для того, чтобы ее абсолютное ускорение все время было равно ускорению Кориолиса.



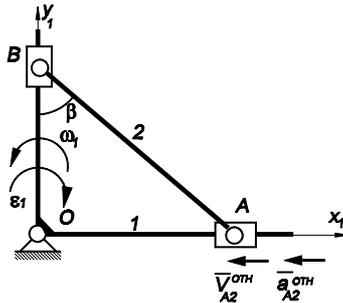
26. (Брянск. ин-т транспортн. машиностр., 1988)

Прямолинейный стержень AB длиной $l = 1$ м скользит своими концами вдоль осей координат, при этом $v_A = 2$ м/с = const. Вдоль стержня в направлении от A к B движется точка M с постоянной относительной скоростью $v_r = 2$ м/с. Определить абсолютное ускорение точки M в тот момент, когда она окажется равноудаленной от МЦС и МЦУ стержня AB . Учесть, что в этот момент угол $\varphi = \pi/6$.



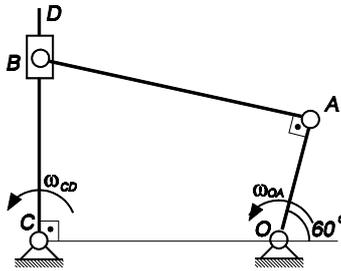
27. (МАТИ, 1985)

Взаимно перпендикулярные направляющие Ox_1 и Oy_1 в плоском механизме вращаются замедленно вокруг оси шарнира O , которая перпендикулярна плоскости Ox_1y_1 . Одновременно стержень AB скользит своими концами вдоль направляющих Ox_1 и Oy_1 . Найти v_{B2}^{abc} и a_{B2}^{abc} , если известны значения следующих величин: $AB = 10$ см, $\beta = 60^\circ$, $v_{A2}^{OTH} = 10$ см/с, $a_{A2}^{OTH} = 20\sqrt{3}$ см/с², $\omega_1 = 2\sqrt{3}$ с⁻¹, $\varepsilon_1 = 12$ с⁻².



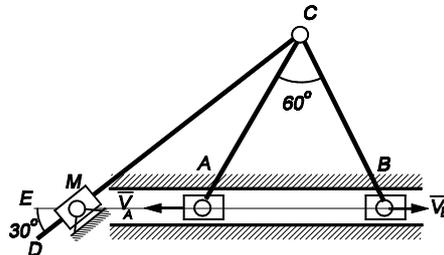
28. (Гамбовск. ин-т хим. машиностр., 1986)

В механизме $OABC$ кривошипа ω_{OA} равна 1 с⁻¹. $OA = r = 1$ см, $CO = 2r$, $\angle AOK = 60^\circ$; $OA \perp AB$, $DC \perp CO$. Определить угловую скорость кулисы CD , если $a_B^{kop} = 1$ см/с², $0,8 < v_B^{OTH} < 3$ см/с.



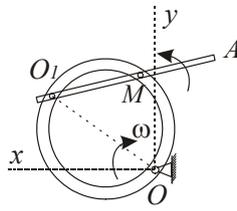
29. (Гамбовск. ин-т хим. машиностр., 1988)

Ползуны A и B движутся по горизонтальной направляющей EN в разные стороны с постоянными скоростями $v_A = v$ и $v_B = 2v$. Определить для данного положения механизма угловую скорость и угловое ускорение стержня CD , который может скользить в муфте M и поворачиваться вместе с ней вокруг неподвижной точки O ; $AC = CB = l$.



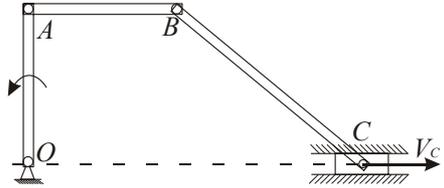
30. (Россия, 1995, 5 баллов)

Кольцеобразный желоб радиусом r вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через точку O_1 , лежащую на оси желоба. Кривошип OA , имеющий продольную прорезь, вращается в противоположном направлении с угловой скоростью 2ω относительно желоба вокруг точки O , находящейся на одном диаметре с точкой O_1 и жестко связанной с желобом. Стержень (штифт) M , перпендикулярный плоскости кольца, скользит одновременно в желобе и прорези кривошипа. Пренебрегая толщиной кольца, определить величину ускорения штифта M как функцию угла поворота диаметра O_1O (для углов, меньших $\pi/4$), если в начальный момент времени прямые O_1O и OA совпадали.



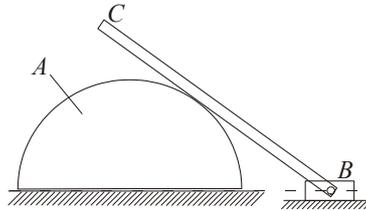
31. (Россия, 1995, 5 баллов)

Кривошипно-шатунный механизм состоит из кривошипа OA , равной ему длины шатуна AB и вдвое большего их шатуна BC . Скорости точек A и C равны, постоянны и направлены в разные стороны. В положении, указанном на чертеже, когда кривошип OA расположен вертикально, а шатун AB ему перпендикулярен, определить отношение угловых ускорений шатунов AB и BC .



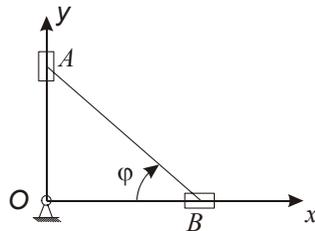
32. (Россия, 1999, 6 баллов)

Полукруглый толкатель A радиуса $R = 2$ м движется ускоренно по горизонтальной плоскости со скоростью $v = \sqrt{2}$ м/с и ускорением $a = \sqrt{2}$ м/с². Навстречу ему, так же ускоренно с теми же скоростью и ускорением, движется ползун B . Ползун соединен шарнирно со стержнем BC длиной $2R$, который опирается на толкатель. Определить скорость и ускорение точки C в положении механизма, при котором стержень образует с горизонталью угол 45° .



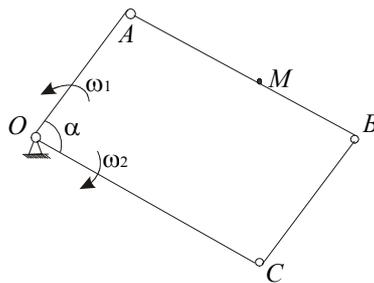
33. (Урал, Оренбург, 2000, 5 баллов)

Линейка AB длиной l скользит своими концами по двум взаимно перпендикулярным направляющим Ox и Oy , вращающимся вокруг точки O с постоянной угловой скоростью ω . Закон изменения угла в относительном движении $\varphi = \varphi_0 + \omega t$. Для точки M , делящей AB в отношении $1 : 3$, определить траекторию и скорость в абсолютном движении. Рассмотреть два случая: 1) когда вращение происходит против хода часовой стрелки и 2) по ходу часовой стрелки.



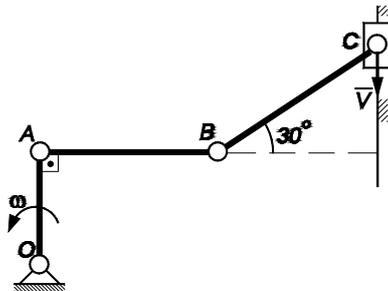
34. (Урал-Поволжье, Оренбург, 2001, 5 баллов)

В шарнирном параллелограмме стержень OA вращается в плоскости параллелограмма с постоянной угловой скоростью ω_1 , а стержень OC – с постоянной угловой скоростью ω_2 вокруг неподвижной точки O . По стержню AB движется равномерно точка M со скоростью v . $OA = a$, $OC = b$. Определить величину и направление абсолютной скорости и абсолютного ускорения точки M в зависимости от угла α и от расстояния $AM = x$.



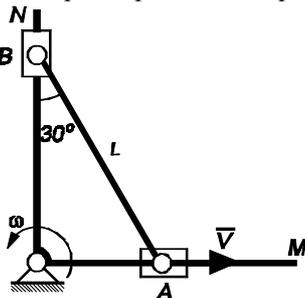
35. (Тамб. ин-т хим. машиностр., 1992, 8 баллов)

Для изображенного на рисунке плоского механизма дано: $v_C = v = \text{const}$, $\omega_{OA} = \omega = \text{const}$; $OA = OB = r$, $BC = 2r$. Определить ω_{AB} , ω_{BC} , ε_{AB} , ε_{BC} .



