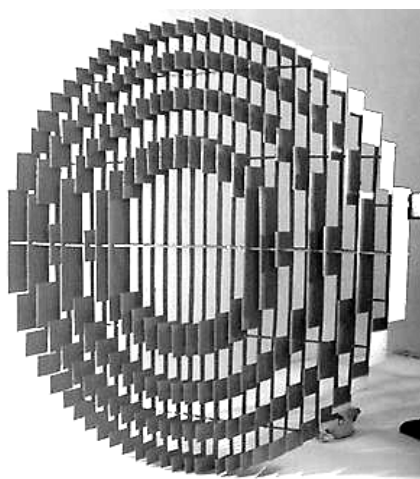


Н.Я. МОЛОТКОВ, О.В. ЛОМАКИНА, А.А. ЕГОРОВ

ОПТИКА И КВАЗИОПТИКА СВЧ

Н.Я. МОЛОТКОВ, О.В. ЛОМАКИНА, А.А. ЕГОРОВ

ОПТИКА И КВАЗИОПТИКА СВЧ



• ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ •

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО "Тамбовский государственный технический университет"

Н.Я. МОЛОТКОВ, О.В. ЛОМАКИНА, А.А. ЕГОРОВ

ОПТИКА И КВАЗИОПТИКА СВЧ

*Рекомендовано учебно-методическим объединением вузов
Российской Федерации по образованию в области радиотехники, электроники, биомедицин-
ской техники и автоматизации в
качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по спе-
циальности 210201 "Проектирование и
технология радиоэлектронных средств" направления
210200 "Проектирование и технология электронных средств"*



Тамбов
Издательство ТГТУ
2009

УДК 535(075)
ББК 86-5я73
М758

Р е ц е н з е н т ы:

Доктор педагогических наук, профессор

А.Н. Малинин

Кандидат технических наук, доцент

Л.М. Макаров

Кандидат технических наук, доцент

А.А. Иванов

Молотков, Н.Я.

М758 Оптика и квазиоптика СВЧ : учебное пособие /
Н.Я. Молотков, О.В. Ломакина, А.А. Егоров. – Там-
бов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. – 380 с. –
100 экз. – ISBN 978-5-8265-0880-0.

Содержит последовательное и полное изложение основ электро-
магнитной теории света и его воздействие с веществом. Значительное
внимание уделяется современным методам экспериментального иссле-
дования волновых явлений не только в оптическом, но и радиодиапа-
зоне сверхвысоких частот (СВЧ), что позволило в квазиоптическом
приближении исследовать многие более тонкие оптические явления на
отрезках сравнимых и меньших длины волны.

Предназначено для студентов и преподавателей вузов.

УДК 535(075)

ББК 86-5я73

ISBN 978-5-8265-0880-0

© ГОУ ВПО "Тамбовский государственный
технический университет" (ТГТУ), 2009

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга посвящена изложению волновой оптики на основе электромагнитной теории и экспериментальному исследованию основных явлений не только в оптическом, но и радиофизическом диапазоне СВЧ ($\lambda = 3,2$ см). Введение элементов радиофизики в курс оптики, с одной стороны, позволяет привести лекционный эксперимент в соответствие с современным техническим уровнем, а с другой стороны, осуществить единый подход к изложению оптических и электромагнитных явлений, что содействует повышению научного уровня преподавания учебного материала. По мнению многих физиков-методистов, взятый в отдельности оптический диапазон волн не может полностью обеспечить успеха в изучении оптики и только правильное сочетание его с другими диапазонами волн позволяет достичь высоких результатов в обучении. Пионерами введения элементов радиофизики, как экспериментальной базы, в процесс обучения волновой оптики, являются Н.Н. Малов, Н.И. Калитеевский, Б.Ш. Перкальскис, Н.М. Шахмаев и др. Использование физического эксперимента по оптике в двух диапазонах волн должно быть комплексным: демонстрация одного диапазона волн должны дополнять, обогащать другой. Между ними на лекции должна быть установлена тесная, органическая взаимосвязь. Привлечение двух диапазонов волн не должно приводить к чрезмерному увеличению числа демонстраций. В некоторых случаях явления достаточно показать в одном диапазоне; например, получение волн с круговой или эллиптической поляризацией легче осуществить в радиодиапазоне электромагнитных волн. Кольца же Ньютона, естественно лучше продемонстрировать в классическом варианте, хотя для выяснения сущности интерференции, несомненно, может быть привлечен и диапазон СВЧ. Методика комплексного использования двух диапазонов (оптического и радиофизического) в преподавании оптики может быть самой разнообразной. Демонстрации обоих диапазонов волн могут служить или исходным элементом в проблемном изложении изучаемого материала, или иллюстрацией к нему, или подтверждением изложенного. Часто изложение материала может предварять эксперимент в оптическом диапазоне, а подтверждать – эксперимент в радиодиапазоне СВЧ, или наоборот. Всё это определяется особенностью изучаемого вопроса, его трудностью, уровнем подготовки слушателей и т.п.

Первая глава посвящена введению в геометрическую и волновую оптику. Рассматривается прохождение света и радиоволн через призмы и линзы. Исследуется проникновение волн в оптически менее плотную среду при условии полного внутреннего отражения. Изучается распространение волн в неоднородных средах. Обсуждаются предварительные вопросы поляризации света и радиоволн, законы Малюса и Брюстера.

Вторая и третья главы посвящены интерференционным и дифракционным явлениям света и радиоволн. Большое внимание уделено как двух, так и многолучевой интерференции. Выявляется роль дифракционных явлений в фокусировке с помощью вогнутых зеркал и линз, которые рассматриваются как предельный случай зонных и субзонных фазовых пластинок. Рассмотрены фокусирующие системы с переменным показателем преломления. Изучаются амплитудные и фазовые дифракционные решётки, а также осуществляется моделирование дифракции рентгеновских лучей.

В четвёртой главе рассмотрены кристаллооптические явления и даётся их наглядное экспериментальное обоснование в диапазоне СВЧ на базе искусственных анизотропных сред. В частности слоистые диэлектрические структуры для радиоволн являются аналогом кристалла исландского шпата. Даётся экспериментальное исследование анизотропных свойств моделей одноосного кристалла. Подробно обсуждается сложение двух когерентных волн с ортогональными линиями поляризации, теория интерференции поляризованных волн в кристаллах и анализ поляризованного излучения. Рассмотрены опыты Араго и Френеля и суперпозиция волн с круговыми поляризациями.

Заключительная глава включает вопросы дисперсии, поглощения и рассеяния света и радиоволн.

Постановка большинства лекционных опытов осуществлялась весьма скромными средствами, так что их можно успешно воспроизводить в любом физическом кабинете вуза. В качестве источника и приёмника радиоволн СВЧ может быть использована стандартная аппаратура, выпускаемая нашей промышленностью.

Глава 1

ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕТРИЧЕСКУЮ И ВОЛНОВУЮ ОПТИКУ

1.1. ПРЕДМЕТ ОПТИКИ

Оптика, точнее – физическая оптика, есть раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также его взаимодействие с веществом. Под светом понимают не только видимый свет, но и примыкающие к нему широкие области спектра электромагнитного излучения – инфракрасную и ультрафиолетовую. Различные участки спектра электромагнитного излучения отличаются друг от друга длиной волны λ и частотой ν . Электромагнитный спектр принято подразделять на радиоволны, инфракрасное, видимое, ультрафиолетовое, рентгеновское и гамма-излучения. Эти участки спектра различаются не по своей физической природе, а по способу генерации и приёму излучения. Поэтому между ними нет резких переходов и границы между ними условны.

Видимое, инфракрасное и ультрафиолетовое излучения составляют так называемую *оптическую область спектра*. Выделение этой области обусловлено не только близостью соответствующих участков спектра, но и сходством методов и приборов, применяющихся для их исследования.

Оптический спектр занимает диапазон от условной границы инфракрасного излучения ($\lambda = 2$ мм) до условной коротковолновой границы ультрафиолета ($\lambda = 10^{-8}$ м). Видимое излучение имеет приблизительно диапазон ($\lambda = 400 \dots 760$ нм). В оптической области спектра частота ν становится сравнимой с собственными частотами атомов и молекул. Благодаря этому в этой области становятся существенными явления, обусловленные атомистическим строением вещества. Вследствие этого, наряду с волновыми проявляются и квантовые свойства света. Энергия светового кванта определяется выражением

$$E = h\nu,$$

где $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная М. Планка.

Следует заметить, что волновые и квантовые закономерности являются общими для всего спектра электромагнитного излучения. Только, в зависимости от длины волны, на первый план выступают разные явления, разные методы исследования и разные практические применения. Поэтому на изучение оптики нельзя смотреть как на замкнутую дисциплину, изучающую только оптическую область спектра, отделённую от других областей резкими границами. В связи с этим многие оптические явления целесообразно иллюстрировать в сантиметровом диапазоне радиоволн ($\lambda = 3,2$ см). Введение элементов радиофизики в изучение волновой оптики позволяет утвердить взгляд обучаемых на оптические явления как на элек-

ромагнитные, вскрыть глубокое единство природы оптических и радиофизических явлений. Физический эксперимент в каждом диапазоне волн имеют свои возможности для лучшего усвоения и понимания учебного материала. Так, опыты в оптическом диапазоне волн позволяют успешно формировать конечный результат явления, его картину, образ. Однако при этом невозможно наблюдать "механизм" волновых процессов на отрезках, сравнимых с длиной волны. Эксперимент в квазиоптическом приближении позволяет наглядно изучать явления на отрезках сравнимых и меньших, чем длина волны. Кроме того, расширяются экспериментальные возможности изучения более тонких физических явлений. Разработанный физический эксперимент может так же использоваться для постановки лабораторного практикума по волновой оптике в диапазоне СВЧ.

Одновременное рассмотрение оптических и радиофизических явлений позволяет выявить то общее, что есть между электромагнитными и световыми волнами, показать как знание одних может способствовать пониманию других. Плодотворность такого метода сравнений и аналогий общеизвестна не только в педагогической, но и в научной мысли. Как подчеркивал Л.И. Мандельштам (1979 – 1944), изучая колебательные явления в одной области, например в оптике, мы приобретаем интуицию в другой области, например радиофизике. Часто, наоборот, "тёмные места в оптике освещаются, как прожектором, при изучении колебаний в механике".

Оптика и радиофизика имеют огромное практическое значение. Использование оптических телескопов и радиотелескопов позволяют исследовать нашу Вселенную. Методы оптической спектроскопии и методы, например, ядерного магнитного резонанса позволяют изучать закономерности микромира. Современная связь, телевидение и многие другие отрасли тесно связаны с развитием как оптики, так и радиофизики. Изобретение мазеров и лазеров открыло новые возможности не только в оптике, но и других отраслях науки и техники.

1.2. ПОНЯТИЕ О ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКЕ

Простейшие оптические явления, например возникновение теней и получение изображений в оптических приборах, могут быть поняты в рамках так называемой *геометрической оптики*. В её основе лежат четыре закона, установленных опытным путём: 1) закон прямолинейного распространения света; 2) закон независимости световых пучков; 3) закон отражения; 4) закон преломления света. Для понимания более сложных явлений необходимо привлекать уже физическую оптику, которая рассматривает различные явления с точки зрения физической природы света. Физическая оптика позволяет, в частности, не только вывести все законы геометрической оптики, но и установить границы их применимости. Без знания этих границ формальное применение законов геометрической оптики может привести к результатам, противоречащим опытным наблюдениям.

1. Согласно закону прямолинейного распространения, *свет в прозрачной однородной среде распространяется по прямым линиям*. Этот закон, в частности, позволяет объяснить образование теней, отбрасываемых непрозрачными телами. Однако, в большей или меньшей мере, наблюдаются отступления от закона прямолинейного распространения света. На границе света и тени наблюдается переходная область, в которой могут возникать дифракционные полосы. Свет, подобно звуку, огибает препятствия стоящие на пути его распространения. Это явление называется дифракцией.

2. Закон независимости световых пучков состоит в том, что *распространение всякого светового пучка в среде совершенно не зависит от того, есть в ней другие пучки света или нет*. Закон независимости световых пучков справедлив для некогерентных источников света. Освещённость экрана, создаваемая несколькими световыми пучками, равна сумме освещённостей, создаваемых каждым пучком в отдельности. Данный закон нарушается в явлениях интерференции света.

В геометрической оптике пользуются термином *световой луч*. В математическом смысле луч – есть линия, вдоль которой распространяется свет. Реальный световой пучок состоит из бесконечного множества световых лучей. Реальное существование имеют не математические

лучи и бесконечно тонкие пучки света, а пучки конечного поперечного сечения, вырезаемые диафрагмами. Пучок света нельзя превратить в математический луч, так как возникают дифракционные явления.

3. Если луч достигает плоской границы двух прозрачных однородных сред, он частично проходит во вторую среду (преломляется), частично возвращается обратно (отражается). Закон отражения света был известен древним грекам. Он утверждает: *падающий и отражённый лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела в точке падения (эта плоскость называется плоскостью падения), причём угол падения α равен углу отражения α'* (рис. 1):

$$\alpha' = \alpha. \quad (1.2.1)$$

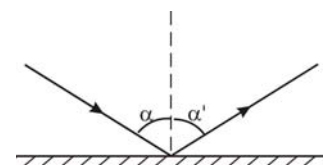


Рис. 1

4. Закон преломления был экспериментально установлен в 1621 году Снеллиусом: преломленный луч лежит в плоскости падения, причём *отношение синуса угла падения α к синусу угла преломления β для рассматриваемых сред (рис. 2) зависит только от длины волны, но не зависит от угла падения, т.е.*

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}, \quad (1.2.2)$$

где n_{21} называется *относительным показателем преломления второй среды относительно первой*. Показатель преломления среды относительно вакуума называется абсолютным показателем преломления этой среды. Согласно электромагнитной природе света, абсолютный показатель преломления показывает во сколько раз скорость света в вакууме c больше, чем скорость V в данной среде.

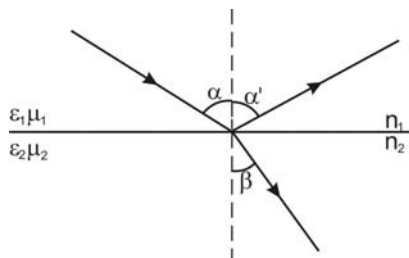


Рис. 2

Для первой среды имеем

$$n_1 = \frac{c}{V_1}, \quad (1.2.3)$$

где V_1 – скорость света в первой среде, которая зависит от относительных диэлектрической ϵ_1 и магнитной μ_1 проницаемости данной среды, т.е.

$$V_1 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}. \quad (1.2.4)$$

Следовательно,

$$n_1 = \frac{c}{V_1} = \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}. \quad (1.2.5)$$

Аналогично для абсолютного показателя преломления второй среды имеем

$$n_2 = \frac{c}{V_2} = \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}. \quad (1.2.6)$$

Относительный показатель преломления n_{21} выражается через абсолютные показатели n_1 и n_2 соотношением

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}. \quad (1.2.7)$$

Таким образом, закон преломления света можно записать в виде

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}}. \quad (1.2.8)$$

Принято считать, что среда, имеющая больший абсолютный показатель преломления, является *оптически более плотной*.

1.3. ОБОСНОВАНИЕ ЗАКОНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Пифагор (около 580 – 500 до н. э.) считал, что предметы становятся видимыми благодаря мельчайшим частицам, испускаемым ими и попадающими в глаз наблюдателю. Декарт полагал, что свет – это сжатие, распространяющееся в идеальной упругой среде (эфире), которое заполняет все мировое пространство. Скорость света была определена в 1676 году О. Рёмером из наблюдений затмений спутников Юпитера. Гук и Гримальди считали, что свет представляет собой быстро распространяющиеся волны. Ньютон большее предпочтение отдавал корпускулярной теории света. Для вывода количественных законов отражения и преломления света надо предположить, что силы, действующие на корпускулу в приграничном слое, нормальны к границе раздела сред. Такие силы меняют только нормальные составляющие скорости световой корпускулы, оставляя касательные скорости без изменения (рис. 3). В силу равенства касательных составляющих скоростей

$$V_{1\tau} = V_{2\tau}$$

получим

$$V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta,$$

или

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{V_2}{V_1} \quad (1.3.1)$$

Эта формула была получена Ньютоном. Из неё следует, что в сильно преломляющих средах скорость света должна быть больше, чем в менее преломляющих, что противоречит формуле (1.2.8).

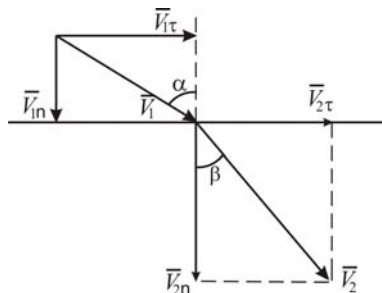


Рис. 3

Гюйгенс не сомневался в волновой природе света. Ему удалось дать строгое объяснение законов отражения и преломления.

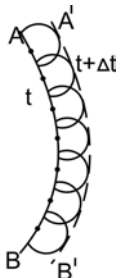


Рис. 4

Пусть имеется произвольная волновая поверхность AB в момент времени t (рис. 4). Согласно принципу Гюйгенса, каждая точка волновой поверхности является источником вторичных сферических волн, а огибающая этих вторичных волн $A'B'$ определяет положение новой волновой поверхности в момент времени $t + \Delta t$.

Докажем закон отражения света, используя принцип Гюйгенса. Пусть на плоское зеркало MN падает плоская волна, ограниченная лучами 1 и 2 (рис. 5). Пусть в момент времени t волновая поверхность этой волны занимает положение OA , при этом угол падения равен i . Допустим, что за время Δt волна из точки A приходит в точку B . За то же время Δt из точки O излучается вторичная сферическая волна

на расстояние $R = AB$. Касательная BC , проведённая из точки B к сферической поверхности, определяет положение нового, отражённого волнового фронта. При этом лучи $1'$ и $2'$ ограничивают, отражённый пучок света. Угол $AOB = i$, как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Угол отражения обозначим i' . Треугольники $\triangle OAB$ и $\triangle OCB$ прямоугольные и равные, так как катеты $AB = OC$, а гипотенуза OB общая. Следовательно, угол AOB равен углу CBO . Но угол $AOB = i$, а угол $CBO = i'$ как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Окончательно получаем $i = i'$, т.е. справедливость закона отражения доказана.

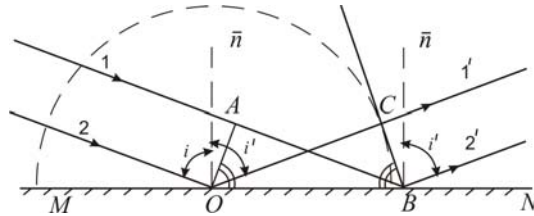


Рис. 5

Докажем справедливость закона преломления света. Пусть на границу MN раздела двух различных прозрачных сред 1 и 2 падает плоская волна под углом i , которая в момент времени t имеет волновую поверхность OA (рис. 6). Пусть за время Δt волна из точки A приходит в точку B . Следовательно, отрезок $AB = V_1 \Delta t$, где V_1 – скорость волны в первой среде. За это время из точки O излучается вторичная сферическая волна на расстояние $R = V_2 \Delta t$, где V_2 – скорость волны во второй среде. При этом считаем, что $V_2 < V_1$, поэтому $R < AB$. Касательная BC , проведённая из точки B к сферической поверхности, определяет положение волновой поверхности CB преломлённой волны. Лучи, $1'$ и $2'$ перпендикулярные этой поверхности, определяют преломлённый пучок света.

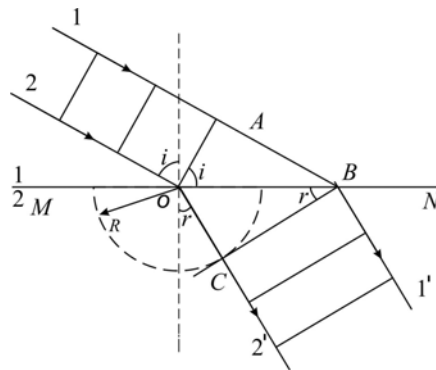


Рис. 6

Угол $AOB = i$ и угол $OBC = r$ – как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Из треугольника $\triangle OAB$ имеем

$$\sin i = \frac{AB}{OB} = \frac{V_1 \Delta t}{OB}.$$

Из треугольника $\triangle OBC$ получим

$$\sin r = \frac{OC}{OB} = \frac{V_2 \Delta t}{OB}.$$

Возьмём отношение этих выражений:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (1.3.2)$$

Мы приходим к закону преломления света.

Принцип Гюйгенса не позволяет объяснить образование теней, так как на распространение вторичных волн не накладываются какие-либо ограничения, и они могут заходить в область геометрической тени, т.е. этот принцип не позволяет объяснить прямолинейность распространения света.

В XVII веке Пьер Ферма выдвинул принцип, согласно которому свет при распространении из одной точки в другую выбирает путь, которому соответствует наименьшее время распространения. Этот принцип также позволяет объяснить основные законы геометрической оптики. Докажем справедливость закона отражения света.

Пусть перед зеркалом MN в точке A находится источник света, а в точке B – приёмник (рис. 7). По какому пути должен идти свет на зеркало и от него, чтобы время распространения было минимальным? Очевидно, что путь, проходимый светом, должен быть кратчайшим.

Из точки B опустим перпендикуляр на зеркало и построим точку B' так, чтобы отрезок $BC = B'C$. Кратчайший путь из точки A в точку B' будет прямая линия, проходящая через точку D . Соединим точку D и B прямой линией. По построению $\triangle DBC = \triangle DCB'$. Следовательно, угол $\gamma_1 = \gamma_2$. Но угол γ_2 равен углу γ_3 , как углы накрест лежащие. Поэтому $\gamma_1 = \gamma_3$, а, следовательно, $i = i'$.

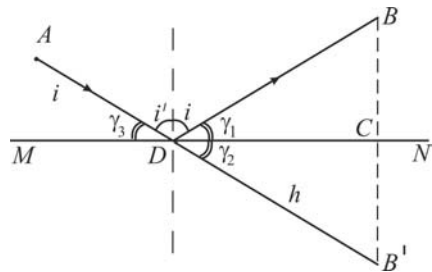


Рис. 7

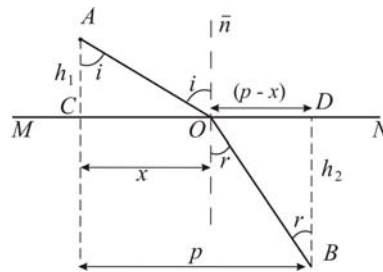


Рис. 8

Пользуясь принципом Ферма докажем справедливость закона преломления света. Пусть MN – граница раздела двух прозрачных сред 1 и 2 (рис. 8). Будем считать, что скорость света во второй среде меньше, чем в первой: $V_2 < V_1$. Найдём, по какому пути свет должен идти из точки A в точку B , чтобы затратить наименьшее время? Опустим из точек A и B на границу раздела перпендикуляры AC и BD ; $AC = h_1$; $BD = h_2$. Введём обозначения: $CD = p$; $CO = x$; $OD = (p - x)$. Время t распространения света из точки A в точку B равно

$$t = \frac{OA}{V_1} + \frac{OB}{V_2} = \frac{\sqrt{x^2 + h_1^2}}{V_1} + \frac{\sqrt{(p-x)^2 + h_2^2}}{V_2}. \quad (1.3.3)$$

Найдём производную по x и приравняем её к нулю:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{2V_1} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + h_1^2}} - \frac{1}{2V_2} \frac{2(p-x)}{\sqrt{(p-x)^2 + h_2^2}} = 0, \quad (1.3.4)$$

или

$$\frac{x}{V_1 \cdot OA} - \frac{(p-x)}{V_2 \cdot OB} = 0.$$

Учитывая, что треугольники $\triangle OAC$ и $\triangle OBD$ прямоугольны, получим

$$\frac{\sin i}{V_1} - \frac{\sin r}{V_2} = 0,$$

откуда находим закон преломления света:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}, \quad (1.3.5)$$

где n_{21} – относительный показатель преломления.

1.4. ПРОХОЖДЕНИЕ СВЕТА И РАДИОВОЛН ЧЕРЕЗ ПРИЗМЫ И ЛИНЗЫ

Допустим, что на грань призмы падает параллельный пучок света. Если призма изготовлена из оптически более плотного вещества, чем окружающая среда, – например, стеклянная призма в воздухе, то пучок, дважды преломившись в призме, отклонится от первоначального направления на некоторый угол в сторону основания призмы. На рисунке 9 показано прохождение лазерного излучения через стеклянную призму, причём заметно не только преломление, но и частичное отражение света от левой грани призмы. Для получения трёх параллельных пучков, лазерное излучение предварительно приходило через три параллельные полупрозрачные пластинки, установленные под углом 45° к подающему на них излучению.

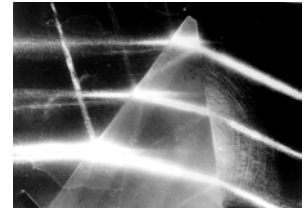


Рис. 9

Найдём угол отклонения лучей в призме. Пусть преломляющий угол призмы (рис. 10) равен ε . Законы преломления на гранях призмы имеют вид

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \beta_1} = n; \quad \frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha_2} = \frac{1}{n}.$$

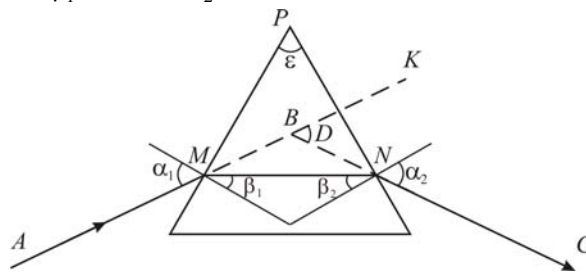


Рис. 10

Угол отклонения луча обозначим через $\angle KBC = D$. Из треугольника MBN имеем

$$D = \alpha_1 - \beta_1 + \alpha_2 - \beta_2 = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2);$$

Из треугольника MNP имеем $(90^\circ - \beta_1) + (90^\circ - \beta_2) + \varepsilon = 180^\circ$, или $\varepsilon = \beta_1 + \beta_2$, потому угол отклонения волн призмой равен

$$D = \alpha_1 + \alpha_2 - \varepsilon.$$

Призмы для радиоволн ($\lambda = 3,2$ см) могут быть изготовлены из любого диэлектрика: органическое стекло, эбонит, текстолит и др. Для исключения дифракционных явлений призмы должны иметь значительные размеры. Грань, на которую падают радиоволны, должна иметь размер порядка 25×25 см. Поэтому призмы, выполненные, например, из оргстекла, получаются массивными и громоздкими. В технике сверхвысоких частот (СВЧ) широкое применение получили *искусственные преломляющие среды*: металлодиэлектрики, волноводные и металлоленточные структуры (§ 2.4). Искусственные среды имеют ряд преимуществ перед естественными. Так волноводные и металлоленточные структуры имеют хорошие преломляющие свойства, малый коэффициент поглощения и отражения. Именно эти искусственные среды часто используются в технике СВЧ для изготовления линз и призм.

Волноводная призма для радиоволн (рис. 11) состоит из прямоугольных волноводов сечением $a = 20$ мм. Металлоленточная призма (рис. 12) изготовлена из тонких металлических листов, установленных на расстоянии $a = 20$ мм. Фазовая скорость волн V в волноводной или металлоленточной структуре зависит (2.4.4) от сечения a волноводов или от расстояния a между лентами:

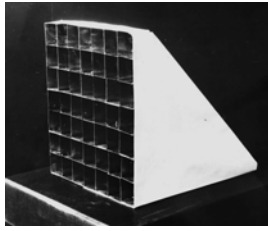


Рис. 11

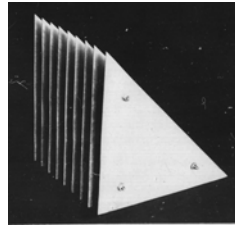


Рис. 12

$$V = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}, \quad (1.4.1)$$

где c – скорость света в вакууме, λ – длина волны радиоволн

в свободном пространстве. Так как $\lambda/2 < a < \lambda$, то $V > c$, т.е. фазовая скорость волн в искусственной среде больше, чем в воздухе. Следовательно, эквивалентный показатель преломления волноводной или металленточной структуры меньше единицы:

$$n = \frac{c}{V} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (1.4.2)$$

При этом необходимо, чтобы электрический вектор \vec{E} волны был параллелен лентам металленточной структуры. Например, при $a = 20$ мм, $n = 0,6$. Другими словами, волноводные и металленточные структуры являются "оптически" менее плотными, чем воздух. Угол при вершинах призм выбирается равным $\alpha = 45^\circ$.

Для наблюдения преломления радиоволн устанавливают источник (1) и приёмник (2) на одной прямой в отсутствии призм (рис. 13). Измеряют интенсивность принимаемого сигнала. Устанавливают на пути радиоволн, например, металленточную призму. Отмечают отсутствие приёма волн. Приём радиоволны прежней интенсивности

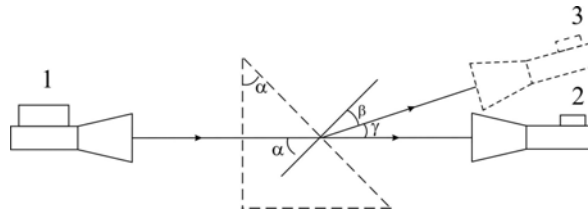


Рис. 13

восстанавливается, если приёмник переместить в положение 3 (рис. 13). Преломление радиоволн на гипотенузной грани призмы подчиняется закону Снеллиуса:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n},$$

откуда $\sin \beta = n \sin \alpha$. При $n = 0,6$ и $\alpha = 45^\circ$ получаем $\sin \beta = 0,42$; $\beta = 25^\circ$, т.е. призма отклоняет радиоволны от прямолинейного направления на угол $\gamma = 45^\circ - \beta = 20^\circ$ от основания призмы.

Линзой обычно называют стеклянное тело, ограниченное с двух сторон сферическими поверхностями. Параболические и гиперболические линзы будут рассмотрены в § 3.7. По характеру расположения ограничивающих линз поверхностей различают шесть видов (рис. 14): двояковыпуклые (а), плосковыпуклые (б), вогнуто-выпуклые (в), двояковогнутые (г), плосковогнутые (д) и выпукло-вогнутые (е) линзы. Прямая, которая проходит через центры обеих сферических поверхностей, ограничивающих линзу, называется *главной оптической осью* линзы.

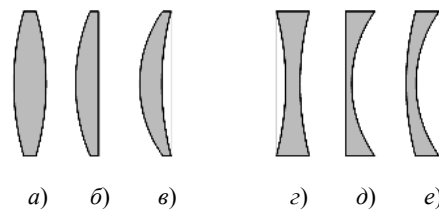


Рис. 14

Прохождение лазерного излучения через стеклянные линзы показано на рис. 15 и 16. После преломления в линзе пучок соберётся в некоторой точке на оптической оси, которая называется *главным фокусом линзы*. Для его определения рассмотрим преломление света на сферических поверхностях линзы (рис. 17). Пусть ширина пучка много меньше радиусов кривизны линзы – такой пучок называется *параксиальным*. Луч SK преломляется сначала в точке K , затем в точке L и проходит через фокус F . Продолжим лучи SK и LF до их пересечения в точке M и проведём через эту точку плоскость MC , перпендикулярную главной оптической оси. Плоскость MC называется *главной плоскостью линзы*. У каждой линзы имеются две главные плоскости. Однако если линза достаточно тонкая, то обе главные плоскости практически совпадают. В дальнейшем мы будем рассматривать только тонкие линзы. Точка C пересечения главной плоскости тонкой линзы с главной оптической осью называется *центром линзы*. Расстояние от центра до фокуса называется *фокусным расстоянием*: $CF = f$. Величина обратная фокусному расстоянию называется *оптической силой* линзы:

$$\Phi = \frac{1}{f}. \quad (1.4.3)$$

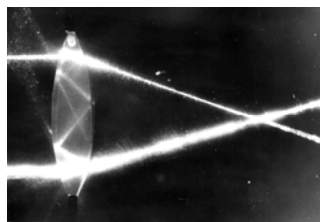


Рис. 15

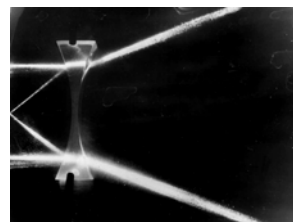


Рис. 16

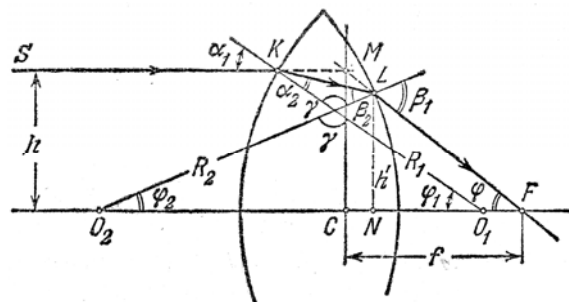


Рис. 17

Единицей измерения оптической силы служит *диоптрия* – это оптическая сила линзы, фокусное расстояние которой равно 1 м. Если пучок света, падающего на линзу, достаточно узкий ($h \ll R_1 \approx R_2$ – радиусы кривизны поверхностей линзы), то углы падения и преломления очень малы, а их синусы и тангенсы практически не отличаются от их радианной меры. Тогда законы преломления запишутся в виде

$$\alpha_1 = n_{21}\alpha_2; \quad \beta_1 = n_{21}\beta_2. \quad (1.4.4)$$

Сложив оба равенства, найдём

$$\alpha_1 + \beta_1 = n_{21}(\alpha_2 + \beta_2). \quad (1.4.5)$$

Из рисунка 17 видно, что $\alpha_1 = \varphi_1$ – как соответственные углы при параллельных прямых; $\beta_1 = \varphi_2 + \varphi$ – как внешний угол треугольника. Следовательно,

$$\alpha_1 + \beta_1 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi. \quad (1.4.6)$$

Из рисунка 17 видно, что $\alpha_2 + \beta_2 + \gamma = \varphi_1 + \varphi_2 + \gamma = 180^\circ$, т.е.

$$\alpha_2 + \beta_2 = \varphi_1 + \varphi_2. \quad (1.4.7)$$

Подставляя полученные выражения в равенство (1.4.5), найдём

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi = n_{21}(\varphi_1 + \varphi_2),$$

откуда следует

$$\varphi = (n_{21} - 1)(\varphi_1 + \varphi_2). \quad (1.4.8)$$

Заменяя для малых углов их величины значениями синуса или тангенса, имеем

$$\operatorname{tg} \varphi = \varphi = \frac{h}{f}; \quad \sin \varphi_1 = \varphi_1 = \frac{h}{R_1}; \quad \sin \varphi_2 = \varphi_2 = \frac{h'}{R_2} = \frac{h}{R_2}.$$

Подставив эти выражения в (1.4.8) и сократив на h , получим окончательно выражение для оптической силы тонкой линзы

$$\Phi = \frac{1}{f} = (n_{21} - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right). \quad (1.4.9)$$

При использовании данной формулы следует учитывать правило знаков для радиусов кривизны поверхностей линзы. Именно, у выпуклой поверхности радиус кривизны – положительное число, у вогнутой – отрицательное. Согласно этому правилу выпуклые линзы имеют положительную оптическую силу, а вогнутые линзы – отрицательную. Поэтому вогнутая линза имеет мнимый фокус.

Легко показать, что если оптическая плотность линзы меньше, чем у окружающей среды, то выпуклая линза будет иметь отрицательную оптическую силу, вогнутая – положительную. Следующий опыт с линзами для радиоволн подтверждает этот вывод. Так как металлоленточная структура имеет показатель преломления $n < 1$, то двояковогнутая линза (рис. 18) является фокусирующей, а двояковыпуклая (рис. 19) является рассеивающей. При расстоянии между лентами $a = 20$ мм согласно формуле (1.4.2) $n = 0,6$. Согласно формуле (1.4.9) фокусное расстояние линз при $R_1 = R_2 = 40$ см равно $f = 50$ см. Для проведения опыта устанавливают рупорные антенны источника и приёмника радиоволн на расстоянии 2 м. Установив перед приёмником двояковогнутую линзу на расстоянии 0,5 м, отмечают увеличение интенсивности принимаемого сигнала в несколько раз. Если же на таком расстоянии перед приёмником устанавливается двояковыпуклая линза, то интенсивность принимаемого сигнала значительно уменьшается.

