

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет»

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И РАСЧЁТА ДЕТАЛЕЙ РОТОРНОГО АППАРАТА

Рекомендовано Учёным советом ТГТУ в качестве учебного пособия



Тамбов
Издательство ТГТУ
2008

УДК 515.1
ББК В151.34я73-5
Г687

Р е ц е н з е н т ы:

Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой "Прикладная механика и сопротивление
материалов" Тамбовского государственного технического университета
В.Ф. Першин

Доктор технических наук, профессор,
заведующий лабораторией ГНУ ВИИТиН
С.А. Нагорнов

Г687 Основы теории и расчета деталей роторного аппарата: Учеб-
ное пособие / В.М. Червяков, Ю.В. Воробьев. – Тамбов: Изд-во
Тамбовского государственного ун-та, 2008 –

Рассмотрены вопросы динамики среды, явлений автоколебаний, резонанса в роторных аппаратах, влияющих на условия их функционирования. Изложены обобщенная методика расчета и методика оптимального конструирования деталей роторного аппарата с листингом программы и примером расчета.

Предназначена для студентов специальностей 240801 «Машины и аппараты химических производств», 260601 «Машины и аппараты пищевых производств», а также для магистрантов направления высшего профессионального образования 150400 «Технология и оборудование». Может быть полезна для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием роторных аппаратов, а также научных сотрудников и аспирантов.

УДК 515.1

ББК В151.34я73-5

ISBN 978-5-8265-0729-2 © Тамбовский государственный
технический университет (ТГТУ), 2008

Учебное пособие

ОСНОВЫ ТЕОРИИ И РАСЧЕТА ДЕТАЛЕЙ РОТОРНОГО АППАРАТА

Редактор

Инженер по компьютерному макетированию Н.И. Колмакова

Подписано в печать 05.05.2008.

Формат 60 × 84 / 16. 4,65 усл. печ. л. Тираж 100. Заказ № 221

Издательско-полиграфический центр

Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a_2, a_c – ширина каналов ротора, статора по внешней поверхности ротора и внутренней поверхности статора, м; c, c_v, c_L – скорости звука в двухфазной, газовых средах и в жидкости, м/с; C – коэффициент давления; $d_{эс}$ – эквивалентный диаметр канала статора, м; G – безразмерная азимутальная составляющая скорости; h_p, h_c – толщина ротора и статора в радиальном направлении, м; H_p, H_c – высота каналов в роторе, статоре, м; H_p^* – высота боковой поверхности цилиндрического ротора, м; H, H' – безразмерные нормальная к поверхности конуса, меридиональная составляющие скорости; $l = l_p + \sqrt{S_p/\pi}$ – эквивалентная длина канала ротора, м; l_p, l_c, l_k – геометрические длины канала ротора, канала статора и камеры озвучивания, м; n_p – число оборотов ротора, об/мин; p, P – давление и масштаб давления, Па; $|P_m|$ – модуль амплитуды отрицательного импульса давления, Па; $\Delta P = 0,5 k\rho\omega^2(R_2 - l) + \rho\omega^2 l(1 - \chi) + \Delta P_b$ – разность давления рабочей среды между полостью ротора и камерой озвучивания, Па; ΔP_b – перепад давления, создаваемый внешним источником, Па; $P_s = P_\infty - P_v + 2\sigma/R_0$ – давление жидкости на границе с пузырьром, Па; P_{v0} – давление пара в пузырьре в начальный момент, Па; P_∞ – статическое давление в жидкости, Па; P_k – статическое давление жидкости в камере озвучивания, Па; P_v – давление насыщенного пара, Па; Q – объемный расход среды через аппарат, м³/с; r – радиальная координата, м; R_1, R_2, R_c – внутренний, наружный радиусы цилиндрического ротора, внутренний радиус цилиндрического статора, м; R_{1k}, R_{2k} – малый и большой радиусы конического ротора, м; R, R_0 – текущий, начальный радиус пузырьра, м; $R_m(\bar{r}\lambda_m)$ – собственные функции; $R(r)$ – функция радиальной координаты, определяемая граничными условиями; $S_p, S_c, S(t)$ – площадь сечения канала ротора, статора, диафрагмы модулятора, м²; t – время, с; $T(t)$ – функция времени, определяемая начальными условиями; $U = \omega R_2$ – масштаб азимутальной составляющей скорости в зазоре, м/с; v_p, v_1 – радиальные компоненты скорости в канале ротора и на входе в канал, м/с; v_ϕ, v_p^*, v_x – азимутальный, меридиональный, нормальный к поверхности конуса компоненты скорости в зазоре, м/с; $\mathcal{Q}(\bar{t})$ – относительная скорость пузырьра вдоль линии тока; $V = \sqrt{2\Delta p/\rho}$ – масштаб радиального компонента скорости в канале ротора, м/с; W – безразмерный нормальный к поверхности конуса компонент скорости в зазоре; x, x_0 – радиальная координата в конической системе, зазор между коническими ротором и статором, м; z – осевая координата, цилиндрическая система, м; z_p, z_c – число каналов в роторе, статоре; $\beta = P_{v0}/P_s$ – начальное содержание газа в пузырьре; γ – полуконусность конических ротора и статора, рад; δ_a, δ – относительный радиальный и радиальный зазоры; ξ, ξ_0 – относительная радиальная координата, коническая система и относительный зазор между коническими ротором и статором; $\lambda = \rho c V / P$ – приведенное волновое сопротивление; λ_m – параметр разделения переменных; μ, ν – коэффициенты динамической и кинематической вязкости жидкости или газа; ρ^* – меридиональная координата, коническая система, м; ρ, ρ_v, ρ_L – плотность среды, газовой и жидкой сред, кг/м³; σ – коэффициент поверхностного натяжения, Н/м; ϕ – азимутальная координата в цилиндрической и конической системах координат, рад; ω – угловая частота вращения ротора, с⁻¹; $Eu = \Delta P / \rho V^2$ – критерий Эйлера; $K_K = \omega R_2 / V$ – критерий, оценивающий соотношение центробежной и кориолисовой сил; l/a_p – симплекс, характеризующий инертность жидкости в канале ротора; $M = V/c$ – критерий Маха для течения жидкости в канале ротора; $Ma = R'/c$ – критерий Маха для движения границы раздела "газ–жидкость" пузырьра; $Re_\phi = UR_2/\nu$ – критерий Рейнольдса для течения жидкости в зазоре в азимутальном направлении; $Re_r = v_1 R_2/\nu$ – критерий Рейнольдса для течения жидкости в зазоре в радиальном направлении; $Sh_\phi = R_2/TU$ – критерий Струхалия для течения жидкости в зазоре в азимутальном направлении; $Sh = l/VT$ критерий Струхалия для течения жидкости в канале ротора; $Re_k = (R_0/\nu)P_s^{0,5}\rho^{-0,5}$ – критерий Рейнольдса для движения границы раздела "газ–жидкость" пузырьра; $We = 2\sigma/R_0P_s$ – критерий Вебера; $\chi = l/R_2$ – симплекс, относительная длина канала ротора; $\chi_r = 2P_s/\rho_L v^2$ – критерий гидродинамической кавитации; $\chi_a = P_s/|P_m|$ – критерий акустической кавитации.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в практику вводятся аппараты для гидромеханических, тепло- и массообменных процессов, в которых применяют различные устройства, интенсифицирующие процесс. Их действие основано на возбуждении низко- или высокочастотных колебаний в жидкости. Наблюдения различных авторов показали, что воздействие акустических колебаний ускоряет самые разнообразные процессы – растворение, диспергирование, эмульгирование и т.п. Аппараты для получения упругих колебаний делятся следующим образом:

- излучатели (электромагнитные, электродинамические, магнестрикционные, пьезоэлектрические);
- импульсные и электромашинные генераторы;
- аэродинамические и гидродинамические аппараты.

Наиболее перспективны с точки зрения наименьших удельных энергозатрат, высокого качества получаемой продукции, наименьших габаритных размеров являются устройства последней группы.

Принцип их действия основан на явлении пульсации затопленного потока жидкости вследствие вихреобразования (гидравлические свистки: пластинчатые, вихревые, роторно-пальцевые) или прерывания потока с помощью клапанов, золотников (клапанные, мембранно-клапанные, роторные аппараты).

Роторные аппараты обладают целым рядом преимуществ по сравнению с другими устройствами, возбуждающими колебания различного спектра частоты и интенсивности в обрабатываемой среде.

Роторные аппараты находят широкое применение для интенсификации технологических процессов в системах "жидкость–жидкость", "твёрдое–жидкость" и "газ–жидкость".

Преимущество роторных аппаратов обусловлено тем, что в них реализуются различные факторы воздействия на обрабатываемую среду:

- механическое воздействие рабочих частей аппарата на поток жидкости, приводящее к его турбулизации, возникновение больших градиентов сдвиговых напряжений, срезающих усилий;
- акустическое воздействие на поток обрабатываемой среды, выражающееся в возникновении пульсаций динамического давления, интенсивной гидродинамической и акустической кавитации, гидравлических ударов, вторичных нелинейных акустических эффектов.

Кроме того, за счёт диссипации части подводимой энергии в тепло, особенно в радиальном зазоре между ротором и статором, происходит нагрев обрабатываемой среды.

Таким образом, роторные аппараты относятся к наиболее эффективному оборудованию для проведения и интенсификации гидромеханических и тепломассообменных процессов химической технологии.

1. ТЕЧЕНИЕ СРЕДЫ В РОТОРНОМ АППАРАТЕ

1.1. ТЕЧЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ РОТОРНОГО АППАРАТА

1.1.1. Зонный подход к закономерностям движения среды при переходе от канала ротора к каналу статора

В настоящее время существует несколько моделей, описывающих течение несжимаемой среды в каналах роторного аппарата (рис. 1.1).

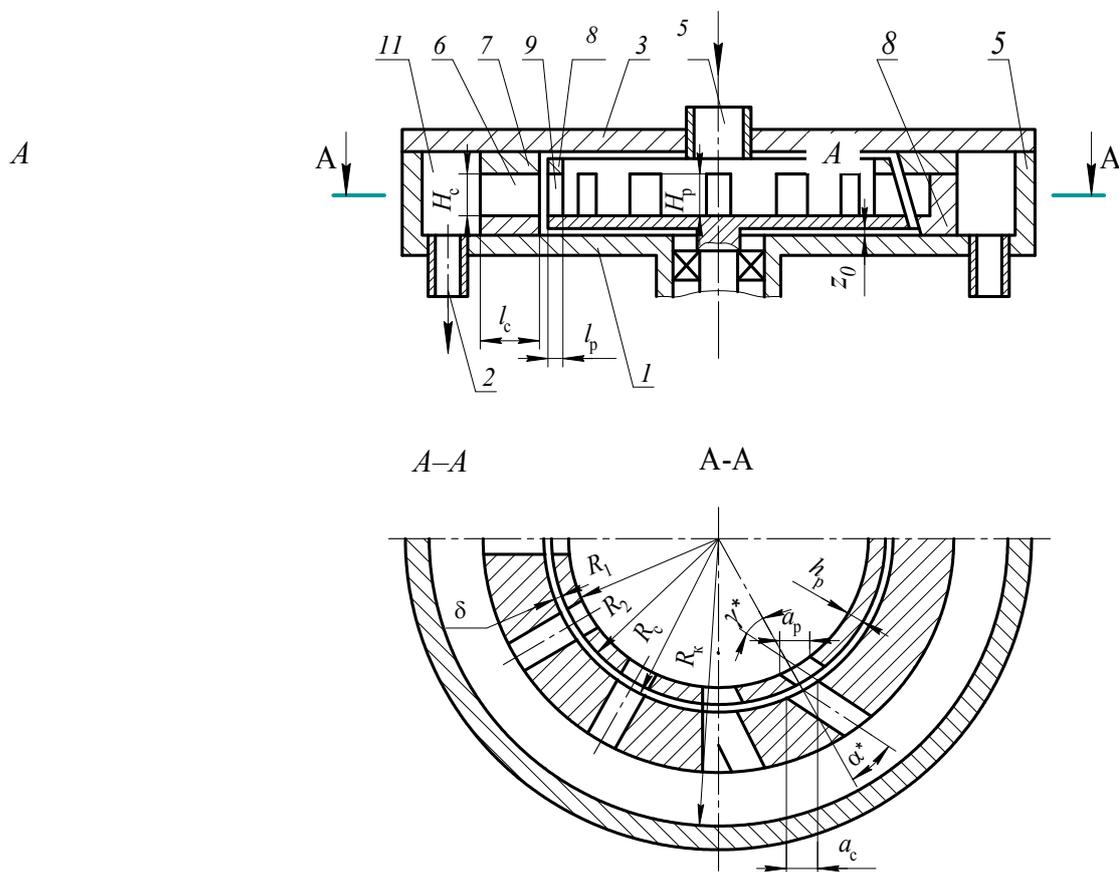


Рис. 1.1. Принципиальная конструкция роторного аппарата

В работах [1 – 5] течение среды описывается на основании нестационарного уравнения Бернулли. При этом вращение канала ротора учитывается использованием в модели гидравлического сопротивления диафрагмы, образуемой в модуляторе роторного аппарата перекрывающимися каналами статора промежутками между каналами ротора. Очевидно, что закономерности течения жидкости во вращающихся и неподвижных каналах различны. В работе [6] сделана попытка рассмотреть движение частицы среды отдельно в каналах ротора и статора под действием действующих на нее сил, причем переход от канала ротора в канал статора также моделируется с использованием закономерностей гидравлического сопротивления диафрагмы. В полученной модели учитывается течение среды в радиальном зазоре, а так как особенностью конструкции роторного аппарата являются малые радиальные зазоры $\delta < 0,1$ мм, это приводит к необоснованному усложнению полученного уравнения. При этом по сравнению с результатами, полученными в [1 – 5], не получается более адекватного описания реального гидромеханического процесса.

Закономерности течения среды в каналах ротора и статора различны и должны описываться разными дифференциальными уравнениями движения. Поэтому при построении модели течения среды в каналах ротора и статора используется зонный подход, который заключается в том, что рассматриваемые объекты разбиваются на зоны вдоль гидравлического тракта. В каждой зоне определяются зависимости, описывающие протекающие в них процессы, с учетом особенностей характерных геометрических, режимных параметров, условий гидродинамической обстановки и т.д. Условием этого метода является то, что выходные параметры предыдущей зоны являются входными для последующей.

Для создания единой модели, описывающей процессы, протекающие в объекте, необходимо наличие условий и функций, обеспечивающих "сшивание" зависимостей, полученных в отдельных зонах. Этот метод нашел применение при изучении различных процессов. В работах [7 – 10] используется так называемая ячеечная модель для описания различных химико-технологических процессов. Поток разбивается на ряд последовательно соединенных ячеек. Принимается, что в каждой из ячеек происходит идеальное перемешивание потока, а перемешивание между ячейками отсутствует. Количество таких ячеек является параметром, характеризующим модель идеального потока.

Ячеечная модель используется при описании процесса перемешивания на тарелках тарельчатых колонн в ректификационных установках, в экстракционных насадочных колоннах, в аппаратах с мешалками, роторно-дисковых экстракторах и т.д. Например, рассматривая пульсационную колонну, состоящую из участков с различными нормами проходного сечения, длинами, гидравлическими диаметрами, коэффициентами сопротивления и удельными весами, а также используя уравнение неразрывности потока для приведения перемещенной во всех частях установки к перемещению жидкости под действием внешней силы [10].

В работах [11 – 14] рассматриваются задачи нестационарной теплопроводности и диффузии в теплообменном, адсорбционном и сушильном оборудовании. При получении расчётных зависимостей и процессов используется понятие "элементарная область". Весь объём аппарата разбивается на элементарные области и затем по разработанным методикам производится расчёт оборудования.

В аппаратах с явно выраженной протяжённостью сушильного тракта, например в шахтных сушилках, параметры процесса сушки изменяются по длине рассматриваемой фазы, поэтому расчёт кинетики рекомендуется проводить зональным методом с разбиением всей длины потока твердой фазы на ряд элементарных зон и позонным заданием параметров процесса [15 – 19]. При этом весь диапазон изменения влагосодержания материала разбивается на ряд концентрационных зон (оптимальное количество зон 5–6).

Зонный подход применён при изучении центробежного разделения пен [20, 21]. При движении низкократной пены по межтарельчатому зазору в системе происходит структурное изменение формы пенных оболочек от сферической к ячеистой. Поэтому межтарельчатый зазор представляют состоящим из зон, в каждой из которых синерезис (вытекание жидкости из пены) описывается своим кинетическим уравнением. Определены условия, обеспечивающие "сшивание" зон по границе.

Применительно к роторному аппарату предложено выделять две зоны, соединённые последовательно. Это вращающийся канал ротора и неподвижный канал статора. На закономерности течения среды оказывают основное влияние геометрические и режимные параметры канала ротора и особенности процесса перекрытия канала статора промежутком между отверстиями в роторе. Канал статора служит для передачи модулированного потока среды в камеру озвучивания роторного аппарата, однако отметим заранее, что длина канала статора влияет на возникновение в нём стоячей волны и резонансных явлений.

Функцией, служащей для сшивания зависимостей на границе зон, описывающих течения среды в канале ротора и статора, является уравнение неразрывности. При этом количество среды, находящейся в радиальном зазоре, в основном учитывается выражением для изменения площади проходного сечения модулятора. Кроме того, величина зазора на порядок и более меньше длин каналов ротора и статора. Отметим, что для несжимаемой жидкости используется постоянство объёмного расхода, а для сжимаемой среды – постоянство массового расхода через каналы роторного аппарата. Таким образом, параметры потока на выходе из канала ротора равны параметрам среды на входе в канал статора. Это обеспечивается использованием полученных в работе зависимостей для определения закона изменения площади поперечного сечения модулятора, соответствующих физическим представлениям о течении жидкости через модулятор.

Таким образом, уравнение неразрывности в интегральной форме для несжимаемой жидкости имеет вид:

$$v_p(r, t)S_p = v_c(r, t)S_c. \quad (1.1)$$

Для сжимаемой среды уравнение неразрывности в интегральной форме

$$\rho_p(p)v_p(r, t)S_p = \rho_c(p)v_c(r, t)S_c. \quad (1.2)$$

1.1.2. Площадь проходного сечения модулятора роторного аппарата

Закон изменения площади проходного сечения модулятора роторного аппарата оказывает значительное влияние на закономерности нестационарного течения среды в каналах ротора и статора. Он формирует форму и величину импульсов давления, что, в свою очередь, влияет на интенсивность акустической импульсной кавитации, возникающей в технологическом объёме аппарата.

Всё это определяет повышенное внимание исследователей к определению зависимостей изменения площади проходного сечения от геометрических и режимных параметров аппарата [22 – 39].

Получено выражение для определения изменения площади проходного сечения модулятора для малых значений радиального зазора в безразмерном виде:

$$\bar{S}(t) = \begin{cases} \sqrt{\bar{t}^2 + \delta_a^2} + \frac{\delta_h m(\bar{t} - p)}{(pm + \delta_h n)\bar{t} - pm}, & 0 \leq \bar{t} \leq 1; \\ 1, & 1 < \bar{t} \leq A; \\ \sqrt{(A+1-\bar{t})^2 + \delta_a^2} + \frac{\delta_h m(A+1-\bar{t}-p)}{(pm + \delta_h n)(A+1-\bar{t}) - pm}, & A < \bar{t} \leq A+1; \\ \delta_a + \delta_h, & A+1 < \bar{t} \leq B-1, \end{cases} \quad (1.3)$$

где $A = \frac{a_p}{a_c}$; $B = \frac{b_c}{a_c}$; $\bar{t} = \frac{t}{T}$; $\sqrt{1 + \delta_a^2} - 1 = m$; $\sqrt{1 - \delta_a^2} = p$.

Данное выражение применимо при условии $\delta_a < 0,1$ и $\delta_h < 0,1$.

Относительная громоздкость выражения (1.3) легко разрешается современным состоянием вычислительных средств.

Используя программу MathCAD, построены графики для сравнения предложенных зависимостей изменения площади проходного сечения модулятора роторного аппарата с результатами работ [34] и [38].

Из анализа графиков следует, что предложенные зависимости (1.3) физически обоснованно описывают процесс открывания и закрывания канала статора при малых радиальных зазорах.

В заключение можно отметить следующее. Когда характер изменения площади поперечного сечения модулятора не влияет на характер полученных зависимостей, например при определении изменения гидравлического сопротивления модулятора [32, 34], можно рекомендовать использовать более простое выражение из [38].

1.1.3. Модель течения среды во вращающихся каналах

За основу теоретических исследований газо- и гидродинамических процессов в роторном аппарате положим уравнение Навье-Стокса в цилиндрической системе координат [40]:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\varphi^2}{r} = F_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \right); \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{v_r v_\varphi}{r} = F_\varphi - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial z^2} - \frac{v_\varphi}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \varphi} \right); \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right). \quad (1.6)$$

Уравнение неразрывности в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (\rho v_r r) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (\rho v_\varphi r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z r) \right] = 0 \quad (1.7)$$

Эти уравнения будут использоваться в работе с соответствующими корректировками, в зависимости от поставленной задачи.

Рассмотрим одномерную задачу для нестационарного течения несжимаемой жидкости во вращающемся канале прямоугольного сечения, причем высота канала значительно больше ширины (рис. 1.2) [42, 43].

Вследствие несжимаемости среды ν и ρ – постоянные величины.

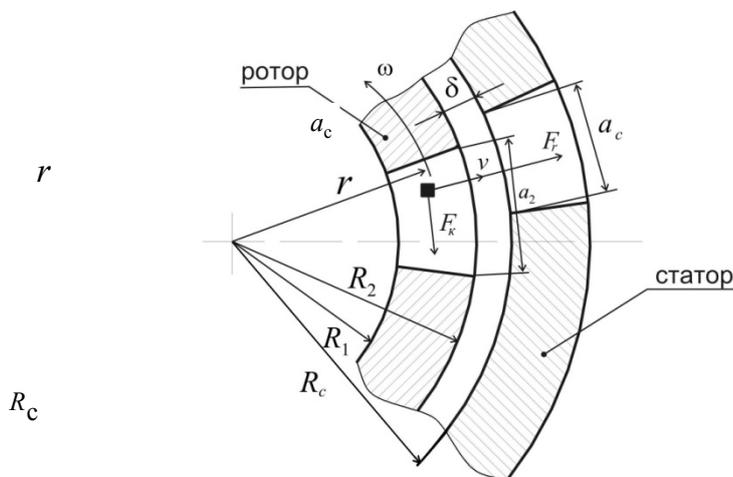


Рис. 1.2. Схема движения элемента жидкости в каналах модулятора

Свяжем систему координат с вращающимся каналом. Тогда проекция массовой силы, отнесенной к единице объема, войдет в явном виде в уравнение (1.4), т.е. в этом случае

$$F_r = \rho \omega^2 r. \quad (1.8)$$

В левую часть уравнения (1.4) входит относительная окружная скорость.

Вследствие малой ширины канала считаем, что $u \ll v$, т.е. можно не учитывать относительную окружную скорость.

$$\text{На основании принятых допущений в модели течения жидкости и учитывая осевую симметрию задачи, т.е. } \partial/\partial\varphi \equiv 0, \quad \partial^2/\partial\varphi^2 \equiv 0 \quad \text{и} \quad (1.8),$$

получаем уравнение для течения жидкости (индекс r при v опускаем):

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = \omega^2 r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right). \quad (1.9)$$

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0. \quad (1.10)$$

Подставим (1.10) в уравнение (1.9) и получим

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \frac{v^2}{r} + v \left(\frac{2v}{r^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right) = \omega^2 r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (1.11)$$

Определим градиент давления, учитывая, что в реальных аппаратах отношение l/r достаточно мало:

$$P_2 - P_1 \approx \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=R_1} (R_2 - R_1)$$

или

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=R_1} (R_2 - R_1) = - \frac{\Delta P}{\rho l}.$$

Уравнение нестационарного течения жидкости в канале ротора получает окончательный вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} - \frac{v^2}{r} + v \left(\frac{2v}{r^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right) = \omega^2 r + \frac{\Delta P}{\rho l}. \quad (1.12)$$

Как отмечено в работе [34], необходимо учесть влияние давления, генерируемого модулятором, на параметры гидромеханического процесса. При этом источник давления принимается моноподем. Используя работу [1], учтём присоединённую длину канала ротора. Тогда характерный размер в уравнении (1.12), если сечение каналов ротора и статора одинаковое, равен

$$l = l_p + \sqrt{\frac{S_c}{\pi}}. \quad (1.13)$$

Приведём это уравнение к безразмерному виду с помощью подстановок, обозначив безразмерные величины теми же буквами, что и размерные, но с чёрточками:

$$v = V\bar{v}, \quad t = T\bar{t}, \quad r = R_2\bar{r}. \quad (1.14)$$

Масштабы скорости в работах [1, 5, 34] имеют различный вид, а за масштаб времени выбрано время полного открывания канала. Ограничимся вначале масштабами в общем виде. За масштаб радиальной координаты выберем наружный радиус ротора.

Уравнение (1.12) принимает вид

$$\frac{V}{T} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} - \frac{V^2}{R_2} \frac{\bar{v}^2}{\bar{r}} + v \frac{V}{R_2^2} \left(\frac{2\bar{v}}{\bar{r}^2} - \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{r}^2} \right) = \omega^2 R_2 \bar{r} + \frac{\Delta p}{\rho l}. \quad (1.15)$$

Умножим все члены уравнения (1.15) на l/V^2 . Учитывая, что критерии подобия имеют следующий вид [41]

$$\text{Sh} = \frac{1}{VT}, \quad \text{Eu} = \frac{\Delta P}{\rho V^2}, \quad \text{Re} = \frac{Vl}{v}, \quad (1.16)$$

введем симплекс, учитывающий длину канала

$$\chi = \frac{l}{R_2} \quad (1.17)$$

Обозначим критерий, учитывающий влияние кориолисовых сил:

$$K_K = \frac{\omega R_2}{V} \quad (1.18)$$

В результате преобразований (1.15), с учётом (1.16 – 1.18) уравнение нестационарного течения жидкости в безразмерном виде принимает вид (для простоты чёрточки над безразмерными величинами в дальнейшем опускаем):

$$\text{Sh} \frac{\partial v}{\partial t} - \chi \frac{v^2}{r} + \frac{\chi^2}{\text{Re}} \left(\frac{2v}{r^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right) = \chi K_K^2 r + \text{Eu}. \quad (1.19)$$

Уравнение (1.19) является нелинейным, параболического типа.

Найдено частное решение.

Получено уравнение (1.19) в следующем виде:

$$v_p = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{\chi}} \text{tg} \left(\frac{\sqrt{\chi b}}{\text{Sh}r} t + \frac{r}{r_1} \text{arctg} \left(v_1 \frac{\sqrt{\chi}}{\sqrt{b_1}} \right) - \frac{\sqrt{\chi b} r}{\text{Sh}r_1^2} t \right). \quad (1.20)$$

1.1.4. Критерии подобия нестационарного течения среды в каналах ротора

Приведение уравнений гидромеханики к безразмерному виду полезно с некоторых точек зрения. Приведённые к безразмерному виду уравнения и граничные условия описывают уже не частный случай течения в конкретных условиях, а более широкий класс подобных течений. При преобразовании к безразмерному виду одновременно выявляются безразмерные комплексы, называемые критериями подобия. Основным преимуществом применения уравнений в безразмерном виде является сохранение физического смысла получаемых уравнений. Это даёт возможность сопоставления порядка величин и соответствующего вклада в рассматриваемый процесс отдельных членов уравнения. В результате анализа можно упростить уравнение, отбросив малые члены.

При наличии дифференциальных уравнений исследуемого процесса критерии подобия легко выделяются как коэффициенты уравнений представленных в безразмерном виде. Другой подход – получение критериев подобия из теории размерностей.

В 1.1.3 рассмотрен вопрос нестационарного течения несжимаемой жидкости в модуляторе роторного аппарата. Из безразмерного дифференциального уравнения получены следующие критерии и симплексы подобия:

критерий Струхалия $\text{Sh} = \frac{l}{VT}; \quad (1.21)$

критерий Эйлера $\text{Eu} = \frac{\Delta P}{\rho V^2}; \quad (1.22)$

коэффициент, учитывающий влияние кориолисовых сил на течение жидкости во вращающемся канале $K_K = \frac{\omega R_2}{V};$

(1.23)
относительная длина канала ротора, геометрический симплекс $\chi = \frac{l}{R_2}. \quad (1.24)$

Для приведения критериев к виду, удобному для описания процесса нестационарного течения жидкости в канале ротор–статор, называемом в дальнейшем модулятором, поступим следующим образом [44]. За масштаб скорости истечения принимаем скорость истечения идеальной жидкости из патрубка [28]:

$$V = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}. \quad (1.25)$$

За масштаб времени выбран период времени, определяемый из [28]:

$$T = \frac{a_p}{\omega R_2}, \quad (1.26)$$

где a_p – ширина канала ротора, м; ω – частота вращения ротора, с^{-1} .

Подставив выражение (1.25) в (1.22), получим значение критерия Эйлера:

$$\text{Eu} = 0,5.$$

Таким образом, выбранный масштаб скорости позволил упростить анализ решения дифференциального уравнения.

Подставим (1.26) в выражение (1.21) и, используя (1.25), получаем

$$\text{Sh} = \frac{l\omega R_2}{a_p V} = K_K \cdot \left(\frac{l}{a_p} \right). \quad (1.27)$$

Таким образом, из критерия Струхалия в данном конкретном случае следует ещё один симплекс геометрического подобия l/a_p .