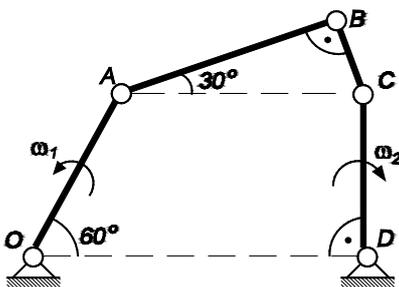
36. (Тамб. ин-т хим. машиностр., 1993, 7 баллов)

Изогнутый под прямым углом стержень MON вращается с угловой скоростью ω вокруг оси O . Стержень AB длиной l на концах имеет шарнирно закрепленные ползуны, скользящие по сторонам прямого угла, при этом относительная скорость ползуна A равна v . Найти положение мгновенного центра скоростей C стержня AB и вычислить расстояние OC .



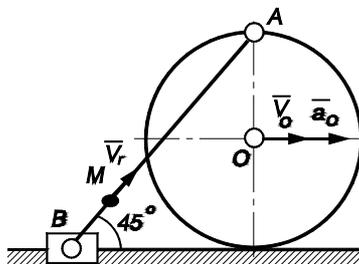
37. (Тамб. ин-т хим. машиностр., 1993, 8 баллов)

Для данного положения механизма определить скорость точки B и угловые скорости звеньев AB и BC , если $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $OA = l$, $AB = a$.



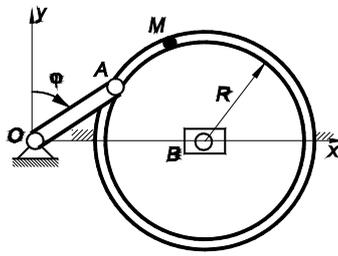
38. (Брянск. ин-т транспортн. машиностр., 1987).

Диск радиуса $R = 1$ м катится без скольжения по прямолинейному рельсу, при этом в данный момент времени скорость его центра O равна $v_0 = 4$ м/с и ускорение $a_0 = 2$ м/с². В точке A шарнирно с диском скреплен прямолинейный стержень AB , конец B которого перемещается вдоль того же рельса. По стержню AB в направлении от B к A движется точка M . Найти расстояние AM , при котором в показанном на рисунке положении системы абсолютное ускорение точки M будет направлено вдоль стержня AB .



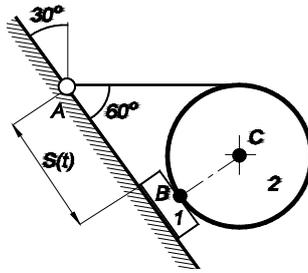
39. (МВТУ, 1986)

В кривошипно-шатунном механизме шатун выполнен в виде диска радиуса $R = OA = 0,2$ м с центром на ползуне B . К ободу диска приварена трубка, в которой может перемещаться шарик (точка M). Определить абсолютные скорость и ускорение шарика при $t_1 = 1$ с после начала движения. Кривошип вращается по закону $\varphi = (t^2 + 2,14)/2$ радиан, если вести отсчет от вертикали, как это показано на рисунке, а шарик движется так, что расстояние от центра A изменяется согласно уравнению $AM = (\pi + t^2/2 + t - 1,5)/5$ м.



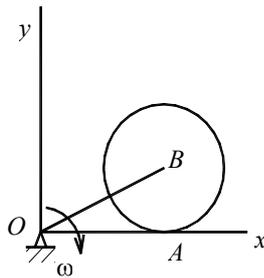
40. (Томск. политехн. ин-т, 1985)

Пластина l движется по наклонной плоскости по закону $s(t) = 0,1t^2 + 0,4t$ (м). По пластине катится без скольжения каток 2 радиуса $R = 0,2$ (м), обмотанный нерастяжимой нитью. Концы A нити закреплен на плоскости. В момент времени $t_1 = 1$ (с) механизм занимает положение, указанное на рисунке. Определить угловую скорость и угловое ускорение катка 2 в момент времени t_1 .



41. (СНГ, 1992, 5 баллов)

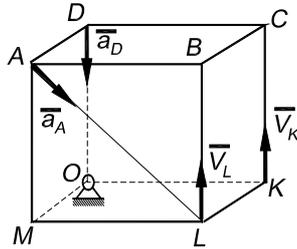
Прямолинейный стержень OA вращается с постоянной угловой скоростью ω в плоскости xOy . По стержню в той же плоскости катится без проскальзывания диск радиуса R так, что расстояние от центра диска до оси вращения стержня меняется по закону: $OB = R(1 + t)$. Определить как функцию времени проекцию абсолютного ускорения центра B диска на прямую OB и координаты мгновенного центра скоростей диска в его абсолютном движении в системе координат, связанной со стержнем OA .



5. КИНЕМАТИКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ

1. (СССР, 1986, 7 баллов)

Куб со стороной l закреплен в вершине O при помощи сферического шарнира. Направления скоростей точек K и L и ускорений точек A и D указаны на рисунке, $v_K = v_L = U$. Определите скорости и ускорения точек D и C .

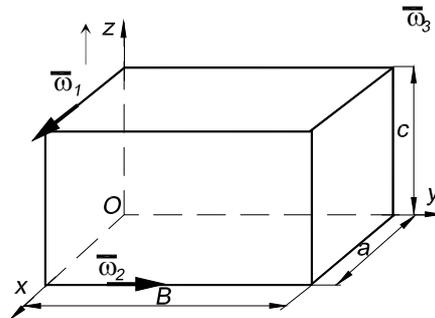


2. (СССР, 1987, 6 баллов)

Твердое тело, имеющее форму прямоугольного параллелепипеда со сторонами a , b , c , совершает сложное движение, участвует одновременно в трех вращениях; направления угловых скоростей этих вращений указаны на чертеже.

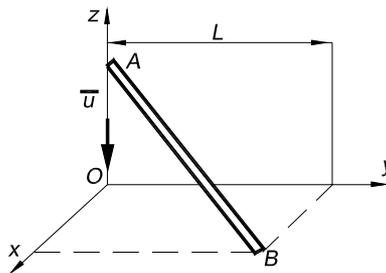
1. Какому условию должны удовлетворять величины ω_1 , ω_2 , ω_3 для того, чтобы существовала мгновенная ось вращения?

2. Какому условию должны удовлетворять величины ω_1 , ω_2 , ω_3 для того, чтобы существовала мгновенная винтовая ось, проходящая через начало координат?



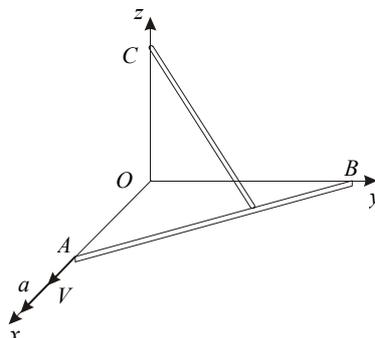
3. (СССР, 1988, 6 баллов)

Конец A стержня AB длины $2l$ движется по оси x с постоянной скоростью u , конец B движется по прямой $y = l, z = 0$. Определить скорость v_B и ускорение a_B конца B стержня в момент, когда $OA = l$.



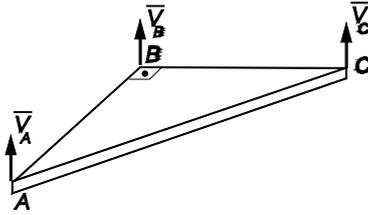
4. (Россия, 1997, 7 баллов)

Два стержня AB и CD одинаковой длины l скреплены в точке D шарнирно. Концы стержней A , B и C скользят вдоль соответствующих осей прямоугольной системы координат xyz . Определить скорость и ускорение точки C стержня CD и величину его угловой скорости, полагая, что вращение стержня вокруг оси CD отсутствует. Известны: скорость v и ускорение a точки A . $BD = 0,25l$, а также угол OAB в расчетном положении, равный 60° .