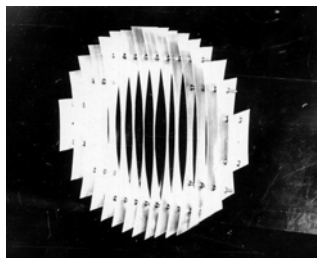


Рис. 18

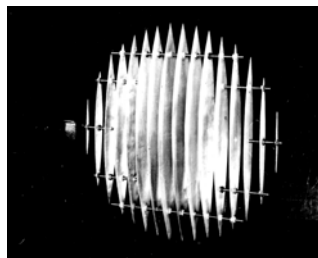


Рис. 19

Построение изображений в тонких линзах основано на том, что известен ход трёх характерных лучей: луч, параллельный главной оптической оси линзы, поле преломления в ней идёт через её фокус; луч, идущий через фокус линзы, после преломления в ней идёт параллельно её главной оптической оси; луч, проходящий через центр линзы (*побочная оптическая ось*), идёт далее, не преломляясь. На рисунке 20 показано построение изображения в собирающей линзе, когда предмет AB находится от собирающей линзы на расстоянии $a > 2f$, где f – фокусное расстояние линзы. Изображение $A'B'$ предмета AB получается на расстоянии b от линзы. Сходящийся пучок после прохождения линзы даёт действительное изображение. На рисунке 21 показано построение изображения в собирающей линзе при $a < f$. В данном случае из линзы выходит расходящийся пучок, который не даёт действительного изображения. Однако, если за линзой поместить глаз, то нам будет казаться, что расходящийся пучок, воспринимаемый глазом, исходит как будто из точки A' , лежащей на продолжении лучей. Эта точка называется мнимым изображением реальной точки A .

Опыт показывает, что при изменении расстояния a от предмета до линзы меняется и расстояние b от линзы до изображения. Для нахождения соответствующей зависимости обратимся к рис. 20. Из подобия треугольников AOB и $A'O'B'$ имеем

$$\frac{H}{h} = \frac{a}{b}, \quad (1.4.10)$$

где H и h – высоты предмета и изображения, соответственно.

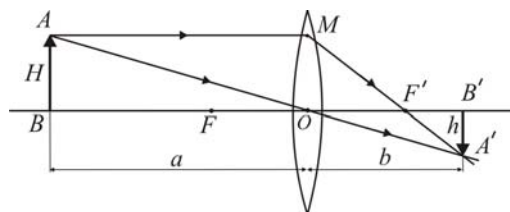


Рис. 20

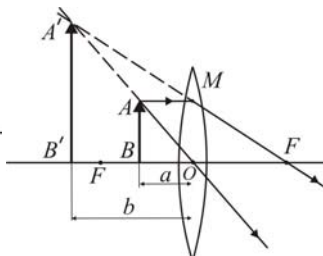


Рис. 21

Из подобия треугольников OMF' и $F'A'B'$ имеем

$$\frac{H}{h} = \frac{f}{b-f}. \quad (1.4.11)$$

Так как левые части обоих равенств совпадают, то

$$\frac{a}{b} = \frac{f}{b-f},$$

или $ab - af = bf$. Разделив это выражение на abf , получим

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad (1.4.12)$$

Это выражение называют формулой тонкой линзы. При её использовании следует учитывать знаки величин, входящих в выражение (1.4.12).

Расстояние a будет всегда считаться положительной величиной, фокусное расстояние f – положительным у собирающей линзы и отрицательным у рассеивающей линзы. Если величина b получится положительной, то изображение действительное и находится по другую сторону линзы, если b – отрицательное число, то изображение мнимое и находится по ту же сторону от линзы, что и предмет.

Отношение

$$\Gamma = \frac{h}{H}$$

принято называть *поперечным увеличением линзы*. Согласно формуле (1.4.10) имеем

$$\Gamma = \frac{b}{a}. \quad (1.4.14)$$

Рассмотренные построения изображений в тонких линзах справедливы при выполнении следующих условий: пучки параксиальны, пучки света составляют небольшие углы с главной оптической осью линзы; показатель преломления постоянен для всех лучей, т.е. среда не обладает дисперсией и свет достаточно монохроматичен. Невыполнение этих условий приводит к возникновению некоторых погрешностей оптических приборов – *аббераций*. Рассмотрим основные недостатки линз.

Сферическая абберация. При выводе формулы для оптической силы линзы (1.4.9) мы считали, что на линзу падает параксиальный пучок, ширина которого h много меньше радиуса кривизны линзы. Параксиальный пучок собирается в одной точке – фокусе линзы. Если же на линзу падает широкий пучок, то фокусировка нарушается (рис. 22), и вместо точки на экране получается размытое пятно. Абберация, возникающая вследствие конечной ширины световых пучков, называется *сферической абберацией*.

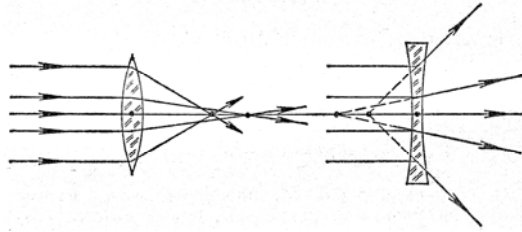


Рис. 22

Для устранения сферической aberrации целесообразно ограничивать ширину пучков с помощью диафрагм. Однако это приводит к уменьшению световой энергии пучка, что часто является нежелательным. Другой способ устранения сферической aberrации основан на том, что собирающие и рассеивающие линзы имеют противоположную сферическую aberrацию (рис. 22). Следовательно, можно подобрать пару таких линз, что их суммарная оптическая сила отлична от нуля, но сферическая aberrация устранена в значительной степени. Для устранения сферической aberrации в радиодиапазоне электромагнитных волн часто используются линзы, поверхность которых является параболоидом или гиперboloидом вращения (§ 3.7).

Хроматическая aberrация. Этот недостаток линз является следствием дисперсии (гл. 5). Дисперсия света приводит к тому, что фокус красных лучей расположен от линзы дальше, чем фокус фиолетовых. Вследствие хроматической aberrации изображение белой точки имеет вид либо красной точки с сине-фиолетовым ореолом, либо фиолетовой точки с жёлто-красным ореолом, в зависимости от того, на каком расстоянии от линзы расположен экран. Хроматическая aberrация у вогнутой и выпуклой линз имеет противоположный характер. Поэтому две склеенные линзы, изготовленные из разных сортов стекла, при определённом подборе показателей преломления и радиусов кривизны поверхностей позволяют устранить хроматическую aberrацию.

Астигматизм. Сущность этого недостатка линз состоит в следующем. В линзах, исправленных на сферическую и хроматическую aberrацию, изображение точки, удалённой от оптической оси, представляет собой не точку, а две взаимно перпендикулярные линии (чёрточки), лежащие в разных плоскостях, т.е. на различных расстояниях от линзы. Для исправления этого недостатка подбирается система линз таких, что они компенсируют астигматизм каждой из них.

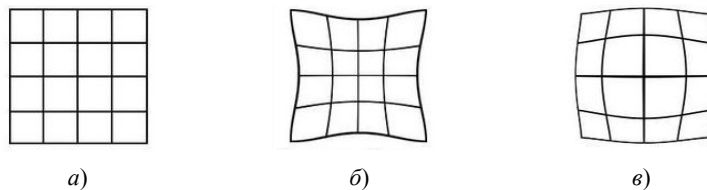


Рис. 23

Дисторсия. Aberrация дисторсии заключается в том, что нарушается подобие между изображением и предметом. Например, квадратная сетка (рис. 23, а) может в линзе изображаться так, как это видно на рис. 23, б (подушкообразная дисторсия) или на рис. 23, в (бочкообразная дисторсия). Подбором системы нескольких линз с противоположным характером дисторсии можно исправить эту aberrацию.

1.5. ПОЛНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ОТРАЖЕНИЕ

Рассмотрим прохождение света из более оптически плотной среды в менее оптически плотную: $n_1 > n_2$. Например, свет переходит из стекла в воздух (рис. 24, а).

Согласно закону преломления света имеем

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}.$$

При $n_1 > n_2$, имеем $\beta > \alpha$, т.е. угол преломления больше угла падения. При увеличении угла падения будет увеличиваться и угол преломления. Наступит такое состояние, что при α_0 угол преломления $\beta = \pi/2$ (рис. 24, б). Преломлённый луч исчезает и наступает полное внутреннее отражение. *Предельный угол полного внутреннего отражения* определяется условием

$$\sin \alpha_0 = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (1.5.1)$$

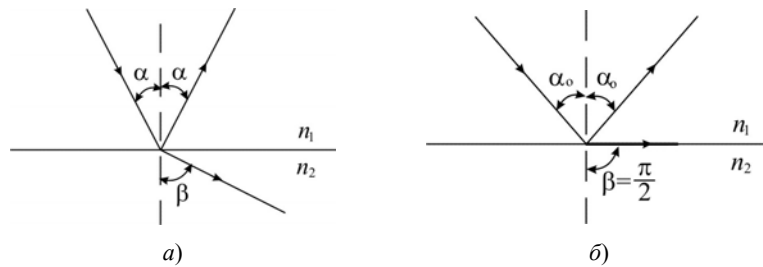


Рис. 24

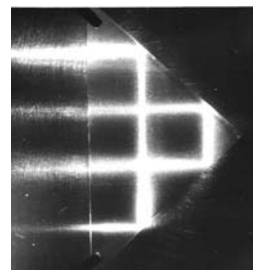
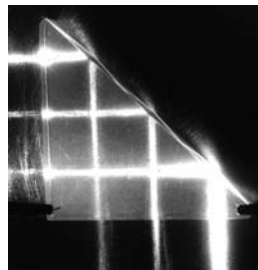


Рис. 25

Например, при переходе из стекла ($n_1 = 1,5$) в воздух ($n_2 = 1$) предельный угол $\alpha_0 = 42^\circ$. Следовательно, при $\alpha > \alpha_0$ всегда будет наблюдаться полное внутреннее отражение. В оптике широкое применение получили специальные призмы полного отражения (рис. 25).

В последние годы все более широкое применение находят оптоволоконные направляющие системы, в которых свет за счет многократных отражений распространяется по тонким стеклянным волокнам, собранным в пучки.

Так как металлоленточная призма (рис. 26) обладает показателем преломления $n < 0$, то имеется возможность наблюдения полного отражения от неё. Для этого облучают призму (рис. 26) так, чтобы волна, электрический вектор \vec{E} которой параллелен лентам, падала на её гипотенузную плоскость (рис. 27) под углом $\alpha = 45^\circ$. В опыте наблюдается отсутствие похождения волн в направлении приёмной антенны (2) и полное отражение радиоволн от призмы в направлении приёмной антенны (3). При переходе волн из воздуха ($n_0 = 1$) в призму (рис. 26) с показателем преломления $n = 0,6$ закон преломления принимает вид

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_0} = n = 0,6. \quad (1.5.2)$$

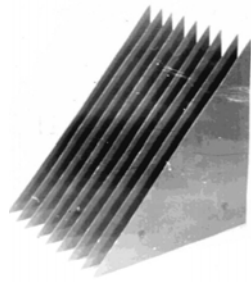


Рис. 26

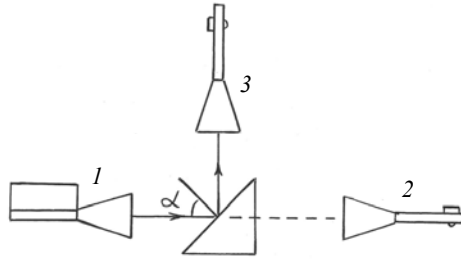


Рис. 27

Предельный угол полного отражения от металлоленточной призмы найдётся из условия $\sin \alpha_0 = n$, (1.5.3)

при $\beta = 90^\circ$. При $n = 0,6$ найдём $\alpha_0 = 37^\circ$. При падении волны на металлоленточную структуру под любым углом $\alpha > \alpha_0$ наблюдается полное отражение волны от призмы (рис. 27).

Несмотря на то, что при полном отражении электромагнитных волн от металлоленточной структуры (рис. 26) преломленная волна отсутствует, в самой металлоленточной структуре, как "оптически" менее плотной среде, существует волна, бегущая вдоль границы раздела, причём амплитуда этой волны уменьшается по экспоненциальному закону вдоль нормали к границе раздела двух сред. Другими словами, при полном внутреннем отражении существует так называемое *просачивание волн в оптически менее плотную среду*. Это явление часто называется оптическим аналогом туннельного эффекта.

Рассмотрим преломление электромагнитных волн при переходе из воздуха ($n_0 = 1$) в металлоленточную структуру ($n < 1$) (рис. 28). Уравнение бегущей волны во второй среде (2) для точки M вдоль преломлённого луча можно записать в комплексной форме:

$$E_2 = E_{m2} \exp(-i\omega t + ikl), \quad (1.5.4)$$

где E_{m2} – напряжённость электрического поля на границе раздела сред; k – волновое число; l – расстояние точки M от начала координат; $i = \sqrt{-1}$.

Учитывая, что $l = ON + NM = x \sin \beta + y \cos \beta$, где x и y – координаты точки M , уравнение бегущей волны (1.5.4) можно записать в виде

$$E_2 = E_{m2} \exp(-i\omega t + ikx \sin \beta +iky \cos \beta). \quad (1.5.5)$$

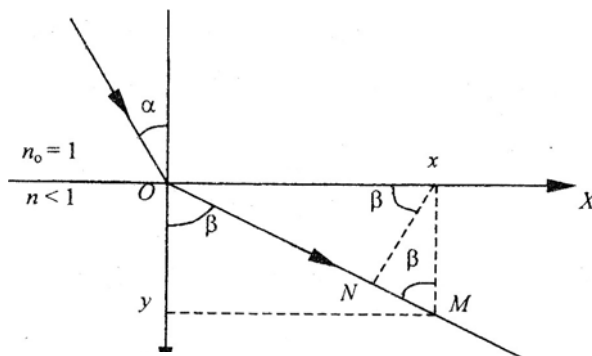


Рис. 28

Из закона преломления имеем

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}, \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}.$$

Учитывая эти выражения, формулу (1.5.4) можно записать в виде

$$E_2 = E_{2m} \exp \left\{ +ik \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} y \right\} \exp \left\{ -i \left[\omega t + k \frac{\sin \alpha}{n} x \right] \right\}. \quad (1.5.6)$$

Если $\frac{\sin \alpha}{n} < 1$, т.е. если $\sin \alpha < n$, или согласно формуле (1.5.3) угол падения меньше предельного угла полного внутреннего отражения ($\alpha < \alpha_0$), то уравнение (1.5.6) описывает обычную преломлённую волну. Если $\frac{\sin \alpha}{n} > 1$, т.е. если угол падения α больше угла α_0 полного внутреннего отражения ($\alpha > \alpha_0$), то, учитывая что

$$\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} = i \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1}, \quad (1.5.7)$$

получим уравнение волны во второй менее "оптически" плотной среде при условии полного отражения от нее:

$$E_2 = E_{2m} \exp \left\{ -k \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1} y \right\} \exp \left\{ -i \left[\omega t + k \frac{\sin \alpha}{n} x \right] \right\}. \quad (1.5.8)$$

Это уравнение говорит о том, что в менее "оптически" плотной среде при условии полного отражения от неё существует бегущая волна вдоль границы раздела, т.е. вдоль оси x , но её амплитуда

$$E_{2y} = E_{2m} \exp \left\{ -k \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1} y \right\} \quad (1.5.9)$$

убывает по экспоненциальному закону вдоль нормали к границе раздела сред, т.е. вдоль оси y . Выражение (1.5.9) можно записать так:

$$E_{2y} = E_{m2} \exp(-\gamma y), \quad (1.5.10)$$

где

$$\gamma = k \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha}{n^2} - 1}. \quad (1.5.11)$$

При $\alpha = 45^\circ$ $n = 0,6$ и $\lambda = 3,2$ см можно найти $\gamma = 1,22$ см⁻¹. Следовательно, напряжённость электрического поля и интенсивность волн в металлоленточной структуре при полном отражении от неё (рис. 27) уменьшаются в направлении нормали к границе раздела сред в соответствие с законами:

$$E_{2y} = E_{m2} e^{-1,22y}, \quad I = I_0 e^{-2,44y}. \quad (1.5.12)$$

Интенсивность волны, приходящей в металлоленточную структуру, при условии полного отражения от неё, фиксируется зонд-детектором, соединённым с микроамперметром или осциллографом. При этом зонд-детектор вводится в металлоленточную призму (рис. 26) между её центральными лентами и перемещается по нормали к гипотенузной грани. Если сигнал с зонд-детектора подать на вход "у" осциллографа, а перемещение зонд-детектора синхронизировать с горизонтальной развёрткой "х" того же осциллографа, то экспоненциальный спад интенсивности по закону (1.5.12) можно наблюдать на экране электронно-лучевой трубки с большим временем послесвечения (рис. 29).

По формуле (1.5.12) нетрудно вычислить расстояние $y = h_0$, на котором интенсивность волны в "оптически" менее плотной среде (металлоленточной призме) при полном отражении от неё уменьшается в два раза; т.е. $I = \frac{1}{2} I_0$; $h = \frac{\ln 2}{2,44} = 0,28$ (см).

Для наблюдения аналога туннельного эффекта устанавливают вместо призмы между источником (1) и приёмниками (2; 3) (рис. 27) металлоленточную тонкую пластинку (рис. 30), состоящую из лент шириной $h_0 = 3$ мм при том же расстоянии между ними $a = 20$ мм ($n = 0,6$).

Угол падения α волн на "оптически" менее плотную пластинку ($n = 0,6$)

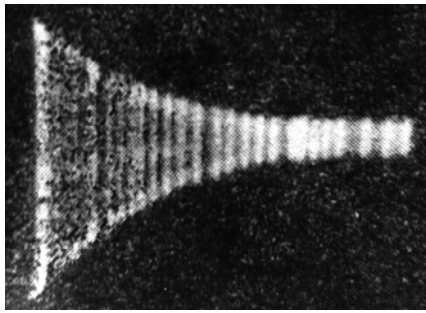


Рис. 29

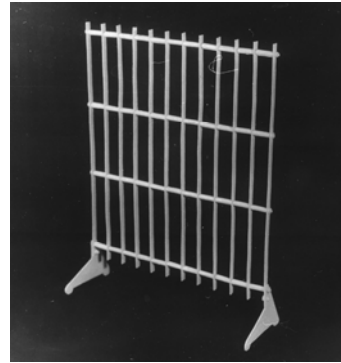


Рис. 30

выбирают прежним: $\alpha = 45^\circ$, т.е. $\alpha > \alpha_0$. Отмечают уменьшение интенсивности отражённого сигнала в направлении антенны (3) по сравнению с призмой и частичное просачивание излучения в направлении антенны (2). Изменяя толщину пластинки, можно изменять величину сигнала как отражённого, так и проходящего. Причём при увеличении толщины металлоленточной пластинки (рис. 30) интенсивность отражённого сигнала увеличивается, а интенсивность проходящего сигнала уменьшается.

1.6. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Оптически неоднородными средами называются вещества, в которых скорость волн или показатель преломления для них изменяется от точки к точке. В неоднородных средах представление о распространении света вдоль лучей сохраняется, но сами лучи становятся криволинейными. Другими словами, в оптически неоднородных средах свет распространяется не прямолинейно. Действительно, рассмотрим среду, состоящую из плоскопараллельных слоёв с показателем преломления, меняющимся скачкообразно от слоя к слою (рис. 31), причём

$n_1 < n_2 < n_3 < n_4 < n_5$. Световой луч, преломляясь на границе слоёв, примет форму ломаной линии. Будем неограниченно увеличивать число слоёв, устремляя к нулю их толщины и скачки показателей преломления. Тогда в пределе показатель преломления среды станет меняться непрерывно, а луч перейдёт в кривую с непрерывно изменяющейся касательной.

Искривление лучей в неоднородной среде можно пояснить, исходя из принципа Гюйгенса. Пусть имеется неоднородная среда (справа от оси Oy) (рис. 32), где показатель преломления изменяется непрерывно по линейному закону вдоль оси Oy от n_1 до n_2 . Пусть на эту среду в точки A и B падают две волны 1 и 2. За время Δt из точки B будет излучаться вторичная волна, которая распространяется на отрезок $R_1 = V_1 \Delta t = \frac{c}{n_1} \Delta t$. Сферическая вторичная волна,

излучённая за то же время Δt , из точки A распространится на отрезок $R_2 = V_2 \Delta t = \frac{c}{n_2} \Delta t$. Если

$n_1 < n_2$ или $V_1 > V_2$, то $R_1 > R_2$.

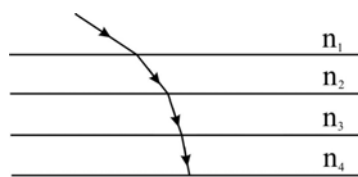


Рис. 31

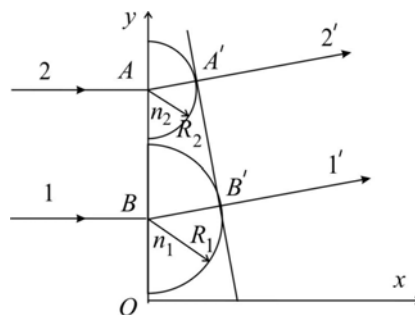


Рис. 32

Таким образом новый фронт вторичной волны $A'B'$ в неоднородной среде повернётся относительно первоначального фронта AB , т.е. происходит поворот направления распространения волн $1'$ и $2'$. Продолжая эти рассуждения и уменьшая промежутки времени Δt , приходим к выводу, что свет в оптически неоднородной среде распространяется криволинейно.

Примером оптически неоднородной среды является земная атмосфера: плотность атмосферы, а с ней и показатель преломления убывает с высотой, а скорость волны с высотой возрастает. Этим объясняется *астрономическая рефракция*, т.е. кажущееся поднятие небесного светила из-за искривления световых лучей в земной атмосфере (рис. 33). Свет от небесного светила A в точку наблюдения M распространяется по кривой AM . Но глаз человека не знает, что свет идёт криволинейно и строит изображение этого светила на продолжении касательной к криволинейному лучу. Другими словами, наблюдатель видит светило не в точке наблюдения A , а в точке A' , т.е. несколько выше, чем истинное его положение.

Неоднородностью атмосферы объясняется возникновение *миражей*, которые наблюдаются в пустынях и в степях в тёплое время года, когда прилегающий к земной поверхности слой воздуха сильно нагрет, а его плотность и показатель преломления быстро возрастает с высотой, а скорость уменьшается. На рисунке 34 показано образование нижнего миража. Свет от реального предмета AB распространяется к наблюдателю M криволинейно, но ему кажется, что изображение $A'B'$ находится ниже истинного положения.

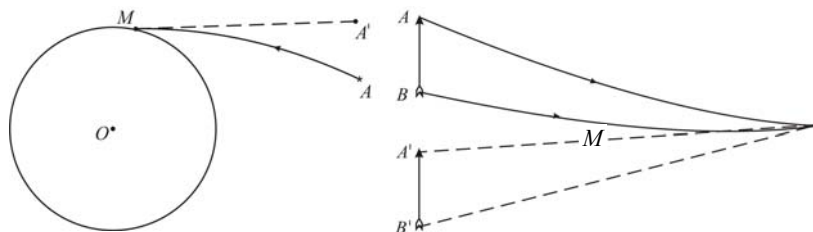


Рис. 33

Рис. 34

Аналогично объясняется и верхний мираж. Он наблюдается зимой, когда вблизи земной поверхности образуется холодный слой воздуха, в котором показатель преломления быстро убывает с высотой.

Для иллюстрации распространения света в оптически неоднородной среде можно воспользоваться органическим стеклом, показатель преломления которого существенно зависит от температуры. При нагревании оргстекла его показатель преломления уменьшается, а скорость распространения света в нём увеличивается. Для получения оптически неоднородного образца необходимо в стекле создать градиент температуры в направлении перпендикулярном распространению светового пучка. Для проведения опыта луч света от газового лазера 1 направляется на прямоугольную пластину 2 из органического стекла и попадает на экран в точку A (рис. 35). Пластина размером 200×40 мм предварительно вырезается из десятимиллиметрового стекла и полируется. При проведении опыта необходимо следить, чтобы луч лазера проходил вблизи к нижней грани пластинки. По мере прогрева нижней грани стеклянной пластинки с помощью маломощного электрического нагревателя в ней создаётся градиент температуры и градиент показателя преломления. Вследствие чего луч лазера переместится в точку B экрана и расстояние AB составит до 10 см.

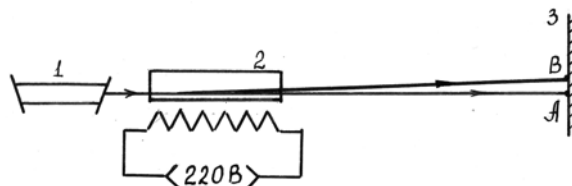


Рис. 35

Искусственной неоднородной средой для радиоволн сантиметрового диапазона является металлоленточная структура, выполненная в форме прямоугольного параллелепипеда (рис. 36). Эквивалентный показатель преломления металлоленточной структуры для электромагнитной волны, электрический вектор \vec{E} которой параллелен лентам, зависит от расстояния a между ними (1.4.2). Так как при основании прямоугольного параллелепипеда расстояние между лентами $a_1 = 18$ мм, а при его вершине – $a_2 = 40$ мм, то показатель преломления неоднородной среды для радиоволн ($\lambda = 3,2$ см) изменяется непрерывно вдоль вертикальной оси от $n_1 = 0,46$ до $n_2 = 0,92$. Вследствие этого фазовая скорость волн ($V = \frac{c}{n}$) при основании неоднородного параллелепипеда будет больше, чем при его вершине ($V_1 > V_2$). Опыт показывает, что электромагнитные волны, проходя через неоднородную металлоленточную структуру отклоняются от прямолинейного направления распространения на угол не меньше 20° .

В "оптически" неоднородной металлоленточной структуре (рис. 36) показатель преломления изменяется с высотой по нелинейному закону, вследствие чего наблюдается некоторое уширение проходящего через неё пучка электромагнитных волн. "Оптически" неоднородная

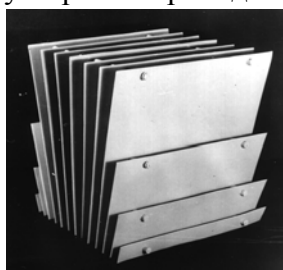


Рис. 36

плоскопараллельная пластинка с линейным изменением показателя преломления (рис. 37) изготовлена на основе волноводной структуры, эквивалентный показатель которой зависит от радиуса a сечения волноводов:

$$n = \frac{c}{V} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,42a}\right)^2}, \quad (1.6.1)$$

где V – скорость направляемых волн в волноводах; c – скорость волн в вакууме.

В плоскопараллельной пластинке (рис. 37) показатель преломления изменяется по линейному закону с высотой от $n_1 = 0,37$ при $a_1 = 10$ мм до $n_2 = 0,91$ при $a_2 = 23$ мм. Длина всех волноводов одинакова и равна $d = 13$ см.

Следует заметить, что вследствие принудительного движения электромагнитных волн вдоль круглых волноводов, при прохождении их через неоднородную пластинку не происходит искривление пучка непосредственно в самой пластинке. Тем не менее, волноводная плоскопараллельная пластинка отклоняет электромагнитные волны от прямолинейного направления на угол, примерно равный 20° . Объясняется это следующим образом. Согласно формуле

(1.6.1) фазовые скорости волн в волноводе зависят от радиуса a его поперечного сечения:



Рис. 37

$$V = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,42a}\right)^2}}. \quad (1.6.2)$$

Пусть в начальный момент времени плоский фронт одновременно достигает точек A и B пластинки, в которых показатель преломления соответственно равен n_1 и n_2 , причём $n_2 > n_1$ (рис. 38). Вследствие различия показателей преломления фазовые скорости волн в точках A и B пластинки будут различны ($V_2 < V_1$). Допустим, что за время τ волна проходит в верхней части неоднородной пластинки расстояние AE . Так как в нижней части пластинки скорость волны больше, то за тот же промежуток времени τ волна не только пройдёт расстояние BD , но и из точки D согласно принципа Гюйгенса произойдёт излучение вторичной сферической волны радиусом DF . Так как показатель преломления в пластинке с высотой h изменяется линейно, то положение волнового фронта, выходящего из пластинки, определяется линией EF , к которой лучи 1 и 2 перпендикулярны.

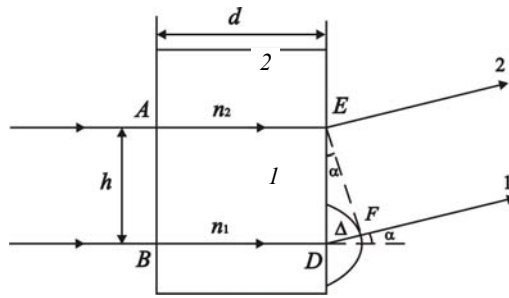


Рис. 38

Таким образом, вследствие различия фазовых скоростей волн в точках A и B между волнами 1 и 2 возникает геометрическая разность хода $\Delta = DF$, которая приводит к отклонению волнового фронта от первоначального направления на угол α . Найдём этот угол. Из треугольника DEF имеем

$$\sin \alpha = \frac{DF}{DE} = \frac{\Delta}{h}. \quad (1.6.3)$$

Согласно принципа Ферма время распространения волн на участках AE и $BD + DF$ одинаково, тогда получим

$$\frac{d}{V_2} = \frac{d}{V_1} + \frac{\Delta}{c},$$

где $V_1 = \frac{c}{n_1}$ и $V_2 = \frac{c}{n_2}$ – скорости волн в неоднородной пластинке; c – скорость света в воздухе или вакууме.

Полученное выражение можно переписать в виде

$$\frac{dn_2}{c} = \frac{dn_1}{c} + \frac{\Delta}{c}.$$

Следовательно, геометрическая разность хода Δ рассматриваемых волн возникает за счёт их "оптической" разности хода внутри неоднородной пластинки, получим

$$\Delta = d(n_2 - n_1), \quad (1.6.4)$$

где d – геометрическая толщина пластинки. Следовательно, угол α отклонения волн неоднородной пластинки с постоянным градиентом показателя преломления равен

$$\sin \alpha = \frac{d(n_2 - n_1)}{h} = d \operatorname{grad} n. \quad (1.6.5)$$

При $d = 13$ см; $h = 18,5$ см; $n_2 = 0,91$; $n_1 = 0,37$ найдём $\alpha = 20^\circ$, что совпадает с результатами эксперимента.

Таким образом, неоднородная плоскопараллельная пластинка (рис. 37) с постоянным градиентом показателя преломления выполняет роль "оптически" однородной призмы, так как она также отклоняет волны от прямолинейного направления распространения. Вследствие этого "оптически" неоднородную плоскопараллельную пластинку можно назвать *псевдопризмой*. С волновой точки зрения, как в обычной однородной призме (рис. 38, *a*), так и в псевдопризме (рис. 37) происходит изменение "оптических" путей различных волн при переходе от основания к вершине, что и приводит к изменению направления распространения волнового фронта. Однако, если в "оптически" однородной призме (рис. 39, *a*) изменение "оптических" путей волн при переходе от основания к вершине достигается за счёт изменения геометрической толщины призмы при постоянном показателе преломления, то в псевдопризме (рис. 37) изменение "оптических" путей волн при переходе от основания к вершине достигается изменением показателя преломления при постоянном геометрическом пути, т.е. при постоянной толщине. В этом различие процессов, происходящих в призме и псевдопризме.

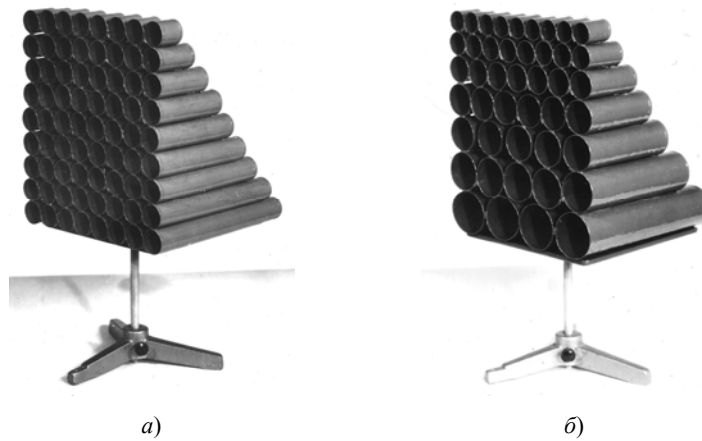


Рис. 39

На рисунке 39, б показана квазиоптическая неоднородная волноводная призма, которая не отклоняет волны от прямолинейного направления распространения. Найдём закон изменения эквивалентного показателя преломления в этой призме. Очевидно, для того чтобы волны 1 и 2 (рис. 40) не отклонялись призмой, необходимо, чтобы их "оптические" пути были одинаковы, т.е.

$$\Delta + nd = n_0 d_0, \quad (1.6.6)$$

где d_0 – длина волноводов при основании призмы; d – длина волноводов на высоте h от основания; n и n_0 – соответственно, показатели преломления при основании призмы и на её высоте h ; Δ – геометрическая разность хода указанных волн вне призмы.

Учитывая, что $\Delta = h \operatorname{tg} \alpha$, $d = d_0 - \Delta = d_0 - h \operatorname{tg} \alpha$, на основании формулы (1.6.6) найдём зависимость показателя преломления n от высоты h :

$$n = \frac{d_0 n_0 - h \operatorname{tg} \alpha}{d_0 - h \operatorname{tg} \alpha}, \quad (1.6.7)$$

где α – угол при вершине призмы.

Показатель преломления в описанной квазиоптической неоднородной призме изменяется от $n_0 = 0,90$ при $a_0 = 22$ мм, до $n = 0,37$. Длина волноводов при основании призмы $d_0 = 19,5$ см; высота призмы $h = 20$ см. Из полученной формулы видно, что показатель преломления в призме (рис. 39, б), выполняющей роль плоскопараллельной однородной пластинки, изменяется нелинейно.

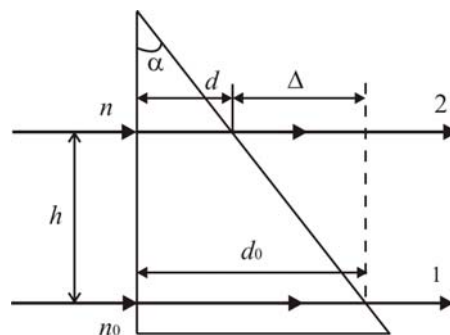


Рис. 40

1.7. ПОНЯТИЕ О ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА И РАДИОВОЛН

Согласно теории Максвелла свет по своей природе представляет собой электромагнитные волны, которые в свободном пространстве всегда являются *поперечными*. Это означает, что в любой точке пространства, через которую проходит волна, направление колебаний напряженностей электрического E и магнитного H полей совершаются перпендикулярно друг

другу и перпендикулярно направлению распространения волны, т.е. перпендикулярно вектору скорости V волны. Другими словами, все три вектора E , H и V в любой точке пространства взаимно перпендикулярны. Учитывая, что при взаимодействии света с веществом основную роль играет электрическое E поле, в дальнейшем магнитное поле H можно не учитывать.