Анализируя работы [45 – 48], можно сделать вывод, что, в случае одномерной задачи течения жидкости, критерий l/a_p характеризует инертность массы жидкости в канале ротора. Подробнее этот вывод обоснован в работе [45, 48].

В работе [49] в результате приведения к безразмерному виду дифференциального уравнения движения, полученного на основании нестационарного уравнения Бернулли, получен комплекс $\left(\frac{a_p}{2l}\right)^2$, названный ротационным коэффициентом. Автор считает, что он характеризует влияние центробежных сил. Такой вид симплекса вызван тем, что за масштаб скорости принято не обоснованное, по нашему мнению, выражение. Если в работе [49] принять выбранный нами масштаб скорости, то получится симплекс, аналогичный нашему. Аналогичные результаты можно получить по работе [6].

Таким образом, при решении задач нестационарного течения несжимаемой жидкости мы имеем следующие физически обоснованные критерии подобия:

- коэффициент Кориолиса K_K – характеризует соотношение центробежных и кориолисовых сил;
- геометрический симплекс $\frac{l}{a_p}$ – характеризует инертность жидкости в канале ротора;
- геометрический симплекс χ – отражает влияние длины канала ротора.

При принятом масштабе скорости критерий Эйлера равен 0,5.

Следует отметить, что в работе [28] критерий Эйлера равен единице, что вызвано только выражением для критерия, несколько отличным от нашего.

Введение в качестве симплекса l/a_p не увеличивает общего количества критериев (четыре), а позволяет при анализе решения, полученного в работе [42], рассмотреть отдельно влияние режима течения несжимаемой жидкости в модуляторе, определяемого коэффициентом Кориолиса, и основных геометрических параметров модулятора – длины и ширины канала ротора на скорость потока.

Для подтверждения полученных результатов проведём анализ критериев, характеризующих нестационарное течение несжимаемой жидкости в модуляторе роторного аппарата, используя теорию размерностей [40].

Параметрами, определяющими исследуемый процесс, протекающий в поле центробежных сил, являются: линейные размеры l , R_2 и a_p ; характерные скорости V и ω ; перепад давления ΔP ; ρ – плотность среды. Коэффициент кинематической вязкости не учитываем, так как из-за малой длины канала силами вязкого трения можно пренебречь. Параметры R_2 , ω и ρ имеют размерности L , T , M .

Согласно π -теореме мы должны получить четыре безразмерных комплекса. Приведём пример решения при получении комплекса π_V :

$$\pi_V = \frac{V}{R_2^{x_V} \omega^{y_V} \rho^{z_V}}, \quad (1.28)$$

где x_V , y_V , z_V – показатели степени, получаемые из следующих соображений.

Запишем размерность π_V в виде

$$[\pi_V] = L^0 T^0 M^0, \quad (1.29)$$

где L , T , M – единицы длины, времени и массы. Сравним (1.29) с размерностью правой части (1.28):

$$L^0 T^0 M^0 = \left(\frac{L}{T}\right) L^{-x_V} \left(\frac{1}{T}\right)^{-y_V} \left(\frac{M}{L^3}\right)^{-z_V}. \quad (1.30)$$

Приравняем показатели степеней при одноимённых величинах в левой и правой частях. Из этого находим $x_V = 1$; $y_V = 1$; $z_V = 0$. Следовательно:

$$\pi_V = \frac{V}{\omega R_2}.$$

Сравнивая с выражением (1.23), получаем:

$$\pi_V = (K_K)^{-1}. \quad (1.31)$$

Проведя аналогичные действия, получим другие безразмерные комбинации:

$$\pi_1 = \frac{l}{R_2} = \chi; \quad (1.32)$$

$$\pi_a = \frac{a_p}{R_2}, \quad (1.33)$$

$$\pi_{\Delta P} = \frac{\Delta P}{\omega^2 R_2^2 \rho}. \quad (1.34)$$

Рассматривая выражение (1.33), можно сделать следующий вывод: т.к. изменяемой частью R_2 является l , то физически обоснованным будет использование только переменной длины l . Следовательно, (1.33) можно записать в следующем виде:

$$\pi_a = \frac{a_p}{l} = \left(\frac{l}{a_p} \right)^{-1}. \quad (1.35)$$

Выражение (1.34) называется модифицированным критерием Эйлера, так как вместо линейной скорости в него входит выражение $V = \omega R_2$. Этот критерий является определяющим для течения жидкости не в каналах модулятора, а в зазоре между ротором и статором. Кроме того, в нашем случае критерий Эйлера вырождается, принимая значение 0,5.

Следует отметить, что критерий K_K в виде (1.23) получен аналогичным способом для течения жидкости между вращающимися дисками [50], в радиальных вращающихся трубах [48].

Таким образом, можно считать, что критерий K_K является одним из определяющих при течении жидкости в поле центробежных сил, где необходимо учитывать кориолисову силу. Можно использовать критерий Струхалея, пользуясь выражением (1.27), что равноценно, а выбор применяемого для анализа критерия определяется конкретным случаем обработки экспериментальных данных.

1.1.5. Модель течения среды в каналах статора

На основании зонного подхода, используя уравнение (1.1), запишем зависимость для определения скорости течения среды в начале канала статора в безразмерном виде (чёрточки в дальнейшем для удобства отбрасываем):

$$v_c = v_p \Big|_{r=r_2} S(t). \quad (1.36)$$

Уравнение (1.36) показывает, что на входе в канал статора скорость жидкости определяется скоростью на выходе из канала ротора и законом изменения площади проходного сечения модулятора (1.3).

Выражение для скорости течения жидкости на выходе из канала ротора (1.20) с учётом критериев, полученных в разделе 1.1.4, и того, что $\bar{r}_2 = 1$, принимает вид:

$$v \Big|_{r=r_2} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{\chi}} \operatorname{tg} \left[\frac{\sqrt{\chi b}}{K_K \left(\frac{l}{a_p} \right)} t + \frac{1}{r_1} \operatorname{arctg} \left(v_1 \frac{\sqrt{\chi}}{\sqrt{b_1}} \right) - \frac{\sqrt{\chi b}}{K_K \left(\frac{l}{a_p} \right) r_1^2} t \right]. \quad (1.37)$$

Причем выражения для b и b_1 имеют вид

$$b = \chi K_K^2 + 0,5; \quad (1.38)$$

$$b_1 = \chi K_K^2 r_1^2 + 0,5 r_1. \quad (1.39)$$

В случае наклонных каналов в роторе получим:

$$b = \chi K_K^2 \sqrt{1 - r_1^2 \sin^2 \beta} + 0,5; \quad (1.40)$$

$$b_1 = \chi K_K^2 r_1^2 \sqrt{1 - r_1^2 \sin^2 \beta} + 0,5 r_1. \quad (1.41)$$

1.1.6. Моделирование течения несжимаемой среды в канале статора

Для компьютерного моделирования процесса изменения скорости и ускорения течения жидкости в модуляторе роторного аппарата использовались выражения (1.36 – 1.39), (1.22), так как в экспериментальной установке каналы ротора выполнены радиально. Для моделирования использовалось компьютерное обеспечение MAPLE-9.5.

Изменение критериев и симплексов, входящих в исследуемые уравнения, задавалось изменением конструктивных и режимных параметров, соответствующих реально осуществимым конструкциям роторного аппарата. В исследуемые границы укладываются все реально существующие и используемые в промышленности роторные аппараты.

Параметры изменялись в следующих пределах: $10^{-3} \leq a_p \leq 5 \cdot 10^{-2}$ м; $\omega = 10 \dots 600$ с $^{-1}$; $5 \cdot 10^{-2} \leq R_2 \leq 2 \cdot 10^{-1}$ м; $V = 3 \dots 15$ м/с; $10^{-3} \leq l_p \leq 3 \cdot 10^{-2}$ м; $10^{-4} \leq \delta \leq 10^{-3}$ м.

При анализе уравнений некоторую сложность вызывает то, что все критерии и симплексы подобия связаны между собой одинаковыми конструктивными параметрами, входящими в выражения, определяющие значения этих критериев и симплексов.

Например, в K_K и χ входит наружный радиус ротора R_2 , в $\frac{l}{a_p}$ и χ входит величина эквивалентной длины канала ротора. Та-

ким образом, невозможно исследовать процесс течения среды, произвольно изменяя величину K_K , $\frac{l}{a_p}$, χ . Все эти особенности учтены при определении границ изменения критериев и симплексов подобия, входящих в выражения (1.36 – 1.39).

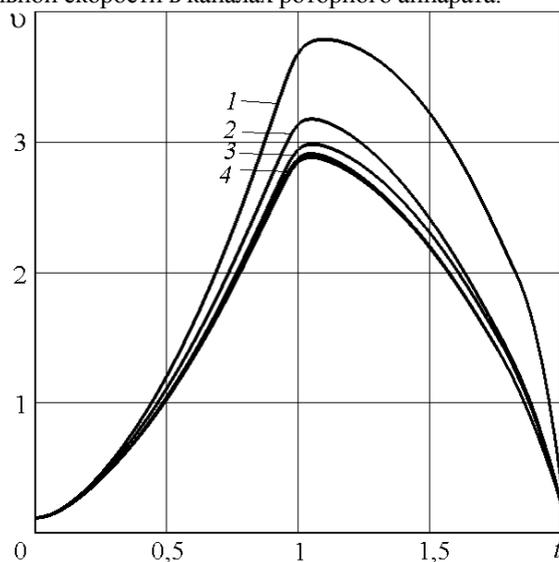
На рис. 1.3 показано изменение скорости, а на рис. 1.4 – изменение ускорения течения жидкости от критерия, характеризующего соотношение центробежных и кориолисовых сил K_K .

Из анализа графиков следует, что при возрастании K_K до некоторой величины, в нашем случае это примерно 1,3, скорость течения падает, а затем, при дальнейшем увеличении K_K , она начинает возрастать. Аналогично изменяется величина в интервале, где $\partial v / \partial t < 0$.

Особенно важно, что при уменьшении K_K возрастает величина максимального модуля ускорения, которая влияет на интенсивность акустической кавитации. Очевидно, что изменение K_K возможно двумя способами: изменяя произведение угловой скорости ротора на его наружный радиус (ωR_2) или скорость V , зависящую от объёмного расхода через аппарат, конструктивных размеров и количества отверстий в аппарате. При регулировании критерия следует учитывать, что, как будет показано ниже, при возрастании ω потребляемая роторным аппаратом мощность возрастает в степени 2,5...2,7. Таким образом, с точки зрения снижения удельных затрат, изменять K_K выгоднее регулированием радиальной скоростью в каналах аппарата. При этом, если объёмный расход не должен изменяться, то скорость в каналах ротора регулируют геометрией и количеством каналов в роторе и статоре.

Важным результатом анализа является то, что увеличение $|\partial v / \partial t|$ происходит при значениях $K_K \leq 1,3$. Это значит, что аппарат работает в режиме, когда кориолисовы и центробежные силы одного порядка.

Следовательно, на практике линейная скорость наружной поверхности ротора должна быть также одного порядка с радиальной скоростью течения среды в каналах ротора. Обычно в существующих конструкциях линейная скорость наружной поверхности ротора достигает 15...30 м/с, а радиальная скорость в каналах примерно 3...5 м/с [1, 2, 5, 34]. Следовательно, одним из путей интенсификации импульсной акустической кавитации и, как следствие, повышения эффективности химико-технологических процессов является увеличение радиальной скорости в каналах роторного аппарата.



**Рис. 1.3. Зависимость скорости от времени и K_K при $l/a_p = 0,8$ и $\chi = 0,1$:
1 – $K_K = 0,6$; 2 – $K_K = 4$; 3 – $K_K = 1,2$; 4 – $K_K = 2,4$**

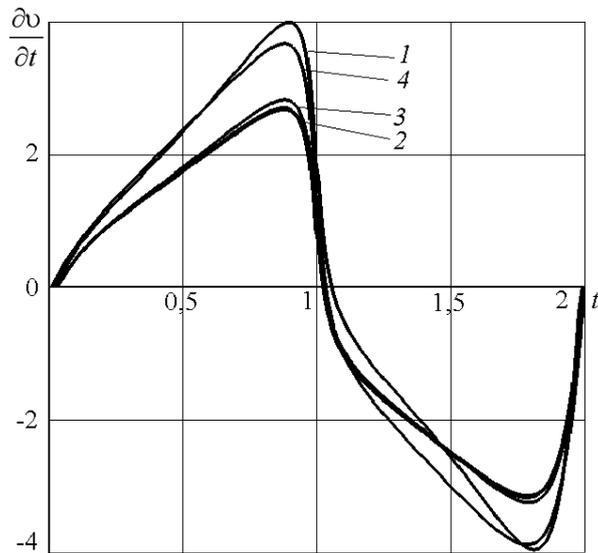


Рис. 1.4. Зависимость ускорения от времени и K_K при $l/a_p = 0,6$ и $\chi = 0,03$:
 $1 - K_K = 0,6$; $2 - K_K = 6$; $3 - K_K = 2,4$; $4 - K_K = 1,2$

Отметим, что этот важный результат стал возможен только после того, как для анализа течения жидкости в каналах ротора и статора был использован предложенный критерий K_K .

Для возбуждения импульсной кавитации очень важна величина пика "отрицательной" части графика $|\partial v / \partial t|$, а точнее его максимальное значение [1, 2]. Поэтому целесообразно в дальнейшем рассматривать влияние критериев и симплексов подобия на величину $|\frac{\partial v}{\partial t}|$. Отметим, что характер изменения всех графиков $v(t)$ подобен виду графиков на рис. 1.3.

На рис. 1.5 изображён график изменения ускорения жидкости в модуляторе роторного аппарата при значениях $K_K > 2$, т.е. когда центробежные силы превышают кориолисовы силы. При таких значениях K_K модуль отрицательной части ускорения жидкости увеличивается. При увеличении K_K в 5 раз ускорение возрастает примерно в 2 раза.

Сравнивая с рис. 1.4, отметим, что на нём при уменьшении K_K в 2 раза (с 0,6 до 1,2) $|\partial v / \partial t|_{\max}$ возрастает в 1,4. Таким образом, если кориолисовы и центробежные силы одного порядка, влияние критерия K_K на характер изменения ускорения течения жидкости больше, чем когда центробежная сила преобладает над кориолисовой.

На рис. 1.6 показано влияние критерия l/a_p на ускорение течения жидкости. Из анализа этих графиков следует, что величина $|\partial v / \partial t|_{\max}$ в отрицательной части графиков возрастает при уменьшении симплекса l/a_p . Симплекс l/a_p учитывает инертность жидкости в канале ротора во время процесса ее истечения при открытии канала статора. Причём чем меньше l , тем быстрее объём среды в канале ротора придёт в движение после открытия канала в статоре.

С другой стороны, при увеличении a_p возрастает время, когда жидкость может вытекать из канала ротора, при этом увеличивая свою скорость под действием внешних сил. Таким образом, чем больше a_p , тем круче бывает кривая, описывающая процесс закрывания канала статора.

Таким образом, влияние критерия l/a_p на изменение величины ускорения течения несжимаемой жидкости соответствует физическим представлениям о закономерностях динамики движения сред в модуляторе роторного аппарата. Это косвенно свидетельствует об адекватности разработанной модели течения несжимаемой среды реальным гидромеханическим процессам.

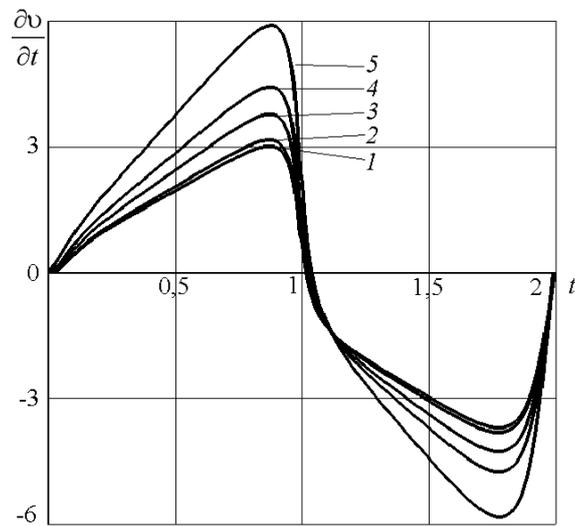


Рис. 1.5. Зависимость ускорения от времени и K_K при $l/a_p = 0,6$ и $\chi = 0,03$:
 1 – $K_K = 2$; 2 – $K_K = 3$; 3 – $K_K = 5$; 4 – $K_K = 6,6$; 5 – $K_K = 10$

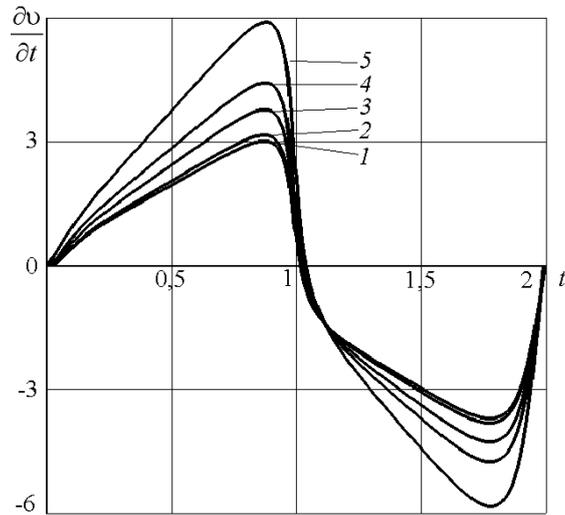


Рис. 1.6. Зависимость ускорения от времени и l/a_p при $K_K = 4$ и $\chi = 0,08$:
 1 – $l/a_p = 1,6$; 2 – $l/a_p = 1,33$; 3 – $l/a_p = 1$; 4 – $l/a_p = 0,8$; 5 – $l/a_p = 0,67$

Следует отметить, что при уменьшении величины l/a_p амплитуда отрицательной части графика начинает превосходить положительную, т.е. чем меньше l и больше a_p , тем условия для возбуждения импульсной акустической кавитации лучше.

Кроме того, уменьшение величины l приводит также к уменьшению металлоёмкости конструкции. В общем случае можно рекомендовать ограничивать длину канала в роторе условиями изготовления, прочности перфорированной стенки ротора и особенностями конструкции ротора.

1.1.7. Влияние кориолисовой и центробежной сил на течение среды в модуляторе роторного аппарата

При вращении радиального канала ротора на поток среды воздействуют центробежная и кориолисова силы. Центробежная сила изменяется по длине канала. Кориолисова сила изменяется по поперечному сечению канала вследствие изменения эпюры осевой скорости по ширине потока жидкости.

Центробежная сила пропорциональна квадрату частоты вращения и расстоянию от центра вращения. Величина кориолисовой силы пропорциональна частоте вращения и скорости потока среды. Таким образом, с увеличением угловой скорости вращения ротора при постоянном объёмном расходе и, как следствие, постоянной скорости потока центробежная сила возрастает быстрее, чем кориолисова. Очевидно, при небольших частотах вращения ротора на поток преобладающее влияние оказывает кориолисова сила. При увеличении частоты вращения возрастает влияние центробежных сил на закономерности течения жидкости во вращающихся каналах ротора.

Кориолисово ускорение вызывает неоднородное поле массовых сил вдоль ширины канала. В соответствии с распределением радиальных скоростей Кориолисова сила имеет наибольшее значение в середине потока и уменьшается до нуля на боковой поверхности канала. При таком распределении сил Кориолиса в поперечном сечении трубы может образовываться

парный вихрь [48]. В изотермическом потоке распределение скоростей в поперечном сечении не изменяется по длине канала.

Парный вихрь изменяет профиль распределения радиальной скорости и становится более полным, а максимум скорости сдвигается в сторону действия кориолисовой силы. Это подтверждено в работе [51]. На графиках, приведённых в [51], наблюдается смещение максимума скорости воздуха вдоль оси трубы в сторону действия кориолисовой силы.

Влияние центробежной силы на форму профиля продольных скоростей рассмотрено в работе [52]. Когда радиальный поток движется в направлении увеличения центробежной силы, градиент продольной скорости в пристенной области канала увеличивается и, согласно закону Ньютона, потери возрастают. В случае движения потока среды к оси вращения градиент скорости уменьшается и потери падают, но отрыв потока в пристенной области способствует росту потерь. Таким образом, характер влияния центробежных сил на профиль скорости в каждом конкретном случае зависит от интенсивности изменения этой силы по нормали к боковой поверхности канала.

В нашем случае соотношение центробежных и кориолисовых сил характеризуется критерием K_K . При малых значениях K_K кориолисовы силы по величине преобладают над центробежными. При больших величинах K_K преимущественное влияние оказывают центробежные силы.

Рассмотрим, какое влияние на ускорение потока среды оказывают различные режимы течения среды, характеризующиеся величиной критерия K_K .

Как доказано в предыдущих исследованиях [1, 2, 26], основное влияние на интенсивность кавитации в роторных аппаратах оказывает величина отрицательной амплитуды динамического давления, пропорционального амплитуде модуля отрицательного ускорения, возникающего в потоке среды в процессе закрывания канала статора.

В случае, когда кориолисова сила превышает центробежную (рис. 1.7, а), максимум радиальной скорости приходится на окончание процесса закрывания. В случае, когда центробежная сила оказывает основное влияние на формирование профиля радиальной скорости в поперечном сечении канала ротора (рис. 1.7, б), максимум скорости совпадает с серединой канала и с серединой процесса закрывания канала статора.

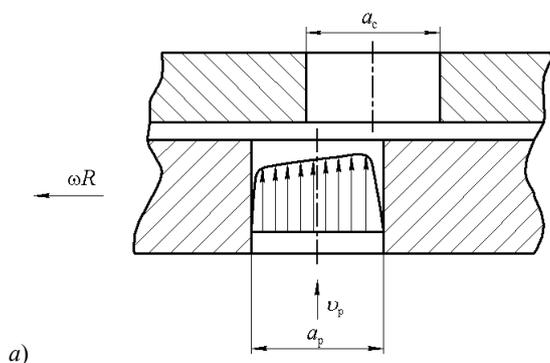
Сравнивая эти режимы работы аппарата, можно сделать вывод, что в случае преобладающего влияния кориолисовых сил на процесс течения среды уменьшение скорости в процессе закрывания происходит более круто. Это означает, что и величина отрицательного ускорения в процессе торможения движущегося потока жидкой среды будет больше, чем в случае, когда центробежные силы превосходят по величине кориолисовы.

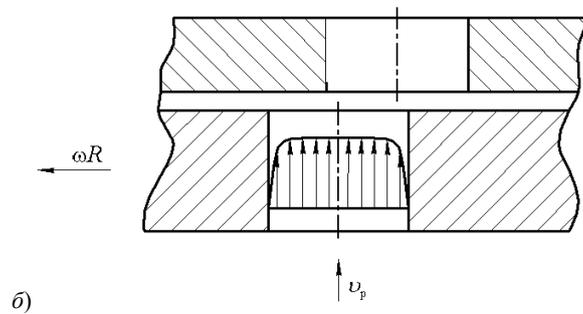
Таким образом, на основании сделанного анализа влияния кориолисовых и центробежных сил на формирование профиля скорости в поперечном сечении канала ротора в зависимости от частоты вращения ротора можно предложить следующий механизм изменения модуля амплитуды отрицательного ускорения потока среды. Как отмечалось выше, режимы течения характеризует величина критерия K_K . При анализе предполагается, что расход и, следовательно, масштаб радиальной скорости изменяются незначительно. Условно можно выделить три режима течения среды через модулятор. Первый режим соответствует существенному преобладанию влияния кориолисовых сил. В этом случае при увеличении линейной скорости ротора до определенного значения K_{K1} , происходит увеличение модуля амплитуды отрицательного ускорения течения среды.

Второй режим реализуется при дальнейшем увеличении ωR , при этом влияние центробежных и кориолисовых сил примерно одинаково, т.е. они имеют величину примерно одного порядка. Изменение профиля радиальной скорости изменяется в сторону формы, изображённой на рис. 1.7, б. Этот режим течения характеризуется значением $K_{K2} > K_{K1}$.

При увеличении частоты вращения и, соответственно, линейной скорости ротора формируется профиль скорости, изображённый на рис. 1.7, в.

В этом случае возрастают центробежные силы и давление, а также время процесса открывания–закрывания канала статора, т.е. растёт величина $|\partial v / \partial t|$. Таким образом, при значении $K_{K3} > K_{K2}$ реализуется третий режим течения среды в модуляторе роторного аппарата. В этом режиме значение максимума модуля амплитуды отрицательного ускорения среды начинает возрастать пропорционально увеличению величины ωR .





б)
Рис. 1.7. Качественная картина изменения профиля радиальной скорости

Характерный вид кривой, характеризующей изменение амплитуды отрицательного ускорения среды в модуляторе роторного аппарата, изображён на рис. 1.8.

Из проведённого анализа можно сделать вывод, что величина модуля амплитуды кавитационных импульсов давления должна меняться аналогично изменению модуля амплитуды отрицательного ускорения жидкой среды. Таким образом, в тех технологических процессах, где эффективность зависит от интенсивности кавитации, необходимо работать в области значения критерия K_{K1} . Однако отметим, что кавитационные импульсы генерируются в момент перекрытия канала статора и чем чаще перекрываются каналы статора в определённый промежуток времени, тем больше возникает кавитационных импульсов. Критерий K_K можно регулировать двумя способами – или изменять ωR или масштаб радиальной составляющей скорости V , т.е. объёмный расход.

При увеличении ωR увеличивается частота перекрытия каналов статора, но с другой стороны возрастает потребляемая мощность. Следовательно, необходимо учитывать противоречивое влияние ωR на эффективность проводимого технологического процесса.

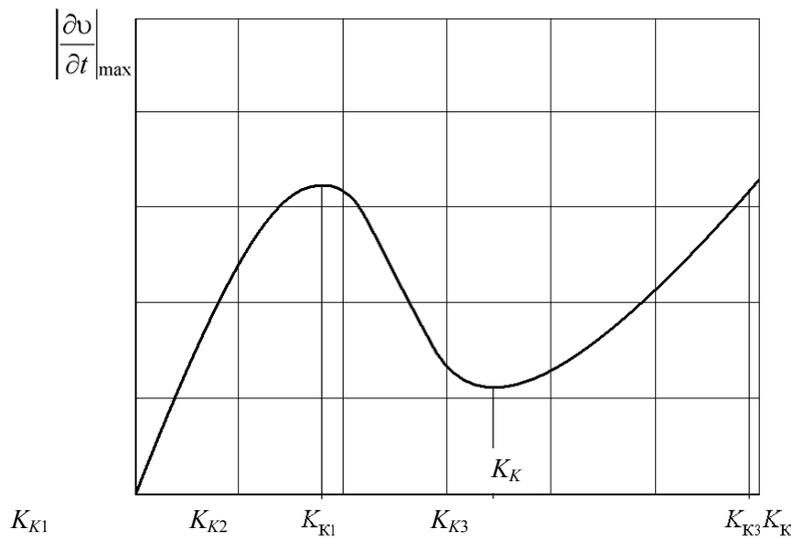


Рис. 1.8. Характерная зависимость амплитуды модуля отрицательного ускорения от критерия K_K

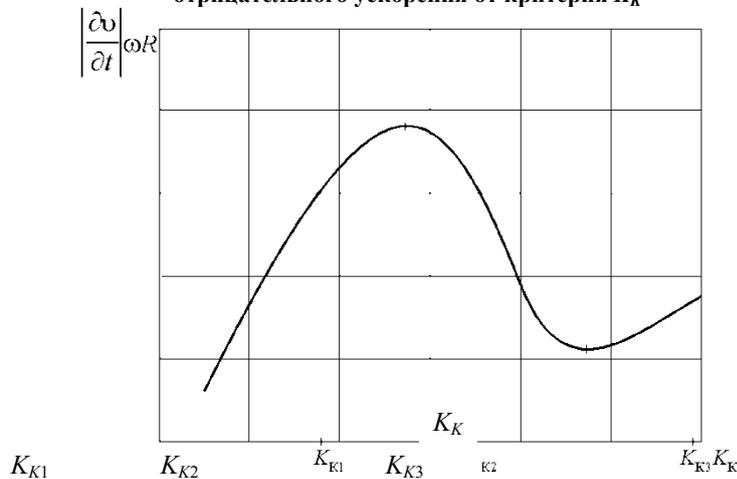


Рис. 1.9. Характерная зависимость мощности излучения от критерия K_K

При увеличении масштаба радиальной составляющей скорости растёт производительность роторного аппарата, потребляемая мощность возрастает линейно.

В случае, когда производительность роторного аппарата задаётся техническим заданием, можно использовать первый способ достижения необходимого режима обработки среды.

Известно, что энергетическая мощность излучения определяется квадратом произведения амплитуды импульсов давления на частоту их следования [53]. Так как частота пропорциональна скорости перекрытия ($f = \omega R / (a_p + b_p) \approx \omega R$), то мощность излучения пропорциональна квадрату произведения величины кавитационных импульсов давления на линейную скорость ротора. Таким образом, максимум эффективности работы аппарата смещается в сторону больших значений скоростей перекрытия (рис. 1.9).

Из проведённого анализа следует, что для достижения наиболее эффективного режима работы, с точки зрения наибольшей интенсификации проводимых технологических процессов, желательно, чтобы величина $K_{K1} < 1$ при максимально возможных значениях ωR и V . При этом необходимо учитывать и энергетические затраты роторного аппарата.