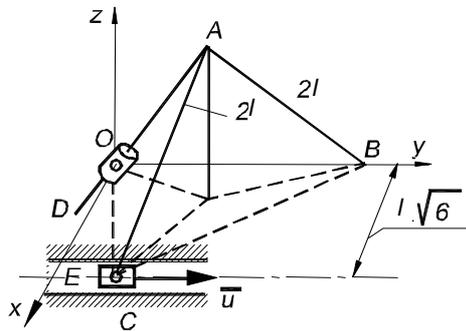
5. (Россия, 1998, 6 баллов)

Скорости точек A, B, C треугольной пластинки ABC перпендикулярны ее плоскости и направлены в одну сторону, их величины заданы и удовлетворяют условию: $v_C : v_B : v_A = 3 : 2 : 1$. Определить угловую скорость пластинки и положение ее мгновенной оси вращения (угол ABC равен 90° , $AB = BC = a$).



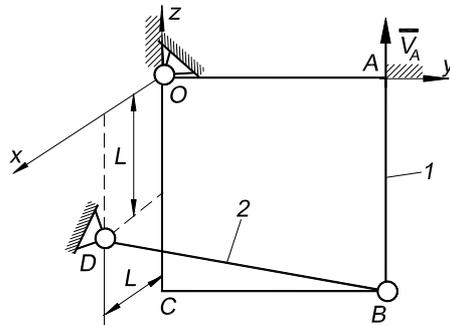
6. (СССР, 1984, 9 баллов)

Пространственная конструкция из трех тонких стержней, жестко соединенных (сваренных) под прямыми углами в точке A , совершает пространственное движение. При этом стержень AC прикреплен к ползуну C с помощью сферического шарнира, а стержень AD может свободно перемещаться внутри втулки, присоединенной к неподвижному основанию в начале координат сферическим шарниром O . Ползун C равномерно движется вдоль направляющего паза, параллельного оси Oy , со скоростью $v_C = u$, а точка B безотрывно скользит по плоскости Oxy . Найти проекции вектора угловой скорости пространственной конструкции $ABCD$ на оси координат в положении, когда $EC = s = l\sqrt{2}$, $AB = AC = 2l$; $OE = l\sqrt{6}$.



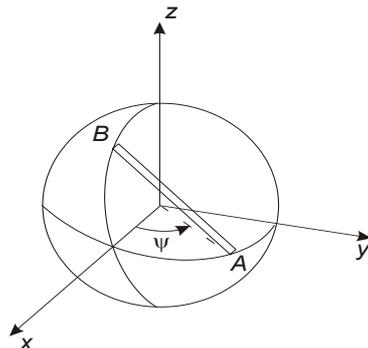
7. (СССР, 1985, 7 баллов)

Жесткая прямоугольная рама 1 с помощью сферического шарнира и прямого стержня 2 , имеющего на концах B и D сферические шарниры, присоединена к неподвижному основанию, как показано на рисунке. Найти для указанного положения проекции на заданные оси координат абсолютной угловой скорости рамы 1 , если известны вектор скорости точки A рамы ($v_A = u$ м/с, $v_A \parallel Oz$), координаты центра шарнира $D(l, 0, -l)$ и размеры рамы $OA = l$, $AB = 2l$.



8. (Россия, 2001, 6 баллов)

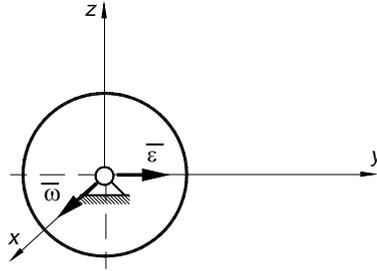
Стержень AB длиной $l = R$ скользит своими концами по взаимно перпендикулярным окружностям больших кругов сферы радиуса R . Скорость конца A постоянна и равна v . Определить скорость и ускорение точки B в положении, определяемом углом $\varphi = 45^\circ$.



6. СФЕРИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

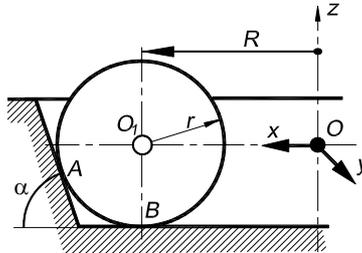
1. (СССР, 1989, 6 баллов)

Шар радиуса R , закрепленный шарнирно в центре, совершает сферическое движение. Его угловая скорость ω и угловое ускорение ε направлены, как указано на чертеже, $\varepsilon = \omega^2$. Определить на поверхности шара точки, ускорения которых параллельны ω .



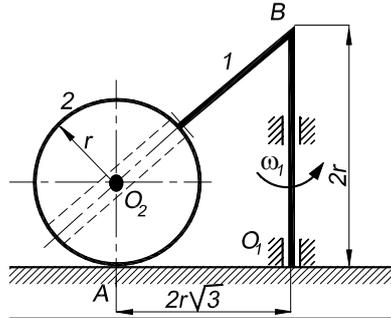
2. (РСФСР, 1988, 5 баллов)

Шарик перекатывается без проскальзывания в точках контакта A и B с конической поверхностью и плоскостью, вращаясь вокруг оси z со скоростью ω . Найти точку M шарика, имеющую наибольшую абсолютную скорость и вычислить v_M . Найти также ускорение точки M относительно центра шарика, абсолютные ускорения точек A и B , угловое ускорение шарика. Дано: $r = 1$ см, $\alpha = 60^\circ$, $R = 3/(3 - \sqrt{3})$ см, $\omega = \sqrt{2/(2 - \sqrt{3})}$ рад/с = const.



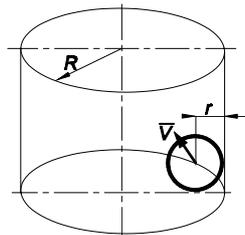
3. (РСФСР, 1989, 5 баллов)

Шар 2 вращается вместе с вертикальной осью O_1B и перекатывается по горизонтальной плоскости без проскальзывания. Определить максимальную относительную скорость (разность абсолютных скоростей) двух точек шара. Дано: r , O_1B , O_1A , ω_1 .



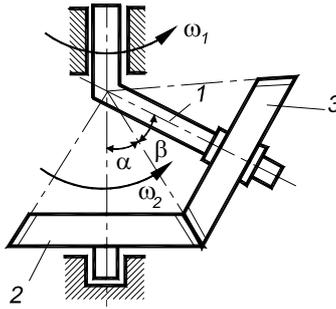
4. (М., 1964)

Шар радиуса r катится без проскальзывания в цилиндрическом стакане радиуса R , касаясь одновременно его дна и стенки. Вычислить абсолютную величину ε углового ускорения шара, если скорость центра шара по величине постоянна и равна v .



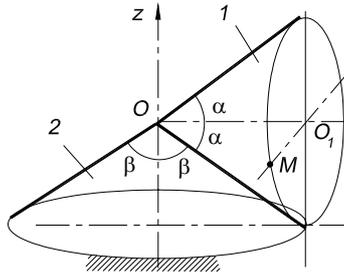
5. (СССР, 1982, 7 баллов)

В дифференциальной передаче, состоящей из водила 1 и конических шестерен 2 и 3 , заданы два вращения: $\omega_1 = \text{const}$, $\omega_2 = \text{const}$, причем $\omega_2 > \omega_1$. Зная углы α и β в осевых сечениях шестерен, найти абсолютное угловое ускорение шестерни 3 .



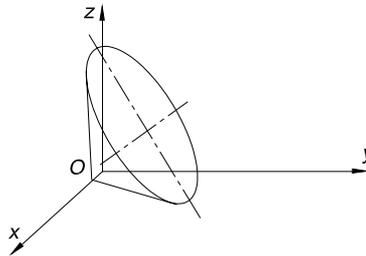
6. (СССР, 1983, 6 баллов)

Прямой круговой конус 1 с углом $2\alpha = 60^\circ$ при вершине и радиусом основания $R = 1$ м катится без скольжения по круговому конусу 2 с углом $2\beta = 120^\circ$ при вершине. Найти радиус кривизны траектории абсолютного движения точки M основания конуса 1 в положении, когда радиус O_1M горизонтален.



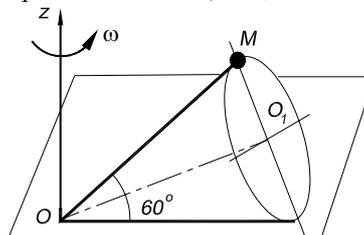
7. (СССР, 1987, 8 баллов)

Сплошной конус с углом 90° при вершине катится без скольжения по горизонтальной плоскости с постоянной по величине угловой скоростью ω . Определить геометрическое место тех точек конуса, ускорения которых параллельны опорной плоскости.