Пусть световая волна излучается переменным электрическим диполем, совершающим гармонические колебания вдоль оси y с частотой ω (рис. 41). Переменный электрический диполь максимально излучает свет в плоскости xOz и не излучает вдоль оси y . Монохроматическая электромагнитная волна характеризуется тем, что в любой точке пространства электрическое поле совершает колебания перпендикулярно к направлению распространения, а вдоль оси z , по которой бежит волна, в фиксированный момент времени существует периодическое распределение напряжённости поля E по гармоническому закону. Распределение напряжённости электрического поля световой волны в момент времени t вдоль оси z изображено сплошной синусоидой. Установим на пути волны в произвольной точке неподвижную воображаемую плоскость N , перпендикулярную к скорости распространения волны. В выбранный момент времени t величина и направление напряжённости электрического поля в плоскости нормалей N характеризуется вектором \vec{E}_1 . К моменту времени $t + \Delta t$ волна переместится на отрезок Δz (см. положение синусоиды, изображённой пунктиром), вследствие чего в плоскости N величина и направление электрического поля будет характеризоваться вектором \vec{E}_2 . Легко показать, что при дальнейшем движении электромагнитной волны напряжённость электрического поля в неподвижной плоскости N будет совершать гармоническое колебание с частотой ω , а конец электрического вектора \vec{E} в плоскости нормалей N будет описывать прямую линию AB . Таким образом, если в плоскости нормалей конец электрического вектора \vec{E} описывает прямую линию, то такая волна называется *линейно поляризованной*, а линия, вдоль которой колеблется электрический вектор \vec{E} , называется *линией* или *направлением поляризации* электромагнитной волны.

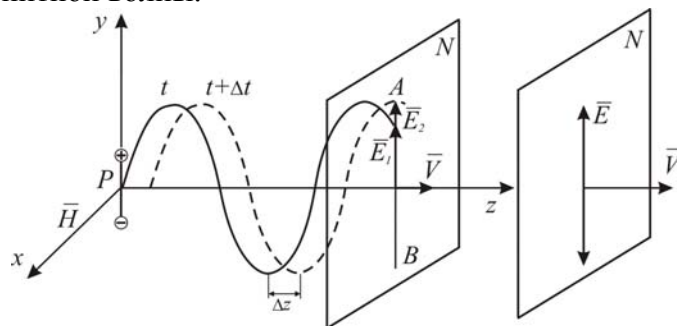


Рис. 41

Покажем, что излучение клистронного генератора СВЧ, нагруженного рупорной антенной, линейно поляризовано. Устанавливают перед источником 1 и приёмником 2 решётку из большого числа металлических проволочек (диполей) длиной 6 см на расстоянии 10 мм друг от друга (рис. 42). Такие металлические диполи можно нарезать из медной проволоки диаметром 2 мм. В случае, изображённом на рис. 42, наблюдается отражение электромагнитных волн. Повернув решётку на 90° так, чтобы диполи были расположены горизонтально, отмечается отсутствие отражения волн.

Объяснение опыта. Излучение генератора СВЧ обладает линейной поляризацией, при этом электрический вектор \vec{E} волны совершает колебания перпендикулярно к широкой стенке волновода, соединённого с рупорной антенной. Это направление на источнике радиоволн показывает стрелка. В первом случае (рис. 42) линейно поляризованная волна, падая на металлические диполи, наводит в них электрические токи сверхвысокой частоты, ибо вектор \vec{E} волны совпадает с продольными осями диполей. Токи сверхвысокой частоты диполей создают вторичное линейно поляризованное излучение, которое фиксируют приёмной ан-

тенной. При повороте решётки на 90° вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на диполи, оказывается перпендикулярным к их продольным осям, вследствие чего токи в них не наводятся и отражённого сигнала нет.

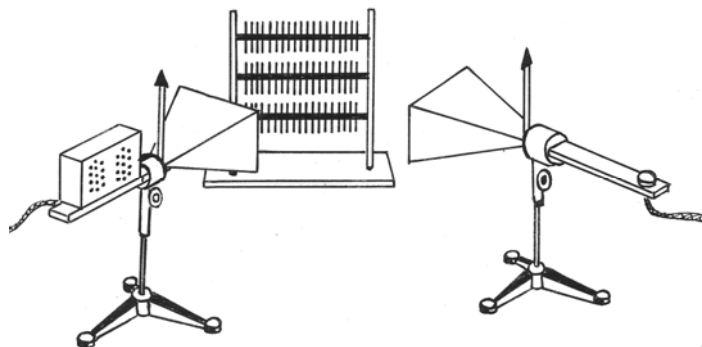


Рис. 42

Можно показать, что если вектор \vec{E} линейно поляризованной волны будет составлять с диполями угол 45° , то будет наблюдаться частичное отражение. В этом случае вектор \vec{E} можно разложить на две ортогональные составляющие, одна из которых будет отражаться, а вторая – нет.

Рассмотрим с точки зрения поляризации естественное излучение от тепловых или температурных источников света, состоящих из громадного числа переменных электрических диполей, которые ориентированы в пространстве хаотичным образом. Возбуждённые переменные диполи вещества излучают, например, в направлении оси z элементарные линейно поляризованные волны с различной ориентацией их линии поляризации (рис. 43). Поэтому в неподвижной плоскости N , перпендикулярной направлению распространения световых волн, электрический вектор \vec{E} совершает хаотические колебания во всех направлениях с равной вероятностью. Следовательно, естественный или неполяризованный свет характеризуется тем, что в плоскости N нормалей нет предпочтительного направления колебаний вектора \vec{E} . Поэтому неполяризованный свет не может характеризоваться определённой линией поляризации, ибо она хаотичным образом меняет своё направление в плоскости нормалей. Если в плоскости нормалей имеется некоторое предпочтительное направление колебаний вектора \vec{E} по сравнению с взаимно перпендикулярным направлением, то принято говорить о частично поляризованном свете.

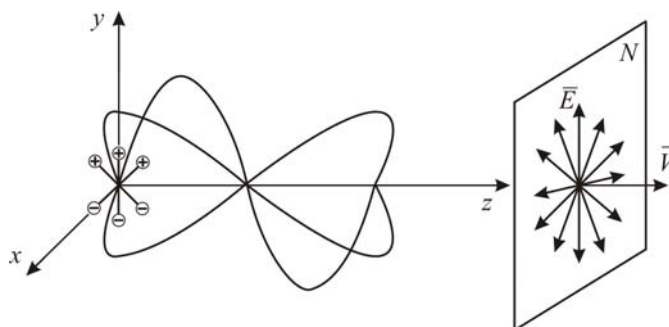


Рис. 43

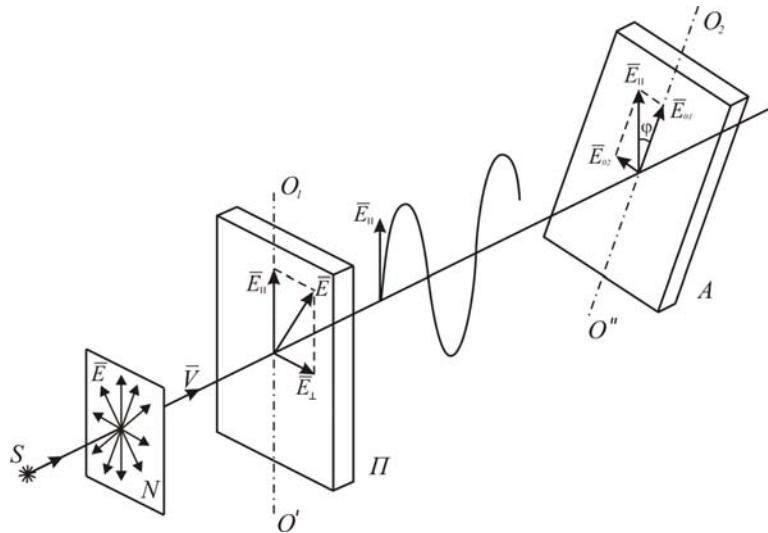


Рис. 44

Естественный свет можно превратить в линейно поляризованный, например, с помощью пластинки турмалина Π , вырезанной параллельно его оптической оси O_1O' , под которой понимается определённое кристаллографическое направление (рис. 44).

Действие турмалиновой пластинки заключается в том, что она пропускает колебания, электрический вектор \vec{E} , которых параллелен оптической оси O_1O' ; колебания, вектор \vec{E} которых перпендикулярен оси пластинки, практически не пропускает вследствие поглощения волн. При этом любую элементарную составляющую естественного света \vec{E} можно разложить в пластинке на две взаимно перпендикулярные составляющие, одна из которых \vec{E}_{\parallel} будет пропускаться пластинкой, а вторая \vec{E}_{\perp} – нет. Зависимость показателя поглощения пластинки от направлений колебаний вектора \vec{E} световой волны называется *дихроизмом*. Таким образом, из пластинки Π турмалина будет выходить линейно поляризованная волна, электрический вектор \vec{E}_{\parallel} которой будет совершать колебания параллельно оптической оси O_1O' . Пластинка турмалина Π , которая превращает неполяризованное излучение в линейно поляризованное, называется *поляризатором*.

Однако свойство человеческого глаза таково, что он практически не отличает линейно поляризованный свет от неполяризованного. Чтобы опытным путём доказать, что свет, выходящий из поляризатора, стал линейно поляризованным, установим на его пути ещё одну пластинку турмалина A , называемую *анализатором*. Легко показать, что если оптические оси поляризатора и анализатора будут взаимно перпендикулярными, то свет не пройдёт через анализатор, а если оси будут параллельными, то свет будет проходить через всю оптическую систему. Допустим, что угол между оптическими осями поляризатора и анализатора равен φ (рис. 44). Вектор \vec{E}_{\parallel} волны, выходящий из поляризатора и падающий на анализатор, можно разложить на две составляющие \vec{E}_{01} и \vec{E}_{02} . Волна, прошедшая через анализатор, имеет амплитуду

$$E_{01} = E_{\parallel} \cos \varphi \quad \text{или} \quad E_{01}^2 = E_{\parallel}^2 \cos^2 \varphi.$$

Учитывая, что $E_{\parallel}^2 \sim I_0$ – интенсивность волны, выходящей из поляризатора, $E_{01}^2 \sim I$ – интенсивность волны, выходящей из анализатора, получим *закон Малюса*:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (1.7.1)$$

т.е. *интенсивность света, выходящего из анализатора I , равна интенсивности света, выходящего из поляризатора I_0 , умноженной на квадрат косинуса угла между главными оптическими осями анализатора и поляризатора.*

Если интенсивность волны, падающей на поляризатор, равна I'_0 , то интенсивность света, выходящего из него равна $I_0 = \frac{1}{2} I'_0$, что объясняется дихроизмом. Следовательно, закон Малюса можно записать в виде

$$I = \frac{1}{2} I'_0 \cos^2 \varphi. \quad (1.7.2)$$

С помощью вращения анализатора можно определить поляризован или не поляризован свет. Зависимость интенсивности I света, проходящего через анализатор, от его углового положения φ , выраженная графически в полярных координатах $I = f(\varphi)$, называется *полярной диаграммой* волны. Для линейно поляризованной волны эта зависимость $I = f(\varphi)$ даётся уравнением (1.7.1). Полярная диаграмма линейно поляризованной волны показана на рис. 45. Для неполяризованной волны $I = f(\varphi) = \text{const}$.

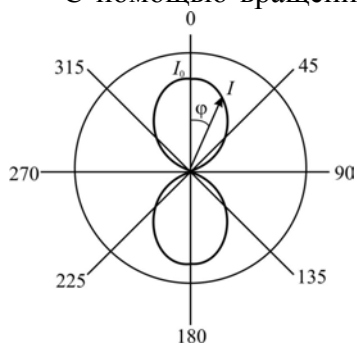


Рис. 45

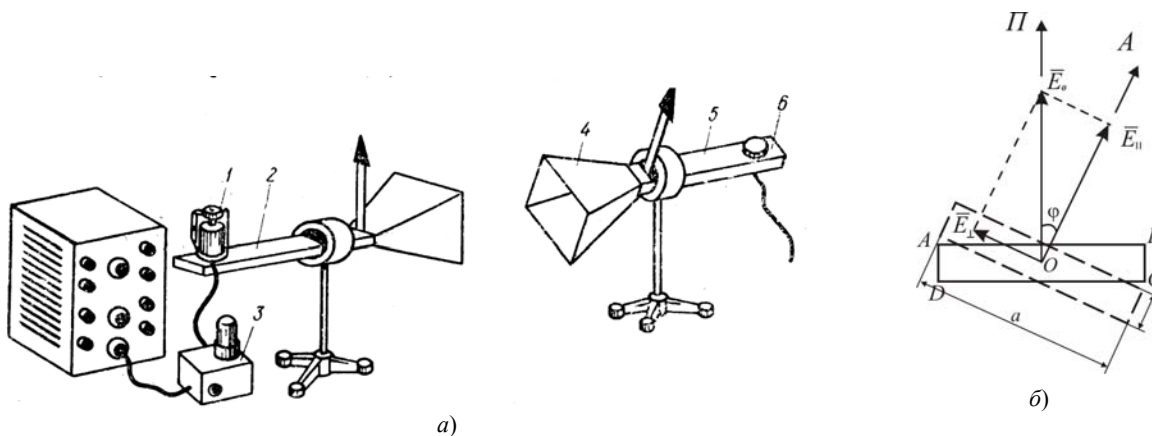


Рис. 46

Справедливость закона Малюса можно проиллюстрировать с помощью сантиметровых электромагнитных волн (рис. 46, а). Как было сказано выше, излучение генератора сантиметровых волн, нагруженного прямоугольным волноводом с рупорной антенной, линейно поляризовано. Электрический вектор \vec{E} волны совершает колебания перпендикулярно к широкой стенке волновода генератора. Это направление на рис. 46, а отмечено для наглядности стрелкой. Приёмная рупорная антенна обладает избирательными свойствами по отношению к поляризации волн. Она принимает волну с минимальной интенсивностью, если её электрический вектор \vec{E} перпендикулярен к широкой стенке волновода, соединённого с приёмной рупорной антенной. Это направление на рис. 46, а также показано стрелкой. Следовательно, *источник и приёмник радиоволн следует рассматривать как "поляризатор" и "анализатор" соответствующего оптического прибора*. Направления, перпендикулярные к широким стенкам волноводов источника и приёмника, следует называть *главными направлениями "поляризатора" и "анализатора" или главными линиями поляризатора и анализатора*.

Для демонстрации справедливости закона Малюса устанавливают источник и приёмник радиоволн на одной прямой напротив друг друга. Включив приборы, отмечают, если главные направления "поляризатора" и "анализатора" параллельны, то приём волн осуществляется с максимальной интенсивностью I_0 , если же главные направления "поляризатора" и "анализа-

тора" перпендикулярны, то приём волны отсутствует, о чём судят по миллиамперметру и осциллографу, соединёнными с приёмником. При произвольном значении φ между главными направлениями "поляризатора" и "анализатора" интенсивность I принимаемых волн соответствует закону Малюса (1.7.1). Действительно, докажем это. Пусть электромагнитная волна, выходящая из волновода $ABCD$ источника, имеет амплитуду \bar{E}_0 (рис. 46, б). Электрический вектор \bar{E}_0 этой волны перпендикулярен широкой стенке AB волновода генератора и совпадает с главной осью OP источника как поляризатора. Установим на пути этой волны приёмную рупорную антенну, нагруженную прямоугольным волноводом, который на рис. 46, б изображён пунктиром. При этом линия OA является главной осью приёмника как анализатора. Угол между главными осями источника и приёмника как поляризатора и анализатора равен φ . Волна \bar{E}_0 , падающая на приёмный волновод, распадается в нём на две составляющие \bar{E}_{\parallel} и \bar{E}_{\perp} , т.е. две линейно поляризованные волны с ортогональными линиями поляризации. Составляющая \bar{E}_{\perp} распространяться по волноводу приёмника не будет, так как высота волновода удовлетворяет условию $b < \frac{\lambda}{2}$; волна же \bar{E}_{\parallel} будет распространяться в приёмном волноводe так как для неё выполняется условие: $a > \frac{\lambda}{2}$. Следовательно, приёмник будет регистрировать электромагнитную волну с амплитудой

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi, \quad (1.7.3)$$

или с интенсивностью

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (1.7.4)$$

которая измеряется микроамперметром.

Таким образом, для источника и приёмника радиоволн справедлив закон Малюса. Вращая приёмную рупорную антенну как анализатор вокруг её продольной оси, имеется возможность снять экспериментальную зависимость интенсивности I принимаемой волны от угла поворота φ антенны и построить полярную диаграмму (рис. 45) линейно поляризованной волны, которая соответствует закону Малюса.

Для наблюдения полярных диаграмм волн с различным характером поляризации непосредственно на экране электронно-лучевой трубки, используется *радиополяриметр* (рис. 47). Он состоит из индикатора круговой развёртки выполненного на базе электронно-лучевой трубки 31ЛМ32 с магнитным отклонением луча и большим временем послесвечения экрана. Отклоняющие катушки индикатора круговой развёртки могут приводиться во вращение с малой скоростью электрическим двигателем, или допускается ручное вращение. Приёмная рупорная антенна установлена во вращающейся втулке, закреплённой в шариковом подшипнике. Вращение приёмной рупорной антенны вокруг собственной продольной оси синхронизировано с вращением отклоняющих катушек индикатора круговой развёртки при помощи шестерёночной передачи. Сигнал, принимаемый рупорной антенной радиополяриметра, после усиления подаётся на отклоняющие катушки электронно-лучевой трубки. Поэтому отклонение электронного луча от центра экрана трубки пропорционально интенсивности принимаемого сигнала. Вследствие того, что поворот приёмной антенны синхронизирован с поворотом отклоняющих катушек индикатора, на экране электронно-лучевой трубки имеется возможность наблюдать в полярных координатах зависимость интенсивности I принимаемого сигнала от угла φ поворота антенны вокруг её продольной оси, т.е. $I = I(\varphi)$. На рисунке 48 показана полярная диаграмма линейно поляризованной волны, которая наблюдается на экране радиополяриметра.

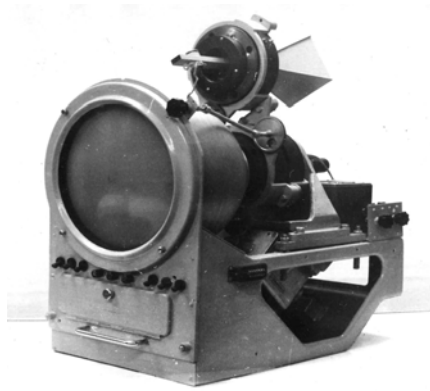


Рис. 47

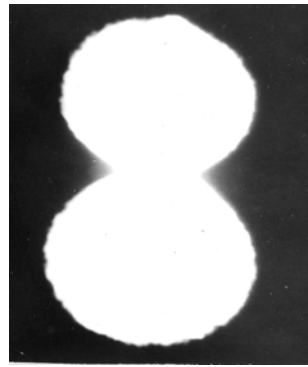


Рис. 48

Сущность линейного дихроизма естественных кристаллов можно проиллюстрировать в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн. Наглядной моделью дихроичного кристалла для радиоволн может служить волноводная структура (рис. 49), т.е. анизотропная пластинка, состоящая из большого числа прямоугольных волноводов сечением $a = 23$ мм и $b = 13$ мм. Толщина пластинки, т.е. длина d волноводов, образующих её, должна быть не менее длины волны λ используемого излучения ($d = 40$ мм). Волноводная структура изготавливается из тонкой жести, используя обычную пайку. Анизотропные свойства модели дихроичного кристалла объясняются следующим образом.

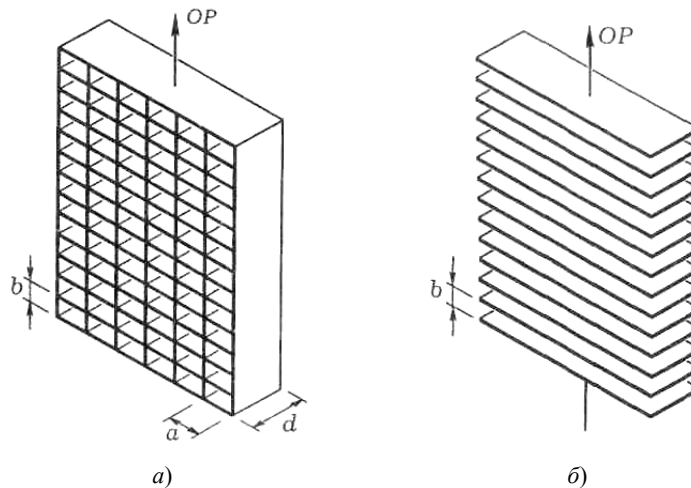


Рис. 49

Примем за главную "оптическую" ось OP волноводной структуры направление, перпендикулярное к широким стенкам прямоугольных волноводов. Для линейно поляризованной волны, электрический вектор \vec{E}_e которой параллелен главной оси анизотропной пластинки, выполняется условие распространения волн в структуре, так как ширина волноводов $a > \frac{\lambda}{2}$, т.е. длина волны λ оказывается меньше критической длины волны $\lambda_{кр}$ ($\lambda < \lambda_{кр} = 2a$). Следовательно, необыкновенная волна распространяется в волноводной структуре без заметного поглощения. Для обыкновенной волны, электрический вектор \vec{E}_o которой перпендикулярен главной оси OP структуры, высота волноводов $b < \frac{\lambda}{2}$, т.е. длина волны λ оказывается больше критической длины волны $\lambda_{кр}$ ($\lambda > \lambda_{кр} = 2b$) (§ 2.3). Согласно теории волноводов обыкновенная волна в анизотропной модели кристалла испытывает сильное затухание на отрезке, сравнимом с длиной волны. Интенсивность волны при этом уменьшается не менее чем в сто раз на отрезке, равном λ . Вследствие этого обыкновенная волна не будет проходить через модель дихроичного кристалла.

Для проведения опытов располагают генератор СВЧ и приёмную рупорную антенну, соединённую с осциллографом, на расстоянии 0,7 метра. Устанавливают главные направления источника и приёмника параллельно и располагают между ними модель дихроичного кристалла так, чтобы электрический вектор \vec{E} волны при облучении пластинки был параллелен её главной оси. Отмечают прохождение необыкновенной волны через модель дихроичного кристалла без существенного ослабления. Вращая приёмную антенну как анализатор, убеждаются, что направление поляризации волны, проходящей через анизотропную пластинку, параллельно главной оси волноводной структуры. Повернув источник радиоволн как поляризатор на угол 90° , облучают дихроичную пластинку волной, электромагнитный вектор \vec{E} которой перпендикулярен главной оси волноводной структуры. Вращая приёмную рупорную антенну (как анализатор) вокруг её продольной оси, убеждаются в отсутствии прохождения волн через анизотропную дихроическую пластинку.

Облучают модель дихроического кристалла электромагнитной волной, электрический вектор \vec{E} которой составляет с главной осью OP анизотропной пластинки угол $\alpha = 45^\circ$. В модели кристалла электромагнитная волна распадается на две компоненты (обыкновенную и необыкновенную) с ортогональными линиями поляризации: $\vec{E}_o \perp \vec{E}_e$, причем амплитуды этих волн одинаковы: $E_o = E_e = \frac{E}{\sqrt{2}}$. Вследствие дихроизма анизотропной волноводной пластинки необыкновенная компонента \vec{E}_e проходит через модель кристалла, а обыкновенная \vec{E}_o испытывает резкое затухание и не проходит через модель кристалла. Вращая приёмную антенну вокруг её продольной оси, убеждаемся, что направление поляризации волны, проходящей через модель дихроического кристалла, совпадает с главной осью OP анизотропной пластинки. Другими словами, угол между линиями поляризации первоначальной волны \vec{E} и проходящей волны \vec{E}_e равен 45° .

Прделаем ещё один эксперимент. Установим источник и приёмник СВЧ на одной прямой так, чтобы их главные направления OP и OA как поляризатора и анализатора образовали угол 90° (рис. 50). Включив приборы, отмечают отсутствие прохождения волн. Устанавливают модель дихроичного кристалла между источником и приёмником так, что главная "оптическая" ось OP дихроичной пластинки составляла с линиями поляризатора и анализатора угол $\alpha = 45^\circ$. Отмечают частичное прохождение волн.

Объяснение опыта. Так как электрический вектор \vec{E} первичной волны составляет с главной осью OP дихроичные пластинки угол $\alpha = 45^\circ$, то в пластинке данная волна распадается на две волны (обыкновенную и необыкновенную) \vec{E}_o и \vec{E}_e равных амплитуд (рис. 50). В дихроичной пластинке обыкновенная волна затухает, а необыкновенная проходит без заметного поглощения, причём $E_e = \frac{E}{\sqrt{2}}$.

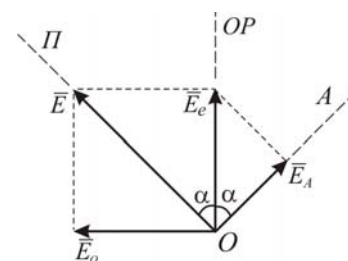


Рис. 50

Анализатор пропускает лишь волну с амплитудой $E_A = \frac{E_e}{\sqrt{2}}$, т.е. амплитуда принимаемой волны составляет половину от амплитуды первичной волны: $E_A = \frac{E}{2}$. Интенсивность волны регистрируемой приёмником, будет в четыре раза меньше интенсивности волны, излучаемой источником радиоволн. Если главная "оптическая" ось OP дихроичной пластинки в этом опыте совпадает с линией поляризатора или с линией анализатора, то снова наблюдается отсутствие прохождения волн. Этот опыт аналогичен оптическому эксперименту с тремя пластинками турмалина.

Более просто квазиоптическую модель дихроичного кристалла в диапазоне СВЧ можно изготовить на основе металленточной структуры (рис. 49, б). Модель дихроичного кристалла состоит из большого числа тонких металлических лент шириной $d = 40$ мм, установленных на расстоянии $b = 13$ мм друг от друга. Ленты структуры скрепляются тонкими металлическими шпильками. За главную квазиоптическую ось OP такой анизотропной пла-

стинки принимается направление, перпендикулярное металлическим лентам структуры. Обыкновенная волна, электрический вектор \vec{E}_o которой перпендикулярен главной оси дихроичной пластинки, будет испытывать сильное затухание в структуре, так как длина волны λ оказывается больше критической длины волны $\lambda_{кр} = 2b$ ($\lambda > 2b$). Необыкновенная волна, электрический вектор \vec{E}_e которой параллелен главной оси OP дихроичного кристалла, будет распространяться в металлоленточной структуре без существенного ослабления.

Моделью дихроичного кристалла может также служить решётка диполей (рис. 42), выполненных в виде двух слоёв, установленных на расстоянии четверти длины волны.

1.8. ФОРМУЛЫ ФРЕНЕЛЯ. ЯВЛЕНИЕ БРЮСТЕРА

На любой границе раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 возникает кроме падающей – отражённая и преломлённая волны. Соотношение между интенсивностями этих волн определяется формулами Френеля, которые следуют из граничных условий для электрической и магнитной составляющих световой волны:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}; \quad \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}; \quad (1.8.1)$$

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}; \quad \mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}; \quad (1.8.2)$$

где ε_1, μ_1 и ε_2, μ_2 – относительные диэлектрические и магнитные проницаемости соответственно первой и второй сред; E_1, H_1 и E_2, H_2 – векторы напряжённости полей в обеих средах; $E_{1\tau}, H_{1\tau}$ и E_{1n}, H_{1n} – проекции этих векторов соответственно на касательную плоскость и нормаль к границе раздела сред.

Всякую линейно поляризованную световую волну можно представить в виде совокупности двух волн той же частоты, в которых векторы \vec{E} колеблются вдоль двух взаимно перпендикулярных направлений. Поэтому для нахождения закономерностей отражения и преломления линейно поляризованных волн на границе раздела двух сред достаточно рассмотреть порознь волну, в которой вектор \vec{E} колеблется в плоскости падения (p -волна), и волну, в которой вектор \vec{E} колеблется перпендикулярно плоскости падения (s -волна).

1. Вначале рассмотрим отражение и преломление p -волны (рис. 51). Обозначим электрические векторы для падающей, отражённой и преломленной p -волн в точках поверхности раздела через $\vec{E}_p^0, \vec{E}_p^{отр}, \vec{E}_p^{пр}$. В первой среде распространяются две волны – падающая и отражённая, а во второй – только преломлённая. Поэтому результирующие напряжённости \vec{E}_1 и \vec{E}_2 в первой и второй средах вблизи границы раздела соответственно равны

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_p^0 + \vec{E}_p^{отр} \quad \text{и} \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_p^{пр}.$$

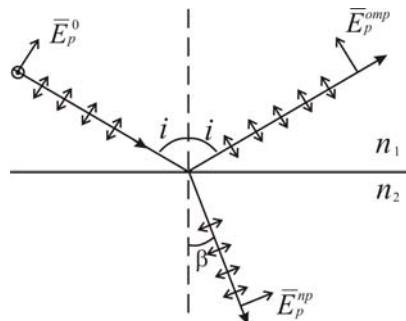


Рис. 51

Проекции векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 на касательную и нормаль имеют вид

$$E_{1\tau} = E_p^0 \cos i - E_p^{отр} \cos i; \quad E_{2\tau} = E_p^{пр} \cos \beta;$$

$$E_{1n} = -E_p^0 \sin i - E_p^{отр} \sin i; \quad E_{2n} = -E_p^{пр} \sin \beta;$$

где i и β – углы падения и преломления.

Подставляя эти значения в граничные условия (1.8.1), найдём

$$(E_p^0 - E_p^{\text{отп}}) \cos i = E_p^{\text{пр}} \cos \beta;$$

$$\varepsilon_1 (E_p^0 + E_p^{\text{отп}}) \sin i = \varepsilon_2 E_p^{\text{пр}} \sin \beta. \quad (1.8.3)$$

Исключим из этих уравнений напряжённость поля проходящей волны:

$$E_p^{\text{пр}} = (E_p^0 - E_p^{\text{отп}}) \frac{\cos i}{\cos \beta}; \quad (1.8.4)$$

$$E_p^{\text{пр}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} (E_p^0 + E_p^{\text{отп}}) \frac{\sin i}{\sin \beta} = (E_p^0 + E_p^{\text{отп}}) \frac{\sin \beta}{\sin i}, \quad (1.8.5)$$

так как

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 = \left(\frac{\sin \beta}{\sin i} \right)^2. \quad (1.8.6)$$

Приравнявая правые части выражений (1.8.4) и (1.8.5), найдём

$$E_p^0 \left(\frac{\cos i}{\cos \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin i} \right) = E_p^{\text{отп}} \left(\frac{\sin \beta}{\sin i} + \frac{\cos i}{\cos \beta} \right). \quad (1.8.7)$$

Учитывая, что интенсивность света пропорциональна квадрату напряжённости электрического поля, найдём *коэффициент отражения* света, под которым понимается отношение интенсивности отражённого излучения $I_p^{\text{отп}}$ к интенсивности падающего света I_p^0 :

$$R_p = \frac{I_p^{\text{отп}}}{I_p^0}. \quad (1.8.8)$$

На основании формулы (1.8.7) получаем

$$R_p = \frac{I_p^{\text{отп}}}{I_p^0} = \left(\frac{E_p^{\text{отп}}}{E_p^0} \right)^2 = \left[\frac{\frac{\cos i}{\cos \beta} - \frac{\sin \beta}{\sin i}}{\frac{\sin \beta}{\sin i} + \frac{\cos i}{\cos \beta}} \right]^2$$

или

$$R_p = \left[\frac{\cos i \sin i - \sin \beta \cos \beta}{\sin \beta \cos \beta + \cos i \sin i} \right]^2 = \left[\frac{\sin 2i - \sin 2\beta}{\sin 2\beta + \sin 2i} \right]^2 = \left[\frac{\sin(i - \beta) \cdot \cos(i + \beta)}{\cos(i - \beta) \cdot \sin(i + \beta)} \right]^2.$$

Окончательно получаем значение коэффициента отражения для p -волны

$$R_p = \frac{\text{tg}^2(i - \beta)}{\text{tg}^2(i + \beta)}. \quad (1.8.9)$$

Коэффициентом прохождения волны называется отношение интенсивности проходящей волны к интенсивности падающей волны на границу раздела:

$$\Gamma_p = \frac{I_p^{\text{пр}}}{I_p^0}. \quad (1.8.10)$$

Его значение также можно найти, исключив из выражения (1.8.3) $E_p^{\text{отп}}$:

$$\Gamma_p = \frac{4n_{21} \cos^2 i \sin^2 \beta}{(\cos \beta \sin \beta + \sin i \cos i)^2}. \quad (1.8.11)$$

Из закона сохранения плотности потока энергии $I_p^0 = I_p^{\text{отп}} + I_p^{\text{пр}}$, легко получить соотношение между коэффициентами отражения и прохождения:

$$R_p + \Gamma_p = 1. \quad (1.8.12)$$

Формулы (1.8.9) и (1.8.11) называют формулами Френеля для p -волны.

2. Теперь рассмотрим отражение и преломление s -волны (рис. 52).

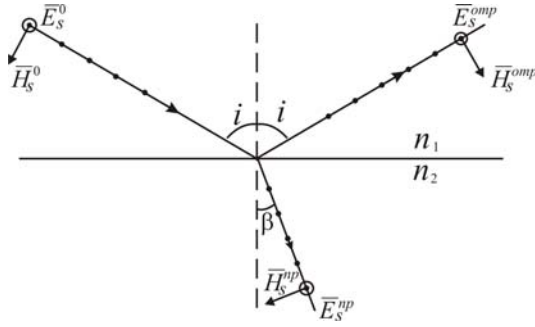


Рис. 52

Граничные условия (1.8.2) для магнитного поля световой волны при $\mu_1 = \mu_2 = 1$ запишутся в виде

$$\begin{aligned} -H_s^0 \cos i + H_s^{\text{отр}} \cos i &= -H_s^{\text{пр}} \cos \beta; \\ H_s^0 \sin i + H_s^{\text{отр}} \sin i &= H_s^{\text{пр}} \sin \beta. \end{aligned} \quad (1.8.13)$$

Перейдём от напряжённости магнитного поля к напряжённости электрического поля:

$$H_s^0 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1}{\mu_0}} E_s^0; \quad H_s^{\text{отр}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1}{\mu_0}} E_s^{\text{отр}}; \quad H_s^{\text{пр}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2}{\mu_0}} E_s^{\text{пр}}.$$

Получим

$$\begin{aligned} -\sqrt{\varepsilon_1} E_s^0 \cos i + \sqrt{\varepsilon_1} E_s^{\text{отр}} \cos i &= -\sqrt{\varepsilon_2} E_s^{\text{пр}} \cos \beta; \\ \sqrt{\varepsilon_1} E_s^0 \sin i + \sqrt{\varepsilon_1} E_s^{\text{отр}} \sin i &= \sqrt{\varepsilon_2} E_s^{\text{пр}} \sin \beta. \end{aligned}$$

Учитывая выражение (1.8.6), найдём

$$\begin{aligned} (-E_s^0 + E_s^{\text{отр}}) \sin \beta \cos i &= -E_s^{\text{пр}} \sin i \cos \beta; \\ E_s^0 + E_s^{\text{отр}} &= E_s^{\text{пр}}. \end{aligned} \quad (1.8.14)$$

Исключая из этих равенств $E_s^{\text{пр}}$, найдём коэффициент отражения для s -волны

$$R_s = \frac{I_s^{\text{отр}}}{I_s^0} = \left(\frac{E_s^{\text{отр}}}{E_s^0} \right)^2 = \frac{\sin^2(i - \beta)}{\sin^2(i + \beta)}. \quad (1.8.15)$$

Для коэффициента прохождения получается выражение

$$\Gamma_s = \frac{I_s^{\text{пр}}}{I_s^0} = \frac{4n_{21} \cos^2 i \sin^2 \beta}{\sin^2(i + \beta)}. \quad (1.8.16)$$

Найдём значение коэффициентов отражения и прохождения при нормальном падении света на границу раздела. Выражения (1.8.14) перепишем в виде

$$\begin{aligned} -E_s^0 + E_s^{\text{отр}} &= -E_s^{\text{пр}} n_{21} \frac{\cos \beta}{\cos i}; \\ E_s^0 + E_s^{\text{отр}} &= E_s^{\text{пр}}. \end{aligned} \quad (1.8.17)$$

Учитывая, что при $i = \beta = 0$, найдём $\frac{\cos \beta}{\cos i} = 1$. Тогда имеем систему равенств:

$$\begin{aligned} -E_s^0 + E_s^{\text{отр}} &= -n_{21} E_s^{\text{пр}}; \\ E_s^0 + E_s^{\text{отр}} &= E_s^{\text{пр}}, \end{aligned} \quad (1.8.18)$$

откуда найдём значения коэффициентов отражения и прохождения для s -волны при $i = 0$:

$$R = \left[\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} \right]^2; \quad \Gamma = \frac{4n_{21}}{(n_{21} + 1)^2}. \quad (1.8.19)$$

Из граничных условий (1.8.3) для p -волны коэффициенты R и Γ при нормальном падении света имеют те же значения (1.8.19). Анизотропия отражения при нормальном падении рассматривается в § 4.17.