1.2. ТЕЧЕНИЕ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ РОТОРНОГО АППАРАТА

1.2.1. Модель течения среды в каналах ротора

Во всех предыдущих исследованиях предполагалось, что жидкость в аппарате несжимаемая. Однако, при значительных угловых скоростях вращения ротора и существенном газосодержании обрабатываемой среды, т.е. когда время процесса открывания и закрывания канала статора сопоставимо по величине со временем пробега волной "сжатия-разряжения" двойной длины канала ротора, аппарат работает в режиме гидравлического удара. Впервые этот режим работы аппарата был рассмотрен в работе [25]. В этом случае сжимаемость среды оказывает существенное влияние на закономерность течения, и её необходимо учитывать.

Для построения математической модели течения сжимаемой жидкости в каналах модулятора роторного аппарата сделаны следующие допущения: скорость среды зависит только от радиальной координаты и времени; силы вязкости не учитываются из-за относительно малой длины каналов ротора и статора. Вследствие осевой симметрии

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_1} = \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} = 0.$$

Схема движения частицы среды в канале ротора аналогична схеме, представленной на рис. 1.2.

Рассмотрим движение элемента жидкости в канале ротора, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω [43]. Дифференциальное уравнение относительного движения жидкости имеет форму уравнения Эйлера в цилиндрических координатах (1.4). С учётом сделанных допущений запишем

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{F_r}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (1.42)$$

Свяжем систему координат с вращающимся ротором. Тогда проекция массовой силы, отнесённая к единице объёма F_r , войдёт в явном виде в уравнение (1.42) и определится выражением

$$F_r = \rho \omega^2 r. \quad (1.43)$$

С учётом (1.43) уравнение (1.42) имеет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = \omega^2 r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (1.44)$$

Приведём уравнение (1.44) к безразмерному виду с помощью следующих подстановок:

$$v = V \bar{v}; \quad t = T \bar{t}; \quad r = R_2 \bar{r}; \quad p = P \bar{p}. \quad (1.45)$$

Учитываем, что критерии подобия имеют следующий вид [41]

$$\text{Sh} = \frac{l}{VT}; \quad \text{Eu} = \frac{P}{\rho V^2}, \quad (1.46)$$

и, используя результаты работы [42, 44] или выражения (1.23, 1.24)

$$K_K = \frac{\omega R_2}{V}; \quad \chi = \frac{l}{R_2}, \quad (1.47)$$

получим уравнение одномерного движения жидкости в безразмерном виде (для удобства в дальнейшем чёрточки отбросим):

$$\text{Sh} \frac{\partial v}{\partial t} + \chi v \frac{\partial v}{\partial r} = K_K^2 \chi r - \text{Eu} \chi \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (1.48)$$

Запишем уравнение неразрывности для одномерного течения сжимаемой среды в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) + v \frac{\partial \rho}{\partial r} = 0. \quad (1.49)$$

Для процесса сжатия, протекающего в адиабатических условиях, уравнение состояния имеет вид [45]

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2. \quad (1.50)$$

Рассматривая совместно (1.48) и (1.49), получим уравнение неразрывности в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) + v \frac{\partial p}{\partial r} = 0. \quad (1.51)$$

Представим уравнение (1.51) в безразмерном виде. Для этого используем подстановки (1.45), критерии и симплексы подобия (1.46), (1.47), выражения для приведённого волнового сопротивления [45], а также критерия Маха

$$\alpha = \frac{\rho c V}{P}, \quad M = \frac{V}{c}. \quad (1.52)$$

После преобразований получим выражение (чёрточки в дальнейшем отбрасываем)

$$\text{Sh} M \frac{\partial p}{\partial t} + \chi \alpha \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) + \chi M v \frac{\partial p}{\partial r} = 0. \quad (1.53)$$

Сделаем оценку порядка величин членов уравнения (1.53). Учитывая, что $\chi < 1$, $M \ll 1$, $\alpha \gg 1$, третьим членом уравнения пренебрегаем. Окончательно уравнение непрерывности в безразмерном виде имеет вид

$$\text{Sh} M \frac{\partial p}{\partial t} + \chi \alpha \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0. \quad (1.54)$$

Таким образом, для определения закона течения сжимаемой жидкости имеем уравнения (1.48) и (1.53). Принимая за масштаб времени

$$T = \frac{l_p}{c}, \quad (1.55)$$

из (1.46) следует в данном конкретном случае

$$\text{Sh} = \frac{1}{M}. \quad (1.56)$$

Подставив выражение (1.56) в уравнения (1.48) и (1.53), получим систему уравнений для вывода скорости течения сжимаемой среды во вращающемся канале ротора:

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} + \chi \alpha \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \right) = 0; & (1.57) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \chi M v \frac{\partial v}{\partial r} = \chi M K_K^2 r \frac{\partial p}{\partial r}. & (1.58) \end{cases}$$

Учитывая, что $\chi M \text{Eu} = \chi / \alpha$, $K_K > 1$ и вышеизложенные условия для χ , α , M , проведём оценку порядка величин в уравнении (1.58). В результате, пренебрегая конвективным членом, получим уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \chi M K_K^2 r - \frac{\chi}{\alpha} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (1.59)$$

Исключим из уравнений (1.57) и (1.58) члены, оценивающие давление. Для наглядности представим уравнения (1.57) и (1.58) в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\chi\alpha\left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r}\right); \quad (1.60)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \alpha MK_K^2 r - \frac{\alpha}{\chi} \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (1.61)$$

Продифференцируем уравнение (1.60) по r , а уравнение (1.61) по t . После преобразований получим уравнение гиперболического типа для течения сжимаемой среды в канале ротора:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \chi^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right). \quad (1.62)$$

Решение уравнения (1.62) с учётом начальных и граничных условий для функции $v(r, t)$ имеет вид [43]

$$v = \frac{v_1 r_1}{r} + MK_K^2 r \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\int_{r_1}^{r_2} r^3 R_m(r\lambda_m) dr}{\lambda_m \int_{r_1}^{r_2} r^3 [R_m(r\lambda_m)]^2 dr} \sin(\chi\lambda_m t) R_m(r\lambda_m) -$$

$$- M v_1^2 r_1^2 r \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\int_{r_1}^{r_2} \frac{R_m(r\lambda_m)}{r} dr}{\lambda_m \int_{r_1}^{r_2} r^3 [R_m(r\lambda_m)]^2 dr} \sin(\chi\lambda_m t) R_m(r\lambda_m). \quad (1.63)$$

Отметим, что, как и ранее в п. 1.1.3, например l в (1.46, 1.47), определяется выражением (1.13).

В заключение оценим условия, в которых действуют принятые оценки малости членов уравнений (1.48) и (1.52).

Согласно этим оценкам принято, что

$$\chi M E u \ll 1, \quad (1.64)$$

$$\chi M v \ll 1. \quad (1.65)$$

Так как обычно число Маха является определяющим при оценке сжимаемости среды, то преобразуем эти выражения к виду

$$M \ll (\chi E u)^{-1}, \quad M \ll (\chi v)^{-1}. \quad (1.66)$$

Как будет показано далее для реальных режимных и конструктивных параметров, реализуемых в промышленных аппаратах, это соотношение выполняется.

1.2.2. Модель течения среды в каналах статора

Закономерности течения жидкости в каналах статора определим, используя предложенный в п. 1.1.1 зонный подход. Поэтому выражение для v_c в относительных величинах имеет вид (чёрточки отбрасываем)

$$v_c = v_p \Big|_{r=r_2} S(t). \quad (1.67)$$

Правомерность использования этого выражения, полученного из уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости, определяется тем, что рассматривается поведение капельной жидкости при условии $M < 0,02$, а также малостью расстояния, на котором рассматривается выражение (1.67), так как величина радиального зазора много меньше длин каналов ротора и статора. На основании этих соображений считаем, что плотность среды изменяется незначительно и этим изменением можно пренебречь [45].

Таким образом, имеем

$$\begin{aligned}
v_p|_{r=r_2} = v_1 r_1 + MK_K^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\int_{r_1}^1 R_m(\lambda_m) dr}{\lambda_m \int_{r_1}^1 [R_m(\lambda_m)]^2 dr} \sin(\chi \lambda_m t) R_m(\lambda_m) - \\
- M v_1^2 r_1^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\int_{r_1}^1 R_m(\lambda_m) dr}{\lambda_m \int_{r_1}^1 [R_m(\lambda_m)]^2 dr} \sin(\chi \lambda_m t) R_m(\lambda_m). \quad (1.68)
\end{aligned}$$

Уравнения для определения изменения площади поперечного сечения модулятора определяются выражением (1.3).

1.2.3. Моделирование течения сжимаемой среды в каналах статора

Для компьютерного моделирования процесса изменения скорости и ускорения потока сжимаемой жидкости в канале статора использовались уравнения (1.67, 1.68) и (1.3). Для моделирования использовалось компьютерное обеспечение MAPLE-9.5.

Границы изменения величины критериев и параметров, входящих в исследуемые уравнения, определялись изменением конструктивных и режимных параметров, чья величина соответствует реальным размерам существующих роторных аппаратов.

Параметры изменялись в следующих пределах:

$$10^{-3} \leq a \leq 10^{-2} \text{ м}; \quad 10 < \omega \leq 600 \text{ с}^{-1}; \quad 5 \cdot 10^{-2} \leq R_2 \leq 2 \cdot 10^{-1} \text{ м}; \quad 3 < V \leq 15 \text{ м/с}; \quad 10^{-3} \leq l_p \leq 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \quad 10^{-4} \leq \delta \leq 10^{-3} \text{ м}; \quad 10^{-3} \leq M \leq 2 \cdot 10^{-2}.$$

На рис. 1.10 представлены некоторые характерные графики изменения скорости движения сжимаемой среды в канале статора в зависимости от критерия K_K , характеризующего соотношение центробежных и кориолисовых сил.

Из графиков следует, что с увеличением K_K скорость потока сжимаемой среды возрастает.

На рис. 1.11 приведены графики ускорения потока сжимаемой среды. Значения параметров, характеризующих течение, такие же, как на рис. 1.10. Из графиков следует, что при увеличении значений K_K и χ величина амплитуды отрицательной части ускорения также возрастает. На рис. 1.12 показано изменение величины модуля амплитуды отрицательной части ускорения в зависимости от величины критерия K_K и симплекса χ . При увеличении K_K и χ величина $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{\max}$ возрастает.

При $\chi > 0,3$ видно, что значение $\left. \frac{dv}{dt} \right|_{\max}$ изменяется значительно меньше (при $K_K = \text{const}$), чем при $\chi < 0,3$.

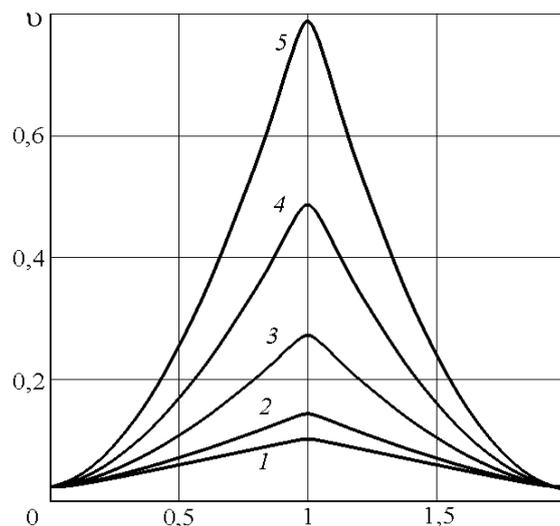


Рис. 1.10. Зависимость скорости течения сжимаемой среды в канале статора от критерия K_K при $\chi = 0,1$, $M = 0,02$:
1 — $K_K = 1$; 2 — $K_K = 5$; 3 — $K_K = 10$; 4 — $K_K = 15$; 5 — $K_K = 20$

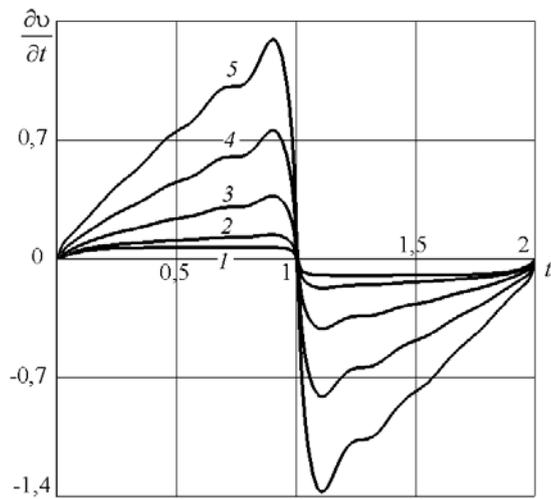


Рис. 1.11. Зависимость ускорения течения сжимаемой среды в канале статора от критерия K_K при $\chi = 0,1$, $M = 0,02$:
 1 – $K_K = 1$; 2 – $K_K = 5$; 3 – $K_K = 10$; 4 – $K_K = 15$; 5 – $K_K = 20$

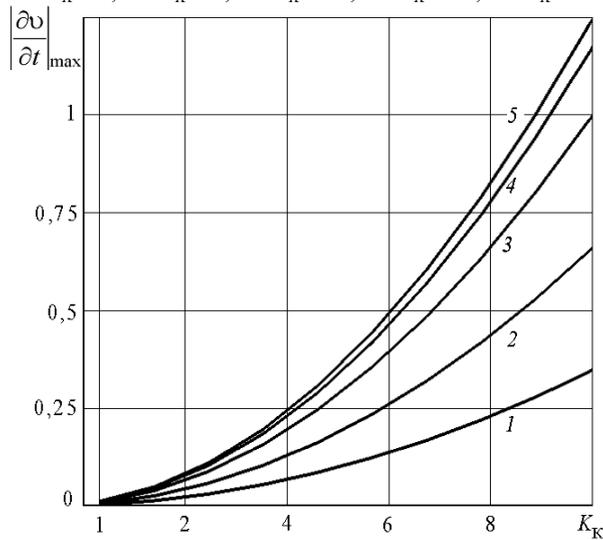


Рис. 1.12. Зависимость амплитуды отрицательного ускорения от критерия K_K и симплекса χ :
 1 – $\chi = 0,1$; 2 – $\chi = 0,2$; 3 – $\chi = 0,3$; 4 – $\chi = 0,4$; 5 – $\chi = 0,5$

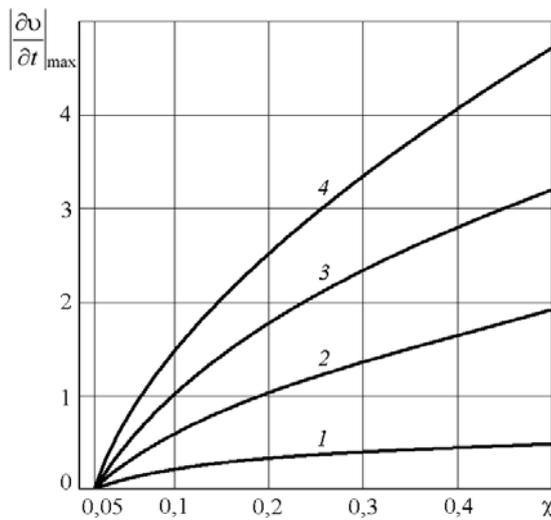


Рис. 1.13. Зависимость максимального модуля отрицательной амплитуды ускорения от χ и K_K :
 1 – $K_K = 5$; 2 – $K_K = 10$; 3 – $K_K = 15$; 4 – $K_K = 20$

Таким образом, из этого следует, что при учете сжимаемости среды увеличение $\chi > 0,3$ нецелесообразно

Увеличение $\left| \frac{d\nu}{dt} \right|_{\max}$ при этом незначительно, а увеличение χ вызывает увеличение металлоёмкости ротора, т.е. удорожает роторный аппарат.

Сравнивая полученный результат с анализом течения несжимаемой жидкости, сделанным ранее в п. 1.1.5, можно сделать вывод, что влияние параметра χ одинаково, т.е. при увеличении χ возрастает максимум модуля амплитуды отрицательного ускорения течения жидкости.

Следовательно, можно утверждать, что предложенная модель течения жидкой среды с учётом сжимаемости не противоречит физическим представлениям гидромеханики.

На рис. 1.13 показано изменение максимума модуля отрицательной амплитуды ускорения движения сжимаемой среды при изменении

$$K_K \quad \text{и} \quad \chi.$$

Увеличение χ вызывает возрастание $\left| \frac{d\nu}{dt} \right|_{\max}$, однако это увеличение значительно только при $K_K \geq 10$. Например, при $K_K =$

1 график практически совпадает с осью абсцисс.

Таким образом, на основании анализа полученных результатов можно рекомендовать рассчитывать параметры роторного аппарата при условиях: $K_K \geq 10$ и $\chi \leq 0,3$.

Исходя из того, что в критерии K_K масштаб радиальной скорости определяется в конечном итоге заданной производительностью аппарата, необходимо увеличивать частоту вращения ротора. С другой стороны необходимо учитывать, что при этом возрастает потребляемая мощность.

Следует отметить, что при возрастании χ в 3 раза, с 0,1 до 0,3 ($K_K = 10$), максимальное значение модуля отрицательной амплитуды ускорения возрастает в 3,4 раза, т.е. почти прямо пропорционально.

При возрастании K_K в 2 раза, с 10 до 20 ($\chi = 0,3$) максимальное значение модуля отрицательной амплитуды ускорения возрастает в 4 раза. Следовательно, критерий K_K оказывает большее влияние на процесс течения среды, что объясняется параметрами, входящими в него.

Таким образом, при расчёте роторного аппарата, работающего в условиях гидравлического удара, т.е. когда необходимо учитывать сжимаемость жидкости, для достижения наибольшей эффективности следует стремиться к увеличению частоты вращения ротора. Конечно, при этом необходимо учитывать всю совокупность режимных и конструктивных параметров и учитывать, например, резонансные явления.

1.2.4. Границы использования модели течения сжимаемой жидкости

Как отмечалось выше, при определённых режимных и конструктивных параметрах в роторном аппарате возникает гидравлический удар. При этом необходимо переходить к модели, учитывающей сжимаемость среды. Таким образом, границей между моделями течения являются соотношения режимных и конструктивных параметров, полученные из условий возникновения гидравлического удара [40, 41]:

$$\theta \leq t_3. \quad (1.69)$$

Время процесса закрывания канала статора промежутком между каналами ротора определяется выражением (1.26).

Величина фазы гидравлического удара определяется как

$$\theta = \frac{2l_p}{c}. \quad (1.70)$$

Однако возможен случай, когда за время фазы гидравлического удара с отверстием статора совпадает следующее отверстие ротора. Это даёт второе условие для определения границы применимости полученного уравнения течения среды с учётом её сжимаемости:

$$\frac{b - a_p}{\omega R_2} \leq \theta \leq \frac{b + a_p}{\omega R_2}. \quad (1.71)$$

Проведена проверка возможности осуществления случая, определяемого выражением (1.71) для изменения параметров роторного аппарата в следующих пределах: $R_2 = 0,07 \dots 0,2$ м, $z_p = z_c = 20 \dots 80$. В результате показано, что условие (1.71) реализуется в реальных роторных аппаратах практически всегда. Его необходимо учитывать, только начиная с $z > 75$, при скорости ротора более 300 с^{-1} . Причем эти значения z и ω должны иметь место одновременно.

Таким образом, можно сделать вывод, что для определения границы применимости модели течения сжимаемой среды в каналах роторного аппарата можно ограничиться выражениями (1.26), (1.70), (1.71).

Из выражения (1.68) следует, что нам необходимо знать величину критериев K_K и χ .

Следовательно, порядок определения границы применимости уравнения (1.68) следующий.

После определения конструктивных и режимных параметров a_c , l_c , R_2 и c находят K_K и χ . Эти критерии и соответствуют нижней границе применимости предложенных зависимостей для описания закономерностей течения сжимаемой среды и, одновременно, верхней границе для уравнения течения несжимаемой среды (1.37 – 1.39).

Верхняя граница использования модели течения жидкости, описываемой выражениями (1.67 – 1.68), ограничивалась рассмотрением реальных параметров, реализуемых в промышленных роторных аппаратах. Экспериментальные исследования ограничены параметрами: $K_K \leq 10$; $0,05 \leq \chi \leq 0,2$.

В заключение отметим, что в исследуемых границах изменений параметров, влияющих на газо- и гидромеханические процессы в каналах роторного аппарата, предложенная модель удовлетворительно подтверждается экспериментальными данными.

1.3. ТЕЧЕНИЕ СРЕДЫ В РАДИАЛЬНОМ ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ РОТОРОМ И СТАТОРОМ

1.3.1. Нестационарное течение жидкости в радиальном зазоре между цилиндрическими ротором и статором

Течение между вращающимися и неподвижными проницаемыми цилиндрическими поверхностями часто определяет эффективность работы циклонов и гидроциклонов [57], фильтрующих центрифуг [58], центробежных грануляторов [59], роторно-пульсационных аппаратов [1, 5, 23, 34, 60].

В научной литературе известно точное решение задачи течения вязкой несжимаемой жидкости между вращающимися непроницаемыми коаксиальными цилиндрами [61]. Имеется ряд работ, посвящённых исследованию движения сплошной среды в зазоре между проницаемыми цилиндрами [60, 62 – 65]. В этих работах величина зазора и частота вращения цилиндров принимается постоянной, поэтому течение в зазоре рассматривается как установившееся. Однако в работах [66, 67] показано, что в жидкостных центробежных экстракторах, вращающихся с переменной угловой скоростью, производительность сопел возрастает на 50 % по сравнению с производительностью при равномерном вращении. В данной работе сделана попытка смоделировать протекание процесса течения среды в зазоре во время разгона ротора до рабочей частоты вращения [68]. Это позволит определить закономерности периода установления стационарного течения и рассмотреть возможность использования режима "ускорение – торможение" ротора для повышения эффективности работы роторного аппарата. Кроме того, эта задача представляет определённый научный интерес.

Рассмотрим симметричное нестационарное течение вязкой несжимаемой жидкости между проницаемыми коаксиальными цилиндрами – вращающимся (ротором) и неподвижным (статором). Сделаем следующие допущения: течение жидкости ввиду малого радиального зазора ($\delta \approx 10^{-4}$ м) полагаем ламинарным; составляющая скорости по оси z равна нулю; вдув жидкости в радиальном направлении равномерный; массовыми силами пренебрегаем. Систему цилиндрических координат (r, φ, z) свяжем с осью вращения ротора (рис. 1.14).

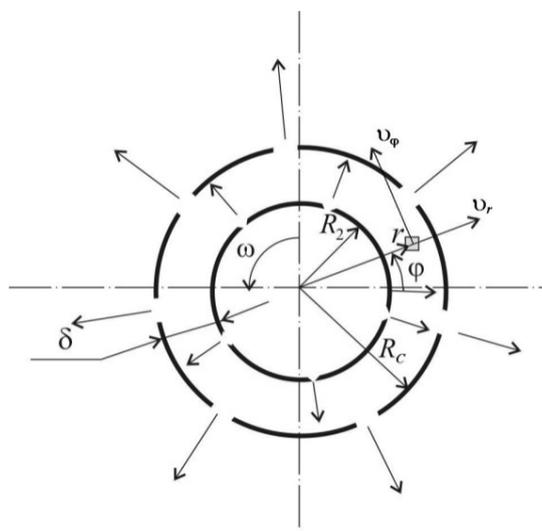


Рис. 1.14. Схема движения частицы среды в зазоре

С учётом принятых допущений дифференциальные уравнения Навье-Стокса и неразрывности в цилиндрических координатах (1.4), (1.5), (1.7) принимают вид:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} \right); \quad (1.72)$$

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_r v_\varphi}{r} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right); \quad (1.73)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} = 0. \quad (1.74)$$

При решении уравнения (1.73) используются граничные условия в общем виде (вращаются оба цилиндра):

$$v_\varphi|_{r=R_2} = u_1, \quad v_\varphi|_{r=R_c} = u_2. \quad (1.75)$$

При постоянном расходе жидкости через роторный аппарат граничное условие для уравнения (1.72) имеет вид

$$v_r|_{r=R_2} = v_2. \quad (1.76)$$

За начальное условие примем закон распределения азимутального компонента скорости в начальной момент времени $v_\varphi(r, 0)$.

Подставив (1.74) в уравнение (1.72), после несложных преобразований [43] получим

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} - \left(\frac{v_r^2 + v_\varphi^2}{r} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (1.77)$$

Из уравнения неразрывности (1.74), используя граничное условие (1.76), получим

$$v_r = v_2 \frac{R_2}{r}. \quad (1.78)$$

Подставим в уравнение (1.73) и получим уравнение движения для окружной составляющей скорости

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} = v \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} (v_2 R_2 - v) \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} (v_2 R_2 + v) v_\varphi. \quad (1.79)$$

Для приведения уравнения (1.79) к безразмерному виду введём следующие подстановки:

$$r = R_2 \bar{r}, \quad v_\varphi = U \bar{v}_\varphi, \quad t = T \bar{t}. \quad (1.80)$$

Используем критерии подобия:

– критерий Рейнольдса, характеризующий интенсивность движения в азимутальном направлении:

$$\text{Re}_\varphi = \frac{UR_2}{\nu} = \beta; \quad (1.81)$$

– критерий Рейнольдса, характеризующий интенсивность движения в радиальном направлении:

$$\text{Re}_r = \frac{v_2 R_2}{\nu} = \beta_1; \quad (1.82)$$

– критерий Струхала, характеризующий инерционность жидкости в зазоре в азимутальном направлении:

$$\text{Sh}_\varphi = \frac{R_2}{TU} = \alpha. \quad (1.83)$$

После преобразований уравнение движения в относительных величинах в азимутальном направлении принимает вид (чёрточки для удобства отбрасываем)

$$\text{Sh}_\varphi \text{Re}_\varphi \frac{\partial v_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} (\text{Re}_r - 1) \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} (\text{Re}_r + 1) v_\varphi. \quad (1.84)$$

Общее решение дифференциального уравнения (1.84) запишется в виде [68]

$$v_\varphi(r, t) = C_1 \frac{1}{r} + C_2 r^{\beta_1 + 1} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m e^{-\frac{\lambda_m^2 t}{\alpha \beta}} R_m(r \lambda_m). \quad (1.85)$$

Постоянные A_m определяются по начальному условию

$$v_\varphi|_{t=0} = v_\varphi(r, 0). \quad (1.86)$$

Тогда

$$A_m = \frac{\int_{r_1}^{r_2} [r^{1-\beta_1} v_\varphi(r, 0) - C_1 r^{-\beta_1} - C_2 r^2] R_m(\lambda_m r) dr}{\int_{r_1}^{r_2} r^{1-\beta_1} [R_m(\lambda_m r)]^2 dr}. \quad (1.87)$$

Анализируя (1.85), можно сделать вывод – из-за множителей $e^{-\frac{\lambda_m^2 t}{\alpha \beta}}$ распределение азимутальных скоростей достаточно быстро приближается к известному профилю скорости для установившегося течения.

1.4. ТЕЧЕНИЕ СРЕДЫ В РАДИАЛЬНОМ ЗАЗОРЕ МЕЖДУ КОНИЧЕСКИМИ РОТОРОМ И СТАТОРОМ

1.4.1. Течение среды между коническими проницаемыми поверхностями

В ряде случаев рабочие поверхности рабочих частей химических аппаратов представляют собой конические коаксиальные поверхности. Например, в роторных аппаратах для регулирования величины радиального зазора между ротором и статором они выполняются коническими [1, 23, 34]. Имеется ряд работ, в которых рассматривается течение пленки жидкости по коническому непроницаемому вращающемуся конусу [68, 69]. Поэтому практический интерес представляет теоретическое исследование закономерностей движения обрабатываемой среды в зазоре между проницаемыми коническими ротором и статором.

Рассмотрена трёхмерная осесимметричная относительно оси z задача течения вязкой жидкости, т.е. $\partial/\partial\varphi = \partial^2/\partial\varphi^2 = 0$.