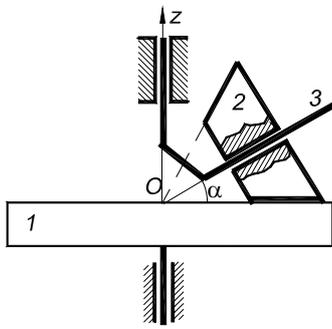
8. (Аз. ССР, 1988)

Найти нормальное ускорение точки M конуса, который катится без скольжения по горизонтальной плоскости, вращаясь при этом вокруг оси z с постоянной угловой скоростью $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $OO_1 = 30 \text{ см}$.



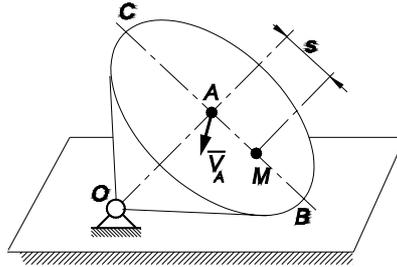
9. (Л., 1986)

В изображенном на рисунке механизме колесо 1 и водило 3 вращаются вокруг оси Oz с угловыми скоростями ω_{1z} и ω_{3z} , соответственно. Найти абсолютное угловое ускорение колеса 2 , если $\omega_{1z} = -3 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{3z} = 5t \text{ с}^{-1}$, $\alpha = 30^\circ$.



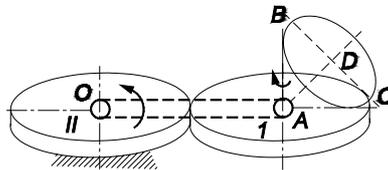
10. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1987)

Круговой конус с неподвижной вершиной O и радиусом основания 8 см катится без скольжения по плоскости. Центр основания движется со скоростью $2t$ см/с. Около центра A вдоль диаметра основания BC совершает гармонические колебания точка M по закону $s = AM = 2 \cos(\pi t/2)$ см. Определить модуль абсолютного ускорения точки M и модуль абсолютного углового ускорения конуса в момент $t = 1$ с, если угол при вершине конуса равен $\pi/2$.



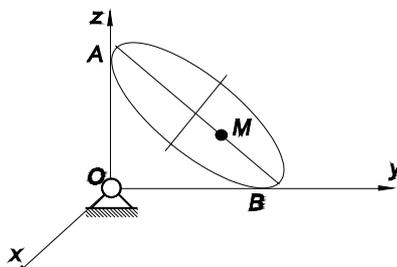
11. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1989)

Круговой конус, вершина которого A все время находится в центре колеса 1 радиусом r , катится без скольжения по поверхности этого колеса. Образующая конуса равна r , угол при его вершине $\alpha = \pi/2$. Колесо 1 , приводимое в движение кривошипом OA , вращающимся вокруг неподвижной оси O с угловой скоростью ω_0 , катится без скольжения по неподвижному колесу 2 с тем же радиусом. Определить угловое ускорение конуса и модуль абсолютного ускорения точки B конуса в момент, когда точки O, A, C находятся на одной прямой ($OC > OA$), если центр D основания конуса движется по отношению к колесу 1 равномерно со скоростью $v_r = r\omega_0$. Направления вращения указаны на рисунке стрелками.



12. (Тамб. ГТУ, 1996, 8 баллов)

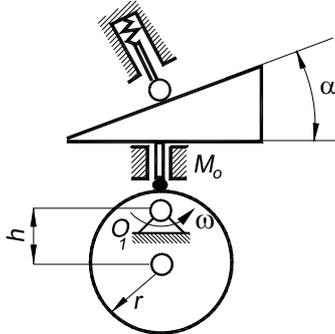
Конус AOB катится без скольжения по горизонтальной плоскости xOy с постоянной абсолютной угловой скоростью ω , все время касаясь этой плоскости по образующей. Вершина O конуса неподвижна, $\angle AOB$ равен 90° . Найти на диаметре AB основания конуса такую точку M (найти BM), направление вектора ускорения которой составляет угол 45° с плоскостью xOy , затем вычислить модуль ускорения этой точки при радиусе основания конуса $R = 1$ м и $\omega = 1$ с $^{-1}$.



7. ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ

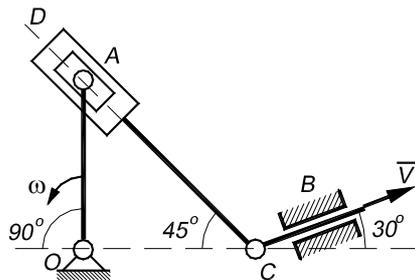
1. (СССР, 1990, 5 баллов)

Кулачок, представляющий собой диск радиуса r , эксцентрично посаженный на вал, вращается с угловой скоростью ω . Относительный эксцентриситет кулачка h/r равен ε . Опирающийся на кулачок вертикальный толкатель клиновидной головкой приводит в движение подпружиненный ползун. Ось ползуна перпендикулярна плоскости клина, которая составляет с горизонтом угол α . Определить скорость ползуна в зависимости от угла φ поворота кулачка (на чертеже изображено начальное положение кулачка).



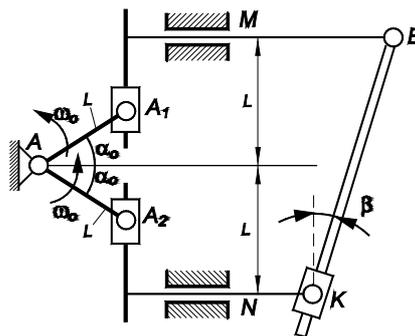
2. (РСФСР, 1984, 5 баллов)

В плоском кулисном механизме кривошип длиной $OA = 0,2$ м вращается равномерно с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с. Стержень CB движется с постоянной скоростью $v = 1$ м/с. Определить в указанном положении механизма угловую скорость и угловое ускорение кулисы CD .



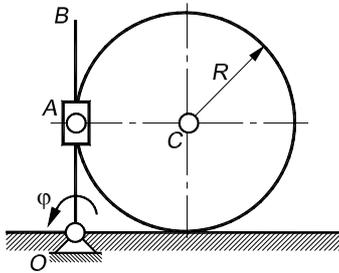
3. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1987)

В суммирующем механизме оба кривошипа OA_1 и OA_2 одинаковой длины, равной половине расстояния между направляющими M и N . В некоторый момент, когда углы $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta = 30^\circ$, оба кривошипа имеют одинаковые направления вращения, равные угловые скорости ω_0 и угловые ускорения, равные нулю. Определить в этот момент угловую скорость и угловое ускорение звена EK .



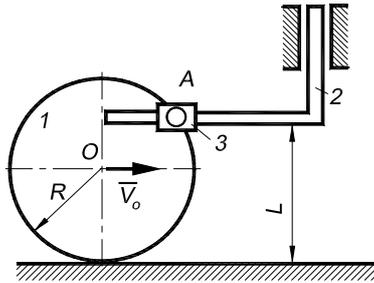
4. (РСФСР, 1982, 3 балла)

Стержень OB вращается вокруг оси O по закону $\varphi = t^2 - t$ рад и несет на себе ползун, шарнирно связанный с ободом колеса в точке A . Считая, что в момент времени $t = 1$ с стержень вертикален, а точка A находится на горизонтальном диаметре колеса радиуса $R = 1$ м, найти скорость и ускорение центра колеса, катящегося без скольжения по горизонтальному рельсу.



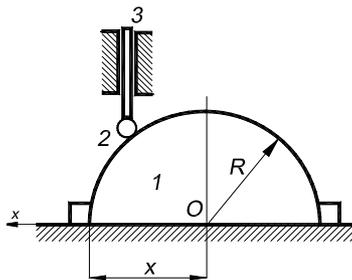
5. (Каз. ССР, 1986)

Диск 1 радиуса $R = 0,4$ м катится без скольжения по плоскости и при помощи ползуна 3, шарнирно прикрепленного к ободу диска в точке A , приводит в движение изогнутый под прямым углом стержень 2. Стержень 2 скользит в направляющих. Скорость центра диска постоянная и равна $v_0 = 0,8$ м/с. Определить скорость и ускорение стержня 2, а также ускорение точки A относительно стержня 2 в показанном на рисунке положении механизма, если $l = 0,6$ м.