Так, например, при нормальном падении света на границу раздела воздуха со стеклом ($n_{21} = 1,5$) $R = 0,04$. Поэтому в оптических приборах, содержащих большое число линз и призм, потери энергии при многократном отражении могут привести к значительному ослаблению энергии света на выходе из прибора. Для уменьшения этих потерь применяется специальная "просветлённая оптика", в которой используется явление интерференции света в тонких прозрачных плёнках (§ 2.6).

Коэффициенты отражения одинаковы ($R_p = R_s$) лишь при нормальном падении света ($i = 0^\circ$), при этом коэффициент отражения имеет малую величину. Если угол падения i будет стремиться к 90° (скользящее падение света), то согласно формулам Френеля (1.8.9) и (1.8.15) коэффициенты отражения стремятся к единице: $R_p = R_s = 1$. Этим объясняется зеркальное отражение противоположного берега озера в тихую погоду. Однако, зависимость коэффициентов отражения от угла падения различна (рис. 53).

Коэффициент отражения R_s для волны, электрический вектор \vec{E}_s которой перпендикулярен плоскости падения, увеличивается непрерывно с возрастанием угла i падения. Указанная зависимость для волны, электрический вектор \vec{E}_p которой параллелен плоскости падения, имеет более сложный вид (рис. 53) Коэффициент отражения для этой волны согласно формуле (1.8.9) при некотором угле падения i_B , удовлетворяющем условию

$$i_B + \beta = 90^\circ, \quad (1.8.20)$$

равен нулю, т.е. $R_p = 0$ при $i = i_B$.

Другими словами, линейно поляризованная волна, линия поляризации которой лежит в плоскости падения, не отражается от границы раздела при выполнении условия (1.8.20). При этом волна, линия поляризации которой перпендикулярна плоскости падения, отражается всегда.

Рассмотрим падение неполяризованного естественного света с интенсивностью I_0 на границу раздела двух сред при угле падения $i = i_B$ (рис. 54, а). Данное излучение I_0 можно рассматривать как сумму двух волн I_p^0 и I_s^0 , электрические векторы \vec{E}_p^0 и \vec{E}_s^0 которых, соответственно, параллельны и перпендикулярны плоскости падения, причём

$$I_p^0 = I_s^0 = \frac{1}{2} I_0. \quad (1.8.21)$$

Согласно вышеизложенному одна из этих компонент $E_s^{\text{отр}}$ отражается, а другая \vec{E}_p – нет. Следовательно, при отражении от границы раздела неполяризованного света под углом i_B отражённая волна будет линейно поляризованной, при этом преломлённая волна будет частично

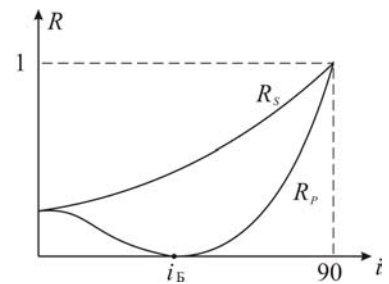
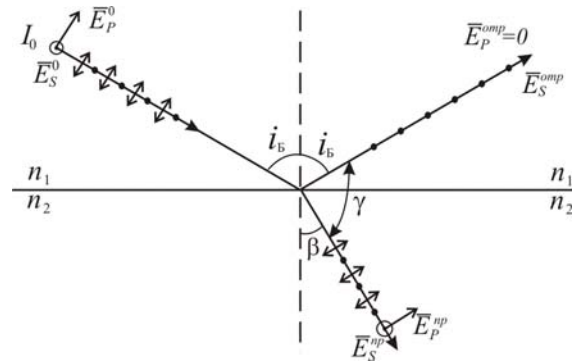


Рис. 53

a)



б)

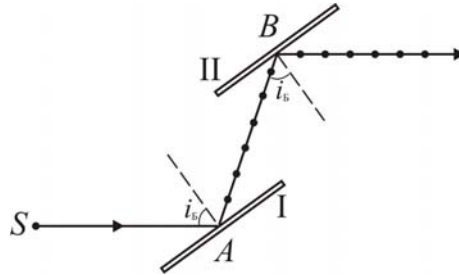


Рис. 54

поляризованная. Это явление превращения неполяризованного излучения в линейно поляризованное при отражении от границы раздела двух сред называется *явлением Брюстера*. Угол i_B , при котором наступает полная поляризация отражённого света, называется *углом Брюстера*.

Обозначим угол между отраженной и преломленной волной через γ (рис. 54, a). Из этого рисунка видно, что $\gamma + i_B + \beta = 180^\circ$. Учитывая формулу (1.8.20), получим $\gamma = 90^\circ$, т.е. при полной поляризации отражённого света угол между отражённой и преломлёнными волнами равен 90° . При полной поляризации справедлив закон преломления:

$$\frac{\sin i_B}{\sin \beta} = n_{21}.$$

Так как $i_B + \beta = 90^\circ$, то $\beta = (90^\circ - i_B)$. Следовательно, закон преломления принимает вид

$$\frac{\sin i_B}{\sin(90^\circ - i_B)} = n_{21}; \quad \text{или} \quad \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = n_{21},$$

т.е.

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}. \quad (1.8.22)$$

Эта формула позволяет легко определить угол Брюстера, при котором наступает полная поляризация отражённой волны. Например, для границы воздуха и стекла ($n_{21} = 1,5$) угол Брюстера равен $i_B = 56,5^\circ$.

Таким образом, если на границу раздела двух сред падает неполяризованное излучение под углом i_B , удовлетворяющим условию (1.8.22), то отражённый свет становится линейно поляризованным, причём линия поляризации этой волны перпендикулярна плоскости падения. Если условие (1.8.22) не выполняется, то отражённое излучение становится частично поляризованным.

Степень поляризации отражённой волны определяется соотношением

$$\Delta_{\text{отр}} = \frac{I_S^{\text{отр}} - I_P^{\text{отр}}}{I_S^{\text{отр}} + I_P^{\text{отр}}}, \quad (1.8.23)$$

где согласно формуле (1.8.21) имеем соотношения

$$I_S^{\text{отр}} = I_S^0 R_S = \frac{1}{2} I_0 R_S; \quad (1.8.24)$$

$$I_P^{\text{отп}} = I_P^0 R_P = \frac{1}{2} I_0 R_P, \quad (1.8.25)$$

где I_0 – интенсивность волны, падающей на границу раздела сред.

Степень поляризации проходящей волны определяется соотношением

$$\Delta_{\text{пр}} = \frac{I_S^{\text{пр}} - I_P^{\text{пр}}}{I_S^{\text{пр}} + I_P^{\text{пр}}}, \quad (1.8.26)$$

где

$$I_S^{\text{пр}} = \Gamma_S I_S^0 = (1 - R_S) \frac{1}{2} I_0; \quad (1.8.27)$$

$$I_P^{\text{пр}} = \Gamma_P I_P^0 = (1 - R_P) \frac{1}{2} I_0. \quad (1.8.28)$$

Для наблюдения явления Брюстера направляют пучок неполяризованного света от теплового источника S на пластинку I органического или обычного стекла чёрного цвета под углом Брюстера i_B (рис. 54, б). Чёрный цвет пластинки I обеспечивает отражение волны лишь от одной границы раздела. От первой пластинки отражается лишь s -волна, т.е. отражённое излучение линейно поляризовано. При этом компонента p не отражается. Пластинка I выполняет роль поляризатора. Устанавливают на пути, отражённой от первой пластинки линейно поляризованной s -волны, вторую пластинку II стекла так, чтобы обе пластинки были параллельны. При этом угол падения s -волны на пластинку II также равен i_B (рис. 54, б). При таком положении пластинок I и II наблюдается отражение света и от второй пластинки. Поворачивают пластинку II медленно вокруг оси AB . При этом испытывает поворот и луч света, отражённый от пластинки II, причём при увеличении угла поворота интенсивность отражённого света уменьшается. Когда угол поворота достигнет 90° , интенсивность отражённого света становится равной нулю. Объясняется это тем, что линия поляризации волны, падающей на пластинку II при её повороте на 90° , будет совпадать с её плоскостью падения, т.е. волна, падающая на вторую пластинку, становится для неё p -волной. Пластинка II выполняет при этом роль анализатора.

Для радиоволн СВЧ-диапазона ($\lambda = 3,2$ см) органическое стекло имеет показатель преломления $n = 1,6$, а угол Брюстера $i_B = 58^\circ$. Опыт показывает, что s -волна отражается от тонкого листа оргстекла при любом угле падения от 0 до 90° . Что же касается p -волны, то она также испытывает отражение при всех углах, кроме угла $i_B = 58^\circ$.

Явление Брюстера можно объяснить на основе электронной теории строения диэлектриков. Электрический вектор подающей световой волны вызывает в диэлектрике колебания электронов, направление колебательных движений которых совпадает с направлением электрического вектора преломлённой волны. Эти колебания возбуждают на поверхности раздела сред отражённую волну, распространяющуюся в первой среде. Но линейно колеблющийся электрон максимально излучает вторичные волны в плоскости перпендикулярной этим колебаниям и не излучает вторичных волн в направлении колебаний. неполяризованное излучение, падающее на диэлектрик под углом Брюстера, вызывает колебания электронов диэлектрика как перпендикулярно к плоскости падения, так и параллельно плоскости падения. Так как оба направления колебаний перпендикулярны к преломленному лучу, то первые из них создают вторичное отражённое излучение, а другие – нет, так как эти электроны продольно к своим колебаниям не излучают свет.

Общий вид установки для иллюстрации явления Брюстера показан на рис. 55. Модель диэлектрика состоит из металлических медных диполей длиной 3 см, укрепленных в штангах из оргстекла длиной 25 см каждая. Диполи можно изготовить из медной проволоки диаметром 2...3 мм. Одна совокупность диполей расположена вдоль штанг, и они ориентированы перпендикулярно к плоскости падения радиоволн. Вторая совокупность диполей располагается перпендикулярно к штангам, и они лежат в плоскости падения. Эти диполи для упрощения опыта ориентируют под углом 45° к горизонту. Устанавливают модель диэлектрика относительно генератора и приёмника так, чтобы угол падения и отражения лучей составляли

45°. Облучают модель диэлектрика волной, электрический вектор \vec{E} которой перпендикулярен к плоскости падения. Под действием этого излучения наиболее сильно возбуждаются диполи, расположенные перпендикулярно к плоскости падения. Вращая приёмную антенну вокруг продольной оси, убеждаются, что отражённое излучение линейно поляризовано и его электри-

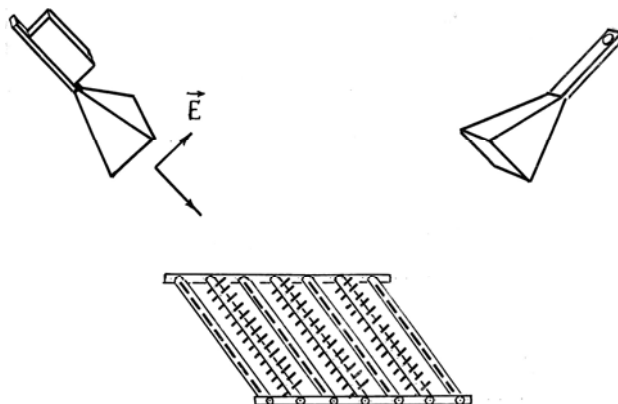


Рис. 55

ческий вектор также перпендикулярен к плоскости падения лучей. Повернув источник радиоволн, как поляризатор, на 90°, снова облучают модель диэлектрика волной, электрический вектор \vec{E} которой лежит в плоскости падения. Наиболее сильно будут возбуждаться диполи, лежащие также в плоскости падения. Но так как поле диполей вторичного излучения радиально несимметрично, то они не излучают вдоль себя, а, следовательно, не излучают в направлении приёмной антенны, вследствие чего отражённого сигнала нет.

Облучают модель диэлектрика электромагнитной волной, электрический вектор \vec{E} которой составляет с плоскостью падения угол 45°. В этом случае возбуждаются обе совокупности диполей, но одни из них дают отражённое излучение в направлении приёмной антенны, а вторые – нет. Вращением приёмника как анализатора убеждаются, что линия поляризации в отражённой волне перпендикулярна к плоскости падения. Этот опыт впервые был предложен профессором Н.Н. Маловым.

Глава 2

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВОЛН

2.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА

В геометрической оптике используется закон независимости световых пучков, который гласит, что световые пучки, встречаясь, не воздействуют друг на друга. Это положение было сформулировано Гюйгенсом, который в своём "Трактате о свете" писал: "Одно из чудеснейших свойств света состоит в том, что, когда он приходит из разных и даже противоположных сторон, лучи его производят своё действие, проходя один сквозь другой без вязкой помехи". Во многих случаях это действительно так. Пусть от первого источника свет приходит в точку наблюдения волна с интенсивностью $I_1 \sim E_1^2$, где E_1 – напряжённость электрического поля световой волны, а от второго источника $I_2 \sim E_2^2$. Если это обычные тепловые источники света, то результирующая интенсивность в точке наблюдения равна

$$I = I_1 + I_2 \sim E_1^2 + E_2^2. \quad (2.1.1)$$

Однако в силу принципа суперпозиции полей при сложении векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 электрических полей отдельных волн может получиться волна, амплитуда которой равна сумме амплитуд отдельных волн $E_1 + E_2$. Так как интенсивность результирующей волны пропорциональна квадрату амплитуды, то получим

$$I' \sim (E_1 + E_2)^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2, \quad (2.1.2)$$

т.е. интенсивность результирующей волны I' будет больше интенсивности I , т.е. $I' > I$. При суперпозиции волн может образоваться волна с амплитудой $E_1 - E_2$, тогда

$$I'' \sim (E_1 - E_2)^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2, \quad (2.1.3)$$

т.е. $I'' < I$.

Таким образом, волновые представления, на первый взгляд, противоречат фотометрическому закону: освещённость, создаваемая двумя источниками, равна сумме освещённостей, создаваемых отдельными пучками.

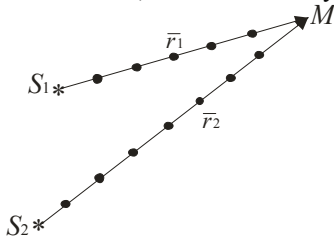


Рис. 56

Рассмотрим более подробно взаимодействие двух гармонических волн, возбуждаемых источниками S_1 и S_2 . Пусть циклические частоты гармонических колебаний равны ω_1 и ω_2 , а их начальные фазы φ_{10} и φ_{20} . Пусть источники S_1 и S_2 находятся достаточно далеко от точки наблюдения, так, что волны, приходящие в точку наблюдения M , можно рассматривать как плоские (рис. 56). Будем также считать, что колебания электрических векторов в точке M совершаются вдоль одной прямой так, что \vec{E}_1 и \vec{E}_2 параллельны, т.е. волны линейно поляризованы так, что их линии поляризации совпадают. Пусть колебания, приходящие в произвольную точку M , описываются уравнениями

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{m1} \sin(\omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{01}); \\ E_2 &= E_{m2} \sin(\omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{02}), \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

где $k_1 = \frac{\omega_1}{V_1}$ и $k_2 = \frac{\omega_2}{V_2}$ – волновые числа; E_{m1} и E_{m2} – амплитуды волн; V_1 и V_2 – скорости волн.

Введём обозначения:

$$\begin{aligned} \omega_1 t - k_1 r_1 + \varphi_{01} &= \delta_1; \\ \omega_2 t - k_2 r_2 + \varphi_{02} &= \delta_2. \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

Тогда уравнения колебаний в точке наблюдения можно записать кратко:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{m1} \sin \delta_1; \\ E_2 &= E_{m2} \sin \delta_2. \end{aligned} \quad (2.1.6)$$

Согласно принципу суперпозиции результирующее колебание в точке M будет описываться выражением

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{m1} \sin \delta_1 + \vec{E}_{m2} \sin \delta_2, \quad (2.1.7)$$

которое можно представить векторной диаграммой (рис. 57). Можно предположить, что получится результирующее колебание, амплитуда которого будет E_m , а фаза δ_0 , т.е.

$$E = E_m \sin \delta_0. \quad (2.1.8)$$

Рис. 57

Для нахождения амплитуды E_m и фазы δ_0 результирующего колебания воспользуемся векторной диаграммой (теория сложения однонаправленных колебаний). Из векторной диаграммы находим амплитуду результирующей волны

$$E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos(\delta_2 - \delta_1) \quad (2.1.9)$$

и её начальную фазу

$$\operatorname{tg} \delta_0 = \frac{E_{m1} \sin \delta_1 + E_{m2} \sin \delta_2}{E_{m1} \cos \delta_1 + E_{m2} \cos \delta_2}. \quad (2.1.10)$$

Из (2.1.9) следует, что амплитуда результирующего колебания при сложении гармонических волн зависит не только от амплитуд складываемых колебаний, но и от их разности фаз $(\delta_2 - \delta_1)$. Разность фаз складываемых колебаний, согласно формулам (2.1.5), равна

$$\delta = (\delta_2 - \delta_1) = (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2r_2 - k_1r_1) + (\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (2.1.11)$$

Рассмотрим два предельных случая.

1. Разность фаз $\delta = (\delta_2 - \delta_1)$ волн, приходящих в точку M , изменяется с течением времени. Такие волны и возбуждающие их источники называются *некогерентными*. Причина некогерентности: во-первых, начальные фазы волн φ_{01} и φ_{02} изменяются с течением времени; во-вторых, частоты колебаний не равны друг другу $\omega_1 \neq \omega_2$. Это приводит к тому, что разность фаз δ волн в точке наблюдения изменяется непрерывно от 0 до π . Вследствие чего амплитуда результирующего колебания в точке M изменяется от $E_{m1} + E_{m2}$ до $|E_{m1} - E_{m2}|$ периодически. Так как в оптике частоты ω_1 и ω_2 велики, то частота, с которой происходит изменение результирующей амплитуды, равна $|\omega_2 - \omega_1|$, т.е. частота $\Delta\omega = |\omega_2 - \omega_1|$ достаточно велика. Любой прибор не будет успевать реагировать на изменение амплитуды результирующей волны. Всем приёмникам света присуща определённая инерционность, которую можно характеризовать временем установления или временем реакции приёмника τ . Так для глаза это время $\tau \approx 0,1$ с, т.е. время, в течение которого глаз человека сохраняет зрительное впечатление, т.е. "видит свет" даже тогда, когда излучение уже перестало в него попадать. Глаз не замечает, например, быстрых миганий света, если они следуют друг за другом через время Δt меньше, чем τ . У фотоматериалов τ (время экспозиции) инерционность равна $10^{-2} \dots 10^{-4}$ с. Существуют приёмники, у которых $\tau = 10^{-8} \dots 10^{-9}$ с. Однако даже такие времена τ очень велики по сравнению с периодами оптических колебаний, для которых $T \approx 10^{-15}$ с. Можно сказать, что в большинстве случаев приёмник света не успевает регистрировать изменение амплитуды результирующей волны, получаемой при сложении двух некогерентных световых колебаний. Следовательно, для нахождения амплитуды результирующего колебания в выражении (2.1.9) следует взять среднее значение косинуса за достаточно большой промежуток времени $\Delta t > \tau$:

$$\overline{E_m^2} = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos(\delta_2 - \delta_1) d\tau \quad (2.1.12)$$

или

$$\overline{E_m^2} = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \overline{\cos(\delta_2 - \delta_1)}.$$

Учитывая, что $\overline{\cos(\delta_2 - \delta_1)} = 0$, получим

$$\overline{J}_{\text{неког.}} \sim \overline{E_m^2} = E_{m1}^2 + E_{m2}^2. \quad (2.1.13)$$

Таким образом, при взаимодействии двух некогерентных волн средняя интенсивность результирующей волны равна сумме интенсивностей отдельных волн или среднее значение квадрата амплитуды результирующей

щей волны равно сумме квадратов амплитуд взаимодействующих волн, т.е. в соответствии с законом сохранения энергии происходит суммирование энергий волн. Некогерентные волны интерферировать не могут.

2. Разность фаз волн $\delta = (\delta_2 - \delta_1)$, приходящих в точку наблюдения не зависит от времени. Это возможно при выполнении двух условий: во-первых, разность начальных фаз волн $(\varphi_{02} - \varphi_{01})$ постоянна или равна нулю; в дальнейшем будем считать, что

$$\varphi_{02} - \varphi_{01} = 0, \quad (2.1.14)$$

во-вторых, частоты гармонических колебаний одинаковы

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega. \quad (2.1.15)$$

Такие волны и возбуждающие их источники называются *когерентными*. Согласно (2.1.11) для когерентных волн получаем

$$\delta = -(k_2 r_2 - k_1 r_1). \quad (2.1.16)$$

Будем считать среду однородной и изотропной для рассматриваемых волн

$$k_2 = k_1 = k = \frac{\omega}{V} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (2.1.17)$$

Тогда для разности фаз когерентных волн получим

$$\delta = -k(r_2 - r_1). \quad (2.1.18)$$

В случае наложения когерентных волн их разность фаз δ в точке наблюдения M зависит от положения этой точки в пространстве, т.е. от геометрической разности хода волн $(r_2 - r_1)$ до точки наблюдения. Выясним, как зависит интенсивность результирующей волны от разности фаз складываемых когерентных колебаний.

а) Пусть

$$\delta = k(r_2 - r_1) = 2m\pi, \quad (2.1.19)$$

где $m = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3, \dots$, тогда $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$ и, следовательно, исходя из (2.1.9), получим

$$E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} = (E_{m1} + E_{m2})^2$$

или

$$E_m = E_{m1} + E_{m2}. \quad (2.1.20)$$

Если разность фаз складываемых когерентных колебаний в точке наблюдения равна чётному числу π , то амплитуда результирующей волны равна сумме амплитуд, а интенсивность больше суммы интенсивностей складываемых волн:

$$I_{\text{ког}} \sim (E_{m1} + E_{m2})^2 > E_{m1}^2 + E_{m2}^2 \sim I_1 + I_2. \quad (2.1.21)$$

Принято говорить, что в данных точках пространства наблюдается максимум интерференции. Согласно (2.1.19) максимум интерференции будет наблюдаться в точках

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = 2m\pi, \quad (m = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3, \dots),$$

откуда получим

$$r_2 - r_1 = \pm m\lambda = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (2.1.22)$$

где m – порядок интерференции.

Таким образом, если геометрическая разность хода когерентных волн до точки наблюдения равна целому числу длин волн или чётному числу полуволен, то в этой точке наблюдается максимум интерференции.

б) Пусть

$$\delta = k(r_2 - r_1) = (2m + 1)\pi, \quad (2.1.23)$$

где $m = \pm 1; \pm 2; \pm 3, \dots$, так как $\cos \delta = -1$, на основании выражения (2.1.9) получим

$$E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 - 2E_{m1}E_{m2} = |E_{m1} - E_{m2}|^2, \quad (2.1.24)$$

откуда имеем

$$I_{\text{ког}} \sim E_m^2 = |E_{m1} - E_{m2}|^2 < E_{m1}^2 + E_{m2}^2 \sim I_1 + I_2. \quad (2.1.25)$$

Если разность фаз складываемых когерентных волн в точке наблюдения равна нечётному числу π , то амплитуда результирующей волны равна разности амплитуд складываемых волн, а интенсивность в точке наблюдения будет меньше суммы интенсивностей складываемых волн. Принято говорить, что в данных точках

пространства наблюдаются минимумы интерференции. Из (2.1.23) найдём положение минимумов интерференции:

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = (2m - 1)\pi,$$

$$r_2 - r_1 = (2m - 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (2.1.26)$$

Если геометрическая разность хода когерентных волн до точки наблюдения равна нечётному числу полу-волн, то в данной точке наблюдается минимум интерференции.

Интерференцией когерентных волн называют такое их взаимодействие, при котором в одних точках пространства происходит взаимное усиление результирующих волн, а в других точках – взаимное ослабление. При этом электрические векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 когерентных волн в точке наблюдения параллельны, т.е. они совершают колебания вдоль одного направления. При интерференции отсутствует простое суммирование энергий волн. Другими словами, интерференция приводит к перераспределению энергий в пространстве. Явление интерференции не противоречит закону сохранения и превращения энергии.

Рассмотрим перераспределение энергии в пространстве. Оно зависит от разности фаз δ , т.е. от положения точки наблюдения в пространстве в соответствии с формулой

$$E_m^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos \delta, \quad (2.1.27)$$

которую можно привести к виду

$$E_m^2 = (E_{m1} + E_{m2})^2 - 2E_{m1}E_{m2}(1 - \cos \delta)$$

или

$$E_m^2 = (E_{m1} + E_{m2})^2 - 4E_{m1}E_{m2} \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (2.1.28)$$

В соответствии с этим законом распределение энергии в пространстве при двухлучевой интерференции можно представить графически (рис. 58).

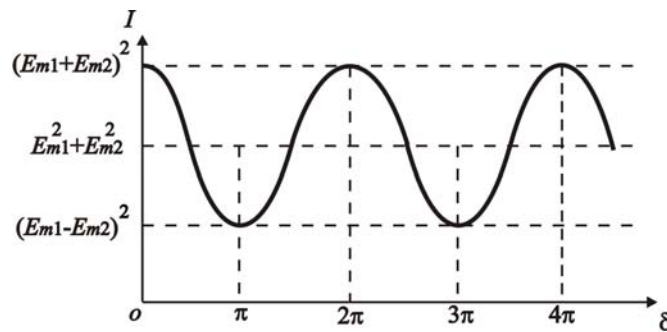


Рис. 58

Если амплитуды когерентных волн одинаковы $E_{m2} = E_{m1}$, то интерференционная картина будет наиболее контрастной, так как интенсивность результирующей волны в точках минимумов будет равна нулю. Из (2.1.28) получим

$$E_m^2 = 4E_{m1}^2 - 4E_{m1}^2 \sin^2 \frac{\delta}{2} = 4E_{m1}^2 \left(1 - \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) = 4E_{m1}^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (2.1.29)$$

Если волны до точки наблюдения проходят различные среды, то разность фаз в точке наблюдения будет равна

$$\delta = k_2 r_2 - k_1 r_1 = \frac{\omega}{V_2} r_2 - \frac{\omega}{V_1} r_1.$$

Учитывая, что $V_1 = \frac{c}{n_1}$, $V_2 = \frac{c}{n_2}$, где n_1 и n_2 – показатели преломления сред, получим

$$\delta = \frac{\omega}{c} n_2 r_2 - \frac{\omega}{c} n_1 r_1 = \frac{\omega}{c} (n_2 r_2 - n_1 r_1) = k \Delta,$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; $\Delta = (n_2 r_2 - n_1 r_1)$ – оптическая разность хода.

Для светлых полос $\Delta = m\lambda$, для тёмных полос $\Delta = (2m-1)\frac{\lambda}{2}$.

Порядок интерференции есть определённая до целого числа оптическая разность хода интерферирующих волн, выраженная в длинах волн (в вакууме).

Переходя от амплитуд волн E_{m1} и E_{m2} к их интенсивностям I_1 и I_2 , выражение (2.1.27) можно записать в виде

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta. \quad (2.1.30)$$

Если интенсивности когерентных волн одинаковы $I_1 = I_2 = I_0$, то получаем

$$I = 2I_0(1 + \cos \delta). \quad (2.1.31)$$

2.2. ВРЕМЕННАЯ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ ВОЛН

Строго монохроматические волны одной и той же частоты всегда интерферируют между собой, т.е. они когерентны. Интерференционная картина от таких источников стационарна или устойчива в том смысле, что распределение интенсивности волнового поля в пространстве остаётся неизменным во времени. Интерференция излучений от независимых обычных источников света, например от электрических лампочек, недоступна наблюдению глазом. Глаз не наблюдает интерференцию даже при наложении излучений от двух независимых самых узких спектральных линий, излучаемых разреженными газами. Всё это говорит о том, что излучения обычных источников света никогда не бывают строго монохроматическими.

Невозможность визуального наблюдения интерференционной картины от двух независимых источников света можно пояснить, если ввести понятие о квазимонохроматическом свете. Такой свет представляет собой колебание, в котором амплитуда и фаза медленно и хаотически изменяется во времени, но эти изменения происходят за время τ , которое значительно больше периода T самих колебаний. Примером квазимонохроматического излучения может служить свет, испускаемый отдельным атомом. Возбуждённый атом испускает группу или цуг волн в течение времени $\tau_{\text{изл}} \approx 10^{-8}$ с. Если период световых колебаний $T \approx 10^{-15}$ с, то цуг содержит 10^7 волн. За время $\tau_{\text{изл}}$ атом "высвечивается" и переходит в невозбуждённое состояние. В результате столкновений с другими атомами или ударов электронов атом снова приходит в возбуждённое состояние и излучает новый цуг волн. Огромное количество возбуждённых атомов источника света приводит к тому, что в результате суперпозиции элементарных волн одинаковых частот образуется квазимонохроматическая волна, которая в течение некоторого промежутка времени τ сохраняет фазу и амплитуду в среднем неизменными. Для обычных (не лазерных) источников: $\tau \approx 10^{-9} \dots 10^{-10}$ с. Пусть теперь на экран падает квазимонохроматическое излучение от двух независимых источников. При наложении двух волновых цугов на экране возникнет какая-то интерференционная картина, положение которой определяется разностью фаз между колебаниями обоих цугов. Но такая разность фаз быстро и хаотично изменяется от одной пары цугов волн к следующей, а значит и изменится положение интерференционной картины. За секунду происходит смена интерференционных картин сотни миллионов раз. Глаз или другой приёмник света не в состоянии следить за этой быстрой сменой интерференционных картин и фиксирует только равномерную освещённость экрана. Таким образом, невозможность наблюдения интерференционной картины от двух независимых обычных источников объясняется несогласованностью во времени колебательных процессов этих источников. Данную несогласованность колебаний источников волн принято характеризовать *временной когерентностью*, определяющим параметром которой является *время когерентности*.

Квазимонохроматическое колебание можно рассматривать как цуг волны, т.е. отрезок синусоиды, существующей в течение времени τ , которое больше периода колебаний T . Очевидно, чем меньше интервал времени τ , в течение которого длится рассматриваемое колебание, тем больше оно отличается от монохроматической волны, порождаемой им. Поскольку квазимонохроматическое колебание не длится от $-\infty$ до $+\infty$, оно представляет собою процесс непериодический и для спектрального разложения его следует воспользоваться интегралом Фурье, т.е. любую конечную и интегрируемую функцию $E(t)$ можно представить в виде интеграла

$$E(t) = \int_0^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (2.2.1)$$

где

$$S(\omega) = \int_0^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2.2.2)$$

В данном случае величина $|S(\omega)|^2$ характеризует распределение энергии колебаний по частотам.

Пусть квазимонохроматическое колебание $E(t) = E_0 e^{i\omega_0 t}$ существует в промежутке времени $-\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2}$, где τ – длительность рассматриваемого колебательного процесса; E_0 – амплитуда; ω_0 – круговая частота. Вычислим распределение энергии колебаний по частотам:

$$S(\omega) = E_0 \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} e^{-i(\omega-\omega_0)t} dt = E_0 \tau \left[\frac{\sin \frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2}}{\frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2}} \right].$$

Распределение энергии колебаний по частотам для квазимонохроматической волны имеет вид

$$|S(\omega)|^2 = E_0^2 \tau^2 \left[\frac{\sin \frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2}}{\frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2}} \right]^2. \quad (2.2.3)$$

На рисунке 59 в качестве иллюстрации проводятся временные и спектральные характеристики квазимонохроматических электрических колебаний звуковой частоты $\nu_0 = 800$ Гц, наблюдаемые с помощью осциллографа и спектроанализатора. Длительность τ квазимонохроматического сигнала генератора задаётся временем замыкания герконов, управляемых прямоугольными импульсами, которые повторяются через промежуток времени $t \gg \tau$. Согласно формуле (2.2.3) функция $|S(\omega)|^2$ имеет главный максимум при $\omega = \omega_0$ и обращается в нуль первый раз при

$$\left| \frac{(\omega-\omega_0)\tau}{2} \right| = \left| \pi(\nu-\nu_0)\tau \right| = \pi. \quad (2.2.4)$$

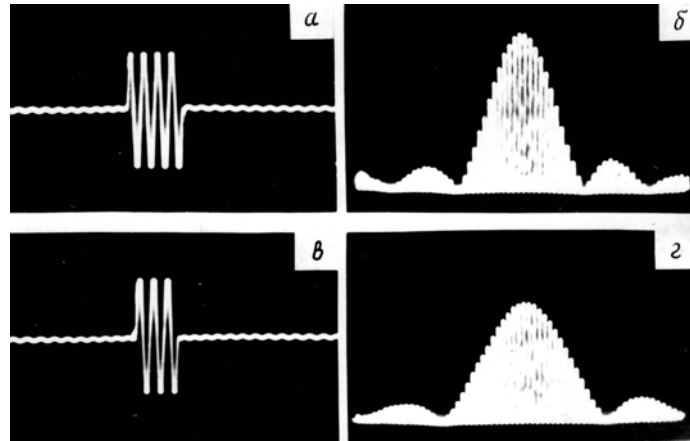


Рис. 59

Это условие минимумов для точек, ограничивающих главный максимум функции $|S(\omega)|^2$. Таким образом, хотя частота $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ представлена наибольшей амплитудой, спектр главного максимума охватывает интервал частот $\nu - \nu_0 = \Delta\nu$. Из формулы (2.2.4) получаем связь между длительностью τ квазимонохроматического колебания и шириной $\Delta\nu$ его спектра:

$$\tau = \frac{1}{\nu - \nu_0} = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (2.2.5)$$

Эта зависимость с точностью до коэффициента порядка π остаётся справедливой для всех возможных видов уширения спектральных линий, природа которых может быть весьма разнообразна. Из изложенного следует, чем уже спектр излучения, т.е. чем меньше ширина его спектра $\Delta\nu$, тем оно ближе к монохроматическому излучению.

Возможность наличия квазимонохроматических источников света приводит к тому, что кроме когерентного и некогерентного взаимодействия волн может иметь место промежуточный случай, когда интерференционная картина наблюдается, но её качество хуже, чем при использовании когерентных источников. Назовём два источника света, создающие такую картину интерференции, *частично когерентными*. Когерентность света можно определить как взаимную согласованность протекания во времени световых колебаний в разных точках пространства, характеризующая их способность к интерференции. В общем случае световые колебания частично когерентны и количественно их когерентность измеряется *степенью взаимной когерентности*, которая определяет контраст интерференционной картины.