Дифференциальные уравнения движения Навье-Стокса и неразрывности представим в конической системе координат ρ, φ, x (рис. 1.15). Причем ось ρ начинается на пересечении её с осью z . Данная система координат ортогональна. Коэффициенты Ламэ для неё соответственно равны:

$$H_\rho = 1; H_\varphi = x \cos \gamma + \rho^* \sin \gamma; H_x = 1 \quad [61].$$

Уравнения движения в абсолютной системе координат принимают вид

$$v_\rho^* \frac{\partial v_\rho^*}{\partial \rho^*} + v_x \frac{\partial v_\rho^*}{\partial x} - \frac{v_\varphi^2 \sin \gamma}{\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \rho^*} +$$

$$+ v \left[\frac{\partial^2 v_\rho^*}{\partial \rho^{*2}} + \frac{\partial^2 v_\rho^*}{\partial x^2} - \frac{\frac{\partial v_\rho^*}{\partial \rho^*} \sin \gamma + \frac{\partial v_\rho^*}{\partial x} \cos \gamma}{\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma} - \frac{v_\rho^* \sin^2 \gamma + v_x \sin \gamma \cos \gamma}{(\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma)^2} \right];$$

$$v_\rho^* \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial \rho^*} + v_x \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial x} - \frac{v_\rho^* v_\varphi^* (\sin \gamma + \cos \gamma)}{\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma} =$$

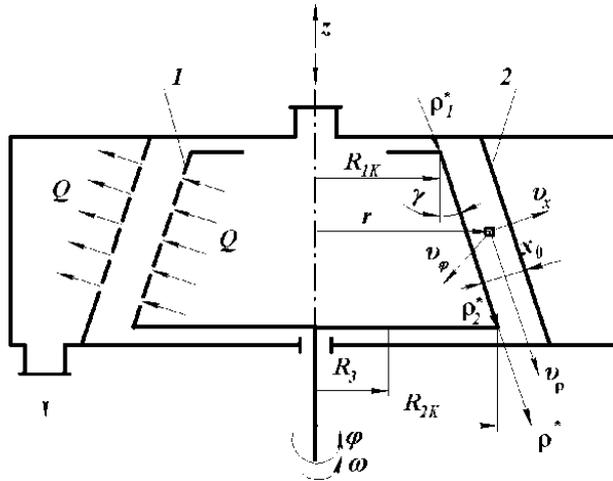


Рис. 1.15. Конструктивная схема роторного аппарата:
1 – ротор; 2 – статор

$$= v \left[\frac{\partial^2 v_\varphi^*}{\partial \rho^{*2}} + \frac{\partial^2 v_\varphi^*}{\partial x^2} - \frac{\frac{\partial v_\varphi^*}{\partial \rho^*} \sin \gamma + \frac{\partial v_\varphi^*}{\partial x} \cos \gamma}{\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma} - \frac{v_\varphi^*}{(\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma)^2} \right];$$

$$v_\rho^* \frac{\partial v_x}{\partial \rho^*} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{v_\varphi^2 \cos \gamma}{\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} +$$

$$+ v \left[\frac{\partial^2 v_x}{\partial \rho^{*2}} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} - \frac{\frac{\partial v_x}{\partial \rho^*} \sin \gamma + \frac{\partial v_x}{\partial x} \cos \gamma}{\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma} - \frac{v_\rho^* \sin \gamma \cos \gamma + v_x \cos^2 \gamma}{(\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma)^2} \right].$$

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial v_{\rho^*}}{\partial \rho^*} + \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{v_{\rho^*} \sin \gamma + v_x \cos \gamma}{\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma} = 0. \quad (1.89)$$

При решении поставленной задачи приняты следующие допущения: течение установившееся ламинарное; силами тяжести пренебрегаем из-за их малости по сравнению с центробежными силами; толщина зазора x_0 мала по сравнению с изменением координаты ρ , поэтому в коэффициенте Ламэ для H_φ и в уравнениях (1.88) и (1.89) с достаточной степенью точности принимаем

$$\rho^* \sin \gamma + x \cos \gamma \approx \rho^* \sin \gamma. \quad (1.90)$$

Для решения уравнения (1.88,1.89) удобно привести к безразмерному виду с помощью следующих подстановок [71]:

$$\begin{aligned} v_\rho &= \omega \rho^* \sin \gamma H'(\xi); \\ v_\varphi &= -\omega \rho^* \sin \gamma G(\xi); \\ v_x &= -2\sqrt{\omega v \sin \gamma} H(\xi); \\ p &= -2\rho^* \omega v P(\xi) - C\omega^2 \rho^{*2} \sin^2 \gamma / 2. \end{aligned} \quad (1.91)$$

Относительная координата ξ определяется как

$$\xi = x \sqrt{\frac{\omega \sin \gamma}{v}}. \quad (1.92)$$

Безразмерные составляющие скорости H' , G и H являются функциями только ξ , причем $H' = \partial H / \partial \xi$.

Подставим (1.91) и (1.92) в систему (1.88) и, учитывая (1.90), получим систему нелинейных дифференциальных уравнений движения жидкости в зазоре:

$$\begin{cases} H''' = H'^2 - 2HH'' - G^2 + C; \\ G'' = 2H'G - 2HG'; \\ P' = H'' + 2HH'. \end{cases} \quad (1.93)$$

При выводе уравнений (1.93) проведена оценка значимости их членов с учётом численных значений параметров реальных роторных аппаратов ($x_0 \approx 10^{-4}$ м; $\gamma < \pi/18$; $v = 10^{-6}$ м²/с; $\omega = 150 \dots 300$ с⁻¹). Проверка показывает, что условие неразрывности (1.89) выполняется с большой точностью.

Граничные условия принимают вид:

а) на наружной поверхности ротора при $x = 0$; $\xi = 0$

$$H' = 0, G = 1, H = W, \quad (1.94)$$

б) на внутренней поверхности ротора при $x = x_0$; $\xi = \xi_0$

$$H' = 0, G = 0, H = W. \quad (1.95)$$

В граничных условиях (1.94) и (1.95) пренебрегаем расходом через зазор ввиду его малости, т.е. считаем, что весь поток среды проходит через каналы ротора и статора. Поэтому принимаем

$$W = -\frac{v|_{x=0}}{2\sqrt{\omega v \sin \gamma}} = -\frac{v|_{x=x_0}}{2\sqrt{\omega v \sin \gamma}}, \quad (1.96)$$

причем $v|_{x=0} = v|_{x=x_0} = Q/S$.

Боковые поверхности конического ротора и статора ввиду малости радиального зазора определяются из выражения

$$S = \pi(\rho_2^{*2} - \rho_1^{*2}) \sin \gamma.$$

Система уравнений (1.93) не имеет решения в замкнутой форме. Для решения представим функции H и G разложенными в степенные ряды вблизи $\xi = 0$, т.е. в ряды Тейлора:

$$H = H + \frac{H'}{1!} \xi + \frac{H''}{2!} \xi^2 + \frac{H'''}{3!} \xi^3 + \dots;$$

$$G = G + \frac{G'}{1!} \xi + \frac{G''}{2!} \xi^2 + \frac{G'''}{3!} \xi^3 + \dots \quad (1.97)$$

Для определения значений всех производных и самих функций при $\xi = 0$, обозначив $H''(0) = A$ и $G'(0) = B$, используем дифференциальные уравнения (1.93). Чтобы определить величины A , B и C , используем граничные условия (1.94) и после некоторых преобразований получаем систему уравнений;

$$H(\xi_0) = \frac{A}{2!} \xi^2 + \frac{C-1-2WA}{3!} \xi^3 + \frac{-2B-2S(C-1-2WA)}{4!} \xi^4 + \frac{-2B^2+8WB+4W^2(C-1-2WA)}{5!} \xi^5 + \dots = 0;$$

$$H'(\xi_0) = A\xi + \frac{C-1-2WA}{2!} \xi^2 + \frac{-2B-2W(C-1-2WA)}{3!} \xi^3 + \frac{-2B^2+8WB+4W^2(C-1-2WA)}{4!} \xi^4 + \dots = 0;$$

$$G(\xi_0) = 1 + B\xi - \frac{2WB}{2!} \xi^2 + \frac{2A+4W^2B}{3!} \xi^3 + \frac{1(C-1-4WA)+2AB-8W^3B}{4!} \xi^4 + \frac{-4B+4B(C-1-2WA)-8W(C-1-3WA)-4WB(A-4W^3)}{5!} \xi^5 + \dots = 0 \quad (1.98)$$

1.4.2. Численное решение уравнений

Для определения зависимостей A , B и C от ξ_0 и W был использован численный метод решения уравнений (1.93). Отметим, что численные значения пределов изменения ξ_0 и W выбраны, исходя из реальных величин геометрических и режимных параметров роторного аппарата и физико-химических свойств обрабатываемой среды. На рис. 1.16 – 1.18 представлены некоторые результаты численного расчёта.

Из анализа графиков можно сделать вывод, что влияние безразмерной нормальной к поверхности конуса на входе в зазор W , а значит, и расхода обрабатываемой среды через аппарат на величину A и C возрастает с увеличением относительного зазора ξ_0 . Кривые на рис.1.17 свидетельствуют о том, что влияние W на производную от азимутального компонента скорости $G'(\xi)$ одинаково при всех значениях безразмерного радиального зазора. Отметим, что на рис. 1.16 при $\xi_0 = 0,01$; $A \approx 10^{-3}$, а на рис. 1.17 при $\xi_0 = 0,01$; $B \approx -10$. Эти значения на рисунках не показаны.

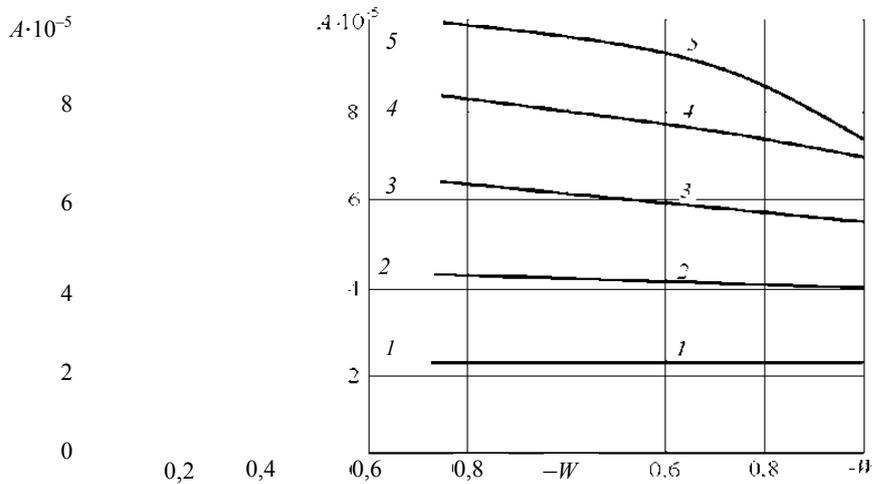


Рис. 1.16. Зависимость безразмерной второй производной от нормального компонента скорости к поверхности конуса ($A = G''$) от безразмерной координаты ξ и безразмерной нормальной к поверхности конуса составляющей скорости на входе и выходе из зазора W :
 1 – $\xi = 0,2$; 2 – $\xi = 0,4$; 3 – $\xi = 0,6$; 4 – $\xi = 0,8$; 5 – $\xi = 1$

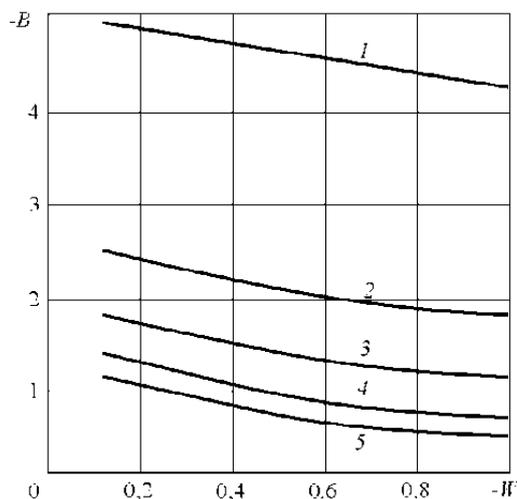


Рис. 1.17. Зависимость первой производной от безразмерного азимутального компонента скорости ($B = G'$) от безразмерной координаты ξ и безразмерного нормального к поверхности конуса компонента скорости на входе и выходе из зазора W : 1 – $\xi = 0,2$; 2 – $\xi = 0,4$; 3 – $\xi = 0,6$; 4 – $\xi = 0,8$; 5 – $\xi = 1$

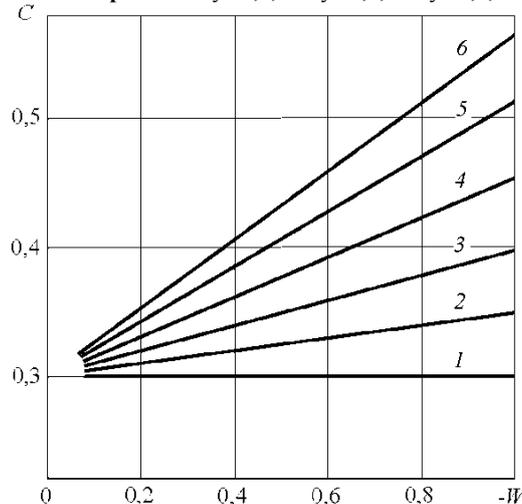


Рис. 1.18. Зависимость постоянной интегрирования C от безразмерной координаты ξ и безразмерного нормального к поверхности конуса компонента скорости на входе и выходе из зазора W : 1 – $\xi = 0,01$; 2 – $\xi = 0,2$; 3 – $\xi = 0,4$; 4 – $\xi = 0,6$; 5 – $\xi = 0,8$; 6 – $\xi = 1$

На рис. 1.19, 1.20 представлены результаты определения зависимости меридиональной H' , окружной G и нормальной к поверхности конуса H составляющих скорости от безразмерного зазора ξ_0 и нормальной к поверхности конуса составляющей скорости на входе и выходе из зазора W .

Как и следует из физических представлений о гидромеханических закономерностях процесса течения в зазоре, характер изменения зависимости $H(\xi)$ имеет экстремум примерно в середине зазора между ротором и статором. Это логично объяснить влиянием меридионального компонента скорости. Однако при малых радиальных зазорах изменение численных значений H невелико. Отметим, что с увеличением зазора численное изменение величины H значительно возрастает.

Характер изменения зависимости $H'(\xi)$ свидетельствует о том, что направления течения меридионального компонента возле статора и ротора противоположные. Возле вращающегося ротора происходит отток жидкости из зазора вдоль образующей ротора, примерно до середины зазора, а возле статора осуществляется подсос среды в зазор. С увеличением величины зазора численные значения H' существенно возрастают. Характер изменения азимутального компонента скорости G одинаков при всех значениях ξ_0 , однако с увеличением зазора кривая зависимости $G(\xi)$ имеет более выпуклый относительно оси ξ характер (рис. 1.20), что

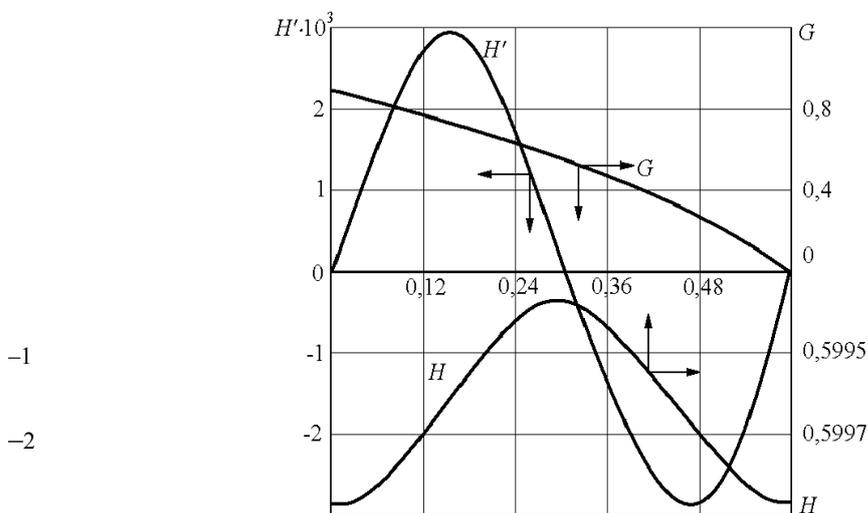


Рис. 1.19. Зависимость безразмерного нормального к поверхности конуса H , меридионального H' и азимутального компонентов скорости G от безразмерной координаты ξ ($\xi_0 = 0,6$, $W = -0,6$)

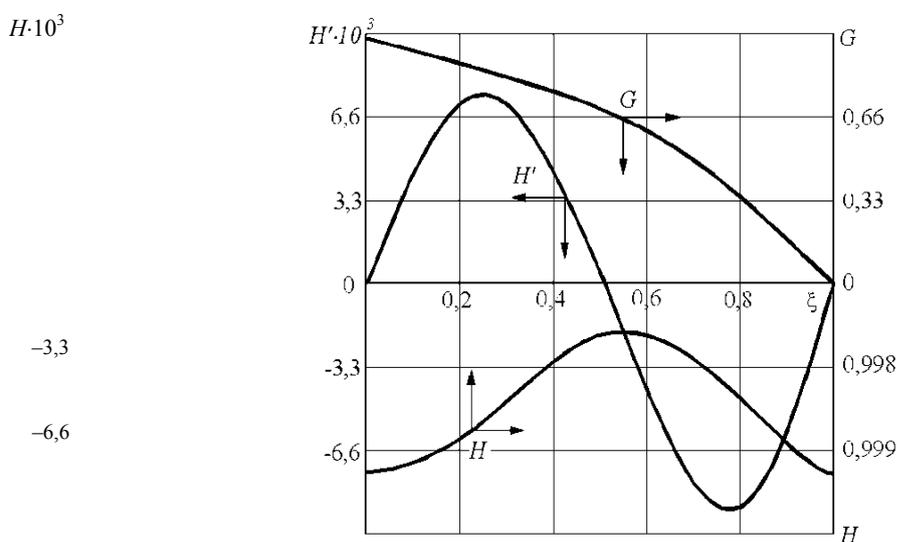


Рис. 1. 20. Зависимость безразмерного нормального к поверхности конуса H , меридионального H' и азимутального компонентов скорости G от безразмерной координаты ξ ($\xi_0 = 1$, $W = -1$)

вполне соответствует физическим представлениям о течении жидкости в зазоре между неподвижной и вращающейся поверхностями.

Определив поля скоростей из совместного решения первых двух уравнений (1.93), из третьего уравнения системы находим производную давления $P'(\xi)$ и после интегрирования получим выражение

$$P - P(0) = H' + H^2, \quad (1.99)$$

которое при необходимости позволяет найти изменение давления в зазоре между ротором и статором.

Проведённые теоретические исследования позволяют перейти к более обоснованному определению потерь мощности в зазоре между коническими ротором и статором. Актуальность этого вопроса вызвана тем, что основные потери энергии в аппаратах, содержащих вращающийся ротор и неподвижный статор, происходят в зазоре между ними.

К преимуществам предложенной модели течения следует отнести то, что выражения (1.93) можно использовать для определения закономерностей течения вязкой жидкости в зазоре между неподвижным и вращающимся дисками. Для этого необходимо принять в подстановках (1.91) и (1.92) полуконусность $\gamma = \pi/2$.

1.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГОЗАТРАТ В РОТОРНОМ АППАРАТЕ

1.5.1. Потребляемая мощность роторным аппаратом с цилиндрическими ротором и статором

Конструктивно роторный аппарат представляет собой два коаксиальных цилиндра – неподвижного статора и вращающегося ротора, с радиальными каналами в боковых стенках различного поперечного сечения (рис. 1.21). Обрабатываемая среда обычно подается в полость ротора, через каналы проходит в камеру озвучивания и выводится из аппа-

рата. В радиальном зазоре между ротором и статором δ , осевом зазоре между торцом ротора и корпусом аппарата z_0 возникают значительные сдвиговые напряжения, вызывающие диссипацию энергии и приводящие к нагреву потока жидкости, что позволяет снизить энергозатраты на нагревание среды, если это необходимо для проведения химико-технологических процессов (ХТП). Эффективность применяемого оборудования определяется величиной удельных энергозатрат на проведение ХТП. Следовательно, расчёт мощности, потребляемой роторным аппаратом, является важнейшей частью методики его расчёта.

Известно достаточное количество работ аппаратами. В работе [72] приведена зависимость критерия мощности от критерия, посвящённых расчёту потребляемой мощности роторными Рейнольдса и геометрических

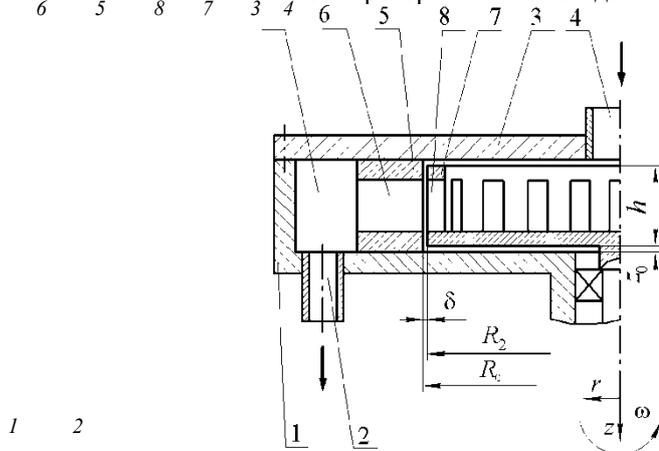


Рис. 1.21. Конструктивная схема роторного аппарата:
 1 – корпус; 2 – выходной патрубок; 3 – крышка; 4 – входной патрубок; 5 – статор;
 6 – каналы в статоре; 7 – ротор; 8 – каналы в роторе; 9 – камера озвучивания

симплексов подобия, полученная на основании экспериментальных исследований. В работах [73, 74] получены выражения для критерия мощности, учитывающие влияние геометрических и режимных параметров роторного аппарата. Коэффициенты и показатели степени в уравнениях получены экспериментально. В исследовании [23] продолжена работа по совершенствованию методики определения критерия мощности. Общим недостатком этих работ является необходимость проведения экспериментальных исследований для определения показателей степени при членах уравнений, кроме того, расчёт мощности возможен только после окончательного определения всех конструктивных и режимных параметров роторного аппарата. Этих недостатков частично лишены работы [60, 74].

В [60] на основании уравнения Навье-Стокса определены потери мощности в радиальном зазоре. Для определения энергозатрат в аппарате, идущих на преодоление сил сопротивления о внутренний вращающийся цилиндр, рассматривается плоское течение, образованное наложением вихревого течения и течения за счёт источника. В работе [74] расчёт энергопотребления в радиальном зазоре основывается на гидродинамической модели Куэтта, осложнённой радиальным вдувом. Расчёт мощности выполнен методом диссипативных потерь при различных режимах течения в радиальном зазоре. В монографии [5] расчёт энергозатрат также ограничивается определением диссипативных потерь в радиальном зазоре на основании достаточно сложной структуры потока, используя плоскую модель турбулентного течения.

Важное значение для выбора необходимого оборудования при проведении конкретного ХТП имеет наличие методики определения удельных энергозатрат, содержащей минимальное количество конструктивных размеров без эмпирических коэффициентов. В большей степени этим требованиям отвечает методика расчёта, изложенная в работе [1].

Для определения энергозатрат при работе роторного аппарата был использован подход, предложенный в исследовании [75].

Расчёт потребляемой мощности основан на общих физических представлениях о закономерностях гидромеханических процессов, имеющих место в роторных аппаратах. Основное положение – кинетическая энергия, приобретаемая потоком жидкости во вращающемся роторе, затем диссипируется в радиальном зазоре между ротором и статором, в осевом зазоре между торцом ротора и корпусом, теряется в механизме аппарата. Акустической мощностью пренебрегаем. Энергетический баланс для определения мощности имеет вид

$$N = N_K + N_{T1} + N_{T2} + N_M. \quad (1.100)$$

Выражение для N_K запишем в виде

$$N_K = 0,5\rho Q(\omega^2 R_2^2 + v^2). \quad (1.101)$$

В существующих конструкциях аппаратов обычно $\omega^2 R_2^2 \gg v^2$, поэтому (1.101) преобразуется к выражению

$$N_K = 0,5\rho Q\omega^2 R_2^2. \quad (1.102)$$

Как отмечают авторы приведённых работ, значительная часть энергии диссипируется, в основном, в тепло, в радиальном зазоре между ротором и статором. Мощность, расходуемая на преодоление трения в зазоре, определяется следующим образом. Сила внутреннего трения в радиальном зазоре согласно закону Ньютона

$$T = \mu S \left. \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} \right|_{r=R_2} . \quad (1.103)$$

Момент сил сопротивления определяется как

$$M = TR_2 . \quad (1.104)$$

Тогда диссипируемая мощность

$$N_{T1} = M\omega . \quad (1.105)$$

Градиент скорости $\left. \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} \right|$ определяем, используя уравнения Навье – Стокса и неразрывности для плоского течения несжимаемой ньютоновской жидкости, в цилиндрической системе координат (r, φ, z) , согласно работам [63, 68]. Уравнение для определения окружной составляющей скорости для стационарного течения при граничных условиях

$$v_\varphi \Big|_{r=R_2} = \omega R_2$$

имеет следующий вид

$$v_\varphi = \frac{\omega R_2^2 R_c^{\text{Re}+2}}{R_c^{\text{Re}+2} - R_2^{\text{Re}+2}} \frac{1}{r} - \frac{\omega R_2^2}{R_c^{\text{Re}+2} - R_2^{\text{Re}+2}} r^{\text{Re}+1} , \quad (1.106)$$

где Re – критерий Рейнольдса, определяемый выражением $\text{Re} = VR_2/\nu$.

Градиент азимутального компонента скорости получается дифференцированием уравнения (1.106):

$$\left. \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} \right|_{r=R_2} = \frac{\omega R_2^2 R_c^{\text{Re}} (\text{Re} + 2)}{R_c^{\text{Re}+2} - R_2^{\text{Re}+2}} . \quad (1.107)$$

Подставив (1.103), (1.104), (1.107) в выражение (1.105), учитывая, что $S = 2\pi R_2 H_p^*$ получаем

$$N_{T1} = \frac{2(\text{Re} + 2)\pi H_p^* \mu \omega^2 R_2^2 R_c^{\text{Re}+2}}{R_c^{\text{Re}+2} - R_2^{\text{Re}+2}} . \quad (1.108)$$

Для определения потерь мощности в зазоре между торцом ротора и корпусом использована следующая последовательность расчёта.

Определяем элементарную силу сопротивления согласно закону Ньютона:

$$dT = \mu \left. \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} \right|_{z=0} 2\pi r dr . \quad (1.109)$$

Используя результаты решения задачи Кармана-Кохрена [70] и уточненные в [76], азимутальный компонент скорости в осевом зазоре запишется в виде

$$v_\varphi = \omega r G(\varepsilon) . \quad (1.110)$$

Безразмерная осевая координата определяется выражением

$$\varepsilon = z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} . \quad (1.111)$$

Преобразуем (1.109) к виду

$$dT = \mu \frac{dv_\varphi}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dz} 2\pi r dr . \quad (1.112)$$

Продифференцируем (1.111) по z , а (1.110) по ε и подставим в (1.112) и, учитывая, что $\mu = \nu\rho$, получаем

$$dT = 2\pi\omega^{3/2}\nu^{1/2}\rho r^2 G' \Big|_{\varepsilon=0} dr . \quad (1.113)$$

Используя (1.104), получаем момент сил сопротивления в осевом зазоре

$$M = \int_{R_3}^{R_2} 2\pi\omega^{3/2}\nu^{1/2}\rho r^3 G' dr \Big|_{\varepsilon=0} , \quad (1.114)$$

где R_3 – конструктивный радиус, м.

В работах [71, 76] аналитически определена величина производной безразмерного азимутального компонента скорости на непроницаемом вращающемся диске:

$$G'_{\xi=0} = 0,616 \quad (1.115)$$

Вычислив интеграл (1.114), подставим его и значение (1.115) в выражение аналогичное (1.105) и после преобразований получим зависимость для определения потерь мощности в осевом зазоре:

$$N_{T2} = 0,308\pi\omega^{5/2}v^{1/2}\rho(R_2^4 - R_3^4). \quad (1.116)$$

Последняя составляющая уравнения (1.100) фактически характеризует механический КПД роторного аппарата. Анализируя существующие конструкции, N_M можно ориентировочно определить как

$$N_M = (0,05...0,07)(N_K + N_{T1} + N_{T2}). \quad (1.117)$$

Полученные зависимости (1.102), (1.108), (1.116) содержат минимальное количество конструктивных и режимных параметров роторного аппарата. Причём, Q , v , ρ задаются техническим заданием на конкретный ХТП. В существующих конструкциях $R_2 = 0,07...0,15$ м. Радиальный зазор принимают минимально возможным, его величина зависит от технических возможностей изготовителя. Обычное значение $\delta \approx 0,1$ мм. Критерий Рейнольдса для течения в зазоре можно принять $Re \approx 10^6$. Частота вращения ротора принимается равной частоте вращения имеющегося стандартного электродвигателя переменного тока: $\omega = 100, 150, 300$ с⁻¹. Высота ротора в современных конструкциях равна $H_p^* = 0,02...0,04$ м.

Предлагаемую методику расчёта энергозатрат рекомендуется использовать на стадии технического проектирования аппаратного оформления ХТП. Это позволяет определить удельные затраты мощности роторного аппарата и определить эффективность его применения по сравнению с другим оборудованием, используемым для проведения конкретного процесса.

1.5.2. Потребляемая мощность роторным аппаратом с коническими ротором и статором

Методика определения энергозатрат в роторном аппарате с коническими ротором и статором аналогична использованной в разделе 1.5.1. При этом учитываются особенности течения жидкости в зазоре между коническими ротором и статором, рассмотренные в разделе 1.4.1, и используется расчётная схема, изображённая на рис. 1.15.