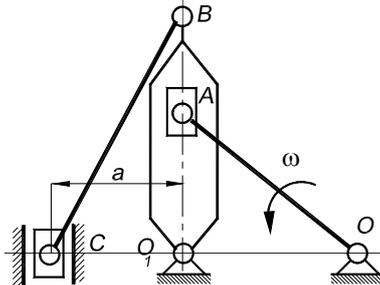
6. (УССР, 1988)

Копир 1 в форме полуцилиндра радиуса R движется в горизонтальных направляющих по закону $x = 2t^2$. Его обкатывает ролик 2, находящийся на нижнем конце вертикального толкателя 3. Определить скорость и ускорение толкателя. Размерами ролика пренебречь.



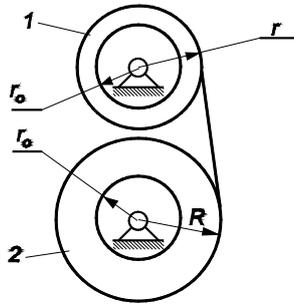
7. (Л., 1985)

Ползун A , прикрепленный к кривошипу OA , вращающемуся с угловой скоростью ω , перемещается вдоль кулисы O_1B . Определить скорость ползуна C в момент, когда ось кулисы вертикальна. Принять $O_1C = a$.



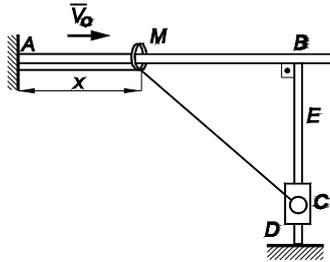
8. (Зап.-Сиб. зона, Новосибирск. ин-т железн. трансп., 1990)

Магнитофонная лента малой толщины δ и большой длины L перематывается с бобины 2 радиуса R на бобину 1 радиуса r , имеющую постоянную угловую скорость $\omega_1 = \omega_0$. Радиусы пустых бобин равны r_0 . Определить: 1) радиусы бобин с лентой r и R как функции времени, если вначале перемотки $r = r_0$; 2) угловую скорость ω_2 бобины 2 как функцию времени; 3) максимальный радиус R_0 катушки, на которую намотана вся лента; 4) время T перемотки ленты.



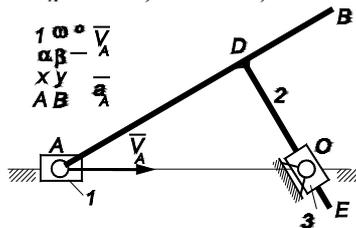
9. (Иркутск. политехн. ин-т, 1984)

Нить AMC закреплена одним концом в неподвижной точке A и продета через кольцо M , скользящее с постоянной скоростью v_0 по неподвижному стержню AB . Другой конец нити привязан к ползуну C , скользящему по вертикальному стержню DE . Длина нити равна l , расстояние $AE = h$, $AB \perp DE$. Определить скорость ползуна C в зависимости от расстояния $AM = x$.



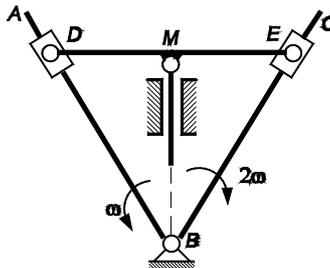
10. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1988)

В механизме движение от ползуна 1 передается шарнирно связанному с ним звену 2 , элемент DE которого проходит через камень 3 , вращающийся относительно горизонтальной оси O . Определить угловую скорость и угловое ускорение звена 2 механизма в положении, когда $\angle BAO = 45^\circ$, если $v_A = 1$ м/с, $AO = 1$ м, $DE \perp AB$, $a_A = 1$ м/с².



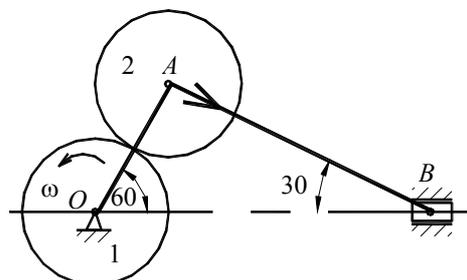
11. (Тамбовск. ин-т хим. машиностр., 1988)

Стержни AB и BC вращаются равномерно с угловыми скоростями ω и 2ω в разные стороны вокруг неподвижного шарнира B . Стержень DE соединяет два ползуна, движущиеся по AB и BC , при этом средней точкой M стержень связан шарнирно с другим стержнем, движущимся вертикально вдоль направляющих K . Найти скорости и ускорения точек D , M , E в тот момент, когда $\angle AB = 60^\circ$, а стержень DE горизонтален; $DE = a$.



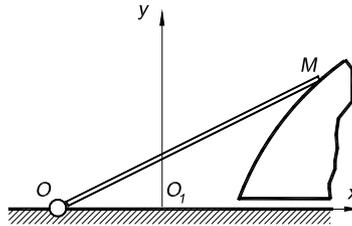
12. (Россия, 1994, 8 баллов)

На неподвижную ось O свободно насажены зубчатое колесо 1 радиуса r и кривошип OA длиной $2r$, не связанные между собой. С шатуном AB жестко скреплено зубчатое колесо 2 . Колесо 1 вращается равномерно с угловой скоростью ω , и, захватывая зубья колеса 2 , приводит в движение шатун AB и кривошип OA . Для указанного на чертеже положения механизма определить скорость и ускорение ползуна B .



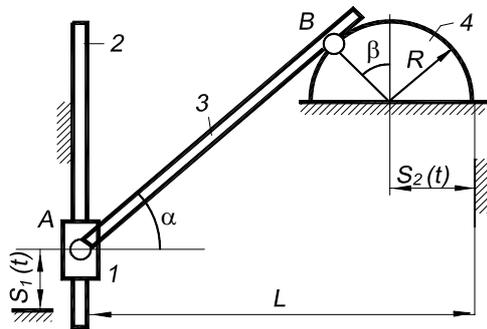
13. (БССР, 1982)

Кулачок движется поступательно справа налево с постоянной скоростью v_0 . Уравнение его контура в осях XO_1Y , неизменно с ним связанных, известно. Палочка OA длины l шарнирно скреплена с неподвижной точкой O и опирается свободным концом на кулачок. Найти угловую скорость ω палочки в зависимости от положения ее конца A в осях XO_1Y . Найти затем такую форму кулачка (уравнение его контура), при которой палочка будет вращаться с постоянной угловой скоростью ω_0 .



14. (Аз. ССР, 1986)

По неподвижной вертикальной стойке 2 скользит втулка 1 по закону $S_1(t) = t^3$ (см). К втулке в точке A шарнирно прикреплен стержень 3, который соприкасается в точке B с ползунком 4, представляющим собой полуцилиндр радиуса $R = 4\sqrt{2}$ см. Ползун скользит по горизонтальной плоскости по закону $S_2(t) = 2\sin(\pi t/2)$ (см). Определить угловую скорость и угловое ускорение стержня 3 в момент времени $t_1 = 1$ с, если $\alpha = 45^\circ$, $l = 16$ см.



Глава 1

1. $v = 2t\sqrt{9+4t^2}$, $a = 2\sqrt{9+16t^2}$.

Указание: составить уравнения движения точки, совпадающей в каждый момент времени с центром кривизны траектории. Дифференцируя эти уравнения, найти искомые величины.

2. Указание: По уравнениям движения точки M найти последовательно v , a_t , a , a_n , ρ . Затем с учетом рисунка найти расстояние MP и выразить его через ρ .

3. $L_{\min} = \sqrt{(l - v_1 t_m \cos \alpha - v_2 t_m \cos \beta)^2 + (v_1 t_m \sin \alpha - v_2 t_m \sin \beta)^2}$, где $t_m = l(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) / (v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos(\alpha + \beta))$.

4. $L_{\min} = l_0 v_2 / \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.

5. $S = 2l/3$.

6. $r = L(\operatorname{tg}(\varphi/2))^{v/u}$.

7. $v_{AB} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$, $\vec{v}_{BA} = -\vec{v}_{AB}$,

$|a_{AB}| = v_1^2/R - a_2$, $a_{BA} = \sqrt{(2v_1 v_2 / R)^2 + (a_2 + v_1^2 / R)^2}$.

8. $\operatorname{tg} \varphi_{\min} = 2(H_0 - h_0) / L + \sqrt{3} / 3$.

9. $v_P = v_A \sqrt{l^2 + h^2} / h$, $a_P = v_A^2 l^2 / h^3$.

Глава 2

1. $OM = l\sqrt{3} / 4$, $a = u^2 \sqrt{3} / l$.