Для частично когерентных источников будет справедливо выражение (2.1.12), где время τ , за которое происходит осреднение, будет меньше времени за которое нерегулярно изменяется разность фаз ($\delta_2 - \delta_1$). Переходя от амплитуд E_{m1} и E_{m2} к интенсивностям I_1 и I_2 частично когерентных источников, получим

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \gamma_{12}(\tau), \quad (2.2.6)$$

где $\gamma_{12}(\tau)$ – степень взаимной когерентности, которая зависит от расстояния между источниками S_1 и S_2 (рис. 56) и разности времени распространения света от частично когерентных источников S_1 и S_2 до точки M наблюдения. В частном случае, $I_1 = I_2$, степень взаимной когерентности определяется через максимальное и минимальное значение интенсивностей в интерференционной картине:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (2.2.7)$$

Таким образом, когерентным источникам соответствует максимально чёткая интерференционная картина, в которой $I_{\min} = 0$ и, следовательно, $\gamma_{12} = 1$; Для некогерентных источников соответствует полностью размытая интерференционная картина ($\gamma_{12} = 0$). В случае частично когерентных источников $0 < \gamma_{12} < 1$. Конкретные механизмы потери когерентности могут быть различными.

Временем когерентности τ_0 называется минимальная задержка по времени между интерферирующими световыми волнами, снижающая степень когерентности $\gamma(\tau)$ до некоторой минимальной величины $\gamma(\tau)_{\min}$. Для волны с шириной спектра $\Delta\nu$ время когерентности определяется величиной

$$\tau_0 = \frac{1}{4\pi\Delta\nu}. \quad (2.2.8)$$

Времени когерентности τ_0 соответствует *длина когерентности* $L_0 = c\tau_0$ (c – скорость света), под которой понимается расстояние, на которое распространяется волна за время когерентности.

Для различных источников света τ_0 и L_0 изменяются в широких пределах. Например, для солнечного света $\tau_0 \approx 10^{-15}$ с, $L_0 \approx 10^{-7}$ м. Для узких спектральных линий газоразрядных источников света $\tau_0 \approx 10^{-9}$ с, $L_0 \approx 0,3$ м. Для одночастотных лазеров время когерентности τ_0 может достигать до долей секунды, а длина когерентности $L_0 \approx 10^7$ м, т.е. составляет тысячи километров. Столь высокая степень монохроматичности излучения лазеров позволяет наблюдать интерференцию от двух независимых оптических квантовых генераторов.

Для генераторов СВЧ, работающих в импульсном режиме, время когерентности $\tau_0 \approx 10^{-3}$ с, а длина когерентности $L_0 \approx 3 \cdot 10^5$ м, т.е. составляют десятки километров. Это позволяет наблюдать интерференцию, например в интерферометрах, при больших порядках интерференции.

Очень малое время когерентности τ_0 и длины когерентности L_0 для обычных источников света не позволяет получить стационарную картину интерференции от двух независимых пучков света. Теперь нетрудно сформулировать идею эксперимента для наблюдения интерференции естественного света: от одного источника необходимо тем или иным способом получить две волны, которые затем следует свести вместе в какой-то области пространства. Этим обеспечивается временная когерентность интерферирующих пучков света. Эта идея лежит в основе классического опыта Томаса Юнга (1807) и других лабораторных методов наблюдения интерференции света и радиоволн (§ 2.5).

Юнг направил яркий пучок света от Солнца на экран с малым отверстием или узкой щелью S (рис. 60). Дифрагированный свет шёл ко второму экрану с двумя узкими отверстиями или щелями S_1 и S_2 . На этих щелях свет также претерпевал дифракцию, в результате чего получались два расходящихся пучка света с вершинами в S_1 и S_2 . Ввиду общности происхождения эти пучки когерентны. Интерференционная картина (рис. 61) наблюдается на экране в области перекрытия пучков, т.е. в области AB . Таким образом, если разность хода когерентных волн Δ меньше длины когерентности L_0 , то наблюдается стационарная интерференционная картина. При $\Delta > L_0$ наблюдение интерференции становится невозможным. Однако обеспечение временной когерентности пучков света ещё недостаточно для наблюдения интерференционных полос. Так в опыте Т. Юнга при использовании обычных источников света, необходимо, чтобы щель S , свет от которой падает на два отверстия S_1 и S_2 , должна иметь малые размеры. При увеличении размеров щели S интерференционные полосы становятся менее контрастны и могут исчезнуть совсем, несмотря на обеспечение временной когерентности пучков.

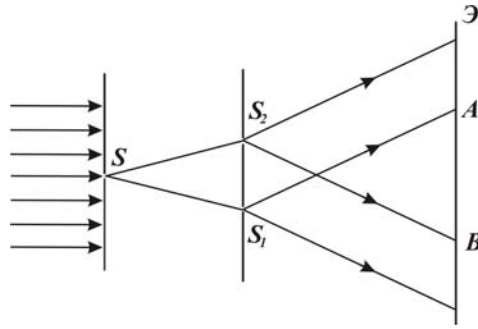


Рис. 60



Рис. 61

Таким образом, для получения интерференционных полос от двух источников света недостаточно, чтобы эти источники состояли из попарно когерентных точечных источников. Даже в случае строго монохроматического света необходимо ещё, чтобы размеры источников не превосходили определённого предела, зависящего от взаимного расположения и расстояния между ними, а также от положения экрана, предназначенного для наблюдения интерференционных полос.

Выясним влияние размеров источника света на контрастность интерференционной картины. Пусть в опыте Юнга источник состоит из двух одинаковых некогерентных светящихся точек A и B , находящихся на расстоянии l друг от друга (рис. 62). Свет от каждой светящейся точки A и B поступает на щели S_1 и S_2 и даёт свою интерференционную картину. Между волнами, идущими от точки A до щелей S_1 и S_2 , имеется разность хода $\Delta_A = (AS_2 - AS_1)$. Волны, идущие от точки B до щелей, имеют разность хода $\Delta_B = (BS_2 - BS_1)$. Разность величин $\Delta_A - \Delta_B = \Delta$ – определяет фазовый сдвиг интерференционной картины от точечного источника A относительно интерференционной картины от точечного источника B . Из рисунка 62 имеем

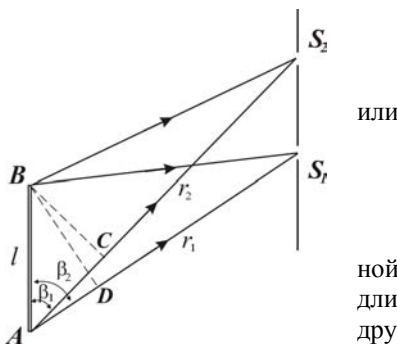


Рис. 62

$$\begin{aligned} \Delta &= (AS_2 - AS_1) - (BS_2 - BS_1) = \\ &= (AS_2 - BS_2) - (AS_1 - BS_1) \end{aligned}$$

или

$$\Delta = AC - AD = l(\cos\beta_1 - \cos\beta_2).$$

(2.2.9)

Эта величина Δ определяет результат наложения одной интерференционной картины на другую. Если величина Δ равна нулю или мала по сравнению с длиной волны, то максимумы одной картины накладываются на максимумы другой, а минимумы – на минимумы. В этом случае происходит усиление интерференционных картин, а полосы будут наиболее контрастны. При возрастании Δ контрастность полос сначала будет ухудшаться. Когда же $\Delta = \frac{\lambda}{2}$, т.е.

$$\Delta = l|\cos\beta_1 - \cos\beta_2| = \frac{\lambda}{2}, \quad (2.2.10)$$

то максимумы одной картины накладываются на минимумы другой и полосы интерференции исчезнут. При дальнейшем увеличении Δ полосы интерференции проявляются вновь, причём интерференционная картина периодически повторяется от наибольшей контрастности до их полного исчезновения. При

$$\Delta = l|\cos\beta_1 - \cos\beta_2| = m\lambda, \quad (2.2.11)$$

где m – целое число, полосы наиболее контрастны.

При выполнении условия

$$\Delta = l|\cos\beta_1 - \cos\beta_2| = (2m-1)\frac{\lambda}{2} \quad (2.2.12)$$

полосы пропадают и экран освещается равномерно.

Допустим, что источник света в опыте Юнга протяжённый и имеет форму щели шириной $AB = l$ и все точки на линии AB излучают свет некогерентно. Разобьём мысленно всю длину l источника (рис. 63) на бесконечное множество пар некогерентных точечных источников (AB') ; $(A''B'')$; $(A'''B''')$; ... , находящихся на расстоянии $\frac{l}{2}$ друг от друга. К каждой паре таких источников можно применить результаты, полученные выше.

При этом надо расстояние l заменить на $\frac{l}{2}$; Δ – на $\frac{\Delta}{2}$. Если для каждой пары источников будет выполняться условие

$$\frac{\Delta}{2} = \frac{l}{2} |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = \frac{\lambda}{2},$$

то интерференционной картины не получится. Такой же результат будет, если размеры источника увеличить в 2; 3; ... раз. Следовательно, если выполнено условие

$$\Delta = l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| = m\lambda, \quad (2.2.13)$$

то протяжённый источник в опыте Юнга даёт равномерно освещённый экран без интерференционных полос. Условие хорошей контрастности интерференционных полос в случае протяжённого источника света можно записать в виде

$$\Delta = l |\cos \beta_1 - \cos \beta_2| \leq \frac{\lambda}{2}, \quad (2.2.14)$$

учитывая, что

$$\cos \beta_1 - \cos \beta_2 = 2 \sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \sin \frac{\beta_2 - \beta_1}{2}.$$

В опыте Юнга углы β_1 и β_2 близки к $\frac{\pi}{2}$, а их разность $(\beta_2 - \beta_1)$ очень мала. Следовательно, $2 \sin \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} \approx \beta_2 - \beta_1$. Если пренебречь различием между расстояниями AS_2 и AS_1 , т.е. r_2 и r_1 , то $(\beta_2 - \beta_1) = \frac{d}{r}$, где d – расстояние между двумя щелями (рис. 62). Таким образом, условие наибольшей контрастности интерференционной картины в опыте Юнга запишется в виде

$$l \frac{d}{r} \leq \frac{\lambda}{2}. \quad (2.2.15)$$

Учитывая, что $\frac{l}{r} = \varphi$ – угловой размер протяжённого источника AB , если его рассматривать с места расположения щелей S_1 и S_2 , то получим

$$\varphi \leq \frac{\lambda}{2d}. \quad (2.2.16)$$

Если угловой размер источника будет равен $\varphi = \frac{\lambda}{d}$, то интерференционная картина пропадёт.

Задолго до Юнга, в 1665 году, аналогичный опыт был поставлен Гримальди. Однако в его опыте свет от Солнца падал непосредственно на щели S_1 и S_2 . Дополнительной щели S не было. При такой постановке опыта интерференционные полосы наблюдаться не могли вследствие значительных угловых размеров Солнца, который равен $\varphi \approx 30' \approx 0,0087$ рад. Чтобы в опыте Гримальди при $\lambda = 550$ нм наблюдать интерференционные полосы, необходимо выполнить условие $d < \frac{\lambda}{\varphi} \approx 6 \cdot 10^{-5}$ м = 0,06 мм. Такое малое расстояние между щелями d в опытах Гримальди не могло быть достигнуто в XVII веке, а, следовательно, не могла наблюдаться им интерференция света.

Допустим, что отверстия S_1 и S_2 в опыте Юнга освещаются строго монохроматическим светом. Вопрос в том, будет или не будет интерференция пучков света, прошедших отверстия, при заданном расстоянии d между ними, зависит от углового расхождения φ волн, освещающих эти отверстия. Пусть источник S в виде отверстия имеет угловой диаметр φ , то интерференция будет наблюдаться, когда отверстия S_1 и S_2 можно покрыть кругом диаметром $d < \frac{\lambda}{\varphi}$. Если же этого сделать нельзя, то интерференционные полосы не наблюдаются. В

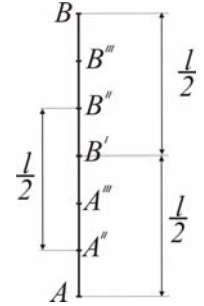


Рис. 63

первом случае принято говорить, что световые пучки, идущие от отверстий S_1 и S_2 *пространственно когерентны*, а во втором – *пространственно некогерентны*. Пространственная когерентность обеспечивает согласованность колебаний различных точек источника. Минимальная площадь поперечного сечения S_0 пучка, которая обеспечивает согласованность излучения всех его точек в поперечном сечении, называется *площадью пространственной когерентности*:

$$S_0 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \lambda^2}{4\varphi^2}. \quad (2.2.17)$$

Следовательно, если свет монохроматичен, то нарушения когерентности носят чисто пространственный характер, т.е. связаны с различным направлением световых лучей. Для плоских волн все направления одинаковы ($\varphi = 0$), вследствие чего площадь когерентности $S_0 \rightarrow \infty$. Примером могут служить звёзды. Несмотря на их громадные линейные размеры, свет от них доходит до нас с высокой степенью пространственной когерентности. Благодаря малой расходимости пучка лазерного излучения оно также обладает высокой пространственной когерентностью. Поэтому при реализации опыта Юнга в лазерном свете не требуется щель или отверстие S . Значительной пространственной когерентностью обладает излучение рупорной антенны сантиметрового диапазона, что также при постановке опыта Юнга не требует наличия дополнительной щели или отверстия S .

В случае двух строго монохроматических волн с близкими частотами ν_1 и ν_2 интерференционную картину можно обнаружить, если её наблюдение производится в течение времени $\Delta t \ll \frac{1}{\Delta \nu}$, где $\Delta \nu = \nu_1 - \nu_2$ – разность частот монохроматических волн. Волны с близкими частотами ν_1 и ν_2 можно рассматривать как две волны одинаковых частот, но начальная фаза одной из них периодически изменяется $\delta = 2\pi \Delta \nu t$ от 0 до 2π . Такое изменение разности фаз δ приводит к тому, что положение максимумов и минимумов интерференции медленно изменяется, вследствие чего интерференционная картина перемещается, т.е. "плывёт". Это наблюдается, например, в интерферометре Жамена при нагревании его толстых стеклянных пластин светом (§ 2.7). При этом интенсивность результирующего поля в фиксированной точке пространства периодически изменяется в частотой $\Delta \nu$. Другими словами, в данном случае интерференционная картина будет *нестационарной*. Возникновение нестационарного интерференционного поля можно обнаружить, если излучение от двух независимых генераторов СВЧ направить в любую точку пространства, где расположен зонд-детектор, соединённый с электронным осциллографом. Первый клистронный генератор работает на постоянной частоте ν_1 . Второй генератор Г4-109 позволяет изменять частоту ν_2 и приближаться к частоте ν_1 . Когда частоты ν_1 и ν_2 оказываются близкими друг другу, на экране осциллографа, соединённым с зонд-детектором, наблюдается колебание с частотой $\Delta \nu = |\nu_1 - \nu_2|$, что говорит о периодическом изменении интерференционного поля в данной точке пространства, т.е. существование нестационарной интерференционной картины.

Из изложенного можно сделать вывод о том, что для наблюдения стационарной картины необходимо обеспечить временную и пространственную когерентность волн, а также следить, чтобы электрические векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 волн, т.е. их линии поляризации, были параллельны.

Волны с взаимно перпендикулярными линиями поляризации интерферировать не могут. Взаимодействие таких волн, а также волн с произвольной ориентацией их линий поляризации будет рассмотрено в главе 4. Там же мы обсудим суперпозицию волн с круговыми поляризациями.

2.3. ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ ТЕОРИЯ ВОЛНОВОДОВ

Сверхвысокие частоты (СВЧ) от 3000 МГц и более не могут передаваться даже на малые расстояния с помощью двухпроводной линии, так как потери энергии на излучение будут очень велики. Для передачи электромагнитных СВЧ-колебаний используются полые металлические трубы (*волноводы*), которые следует рассматривать не как проводники электрического тока, а как своеобразные каналы, в которых распространяются электромагнитные волны. Как будет показано дальше, по волноводу могут распространяться, благодаря многократным отражениям от его стенок, лишь радиоволны, длина волны которых очень мала. Стенки волноводов при этом выполняют функцию зеркала или экрана, не дающего волнам распространяться в разные стороны и заставляющие их перемещаться только вдоль волновода.

Дадим элементарное изложение распространения электромагнитных волн в волноводе с прямоугольным сечением. Рассмотрим процесс наложения двух когерентных плоских волн 1 и 2 , распространяющихся под небольшим углом друг к другу α (рис. 64). Допустим, что эти волны в свободном пространстве имеют длину волны λ и фазовую скорость c (скорость света в вакууме). На рисунке 64 сплошными и пунктирными линиями показаны соответственно "гребни" и "впадины" для электрической составляющей волн в определённый момент времени. Эти линии перпендикулярны к рассматриваемым лучам 1 и 2 . Вектор \vec{E} волн перпендикулярен к плоскости чертежа. В выбранной системе координат электрические поля описываются уравнениями

$$\varepsilon_1 = E_{my} \cos(\omega t - k_x x - k_z z);$$

$$\varepsilon_2 = E_{my} \cos(\omega t + k_x x - k_z z). \quad (2.3.1)$$

Так как

$$k_x = k \cos \theta;$$

$$k_z = k \sin \theta, \quad (2.3.2)$$

где $\theta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$, получим

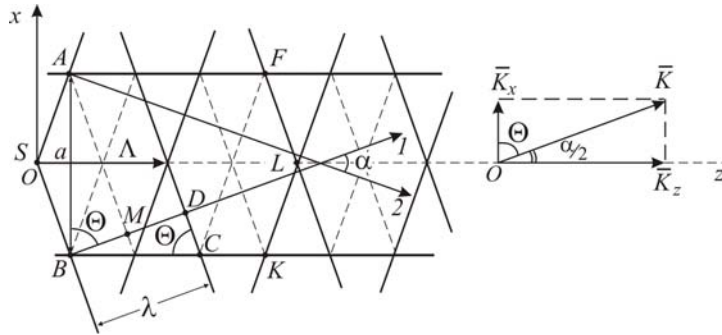


Рис. 64

$$\varepsilon_1 = E_{my} \cos(\omega t - kx \cos \theta - kz \sin \theta);$$

$$\varepsilon_2 = E_{my} \cos(\omega t + kx \cos \theta - kz \sin \theta). \quad (2.3.3)$$

В результате суперпозиции когерентных волн в пространстве образуется интерференционная картина, описываемая уравнением

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 2E_{my} \cos(kx \cos \theta) \cos(\omega t - kz \sin \theta). \quad (2.3.4)$$

Эта результирующая волна, которая бежит вдоль оси z , но её амплитуда по оси x различна. Из рисунка видно, там, где пересекаются "гребни" одной волны с "гребнями" другой волны, или "впадины" с "впадинами", образуются максимумы интерференции. Это, например, точки на линии SL . Там же, где пересекаются "гребни" одной волны с "впадинами" другой волны, образуются минимумы интерференционного поля; например, точки на линиях AF и BK . Следовательно, прямые линии максимумов и минимумов интерференции чередуются вдоль оси x . Например, на линиях AF и BK напряжённость результирующего электрического поля равна нулю. Другими словами, по оси z результирующая волна – бегущая с волновым числом $k_z = k \sin \theta$, а по оси x результирующая волна – стоячая. Амплитуда стоячей волны в направлении оси x будет равна нулю, если

$$2E_{my} \cos(kx \cos \theta) = 0 \quad (2.3.5)$$

или при

$$kx \cos \theta = \frac{\pi}{2} (2m - 1). \quad (2.3.6)$$

Это выражение позволяет определить положение узлов стоячей волны в направлении оси x .

Так как напряжённость результирующего электрического поля на линиях AF и BK равна нулю, то вдоль них перпендикулярно к плоскости чертежа можно расположить металлические зеркала, что не нарушит граничных условий для электромагнитного поля. Тогда процесс распространения волн между зеркалами сводится к многократному отражению первичных плоских волн от зеркал. Следовательно, два параллельно расположенных плоских зеркала на расстоянии $AB = a$ будет выполнять для электромагнитных волн роль простейшей направляющей системы, т.е. волновода. Волновод будет прямоугольного сечения, если установить ещё два металлических зеркала в плоскости xOz на расстоянии b . При этом расстояние b может быть любым, а расстояние a должно удовлетворять определённым условиям, о которых речь пойдёт дальше.

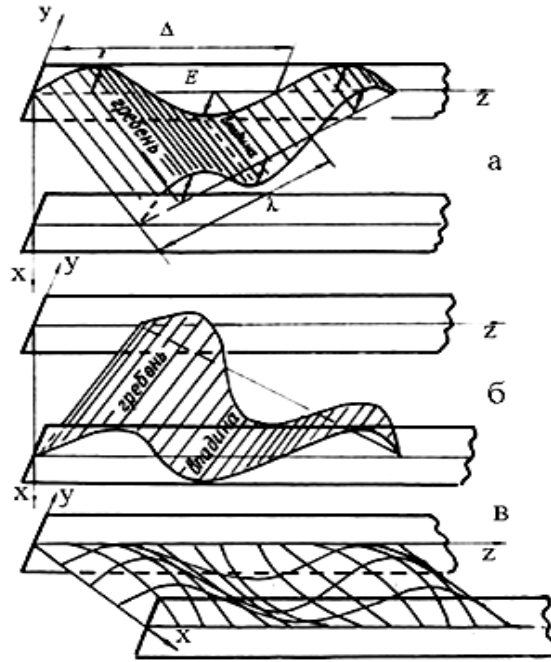


Рис. 65

Более наглядное представление о двух когерентных волнах, возникающих в волноводе, даёт рис. 65, а, б, где показан рельеф двух электрических составляющих электромагнитного поля. Рельеф результирующего поля волны, распространяющейся в волноводе, показан на рис. 65, в.

Найдём соотношение между длиной волны λ и расстоянием a между стенками прямоугольного волновода, при котором в нём возможно распространение электромагнитных волн. Из треугольника AMB (рис. 64) имеем

$$\cos \theta = \frac{BM}{AB} \quad (2.3.7)$$

Учитывая, что $BM = \frac{\lambda}{2}$, $AB = a$ – ширина волновода, получим

$$\cos \theta = \frac{\lambda}{2a}, \quad (2.3.8)$$

где θ – угол падения волн на зеркала.

Величина $\lambda_{кр} = 2a$ называется критической длиной волны. Тогда $\cos \theta = \frac{\lambda}{2a} = \frac{\lambda}{\lambda_{кр}}$. Из этой формулы следует, что только при $\lambda < 2a$ или $\lambda < \lambda_{кр}$ найдётся такой угол падения θ волн на зеркала, при котором возможно распространение волн в волноводе. Если $\lambda > 2a$ или $\lambda > \lambda_{кр}$, то $\cos \theta > 1$. Это означает, что при выполнении данного условия, не существует угла падения волн на зеркала, при котором возможно распространение волн в волноводе.

Из формул (2.3.2) найдём волновое число k_z , которое характеризует скорость распространения бегущей волны в волноводе по оси z :

$$k_z = k \sin \theta = k \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} \quad (2.3.9)$$

Учитывая, что $k = \frac{\omega}{c}$, $k_z = \frac{\omega}{V_{\phi}}$ (V_{ϕ} – фазовая скорость результирующей волны в направлении оси z) полу-

чим

$$\frac{\omega}{V_{\phi}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2} \quad \text{или} \quad V_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (2.3.10)$$

Так как $\lambda < 2a$ или $\lambda < \lambda_{кр}$, то фазовая скорость результирующей волны в волноводе оказывается больше скорости волн в свободном пространстве, т.е. больше скорости света в вакууме. Однако это не противоречит специальной теории относительности, которая запрещает существование передачи взаимодействия со скоростями, большими, чем скорость света в вакууме. Дело в том, что фазовая скорость определяет быстроту перемещения состояния или конфигурации волны в волноводе и она не характеризует перенос энергии или массы.

Передача взаимодействия в волноводе характеризуется групповой скоростью, которая в волноводе связана с фазовой скоростью соотношением

$$V_{гр} = \frac{c^2}{V_{\phi}}; \quad (2.3.11)$$

$$V_{гр} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2} = c \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (2.3.12)$$

Из рисунка 64 видно, что длина направляющей результирующей волны Λ , распространяющейся в прямоугольном волноводе, отличается от длины волны когерентных волн, её образующих. Связь между Λ и λ можно найти из треугольника BDC :

$$\sin \theta = \frac{BD}{BC} = \frac{\lambda}{\Lambda},$$

откуда

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sin \theta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}, \quad \text{или} \quad \Lambda = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (2.3.13)$$

Так как для направляемой волны в волноводе выполняется условие $\lambda < 2a$, то $\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} < 1$, следовательно, длина волны Λ , направляемой волноводом, больше длины волны λ в свободном пространстве. Положение зеркал, образующих волновод, можно найти более строго из выражения (2.3.6):

$$\frac{2\pi}{\lambda} x \cos \theta = \frac{\pi}{2},$$

откуда

$$x = \frac{\lambda}{4 \cos \theta}.$$

Учитывая, что $\cos \theta = \frac{\lambda}{2a}$, получим

$$x = \frac{\lambda}{4 \frac{\lambda}{2a}} = \frac{a}{2}. \quad (2.3.14)$$

Общий вид прямоугольного волновода показан на рис. 66. Источником S волн в волноводе служит обычно четвертьволновой вибратор, к которому подводятся СВЧ-колебания по коаксиальному кабелю от генератора СВЧ. На рисунке 67 в трёх проекциях изображено распределение в прямоугольном волноводе в некоторый момент времени силовых линий электрического (сплошные линии) и магнитного (пунктирные линии) полей в основной H_{01} -волне. Силовые линии электрического поля представляют собой прямые, параллельные оси y . Силовые линии магнитного поля – замкнутые кривые, расположенные в плоскости xOz . Так как электрический вектор \vec{E} электромагнитной волны, распространяющейся в прямоугольном волноводе, ориентирован только вдоль оси y , то волна, излучаемая им, например, через рупорную антенну в свободное пространство, будет *линейно поляризованной волной*. Причём электрический вектор \vec{E} совершает колебания перпендикулярно к широкой стенке прямоугольного волновода.

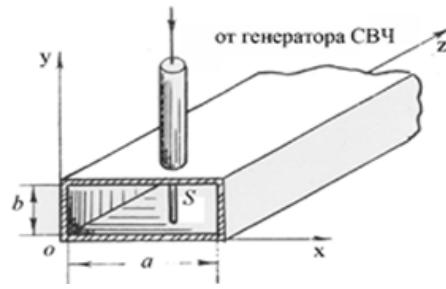


Рис. 66

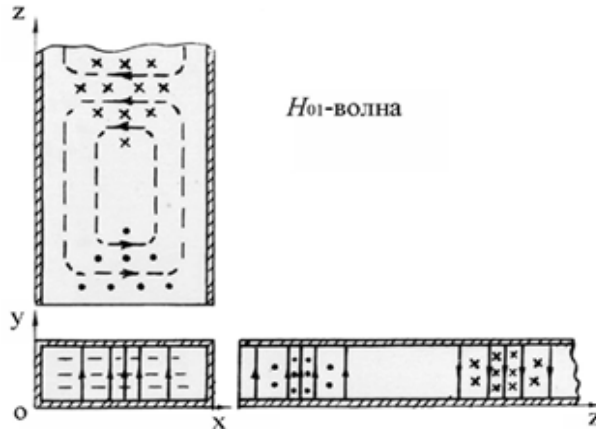


Рис. 67

2.4. ИСКУССТВЕННЫЕ СРЕДЫ ДЛЯ РАДИОВОЛН

Идея создания искусственных сред принадлежит русским физикам конца XIX и начала XX столетий. Еще Н.А. Гезехуз изготовил линзу для звуковых волн из пуха и эбонитовых стружек, исходя из того, что звук в трубах малого сечения распространяется медленнее, чем в воздухе. Дальнейшее совершенствование искусственных сред для звука принадлежит Н.П. Кастерину, который, как и Н.А. Гезехуз, указывал на возможность применения искусственных сред и для электромагнитных волн.

Крупным вкладом в разработку искусственных сред для радиоволн сантиметрового диапазона были работы Н.А. Капцова, относящиеся к двадцатым годам прошлого столетия. Он изготовил модель кристаллической решетки в виде равномерно распределенных в воздушном объеме металлических стерженьков (диполей) и исследовал на ней дифракцию радиоволн. Полученные результаты полностью соответствовали закону Вульфа-Брэггов для рентгеновских лучей. В 1936 году М.А. Бонч-Бруевич изготовил и исследовал в дециметровом диапазоне радиоволн ряд искусственных линз и призм.

Все многообразие искусственных сред, нашедших широкое применение в радиофизике и лекционном эксперименте, целесообразно классифицировать по тем процессам, которые протекают в них при прохождении электромагнитных волн. В связи с этим искусственные среды подразделяются на два основных вида: *металлодиэлектрики* и *металлоленточные структуры*.

Металлодиэлектрики выполняются в виде трёхмерной решетки, в узлах которой в простейшем случае располагаются металлические шарики, имитирующие пространственную молекулярную структуру естественного диэлектрика (рис. 68, а). Шарики закрепляются в свободном пространстве на тонких нитях или в твёрдом диэлектрике с проницаемостью, близкой к единице. Волна, падающая на металлодиэлектрик, наводит на шариках сверхвысокочастотные поверхностные токи, которые становятся источником вторичного излучения, т.е. как бы осциллирующими диполями.

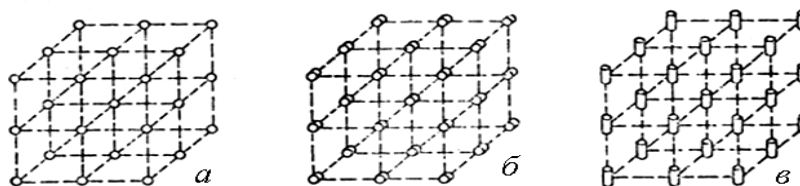


Рис. 68

В металлодиэлектрике воспроизводятся те же процессы, которые наблюдаются в молекулах естественного диэлектрика. Фазовая скорость и показатель преломления металлодиэлектриков могут быть рассчитаны на основе электронной теории. Так, для металлодиэлектрика (рис. 68. а) эффективная диэлектрическая проницаемость

$$\epsilon = \epsilon_1 + m\alpha = \epsilon_1 + 4\pi N\epsilon_1 r^3, \quad (2.4.1)$$

где α – поляризуемость шарика; ϵ_1 – диэлектрическая проницаемость среды, в которую погружены металлические шарики; N – число шариков в единице объёма; r – радиус шариков.

Показатель преломления этого искусственного диэлектрика равен

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} = \sqrt{\epsilon_1 + 4\pi N\epsilon_1 r^3}, \quad \text{при } \mu = 1. \quad (2.4.2)$$

Металлодиэлектрик может быть построен не только из шариков, но и из других элементов, например из тонких дисков (рис. 68, б). Его показатель преломления

$$n = \sqrt{\epsilon_1 + \frac{16}{3} N\epsilon_1 r^3}. \quad (2.4.3)$$

Если искусственный диэлектрик проектируется для волны с линейной поляризацией, то его можно изготовить из стерженьков металлических диполей (рис. 68, в). Такой металлодиэлектрик имеет показатель преломления, отличный от единицы лишь для волны, электрический вектор \vec{E} которой параллелен диполям. Если же электрический вектор \vec{E} волны перпендикулярен к продольным осям диполей, то показатель преломления равен единице. Этот факт приводит к анизотропии диэлектрических свойств металлодиэлектрика и появлению в нём двойного лучепреломления.

При изготовлении металлодиэлектриков следует помнить, что формулы (2.4.1) – (2.4.3) справедливы лишь в том случае, если размеры металлических элементов и расстояния между ними намного меньше, чем длина волны используемого излучения.

Все металлодиэлектрики обладают показателем преломления, больше единицы. Фазовая скорость волн в них меньше скорости волн в воздухе. Поэтому их часто называют *замедляющими системами*.

Понять процессы, происходящие в металлоточечной структуре, будет проще, если рассмотреть пачку прямоугольных волноводов, образующих, например, призму (рис. 69, а). При облучении её вдоль волноводов электромагнитной волной, электрический вектор \vec{E} которой перпендикулярен к широкой стенке каждого волновода, в последних будут возбуждаться направляемые H_{01} -волны, распространяющиеся с фазовой скоростью V_Φ , отличной от скорости волн в свободном пространстве (2.3.10):

$$V_\Phi = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}. \quad (2.4.4)$$

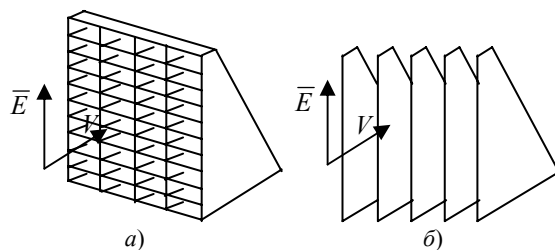


Рис. 69

Широкая сторона a поперечного сечения каждого прямоугольного волновода должна удовлетворять условию

$$\frac{\lambda}{2} < a < \lambda, \quad (2.4.5)$$

где λ – длина волны радиоволн в свободном пространстве.

Эквивалентный показатель преломления пачки волноводов

$$n = \frac{c}{V_{\Phi}} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}. \quad (2.4.6)$$

Как видно из § 2.3, распространение H_{01} -волны в прямоугольном волноводе не зависит от его узкой стороны b . Поэтому высота волноводов в пачке может быть сделана бесконечно большой, т.е. горизонтальные перегородки в призме могут быть без ущерба убраны. Призма превращается в систему параллельных пластин – искусственную среду, называемую *металлоленточной структурой* (рис. 69, б).

Если расстояние между пластинами металлоленточной структуры меньше, чем $\frac{\lambda}{2}$, то показатель преломления (2.4.6) для неё окажется мнимой величиной и распространение волн будет невозможным. Для существования волн в металлоленточной структуре необходимо, чтобы расстояние между пластинами удовлетворяло условию (2.4.5). В связи с этим эквивалентный показатель преломления металлоленточной структуры всегда меньше единицы. Фазовая скорость волн в такой структуре (2.4.4) будет всегда больше скорости света в воздухе. Поэтому такие искусственные среды называют *ускоряющими*.

Легко заметить, что показатель преломления металлоленточной структуры оказывается меньше единицы лишь для радиоволны, электрический вектор \vec{E} которой параллелен пластинам искусственной среды. Если же вектор \vec{E} перпендикулярен им, то показатель преломления оказывается равным единице. При этом фазовая скорость распространения электромагнитной волны в металлоленточной структуре равна скорости света в воздухе. Таким образом, металлоленточные структуры обладают двоякопреломляющими свойствами (см. гл. 4).

В большинстве опытов с сантиметровыми ($\lambda = 3,2$ см) волнами, где используются металлоленточные структуры, их показатель преломления равен $n = 0,6$ при расстоянии между пластинами $a = 20$ мм.

Волноводная структура может быть изготовлена из цилиндрических волноводов круглого сечения радиуса a . В этом случае эквивалентный показатель преломления будет равен

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,42a}\right)^2}, \quad (2.4.7)$$

где должно выполняться условие $\lambda < 3,42a$.

В случае цилиндрических волноводов показатель преломления структуры также меньше единицы ($n < 1$).

2.5. ЛАБОРАТОРНЫЕ МЕТОДЫ НАБЛЮДЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

В § 2.2 отмечено, что интерферировать могут лишь когерентные волны. Волны, излучаемые температурными или тепловыми источниками света, не являются когерентными. С одной стороны, некогерентность обусловлена временной несогласованностью протекания колебательных процессов излучающих атомов нагретого тела. В этом случае принято говорить о нарушении временной когерентности. Временной когерентностью называется согласованность колебательных и волновых процессов, заключающаяся в том, что разность фаз двух колебаний, приходящих в точку наблюдения, остаётся неизменной с течением времени. С другой стороны, некогерентность обусловлена несогласованностью протекания колебательных процессов излучающих атомов, расположенных в различных точках изучающего тела. В этом случае принято говорить о нарушении пространственной когерентности. Пространственной когерентностью называется согласованность колебательных и волновых процессов, заключающаяся в том, что разность фаз двух колебаний, приходящих из разных точек излучающего тела в точку наблюдения, остаётся неизменной с течением времени. В силу временной и пространственной некогерентности нельзя наблюдать интерференцию от двух различных температурных источников. Когерентные световые волны можно получить от одного теплового источника, если разделить световую волну на две части с помощью отражения или преломления. Разделение светового луча позволяет устранить временную некогерентность. Для устранения пространственной некогерентности уменьшают размеры источника света.