Вначале найдем мощность, теряемую в радиальном зазоре между ротором и статором. Определим единичный момент сил сопротивления в зазоре в азимутальном направлении:

$$dM = \rho^* \sin \gamma dT. \quad (1.118)$$

Согласно закону Ньютона единичная сила сопротивления определится как

$$dT = \mu \left| \frac{\partial v_\varphi}{\partial x} \right| dS. \quad (1.119)$$

Элементарная площадь действия силы сопротивления

$$dS = 2\pi r^* \sin \gamma dr^*. \quad (1.120)$$

Для нахождения производной от азимутального компонента скорости используем выражения для v_φ [вторая строка (1.91) и выражение (1.92), решенное относительно x]. Продифференцировав полученные выражения, имеем:

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial x} = \omega \rho^* \sin^{1/2} \gamma \omega^{1/2} v^{-1/2} G'(\xi_0). \quad (1.121)$$

Выразив коэффициент динамической вязкости через кинематический $\mu = \nu \rho$, подставив (1.119), (1.120) и (1.121) в (1.118), получим выражение в виде

$$dM = 2\pi \rho \omega^{3/2} \sin^{7/2} \gamma \rho^{*3} G'(\xi_0) dr^*. \quad (1.122)$$

Проинтегрировав его в пределах от ρ_1^* до ρ_2^* и учитывая, что $r = \rho^* \sin \gamma$, получаем выражение для момента сил вязкого сопротивления:

$$M = \frac{\pi}{2} (R_{2K}^4 - R_{1K}^4) \omega^{3/2} v^{1/2} \rho \sin^{-1/2} \gamma G'(\xi_0). \quad (1.123)$$

Мощность, диссипируемая в радиальном зазоре между коническими ротором и статором, определяется по выражению

$$N_{з.п.} = M\omega. \quad (1.124)$$

Подставив (1.123) в (1.124), окончательно имеем

$$N_{з.р.} = \frac{\pi}{2} (R_{2K}^4 - R_{1K}^4) \omega^{5/2} \nu^{1/2} \rho \sin^{-1/2} \gamma G'(\xi_0). \quad (1.125)$$

Величина производной скорости $G'(\xi_0)$, согласно ранее принятым обозначениям, равна B и определяется по графикам, аналогичным рис.1.17, или рассчитывается для каждого конкретного случая (см. 1.4.1). Ранее отмечалось (1.4.1), что модель течения среды между коническими поверхностями можно применить для движения жидкости между плоскими поверхностями с соответствующими граничными условиями. Воспользуемся этим для определения диссипации энергии в осевом зазоре между днищем ротора и камерой (рис. 1.15). При этом выражение (1.125) запишется в виде

$$N_{з.о.} = \frac{\pi}{2} (R_{2K}^4 - R_3^4) \omega^{5/2} \nu^{1/2} \rho G'(\xi_0). \quad (1.126)$$

В формуле (1.126) значение $G'(\xi_0)$ принимаем согласно работе [71, 76], в которой оно определено на поверхности вращающегося непроницаемого диска:

$$G'(\xi_0) = 0,616. \quad (1.127)$$

Таким образом, выражение (1.126) с учетом (1.127) имеет вид

$$N_{з.о.} = 0,308\pi \omega^{5/2} \nu^{1/2} \rho (R_{2K}^4 - R_3^4). \quad (1.128)$$

Выражение (1.128) естественно получилось аналогичным (1.116). В роторном аппарате мощность расходуется также на сообщение кинетической энергии жидкости, находящейся во вращающемся роторе:

$$N_k = 0,5\rho Q \left(\omega^2 R_{cp}^2 + \nu^2 \Big|_{x=x_0} \right), \quad (1.129)$$

причём средний радиус конического ротора определяется как

$$R_{cp} = (R_{1K} + R_{2K})/2. \quad (1.130)$$

В существующих конструкциях роторных аппаратов обычно

$$N_k = 0,5\rho Q \omega^2 R_{cp}^2. \quad (1.131)$$

При вычислении мощности, потребляемой роторным аппаратом, учтём потери на трение во вращающихся частях конструкции, фактически они определяются механическим КПД:

$$N_m = (0,05 - 0,07)(N_k + N_{з.р.} + N_{з.о.}). \quad (1.132)$$

Окончательные энергозатраты роторного аппарата определяются в следующем виде

$$N = N_k + N_{з.о.} + N_{з.р.} + N_m. \quad (1.133)$$

Для проверки адекватности предложенной модели течения среды в зазоре между коническим ротором и статором, т.е. фактически выражения (1.133), должны быть использованы экспериментальные данные по определению мощности, потребляемой роторным аппаратом.

Отметим, что выражения (1.125), (1.128), (1.131) не содержат экспериментальных коэффициентов и показателей степени, как, например, в [5, 34], а величины, используемые в этих выражениях, обычно задаются техническим заданием на проектирование технологического оборудования. Таким образом, предложенная методика определения мощности может быть использована для предварительной оценки энергоёмкости (удельных энергозатрат) используемого оборудования, содержащего проницаемые конические и плоские поверхности.

Представленная трёхмерная модель течения вязкой ньютоновской жидкости в зазоре между коническими проницаемыми поверхностями позволяет повысить точность расчётов и учесть важнейшие особенности реальных аппаратов: влияние величины зазора и граничных потоков. Модель может быть обобщена на течение неньютоновской жидкости.

2. ЯВЛЕНИЕ КАВИТАЦИИ В РОТОРНЫХ АППАРАТАХ

2.1. ДИНАМИКА КАВИТАЦИОННОГО ПУЗЫРЬКА С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ ГАЗСОДЕРЖАНИЯ НА СЖИМАЕМОСТЬ СРЕДЫ

2.1.1. Влияние содержания свободного газа на закономерности кавитации

Под кавитацией обычно понимают образование в жидкости пульсирующих пузырей, заполненных паром, газом или их смесью [77]. Кавитация известна, главным образом, своими вредными последствиями, такими как ухудшение характеристик гидромашин, эрозия и шум. Имеется целый ряд исследований, посвящённых кавитационной эрозии. В ряде работ доказывается наличие тесной связи между кавитационной эрозией и интенсивностью кавитации, например в [78 – 80]. Показано, что максимальная эрозия и максимум кавитационного шума находятся в одной и той же узкой полосе чисел кавитации. В целях борьбы с этими вредными явлениями принимают конструктивные меры по ограничению режимов работы, которые позволяют избежать возникновения кавитационных явлений. Однако в настоящее время всё чаще специально возбуждают кавитацию для тех или иных полезных целей.

Кавитация является одним из важнейших факторов, способствующих интенсификации различных химико-технологических процессов, например – диспергирования, растворения, получения тонкодисперсных пигментов, в фармацевтической и пищевой промышленности и т.п. [1, 5, 34, 81].

Различают кавитацию акустическую, возникающую в жидкой среде при прохождении звуковой волны большой интенсивности, и гидродинамическую, обусловленную резким локальным понижением давления в жидкости вследствие больших скоростей течения жидкости.

Акустическая кавитация представляет собой эффективный механизм концентрации энергии. Во время кавитации относительно низкая средняя плотность энергии звукового поля трансформируется в очень высокую плотность энергии, связанную с радиально пульсирующим пузырьём. Концентрация энергии в очень малых объёмах и объясняет высокую эффективность применения акустической кавитации для интенсификации процессов химической технологии [28].

Гидродинамическая кавитация менее эффективна при воздействии на обрабатываемую среду, однако устройства для её искусственного возбуждения отличаются простотой и надёжностью.

Момент возникновения, процесс развития акустической и гидродинамической кавитации характеризуются критериями акустической и гидродинамической кавитации соответственно. Обе эти величины зависят от многих параметров, характеризующих как состояние жидкости – свободное газосодержание, наличие зародышей кавитации, температуры, так и внешние условия – гидростатическое давление, скорость потока, частота звукового поля и т.д.

Свободное газосодержание является одним из важнейших свойств жидкости, сильно влияющих на кавитационные явления. С увеличением газосодержания время запаздывания кавитации, характеризующее кавитационный гистерезис, имеет тенденцию к уменьшению. Однако данные, полученные в других условиях, прямо противоположны [83]. Влияние свободного газосодержания на критическое число кавитации, характеризующее момент начала кавитационного процесса, исследовалось в работах [84, 85]. На основании экспериментов установлено, что с увеличением содержания газа увеличивается число кавитации, она становится более обильной. Однако присоединенная кавитация, в форме неподвижного пятна, с ростом содержания газа уменьшается. В работе [86] для интенсификации кавитационных эффектов рекомендуется добавлять газ в жидкость. Интересна работа [82], в которой высказывается предположение, что в жидкости существует оптимальное значение газосодержания, при котором наступает максимум кавитации. Это объясняется тем, что при понижении газосодержания интенсивность кавитационных событий увеличивается, но число этих событий уменьшается. В результате кавитационная активность должна проходить через максимум. Однако в исследовании отмечается, что оптимальное значение газосодержания трудно установить. Таким образом, все работы, посвящённые влиянию газосодержания жидкой среды на кавитационные эффекты, экспериментальные и содержат достаточно противоречивые данные. Наиболее полно данный вопрос рассмотрен в теоретической работе [28].

Следует отметить, что результаты теоретического исследования влияния свойств жидкости на кавитационное воздействие на обрабатываемую среду представляет собой большой интерес ещё и потому, что экспериментальное изучение влияния газосодержания жидкости на динамику кавитационных пузырей весьма затруднено, так как при изменении одного из свойств изменяются и остальные. В связи с этим теоретические методы исследования с использованием численных расчётов на вычислительной технике позволяют изучить динамику кавитационного пузыря с учётом изменения свойств жидкости.

2.1.2. Динамика кавитационного пузыря применительно к условиям работы промышленного роторного аппарата

Теоретические и экспериментальные данные, полученные при исследовании взаимодействия и излучения сферических пузырей [87], свидетельствуют, что два колеблющихся пузыря на расстоянии $2,5 R_{\max}$ излучают такую же акустическую энергию, как и одиночный пузырь. Уже при расстоянии $4 R_{\max}$ пузыри можно рассматривать как одиночные (6 % газосодержания), поэтому предполагаем, что расстояние, на котором параметры газожидкостной смеси меняются существенно, больше расстояния между пузырями, которое в свою очередь больше размеров пузырей. Слабое взаимодействие пузырей на

расстоянии больше $2,5 R_{\max}$ позволяет не решать задачу поведения кавитационной области, а исследовать динамику одиночного кавитационного пузыря.

Отметим, что взаимодействие пузырей изучалось в работе [5], однако это изменило конечный результат не более чем на 10 %.

Существуют несколько типов аппроксимации движения пузыря в звуковом поле. Все они приводят к определённым дифференциальным уравнениям движения границы раздела пузыря.

Аппроксимации разделяют на четыре группы [82].

1. Аппроксимация, предполагающая несжимаемость жидкости, при которой плотность жидкости считается постоянной, а скорость звука – бесконечно большой.

2. Акустическая аппроксимация предполагает, что скорость звука – конечная величина, но не учитывает закон сохранения энергии при сжатии жидкостей.

3. Аппроксимация Херринга принимает, что скорость звука конечна и учитывает закон сохранения энергии при описании движения кавитационных пузырей, радиусы которых увеличиваются всего в несколько раз по сравнению с начальными радиусами.

4. Аппроксимация Кирквуда – Бете, при которой скорость звука является функцией скорости, представляет наибольший интерес с точки зрения описания последней стадии сжатия сферически симметричного пузыря, радиус которого увеличивается во много раз по сравнению с начальным радиусом.

Отметим, что перечисленные аппроксимации приводят к различным дифференциальным уравнениям внутри каждой.

Как показывают экспериментальные данные [88 – 90], максимальный радиус пузыря обычно больше начального в 3 – 5 раз. Аппроксимация Кирквуда – Бете не учитывает эффекты теплопроводности, вязкости и поверхностного натяжения, поэтому для проведения исследования использована аппроксимация Херринга с соответствующими допущениями и уточнениями.

При рассмотрении уравнения динамики кавитационного пузыря сделаны следующие допущения.

Пузырь наполнен смесью пара и неконденсирующегося газа, и давление во всём его объёме постоянно. Распределение температуры в полости пузыря однородно, и внутренним давлением смеси пренебрегаем. Перенос массы за счёт диффузии, парообразования и конденсации – медленный процесс по сравнению с процессами кавитационной динамики, поэтому принимается, что газосодержание пузыря остаётся постоянным. Граница раздела между жидкостью и содержимым пузыря имеет сферическую поверхность и остаётся такой во время всего движения пузыря. Предполагается, что отсутствуют процессы зарождения, дробления и коагуляции пузырей.

Уравнение динамики кавитационных пузырей было получено Херрингом [82, 91 – 94] в виде

$$(1-2\text{Ma})RR'' + \frac{3}{2}\left(1-\frac{4}{3}\text{Ma}\right)R'^2 + \frac{1}{\rho_L}\left[P_\infty - P_V - |P_m|f(t) + \frac{2\sigma}{R} - \left(P_\infty + \frac{2\sigma}{R}\right)\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3n}\right] + \frac{R}{\rho_L}\text{Ma}(1-\text{Ma})\frac{dP(R)}{dR} = 0, \quad (2.1)$$

где $\text{Ma} = \frac{R'}{c}$ – критерий Маха

Давление в жидкости на границе с пузырьком можно записать в виде [94]

$$P(R) = P_S\beta\left(\frac{R_0}{R}\right)^{3n}\frac{T_n}{T_\infty} + P_n - \frac{2\sigma}{R} - 4\nu\rho_L\frac{R'}{R}, \quad (2.2)$$

где $R, R_0, R' = \frac{dR}{dt}, R'' = \frac{d^2R}{dt^2}$ – текущий, начальный радиусы, скорость и ускорение границы раздела пузыря; P_{V_0} – начальное давление пара в пузыре в начальный момент; P_V – однородное давление пара в пузыре при температуре T_n ; n – показатель политропы газа в пузыре; $4\nu\rho_L\frac{R'}{R}$ – дополнительное давление, возникающее вследствие вязких касательных напряжений на

границе пузыря при изменении его радиуса; $\beta = \frac{P_{V_0}}{P_S}$ – начальное содержание газа в пузыре; $P_S = P_\infty - P_V + 2\sigma/R_0$ – давление

на границе раздела пузыря в невозмущённой жидкости.

Производная выражения (2.2)

$$\frac{dP(R)}{dR} = -P_S\beta\frac{T_n}{R_0}\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-3n}\left[\frac{1}{R} + \frac{2\sigma}{R^2} + \frac{4\nu\rho_L}{R}\left(\frac{R'}{R} - \frac{R''}{R'}\right)\right] \quad (2.3)$$

Одной из характеристик газожидкостной смеси является индекс кавитации, введённый Розенбергом [91]:

$$\alpha = \frac{\Delta V}{V_K}, \quad (2.4)$$

где ΔV – объём всех кавитационных пузырей в фазе их наибольшего расширения; $V_K = V_L + \Delta V$ – объём кавитационной области; V_L – объём жидкости в кавитационной области.

Содержание свободного газа

$$\alpha(R) = \Delta V(R)/V, \quad (2.5)$$

где $\Delta V(R) = 4\pi \sum_{i=1}^N R_i^3(t)/3$ – переменный объём всех N кавитационных пузырей; $R_i(t)$ – радиус i -го пузыря в момент времени t .

Считая распределение пузырей равномерным и монодисперсным, переменный объём парогазовых пузырей в кавитационной области

$$\Delta V = N4\pi R^3/3. \quad (2.6)$$

В предположении, что капельная жидкость при изменении объёма дисперсной фазы не меняет своего объёма, найдём объём жидкости, отнесённый к одному пузырю V_{L1} из начальной концентрации газа:

$$\alpha_0 = \frac{4\pi R_0^3/3}{V_{L1} + 4\pi R_0^3/3}. \quad (2.7)$$

Из (2.7) имеем

$$V_L = 4\pi R_0^3(1 - \alpha_0)/3\alpha_0.$$

Следовательно, содержание свободного газа имеет вид

$$\alpha = \alpha_0 R^{-3} / [1 - \alpha_0(1 - R^{-3})]. \quad (2.8)$$

Для приведения уравнения динамики кавитационного пузыря к безразмерному виду введём безразмерные величины:

$$\bar{R} = R/R_0; \bar{t} = t/t_M. \quad (2.9)$$

В качестве масштаба времени взята обратная величина собственной круговой частоты колебаний пузыря. Круговая частота определяется по Миннерту [82]:

$$t_M = 2\pi R_0 \sqrt{\rho_L / (P_\infty + 2\sigma/R_0 - P_V)}. \quad (2.10)$$

Возмущающее переменное давление имеет вид

$$P(t) = P_m f(t),$$

где P_m – амплитуда переменного давления, изменяющегося по закону $f(t)$.

Давление вдали от пузыря

$$P_\infty = P - P_V + P(t) = \left[P - P_\infty - \frac{2\sigma}{R_0} \right] + \left[P_\infty + \frac{2\sigma}{R_0} - P_V \right] - [P_V - P_{V0}] + P(t). \quad (2.11)$$

Введём критерии подобия:

$We = 2\sigma / P_S R_0$ – критерий Вебера;

$Re_K = R_0 \sqrt{P_S / \rho_L} / \nu$ – критерий Рейнольдса;

$\chi_r = 2P_S / \rho_L v_{\max}^2$ – критерий гидродинамической кавитации;

$\chi_a = P_S / |P_m|$ – критерий акустической кавитации.

В результате алгебраических преобразований с учётом сжимаемости кавитационной области из (2.1) В.Ф. Юдаевым получено уравнение динамики кавитационного пузыря, позволяющее учесть влияние содержания свободного газа в среде на интенсивность кавитации.

Применительно к условиям работы роторных аппаратов проходного типа сделано следующее допущение. Пренебрегаем тепловыми процессами, так как обработка жидких сред производится при температурах значительно ниже температуры кипения.

Уравнение динамики газовой области применительно к работе роторного аппарата принимает вид

$$\begin{aligned} \bar{R}(1 - Ma)\bar{R}'' + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{4}{3} Ma \right) (\bar{R}')^2 = [1 + Ma(1 - Ma)] \beta(\bar{R})^{-3n_V} + \\ + \left(We - \frac{4\bar{R}'}{Re_K \bar{R}} \right) [1 - Ma(1 - Ma)] - \frac{4Ma}{Re} (1 - Ma) \frac{\bar{R}''}{\bar{R}'} - \chi_r^{-1} \vartheta(\bar{t}) - \chi_a^{-1} f(\bar{t}) - 1. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Скорость звука c в газожидкостной смеси определяется по выражению, предложенному в [95]:

$$c = \left[\left(\frac{\alpha}{c_V} \right)^2 + \frac{1 - \alpha}{c_L^2} \left(1 - \alpha \left(1 - \frac{\rho_V}{\rho_L} \right) \right) + \frac{\alpha(1 - \alpha)}{nP_S} \left(1 - \frac{\rho_V}{\rho_L} \right) \right]^{-1/2}. \quad (2.13)$$

Критерий Маха при $\rho_L \gg \rho_V$ имеет вид

$$\text{Ma} = \frac{\bar{R}}{2\pi} \left[\frac{\alpha^2}{(c'_V)^2} + \frac{(1-\alpha)^2}{(c'_L)^2} + \frac{\alpha(1-\alpha)}{n} \right]^{-1/2}, \quad (2.14)$$

где $(c'_V)^2 = \rho_V c_V P_S^{-1}$; $(c'_L)^2 = \rho_L c_L P_S^{-1}$.

Начальные условия для уравнения (2.13) имеют вид

$$\bar{R}_0 = 0,2...5, \bar{R}'_0 = 0. \quad (2.15)$$

Для определения закона изменения внешнего давления $f(t)$ используется решение уравнения течения жидкости в модуляторе роторного аппарата с учётом и без учёта сжимаемости на участке $1 \leq \bar{t} \leq 2$ [42, 43].

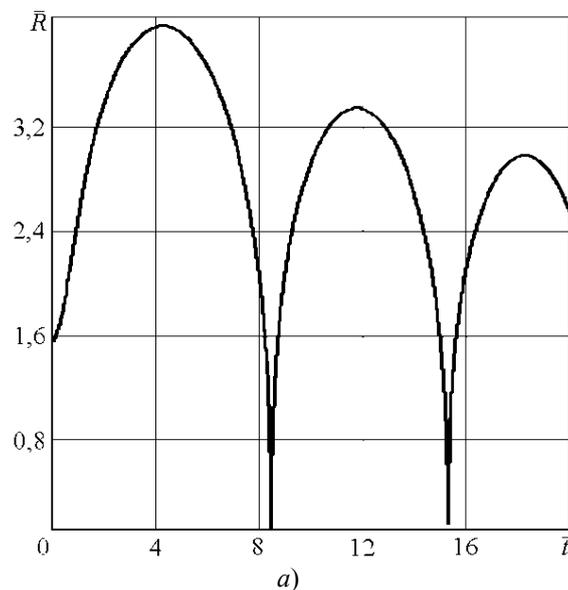
Известно, что динамическое уравнение пропорционально производной скорости в модуляторе [1, 5, 34]:

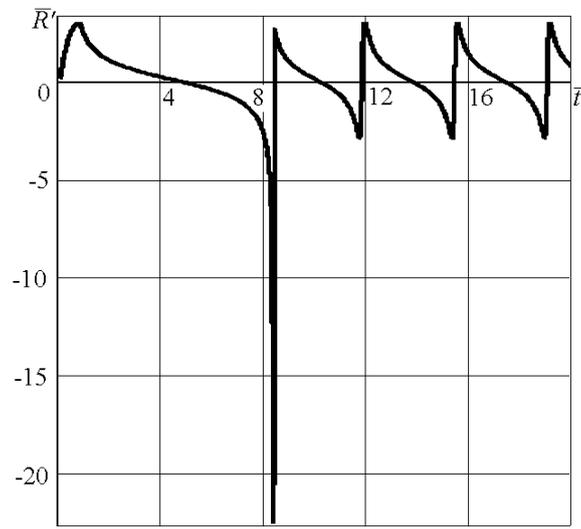
$$P \sim \frac{d v_C}{dt}. \quad (2.16)$$

На рис. 2.1 показаны характерные графики изменения радиуса пульсирующего пузыря, скорости и ускорения границы раздела пузыря и вторая производная по времени от $\bar{R}(\bar{t})$, критерия Маха, а на рис. 2.2 – интерфейс программы для определения этих параметров.

Таким образом, функция $f(\bar{t})$ в нашем случае будет описываться видом отрицательной части зависимости $d\bar{v}/d\bar{t}$ на участке $1 \leq \bar{t} \leq 2$, изображённой, например, на рис. 1.4. Преимуществом данной постановки задачи является то, что можно учесть влияние режимных и конструктивных параметров роторного аппарата на закономерности кавитационных процессов.

Для решения системы уравнений (2.8, 2.12 – 2.15) необходимо взять производную от уравнения (1.36) с учётом (1.37) – (1.39) – в случае несжимаемой среды, (1.65) – в случае сжимаемой среды и выражения (1.3) была разработана программа, позволяющая определять зависимости $\bar{R}(\bar{t})$, $\bar{R}'(\bar{t})$, $\bar{R}''(\bar{t})$, $\text{Ma}(\bar{t})$, $P_{\text{кв}}(\chi_a)$, $P_{\text{кв}}(\alpha_0)$, $\chi_{a\text{max}}(\bar{R}_0)$, $\chi_{a\text{max}}(\text{Re}_k)$, $\chi_{a\text{max}}(\text{We})$ и т.д. Эта программа зарегистрирована в Федеральной службе по интеллектуальной собственности патентами и товарным знаком под № 2005610721 "Программное обеспечение для определения параметров, характеризующих режим наиболее интенсивной кавитации в газожидкостной среде".



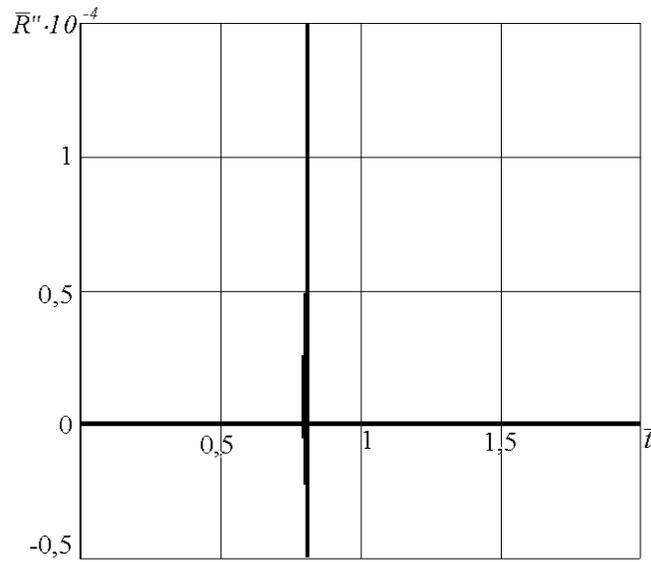


б)

Рис. 2.1. Характерные зависимости от времени:

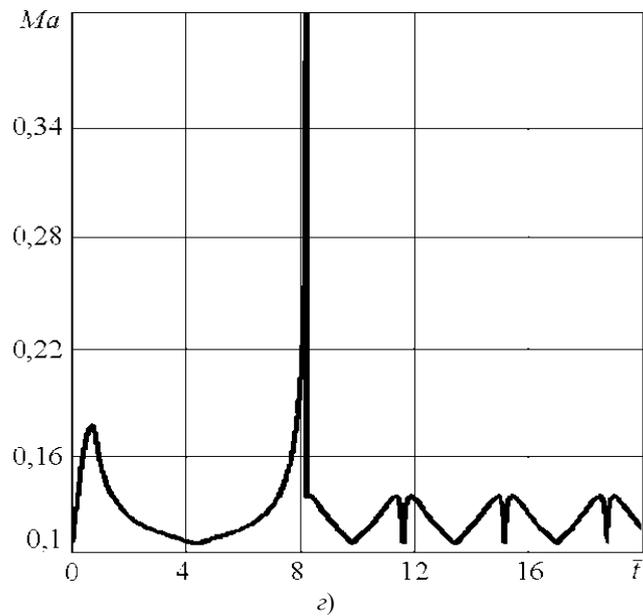
a – радиуса пузыря; b – скорости границы пузыря; ϵ – ускорения границы пузыря;
 z – критерия Маха ; $We = 0,15$, $Re_k = 10^6$, $\bar{R}_0 = 1$, $\alpha_0 = 2 \cdot 10^{-1}$

$\bar{R}'' \cdot 10^{-4}$



в)

Ma



з)

Рис. 2.1. Окончание

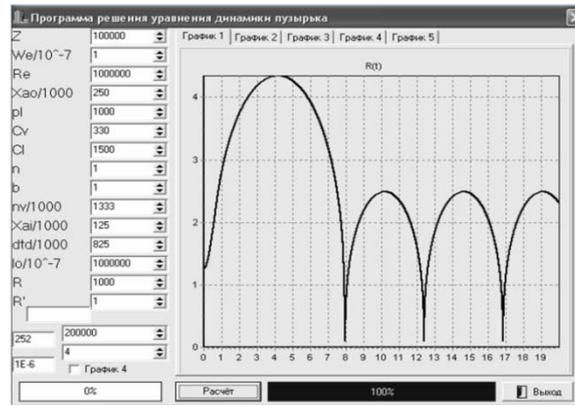


Рис. 2.2. Интерфейс программы для определения характеристик поведения кавитационного пузырька

2.2. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ДИНАМИКУ КАВИТАЦИОННОГО ПУЗЫРЯ

2.2.1. Влияние числа акустической кавитации, газосодержания и начального радиуса пузырька на амплитуду кавитационных импульсов давления

Сферический симметрично пульсирующий пузырек создаёт давление в волне, которое определяется зависимостью [96]

$$P_{\text{КВ}} = \frac{S}{4\pi r_n} Q' \left(t - \frac{r_n}{c} \right) \approx \frac{S}{4\pi r_n} Q'(t) - \frac{S}{4\pi c} Q''(t), \quad (2.17)$$

где r_n – расстояние от центра пузырька до точки наблюдения.

Так как пульсирующий пузырек является монополем, что доказано в [26], то объёмная скорость монополя

$$Q'(t) \approx 4\pi R^2 R'. \quad (2.18)$$

Подставив (2.18) в (2.17), получим

$$P_{\text{КВ}} = \frac{S}{p_n} (2R'R + R^2 R') - \frac{S}{4\pi c} (2R'^2 + 6RR'R'' + R^2 R'''). \quad (2.19)$$

Условие малости акустического модуля является выражение [96]

$$\frac{\bar{R}_0}{\bar{c}T} \ll 1 \quad (2.20)$$

Если принять $\bar{R}_0 \approx 1$; $\bar{c} \approx 140$; $\bar{T} = 20$, то получим в нашем случае

$$\frac{1}{2800} \ll 1,$$

т.е. условие (2.20) хорошо удовлетворяет условию малости радиуса монополя. Это позволяет вторым слагаемым (2.19) пренебречь.

Для определения влияния статического давления в аппарате на амплитуду кавитационных импульсов давления уравнения (2.12) и (2.19) решались при различных числах акустической кавитации, начальных объёмных газосодержания и начальных радиусах пузырька.

При небольших температурах относительно температуры кипения жидкости, при которых обычно проводят химико-технологические процессы в роторном аппарате, давлением пара и силами поверхностного натяжения можно пренебречь. Тогда число акустической кавитации имеет вид [28, 97]

$$\chi_{a0} = \frac{P_{\infty}}{|P_{\text{max}}|}. \quad (2.21)$$

Принимаем, что газ в пузырьке удовлетворяет уравнению состояния идеального газа. Тогда, считая, что объём жидкости не изменяется при i -м изменении статического давления от $P_{\infty i-1}$ до $P_{\infty i}$, получим выражение для изменения начального (i -го) содержания свободного газа в жидкости в зависимости от исходного газосодержания [26];

$$\alpha_{0i} = \alpha_0 \frac{\chi_{a0}}{\chi_{ai} E_1 \left(\frac{\chi_{a0}}{\chi_{ai}} - 1 \right) \alpha_0} \quad (2.22)$$

В соответствии с уравнением Бойля – Мариотта изменение начального радиуса пузыря определяется как

$$\bar{R}_{0i} = \bar{R}_0 (\chi_{a0} / \chi_{ai})^{1/3} \quad (2.23)$$

Тогда амплитуда импульса кавитационного давления определяется выражением [26, 97]

$$\bar{P}_{квi} = \frac{\chi_{ai}}{\chi_{a0}} (2\bar{R}'^2 + \bar{R}\bar{R}''^n) \quad (2.24)$$

В выражении (2.24) учтено, что $R_0 = \frac{t_M}{2\pi} \sqrt{\frac{\chi_{a0} |\bar{P}_m|}{\rho_L}}$.