2. $a_A = a$, $a_B = a\sqrt{3}$.

3. $\rho = CD = f^2 / e$.

4. $a_C^n = 0,25 \text{ м/с}^2$.

5. $a_M = 16 \text{ м/с}^2$.

6. $v_K = \omega h \sqrt{2}$, $a_K = \omega^2 h \sqrt{26}$.

7. $a_B = \omega^2 l \sqrt{26} / 2$.

8. $\omega_3 = \omega / \sin \alpha$, $\varepsilon_1 = \omega_1^2 (\cos \alpha + \cos^2 \alpha) / \sin^2 \alpha + \varepsilon_3 \sin \alpha$, если предположить, что вектор ε_3 направлен к нам, а вектор ε_1 от нас.

9. $\omega_{OA} = 10\sqrt{3} \text{ рад/с}$.

10. $\cos \alpha = 0,5$.

11. Указание: найти МЦС звена AB – точку P , выразить ускорение точки P через ускорения точек A и B . Далее использовать геометрический или аналитический метод определения ускорения a_P и показать, что оно не зависит от ε звена AB .

12. $\omega_k = \omega(1 - r^2/l^2) / 2$.

13. 1) $\ddot{\varphi} = \varepsilon_2 - \varepsilon_3 = 2 - \sqrt{2} \text{ рад/с}^2$,

2) $\ddot{\varphi} = \varepsilon_2 - \varepsilon_3 = 1 + \sqrt{3} / 2 - \sqrt{2} \text{ рад/с}^2$.

14. $\omega_{BC} = u/l$, $\varepsilon_{BC} = u^2/l^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

15. $\varepsilon_{AB} = \omega_0^2 r / \sqrt{l^2 - r^2}$, $\varepsilon_{OA} = a/r \pm \omega_0^2 r / \sqrt{l^2 - r^2}$,

$a_A = \sqrt{(\omega_0^2 r)^2 + (a \pm \omega_0^2 r^2 / \sqrt{l^2 - r^2})^2}$, верхний знак берется, если вектор a направлен влево, нижний – если вправо.

16. $\omega_{BD} = \omega_{OIE} = \omega/3$, $\varepsilon_{BD} = 8\omega^2 \sqrt{3} / 27$, $\varepsilon_{OIE} = \omega^2 \sqrt{3} / 27$.

17. $a_M = 20 \text{ см/с}^2$, $BM = 5 \text{ см}$.

18. $\omega = 0,5 \text{ рад/с}$, $\varepsilon = 0,4\sqrt{3} \text{ рад/с}^2$, $a_r = 5,5 \text{ см/с}^2$, $a_K = 5\sqrt{3} \text{ см/с}^2$.

19. $a_B = 0$.

20. $\omega_{DC} = \omega_0 \sqrt{3} / 3$.

21. $v_B = 2\lambda V$.

22. МЦУ звена AB совпадает с точкой B , $\varepsilon_0 = \varepsilon_{AB} = \omega_0^2 r \sqrt{l^2 - r^2}$.

23. МЦС цилиндра B находится в точке P на прямой OB между точками O и B на расстоянии $OP = r\sqrt{3} \sqrt{r^2 + 4h^2} + 2\sqrt{3} rh / (r\sqrt{3} + 4h)$.

24. *Указание:* 1) Метод разложения движения. Рассматривая сложное движение точек A и B , найти v_{B2} . Зная v_{B2} и v_A , найти МЦС звена AB . 2) Метод остановки. Мысленно остановить звено 3. Найти МЦС первого и второго звеньев в относительном движении. Затем, возвращая систему в исходное положение, геометрически найти МЦС звена 2.

25. *Указание:* найти МЦС звена 2 – точку P_2 . Учесть, что скорость точки звена 3, которая совпадает с точкой P_2 , направлена параллельно AB .

$$26. v_C = 2\omega r / \sqrt{3}, a_C = 2\omega^2 r / 3.$$

27. МЦС звена 3 находится на пересечении перпендикуляра к AC , проведенному из точки A , с продолжением прямой BC , $v_{B3} = 1,13$ м/с, $a_{B3} = 22,18$ м/с².

$$28. \omega = v \operatorname{tg} \varphi \sin \varphi / l, \varepsilon = \sin^2 \varphi (a + 2v^2 \operatorname{tg} \varphi / l) / l.$$

$$29. \omega_2 = 3 \text{ рад/с.}$$

$$30. \omega_1 = 2\sqrt{3} v_B / 3r, \varepsilon_1 = \sqrt{3} v_B^2 / 3r^2.$$

$$31. x^2 + (y - 0,5l)^2 = 0,25l^2 \text{ (окружность радиуса } 0,5l), a = 2l\omega^2.$$

$$32. v_r = v\sqrt{3} / 2, a_r = v^2 / 4a, \varepsilon_{AC} = v^2 \sqrt{3} / 2a^2.$$

33. $v_C = v\sqrt{7} / 2\sqrt{3}$. *Указание:* при нахождении МЦС крестовины геометрическим методом учесть, что скорость точки, связанной с крестовиной и являющейся МЦС крестовины в относительном движении ее по отношению к звену AD , направлена параллельно AD , а скорость точки, связанной с крестовиной и совпадающей с точкой O , направлена вдоль OB .

$$34. v = \omega a.$$

$$35. v_M = \omega r / 2\sqrt{3}, a_M = \omega^2 r / 6.$$

36. МЦУ крестовины лежит в середине отрезка OO_1 при любом положении системы.

37. $v_K = 20\sqrt{19} / \sqrt{3}$ см, МЦС крестовины лежит в точке пересечения перпендикуляров к стержням 1 и 2, проведенных соответственно из точек O_1 и O_2 .

$$38. v = p\omega / 2\cos^3(\omega t / 2), a = p\omega^2 \sqrt{5 - 4\cos \omega t} / 4\cos^4(\omega t / 2).$$

39. Точка P будет двигаться по окружности радиуса AB с центром в точке B . $v_P = 2\omega R$, $a_P = 4\omega^2 R$, $R = AB$.

$$40. \omega(\alpha, \beta) = v / (h(1 + \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta)), \omega = v a^2 / ((a^2 - b^2)h + ab^2).$$

Указание: применить метод обратимости движения.

$$41. v_r = 2\omega R \sqrt{5}, a_r = 2R \sqrt{5} (\varepsilon - 8\omega^2).$$

42. *Указание:* найти МЦС стержня (точка P). Расстояние $OP = l / \sin \alpha = \text{const}$. Центр окружности находится в точке O .

Глава 3

$$1. v = \omega \sqrt{l^2 + r^2}, a = \sqrt{(\varepsilon r - l\omega^2)^2 + (\varepsilon l + r\omega^2 / 2)^2}.$$

Указание: для определения угловой скорости колеса 2 применить метод Виллиса.

$$2. v = v_A \sin \varphi / \sin(\alpha + \varphi),$$

$$a = (a_A R \sin \varphi \sin^2(\alpha + \varphi) + v_A^2 \sin^2 \varphi) / (R \sin^3(\alpha + \varphi)).$$

Указание: рассмотреть движение точки B стержня как сложное, состоящее из относительного движения по отношению к диску и переносного вместе с диском.

$$3. \rho = (2\sqrt{3} R - 3r)^2 / (4\sqrt{3} R - 7r).$$

4. $y = x \operatorname{ctg}(\gamma/2)$. Траектория точки M – диаметр большой окружности, проходящей через начальное положение точки M .

$$5. \text{Окружность } x^2 + (y + R/2)^2 = (R/2)^2.$$

6. Искомая точка лежит на неподвижной плоскости на расстоянии одного метра по ходу движения от точки пересечения оси касания цилиндра с плоскостью движения точки O .

$$7. v_O = \omega l, a_P = \omega^2 l.$$

8. Ускорения всех точек катка лежат на прямых, проходящих через центр C катка. Геометрическим местом искомых точек является окружность с диаметром CP , где P – МЦС катка.

$$9. x_A = l(1,5 + \pi\sqrt{3}/3), y_A = l(\pi/3 + 0,5\sqrt{3}).$$

$$10. A, D, \omega = \sqrt{a_A \sqrt{2} / 2l}, \varepsilon = (a_D - 0,5\sqrt{2} a_A) / l.$$

$$11. v_A = ul\sqrt{2} / 2r, a_A = u^2 l \sqrt{10} / 2r^2.$$

$$12. a_B = 0,8 \text{ м/с}^2, a_C = 0,15 \text{ м/с}^2, a_D = \sqrt{0,73} \text{ м/с}^2.$$

$$13. t = 12(3 - \sqrt{3}) \text{ с.}$$

$$14. v_A = 2\sqrt{a_2 R}, a_A = \sqrt{4a_1^2 + a_2^2}.$$

$$15. v_r = v_0, a_r = \sqrt{a_0^2 + v_0^4 / r^2}.$$

$$16. v_D = \omega_0 l, a_D = 2\omega_0^2 l.$$

$$17. a_C = 4\omega^2 a / \sqrt{3}.$$

18. *Указание:* Применить метод остановки движения пластины или рассмотреть движение точки Q как сложное.