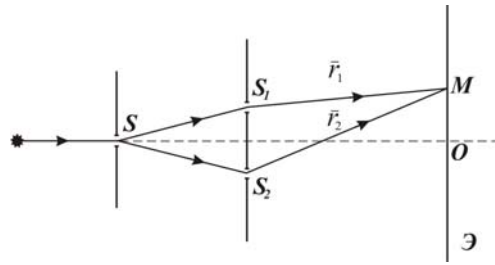


Рис. 70

Первый лабораторный опыт по наблюдению интерференции света предложил Томас Юнг в 1807 году. Он впервые ввел термин "интерференция", предложил принцип суперпозиции волн. Опыт Юнга стал классическим (рис. 70). Когерентные волны получают при освещении двух узких щелей S_1 и S_2 в непрозрачном экране, чем достигается временная когерентность двух волн. Первичным источником света служит ярко освещенная щель S , которая параллельна щелям S_1 и S_2 , и находится от них на одинаковом расстоянии. Наличие дополнительного экрана со щелью S позволяет обеспечить пространственную когерентность волн. Каждая из щелей S_1 и S_2 является источником вторичных когерентных волн, при наложении которых в пространстве наблюдается интерференционная картина. Одни точки интерференционного поля имеют максимумы интенсивности, а другие – минимумы. Направления, вдоль которых наблюдаются максимумы или минимумы интенсивности образуют гиперболические кривые, каждой из которых соответствует постоянная разность хода волн. Из курса высшей математики известно, что геометрическое место точек, для каждой из которых разность расстояний до двух заданных точек есть величина постоянная, является кривой, называемой гиперболой. В оптике интерференционная картина наблюдается на экране Э. В центре интерференционной картины наблюдается максимум интенсивности, так как для этой точки разность хода $\Delta = r_2 - r_1 = 0$. Для первого, второго, третьего, ... максимумов интенсивности $\Delta = \lambda; \Delta = 2\lambda; \Delta = 3\lambda, \dots$. Минимумы интенсивности наблюдаются при

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}; 3\frac{\lambda}{2}; 5\frac{\lambda}{2}, \dots$$

Опыт показывает, что по мере увеличения щели S , когда большее число атомов получает возможность посылать свет на щели S_1 и S_2 , интерференционная картина становится менее отчетливой и при некотором размере щели S совершенно исчезает. При этом размере отверстия S максимум интерференции одной картины (обусловленный одной точкой отверстия) располагается в местах минимумов другой картины (обусловленной другими точками отверстия) и наблюдать интерференцию становится невозможным. При использовании лазерного излучения или СВЧ-излучения в опыте Юнга щель S можно убрать, так как эти излучения обладают достаточной пространственной когерентностью.

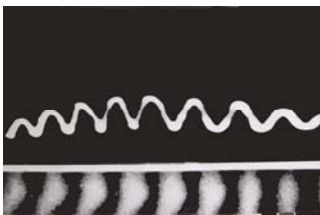


Рис. 71

Для постановки опыта Юнга в оптическом диапазоне волн в качестве двух щелей целесообразно использовать негатив, полученный на фотопленке "Микрат-300", на котором сфотографирован лист бумаги с изображенными на нем черной тушью двух параллельных линий толщиной 1,5 мм при расстоянии между ними 2,5 мм. Двадцатикратное уменьшение линий при фотосъемке даёт на негативе две контрастные щели необходимого размера. На рисунке 71 показана интерференционная картина, наблюдаемая в лазерном излучении, и соответствующая осциллограмма распределения интенсивности в световом поле, которая соответствует закону (2.1.31). Двухлучевая интерференционная картина в монохроматическом излучении характеризуется тем, что полуширина интерференционных полос равна половине расстояния между соседними максимумами.

Схема постановки опыта Юнга в сантиметровом диапазоне радиоволн показана на рис. 72. Щели в металлическом экране имеют ширину $b = 40$ мм, расстояние между центрами щелей $l = 80$ мм. Приёмная антенна закрепляется на рейке длиной 0,8...1 м. Сканирование интерференционного поля осуществляется поворотом приёмной антенны вместе с рейкой вокруг точки O . Сигнал, принимаемый антенной, после усиления поступает на отклоняющие катушки индикатора круговой развертки (§ 1.7). Задав двигателям медленное вращение отклоняющих катушек индикатора круговой развертки, перемещают приёмную антенну по окружности. На экране индикатора круговой развертки за счёт большого времени послесвечения наблюдают интерференционную картину в полярных координатах (рис. 73, а). На рисунке 73, б представлена полярная диаграмма волнового поля в опыте Юнга, когда одна из щелей перекрывается пластинкой в полволны. При наличии полуволновой пластинки интерференционная картина становится дополнительной. Полуволновая пластинка (рис. 74) представляет собой металлоленточную структуру, состоящую из лент шириной d , расположенных на расстоянии $a = 20$ мм.

При этом геометрическая толщина d пластинки $\frac{\lambda}{2}$ удовлетворяет условию

$$d(1-n) = \frac{\lambda}{2}, \quad (2.5.1)$$

где $n = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$ – эквивалентный показатель преломления ($n = 0,6$ при $\lambda = 3,2$ см) для волн, электрический вектор \vec{E} которой параллелен лентам.



Рис. 72

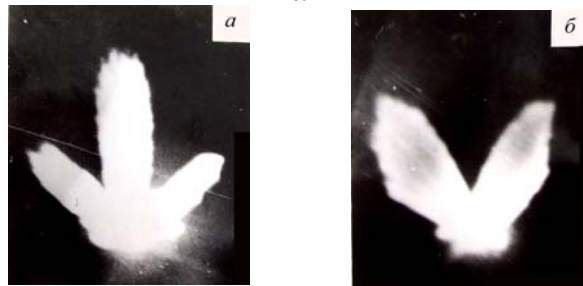


Рис. 73



Рис. 74

В другом методе осуществления интерференции света используется бипризма Френеля, состоящая из двух одинаковых стеклянных призм, сложенных основаниями (рис. 75). Практически бипризма изготавливается из целого куска стекла, при этом преломляющие углы β малы. Источником света служит ярко освещённая щель S , устанавливаемая параллельно ребру призмы. После преломления в бипризме падающий пучок света разделяется на два когерентных пучка с вершинами в мнимых изображениях S_1 и S_2 щели S . В области AB экрана пучки перекрываются и дают систему параллельных интерференционных полос, которые в больших аудиториях даже в лазерном излучении наблюдаются не всеми слушателями.

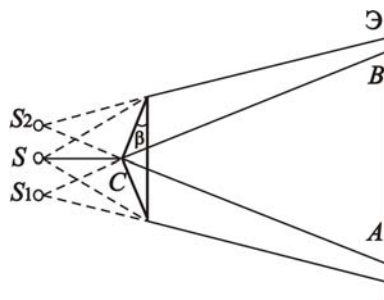


Рис. 75

Наиболее наглядно опыт с бипризмой можно осуществить в квазиоптическом приближении ($\lambda = 3,2$ см). Бипризма (рис. 76) выполнена на базе металлеленточной структуры, которая для волны, электрический вектор \vec{E} которой параллелен лентам, имеет показатель преломления $n = 0,6$, при расстоянии между лентами $a = 20$ мм.

Так как эквивалентный показатель преломления призм $n < 1$, то каждая из призм бипризмы отклоняет падающее на неё излучение не к основанию, а к её вершине. Поэтому призмы, образующие бипризму, соединены вершинами друг с другом в противоположности тому, как это имеет место в оптическом эксперименте.

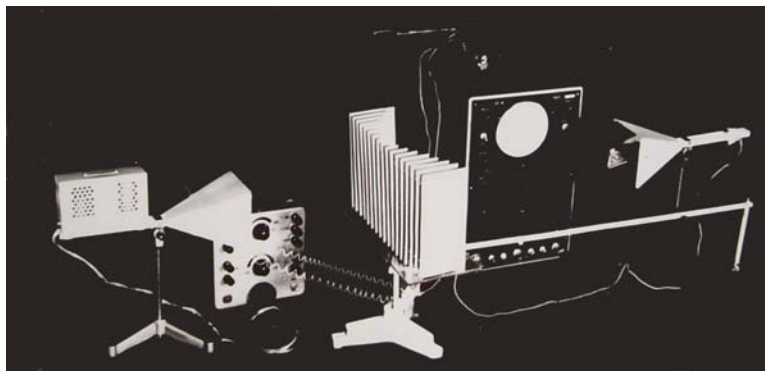


Рис. 76

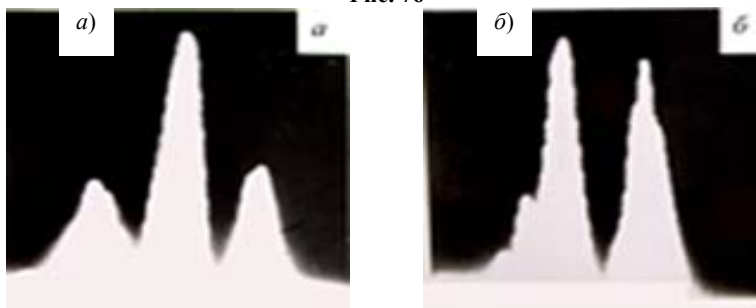


Рис. 77

Бипризма облучается линейно поляризованной волной, электрический вектор \vec{E} которой параллелен металлеленточной структуре. Сигнал, принимаемый антенной, поступает на вертикальный вход осциллографа С1-4 с большим временем послесвечения экрана. Горизонтальная развёртка электронного луча осциллографа синхронизируется при помощи потенциометрического датчика с поворотом приёмной антенны вместе с рейкой, на которой она закреплена. Таким образом, на экране осциллографа имеется возможность наблюдать функциональную зависимость интенсивности волнового поля за бипризмой от угла поворота антенны (рис. 77, а). При этом в центре интерференционной картины наблюдается максимум интерференции. В сантиметровом диапазоне радиоволн легко управлять интерференционной картиной. Так, если одну из призм бипризмы перекрыть полуволновой пластинкой (рис. 74), которая фазу одной из когерентных волн изменяет на π , то интерференционная картина становится дополнительной (рис. 77, б), т.е. положения максимумов сменились на минимумы и наоборот, при этом в центре интерференционной картины наблюдается минимум интерференции.

Следующий лабораторный опыт наблюдения интерференции света основан на использовании зеркал Френеля. Свет от узкой ярко освещённой щели S (рис. 78) падает на два плоских зеркала CD и CE , наклоненных друг к другу под углом близким к 180° . Щель S устанавливается параллельно линии C пересечения плоскостей зеркал. При отражении падающий пучок разделяется на два когерентных пучка как бы исходящих от прямых S_1 и S_2 , являющимися мнимыми изображениями щели S в зеркалах. Прямой свет от источника загороживается непрозрачной ширмой MN . На экран \mathcal{E} попадают только отражённые от зеркал пучки. В области AB , где когерентные пучки перекрываются, наблюдаются параллельные интерференционные полосы.

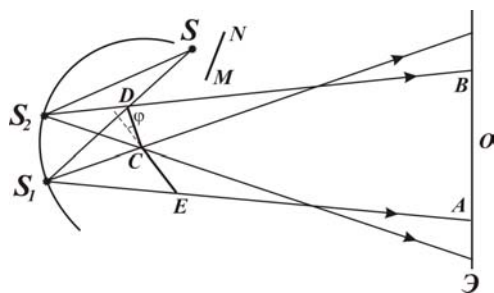


Рис. 78

Значительно проще и нагляднее осуществляется этот опыт в квазиоптическом приближении ($\lambda = 3,2$ см), если в качестве зеркал использовать два металлических листа соответствующих размеров (20×20 см).

Все три описанных опыта по наблюдению интерференции имеют практически одинаковую схему: два реальных или мнимых источника S_1 и S_2 находятся на расстоянии L до экрана (рис. 79). В оптическом и квазиоптическом приближении можно считать, что расстояние d между когерентными источниками $d \ll L$. Следовательно, угол θ достаточно мал и точку O на экране можно считать за центр интерференционной картины. Каждой точке M экрана соответствует определённая разность фаз δ интерферирующих волн или разность хода $\Delta = r_2 - r_1 = S_2D$. Из треугольника S_1S_2D имеем

$$\Delta = d \sin \theta. \quad (2.5.2)$$

Если для данного угла θ выполняется условие $d \sin \theta = m\lambda$ ($m = 0; \pm 1; \pm 2, \dots$), то наблюдаются максимумы интерференции. Следовательно, для светлых полос имеем $\sin \theta = \frac{m\lambda}{d}$. Учитывая, что $\sin \theta = \text{tg} \theta = \frac{x}{L}$, получим значения координат для светлых полос на экране:

$$x = \frac{m\lambda L}{d}. \quad (2.5.3)$$

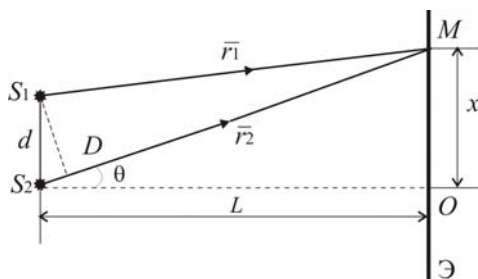


Рис. 79

При $d \sin \theta = (2m-1)\frac{\lambda}{2}$ ($m = \pm 1; \pm 2; \pm 3, \dots$) наблюдаются минимумы интерференции. Следовательно, для тёмных полос имеем $\sin \theta = \frac{(2m-1)\lambda}{2d}$, и тёмные полосы имеют координаты

$$x = \frac{(2m-1)\lambda L}{2d}. \quad (2.5.4)$$

Расстояние между соседними максимумами или минимумами легко найти из выражения

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{(m+1)\lambda L}{d} - \frac{m\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d}. \quad (2.4.5)$$

2.6. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ В ТОНКИХ ПЛЁНКАХ

При освещении тонкой плёнки происходит наложение волн от одного и того же источника, отразившихся от передней и задней поверхности плёнки. При этом может возникнуть интерференция. Если свет белый, то интерференционные полосы окрашены. Поэтому явление получило название цветов тонких плёнок. Оно легко наблюдается на стенках мыльных пузырей, на тонких плёнках масла плавающего на поверхности воды и т.д.

Рассмотрим сначала тонкую плоскопараллельную пластинку толщиной d с показателем преломления n_2 . Среда над пластинкой и за ней имеют соответственно показатели преломления n_1 и n_3 , причём $n_1 < n_2$, $n_3 < n_2$ (рис. 80).

Пусть плёнка освещается точечным источником света S . Ход луча 1 показан полностью (рис. 80). В дальнейшем нас будут интересовать лучи $1'$ и $1''$. Всегда найдётся второй луч 2 , который падает в точку O . Точка O делит отрезок AB на две равные части. При отражении между волнами $1'$ и $2'$ возникает оптическая разность хода Δ . Вычислим её для произвольной точки P . Через точку O проведём плоскость OM и ON , которые перпендикулярны к соответствующим преломленным лучам AC и CB в пластинке. Согласно принципу Гюйгенса волны 1 и 2 приходят к линии (плоскости) OM в одинаковой фазе. Волны $1'$ и $2'$, идущие от плоскости ON до точки P , также имеют одинаковый оптический путь. Следовательно, разность хода между волнами $1'$ и $2'$ создаётся на отрезке $MC + CN$, т.е. $\Delta = n_2(MC + CN)$. Учитывая что $MC = CN$, получим $\Delta = 2n_2MC$. Из треугольника OMC : $MC = d \cos \beta$, где β – угол преломления. Следовательно,

$$\Delta = 2n_2d \cos \beta. \quad (2.6.1)$$

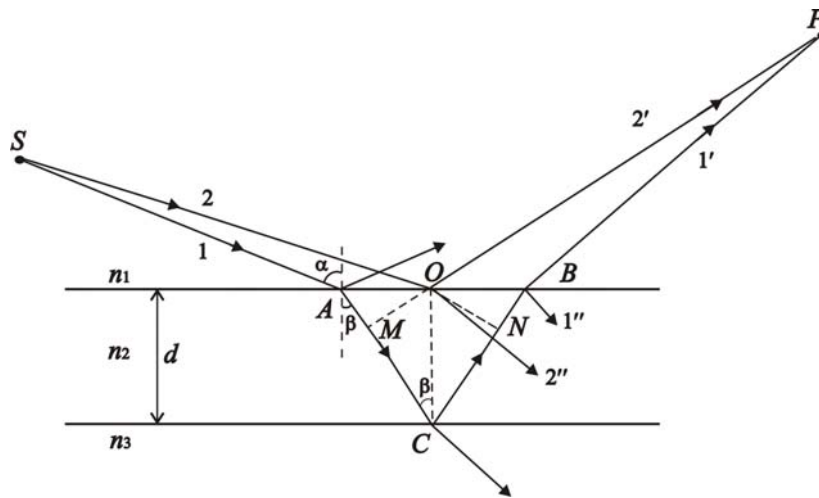


Рис. 80

Волна $2'$ при отражении от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$) изменяет фазу на π , что эквивалентно отставанию этой волны на отрезок $\frac{\lambda}{2}$. Окончательно для оптической разности хода в отражённом свете получим

$$\Delta = 2n_2d \cos \beta - \frac{\lambda}{2}.$$

Переходя от угла преломления β к углу падения α волн на плёнку, получим

$$\Delta = 2n_2d \sqrt{1 - \sin^2 \beta} - \frac{\lambda}{2}.$$

Из закона преломления $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$ найдём $\sin \beta = \frac{n_1}{n_2} \sin \alpha$. Таким образом, получим

$$\Delta = 2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}.$$

Если $\Delta = m\lambda$, где $m = 0; 1; 2; \dots$, то в точке P наблюдается максимум интерференции; если $\Delta = (2m - 1)\frac{\lambda}{2}$, то в точке P – минимум интерференции. Законы интерференции в тонких плёнках в отражённом свете принимают окончательный вид:

$$2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}; \quad m = 0; 1; 2; \dots, \quad (\text{max});$$

$$2d \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} = m\lambda; \quad m = 1; 2; 3; \dots \quad (\text{min}). \quad (2.6.2)$$

Интерференционная картина в тонкой плёнке может наблюдаться и в проходящем свете. Интерferируют при этом две волны I' и $2''$, проходящие через плёнку. Нетрудно видеть, что геометрическая разность хода будет той же $(MC + NC)$. Однако ни одна из интерferирующих волн при прохождении через плёнку не отражаются от более оптически плотной среды и не изменяет фазу на π . Вследствие этого оптическая разность хода волн I' и $2''$ в проходящем свете равна $\Delta = n_2(MC + NC) = 2n_2MC = 2dn_2 \cos \beta$.

Таким образом, законы интерференции в проходящем свете имеют вид

$$2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}; \quad m = 1; 2; 3; \dots \text{ (min)};$$

$$2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha} = m\lambda; \quad m = 0; 1; 2; \dots \text{ (max)}. \quad (2.6.3)$$

Следовательно, максимумам интерференции в отражённом свете соответствуют минимумы интерференции в проходящем свете, и наоборот. Поэтому принято говорить, что интерференционные картины в отражённом и проходящем свете оказываются взаимно дополнительными.

Если под плёнкой находится среда, у которой $n_3 > n_2$, а над плёнкой $n_1 < n_2$, то обе отражённые волны I' и $2'$ будут изменять фазы на π при отражении от более оптически плотных сред. Это приведёт к соответствующему изменению законов интерференции: формулы максимумов интерференции заменятся на формулы минимумов и наоборот как в проходящем, так и отражённом свете.

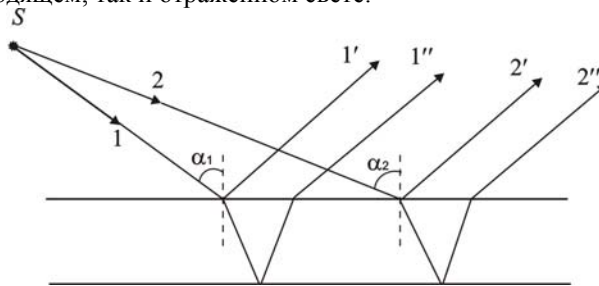


Рис. 81

До сих пор мы предполагали, что на плоскопараллельную плёнку падает плоская волна. Рассмотрим теперь интерференцию света при падении на плёнку расходящегося пучка лучей (рис. 81). Когерентные лучи I' и $1''$; $2'$ и $2''$ параллельны между собой. Поэтому для наблюдения интерференции следует использовать собирающую линзу и экран, расположенный в её фокальной плоскости. Оптическая разность хода каждой пары волн определится выражением (2.6.2) и зависит лишь от угла падения α , так как толщина плёнки для всех пар интерferирующих волн одинакова. Ввиду того, что угол падения волн плавно изменяется при движении вдоль плёнки, изменяется и оптическая разность хода. Вследствие этого для одних наклонов лучей выполняется условие максимума, а для других – минимума. На экране наблюдаются чередующиеся светлые и тёмные полосы. При этом каждой интерференционной полосе соответствует определённое значение угла α падения или определённый наклон лучей. Поэтому полосы, локализованные на бесконечности, называют *полосами равного наклона*.

Рассмотрим ещё один случай интерференции света в тонкой плёнке, толщина которой неодинакова (рис. 82). Для простоты она имеет форму клина. Если на плёнку падает плоская волна, то оптическая разность хода между каждой парой когерентных волн, выражается формулой (2.6.2) и зависит только от толщины клина, так как угол падения всех волн одинаков. При движении вдоль клина оптическая разность хода плавно изменяется, так как изменяется толщина плёнки. Поэтому для одной толщины плёнки выполняется условие максимума, а для других – минимума интерференции. Интерференционная картина состоит из светлых и тёмных полос параллельных ребру клина. Так как каждой толщине клина соответствует светлая или тёмная полоса, то их называют *интерференционными полосами равной толщины*. Так как интерferирующие волны пересекаются в толще плёнки, то принято говорить, что они локализованы на плёнке.

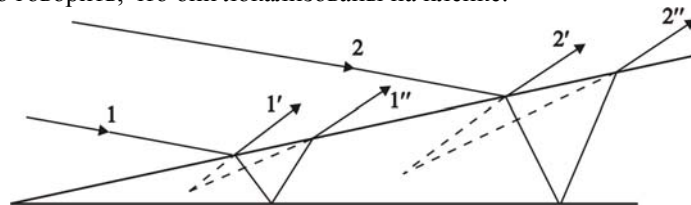


Рис. 82

Интерференция в тонких плёнках может наблюдаться и при нормальном падении волн ($\alpha = 0$). Для плёнки с показателем преломления n_2 , которая находится в среде с меньшим показателем преломления, из формул (2.6.2) и (2.6.3) получим: при

$$2dn_2 = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad d = \frac{(2m+1)\lambda}{4n_2} \quad (2.6.4)$$

наблюдается максимальное отражение и минимальное прохождение волн; при

$$2dn_2 = m\lambda \quad \text{или} \quad d = \frac{m\lambda}{2n_2} \quad (2.6.5)$$

наблюдается минимальное отражение и максимальное прохождение.

Тонкие диэлектрические плёнки используют при покрытии линз оптических приборов для уменьшения интенсивности отражённой волны. Изготовленные таким образом оптические приборы называют "просветлёнными". Минимальное отражение от плоскости линзы (рис. 83) в случае наличия диэлектрической прозрачной плёнки толщиной d будет при условии

$$2dn_1 = (2m+1)\frac{\lambda}{2}.$$

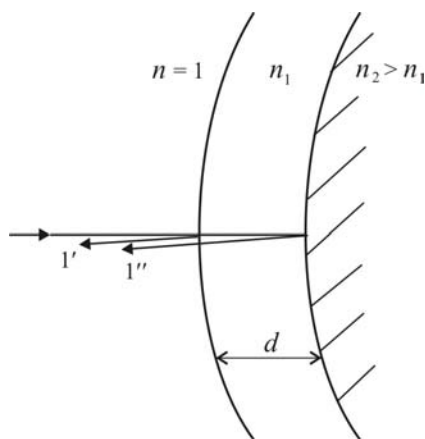


Рис. 83

Откуда толщина плёнки, необходимой для просветления прибора, равна

$$d = (2m+1)\frac{\lambda}{4n_1}.$$

В отражённом свете просветлённые оптические приборы кажутся окрашенными в фиолетовый и красный цвет, так как плёнка заметно отражает только красный и фиолетовый цвета. При расчёте толщины плёнки длина волны берётся для зелёного света.

При падении света на тонкую плёнку отражённая и проходящая волны рассматриваются как результат суперпозиции двух когерентных волн, образующихся на границах раздела сред. Поэтому для исследования данного явления в квазиоптическом приближении при $\lambda = 3,2$ см достаточно взять две плоскости-отражателя, выполняющих роль границ раздела сред. Толщина самих плоскостей-отражателей должна быть значительно меньше длины волны используемого излучения. На рисунке 84 показаны два таких отражателя, установленных параллельно друг другу. Каждый отражатель размером 25×25 см состоит из медных диполей длиной 60 мм, образующих решётку с трансляциями $a = 20$ мм, $b = 70$ мм. Плоскости-отражатели, как границы раздела, не только отражают падающее на них излучение, но и частично пропускают его. Расстояние между отражателями выполняет роль "толщины" тонкой "плёнки".

Для наблюдения интерференции в тонких плёнках в проходящем излучении и нормальном падении в квазиоптическом приближении располагают генератор СВЧ, отражатели и приёмную рупорную антенну, как показано на рис. 84. Левый отражатель установлен на станине неподвижно, правый может перемещаться с помощью ходового винта так, что отражатели остаются параллельными друг другу, а расстояние между ними изменяется. Излучение, прошедшее через отражатели, принимается рупорной антенной, соединённой с осциллографом. При перемещении правого отражателя наблюдают периодическое изменение интенсивности проходящего сигнала через тонкую "плёнку". Измеряя расстояние между отражателями, замечают, что максимальное прохождение, а

следовательно, минимальное отражение наблюдается в те моменты, когда толщина "плёнки" кратна целому числу половолн, т.е. справедливо соотношение (2.6.5).

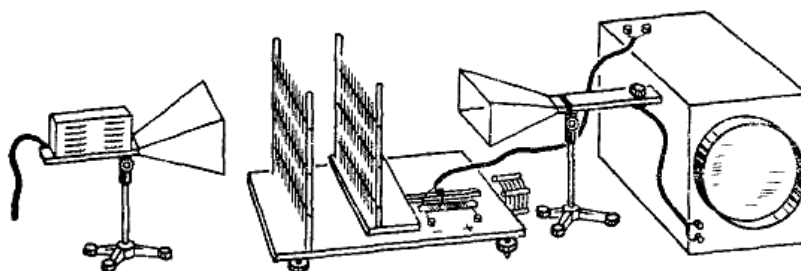


Рис. 84

Установка (рис. 84) позволяет иллюстрировать явление интерференции в тонких плёнках при наклонном падении волн. Для этого между генератором и приёмником располагают плоскости-отражатели так, чтобы угол падения волн на них был равен $\alpha = 45^\circ$.

Перед отражателями устанавливают ещё один приёмник для регистрации отражённого излучения. Таким образом, одна приёмная рупорная антенна улавливает проходящее излучение через тонкую "плёнку", а вторая – отражённое. Каждая из антенн соединяется с отдельным осциллографом. Перемещая подвижный отражатель, т.е. изменяя толщину тонкой "плёнки", наблюдают попеременное ослабление и усиление проходящего и отражённого сигнала. Причём в тот момент, когда наблюдается максимальная (минимальная) интенсивность проходящего сигнала, отражённый сигнал минимален (максимален), т.е. интерференционные картины оказываются взаимно дополнительными. Их можно наблюдать на экранах осциллографов (рис. 85) с большим временем послесвечения экранов, если развёртка осциллографов синхронизировать с перемещением подвижного отражателя.

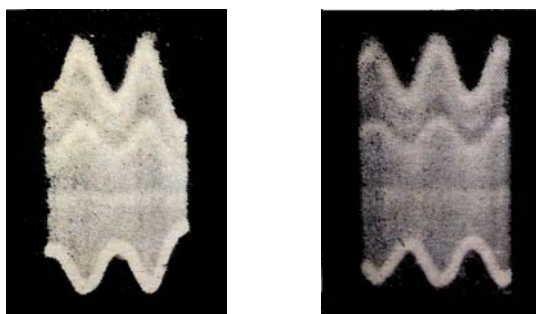


Рис. 85

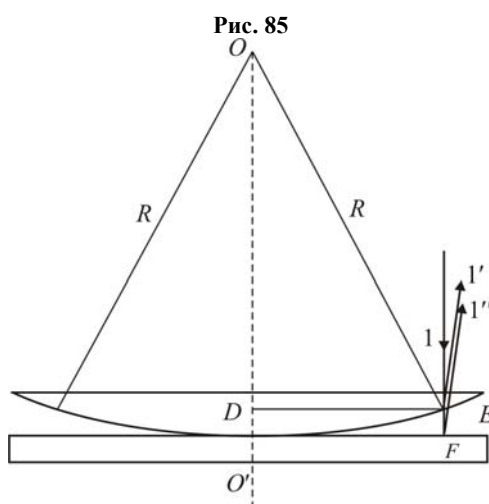


Рис. 86

Примером интерференционных полос равной толщины являются кольца Ньютона. Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной толстой стеклянной пластинки и плосковыпуклой линзы с большим радиусом R кривизны (рис. 86). Роль тонкой плёнки выполняет воздушный ($n=1$) зазор между пластинкой и линзой. При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид

концентрических окружностей различного радиуса r . Найдём радиусы интерференционных полос в отражённом свете. Оптическая разность хода между двумя когерентными волнами I' и I'' , например, в точке F при нормальном падении равна

$$\Delta = 2EF + \frac{\lambda}{2} = 2h + \frac{\lambda}{2}, \quad (2.6.6)$$

где учтено изменение фазы волны I'' при отражении от оптически более плотной среды.

Из прямоугольного треугольника OED имеем $R^2 = r^2 + (R-h)^2$. Отсюда получим $r^2 = 2Rh - h^2$. Учитывая, что h^2 мало найдём $h = \frac{r^2}{2R}$. Подставив это выражение в формулу (2.6.6), получим

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

Условия наблюдения светлых и тёмных колец в отражённом свете соответственно будут

$$\frac{r_c^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1; 2; 3, \dots$$

$$\frac{r_t^2}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 1; 2; 3, \dots$$

Таким образом, радиусы светлых и тёмных колец в отражённом свете имеют значения

$$r_c = \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda R}{2}}, \quad m = 1; 2; 3, \dots$$

$$r_t = \sqrt{m\lambda R}, \quad m = 1; 2; 3, \dots \quad (2.6.7)$$

Кольца Ньютона можно наблюдать и в проходящем свете, при этом интерференционная картина будет дополнительной. При этом

$$r_t = \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda R}{2}}, \quad r_c = \sqrt{m\lambda R}. \quad (2.6.8)$$

В отражённом свете в центре интерференционной картины наблюдается тёмное пятно, а в проходящем – светлое.

2.7. ИНТЕРФЕРОМЕТРЫ

Интерферометрами называют оптические измерительные приборы, работа которых основана на интерференции света. Они позволяют с высокой степенью точности измерять линейные и угловые расстояния, малые разности показателей преломления, исследовать структуру спектральных линий и т.д. Принцип действия интерферометров в основном один и тот же, но в зависимости от предназначения они имеют различные конструкции.

1. Схема оптического интерферометра Майкельсона приведена на рис. 87. Свет от протяжённого источника S попадает на плоскопараллельную разделительную пластинку P_1 , покрытую тонким полупрозрачным слоем серебра или алюминия. Эта пластинка частично пропускает и частично отражает свет, разделяя падающий пучок на два взаимно перпендикулярных пучка 1 и 2 . Первый пучок 1 , пройдя через пластинку P_1 , отражается обратно зеркалом M_1 , а затем частично отражается от пластинки P_1 в направлении AO .

Этот пучок I'' один раз проходит через пластинку P_1 . Второй пучок 2 , отразившись от покрытой металлом поверхности P_1 , направляется к зеркалу M_2 , отразившись от него, снова проходит через пластинку P_1 и далее идёт в направлении AO . Этот пучок I' три раза пересекает пластинку P_1 . Таким образом, от одного и того же источника S получается два когерентных пучка I' и I'' одинаковой интенсивности. На пути первого луча ставится пластинка P_2 тождественная с пластинкой P_1 . Она компенсирует разность хода между пучками, возникающую из-за того, что второй пучок пересекает разделительную пластинку P_1 три раза, а пучок I – один раз. Так как стекло обладает дисперсией, то без такой компенсации наблюдение интерференции в белом свете было бы невозможно. Одно зеркало в интерферометре установлено неподвижно, а второе может перемещаться параллельно самому себе с помощью микрометрического винта. Перемещение может быть на десятки сантиметров. Зеркала снабжаются установочными винтами, так что их можно разворачивать вокруг взаимно перпендикулярных осей.

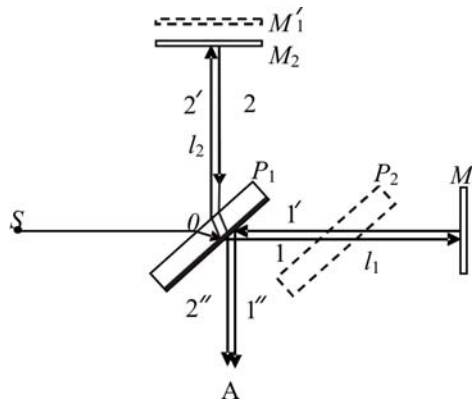


Рис. 87

Когерентные волны I' и I'' проходят до зеркал различные пути и, следовательно, они имеют определённую разность хода. В действительности идёт не один луч, а пучок, расходящийся от точки S . Пусть зеркала строго параллельны. Допустим, что точка M_1' есть изображение зеркала M_1 в отражающей плоскости разделительной пластинки P_1 . Тогда интерференция будет происходить так же, как в воздушном слое между отражающими плоскостями M_2 и M_1' . Разность хода между интерферирующими волнами равна (2.6.1)

$$\Delta = 2d \cos \varphi,$$

где $d = l_1 - l_2$ – толщина слоя M_2M_1' ; φ – угол падения наклонных лучей; l_1 и l_2 – плечи интерферометра.

Следовательно, в интерферометре будут наблюдаться полосы равного наклона, локализованные в бесконечности. Их можно наблюдать глазом, аккомодированным на бесконечность, или с помощью зрительной трубы. Для центра колец разность хода равна

$$\Delta = 2d,$$

так как при $\varphi = 0$ и $\cos \varphi = 1$.