Масштаб времени изменяется согласно выражению

$$t_{Mi} = t_{M0} \left(\frac{\chi_{ai}}{\chi_{a0}} \right)^{5/6} \quad (2.25)$$

Таким образом, для решения уравнения (2.24) использовались система уравнений (2.12) – (2.15), (2.8), (1.36) – (1.39), (1.65) и условие (1.66).

При каждом шаге вычислений i определялись значения χ_{a0} и начальные условия α_{0i} , \bar{R}_{0i} , связанные соотношениями (2.22), (2.23) с учётом (2.25).

Численные значения параметров принимались следующими: $\beta = 0 \dots 1$; $\chi_a = 10^{-3} \dots 1$; $c_V = 330$ м/с; $c_L = 1500$ м/с; $P_S = (0,1 \dots 1)$ Па; $\rho_L = 10^3$ кг/м³; $We = 0 \dots 0,15$; $Re_k = 10 \dots 10^6$; $n_V = 4/3$; $n = 1$.

Проведены серии вычислений для определения величины импульса кавитационного давления $\bar{P}_{кв}$ при изменении акустического числа кавитации. В каждой серии объёмное газосодержание α_0 оставалось постоянным.

На рис. 2.3 изображён характерный график изменения кавитационного давления, возникающего при радиально-сферических нелинейных колебаниях парогазовых пузырей при прохождении через них отрицательных импульсов давления, источником которых являются нестационарные или неустановившиеся течения.

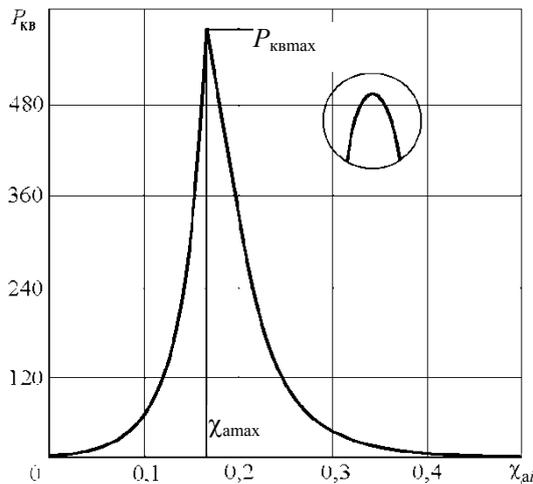


Рис. 2.3. Зависимость амплитуды кавитационного импульса давления от критерия акустической кавитации при $\alpha_0 = 10^{-3}$; $\bar{R}_0 = 1$; $We = 0,15$; $Re_k = 10^6$

На графике имеется резко выраженный максимум величины кавитационного давления $P_{квmax}$ при определённой величине критерия акустической кавитации χ_{amax} . Эти результаты подтверждаются экспериментальными данными, приведёнными в работах [98 – 100]. Таким образом, можно сделать вывод – используемая математическая модель динамики кавитационного пузыря с учётом сжимаемости газожидкостной смеси адекватно описывает реальный процесс акустической кавитации.

На основании вычислений определены зависимости максимального кавитационного давления от объёмного начального газосодержания α_0 . Один из графиков приведён на рис. 2.4.

Зависимость $P_{квmax}(\alpha_0)$ показывает, что при уменьшении газосодержания свободного газа величина импульса кавитационного давления резко возрастает, что подтверждают экспериментальные работы [26, 81, 100] и теоретическое исследование [28]. Из работ [28, 82] известно, что на интенсивность кавитационных эффектов должен оказывать влияние начальный

радиус пузыря \bar{R}_0 . Зависимость на рис. 2.3 показывает, как влияет начальный радиус пузыря на величину кавитационных импульсов давления $P_{\text{квmax}}$.

Из графика (рис. 2.5) следует, что с увеличением \bar{R}_0 кавитационное

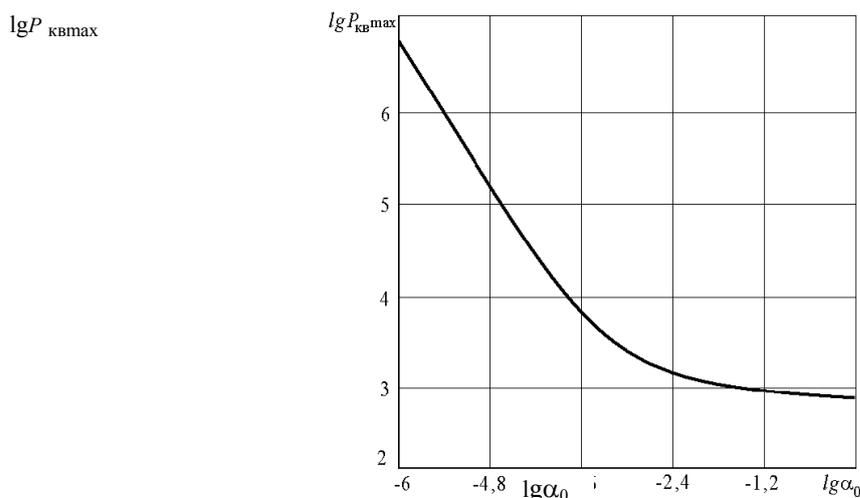


Рис. 2.4. Зависимость амплитуды импульса давления от газосодержания при $\bar{R}_0 = 1$; $We = 0,15$; $Re_{\kappa} = 10^6$

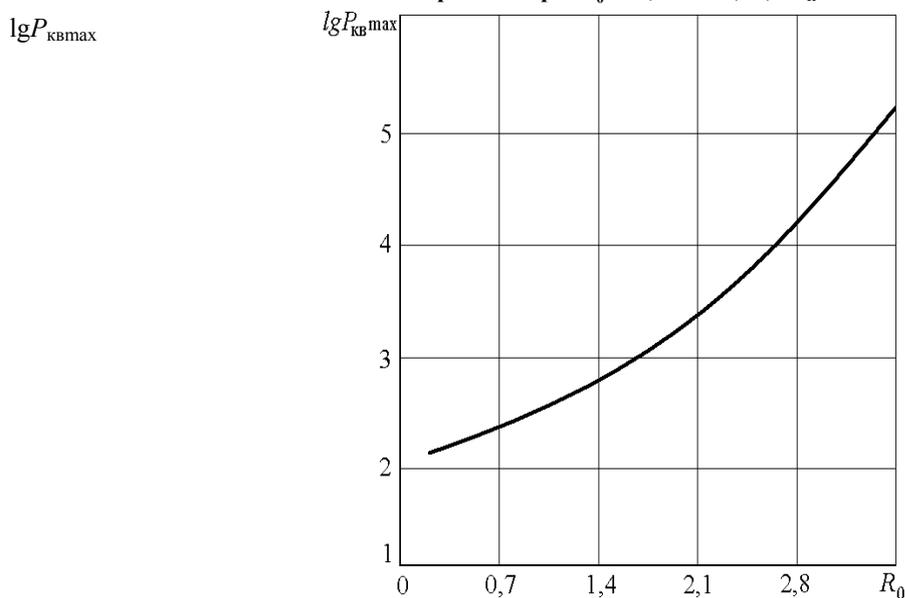


Рис. 2.5. Зависимость амплитуды импульса кавитационного давления от начального радиуса пузыря при $We = 0,15$; $Re_{\kappa} = 10^6$; $\alpha_0 = 10^{-3}$

давление резко возрастает. Это полностью соответствует существующим теориям динамики кавитационных пузырьков [28].

Таким образом, на основании полученных результатов можно сделать вывод, что предложенная модель динамики кавитационного пузыря не противоречит существующим моделям.

2.2.2. Влияние содержания свободного газа в жидкости, критериев Вебера, Рейнольдса и начального радиуса пузыря на критерий акустической кавитации

Используя результаты численного решения уравнения радиально-сферических колебаний пузыря [97], впервые определена зависимость критерия акустической кавитации, при котором интенсивность акустической кавитации будет максимальной, от содержания свободного газа в газожидкостной среде (рис. 2.6)

Полученные результаты аппроксимированы методом наименьших квадратов выражением

$$\chi_{a \max} = 0,205 + 0,0075 \lg \alpha_0 + 0,0075 (\lg \alpha_0)^2 . \quad (2.26)$$

Зависимость $\chi_{a \max}$ от α_0 определяет условия, при которых кавита-

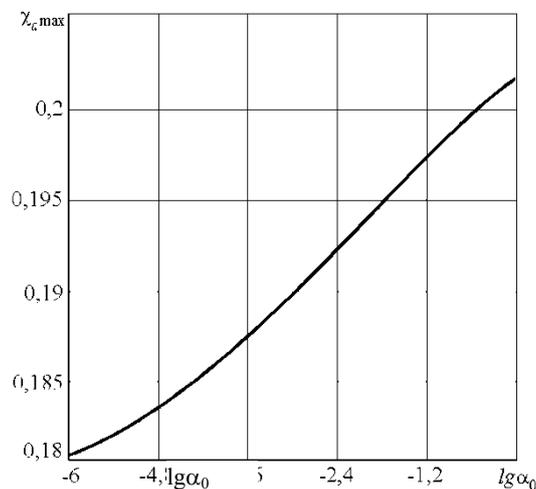
$\chi_{a\max}$ 

Рис. 2.6. Зависимость критерия акустической кавитации от газосодержания при $\bar{R}_0 = 1$; $We = 0,15$; $Re_k = 10^6$

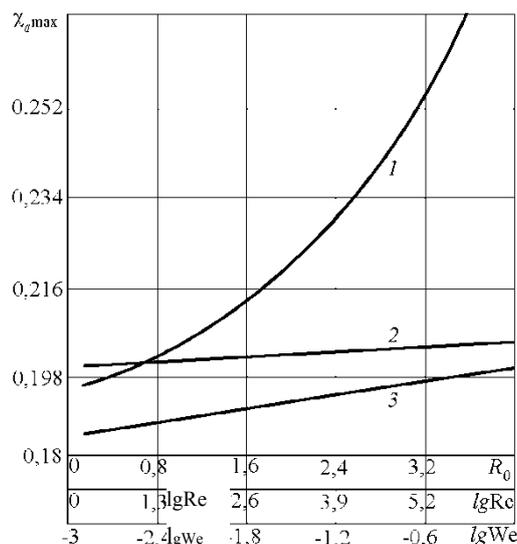
 $\chi_{a\max}$ 

Рис. 2.7. Зависимость критерия акустической кавитации $\chi_{a\max}$:

1 – от начального радиуса пузырька при $We = 0,15$; $Re_k = 10^6$; $\alpha_0 = 10^{-3}$;

2 – от критерия Рейнольдса при $\alpha_0 = 10^{-3}$; $\bar{R}_0 = 1$; $We = 0,15$;

3 – от критерия Вебера при $Re_k = 10^6$; $\alpha_0 = 10^{-3}$; $\bar{R}_0 = 1$

ционное воздействие на обрабатываемую среду будет наибольшим.

Таким образом, появляется возможность производить расчёт технологического оборудования, использующего для интенсификации химико-технологических процессов акустическую кавитацию, с большей достоверностью и эффективностью.

Отметим, что в некоторых существующих методиках [28, 101] величина $\chi_{a\max}$ задаётся в начале расчёта, исходя из содержания свободного газа в водопроводной воде.

В результате исследования установлено, что начальный радиус кавитационного пузырька оказывает существенное влияние на критерий акустической кавитации $\chi_{a\max}$ (рис. 2.7).

Анализ зависимости (рис. 2.7) показывает, что при увеличении \bar{R}_0 для достижения оптимального режима работы оборудования, с точки зрения наиболее интенсивной кавитации, необходимо повышать статическое давление P_∞ (при $|P_m| = \text{const}$). Таким образом, изменяя давление в среде при постоянном свободном содержании газа, можно получить наилучшие условия для усиления кавитационного воздействия на обрабатываемую среду. При этом надо учитывать, что величина кавитационных импульсов давления достигает максимума при вполне определённом значении статического давления ($\chi_{a\max}$ на рис. 2.7).

Представляет определённый интерес влияние критериев Рейнольдса и Вебера на величину критерия акустической кавитации, т.е. влияние вязких сил и сил поверхностного натяжения.

График влияния критерия Re_k на $\chi_{a\max}$ представляет собой прямую линию в полулогарифмических координатах (рис. 2.7, прямая 2). При этом $\chi_{a\max}$ возрастает не более чем на 7 % при увеличении Re_k с 10 до 10^6 . Например, в роторных аппаратах с модуляцией проходного сечения $Re_k \approx 10^4 \dots 10^6$, т.е. можно утверждать, что оптимальное число акустической кавитации остается практически постоянным с учётом погрешности вычислений и не зависит от критерия Рейнольдса.

Влияние сил поверхностного натяжения оценивается критерием Вебера. График зависимости критерия кавитации от критерия Вебера (рис. 2.7, прямая 3) позволяет сделать вывод, что силы поверхностного натяжения ($We = 0,0015 \dots 0,15$) практически не влияют на процесс акустической кавитации при сделанных допущениях.

3. ЯВЛЕНИЕ РЕЗОНАНСА В РОТОРНЫХ АППАРАТАХ

3.1 РЕЗОНАНС И СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ В КАНАЛАХ СТАТОРА И КАМЕРЕ ОЗВУЧИВАНИЯ

Резонанс – явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний в какой-либо колебательной системе, наступающее при приближении частоты периодического внешнего воздействия к одной из частот собственных колебаний системы. Характер резонанса существенно зависит от свойств колебательной системы.

Особенности резонансных явлений в модуляторе роторного аппарата впервые были рассмотрены в [103]. Эти явления были ошибочно отнесены к автоколебаниям, так как эти процессы достаточно внешне похожи. В настоящее время эти явления классифицируются как резонансные с образованием стоячих волн в каналах статора и камере озвучивания роторного аппарата:

$$\chi_r = 2P_s / \rho_L v^2.$$

Колебания в каналах статора можно рассматривать как задающую колебательную систему с распределенными параметрами. Это возможно только в предложенных длинноканальных роторных аппаратах с $l_c / d_{3,c} > 2$. В канале распространяются с конечной скоростью звуковые волны, чем и определяются свойства канала. Эти свойства рассматриваются в двух случаях: с точки зрения установившегося режима и с точки зрения неустановившегося режима [104].

В установившемся режиме канал рассматривается как отрезок волновой системы с определёнными условиями, заданными на конце. При определённых соотношениях возникают резонансы трубы, причем в отличие от системы с сосредоточенными параметрами канал обладает бесчисленным множеством резонансов, частоты которых образуют гармоническую или почти гармоническую последовательность. При этом, при возбуждении колебаний на одном конце вследствие отражения от другого конца в трубе образуется стоячая волна.

На длине канала статора, когда он открыт с обоих концов, т.е. каналы ротора и статора совпадают, укладывается целое число полуволн, или чётное число четвертей волны. Собственная частота канала в этом случае равна [105]

$$f_c = \frac{ck}{2l_c}, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (3.1)$$

Когда канал статора на входе закрыт промежутком между каналами ротора, то канал имеет собственные частоты, определяемые тем, что

по длине трубы укладывается нечётное число четвертей длины волны. Собственные частоты определяются выражением [105]

$$f_c = \frac{ck}{4l_c}, \quad k = 1, 3, 5, \dots \quad (3.2)$$

Рассмотрение канала в неустановившемся режиме состоит в том, что исследуется распространение по каналу статора импульса. Под импульсом понимается малая по сравнению с длиной канала область, в которой определённым способом задано изменённое значение какой-либо из величин, характеризующих звуковое поле. Так, если идет речь о распространении по трубе импульса сжатия, то это значит, что по трубе передвигается со скоростью звука область, внутри которой давление выше атмосферного. Наибольшее значение для последующего имеют закономерности отражения импульсов. Если импульс сжатия отражается от закрытого конца канала, то после отражения он возвращается обратно также в виде импульса сжатия. Если отражение происходит от открытого конца, то импульс сжатия превращается в результате отражения в импульс разрежения.

Если описывать импульсы при помощи понятия избыточного давления, тогда при сжатии избыточное давление положительно, при разрежении – отрицательно.

Таким образом, в каналах статора возможна реализация двух рассмотренных случаев и, следовательно, необходимо рассмотреть их подробнее и, если возможно, использовать возникающие эффекты в каналах статора для интенсификации химико-технологических процессов.

Основная частота колебаний, генерируемая роторным аппаратом при $z_p = z_c = z$, определяется выражением

$$f_{p,a} = nz / 60. \quad (3.3)$$

Частота резонансных колебаний определяется задающей системой – каналом статора, независимо от механизма возбуждения. Очевидно, резонанс возникает в случае равенства гармоник из выражений (3.1, 3.2) частоте по формуле (3.3). Отметим, что в работе [106] описывается возможность возникновения нелинейного резонанса в объёме канала. В [106] показано, что нелинейные резонансы возникают на удвоенной частоте, определяемой выражениями (3.1) и (3.2). Для случая открытого канала с обеих сторон резонансная частота определяется как

$$f_c = \frac{ck}{4l_c}, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.4)$$

а для канала закрытого с одного конца

$$f_c = \frac{ck}{8l_c}, \quad k = 1, 3, 5, \dots \quad (3.5)$$

Физический смысл нелинейных резонансов заключается в том, что вторая гармоника попадает на одну из собственных частот (линейных резонансов) канала статора.

Таким образом, в случае возникновения условий для выполнения соотношений (3.1) – (3.5) в канале статора возникает стоячая волна, а если соблюдается ещё и равенство этих выражений выражению (3.3) в канале ротора возникает резонанс. Отметим, что конкретный результат применения зависимостей (3.1), (3.2), (3.4) или (4.5) должен быть подтверждён результатами экспериментального исследования.

Так как звуковые колебания, генерируемые в камере озвучивания, определяются выражением (3.3), то из этого следует очевидный вывод: для одновременного образования стоячих волн в канале статора и камере озвучивания необходимым условием (но не достаточным) является выражение, которое в первом приближении имеет вид

$$l_c = l_k. \quad (3.6)$$

Более точное соотношение между R_2 и R_k определено А.И. Зиминим, соответствующие изменения легко внести в методику расчёта.

3.2. ВЛИЯНИЕ РЕЗОНАНСА НА ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОТОРНОГО АППАРАТА

Рассмотрим неустановившийся процесс распространения импульсов давления в канале статора.

Начнем с момента, когда каналы ротора совпадают с каналами статора. В этот момент импульс жидкости врывается в канал статора и создает в его начале импульс сжатия. Этот импульс, отразившись от открытого конца в виде импульса разряжения, возвращается к началу канала. Он производит различное действие, зависящее от скорости вращения ротора и времени пробега импульса вдоль канала, так как от соотношения этих величин зависит относительное положение каналов ротора и статора к моменту прихода импульса отраженного импульса. Возможны два различных случая. В первом случае за время пробега импульса по каналу статора туда и обратно каналы статора и ротора совпадают. При этом импульс разряжения, так как импульс сжатия поменял знак при отражении от открытого конца, увеличивает перепад давления между ротором и статором, возрастает.

Во втором случае, когда каналы ротора и статора не совпадают, импульс, отразившись от промежутка между каналами ротора и поменяв знак, возвращается к открытому концу канала, вновь отражается без потери знака и возвращается к началу канала. Если к этому времени каналы совпадают, то перепад давления уменьшается. Известно, что увеличение перепада давления положительно влияет на развитие импульсной акустической кавитации в роторном аппарате [1, 2]. Таким образом, необходимо реализовывать в роторном аппарате первый случай воздействия импульса давления.

Время, когда каналы статора закрыты, определяется выражением

$$\dot{\tau} = \frac{a_2 + b_p}{\omega R_2}. \quad (3.7)$$

Время пробега импульса по длине канала статора в один конец равно

$$\ddot{\tau} = \frac{l_c}{c}. \quad (3.8)$$

Условие возникновения процесса увеличения перепада давления определяется соотношением

$$\dot{\tau} / \ddot{\tau} = 2, 6, 10, \dots, 4k + 2, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.9)$$

Подчеркнём, что в (3.8) используется скорость звука для двухфазной среды, так как не корректно принимать скорость звука для капельной жидкости из-за того, что в канале статора за счёт звукового воздействия и кавитации образуется газожидкостная среда и необходимо учитывать значительное снижение скорости звука.

3.3. МЕХАНИЗМ ИНТЕНСИФИКАЦИИ МАССООБМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ СТОЯЧИХ ВОЛН

Стоячая волна представляет собой сумму двух бегущих волн равной амплитуды, распространяющихся во взаимно противоположных направлениях.

Амплитуда давления стоячей волны равна удвоенной амплитуде падающей волны, а так как энергия пропорциональна квадрату амплитуды, то средняя плотность энергии в ней соответственно в четыре раза больше плотности энергии в падающей волне, что является одним из преимуществ стоячих волн, возникающих в аппарате, по сравнению с бегущей волной.

Установлено, что в поле стоячих волн частицы движутся под действием радиационного давления [107]. Показано, что в стоячей звуковой волне на шарик действует сила, вызываемая давлением звука. Эта сила для узлов и пучностей колебаний равна нулю и достигает максимума между ними, причем по обе стороны от пучности колебаний сила направлена к этой пучности. Отсюда следует важный вывод, что под действием радиационного давления частицы должны перемещаться в пучности колебаний.

Анализ действия радиационной силы показывает, что частицы с плотностью большей, чем плотность среды, движутся в пучности колебаний стоячей волны, а частицы с плотностью меньшей, чем плотность обрабатываемой среды, движутся к узлам колебаний.

К аналогичному выводу пришли авторы работы [108], которые уточнили уравнение движения, введя в уравнение вторую производную. Как показано в работе [107], для каждого размера частиц имеется определённая частота, ниже которой частицы успевают полностью следовать за звуковыми колебаниями среды. В определенной области частот частицы различной величины имеют различные амплитуды колебаний, что приводит к взаимным столкновениям частиц.

Следует упомянуть о влиянии размеров суспензированных частиц, находящихся в поле стоячей волны, на скорость процессов скопления и столкновения частиц.

Ангерер [109] поставил следующий опыт. Стеклообразные и пробковые шарики подвешивались на нитях в воде, в которой возбуждается стоячая волна. При этом шарики собирались в местах пучностей колебаний стоячей волны. Кроме того, наблюдалось накопление мельчайших пузырьков воздуха, которые возникли в результате кавитации в пучностях давлений.

Показано [107], что в стоячей звуковой волне вектор скорости движения среды направлен к пучностям давления при повышении давления и от них при понижении давления.

Анализируя движение частиц в поле стоячей волны, на основании краткого обзора можно сделать важные выводы о механизме интенсификации массообменных процессов, проводимых в этом поле. При движении вдоль стоячей волны частицы ускоряются при приближении к пучностям давления и, наоборот, замедляются при приближении к узлам давлений. Это то ускоренное, то замедленное движение частиц в поле стоячей звуковой волны увеличивает скорость обтекания частиц, что способствует интенсификации массообменных процессов. Вследствие того, что максимальная скорость потока жидкости в канале статора аппарата имеет величину (10...15) м/с и скорость звуковой волны примерно 140 м/с, очевидно, что за время прохождения частицы через аппарат она многократно подвергается воздействию падающей и отраженной волн. Это обстоятельство должно, видимо, еще больше ускорять процесс массообмена.

Другой важный момент вытекает из положения о том, что если плотность среды больше плотности частиц, то они стремятся к узлам колебаний и, наоборот, если плотность среды меньше, чем плотность частиц, то частицы стремятся к пучностям колебаний. Так как в роторном аппарате возникает интенсивная кавитация, то в объеме среды в канале статора появляется множество мелких кавитирующих пузырей, которые стремятся к узлам колебаний.

В свою очередь твердые частицы растворяющегося вещества стремятся к пучностям стоячей волны. Всё это должно приводить к увеличению числа столкновений частиц с кавитирующими пузырями. Пузыри, захлопываясь на твердых частицах, очевидно, должны вызывать сильное их диспергирование вследствие локального повышения давления и температуры, а также кумулятивных микроструек жидкости, возникающих при несферических захлопываниях кавитационных пузырей. Таким образом, кроме увеличения поверхности контакта фаз за счет дробления частиц, кавитирующие пузырьки должны "срывать" диффузионный пограничный слой.

Таким образом, возбуждение в роторном аппарате стоячих волн должно интенсифицировать процесс массообмена.

4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РОТОРНЫХ АППАРАТОВ И МЕТОДИКИ РАСЧЁТА С УЧЁТОМ ГИДРОДИНАМИКИ ПОТОКОВ, КАВИТАЦИИ И РЕЗОНАНСА

4.1. ОБОБЩЁННАЯ МЕТОДИКА РАСЧЁТА РОТОРНОГО АППАРАТА

4.1.1. Выбор минимального зазора между ротором и статором

Технологические процессы протекают наиболее интенсивно при наименьших радиальных зазорах. Однако минимальная величина зазора ограничена экономической точностью машиностроения.

Экономическая точность машиностроения – понятие относительное, которое имеет смысл для данного машиностроительного производства и обозначает точность, обычную для этого производства. Имеется 5 классов точности – о – обычная; п – повышенная; в – высокая; с – сверхвысокая; а – прецизионная. С ростом класса точности возрастает стоимость изготовления аппарата. В стоимость изготовления входят стоимость оборудования по классам точности, оснастка к нему, измерительный и обрабатывающий инструмент, квалификация персонала и т. п. Изменяется тип технологии и принципы организации производства, что и определяет крутой рост стоимости по мере увеличения точности. Для нашего случая экономическая точность выражается в величине радиального зазора.

В работе [103] более подробно рассмотрены соотношения примерных затрат на изготовление роторного аппарата, потребляемой мощности, получаемого экономичного эффекта эмульгирования при получении СОЖ от изменения величины радиального зазора. Экономически обоснованным можно считать зазор в пределах до 0,02 мм, т. к. при дальнейшем уменьшении зазора затраты не оправдываются повышением интенсивности процесса. Дальнейший прирост эффективности должен достигаться скоростью вращения ротора или другими конструктивными и режимными параметрами, применительно к конкретному технологическому процессу.

Таким образом, минимальная величина радиального зазора должна определяться при конкретных возможностях машиностроительного оборудования, используемого при изготовлении роторного аппарата. Например, допуски на отклонения формы и расположения поверхностей диаметральных размеров ротора и статора величиной порядка 200 мкм составляют по 6 качеству ~ 0,03 мм (суммарно), по 7 качеству ~ 0,045 мм (суммарно). Таким образом, учитывая биение подшипников в опорах, для нормальной точности в машиностроении по 7-8 качеству следует ограничиться величиной радиального зазора $\delta = 0,1$ мм. Конечно, если позволяют возможности металлорежущего оборудования зазор может достигать величины 0,05 мм.

4.1.2. Соотношение между шириной статора и длиной нерадиального канала

Выполнение канала в статоре нерадиальным снижает гидравлическое сопротивление роторного аппарата, не уменьшая скорости процесса растворения.

Соотношение между l_c и h_c (рис. 1.1.) необходимо для расчета геометрических параметров аппарата. Эта зависимость может быть выражена выражением

$$h_c = \psi l_c, \quad (4.1)$$

где ψ – эмпирический коэффициент.

Для удобства инженерного расчета роторного аппарата в пределах изменения реальных размеров аппарата: $R_2 = 0,05 \dots 0,15$ м, $h_c = 0,025 \dots 0,1$ м, получены геометрическим построением значения коэффициента ψ для различных углов нерадиальных каналов статора α^* :

$$\alpha^* = 60^\circ \quad \psi = 0,7;$$

$$\alpha^* = 50^\circ \quad \psi = 0,8;$$

$$\alpha^* = 40^\circ \quad \psi = 0,86;$$

$$\alpha^* = 30^\circ \quad \psi = 0,9.$$

При значении $\alpha^* < 30^\circ$ можно принять с достаточной точностью $\psi = 1$.

Полученные значения ψ в указанных пределах изменения параметров дают отклонение расчётных значений от действительных $\leq 10\%$.

Промежуточные значения ψ получают интерполяцией.

4.1.3. Обобщённая методика расчёта роторного аппарата

Предлагаемая методика расчёта позволяет спроектировать роторный аппарат, осуществляющий наиболее эффективное воздействие на обрабатываемую среду при проведении процессов в системах "жидкость–жидкость" и "твёрдое–жидкость" в

процессах химической технологии [110]. При этом аппарат работает в условиях возникновения резонансного режима и максимально развитой акустической импульсной кавитации. Следует отметить, что при расчёте, на основании теоретических и экспериментальных исследований учитываются особенности течения жидкости в модуляторе роторного аппарата, описываемые новой математической моделью, и влияние начального содержания свободного газа в обрабатываемой среде [39, 42 – 44, 97].

Методика расчёта основана на комплексе теоретических и экспериментальных исследований гидромеханических, акустических и кавитационных особенностей режимов работы роторного аппарата.

Обычно для проектирования технологического оборудования задают следующие параметры:

- объёмную производительность Q , м³/с;
- плотность обрабатываемой среды ρ , кг/м³;
- в случае процесса растворения – гранулометрический состав и в частности максимальный размер частиц d_{\max} , м.