19. $v_r = v_0, a_r = \sqrt{a_0^2 + v_0^4 / r^2}$.
20. Полуокружность, построенная на диаметре PC (C – центр диска, P – МЦС диска, эти точки исключаются из полуокружности).
21. $v_{M1} = \sqrt{2(3 + \sqrt{7})}$ см/с, $v_{M2} = \sqrt{2(3 - \sqrt{7})}$ см/с,
 $a_{M1} = 4 \sqrt{(3 + \sqrt{7})}$ см/с², $a_{M2} = 4 \sqrt{(3 - \sqrt{7})}$ см/с².
22. $a_{PY} = v^2 R / (R - r)r$, $a_{AY} = v^2 (2r - R) / (R - r)r$ (ось y направлена вверх).
23. $a_0 = \omega^2 p$, $a_1 = 0$.
24. $v_C = \omega R / \cos(\alpha/2)$.
25. Два раза.
26. $v_C = 0,5\pi^2 \sqrt{3}$ см/с, $a_C = \pi^3 (3\pi + \pi \sqrt{3} - 2) / 12$ см/с².
27. $v_M = 2\omega l R / \sqrt{R^2 + (2l - R)^2}$.
28. $dx/dt = -\omega r x / \sqrt{x^2 - r^2}$.
29. $\omega = v_0(R - \rho) / (R - r)\rho$.
30. $v_C = 3 \sqrt{3} \omega_0 r$.
31. Траекторией точки M является диаметр неподвижной окружности, который проходит через точку M_0 . $v_M = 2v \cdot \sin(vt/R)$, $a_M = 2v^2 \cdot \cos(vt/R) / R$.
32. $\omega = v / 2R\sqrt{3}$, $\varepsilon = 7v^2 / 12R^2 \sqrt{3}$.
33. $\omega_2 = v/R$, $\varepsilon_2 = v^2 \sqrt{3} / R^2$, $v_{31} = 0$, $v_{32} = 2v$, $v_3 = v\sqrt{3}$,
 $a_3 = 2v^2 / R$.
34. $a_D = l v_A^2 \operatorname{tg}^3 \alpha \sqrt{4 - 3 \sin^2 \alpha}$.
35. *Указание:* для упрощения расчетов положить скорость центра колеса постоянной. Определив ускорение точки M , спроектировать его на MP (P – МЦС колеса). Это и будет нормальное ускорение точки M . Так как $MP \perp v_M$. Затем, используя формулу $a_M^n = v_M^2 / \rho$, найти ρ .
36. $\alpha = 60^\circ$.
37. $AM = 2R_2 + 3R_3$, $R_1 = 2R_3$.
38. *Указание:* обозначить l – расстояние между точками опоры, C – вершина прямого угла треугольника. Тогда $CP = l$, где P – точка пересечения перпендикуляров к катетам в точках опоры треугольника. $CQ = 2l$, точки C, P, Q – на одной прямой, причем точка P лежит между C и Q .
39. $v_C = 7,55$ м/с, $v_B = 8,23$ м/с.
40. Прямая CD ($CD \parallel AB$), отстоящая от AB на расстояние R .
41. $v_B = v(1 + \cos \alpha) / \cos \alpha$,
 $a_B = a(1 + \cos \alpha) / \cos \alpha + v^2 \sin \alpha (1 - \cos \alpha) / R \cos^3 \alpha$.
42. $a_r = 2l \sqrt{\varepsilon^2 + 4\omega^4}$, $a_K = 4\omega^2 l$.
43. $v_B = \omega r \sqrt{17 + 8 \sin(\varphi/2)} / 4$, $a_B = \omega^2 r \sqrt{65 + 16 \sin(\varphi/2)} / 8$.
44. $v_C = R\omega / 2 \sin^2(\varphi/2)$, $a_C = R(\omega^2 \cos(\varphi/2) - \varepsilon \sin(\varphi/2)) / 2 \sin^3(\varphi/2)$.
45. $v_0 = \omega R / \cos(\alpha/2)$.
46. Да.
47. $a_D = a \sqrt{5}$, $\varepsilon = \sqrt{a^2 - \omega^4 l^2} / l$.
48. $a_M = 2a_0 \sqrt{2}$.
49. $a_M = 2v^2 / 3 \sqrt{3} a$, $MA = a$.
50. *Указание:* найти МЦС звена 3: 1) найти МЦС звена 3 в относительном движении по отношению к диску 2 (точка P_{32} – находится на пересечении прямой, проходящей по телу 4, и прямой, проходящей через левую точку тела 3 и точку касания дисков); 2) использовать соотношение $v_{P32} = v_{P32}^{\text{пер}} + v_{P32}^{\text{отн}}$ (за переносное движение принять движение тела 2), здесь $v_{P32}^{\text{отн}} = 0$, $v_{P32}^{\text{пер}} \perp O_2 P_{32}$; 3) определить МЦС звена 3 как точку пересечения перпендикуляров к v_A и v_{P32} .

Глава 4

1. $s = 2a(1 - e^t)$.
2. $\varphi = \omega_0 x_0^2 (1/x_0 - 1/(x_0 + v_0 t)) / v_0$, $v = \sqrt{v_0^2 + \omega_0^2 x_0^2} / 4$.
3. $v_x = v$; $v_y = -a\omega \sin \omega t \sin(\pi v t / l) + (\pi a v / l) \cos \omega t \cos(\pi v t / l)$; $a_x = 0$; $a_y = -a(\omega^2 + (\pi v / l)^2) \cos \omega t \sin(\pi v t / l) - (2\pi a \omega v / l) \sin \omega t \cos(\pi v t / l)$.
4. $U = \omega R / \sqrt{2}$, $a = 1,5\omega^2 R$.