Этому направлению соответствует максимальная разность хода. Поэтому максимальный порядок интерференции будет наблюдаться в центре картины. Отсюда следует, что при увеличении толщины d полосы интерференции будут перемещаться от центра. Если плечи l_1 и l_2 интерферометра будут одинаковыми, то разность хода волн будет равна $d = l_1 - l_2 = 0$ и, следовательно, в центре интерференционной картины будет наблюдаться максимум. При перемещении одного из зеркал, например на отрезок $x = \frac{\lambda}{4}$, максимум интерференции сменится на минимум, так как разность хода интерферирующих волн изменится на

$$\Delta = 2d = 2x = 2 \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}.$$

При перемещении одного из зеркал на $x = \frac{\lambda}{2}$ интерференционная картина сместится на целую полосу, так как

$$\Delta = 2d = 2x = 2 \frac{\lambda}{2} = \lambda.$$

Если в каждое из плеч интерферометра внести одинаковые кюветы, в одной из которых находится газ с известным абсолютным показателем преломления n_1 , а в другой – газ с неизвестным показателем преломления n_2 , то между интерферирующими волнами возникнет дополнительная разность хода: $\Delta = 2d(n_2 - n_1)$, где d – длина кюветы. Следовательно, произойдёт смещение интерференционной картины на m полос: $2d(n_2 - n_1) = m\lambda$, откуда найдём

$$n_2 = n_1 + m \frac{\lambda}{2d}.$$

Схема интерферометра Майкельсона в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн показана на рис. 88. Интерферометр состоит из источника I радиоволн с рупорной антенной, приёмной рупорной антенны 2 , двух металлических зеркал M_1 и M_2 и полупрозрачной пластинки P , роль которой для радиоволн выполняет лист органического стекла. Зеркало M_2 закреплено в интерферометре неподвижно. Зеркало M_1 с помощью микрометрического винта может перемещаться параллельно самому себе на расстояние до 10 см. Величина перемещения x

подвижного зеркала отсчитывается по шкале. Зеркала установлены перпендикулярно друг другу и перпендикулярно к падающим на них пучкам радиоволн. Приёмник радиоволн регистрирует результат интерференции двух когерентных волн в центре интерференционной картины. Интенсивность результирующей волны при интерференции регистрируется микроамперметром, соединённым с детектором приёмной рупорной антенны. Излучение источника радиоволн линейно поляризовано, при этом электрический вектор \vec{E} волны перпендикулярен к широкой стенке волновода, соединённого с передающей рупорной антенной. Приёмник радиоволн принимает волну с максимальной интенсивностью, если её вектор \vec{E} перпендикулярен к широкой стенке волновода приёмника. Линии, перпендикулярные к широким стенкам волноводов источника и приёмника радиоволн, должны быть параллельны между собой и направлены перпендикулярно к плоскости рис. 88. Так как характер поляризации волн в интерферометре не изменяется при отражении от зеркал и при прохождении полупрозрачной пластинки, то электрические векторы в интерферирующих волнах параллельны друг другу. Введение в одно из плеч интерферометра диэлектрической пластинки Π приводит к изменению разности хода интерферирующих волн и изменению результата интерференции, что позволяет определить её показатель преломления. Для этого снимают экспериментальную зависимость интенсивности I принимаемой волны от перемещения x одного из зеркал и строят графическую зависимость $I = I_1(x)$. Установив в одно из плеч интерферометра лист органического стекла толщиной не менее $L = 8$ мм снимают снова экспериментальную зависимость $I = I_2(x)$. Определяют смещение Δx максимумов одной интерференционной картины относительно другой. Введение пластинки приводит к изменению разности хода интерферирующих волн на величину $2L(n-1)$. Учитывая, что $2\Delta x = 2L(n-1)$, определяют величину показателя преломления органического стекла $n = \frac{L + \Delta x}{L}$.

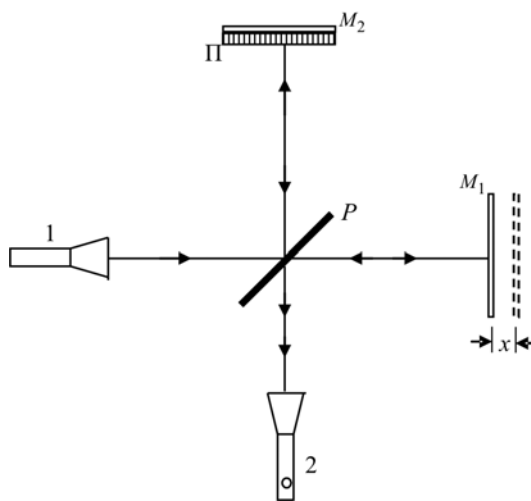


Рис. 88

2. *Интерферометр Жамена* состоит из двух толстых (толщина не менее 20 мм) плоскопараллельных пластин A и B , изготовленных из весьма однородного стекла и смонтированных на массивной плите (рис. 89). Чтобы обе пластины имели одинаковую толщину, они вырезаются из одной и той же пластины. Угол между пластинами можно менять с помощью микрометрических винтов. Свет от монохроматического источника S падает на поверхность пластины A под различными углами i , близкими к 45° . На рисунке 89 показан только один падающий луч. В результате его отражения от обеих поверхностей пластины A из неё выходят два когерентных параллельных луча 1 и 2 . пройдя сквозь совершенно одинаковые кюветы K_1 и K_2 , эти лучи после отражения от второй пластины B собираются линзой L и интерферируют.

Интерференционные полосы равного наклона рассматриваются с помощью окуляра, который на рисунке не показан. Если одну кювету заполнить газом, имеющим известный показатель преломления n_1 , а вторую – газом с неизвестным показателем преломления n_2 , то между интерферирующими волнами возникнет оптическая разность хода $\Delta = (n_2 - n_1)d$, которой соответствует смещение интерференционной картины на m -полос, причём, $(n_2 - n_1)d = m\lambda$, откуда найдём

$$n_2 = n_1 + m \frac{\lambda}{d},$$

где d – длина кюветы.

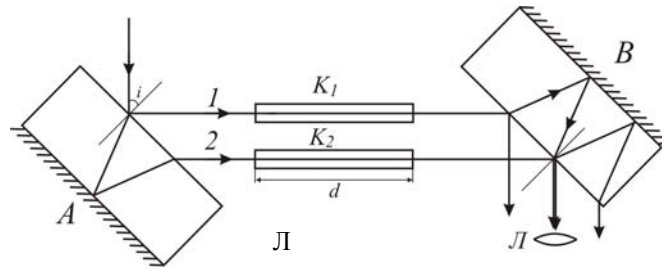


Рис. 89

Интерферометр Жамена обладает рядом недостатков. Во-первых, лучи 1 и 2 , идущие через кюветы, невозможно развести больше чем 4 см. Во-вторых, толстые стеклянные пластинки A и B медленно прогреваются и медленно приходят в состояние теплового равновесия. Это приводит к тому, что интерференционная картина часами медленно ползёт в поле зрения трубы.

Указанные недостатки устранены в интерферометре Д.С. Рождественского. Этот интерферометр принципиально не отличается от интерферометра Жамена. Каждая из пластинок A и B в нём заменена комбинацией из двух параллельно установленных тонких пластинок M_1, P_1 и M_2, P_2 (рис. 90). Пластины M_1 и M_2 посеребрены и выполняют роль зеркал. Пластины P_1 и P_2 также посеребрённые, полупрозрачные; они пропускают половину падающего света, а остальную половину отражают. Комбинация параллельных пластинок M_2, P_2 может поворачиваться на любой угол относительно другой комбинации также параллельных пластинок M_1, P_1 . Данный интерферометр действует так же, как и интерферометр Жамена. В нём наблюдаются интерференционные полосы равного наклона. Аналогично устроен интерферометр Маха-Цендера.

Существуют интерферометры для контроля чистоты обработки металлических поверхностей высокого класса точности (до $0,5$ мк). Принцип работы такого интерферометра заключается в сравнении интерференционных картин, получаемых одновременно от тщательно обработанного зеркала и от испытываемой поверхности. Если на испытываемой поверхности есть шероховатости, то интерференционные полосы искажаются.

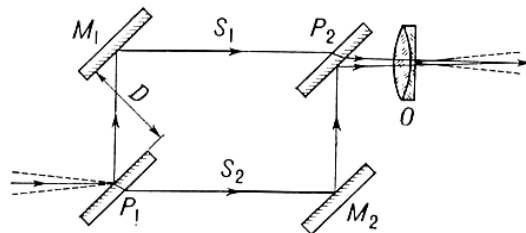


Рис. 90

2.8. МНОГОЛУЧЕВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

Согласно теории двухлучевой интерференции интенсивность результирующей волны в произвольной точке наблюдения определяется выражением (2.1.28). Если амплитуды когерентных интерферирующих волн одинаковы ($E_{m2} = E_{m1}$), то найдём

$$I = E_m^2 = 4E_{m1}^2 \left(1 - \sin^2 \frac{\delta}{2} \right) = 4E_{m1}^2 \cos^2 \frac{\delta}{2}.$$

Таким образом, при интерференции двух волн интенсивность результирующей волны распределяется в пространстве в соответствии с математической функцией $\cos^2 \frac{\delta}{2}$. При этом полуширина максимумов интерференции равна полуширине минимумов интерференции. Интерференционная картина характеризуется постепенным изменением освещённости при переходе от максимумов к минимумам интерференции, т.е. максимумы интерференционной картины "размазаны".

Совершенно иной характер имеет интерференционная картина в случае наложения большого числа когерентных световых волн. Для её наблюдения используются специальные приборы, например эталон Фабри-Перо, который состоит из двух плоскопараллельных стеклянных пластинок P_1 и P_2 , расположенных строго параллельно друг другу на небольшом расстоянии (рис. 91). Поверхности пластинок, обращённые друг к другу, покрыты тонкими полупрозрачными слоями серебра так, что слои обладают коэффициентом отражения света $R \approx 0,95$. На эталон падает расходящийся пучок монохроматического света от источника света S . На рисунке 91 показан ход лишь одного луча, падающего на эталон под углом i . В воздушном зазоре между пластинами P_1 и P_2 свет претерпевает многократное отражение от посеребрённых поверхностей. Параллельные когерентные лучи $1; 2; 3; \dots$, выходящие из пластинок P_1 и P_2 , собираются линзой L в одной точке M экрана, находящегося в фо-

кальной плоскости линзы. Оптическая разность хода между каждой соседней парой волн, согласно (2.6.1), равна

$$\Delta = 2nd \cos i + \lambda,$$

где d – расстояние между пластинами; n – абсолютный показатель преломления воздуха; λ – учитывает изменение фазы на 2π при двукратном отражении от слоёв серебра.

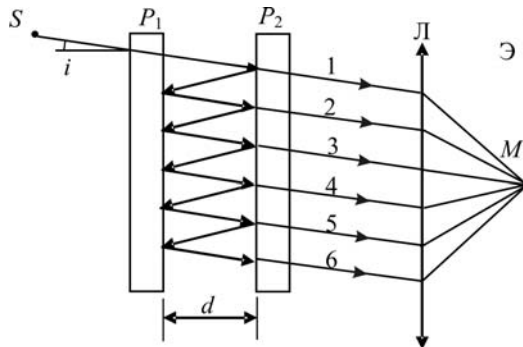


Рис. 91

Разность фаз между соседними интерферирующими когерентными волнами равна

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{4\pi nd \cos i}{\lambda}. \quad (2.8.1)$$

Если фазу первой (1) волны, приходящей в точку M , положить равной $\varphi_1 = 0$, то фаза второй волны (2) будет равна $\varphi_2 = \delta$; фаза третьей волны (3) будет равна $\varphi_3 = 2\delta$ и т.д. Начальные фазы когерентных волн, приходящих в точку M , образуют арифметическую прогрессию: $0; \delta; 2\delta; 3\delta; \dots$. Результирующее колебание в точке наблюдения согласно принципу суперпозиции равно

$$\varepsilon = E_m \cos \omega t + E_m \cos (\omega t + \delta) + E_m \cos (\omega t + 2\delta) + \dots + E_m \cos [\omega t + (N-1)\delta], \quad (2.8.2)$$

где N – число интерферирующих волн.

Прежде чем обсуждать общую теорию многолучевой интерференции, рассмотрим сложение трёх однонаправленных когерентных колебаний равных амплитуд $E_{m1} = E_{m2} = E_{m3}$, причём их начальные фазы $\varphi_1; \varphi_2; \varphi_3$ образуют арифметическую прогрессию: $0; \delta; 2\delta$. Рассмотрим несколько частных случаев:

а) Пусть фазы трёх волн одинаковы: $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 0$, т.е. $\delta = 0$. Согласно теории сложения однонаправленных колебаний амплитуда результирующего колебания, согласно векторной диаграмме (рис. 92, а), равна $E_{mp} = 3E_m$, т.е. образуется *главный максимум* интерференции.

б) Пусть разность фаз между соседними интерферирующими волнами равна $\delta = 60^\circ$, а фазы трёх волн соответственно равны: $\varphi_1 = 0; \varphi_2 = 60^\circ; \varphi_3 = 120^\circ$. Построив векторную диаграмму для этого случая (рис. 92, б), видим, что амплитуда результирующего колебания равна $E_{mp} = 2E_m$.

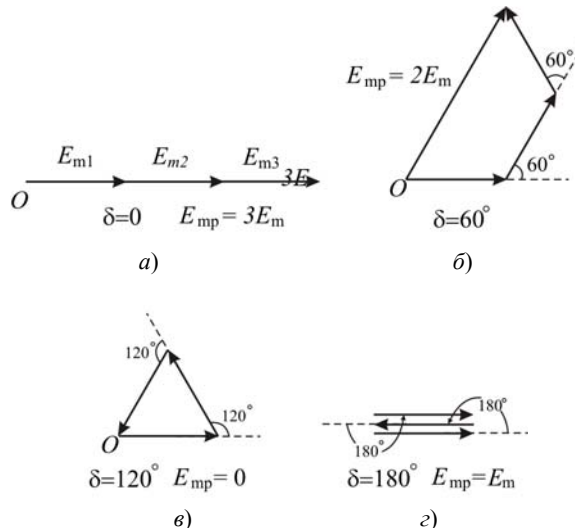


Рис. 92

в) Допустим, что разность фаз между соседними интерферирующими волнами равна $\delta = 120^\circ$, а фазы трёх вол соответственно равны $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = 120^\circ$; $\varphi_3 = 240^\circ$. Согласно векторной диаграмме амплитуда результирующей волны равна $E_{mp} = 0$, так как векторная диаграмма представляет собой замкнутый треугольник (рис. 92, в).

г) Пусть $\delta = 180^\circ$, фазы трёх вол имеют значения: $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = 180^\circ$; $\varphi_3 = 360^\circ$. Построив векторную диаграмму (рис. 92, з), легко видеть, что амплитуда результирующей волны при интерференции трёх вол равна $E_{mp} = E_m$ (побочный максимум), $E_{mp} < 3E_m$.

Очевидно, что при $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = 240^\circ$; $\varphi_3 = 480^\circ$ амплитуда результирующей волны при интерференции будет равна нулю: $E_{mp} = 0$, а при $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = 360^\circ$; $\varphi_3 = 720^\circ$ амплитуда результирующей волны снова будет иметь максимальное значение: $E_{mp} = 3E_m$ (главный максимум). На рисунке 93 показана зависимость амплитуды E_{mp} результирующей волны от разности фаз δ между соседними интерферирующими волнами, фазы которых образуют арифметическую прогрессию. В случае трёх интерферирующих волн образуются главные и побочные максимумы, причём между главными максимумами образуется один побочный максимум и два минимума интерференции.

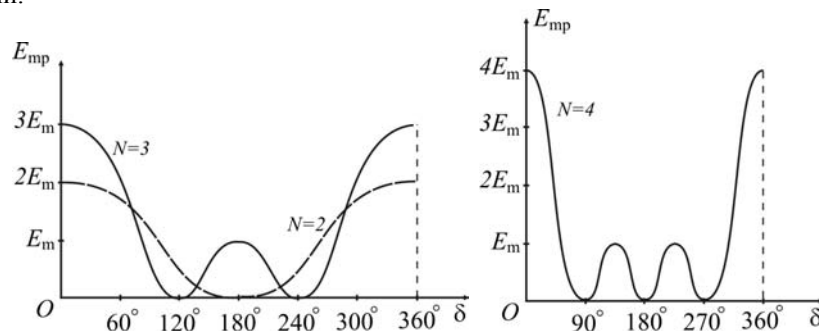


Рис. 93

Рис. 94

Используя метод векторных диаграмм, можно показать, что в случае интерференции четырёх когерентных волн между главными максимумами образуется два побочных максимума и три минимума интерференции (рис. 94). Рост числа интерферирующих волн приводит к увеличению интенсивности главных максимумов и их сужению.

Для нахождения амплитуды E_{mp} результирующей волны при многолучевой интерференции построим векторную диаграмму складываемых волн (2.8.2) равных амплитуд E_m (рис. 95). Векторная диаграмма состоит из N звеньев одинаковой длины E_m , причём каждое звено образует с предыдущим звеном угол δ . Векторы E_m складываемых колебаний образуют стороны правильного многоугольника, около которого можно описать окружность радиуса $r = OB$. Из треугольника OBC имеем

$$\frac{E_{mp}}{2} = r \sin \frac{N\delta}{2}.$$

Из треугольника ODB имеем $\frac{E_m}{2} = r \sin \frac{\delta}{2}$.

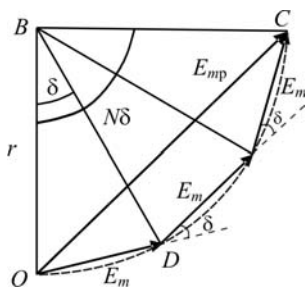


Рис. 95

Исключая из этих двух выражений r , найдём амплитуду результирующей волны при многолучевой интерференции:

$$E_{mp} = E_m \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}. \quad (2.8.3)$$

Исследуем зависимость E_{mp} от δ , т.е. от положения точки наблюдения. Пусть разность фаз между соседними когерентными волнами равна чётному числу π

$$\delta = 2m\pi, \quad (2.8.4)$$

где $m = 0; 1; 2; 3$.

В этом случае векторная диаграмма будет представлять собой прямую линию. При этом амплитуда результирующей волны будет равна

$$E_{mp} = NE_m, \quad (2.8.5)$$

а интенсивность

$$I_p = E_{mp}^2 = N^2 E_m^2. \quad (2.8.6)$$

Условие (2.8.4) будет определять положение главных максимумов интерференции. Учитывая формулу (2.8.1), условие образования главных максимумов интерференции можно написать в виде

$$2nd \cos i = m\lambda.$$

Согласно (2.8.6) интенсивность главных максимумов при многолучевой интерференции пропорциональна квадрату числа N интерферирующих волн.

При выполнении условия

$$N\delta = 2m\pi \quad (2.8.7)$$

векторная диаграмма складываемых волн превращается в замкнутый многоугольник и амплитуда результирующей волны при многолучевой интерференции будет равна нулю: $E_{mp} = 0$. Следовательно, выражение (2.8.7) определяет положение минимумов интерференции. В формуле (2.8.7) m – целые числа, за исключением кратных N , т.е. $m = 1; 2; 3; \dots$, но $m \neq N; 2N; 3N, \dots$.

Побочные максимумы при многолучевой интерференции образуются между минимумами:

$$\delta = \frac{2\pi m}{N} \text{ и } \delta = \frac{2\pi(m+1)}{N}.$$

Интенсивность побочных максимумов при большом числе N интерферирующих волн очень мала и они не наблюдаются. Интенсивность же главных максимумов $I_p \sim N^2$. Ширина же главных максимумов обратно пропорциональна N , т.е. с увеличением N ширина главных максимумов уменьшается. Согласно формуле (2.8.3) можно записать выражение для интенсивности результирующей волны при многолучевой интерференции

$$I_p = I_1 \frac{\sin^2 \frac{N\delta}{2}}{\sin^2 \frac{\delta}{2}}. \quad (2.7.8)$$

Можно показать, что при N интерферирующих волнах между главными максимумами образуется $(N-2)$ побочных максимума и $(N-1)$ минимумов интерференции.

Общая схема установки для исследования многолучевой интерференции в диапазоне СВЧ показана на рис. 96. Установка состоит из клистронного генератора 1 сверхвысоких частот (СВЧ). Мощность от генератора подводится к четвертьволновому вибратору, установленному в волноводе. Электромагнитные волны из волновода генератора излучаются в пространство между двумя металлическими зеркалами P_1 и P_2 установленными строго параллельно друг другу. Зеркала имеют размеры 220×220 мм. В центре зеркал имеются отверстия для крепления прямоугольных волноводов. Электромагнитные волны между зеркалами испытывают многократное отражение. Приёмником электромагнитных волн служит зонд-детектор, установленный в приёмном волноводе 2, который соединён с зеркалом P_2 . При каждом отражении электромагнитных волн от двух параллельных зеркал, волна поступает в приёмный волновод и регистрируется зонд-детектором. Следовательно, зонд-детектор регистрирует результат интерференции большого числа волн. При этом ток, возникающий в зонд-детекторе пропорционален интенсивности результирующей волны при многолучевой интерференции. Зеркало P_1 закреплено на неподвижном плато 3 прибора. Зеркало P_2 установлено на подвижном плато 4 установки. С помощью ходового винта 5 вращением ручки 6 можно перемещать подвижное плато 4 и тем самым изменять расстояние d между отражателями, а, следовательно, и разность фаз " δ " интерферирующих волн.

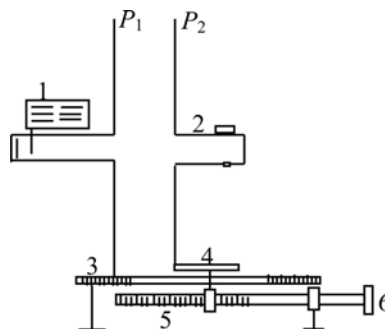


Рис. 96

Считая абсолютный показатель преломления воздуха равным $n = 1$, условие образования главных максимумов интерференции можно записать в виде

$$2d = m\lambda \quad (2.8.9)$$

при угле падения волн на зеркало $i = 0$. Эту формулу можно записать в виде

$$d = m \frac{\lambda}{2}. \quad (2.8.10)$$

Таким образом, главные максимумы интерференции наблюдаются при расстояниях между зеркалами, кратных целому числу полуволен. Для измерения интенсивности результирующей волны при многолучевой интерференции зонд-детектор соединяется с микроамперметром Ф-195. Перемещение подвижного зеркала P_2 измеряется с помощью шкалы.

На рисунке 97 показана многолучевая интерференционная картина в диапазоне СВЧ, т.е. зависимость интенсивности принимаемой волны от расстояния между зеркалами. При этом при увеличении расстояния между зеркалами возрастает разность фаз δ между соседними когерентными волнами. Чтобы наблюдать данную функциональную зависимость на экране осциллографа с большим послесвечением экрана, сигнал I с зонд-детектора после усиления подаётся на вход "у" осциллографа, а его горизонтальная развёртка синхронизируется с перемещением одного из зеркал интерферометра Фабри-Перо. При увеличении порядка интерференции (рис. 98) полуширина главных максимумов увеличивается, а их интенсивность уменьшается. Многолучевая интерференционная картина существенно отличается от двухлучевой (рис. 85), наблюдаемой в тонких плёнках в диапазоне СВЧ.

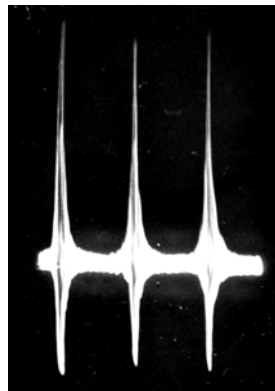


Рис. 97

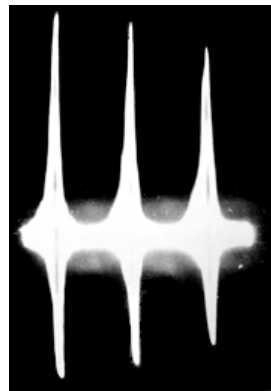


Рис. 98

Интерферометр Фабри-Перо (рис. 96) можно использовать для измерения показателей преломления прозрачных и непрозрачных диэлектриков в диапазоне СВЧ. Для этого строят зависимость интенсивности I_1 принимаемых волн от перемещения x подвижного зеркала, т.е. $I_1 = I_1(x)$. Вносят в пространство между зеркалами исследуемый диэлектрик толщиной $L = 2 \dots 3$ мм. Строят вторую функциональную зависимость $I_2 = I_2(x)$. Определяют смещение Δx главных максимумов одной интерференционной картины относительно другой. Отметим, что введение пластины диэлектрика приводит к изменению разности хода интерферирующих волн на величину $2L(n-1)$. Учитывая, что при введении диэлектрика между зеркалами разность хода волны изменится на $2\Delta x$, получим равенство $2\Delta x = 2L(n-1)$, откуда находим показатель преломления исследуемого диэлектрика

$$n = \frac{L + \Delta x}{L}.$$

2.9. ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА И ЯВЛЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

Эффект Доплера состоит в изменении воспринимаемой наблюдателем частоты излучения в том случае, когда наблюдатель и источник излучения движутся друг относительно друга. Такое явление легко наблюдается для акустических волн: гудки тепловозов, автомобилей и т.д. Оно справедливо и для световых волн, в том числе и для радиоволн. Конечность и абсолютность скорости света в вакууме в сочетании с релятивистскими свойствами пространства-времени приводит к некоторым особенностям эффекта Доплера для электромагнитных волн, о которых речь пойдёт ниже.

Рассмотрим частный случай *продольного эффекта Доплера*, когда источник и приёмник движутся вдоль прямой, соединяющей их; причём скорость источника V_S и приёмника V_{Π} малы по сравнению со скоростью

света c , т.е. $\frac{V_S}{c} \ll 1$; $\frac{V_{\Pi}}{c} \ll 1$. Пусть источник света S движется со скоростью V_S в направлении к приёмнику Π ,

который удаляется от него со скоростью V_{Π} (рис. 99). Источник излучает волну с частотой $\nu_S = \frac{1}{T_S}$, где T_S – период колебаний, т.е. время, в течение которого происходит излучение цуга волны, фаза которой изменяется

от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$. Пусть источник находится в положении S , когда начинается испускание цуга волны, и в положении S' , когда заканчивается испускание цуга, т.е. за время T_S источник перемещается на расстояние $SS' = V_S T_S$. Приёмник воспринимает частоту излучения $\nu_{\Pi} = \frac{1}{T_{\Pi}}$, где T_{Π} – время, в течение которого приёмник фиксирует приём цуга. За время T_{Π} приёмник перемещается на расстояние: $\Pi\Pi' = V_{\Pi} T_{\Pi}$. Пусть t_1 – время, за которое начало цуга ($\varphi = 0$) проходит расстояние $S\Pi$, а t_2 – время, за которое конец цуга ($\varphi = 2\pi$) проходит расстояние: $S'\Pi' = ct_2$. Непосредственно из рис. 99 видно, что

$$V_S T_S + ct_2 = V_{\Pi} T_{\Pi} + ct_1. \quad (2.9.1)$$

Рис. 99

Кроме того, время, прошедшее от момента начала испускания цуга, до момента регистрации его конца равно

$$t_1 + T_{\Pi} = t_2 + T_S. \quad (2.9.2)$$

Исключая из этих соотношений t_1 и t_2 , найдём

$$(c - V_S) T_S = (c - V_{\Pi}) T_{\Pi},$$

откуда получаем

$$T_{\Pi} = T_S \frac{(c - V_S)}{(c - V_{\Pi})} = T_S \frac{\left(1 - \frac{V_S}{c}\right)}{\left(1 - \frac{V_{\Pi}}{c}\right)}, \quad (2.9.3)$$

или

$$\nu_{\Pi} = \nu_S \frac{\left(1 - \frac{V_{\Pi}}{c}\right)}{\left(1 - \frac{V_S}{c}\right)}. \quad (2.9.4)$$

При выводе этой формулы мы пользовались классическим законом сложения скоростей, который следует из преобразований Галилея и справедлив при $V_{\Pi} \ll c$; $V_S \ll c$.

Различают четыре возможных случая относительного движения, смотря по тому, находится в покое наблюдатель или источник.

1. Источник находится в покое, приёмник удаляется ($V_S = 0$; $V_{\Pi} > 0$):

$$\nu_{\Pi} = \nu_S \left(1 - \frac{V_{\Pi}}{c}\right) < \nu_S \text{ (уменьшение частоты)}. \quad (2.9.5)$$

2. Источник находится в покое, приёмник приближается ($V_S = 0$; $V_{\Pi} < 0$):

$$\nu_{\Pi} = \nu_S \left(1 + \frac{V_{\Pi}}{c}\right) > \nu_S \text{ (увеличение частоты)}. \quad (2.9.6)$$

3. Приёмник находится в покое, источник приближается ($V_{\Pi} = 0$; $V_S > 0$):

$$\nu_{\Pi} = \nu_S \frac{1}{1 - \frac{V_S}{c}} > \nu_S \text{ (увеличение частоты)}. \quad (2.9.7)$$

Это выражение можно записать в виде

$$\nu_{\Pi} = \nu_S \frac{1 + \frac{V_S}{c}}{1 - \frac{V_S^2}{c^2}} > \nu_S. \quad (2.9.8)$$

4. Приёмник находится в покое, источник удаляется ($V_{\Pi} = 0$; $V_S < 0$):

$$v_{\Pi} = v_S \frac{1}{1 + \frac{V_S}{c}} < v_S \text{ (уменьшение частоты)} \quad (2.9.9)$$

или

$$v_{\Pi} = v_S \frac{1 - \frac{V_S}{c}}{1 - \frac{V_S^2}{c^2}} < v_S. \quad (2.9.10)$$

Полученные формулы можно объединить в одну:

$$v_{\Pi} = v_S \frac{1 \mp \frac{V_{\Pi}}{c}}{1 \pm \frac{V_S}{c}}. \quad (2.9.11)$$

Знак (+) в числителе соответствует приближению приёмника, а знак (-) – его удалению; знак (+) в знаменателе соответствует удалению источника, а знак (-) – его приближению.

При сближении источника и приёмника света принимаемая частота излучения смещается по сравнению с частотой источника к фиолетовому краю спектра, а при удалении источника и приёмника она оказывается смещённой к красному краю спектра: "красное смещение".

В 1963 году были открыты метагалактические астрофизические объекты, впоследствии названные "квазарами" (похожие на звёзды). По красному смещению линий водорода, кислорода и магния в спектре излучения квазаров были определены по формулам (2.9.9) продольного эффекта Доплера скорости их удаления от нашей галактики. Они оказались огромными, сравнимыми со скоростью света, у ряда квазаров – порядка $1 \cdot 10^8 \dots 2 \cdot 10^8$ м/с. Эти результаты служат одним из экспериментальных объяснений так называемой *теории расширяющейся Вселенной*. Согласно закону Э. Хаббла скорость V разбегания галактики пропорциональна расстоянию R до них от земного наблюдателя: $V = HR$, где $H = 3 \cdot 10^{-18} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Хаббла.

Строгая теория оптического эффекта Доплера базируется на применении принципа относительности (инвариантность вида физических законов), если применить его для фаз $\varphi = (\vec{k}\vec{r} - \omega t)$ некоторой плоской волны, излучаемой источником.

Пусть источник связан с системой $x'y'z'$, движущейся поступательно и равномерно со скоростью V вдоль направления ox по отношению к неподвижной системе xyz , с которой связан наблюдатель. Следовательно, необходимо, чтобы $\varphi = \varphi'$, т.е.

$$k_x x + k_y y + k_z z - \omega t = k'_x x' + k'_y y' + k'_z z' - \omega_0 t',$$

где ω_0 – частота, излучаемая источником в своей системе $x'y'z'$, а ω – частота, измеренная покоящимся наблюдателем.

Воспользовавшись преобразованиями Лоренца, связывающими координаты x', y', z', t' с координатами x, y, z, t , получим тождество

$$k_x x + k_y y + k_z z - \omega t \equiv \frac{k'_x (x - Vt)}{\sqrt{1 - \beta^2}} + k'_y y' + k'_z z' - \omega_0 \frac{t - \frac{\beta}{c} x}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (2.9.12)$$

где $\beta = \frac{V}{c}$.

Пусть Θ – угол, образованный вектором \vec{k} и осью Ox , тогда $k_x = \frac{\omega}{c} \cos \Theta$. Пусть Θ' – угол между вектором \vec{k}' и Ox' , тогда $k'_x = \frac{\omega_0}{c} \cos \Theta'$. Учитывая полученные выражения для k_x и k'_x и приравнявая в выражении (2.9.12) коэффициенты при t и x , получим

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \beta \cos \Theta'}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \quad (2.9.13)$$

$$\frac{\omega}{c} \cos \Theta = \frac{\omega_0}{c} \frac{(\beta + \cos \Theta')}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (2.9.14)$$

Формула (2.9.13) представляет эффект Доплера, а выражение (2.9.14) – эффект абберации, т.е. изменение направления наблюдаемого луча, обусловленного относительным движением. Это явление важно при астрономических наблюдениях.

Из последних двух соотношений найдём

$$\cos \Theta = \frac{\beta + \cos \Theta'}{1 + \beta \cos \Theta'}, \quad (2.9.15)$$

откуда получим

$$\cos \Theta' = \frac{-\beta + \cos \Theta}{1 - \beta \cos \Theta}. \quad (2.9.16)$$

Рассмотрим продольный эффект Доплера.

а) $\Theta = 0$. Источник приближается к наблюдателю: $\cos \Theta = 1$, поэтому $\cos \Theta' = 1$ и, следовательно, из выражения (2.9.13), получим

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} > \omega_0, \quad (2.9.17)$$

т.е. наблюдается смещение в фиолетовую область спектра. Полученная формула совпадает с формулой (2.9.8), если пренебречь величиной $\frac{V^2}{c^2}$.

б) $\Theta = \pi$. Источник удаляется от наблюдателя: $\cos \Theta = -1$, поэтому $\cos \Theta' = -1$ и, следовательно,

$$\omega = \omega_0 \frac{1 - \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} < \omega_0. \quad (2.9.18)$$

(красное смещение). Полученная формула совпадает с выражением (2.9.10) с точностью до членов второго порядка малости $\frac{V^2}{c^2}$.

2. *Поперечный эффект Доплера.* Он наблюдается, когда источник движется перпендикулярно к линии, соединяющей источник и приёмник. При $\Theta = \frac{\pi}{2}$ $\cos \Theta = 0$; из формулы (2.9.16) имеем $\cos \Theta' = -\beta$ и, следовательно, из выражения (2.9.13) получаем

$$\omega = \omega_0 \frac{1 - \beta^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (2.9.19)$$

Появление поперечного эффекта Доплера связано с чисто релятивистским эффектом замедления времени. Действительно, пусть T_0 – период колебаний, определяемый в системе отсчёта источника, то T – промежуток собственного времени между двумя событиями – излучением цуга волны, фаза φ которой изменяется от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$. Согласно специальной теории относительности промежуток времени для тех же событий в системе отсчёта приёмника равен

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{V_S^2}{c^2}}}. \quad (2.9.20)$$

Переходя к частотам ω и ω_0 , получим выражение (2.9.19). Очевидно, что поперечный эффект Доплера для акустических волн принципиально невозможен.

В начале XX века продольный эффект Доплера с большой точностью был экспериментально подтверждён русскими физиками А. Белопольским и Б. Голицыным. Опыты по измерению поперечного эффекта Доплера впервые осуществили американские учёные Х.Е. Айвс и Дж.Р. Стилуэлл (1938).

С продольным эффектом Доплера связан *радарный эффект*. Он проявляется в том, что частота ν принимаемой волны, отражённой от движущегося объекта, отличается от собственной частоты ν_0 источника излучения света или радиоволн. Пусть источник S и приёмник света Π находятся на достаточно большом расстоянии от зеркала M и можно считать, что свет падает на зеркало нормально (рис. 100). Изображение S' источника в зеркале находится на расстоянии 2ℓ от него. Можно считать, что в приёмник Π приходит излучение от мнимого источника S' .

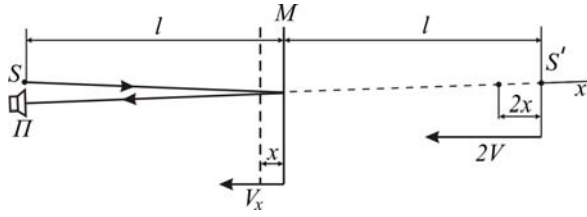


Рис. 100

При приближении зеркала к приёмнику на отрезок x , мнимый источник приближается на отрезок $2x$, т.е. при скорости зеркала, равной V , мнимый источник приближается со скоростью $2V_x$. При определении частоты принимаемого излучения в формуле (2.9.7) при $\frac{V^2}{c^2} \ll 1$ достаточно скорость V заменить на $2V_x$. Таким образом, получим

$$v_{\text{приём}} = \frac{v_0}{1 - \frac{2V_x}{c}}. \quad (2.9.21)$$

Умножив числитель и знаменатель этой дроби на $\left(1 + \frac{2V_x}{c}\right)$ и пренебрегая в знаменателе членом $\left(\frac{2V_x}{c}\right)^2$, найдём

$$v_{\text{приём}} = \left(1 + \frac{2V_x}{c}\right)v_0. \quad (2.9.22)$$

При удалении зеркала от источника излучения получим

$$v_{\text{приём}} = \left(1 - \frac{2V_x}{c}\right)v_0. \quad (2.9.23)$$

Таким образом, изменение частоты при движении зеркала равно

$$\Delta v = v_{\text{приём}} - v_0 = \pm \frac{2V_x}{c}v_0, \quad (2.9.24)$$

где знаки "+" и "-" соответствуют приближению зеркала к приёмнику и его удалению от приёмника.