После изучения возможностей производителя в обеспечении точности изготовления деталей, при наличии комплектующих – электродвигателей переменного тока и питающих центробежных насосов дополнительно задают следующие параметры, необходимые для расчёта режимных и конструктивных размеров роторного аппарата, которые корректируются в процессе расчёта:

– частоту вращения ротора принимают равной частоте вращения стандартного электродвигателя, обычно её выбирают из ряда $\sim 100, 150, 300$ с⁻¹, при этом следует учитывать, что потребляемая мощность пропорциональна $\omega^{2,5}$, но с увеличением угловой скорости вращения возрастает эффективность работы роторного аппарата. Предварительно принимают $\omega = 150$ с⁻¹;

– величину зазора между ротором и статором берут $\delta \approx 10^{-4}$ м для обрабатываемых сред, имеющих вязкость одного порядка с водой, и увеличивают до $\sim 2 \cdot 10^{-4}$ м для жидкостей с большей вязкостью;

– форму поперечного сечения каналов принимаем прямоугольной [1, 2, 34];

– принимаем высоту каналов ротора и статора одинаковой $H_p = H_c = H$;

– толщину стенки ротора принимаем из условий прочности и удобства технологии изготовления каналов фрезерованием при составном роторе. Причем для радиальных каналов $l_p = h_p$, для нерадиальных каналов $l_p = h_p / \cos \gamma^*$. Таким образом можно увеличивать длину канала в роторе при постоянной его толщине.

В начале расчёта:

– принимаем направление каналов радиальным;

– определяем ряд насосов, имеющих производительность равную или близкую к заданной. Определяем давление, создаваемое насосами $P_{\text{нас}}$;

– при необходимости назначаем угол α^* каналов в статоре в интервале $0 \dots 60^\circ$;

– определяем начальное содержание свободного газа в обрабатываемой среде. Если оно неизвестно, то задаем α_0 по справочным данным. Например, для водопроводной воды, применяемой для процесса получения СОЖ, $\alpha_0 \approx 0,02$ [111];

– задаем ширину канала в роторе и статоре, считая $a_p = a_c = a$:

а) для процесса эмульгирования $a = 2 \dots 5 \cdot 10^{-3}$ м;

б) для процесса растворения $a \geq d_{\max}$.

Расчёт роторного аппарата ведем в следующей последовательности:

1. Из условий, определённых в работе [112], определяем соотношение между длиной каналов в статоре и шириной камеры и радиусом ротора:

а) для радиальных каналов в статоре

$$R_2 = R_c / 2 = l_p + l_c ;$$

б) для каналов, выполненных под углом:

$$R_2 = l_c (1 + \psi).$$

2. Для возможности возбуждения стоячей волны в каналах статора и камере озвучивания принимаем (3.6) $l_c = l_k$.

3. Из пунктов 1 и 2 получаем:

а) для радиальных каналов в статоре

$$l_c = R_2 / 2;$$

б) для нерадиальных каналов в статоре [103]

$$l_c = R_2 / (1 + \psi).$$

4. Определяем относительный радиальный зазор

$$\delta_a = \delta / a .$$

5. Из эмпирической зависимости, характеризующей наилучшие условия для развития кавитации, определяем критерий Стайлса [103]:

$$K_{c_{\max}} = \omega^{-0,17} (1,24 - 9,23\delta_a)^3. \quad (4.2)$$

6. Определяем критерий Струхала для режима наиболее интенсивной акустической кавитации по выражению, полученному в [103]:

$$Sh = 5,9 \cdot 10^{-84,6\delta_a} K_{c_{\max}}^{-7,89}.$$

7. Определяем величину критерия Стайлса, характеризующую границу кавитационной работы аппарата [103]:

$$K_{c_{\text{кр}}} = (0,06\delta_a^{-1,1} Sh + 2,6)^{-1}, \quad (4.3)$$

и сравниваем с п. 7 по условию

$$K_{c_{\max}} > K_{c_{\text{кр}}}.$$

Если это условие не выполняется, то увеличиваем ширину каналов a и начинаем расчёт с п. 4.

8. Определяем перепад давления между полостью ротора и камерой по известному $P_{\text{нас}}$. Считаем, что за счёт гидравлических потерь на участке между выходом насоса и полостью ротора потери напора составляют до 10 %, тогда при $P_p = (0,9 \dots 0,95) P_{\text{нас}}$

$$\Delta P = P_p K_{c_{\max}} (1 + K_{c_{\max}})^{-1}.$$

9. Определяем радиус ротора из выражения для критерия Струхала $Sh = 2l\omega R_2 \rho^{-0,5} (2\Delta P)^{-0,5}$. Учитывая, что в работе [103] $l = l_c + l_p$ и пункт 3, получаем относительно R_2 квадратное уравнение, его решение имеет вид:

$$R_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2c},$$

а) для радиальных каналов в статоре

$$b = \omega l_p \rho^{0,5} (2\Delta P)^{-0,5} a^{-1} Sh^{-1};$$

$$c = \omega \rho^{0,5} (2\Delta P)^{-0,5} a^{-1} Sh^{-1};$$

б) для нерадиальных каналов в статоре

$$b = 2\omega l_p \rho^{0,5} (2\Delta P)^{-0,5} a^{-1} Sh^{-1} (1 + \psi)^{-1};$$

$$c = 2\omega \rho^{0,5} (2\Delta P)^{-0,5} a^{-1} Sh^{-1} (1 + \psi)^{-1}.$$

10. Определяем скорость звука в газожидкостной среде, используя выражение [103] $c = 1500 / \sqrt{1 + 1,6 \cdot 10^4 \alpha}$.

11. Определяем длину канала в роторе из условия возникновения в нём гидравлического удара:

$$l_p \leq ac / 2\omega R_2.$$

Сравниваем с принятым значением в пункте 4 и при необходимости корректируем. Если необходимо увеличить l_p , то используем нерадиальные каналы при сохранении толщины стенки ротора, для того чтобы не увеличивать металлоёмкость ротора. Угол наклона определяется в этом случае из выражения: $\gamma^* \approx \arccos(h_p / l_p)$ и начинаем расчёт с пункта 9. Если необходимо уменьшить l_p , то уменьшаем величину a и начинаем расчёт с пункта 4.

12. Определяем длину канала в статоре:

а) при радиальном направлении канала

$$l_c = R_2 / 2;$$

б) при нерадиальном канале в статоре

$$l_c = R_2 / (1 + \psi),$$

где значения ψ определены в п. 4.1.2.

13. Определяем число каналов в статоре из условия возбуждения в нём резонанса.

В каждом канале статора каналами ротора генерируются колебания с частотой, определяемой выражением:

$$f_c = \frac{nZ}{60} = \frac{\omega Z}{2\pi}.$$

С другой стороны, резонансная частота канала (3.2)

$$f_{\text{рез}} = ck / 4l_c ,$$

при равенстве частот получаем

$$z = \pi ck / 2\omega l_c , k = 1 .$$

14. Определяем условие возникновения стоячих волн в канале статора в установившемся резонансном режиме по формуле (3.9):

$$\dot{t} / \bar{t} = 2, 6, 10, \dots, 4k + 2, k = 0, 1, 2, \dots$$

Если это условие не выполняется, то корректируем величину l_c за счёт применения нерадиального канала в статоре, изменяя угол наклона α^* и, соответственно, коэффициент ψ , и начинаем расчёт с пункта 12б.

15. Определяем расстояние между каналами ротора:

$$b_p = (2\pi R_2 - za)z^{-1} .$$

16. Находим величину коэффициента гидравлического сопротивления модулятора по зависимости [103].

$$\xi = 12,8K_{c_{\max}} (3,9 - 96\delta_a)^{1,82} .$$

17. Определяем среднюю площадь проходного сечения модулятора для каналов прямоугольной формы из выражения

$$\langle S \rangle = Q\sqrt{\xi\rho} / \sqrt{2\Delta P} .$$

18. Находим высоту каналов, учитывая, что $b_p = b_c$:

$$H = \langle S \rangle (a + b_c) / a^2 z .$$

19. По выражению (2.26) определяем критерий акустической кавитации, соответствующий режиму наиболее интенсивной кавитации, по известному содержанию свободного газа в жидкости [97]:

$$\chi_{a_{\max}} = 0,205 - 0,0075 \lg \alpha_0 + 0,0005 (\lg \alpha_0)^2 .$$

20. Дифференцируя уравнение (1.68), с учетом (1.69) и (1.3), которое описывает закономерности течения сжимаемой жидкости в модуляторе роторного аппарата [43], определяем модуль отрицательного ускорения $\left| \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{\max}$ в безразмерном виде на участке периода закрывания канала статора $1 \leq \bar{t} \leq 2$.

21. Определяем величину наибольшего импульса отрицательного давления в размерном виде по зависимости, полученной в [1]:

$$|P_m| = \frac{2\rho l_p^2 \omega^2 R_2^2}{Shza^2} \left| \frac{\partial v}{\partial t} \right| .$$

22. Определяем величину наибольшего импульса отрицательного давления по зависимости, связывающей практический критерий кавитации – коэффициент кавитации Стайлса и теоретическое число акустической кавитации [103]:

$$|P_m| = \frac{P_p}{\chi_a (1 + K_{c_{\max}})} .$$

23. Сравниваем результаты, полученные в пунктах 21 и 22. При необходимости корректируем давление P_p , которое легко регулируется в реальных условиях с помощью вентиля на входе и выходе аппарата, и повторяем расчёт с пункта 8.

24. В случае проведения процесса растворения определяем количество циклов, необходимое для достижения концентрации насыщения [103]:

$$n_{\text{ц}} = 2K_{c_{\max}} \cdot 10^{26,3\delta_a} .$$

25. После завершения расчётов режимных и конструктивных параметров роторного аппарата определяем мощность, потребляемую роторным аппаратом, по методикам, изложенным, например, в работах [23, 60] или в п. 1.5.1, 1.5.2.

Если имеется возможность использовать различные электродвигатели и насосы, проводят ряд расчётов и выбирают вариант, который является наиболее приемлемым, с точки зрения металло-, энергоёмкости для конкретных требований, предъявляемых к технологическому процессу.

4.2. ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РОТОРНОГО АППАРАТА

Особенность всех инженерных задач состоит в том, что они допускают множество решений, т.е. в математическом отношении неопределённые. Число неизвестных величин практически всегда оказывается больше числа уравнений связи между ними. Поэтому в ходе расчётов рядом величин приходится задаваться. Правильность выбора отдельных величин проверяется последующим пересчётом и соответствующей коррекцией, т.е. используется метод последовательных приближений. Однако само подтверждение правильности расчёта не может служить гарантией обоснованного инженерного решения. Необходимо из множества возможных решений выбрать оптимальное, обеспечивающее наиболее выгодное значение определённого параметра.

Обычно для сложных химико-технологических систем, состоящих из нескольких подсистем, задача оптимального проектирования отдельных аппаратов является подзадачей, которая многократно решается в процессе поиска экстремума обобщённого критерия эффективности функционирования всей системы. Это неэффективно, и в связи с этим задачу проектирования аппарата целесообразно выделить из общей системы и рассматривать её как отдельную систему, на параметры которой наложены определённые ограничения, продиктованные условиями работы.

4.2.1. Методы оптимального проектирования

Полученную задачу оптимизации с ограничениями в виде равенств и неравенств решают известными методами. Классические методы оптимизации следующие.

1. Аналитические методы применяются, как правило, когда оптимизируемые функции заданы аналитически и число независимых переменных невелико. Осложняет применение аналитических методов наличие ограничений. Вследствие этого практическое использование методов ограничено.

Типичные аналитические методы следующие:

- аналитический поиск экстремума (для детерминированных процессов с критерием оптимальности в виде дифференцируемых функций);
- метод множителей Лагранжа (для задач с ограничениями типа равенств с критерием оптимальности в виде дифференцируемой функции);
- вариационные методы (для задач с критерием оптимальности в виде функционала);
- принцип максимума Понтрягина (для достаточно широкого класса задач с объектами, описываемыми дифференциальными и конечными уравнениями; применяется чаще всего для задач оптимального управления).

2. Методы математического программирования:

- геометрическое программирование, основанное на теореме о среднем;
- линейное программирование (для нахождения экстремума критерия оптимальности в задачах с линейными уравнениями);
- динамическое программирование (для многостадийных процессов с критерием оптимальности в виде аддитивной функции).

3. Градиентные методы. Это численные методы поискового типа. Сущность их заключается в определении значения независимых переменных, дающих наибольшее изменение целевой функции. Эти методы универсальны и в большинстве случаев весьма эффективны при поиске экстремального значения нелинейных функций с ограничениями и без них, а также тогда, когда аналитический вид функции вообще неизвестен. Наиболее типичными разновидностями градиентных методов являются метод крутого восхождения и градиентный метод. К недостаткам этих методов следует отнести ограниченность экстраполяции, трудность поиска глобального оптимума, т.е. методы применимы, как правило, для поиска локальных оптимумов.

4. Статистические методы включают в себя регрессионный, дисперсионный и корреляционный анализ, метод Бокса-Уилсона и другие применяются для объектов, не имеющих детерминированного описания.

4.2.2. Постановка задачи оптимального проектирования роторного аппарата

Для оптимизации конструктивных режимных параметров роторного аппарата был выбран градиентный метод поиска экстремума функции многих переменных на основании координатного спуска.

В результате проведённых комплексных теоретических и экспериментальных исследований, подтвержденных в условиях промышленной эксплуатации роторного аппарата, установлено, что наиболее эффективно аппарат работает при возникновении акустической импульсной кавитации.

Величина кавитационных импульсов давления пропорциональна модулю амплитуды отрицательного давления. Таким образом, в качестве целевой функции выбрана максимально достижимая величина модуля отрицательного ускорения.

Постановка задачи оптимизации при проектировании роторного аппарата выглядит следующим образом. Необходимо найти такие конструктивные и режимные характеристики аппарата, чтобы критерий оптимальности – модуль отрицательного динамического давления достигал своего экстремума при выполнении условий типа равенств (уравнения математической модели течения сжимаемой среды, уравнения динамики радиально-сферических колебаний кавитационного пузыря с учётом свободного содержания газа, модель резонансных явлений, описывающие процессы в этом аппарате) и неравенств (интервальные характеристики, в которых заключены конструктивные и режимные характеристики).

Целевая функция имеет вид

$$|P_m|(a^*, \delta^*, \omega^*, P_H^*) = |P_m|(a, \delta, \omega, P_H).$$

Ограничения на изменение конструктивных параметров:

$$R_{2\min} \leq R_2 \leq R_{2\max};$$

$$\delta \in (\delta_1, \delta_2);$$

$$a_{\min} \leq a \leq a_{\max};$$

$$a \leq b = (2\pi R_2 - za) / z;$$

$$a > a_{\max} \text{ (только для процесса растворения).}$$

Ограничения на изменения режимных параметров:

$$\omega \in (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m);$$

$$P_H = P_{H.ст.}$$

Ограничения на критерии кавитации:

$$(K_{c_{\max}})_{\min} \leq K_{c_{\max}} \leq (K_{c_{\max}})_{\max};$$

$$(K_{c_{кр}})_{\min} \leq K_{c_{кр}} \leq (K_{c_{кр}})_{\max};$$

$$K_{c_{\max}} > K_{c_{кр}}; \quad (\chi_{a_{\max}})_{\min} \leq \chi_{a_{\max}} \leq (\chi_{a_{\max}})_{\max}.$$

Ограничения на критерии и симплексы:

$$Sh_{\min} \leq Sh \leq Sh_{\max};$$

$$K_{к_{\min}} \leq K_{к} \leq K_{к_{\max}};$$

$$\chi_{\min} \leq \chi \leq \chi_{\max}.$$

Соотношения математической модели течения сжимаемой жидкости (1.77) и (1.3), и условия её применения (1.64 – 1.65), (1.69 – 1.71).

Соотношения модели радиально-сферических колебаний кавитационного пузыря (2.7 – 2.10), (2.12 – 2.15), (2.21 – 2.26).

Соотношения условий возникновения резонансного процесса (3.2), (3.6 – 3.9).

Методика решения задачи оптимального проектирования и программное обеспечение находятся в приложении.

4.2.3. Методика оптимального проектирования роторного аппарата

При оптимизации был выбран градиентный метод поиска экстремума функции многих переменных на основании координатного спуска.

В основу градиентных методов положены вычисление и анализ производной целевой функции. Поскольку в практических задачах найти значение производных аналитически, как правило, не удается, их вычисляют приближённо:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \approx \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_i + \delta x_i, \dots, x_n) - f(x_1, x_2, \dots, x_i)}{\delta x_i}.$$

Выбор величин приращений по координатам δx_i , $i = 1, 2, \dots, n$ зависит от возможностей используемой ЭВМ и необходимой точности вычислений.

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} - h \cdot \frac{\frac{\partial f(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial f(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})}{\partial x_j} \right)^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

(4.4)

Модификацией метода градиента является метод координатного спуска с постоянным шагом, позволяющий сократить общий объём вычислений при некотором увеличении числа членов минимизирующей последовательности за счёт меньшего количества вычислений частных производных целевой функции. При использовании этого метода аргументы целевой функции изменяются в соответствии с выражением (4.4), но значения её частных производных и длины градиента не пересчитываются до тех пор, пока не сложится ситуация

$$f(x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_n^{k+1}) \geq f(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k).$$

Дробление шага поиска производится, когда во вновь выбранном направлении (после пересчёта значений частных производных) не удаётся сделать ни одного результативного шага, останов поиска – при выполнении неравенства $h < \epsilon$.

Основные этапы поиска $\min f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ методом наискорейшего спуска:

- 1) выбор начального приближения $(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$;
- 2) определение значений частных производных $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ в этой точке;
- 3) изменение значений $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ в соответствии с выражением (4.4) без пересчёта частных производных до начала возрастания целевой функции;
- 4) если ситуация $f(x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_n^{k+1}) \geq f(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k)$ возникает при $k > 0$, то начальным приближением становится предыдущая точка: $x_i^{(0)} = x_i^{(k)}, i = 1, 2, \dots, n$ и вновь выполняются пункты 2, 3;
- 5) если $f(x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_n^{k+1}) \geq f(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k)$ уже при $k = 0$, то осуществляется дробление шага $h = h/p$ ($p > 1$); при $h \geq \epsilon$ (заданная точность) выполняется пункт 3, иначе поиск заканчивается: $x_i^* = x_i^{(k)}, i = 1, 2, \dots, n$.

В качестве начальных данных задаются:

- объемная производительность $Q, \text{ м}^3/\text{с}$;
- плотность обрабатываемой среды $\rho, \text{ кг}/\text{м}^3$;
- начальное содержание свободного газа в жидкости α_0 .

Ограничения на изменение конструктивных параметров выбираются из следующих соображений:

- на наружный радиус ротора исходя из реальных размеров роторных аппаратов,

$$0,05 \leq R_2 \leq 0,2;$$

- на ширину каналов ротора и статора, принимая их одинаковыми:

$$a_p = a_c = a,$$

- а) исходя из реальных размеров

$$2 \cdot 10^{-3} \leq a \leq 10^{-2};$$

- б) исходя из условия перекрытия канала статора промежутками между каналами ротора

$$a > (2\pi R_2 - z_a) / z;$$

- в) для процесса растворения из условия незабываемости каналов частицами вещества

$$a > d_{\max};$$

- на величину радиального зазора:

- а) $\delta = 10^{-4}$ – для процессов с обрабатываемой средой низкой вязкости (типа воды);
- б) $\delta = 2 \cdot 10^{-4}$ – для процессов с обрабатываемой средой более высокой вязкости (типа глицерина);
- в) $\delta = (0,3 \dots 0,4) \cdot 10^{-4}$ – при обработке нефтепродуктов.

Ограничения на изменение режимных параметров:

- угловая частота вращения ротора принимается из стандартного ряда частот вращения электродвигателей:

$$\omega = 100, 150, 300 \text{ с}^{-1};$$

- давление, создаваемое центробежным насосом, принимается равным давлению стандартного насоса на заданную объемную производительность, обычно в пределах:

$$0,01 \cdot 10^6 \text{ Па} \leq P_{\text{н.ст}} \leq 0,4 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Ограничения на диапазон применимости формул (4.2) и (4.3), определяющие режим наиболее интенсивной кавитации:

$$5 \leq Sh \leq 95;$$

$$0,01 \leq \delta_a \leq 0,05.$$

Условие работы роторного аппарата в режиме интенсивной акустической кавитации:

$$K_{c_{\max}} > K_{c_{\text{кр}}}.$$

Ограничения на границы применимости предложенной модели динамики радиально-сферических колебаний (2.7 – 2.10), (2.12 – 2.15) и (2.21 – 2.26):

- изменение критерия акустической кавитации

$$0,18 \leq \chi_{a_{\max}} \leq 0,21;$$

- изменение статического давления

$$0,1 \cdot 10^5 \text{ Па} \leq P_s \leq 10^5 \text{ Па} ;$$

– изменение критерия Вебера

$$0 \leq We \leq 0,15 ;$$

– изменение критерия Рейнольдса

$$10 \leq Re_k \leq 10^6 ;$$

– изменение начального радиуса пузыря

$$0,2 \leq R_0 \leq 5 .$$

Ограничения на границы применимости модели течения сжимаемой среды в условиях гидравлического удара (1.64 – 1.65):

– изменение критерия K_k

$$1 \leq K_k \leq 10 ;$$

– изменение симплекса χ

$$0,05 \leq \chi \leq 0,3 ;$$

– изменение критерия Маха

$$0,001 \leq M \leq 0,02 .$$

Программа разработана на языке C++ Builder 6.0.

Программа позволяет получить основные конструктивные и режимные параметры: $a, b, l_p, l_c, R_p, R_k, h_p, h_c, H, z, P_n, \omega$. В приложении приведен пример интерфейса программы и один из результатов расчёта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балабышко, А.М. Роторные аппараты с модуляцией потока и их применение в промышленности / А.М. Балабышко, В.Ф. Юдаев. – М. : Недра, 1992. – 176 с.
2. Зимин, А.И. Прикладная механика прерывистых течений / А.И. Зимин. – М. : Фолиант, 1997. – 308 с.
3. Звездин, А.К. Возбуждение импульсной акустической кавитации / А.К. Звездин, А.И. Зимин // Гидродинамика и акустика одно- и двухфазных потоков : сб. науч. тр. / СОАН СССР, ин-т теплофизики. – Новосибирск, 1983. – С. 92 – 97.
4. Долинский, А.А. Роторно-импульсный аппарат. 1. Импульсные эффекты локального адиабатического вскипания и кавитации в жидкости / А.А. Долинский, Б.И. Басок // Промышленная теплотехника. – 1998. – Т. 20, № 6. – С. 7–10.
5. Промтов, М.А. Пульсационные аппараты роторного типа: теория и практика : монография / М.А. Промтов – М. : Машиностроение-1, 2001. – 260 с.
6. Карепанов, С.К. Математическая модель течения рабочей жидкости в каналах ротора и статора гидромеханического диспергатора / С.К. Карепанов // Применение роторных гидромеханических диспергаторов в горнодобывающей промышленности : теория и практика : сб. докл. Междунар. науч.-практ. семинара. – Минск : Беларус. АН БЖ, 1998. – С. 57 – 67.
7. Кафаров, В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В.В. Кафаров. – М. : Химия, 1985. – 448 с.
8. Кафаров, В.В. Математическое моделирование основных процессов химической технологии / В.В. Кафаров, Н.В. Глебов. – М. : Высш. школа, 1991. – 400 с.
9. Кафаров, В.В. Моделирование биохимических реакторов / В.В. Кафаров, А.Ю. Гордеев. – М. : Лесная промышленность, 1979. – 342 с.
10. Кафаров, В.В. Основы массопередачи / В.В. Кафаров. – М. : Высш. школа, 1979. – 439 с.
11. Konovalov, V.I. Drying of Solids. Part: Modelling of Dryings of Fibrou Materials / V.I. Konovalov, E.N Tugolukov. – New York : Int. Sci. Publ, 1993. – 536 p.
12. Konovalov, V.I. Modelling of Drying with the Application of Temperature – Time and Temperature – Moisture Relationships / V.I. Konovalov, E.N Tugolukov, N.Z. Gatapova // Int. Drying Symp. IDS'94. – Gold Coast, Australia. – P. 291 – 306.
13. Туголуков, Е.Н. Методика моделирования полей определяющих параметров производственного оборудования химической промышленности / Е.Н. Туголуков // Химическая промышленность. – 2004. – Т. 81, № 3. – С. 157 – 164.
14. Туголуков, Е.Н. Математическое моделирование технологического оборудования многоассортиментных химических производств / Е.Н. Туголуков. – М. : Машиностроение, 2004. – 100 с.
15. Зональный метод определения зависимости коэффициента массопроводности от концентрации / Э.Н. Очнев [и др.] // Теоретические основы химических технологий. – 1975. – Т. 9, № 4. – С. 491 – 495.
16. Рудобашта, С.П. Аналитический расчёт процесса глубокой сушки гранулированных полимерных материалов в шахтных сушилках / С.П. Рудобашта, В.М. Дмитриев // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1979. – № 4. – С. 14 – 16.
17. Optimal designing of the process and apparatus with flowing streams for the granular materials drying / S.I. Dvoretzky [et al.] // 11-th international Drying Symposiyum (IDS-98). – Halkidiki, Greece, 1998. – V.A. – P. 464 – 471.
18. Mathematical modeling and apparatus of deep drying process polymers / S.P. Rudobashta [et al.] // Drying Technology – An international Journal. – New York, Dekker. – 1998. – V. 16, № 7. – P. 1471 – 1485.
19. Рудобашта, С.П. Тепломассообмен в аппарате с кольцевым слоем зернистого материала / С.П. Рудобашта, В.М. Дмитриев, Э.М. Карташов // Теоретические основы химических технологий. – 2002. – Т. 36, № 5. – С. 1 – 6.
20. Зонная модель процесса центробежной сепарации пен / А.М. Кутепов [и др.] // Повышение эффективности тепло-массообменных и гидродинамических процессов в текстильной промышленности и производства химических волокон : материалы Второй Всесоюз. науч.-техн. конф. – М., 1985. – С. 30 – 32.
21. Белявский, И.Ф. Теоретические основы интенсификации процесса разрушения пен при очистке сточных вод текстильных комбинатов / И.Ф. Белявский, А.Г. Ветошкин, А.М. Кутепов // Повышение эффективности тепло-массообменных и гидромеханических процессов в текстильной промышленности и производстве химических волокон : материалы Второй Всесоюз. науч.-техн. конф. – М., 1985. – 120 с.
22. Балабудкин, М.А. О закономерностях гидромеханических явлений в роторно-пульсационных аппаратах / М.А. Балабудкин // Теоретические основы химических технологий. – 1975. – Т. 9, № 5. – С. 738 – 788.
23. Балабудкин, М.А. Роторно-пульсационные аппараты в химико-фармацевтической промышленности / М.А. Балабудкин. – М. : Медицина, 1983. – 160 с.
24. Балабудкин, М.А. Исследования частотно-амплитудного сектора динамического давления в роторно-пульсационных аппаратах / М.А. Балабудкин, М.А. Барам // Теоретические основы химических технологий. – 1968. – Т. 2, № 4 – С. 606 – 614.
25. Юдаев, В.Ф. Исследование гидродинамической сирены / В.Ф. Юдаев, Д.Т. Кокорев // Известия вузов. Машиностроение. – 1969. – № 10. – С. 72 – 77.
26. Юдаев, В.Ф. Роторные аппараты с модуляцией потока и импульсным возбуждением кавитации для интенсификации процессов химической технологии : дис. ... д-ра техн. наук : 05.17.08 / Юдаев Василий Фёдорович. – М., 1984. – 454 с.
27. Юдаев, В.Ф. Методы расчёта гидравлических и динамических характеристик модулятора роторного аппарата / В.Ф. Юдаев, А.И. Зимин, Л.Г. Базадзе // Известия вузов. Машиностроение. – 1985. – № 1. – С. 65 – 70.
28. Юдаев, В.Ф. Гидромеханические процессы в роторных аппаратах с модуляцией проходного сечения потока обрабатываемой среды / В.Ф. Юдаев // Теоретические основы химических технологий. – 1994. – Т. 28, № 6. – С. 581 – 590.
29. Биглер, В.И. Исследование динамической сирены : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.17.08 / В.И. Биглер. – М., 1975. – 15 с.