5. $v_M = v\sqrt{7}$, $a_M = v^2/R$.
6. $v_M = 6 \text{ м/с}$, $a_M = 4 \text{ м/с}^2$.
7. $a_2 = r\omega^2\sqrt{29}$, $a_3 = r\omega^2\sqrt{20}$.
8. $a_{Mx} = 0$, $a_{My} = U^2(0,5 - \sqrt{6})/R$.
9. $a_M = a_r = 2\sqrt{2}(1 - 8e^{-8})$.
10. $U = v/4\sqrt{3}$.
11. Траектория точки – прямая, параллельная горизонтальной плоскости. $v_M = v$, $a_M = 0$.
12. $a_{Mx} = 2\omega U - 4\omega^2 R/\sqrt{3} - U^2/R - \omega^2 R$, $a_{My} = 2\omega^2 R/\sqrt{3}$.
13. $v = 6 \text{ см/с}$.
14. $a_M = (v_1 + v_2)^2/4r\sin^3\varphi$.
15. $x = x_0 \exp(\omega_0 t)$, $\varphi = \omega_0 t$.
16. $v_B = 0,5 \text{ м/с}$, $a_B = 1 \text{ м/с}^2$.
17. $a = g(1 + 4R^2\omega_r^2/v_0^2\cos^2\alpha + R^2\omega_r^4/g^2)^{0,5}$.
18. $v = \omega l\sqrt{10}$.
19. $v_C = ((v_A^2 + v_B^2)/2)^{0,5}$, $a_C = (v_A + v_B)^2/l\sqrt{2}$.
20. $v_M = \omega r\sqrt{5}/2$, $a_M = \omega^2 r\sqrt{97}/8$.
21. $a_M = \omega_e^2 2r - (\omega_e + \omega_r)^2 r$, $a_N = \omega_e^2 2r + (\omega_e + \omega_r)^2 r$. Ускорения направлены по MN .
22. $u = \omega r/3$, $a = \omega^2 r\sqrt{13 + 6\sqrt{3}}/3$.
23. $a = u^2\sqrt{6}/r$.
24. $U = 19\omega_0 l/18$, вектор U направлен к точке A .
25. $x = V_0(e^{\omega t} - e^{-\omega t})/2\omega$.
26. $a_M = 26,4 \text{ м/с}^2$.
27. $v_{B2} = 10\sqrt{6}$, $a_{B2} = 100 \text{ см/с}^2$.
28. $\omega_{CD} = 0,5 \text{ рад/с}$.
29. $\omega_{CD} = v/l\sqrt{3}$, $\varepsilon_{CD} = v^2\sqrt{3}/l^2$.
30. $a_M = 2\omega^2 r\sqrt{16 + 9\sin^2 2\varphi}$.
31. $|\varepsilon_{AB}|/|\varepsilon_{BC}| = 0,75(4\sqrt{3} + 5)/(\sqrt{3} + 3) = 1,89$.
32. $v_C = \sqrt{10} \text{ м/с}$, $a_C = \sqrt{234} \text{ м/с}^2$.
33. а) Окружность радиуса $l/2$ с центром O_2 , $v_M = \omega l$.
б) Окружность радиуса $l/4$ с центром в O_{x1} , $v_M = \omega l/2$.
34. $v_M = (\omega_1^2 a^2 - 2a\omega_1(v\sin\alpha + \omega_2 x \cos\alpha) + \omega_2^2 x^2 + v^2)^{0,5}$,
 $a_M = (a^2\omega_1^4 - 2\omega_1^2\omega_2^2 ax \cos\alpha + \omega_2^4 x^2 + 2\omega_1^2\omega_2 v a \sin\alpha + 4\omega_1^2 v^2)^{0,5}$.
35. $\omega_{AB} = v/r - \omega\sqrt{3}$, $\omega_{BC} = \omega$, $a_{BA}^t = -(5\omega^2 r + (v/r - \omega\sqrt{3})^2 r\sqrt{3})$,
 $\varepsilon_{BC} = \omega^2\sqrt{3} + (v/r - \sqrt{3})^2$.
36. $OC = vl/(l\omega \cos 30^\circ + v)$.
37. $v_B = \omega l\sqrt{7}/4$, $\omega_{BC} = 5\sqrt{3}\omega l/4a$, $\omega_{AB} = 3\sqrt{3}\omega l/4a$.
38. $x = 1,25\sqrt{2} \text{ м}$.
39. $v_M = 0,2 \text{ м/с}$, $a_M = 0,6 \text{ м/с}^2$.
40. $\omega = 1 \text{ рад/с}$, $\varepsilon = (1 + 2\sqrt{3})/3 \text{ рад/с}^2$.
41. $a_{Br} = -R(\omega(1+t) + 1/G)^2/(1+t)$, $x_C = R(1+t)G/(1+t + \omega G)$,
 $y_C = 0$, $G = (t^2 + 2t)^{0,5}$.

Глава 5

1. $v_D = U$, $v_C = U\sqrt{2}$, $a_D = U^2/l$, $a_C = U^2\sqrt{3}/l$.
2. $a/\omega_1 + b/\omega_2 + c/\omega_3 = 0$, $\omega_1/\omega_3 b = \omega_2/\omega_1 c = \omega_3/\omega_2 a$.
3. $v_B = u/\sqrt{2}$, $a_B = 3u^2/2\sqrt{2}l$.
4. $v_C = v/3$, $a_C = 14v^2/27l + a/3$, $\omega = v\sqrt{13}/6l$.
5. $y = x - 2a$.
6. $\omega_x = u\sqrt{3}/12l$, $\omega_y = u/12l$, $\omega_z = u\sqrt{6}/12l$.
7. $\omega_x = u/l$, $\omega_y = -u/2l$, $\omega_z = 0$.
8. $a_B = v_A^2\sqrt{17}/R$.

Глава 6

- $M_1(R/\sqrt{2}, 0, -R/\sqrt{2}), M_2(-R/\sqrt{2}, 0, R/\sqrt{2})$.
- $v_M = 13,9 \text{ см/с}, a_{M01} = 58,4 \text{ см/с}^2, a_A = 65,9 \text{ см/с}^2, a_B = 48,2 \text{ см/с}^2, \varepsilon = 17,7 \text{ рад/с}^2$.
- $v_{r\max} = 8\sqrt{3} \omega_1 r/3$.
- $\varepsilon = v^2/r(R-r)$.
- $|\varepsilon| = \omega_1 (\omega_2 - \omega_1) \sin\alpha \sin(\alpha + \beta)/\sin\beta$ *Указание:* для определения угловой скорости колеса 3 применить метод Виллиса.
- $\rho = 7\sqrt{7}/\sqrt{106}$. *Указание:* для простоты вычислений положить $\omega_e = \text{const}$, например, $\omega_e = 1 \text{ рад/с}$.
- Геометрическим местом точек, ускорения которых параллельны плоскости XOY , является треугольник, получаемый пересечением плоскости $z - y = 0$ и конуса.
- $a_M^n = 60 \pi^2 \text{ см/с}^2$.
- $\varepsilon_2 = (5t + 3)\sqrt{27 + 75/a}, a = (5t + 3)^2 + 3$.
- $a = 0,5(\pi^2 + 8\pi + 18)^{0,5} \text{ см/с}^2, \varepsilon = 0,375 \text{ рад/с}^2$.
- $\varepsilon = 0, a_B = 2\omega_0^2\sqrt{5}r$.
- $BM_1 = 2R/3, BM_2 = 2R, a_{M1} = 2/3 \text{ м/с}^2, a_{M2} = 2 \text{ м/с}^2$.

Глава 7

- $v = \omega r \varepsilon \sin\varphi \cos\alpha (1 - \varepsilon \cos\varphi / \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi})$.
- $\omega_{CD} = (\sqrt{3} + 5)/0,8 = 8,4 \text{ рад/с}$.
- $\omega = 0,375\omega_0, \varepsilon = 3\sqrt{3} \omega_0^2/32$.
- $v = 1 \text{ м/с}, a = 1 \text{ м/с}^2$.
- $v_2 = 0,4\sqrt{3} \text{ м/с}, a_2 = 0,8 \text{ м/с}^2, a_{32} = 0,8\sqrt{3} \text{ м/с}^2$.
- $v = 2(R - 2t^2)/\sqrt{R - t^2}, a = 2t(2t^2 - 3R)/\sqrt{(R - t^2)^3}$.
- $v_C = a\omega$.
- 1) $r = r_0 + \omega_0 \delta t/2\pi, R = (r_0^2 + L\delta/\pi - \omega_0 \delta(4\pi r_0 t + \omega_0 \delta t^2)/4\pi^2)^{0,5}$,
2) $\omega_2 = \omega_0 r/R$,
3) $R_0 = (r_0^2 + L\delta/\pi)^{0,5}$,
4) $T = 2\pi r_0((1 + L\delta/\pi r_0^2)^{0,5} - 1)/\omega_0 \delta$.
- $v_C = (l - h)v_0/\sqrt{l^2 - h^2} + 2x(h - l)$.
- $\omega_2 = 1 \text{ рад/с}, \varepsilon_2 = 4 \text{ рад/с}^2$, если вектор a направлен вправо,
 $\varepsilon_2 = 2 \text{ рад/с}^2$ – если влево.
- $v_D = 2\omega a, v_M = 3\omega a, v_E = 4\omega a, a_D = 4\omega^2 a, a_M = 8\omega^2 a\sqrt{3},$
 $a_E = 4\omega^2 a\sqrt{37}$.
- $v_B = 4\sqrt{3} \omega r/7, a_B = 60\omega^2 r/343$.
- $\omega = v_0/((l^2 - y^2)^{0,5} (dx/dy) + y), x = v_0 \arcsin(y/l)/\omega_0 + (l^2 - y^2)^{0,5} + C$.
- $\omega_3 = 0,15 \text{ рад/с}, \varepsilon_3 = 0,58 \text{ рад/с}^2$.

Содержание

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО КИНЕМАТИКЕ	4
1. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ	5
2. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ	8
3. ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ДИСКОВ И ПЛАСТИН	24
4. КИНЕМАТИКА СЛОЖНОГО ДВИЖЕНИЯ	41
5. КИНЕМАТИКА ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНСТРУКЦИИ	57
6. СФЕРИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ	61
7. ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ	66
ОТВЕТЫ	72