30. Звездин, А.К. Использование аппаратов типа РАМП для получения высокодисперсных эмульсий в режиме акустической кавитации : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.17.08 / А.К. Звездин. – М., 1983. – 16 с.
31. Карепанов, С.К. К вопросу о нестационарных гидромеханических процессах в аппаратах химической технологии / С.К. Карепанов, В.Ф. Юдаев // Приложение физических и физико-химических методов в технологических процессах. – М. : Металлургия, 1990. – С. 60 – 66.
32. Чичева-Филатова, Л.В. Научные основы интенсификации физико-химических процессов в роторных аппаратах с модуляцией потока и их применение в пищевом производстве / Л.В. Чичева-Филатова. – М. : Пищевая промышленность, 2005. – 208 с.
33. Зимин, А.И. Расчёт формы поперечного сечения каналов ротора и статора гидромеханического диспергатора / А.И. Зимин // Теоретические основы химических технологий. – 1999. – Т. 33, № 4. – С. 432 – 434.
34. Балабышко, А.М. Гидромеханическое диспергирование / А.М. Балабышко, А.И. Зимин, В.П. Ружицкий. – М. : Наука, 1998. – 331 с.
35. Накорчевский, А.И. Гидродинамика роторно-пульсационного аппарата / А.И. Накорчевский, Б.И. Басок, Т.С. Рыжкова // Инженерно-физический журнал. – 2002. – Т. 75, № 2. – С. 58 – 68.
36. Павлов, К.Ф. Примеры и задачи по курсу Процессы и аппараты химической технологии / К.Ф. Павлов, П.Г. Романков, А.А. Носков. – Л. : Химия, 1969. – 500 с.
37. Титов, В.В. Влияние длины участков прерывателя импульсного аппарата роторного типа на его гидравлическое сопротивление / В.В. Титов, М.А. Промтов, В.М. Червяков // Труды ТГТУ : сб. науч. ст. / ТГТУ. – Тамбов : ТГТУ, 2000. – Вып. 6. – С. 150 – 160.
38. Червяков, В.М. Изменение площади проходного сечения модулятора роторного аппарата / В.М. Червяков, А.В. Вахлис // Труды ТГТУ : сб. науч. ст. / ТГТУ. – Тамбов : ТГТУ, 2001. – Вып. 8. – С. 84 – 89.
39. Червяков, В.М. Проходное сечение модулятора роторного аппарата при малых зазорах между ротором и статором / В.М. Червяков, А.В. Вахлис, Д.В. Глазатов // Труды ТГТУ : сб. науч. ст. / ТГТУ. – Тамбов : ТГТУ, 2002. – Вып. 11. – С. 21 – 24.
40. Емцев, Б.Т. Техническая гидромеханика / Б.Т. Емцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1987. – 440 с.
41. Повх, И.Л. Техническая гидромеханика / И.Л. Повх. – 3-е изд., перераб. и доп. – Л. : Машиностроение, 1976. – 502 с.
42. Червяков, В.М. Нестационарное течение жидкости во вращающихся каналах роторного аппарата / В.М. Червяков, В.И. Галаев, А.А. Коптев // Вестник ТГТУ. – 2000. – Т. 6, № 4. – С. 611 – 616.
43. Червяков, В.М. Нестационарное течение идеальной сжимаемой среды в каналах роторного аппарата / В.М. Червяков, Ю.В. Воробьёв // Теоретические основы химических технологий. – 2005. – Т. 39, № 1. – С. 65 – 71.
44. Червяков, В.М. Подобие процессов нестационарного течения жидкости в модуляторе роторного аппарата / В.М. Червяков, Ю.В. Воробьёв // Вестник ТГТУ. – 2002. – Т. 8, № 4. – С. 618 – 622.
45. Гликман, Б.Ф. Нестационарные течения в пневмогидравлических цепях / Б.Ф. Гликман. – М. : Машиностроение, 1979. – 256 с.
46. Нарик, В.Х. Кавитация в отверстиях и её влияние на смешение распыляемых струй / В.Х. Нарик // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1979. – Т. 98, № 4. – С. 195 – 203.
47. Функ, Ж.Е. Неустойчивые процессы в отверстиях и очень коротких трубках / Ж.Е. Функ, Д.Ж. Вуд, С.П. Чжао // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1972. – Т. 94, № 2. – С. 245 – 253.
48. Щукин, В.К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил / В.К. Щукин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1980. – 240 с.
49. Зимин, А.И. О бифуркационных явлениях в нестационарных гидромеханических процессах / А.И. Зимин // Теоретические основы химических технологий. – 1997. – Т. 31, № 3. – С. 238 – 242.
50. Коновер, Р.А. Ламинарное течение между вращающимся диском и параллельной неподвижной стенкой при наличии расхода в направлении от периферии к центру и без него / Р.А. Коновер // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1968. – Т. 90, № 4. – С. 8 – 16.
51. Борисенко, А.И. Потери давления при течении жидкости во вращающемся канале, ось которого перпендикулярна оси вращения / А.И. Борисенко, О.Н. Костиков, В.И. Чумаченко // Инженерно-физический журнал. – 1975. – Т. 29, № 6. – С. 1024 – 1030.
52. Перельман, Р.Г. Гидравлическое сопротивление прямолинейных каналов в поле центробежных сил // Р.Г. Перельман, В.И. Поликовский // Известия АН СССР, ОТН. – 1956. – № 10. – С. 150 – 153.
53. Лепендин, Л.Ф. Акустика / Л.Ф. Лепендин. – М. : Высш. школа, 1978. – 448 с.
54. Годунов, С.К. Уравнения математической физики / С.К. Годунов. – М. : Наука, 1971. – 416 с.
55. Чугаев, Р.Р. Гидравлика (техническая механика жидкости) / Р.Р. Чугаев. – Л. : Энергоиздат, 1982. – 672 с.
56. Попов, Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы / Д.Н. Попов. – М. : Машиностроение, 1982. – 240 с.
57. Баранов, Д.А. Расчёт сепарационных процессов в гидроциклонах / Д.А. Баранов, А.М. Кутепов, М.Г. Лагуткин // Теоретические основы химических технологий. – 1996. – Т. 30, № 2. – С. 117 – 123.
58. Соколов, В.И. Центрифугирование / В.И. Соколов. – М. : Химия, 1976. – 182 с.
59. Холин, Б.А. Центробежные и вибрационные грануляторы пластов и распылителей жидкости / Б.А. Холин. – М. : Машиностроение, 1977. – 182 с.
60. Богданов, В.В. Эффективные малообъёмные смесители / В.В. Богданов, Е.И. Христофоров, Б.А. Клоцунг. – Л. : Химия, 1989. – 224 с.
61. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1978. – 736 с.

62. Плотников, В.А. Вихревой поток между пористыми цилиндрами / В.А. Плотников, О.А. Трошкин // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2000. – № 6. – С. 16 – 19.
63. Волк, А.М. Течение вязкой жидкости в пространстве между движущимися проницаемыми поверхностями / А.М. Волк // Инженерно-физический журнал. – 1993. – Т. 65, № 2. – С. 152 – 158.
64. Di Prima, R.C. Flow between rotating cylinders / R.C. Di Prima, I.T. Stuart // Trans. ASME. – 1972. – V. 94, № 3. – P. 266 – 274.
65. Gupta, M. Unsteady flow of viscous incompressible fluid between two porous coaxial rotating cylinders / M. Gupta, M. Goyal // Ing. Journal Pure Appl. Meth. – 1972. – V. 3, № 4. – P. 547 – 555.
66. Поникаров, С.И. Истечение жидкости из сопел во вращающуюся среду другой плотности / С.И. Поникаров, В.В. Кафаров // Теоретические основы химических технологий. – 1997. – Т. 31, № 5. – С. 453 – 457.
67. Weiman, P.D. On the spin – up and spin – down of a rotating fluid / P.D. Weiman // J. Fluid Mech. – 1976. – V. 77, № 5. – P. 685 – 694.
68. Червяков, В.М. Нестационарное течение жидкости в зазоре между ротором и статором / В.М. Червяков, В.И. Галаев, А.А. Коптев // Вестник ТГТУ. – 2003. – Т. 9, № 4. – С. 649 – 652.
69. Юрченко, А.В. Определение производительности рабочего элемента механического абсорбера с вращающимися конусами / В.А. Юрченко, А.А. Коптев, Г.С. Погосов // Химическое нефтяное машиностроение. – 1966. – № 12. – С. 14 – 15.
70. Червяков, В.М. Течение ньютоновской жидкости в зазоре между коническими проницаемыми поверхностями / В.М. Червяков, А.А. Коптев // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, № 2. – С. 92 – 98.
71. Karman, Th. Uber lamunare und turbulente Reibung / Th. Karman // ZAMM. – 1921 – № 1. – S. 233 – 252.
72. Кокушкин, О.А. О расчёте мощности ротационных аппаратов / О.А. Кокушкин, А.А. Барам, И.С. Павлушенко // Журнал прикладной химии. – 1969. – Т. 42, № 8. – С. 1793 – 1798.
73. О гидромеханических закономерностях работы роторно-пульсационных аппаратов / П.П. Дерко [и др.] // Теоретические основы химических технологий. – 1973. – Т. 7, № 1. – С. 123 – 125.
74. Иванец, Г.Е. Энергетическая характеристика роторно-пульсационного аппарата / Г.Е. Иванец, В.А. Плотников, П.В. Плотников // Журнал прикладной химии. – 2000 – Т. 73, № 9. – С. 1511 – 1514.
75. Червяков, В.М. Определение энергетических затрат в роторных аппаратах / В.М. Червяков, А.А. Коптев // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2005. – № 4. – С. 10 – 12.
76. Koptev, A.A. Flüssigkeitsströmung in den zentrifugalfeldern unter Wirkung der sich drehenden Scheiben. Problem von Th. Karman / A.A. Koptev // Transaction of TSTU. – 1995. – V. 1, № 1,2. – S. 65 – 74.
77. Ультразвук. Маленькая энциклопедия / гл. ред. И.П. Галямина. – М. : Советская энциклопедия, 1979. – 400 с.
78. Рамамурти, А.С. Степенная зависимость кавитационной эрозии и шума от скорости потока / А.С. Рамамурти, П. Бхаскаран // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1979. – Т. 101, № 1. – С. 188 – 195.
79. Шаин, Д.Л. Шум и эрозионное действие авторезонансных кавитационных струй / Д.Л. Шаин, П. Курбьер // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1988. – Т. 110, № 3. – С. 317 – 328.
80. Ильичёв, В.И. О соотношении акустических шумов и эрозии в гидромеханической кавитации / В.И. Ильичёв, Г.Н. Кузнецов // Доклады АН СССР. – 1968. – Т. 179, Вып. 4. – С. 809 – 812.
81. Cavitating and Structured Jets for Mechanical Bits to Increase Drilling Rate / V.E. Johnson [et al.] // ASME, Journal of Energy Resources Tehology. – 1984. – V. 106. – P. 282 – 294.
82. Флинн, Г. Физика акустической кавитации // Физическая акустика. – М. : Мир, 1967. – Т. 1, Ч. Б. – С. 7 – 138.
83. Холл, Ж.В. Кавитационный гистерезис / Ж.В. Холл, А.Л. Тристар // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1966. – Т. 88, № 1. – С. 159 – 171.
84. Холл, Ж.В. Кавитационное исследование различных типов ограниченной кавитации при обтекании несжимаемых тел / Ж.В. Холл, Ж.А. Керролл // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1981. – Т. 103, № 3. – С. 108 – 119.
85. Холл, Ж.В. Зародыши и возникновение кавитации / Ж.В. Холл // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1970. – Т. 92, № 4. – С. 12 – 22.
86. Смородов, Б.А. Экспериментальное исследование кавитации в вязких жидкостях : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / Б.А. Смородов. – М., 2003. – 19 с.
87. Драпезо, Б.Н. Взаимодействие и излучение сферических пульсирующих пузырьков в жидкости / Б.Н. Драпезо, А.Н. Иоффе // Тр. симпозиума по физической акустике гидравлических явлений. – Сухуми : СГУ, 1977. – С. 126 – 132.
88. Козырев, С.П. О захлопывании кавитационных камер, образованных электрическим разрядом в жидкости / С.П. Козырев // Доклады АН СССР. – 1968. – Т. 183, № 3. – С. 568 – 571.
89. Козырев, С.П. Гидроабразивный износ металлов при кавитации / С.П. Козырев. – М. : Машиностроение, 1971. – 240 с.
90. Немчин, А.Ф. Новые технологические эффекты теплопереноса при использовании кавитации / А.Ф. Немчин // Промышленная теплотехника. – 1997. – Т. 19, № 6. – С. 39 – 47.
91. Акуличев, В.А. Пульсация кавитационных полостей / В.А. Акуличев // Физика и техника мощного ультразвука. Мощные ультразвуковые поля. – М. : Наука, 1968. – С. 129 – 166.
92. Flynn, H.G. Cavitation Dynamics. 1. A mathematic formulation / H.G. Flynn // J Accust. Soc. Am. – 1975. – V. 57, № 6 – P. 1. – P. 1379 – 1396.
93. Flynn, H.G. Cavitation Dynamics. 2. Free publications and modeles for cavitation bubbles / H.G. Flynn // J. Accust. Soc. Am. – 1975. – V. 58, № 6. – P. 1. – P. 1160 – 1170.
94. Neppairas, E.A. Accoustic Cavitation / E.A. Neppairas // Physycs Reports. – 1980. – V. 61, № 3. – P. 159 – 251.
95. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М. : Наука. – 1973. – 847 с.
96. Исакович, М.А. Общая акустика / М.А. Исакович. – М. : Наука, 1973. – 459 с.

97. Червяков, В.М. Кавитационные явления в газожидкостной среде / В.М. Червяков, В.Ф. Юдаев // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2004. – № 4. – С. 73 – 77.
98. Червяков, В.М. Растворение твёрдого в жидкости и диспергирование жидкости в длинноканальном роторном аппарате с модуляцией потока : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.17.08 / В.М. Червяков. – М., : 1982. – 16 с.
99. Биглер, В.И. Влияние величины зазора на гидроакустические характеристики гидросирены // В.И. Биглер, В.Н. Лавренчик, В.Ф. Юдаев // Акустический журнал. – 1977. – Т. 23, № 3. – С. 356 – 362.
100. Юдаев, В.Ф. Об акустической кавитации в гидродинамических сиренах / В.Ф. Юдаев // Акустика и ультразвуковая техника. – Киев : Техника, 1983. – С. 13 – 18.
101. Серова, М.А. Методика расчёта роторного аппарата с модуляцией потока / М.А. Серова, В.Ф. Юдаев // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2003. – № 6. – С. 3–7.
102. Юдаев, В.Ф. Площадь проходного сечения диафрагмы модулятора роторного аппарата / В.Ф. Юдаев, Л.В. Чичева-Филатова, В.А. Алексеев // Известия вузов. Машиностроение. – 2004. – № 11. – С. 35–39.
103. Харкевич, А.А. Линейные и нелинейные системы / А.А. Харкевич. – М. : Наука, 1973. – Т. 2. – 566 с.
104. Красильников, В.А. Звуковые и ультразвуковые волны в воздухе, воде и твердых телах / В.А. Красильников. – М. : Физматиз, 1960. – 560 с.
105. Зарембо, Л.К. Введение в нелинейную акустику / Л.К. Зарембо, В.А. Красильников. – М. : Наука, 1966. – 520 с.
106. Бергман, Л. Ультразвук и его применение в науке и технике / Л. Бергман. – М. : Иностран. лит., 1956. – 726 с.
107. Юдаев, В.Ф. К вопросу о движении частицы в акустическом поле стоячих волн / В.Ф. Юдаев, Д.Т. Кокорев // Инженерно-физический журнал. – 1968. – Т. 14, № 1. – С. 162 – 164.
108. Angerer, O.A. Ultrashalireaction an pramitiv gebouten Tieren bei mikroskopischer Unters'uchung / O.A. Angerer, G. Barth, G. Bruns // Arzti Forsch. – 1951. – № 5. – P. 118 – 123.
109. Червяков, В.М. Обобщённая методика расчёта роторного аппарата с учётом акустической импульсной кавитации / В.М. Червяков, Ю.В. Воробьёв, В.Ф. Юдаев // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2005. – Т. 11, № 3. – 683 – 689 с.
110. Билле, М.Л. Масштабные эффекты при различных типах ограниченной кавитации / М.Л. Билле, Ж.В. Холл // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1981. – Т. 103, № 3. – С. 96 – 106.
111. Юдаев, В.Ф. Исследование гидродинамического аппарата сиренного типа и его использование для интенсификации технических процессов в гетерогенных системах : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.17.08 / В.Ф. Юдаев. – М., 1970. – 24 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

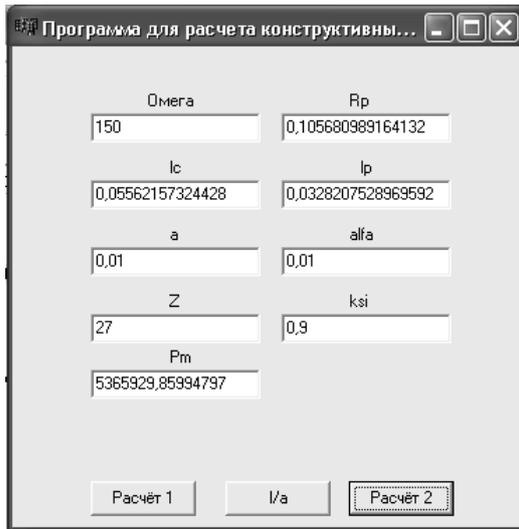


Рис. 1. Интерфейс программы с одним из результатов расчета

Пример расчёта параметров деталей роторного аппарата

ω	R_p	l_c	l_p	α	a	z	P_m
75	0,052	0,03	0,022	0,01	0,003	97	257 504
100	0,054	0,032	0,0224	0,01	0,003	69	1 080 687
150	0,057	0,034	0,024	0,01	0,003	44	8 137 145
300	0,064	0,038	0,025	0,01	0,003	20	251 446 144

ω	χ	l/a	K_k	H	b_p	Sh
75	0,7	7,34	2,99	0,0004	0,001	15,35
100	0,7	7,5	3,03	0,001	0,003	22,58
150	0,7	7,9	3,22	0,002	0,007	38,89
300	0,7	8,33	3,45	0,01	0,021	98,55

ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ

```
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include "Unit1.h"
#include "math.h"
#include "stdlib.h"
#include "dos.h"
#pragma package(smart_init)
#pragma link "CSPIN"
#pragma link "CGAUGES"
#pragma resource "*.dfm"
TForm1 *Form1;
__fastcall TForm1::TForm1(TComponent* Owner): TForm(Owner)
{
}
double pl,z,Cv,Cl,n,b,nv,dtd,xi,
We,Re,xa0,xai,l0,R,Rpp,dt,
Rvp,h,li,Cvp,Clp,t,s[6],
Ri,Ripp,Rivp,k[2][4],
kk = 0,mR,mRpp;
```

```

double __fastcall f(double tt)
{
if (fabs(tt)>0.5*dt) return(0);
else return(-exp(-(tt/dt)*(tt/dt)));
}
double __fastcall Ma(double pp)
{
double s11=(li*li)/Cvp;
double s12=(1.0-li)*(1.0-li)/Clp;
double s13=li*(1.0-li)/n;
double proizv=s11+s12+s13;
double koren;
koren=sqrt(fabs(proizv));
return(fabsl((pp*koren)/(2.0*M_PI)));
}
void __fastcall sCreate(double st,double sRpp)
{
double Max=Ma(sRpp);
s[1]=(1.0-2.0*Max);
s[2]=1.5*(1.0-1.3333333333333333*Max);
s[3]=(1.0+(Max*(1.0-Max)))*b;
s[4]=(1.0-(Max*(1.0-Max)));
s[5]=((4.0*Max)/Re)*(1.0-Max);
s[6]=(f(st)/xai)+1;
if(s[1])if(s[2])if(s[3])if(s[4])if(s[5])if(s[6]) {}
}
double __fastcall fRpp(double st,double sR,double sRpp)
{
sCreate(st,sRpp);
if (R) {}
double tmp=(We-((4.0*sRpp)/(Re*sR)));
if (R) {}
double tmp1=s[3]*pow(sR,-3*nv)-s[2]*sRpp*sRpp+s[4]*tmp-s[6];
if (R) {}
return(((tmp1*sRpp)/(sR*s[1]*sRpp+s[5]));
}
void __fastcall TForm1::BitBtn1Click(TObject *Sender)
{
Application->Terminate();
}

void __fastcall TForm1::Button1Click(TObject *Sender)
{
double tmpp;
int i,j;
z = zSpin->Value;
We = WeSpin->Value/((double)10000000.0);
Re = ReSpin->Value;
xa0 = xa0Spin->Value/((double)1000.0);
pl = plSpin->Value;
Cv = CvSpin->Value;
Cl = ClSpin->Value;
n = nSpin->Value;
b = bSpin->Value;
nv = nvSpin->Value/((double)1000.0);
dtd = dtdSpin->Value/((double)1000.0);
l0 = l0Spin->Value/((double)10000000.0);
tmpp = log10(l0);
xai = XaiSpin->Value;
xi = xa0/xai;
R = RSpin->Value*pow(xi,0.3333333333333333)/((double)1000.0);
Rpp = RppSpin->Value/((double)1000.0);
dt = dtd*pow(xi,0.8333333333333333);
Cvp = (pl/z)*Cv*Cv;
Clp = (pl/z)*Cl*Cl;
t=0.0;
}

```

```

Series1->Clear();
Series2->Clear();
Series3->Clear();
Series5->Clear();
/*if (Gr4->Checked)*/ Series4->Clear();
Series1->AddNullXY(0,0,"");
Series2->AddNullXY(0,0,"");
Series3->AddNullXY(0,0,"");
Series5->AddNullXY(0,0,"");
//Series4->AddNullXY(0,0,"");
h=pow(10.0,-hSpin->Value);
CGauge1->MaxValue = miSpin->Value;
double mi = miSpin->Value+1.0;
struct time time1;
gettime(&time1);
kk=2.0*Rpp*Rpp/xi;
int t1 = (((time1.ti_hour*60+time1.ti_min)*60)+time1.ti_sec)*100+time1.ti_hund;
for (i=0;i<mi;i++)
{
li = (10*R*R*R)/(1.0-(10*(1.0-R*R*R)));
//if (R<0.1) R=0.1;
CGauge1->Progress=i;
k[1][1]=Rpp;//fR(t,R,Rpp);
k[2][1]=fRpp(t,R,Rpp);
k[1][2]=Rpp+(0.5*h*k[2][1]);//fR(t+(0.5*h),R+(0.5*h*k[1][1]),Rpp+(0.5*h*k[2][1]));
k[2][2]=fRpp(t+(0.5*h),R+(0.5*h*k[1][1]),Rpp+(0.5*h*k[2][1]));
k[1][3]=Rpp+(0.5*h*k[2][2]);//fR(t+(0.5*h),R+(0.5*h*k[1][2]),Rpp+(0.5*h*k[2][2]));
k[2][3]=fRpp(t+(0.5*h),R+(0.5*h*k[1][2]),Rpp+(0.5*h*k[2][2]));
k[1][4]=Rpp+(h*k[2][3]);//fR(t+h,R+(h*k[1][3]),Rpp+(h*k[2][3]));
k[2][4]=fRpp(t+h,R+(h*k[1][3]),Rpp+(h*k[2][3]));
Ri=R+(0.1666666666666667*h)*(k[1][1]+2.0*k[1][2]+2.0*k[1][3]+k[1][4]);
Ripp=Rpp+(0.1666666666666667*h)*(k[2][1]+2.0*k[2][2]+2.0*k[2][3]+k[2][4]);
Rvp=(Ripp-Rpp)/h;
//if (((Ri-R)<0.0)&&(t>5.0)) break;
Series1->AddXY(t,R,"",clRed);
Series2->AddXY(t,Rpp,"",clRed);
Series3->AddXY(t,Rvp,"",clRed);
Series5->AddXY(t,Ma(Rpp),"",clRed);
R=Ri;
if (fabs(Ripp)<0.000001) Ripp = 0.000001;
Rpp=Ripp;
t+=h;
if (t>1.0) mR=((2.0*Rpp)+(R*Rvp))/xi;
/* if ((kk<mR)&&(t>1.0))
{
kk=mR;
Edit3->Text=t;
u=1;
}
else if ((u=1)&&(t>5.0)) break;*/
}
Edit2->Text=kk;

if (Gr4->Checked)
for (j=100;j<501;j++)
{
R = RSpin->Value*pow(xi,0.3333333333333333)/((double)1000.0);
Rpp = RppSpin->Value/((double)1000.0);
xai = (double)j/1000.0;
xi = xa0/xai;
dt = dtd*pow(xi,0.8333333333333333);
li = (10*xi)/(1.0 - 10*(1.0 - xi));
CGauge2->Progress=j;
t=0;
kk=2.0*Rpp*Rpp/xi;
Edit2->Text=Edit5->Text;

```

```

for (i=0;i<mi;i++)
{
li = (10*R*R*R)/(1.0-(10*(1.0-R*R*R)));
k[1][1]=Rpp;
k[2][1]=fRpp(t,R,Rpp);
k[1][2]=Rpp+(0.5*h*k[2][1]);
k[2][2]=fRpp(t+(0.5*h),R+(0.5*h*k[1][1]),Rpp+(0.5*h*k[2][1]));
k[1][3]=Rpp+(0.5*h*k[2][2]);
k[2][3]=fRpp(t+(0.5*h),R+(0.5*h*k[1][2]),Rpp+(0.5*h*k[2][2]));
k[1][4]=Rpp+(h*k[2][3]);
k[2][4]=fRpp(t+h,R+(h*k[1][3]),Rpp+(h*k[2][3]));
Ri=R+(0.166666666667*h)*(k[1][1]+2.0*k[1][2]+2.0*k[1][3]+k[1][4]);
Ripp=Rpp+(0.166666666667*h)*(k[2][1]+2.0*k[2][2]+2.0*k[2][3]+k[2][4]);
Rvp=(Ripp-Rpp)/h;
R=Ri;
if (Ripp == 0) Ripp = h;
Rpp=Ripp;
t+=h;
if (t>1)mR=((2.0*Rpp)+(R*Rvp))/xi;
if ((kk<mR)&&(t>1))
{
kk=mR;
Edit3->Text=t;

}
}
Edit5->Text=Series4->MaxYValue();
if (Edit2->Text != Edit5->Text) Edit4->Text=xai;
Series4->AddXY(xai,kk,"",clRed);
}
gettime(&time1);
t1 = (((time1.ti_hour*60+time1.ti_min)*60)+time1.ti_sec)*100+time1.ti_hund)-t1;
Edit1->Text=t1;
}

```

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ	3
ВВЕДЕНИЕ	5
1. ТЕЧЕНИЕ СРЕДЫ В РОТОРНОМ АППАРАТЕ	6
1.1. ТЕЧЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ РОТОРНОГО АППАРАТА.....	6
1.1.1. Зонный подход к закономерностям движения среды при переходе от канала ротора к каналу статора	6
1.1.2. Площадь проходного сечения модулятора роторного аппарата.....	9
1.1.3. Модель течения среды во вращающихся каналах.....	10
1.1.4. Критерии подобия нестационарного течения среды в каналах ротора.....	13
1.1.5. Модель течения среды в каналах статора.....	17
1.1.6. Моделирование течения несжимаемой среды в канале статора.....	18
1.1.7. Влияние кориолисовой и центробежной сил на течение среды в модуляторе роторного аппарата.....	23
1.2. ТЕЧЕНИЕ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ РОТОРНОГО АППАРАТА.....	28
1.2.1. Модель течения среды в каналах ротора.....	28
1.2.2. Модель течения среды в каналах статора.....	32
1.2.3. Моделирование течения сжимаемой среды в каналах статора.....	33
1.2.4. Границы использования модели течения сжимаемой жидкости.....	37
1.3. ТЕЧЕНИЕ СРЕДЫ В РАДИАЛЬНОМ ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ РОТОРОМ И СТАТОРОМ.....	38
1.3.1. Нестационарное течение жидкости в радиальном зазоре между цилиндрическими ротором и статором...	38
1.4. ТЕЧЕНИЕ СРЕДЫ В РАДИАЛЬНОМ ЗАЗОРЕ МЕЖДУ КОНИЧЕСКИМИ РОТОРОМ И СТАТОРОМ.....	41
1.4.1. Течение среды между коническими проницаемыми поверхностями.....	41
1.4.2. Численное решение уравнений.....	45
1.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГОЗАТРАТ В РОТОРНОМ АППАРАТЕ.....	49
1.5.1. Потребляемая мощность роторным аппаратом с цилиндрическими ротором и статором.....	49
1.5.2. Потребляемая мощность роторным аппаратом с коническими ротором и статором.....	54
2. ЯВЛЕНИЕ КАВИТАЦИИ В РОТОРНЫХ АППАРАТАХ	57
2.1. Динамика кавитационного пузырька с учётом влияния газосодержания на сжимаемость среды.....	57
2.1.1. Влияние содержания свободного газа на закономерности кавитации.....	57
2.1.2. Динамика кавитационного пузыря применительно к условиям работы промышленного роторного аппарата	59

2.2. ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ДИНАМИКУ КАВИТАЦИОННОГО ПУЗЫРЯ.....	66
2.2.1. Влияние числа акустической кавитации, газосодержания начального радиуса пузыря на амплитуду кавитационных импульсов давления....	66
2.2.2. Влияние содержания свободного газа в жидкости, критериев Вебера, Рейнольдса и начального радиуса пузыря на критерий акустической кавитации	70
3. ЯВЛЕНИЕ РЕЗОНАНСА В РОТОРНЫХ АППАРАТАХ.....	73
3.1. Резонанс и стоячие волны в каналах статора и камере озвучивания.....	73
3.2. Влияние резонанса на гидравлические характеристики роторного аппарата.....	75
3.3. Механизм интенсификации массообменных процессов при возникновении стоячих волн.....	76
4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ РОТОРНЫХ АППАРАТОВ И МЕТОДИКИ РАСЧЁТА С УЧЁТОМ ГИДРОДИНАМИКИ ПОТОКОВ, КАВИТАЦИИ И РЕЗОНАНСА	79
4.1. Обобщённая методика расчёта роторного аппарата	79
4.1.1. Выбор минимального зазора между ротором и статором.....	79
4.1.2. Соотношение между шириной статора и длиной нерадиального канала.....	80
4.1.3. Обобщённая методика расчёта роторного аппарата	80
4.2. Оптимальное проектирование роторного аппарата.....	86
4.2.1 Методы оптимального проектирования.....	87
4.2.2. Постановка задачи оптимального проектирования роторного аппарата.....	88
4.2.3. Методика оптимального проектирования роторного аппарата.....	89
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	93
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	101