Для круговой частоты последняя формула принимает вид

$$\Delta \omega = \pm \frac{2V_x}{c}\omega_0. \quad (2.9.25)$$

Благодаря высокой монохроматичности современных клистронных генераторов сантиметровых электромагнитных волн ($\nu_0 = 10^{10}$ Гц) наблюдение доплеровского смещения частоты может быть осуществлено достаточно простыми средствами. Например, при скорости зеркала, равной $V_x = 1$ см/с согласно формуле (2.9.24) получим $\Delta \nu = 0,6$ Гц. Однако прямое измерение частоты требует использования специальных приборов – частотомеров СВЧ. Поэтому доплеровское смещение частоты при движении зеркала можно наблюдать косвенным путём, используя для этих целей, например, интерферометр Майкельсона (рис. 88) для сантиметровых электромагнитных волн. Принцип регистрации доплеровского изменения частоты состоит в следующем. В приёмную антенну поступают два сигнала: один от неподвижного зеркала с частотой ω_0 , на которой работает генератор СВЧ, а второй – от движущегося зеркала с частотой $\omega_0 \pm \Delta \omega$. Знаки "+" и "-" относятся соответственно приближению зеркала к полупрозрачной пластинке интерферометра и удалению от неё. Сложение двух колебаний с близкими частотами приводит к возникновению биений электрического сигнала в приёмнике с частотой $\Delta \nu$. Действительно, перемещение одного из зеркал в интерферометре Майкельсона (рис. 88) приводит к периодическому изменению амплитуды принимаемого сигнала с частотой $\Delta \nu$. Причем, при увеличении скорости перемещения зеркала частота биений увеличивается.

Следует отметить, что описанный опыт с интерферометром допускает как доплеровскую, так и интерференционную трактовку (§ 2.7). Действительно, обе волны, интерферируя в точке приема, в зависимости от геометрической разности хода когерентных волн дают максимум или минимум интенсивности принимаемого сигнала. При перемещении зеркала, например, на отрезок $\ell = \frac{\lambda}{4}$ разность хода волн изменяется на $\Delta = 2\ell = \frac{\lambda}{2}$, что приводит к смене максимума интерференции на минимум. При этом разность фаз интерферирующих волн в точке приёма изменяется на

$$\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta = \pi, \quad (2.9.26)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

С другой стороны, при перемещении зеркала со скоростью U_x фаза волны, отражённой от него, изменяется на величину

$$\delta = \Delta\omega t.$$

Учитывая формулу (2.9.22), получим

$$\delta = \frac{2V_x}{c}\omega_0 t = 2kV_x t = \frac{4\pi}{\lambda}V_x t, \quad (2.9.27)$$

где $\frac{\omega_0}{c} = k$ – волновое число.

При перемещении зеркала, например, на отрезок $\ell = V_x t = \frac{\lambda}{4}$ следует, что $V_x = \frac{\lambda}{4t}$ и, следовательно, фаза меняется на

$$\delta = \pi, \quad (2.9.28)$$

что полностью соответствует формуле (2.9.26). Таким образом, показано, что при перемещении зеркала на отрезок $\ell = \frac{\lambda}{4}$, согласно обеих трактовок опыта, фаза одного из принимаемых колебаний изменяется на одну и ту же величину, что говорит о совпадении трактовок данного эксперимента: доплеровской и интерференционной.

Таким образом, если в опытах по интерференции (особенно это касается СВЧ) приёмник фиксирует периодическое изменение интенсивности принимаемого сигнала, то рассматриваемое явление допускает трактовку на основании эффекта Доплера.

2.10. ОБОБЩЕННЫЙ ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА–МИХЕЛЬСОНА

В предыдущем параграфе было рассмотрено появление эффекта Доплера при относительном перемещении источника и приёмника света, включая так называемый поперечный Доплер-эффект, или при движении зеркала, отражающего свет в направлении к наблюдателю. За исключением поперечного эффекта Доплера, который является чисто релятивистским эффектом, во всех других случаях изменение частоты света при наблюдении эффекта Доплера обычно связывают с изменением с течением времени *геометрической длины пути*, проходимой волной от источника к приёмнику. Однако еще в 1899 году профессор Московского университета В. Михельсон теоретически показал, что доплеровское изменение частоты может наблюдаться и при неизменном расстоянии между источником и приёмником света, если только оптические условия на пути, проходимой волной, изменяются во времени. В качестве примера В. Михельсон рассмотрел изменение оптической длины пути при движении стеклянной призмы между неподвижным источником и приёмником света в направлении, перпендикулярном к линии их соединяющей. Теоретические выводы, полученные В. Михельсоном, были успешно подтверждены экспериментально А. Перо в 1924 году. В связи с этим необходимо дать более общую трактовку возникновения эффекта Доплера: изменение частоты света, регистрируемого приёмником, происходит не только при изменении геометрической длины пути, проходимой волной, но в вследствие изменения в течение времени *оптической длины пути*, проходимого светом. Очевидно, что обобщённый эффект Доплера–Михельсона может наблюдаться при неподвижных источнике и приёмнике света. В качестве примера рассмотрим две задачи, приводящие к обобщённому эффекту Доплера–Михельсона, которые можно проиллюстрировать в опытах с сантиметровыми электромагнитными волнами.

1. Пусть источник света S находится в среде с показателем преломления n_1 , а приёмник Π – в среде с показателем преломления n_2 . Пусть источник S работает на частоте $\nu_0 = \frac{1}{T_0}$, где T_0 – время, за которое излучается неподвижным источником цуг волны, фаза которого изменяется от 0 до 2π . На рисунке 101 положение границы раздела показано цифрой 1 в момент, когда до неё доходит начало цуга волны, а цифрой 2 – в момент, когда до границы доходит конец цуга. Если скорость границы равна V ($V \ll c$), то расстояние между двумя положениями границы равно VT_{12} , где T_{12} – время необходимое для данного перемещения границы. Пусть t_1 – время, за которое начало цуга доходит до границы 1, а t_2 – время, за которое конец цуга доходит до границы 2. Из рисунка 101 видно

$$c_1 t_1 + VT_{12} = c_1 t_2, \quad (2.10.1)$$

причём,

$$t_1 + T_{12} = t_2 + T_0. \quad (2.10.2)$$

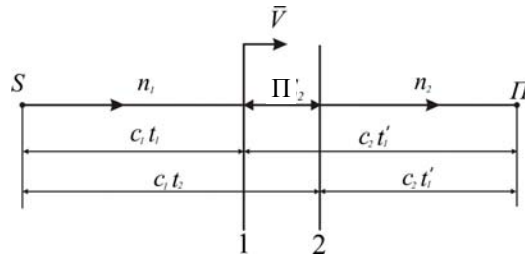


Рис. 101

Исключая из этих соотношений t_1 и t_2 , найдём

$$T_{12} = \frac{c_1}{c_1 - V} T_0. \quad (2.10.3)$$

Пусть t'_1 и t'_2 – соответственно, время, в течение которого начало и конец рассматриваемого цуга проходят расстояние от границ раздела сред до приёмника, T_{Π} – время, за которое цуг воспринимается приёмником. Тогда имеем два соотношения:

$$VT_{12} + ct'_2 = c_2 t'_1; \quad (2.10.4)$$

$$t'_2 + T_{12} = t'_1 + T_{\Pi}. \quad (2.10.5)$$

Исключая из этих равенств t'_1 и t'_2 , получим

$$T_{\Pi} = \frac{c_2 - V}{c_2} T_{12}. \quad (2.10.6)$$

Подставляя в это выражение формулу (2.10.3), найдём

$$T_{\Pi} = \frac{c_1(c_2 - V)}{(c_1 - V)c_2} T_0 = \left(\frac{1 - \frac{V}{c_2}}{1 - \frac{V}{c_1}} \right) T_0. \quad (2.10.7)$$

Переходя к частоте, окончательно получаем

$$\nu_{\Pi} = \left(\frac{1 - \frac{V}{c_1}}{1 - \frac{V}{c_2}} \right) \nu_0. \quad (2.10.8)$$

Данную формулу можно получить, если рассматривать движущуюся границу раздела сред сначала как приёмник, а затем как переизлучатель в соответствии с формулами (2.9.5) и (2.9.7).

Найдём изменение частоты при движении границы раздела сред, причём $c_1 = \frac{c}{n}$; $c_2 = c$:

$$\Delta\nu = \nu_{\Pi} - \nu_0 = \left(\frac{1 - \frac{nV}{c}}{1 - \frac{V}{c}} - 1 \right) \nu_0 = \left(\frac{c - nV}{c - V} - 1 \right) \nu_0,$$

или

$$\Delta\nu = \frac{(1 - n)V}{c - V} \nu_0.$$

Так как $V \ll c$, получим

$$\Delta\nu = (1 - n) \frac{V}{c} \nu_0. \quad (2.10.9)$$

Обобщенный эффект Доплера–Михельсона можно проиллюстрировать в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн с помощью интерферометра Майкельсона. Пусть в одно из плеч интерферометра (рис. 102) установлен клин, выполненный в виде металлоленточной структуры (рис. 103). При расстоянии между лентами $a = 20$ мм эквивалентный показатель преломления клина равен $n = 0,6$. Равномерное перемещение клина перпендикулярно к одному из плеч интерферометра эквивалентно перемещению границы раздела двух сред, которое рассмотрено выше. Очевидно, что при движении клина будет изменяться оптическая длина пути одной из волн в интерферометре, что приводит к изменению частоты одной из когерентных составляющих волн, регистрируемых приёмником. Таким образом, при движении клина наблюдаются биения принимаемого сигнала при неподвижных источнике и приёмнике СВЧ. Доплеровское изменение частоты, которое возникает вследствие движения клина, определяется выражением (2.10.9), если учесть, что скорость движения клина V_y связана со скоростью V перемещения границы раздела сред соотношением $V = V_y \operatorname{tg} \alpha$, где α – угол при вершине клина. Следовательно, имеем

$$\Delta\nu = \nu_0(1-n)\frac{V_y}{c}\operatorname{tg}\alpha. \quad (2.10.10)$$

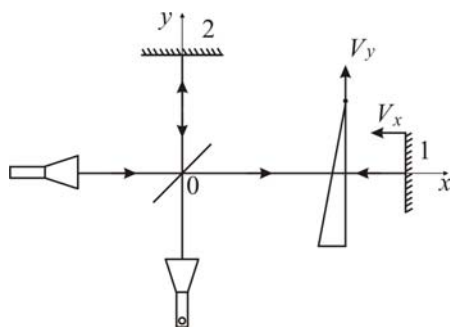


Рис. 102

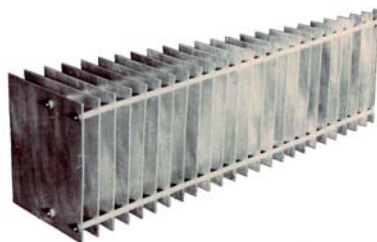


Рис. 103

Опыт показывает, что при движении клина в интерферометре амплитуда принимаемого сигнала периодически изменяется с частотой $\Delta\nu$, причём при увеличении (уменьшении) скорости движения клина частота наблюдаемых биений принимаемого сигнала увеличивается (уменьшается) в соответствии с формулой (2.10.10).

Описанный эксперимент по наблюдению обобщённого эффекта Доплера–Михельсона можно качественно объяснить на основе законов интерференции волн. Действительно, изменение оптической длины пути, проходящей волной вследствие перемещения клина, приводит к соответствующему изменению разности хода интерферирующих волн, что и приводит к периодическому изменению интенсивности принимаемого сигнала. Для того чтобы более строго показать эквивалентность трактовки описанных опытов, сделаем ещё один эксперимент с интерферометром Майкельсона (рис. 102). Приведём в движение одновременно одно из зеркал и клин. Можно подобрать скорости движения клина V_y и зеркала V_x и их направления движения такими, что эффекта Доплера наблюдаться не будет. Другими словами, несмотря на то, что изменяется и геометрическая, и оптическая длина пути волн, биения принимаемого сигнала не наблюдаются. Очевидно, биения принимаемого сигнала будут отсутствовать, если доплеровская частота $\Delta\nu$, возникающая при движении зеркала, компенсируется доплеровской частотой $\Delta\nu$, возникающей при перемещении клина. Приравняв правые части выражений (2.9.24) и (2.10.10), найдём соотношения скоростей зеркала и клина, при котором отсутствует результирующий эффект Доплера:

$$V_y = \frac{2V_x}{(1-n)\operatorname{tg}\alpha}. \quad (2.10.11)$$

Следовательно, в случае равномерного движения клина и зеркала соотношение между их перемещениями, при котором отсутствуют биения, имеет вид

$$y = \frac{2x}{(1-n)\operatorname{tg}\alpha}. \quad (2.10.12)$$

Так, например, при перемещении зеркала на отрезок $x = \frac{\lambda_0}{4}$ клин необходимо переместить на расстояние

$$y = \frac{\lambda_0}{2(1-n)\operatorname{tg}\alpha}. \quad (2.10.13)$$

Справедливость полученного выражения легко доказать, не прибегая к принципу Доплера, а используя теорию интерференции двух когерентных волн. Действительно, при перемещении зеркала на расстояние $x = \frac{\lambda_0}{4}$ при неподвижном клине фаза одной из когерентных волн в интерферометре изменяется на π . Чтобы движением клина скомпенсировать это изменение фазы, его необходимо переместить так, чтобы изменения его толщины Δd для проходящих волн удовлетворяло условию

$$\Delta d(1-n) = \frac{\lambda_0}{2},$$

или

$$\Delta d = \frac{\lambda_0}{2(1-n)}.$$

Следовательно, перемещение клина равно

$$y = \frac{\Delta d}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{\lambda_0}{2(1-n)\operatorname{tg}\alpha}, \quad (2.10.14)$$

что полностью совпадает с выражением (2.10.13).

Таким образом, показано, что в опытах с интерферометрами, где наблюдается периодическое изменение интенсивности принимаемого сигнала (биения) вследствие изменения геометрической, или оптической длины пути, проходимой волной, допускается двоякая трактовка эксперимента: доплеровская и интерференционная, причём математически обе трактовки приводят к одинаковым результатам.

Следует отметить, если в описанном опыте с интерферометром Майкельсона изменить направление движения зеркала или клина при их одновременном движении, то изменение геометрической длины пути не будет компенсироваться изменением оптической длины пути, проходимой волной, и частота биений увеличивается по сравнению с тем, когда движется один клин или одно зеркало с прежней скоростью.

2. Рассмотрим ещё один пример наблюдения обобщённого эффекта Доплера–Михельсона. Пусть расстояние между источником и приёмником света x постоянно. Если среда, заполняющая пространство на пути, проходимой волной, имеет постоянный показатель преломления n_0 , то уравнение колебаний в точке приёма имеет вид

$$\varepsilon = E \sin(\omega_0 t - k_0 n_0 x), \quad (2.10.15)$$

где k_0 – волновое число, ω_0 – частота света, наблюдаемая при неподвижном источнике и приёмнике света.

Допустим, что показатель преломления среды, расположенный между источником и приёмником света, изменяется с течением времени по закону

$$n(t) = n_0 + \frac{dn}{dt} t. \quad (2.10.16)$$

Тогда волновое число также будет изменяться с течением времени

$$k(t) = k_0 n(t) = k_0 n_0 + k_0 \frac{dn}{dt} t. \quad (2.10.17)$$

Следовательно, если показатель преломления среды изменяется с течением времени, то уравнение колебаний в точке приёма может быть записано в виде

$$\varepsilon = E \sin(\omega_0 t - k(t)x).$$

Учитывая формулу (2.10.17), получим

$$\varepsilon = E \sin \left[\left(\omega_0 - k_0 \frac{dn}{dt} x \right) t - k_0 n_0 x \right]. \quad (2.10.18)$$

Сравнивая формулы (2.10.15) и (2.10.18), можно заметить, что изменение показателя преломления среды с течением времени приводит к изменению частоты принимаемых колебаний. Доплеровское смещение частоты при этом определяется выражением

$$\Delta\omega = k_0 x \frac{dn}{dt}. \quad (2.10.19)$$

Справедливость полученного вывода можно качественно проиллюстрировать в радиодиапазоне электромагнитных волн. Для этой цели в одно из плеч интерферометра Майкельсона вносится искусственная металло-

ленточная плоскопараллельная пластинка с переменным показателем преломления (рис. 104). Вследствие изменения расстояния между лентами искусственной пластинки от $a_1 = 17$ до $a_2 = 30$ мм её эквивалентный показатель преломления изменяется от $n_1 = 0,35$ до $n_2 = 0,84$. При перемещении пластинки перпендикулярно одному из плеч интерферометра то в одну сторону, то в другую сторону, наблюдают биения принимаемого сигнала, так как при движении "оптически" неоднородной пластинки изменяется оптическая длина пути, проходимой волной. Аналогичные опыты можно провести с металлоточной пластинкой (рис. 105), в которой ленты соединены пружинами. При периодической деформации пластинки изменяется её эквивалентный показатель преломления, а, следовательно, и оптическая длина пути для волны, проходящей через неё в интерферометре, вследствие чего также наблюдаются биения принимаемого сигнала.

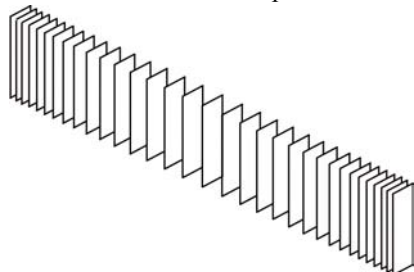


Рис. 104

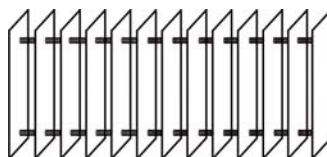


Рис. 105

2.11. ОПЫТ САНЬЯКА

Отрицательный результат опыта Майкельсона подтвердил справедливость принципа относительности Эйнштейна, согласно которого никакими опытами, приведёнными внутри инерциальной системы отсчёта, нельзя обнаружить движется она равномерно и прямолинейно или покоится. Другими словами, равномерное и прямолинейное движение системы отсчёта относительно коперниковой системы не влияет на ход любых физических процессов. Если же система отсчёта неинерциальная, например она испытывает вращение, то это может быть обнаружено с помощью механических экспериментов. Так, суточное вращение Земли доказывается с помощью маятника Фуко. Влияние вращения системы отсчёта на распространение света впервые было доказано в опыте Саньяка (1913). Так как в этом опыте скорость вращения мала по сравнению со скоростью света, а эффект зависит от пер-

вого порядка величины $\frac{V}{c}$, то можно обойтись без специальной теории относительности.

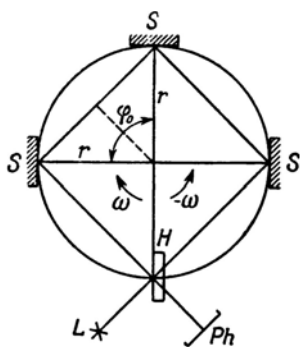


Рис. 106

При описании эксперимента Саньяка воспользуемся подходом, данным академиком С.И. Вавиловым. На диске (рис. 106) по углам квадрата расположены полупрозрачная пластинка H и три металлических зеркала S : первая – радиально, последние – тангенциально по отношению к линейной скорости вращения диска. На диске укреплены источник монохроматического света L и фотоплёнка Ph . Свет от источника с помощью полупрозрачной пластинки H делится на две волны, которые обходят траекторию в виде квадрата в противоположных направлениях и, пройдя снова делительную пластинку H , попадают на фотоплёнку Ph . Если учесть, что от источника L свет идёт расходящимся пучком, то на фотоплёнке фиксируются интерференционные полосы равного наклона. Если диск привести во вращение с угловой скоростью ω , то волна, для которой направление обхода совпадает с направлением вращения, должна пройти более длинный путь, чем волна, для которой эти направления противоположны. Возникшая разность хода волн приведёт к смещению интерференционных полос, которое даётся формулой

$$\Delta z = 4\beta \frac{\sigma}{r\lambda}, \quad (2.11.1)$$

где $\beta = \frac{V}{c}$; λ – длина волны света; r – расстояние от оси вращения до зеркал S и делительной пластинки H ; σ – площадь квадрата, который обходит свет.

Чтобы доказать формулу (2.11.1), найдём время τ_0 обхода светом квадрата при покоящемся диске:

$$\tau_0 = \frac{8r}{c} \sin \frac{\varphi_0}{2} = \frac{8r}{c} \sin \frac{\pi}{4}, \quad (2.11.2)$$

где $2r \sin \frac{\varphi_0}{2}$ – сторона квадрата; $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ – центральный угол, опирающийся на отрезок между зеркалами.

Пусть τ_+ и τ_- – время обхода светом контура при вращающемся диске для волны, направление обхода которой совпадает с направлением вращения диска, и для волны, когда эти направления противоположны. Для первой из этих волн расстояние между зеркалами увеличивается, а для другой – уменьшается; изменяются и центральные углы, которые будут определяться следующими выражениями:

$$\begin{aligned}\varphi_+ &= \varphi_0 + \frac{1}{4}\omega\tau_+ = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}\omega\tau_+; \\ \varphi_- &= \varphi_0 - \frac{1}{4}\omega\tau_- = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\omega\tau_-.\end{aligned}\quad (2.11.3)$$

Вычислим разность времени прохождения волнами своих путей:

$$\Delta\tau = \tau_+ - \tau_- = \frac{8r}{c}\sin\frac{\varphi_+}{2} - \frac{8r}{c}\sin\frac{\varphi_-}{2} = \frac{16r}{c}\cos\left(\frac{\varphi_+ + \varphi_-}{4}\right)\sin\left(\frac{\varphi_+ - \varphi_-}{4}\right).$$

Учитывая формулы (2.11.3), найдём

$$\Delta\tau = \frac{16r}{c}\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\omega}{16}\Delta\tau\right)\sin\left[\frac{\omega}{16}(\tau_+ + \tau_-)\right].\quad (2.11.4)$$

Пренебрегая малыми величинами, можно положить:

$$\begin{aligned}\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\omega}{16}\Delta\tau\right) &\cong \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \\ \sin\frac{\omega}{16}(\tau_+ + \tau_-) &\cong \sin\frac{\omega}{8}\tau_0 \cong \frac{\omega}{8}\tau_0.\end{aligned}$$

Подставляя эти равенства в формулу (2.11.4) и учитывая выражение (2.11.2), найдём

$$\Delta\tau = \frac{8\omega r^2}{c^2}.$$

Учитывая, что площадь квадрата $\sigma = (\sqrt{2}r)^2 = 2r^2$ и $\omega = \frac{V}{r}$, получим

$$\Delta\tau = 4\beta\frac{\sigma}{rc}.\quad (2.11.5)$$

Это выражение совпадает с формулой (2.11.1), если от разности времени $\Delta\tau$ перейти к смещению полос. Опыт Саньяка можно пояснить, исходя из эффекта Доплера, считая, что полупрозрачная пластинка H как движущийся источник, излучает волны в противоположных направлениях с различной длиной волны. Саньяк назвал открытый им положительный эффект "вихревым оптическим эффектом" и высказал мысль использовать данное явление для регистрации медленных вращательных движений любых объектов. Другими словами, возможно создание "оптических гироскопов".

Опыт Саньяка был повторен опытами Майкельсона и Гейля, где роль вращающегося диска выполняла Земля. Контур для обхода светом выбирался в виде прямоугольника со сторонами 340 и 610 м. Из общего числа 269 наблюдений было выведено среднее смещение $\Delta z = 0,230 \pm 0,005$ полосы, что находится в полном согласии с формулой (2.11.1).

Глава 3

ДИФРАКЦИЯ ВОЛН

3.1. ПОНЯТИЕ О ДИФРАКЦИИ СВЕТА. ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА–ФРЕНЕЛЯ

Дифракция – это явление, возникающее при прохождении света в среде с резкими неоднородностями (щели, отверстия и т.д.) и приводящее к отклонению от законов геометрической оптики. В частности, дифракция приводит к огибанию световыми волнами различных препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Для наблюдения дифракции необходимы определённые условия. Это обусловлено тем, что масштабы дифракции сильно зависят от соотношения размеров препятствия и длины волны. Утверждение, что если объект дифракции сравним с длиной волны, то явление дифракции наблюдается, а если объект значительно превышает длину волны, то дифракция наблюдаться не будет, не совсем верно. Масштаб дифракции зависит не только от размеров объекта, но и от расстояния от объекта до экрана. Известно, что чёткой тени никогда не наблюдается. Критерием наличия или отсутствия дифракции является *волновой параметр*

$$P = \frac{\sqrt{r\lambda}}{D}, \quad (3.1.1)$$

где D – размер препятствия; λ – длина волны; r – расстояние от препятствия до точки наблюдения дифракционной картины.

Если $P < 1$, то дифракционные эффекты слабые и можно применять законы геометрической оптики; если $P \geq 1$, то дифракция присутствует, что приводит к нарушению законов геометрической оптики.

Известно, что наличие дифракции объясняется волновыми свойствами света. Однако известный из курса физики принцип Гюйгенса не позволяет объяснить не только дифракционные явления (ибо в нём ничего не говорится об интенсивности вторичных волн), но и образование геометрической тени, т.е. прямолинейное распространение света. Для объяснения дифракции О. Френель дополнил принцип Гюйгенса постулатом об *интерференции* вторичных волн. Усовершенствованный таким образом принцип получил название *принципа Гюйгенса-Френеля*. Поясним его физическую сущность.

Пусть имеется источник света S и волновая сферическая поверхность в некоторый момент времени t . Выберем произвольную точку M наблюдения. Согласно принципу Гюйгенса–Френеля, все вторичные

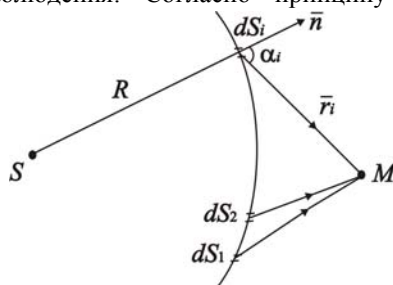


Рис. 107

когерентные волны, идущие от волновой поверхности в точку M наблюдения, интерферируют в этой точке (рис. 107). Разобьём волновую поверхность на элементарные участки dS_i . Каждый элементарный участок dS_i является источником вторичных волн с амплитудой dE_i и вносит свой "вклад" в результирующую амплитуду колебаний в точке наблюдения M . Однако, "вклад" вторичных волн в результирующее колебание неравнозначен. Амплитуда dE_i колебаний вторичных волн, приходящих в точку M , зависит, во-первых, от площади элементарных участков ΔS_i , при этом амплитуда вторичной волны пропорциональна площади элементарного участка: $dE_i \sim \Delta S_i$; во-вторых, от угла α_i между нормалью \vec{n} к волновой поверхности и направлением \vec{r}_i в точку наблюдения (dE_i уменьшается с ростом α_i). Результат интерференции вторичных волн в точке наблюдения M зависит не только от амплитуд dE_i вторичных волн, но и от фазовых соотношений между ними, т.е. от величины фазы $k\vec{r}_i$ каждой вторичной волны, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число. Таким образом, от каждого участка dS_i волновой поверхности в точку M приходит колебание с амплитудой

$$dE = f(\alpha) E_0 \sin(\omega t - kr) dS, \quad (3.1.2)$$

где E_0 – амплитуда колебаний в элементе dS ; ωt – фаза колебаний на волновой поверхности; kr – дополнительное изменение фазы вторичных волн при прохождении расстояния r .

Коэффициент $f(\alpha)$ Френель считал убывающим при увеличении угла α , причём $f(\alpha) = 1$, если $\alpha = 0$ и $f(\alpha) = 0$, если $\alpha = 90^\circ$. Результирующее колебание E , даваемое всеми вторичными волнами в точке M может быть найдено на основе закона интерференции всех вторичных волн при учёте их амплитуд и фаз

$$E_p = \int_{\sigma} f(\alpha) E_0 \sin(\omega t - kr) dS. \quad (3.1.3)$$

Выражение (3.1.3) можно считать аналитическим выражением принципа Гюйгенса–Френеля. Следует отметить, что решение задач на расчёт дифракции на основе полученного интегрального выражения часто бывает затруднительно. Если дифракционная картина обладает той или иной симметрией, то интегрирование может быть заменено геометрическим или алгебраическим суммированием амплитуд вторичных волн. Впервые метод алгебраического сложения амплитуд вторичных волн предложил О. Френель. Этим методом мы и воспользуемся при расчёте дифракционных картин.

3.2. МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ И ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ПРЯМОЛИНЕЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТА С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ

Принцип Гюйгенса не позволяет объяснить прямолинейность распространения света. Согласно этому принципу, каждую точку волнового фронта можно рассматривать как источники вторичных волн, распространяющихся по всем направлениям, в том числе и в область геометрической тени. Иначе говоря, волны должны огибать любое препятствие всегда и неясно как вообще может возникнуть чёткая тень, если свет имеет волновую природу. Однако закон прямолинейного распространения света можно получить на основе принципа Гюйгенса–Френеля.

Пусть имеется точечный источник света S (рис. 108). Определим амплитуду результирующей волны, приходящей в произвольную точку M .

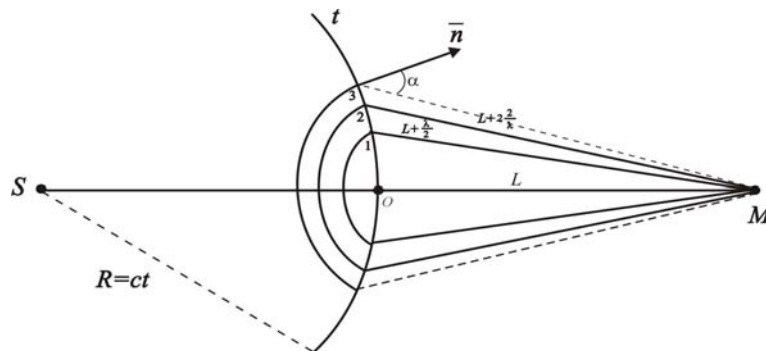


Рис. 108

ку M . Допустим, что в некоторый момент времени t волновая поверхность имеет форму сферы радиуса $R = ct$, где c – скорость света. Результирующая амплитуда E волн, приходящих в точку M , будет зависеть от результата интерференции всех вторичных волн, излучаемых всеми элементарными участками волновой поверхности. Непосредственное вычисление амплитуды колебаний на основе интеграла (3.1.3) весьма затруднительно. Френель предложил оригинальный метод разбиения волновой поверхности не на элементарные участки, а на достаточно большие кольцевые зоны, которые получили название зон Френеля. При этом интегрирование может быть заменено алгебраическим или геометрическим сложением. Границей первой зоны Френеля являются точки на волновой поверхности, которые отстоят от точки M на расстоянии $L + \frac{\lambda}{2}$. Границей второй кольцевой зоны являются точки на волновой поверхности, которые находятся на расстоянии $L + 2\frac{\lambda}{2}$ от точки M и т.д., где $L = OM$ – кратчайшее расстояние от волновой поверхности до точки M . Допустим, что от первой центральной зоны в точку M приходит вторичная волна с амплитудой \bar{E}_1 , от второй \bar{E}_2 и т.д.; тогда результирующая амплитуда колебаний определяется выражением

$$\bar{E}_p = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + \dots \quad (3.2.1)$$

Разность хода волн, приходящих в точку M от любых соседних зон, равна $\Delta = \frac{\lambda}{2}$; а разность фаз $\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \pi$. При сложении однонаправленных противофазных колебаний модуль результирующей амплитуды равен

$$E_p = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \quad (3.2.2)$$

Амплитуды вторичных волн E_i зависят от площади зон ΔS_i . Однако площади всех зон, как будет показано далее, одинаковы

$$\Delta S_i = \frac{\pi RL}{R+L} \lambda, \quad (3.2.3)$$

т.е. не зависят от номера зоны. Радиусы зон Френеля можно рассчитать по формуле

$$r_i = \sqrt{\frac{RL}{R+L} i \lambda}, \quad (3.2.4)$$

где $i = 1, 2, 3, \dots$ – номер зоны Френеля.

Несмотря на то, что площади всех зон Френеля одинаковы, амплитуды вторичных волн, излучаемых ими в точку M различны, так как различны углы α_i . Из рисунка 108 видно, что с ростом номера i зоны растёт угол α . Следовательно, чем больше номер зоны, тем меньше амплитуда вторичной волны, которую она посылает в точку M . Поэтому можно записать

$$|E_1| > |E_2| > |E_3| > \dots > |E_i| > |E_{i+1}| > \dots \quad (3.2.5)$$

Чтобы подсчитать результирующую амплитуду колебаний, приходящих в точку M , выражение (3.2.2) запишем в виде

$$E_p = \frac{E_1}{2} + \underbrace{\left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right)} + \underbrace{\left(\frac{E_3}{2} - E_4 + \frac{E_5}{2} \right)} + \dots \quad (3.2.6)$$

Можно считать, что

$$E_i = \frac{E_{i-1} + E_{i+1}}{2}. \quad (3.2.7)$$

Тогда все скобки в выражении (3.2.6) обратятся в ноль, и мы получим

$$E_p = \frac{E_1}{2}. \quad (3.2.8)$$

Амплитуда результирующей волны, приходящей от полностью открытого сферического волнового фронта, равна половине амплитуды волны, приходящей от первой зоны Френеля.

Из формулы (3.2.8) следует, что амплитуда колебаний, приходящей от одной первой зоны Френеля, в два раза больше амплитуды волны приходящей, от всего сферического волнового фронта

$$E_1 = 2E_p. \quad (3.2.9)$$

Интенсивность волны I_1 , приходящей от первой зоны Френеля, будет в четыре раза больше интенсивности I_p волны, приходящей от полностью открытого волнового фронта

$$I_1 = 4I_p,$$

так как интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды. Эти выводы легко показать на опыте в диапазоне радиоволн. С этой целью устанавливают источник и приёмник сантиметровых электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см) на расстоянии $R + L = 1$ м. Между источником и приёмником ставят металлический экран с круглым отверстием, радиус ($r_1 = 8,9$ см) которого равен первой зоне Френеля при $R = L = 50$ см и измеряют интенсивность I_1 волны, приходящей от первой зоны. Убрав экран, отмечают уменьшение интенсивности I принимаемой волны ($I < I_1$). Другими словами, интенсивность волны, приходящей от всего волнового фронта, меньше интенсивности волны, приходящей от первой зоны Френеля.

Таким образом, при полностью действующем волновом фронте интенсивность в точке наблюдения обеспечивается частью волновой поверхности, площадь которой меньше размеров первой зоны Френеля. Действие остальных зон компенсируется за счёт интерференции вторичных волн. Так как радиус первой зоны Френеля достаточно мал, а её часть даёт в точке приёма волну с амплитудой, равной амплитуде от всего фронта, то можно считать, что свет идёт от точки S к точке M по узкому "каналу", т.е. прямолинейно.

Суммирование убывающих амплитуд вторичных волн согласно формуле (3.2.2) можно осуществить на основе векторной диаграммы (рис. 109). Из полученной диаграммы видно, что амплитуда результирующего колебания равна

$$E_p = \frac{E_1}{2},$$

что полностью совпадает с формулой (3.2.8).

Произведем расчёт радиусов зон Френеля при сферическом волновом фронте. Пусть S – источник волн, а M – точка наблюдения. Отметим на волновой сферической поверхности точки, соответствующие границам i -й зоны Френеля. Эти точки находятся на расстоянии $L + i\frac{\lambda}{2}$ от точки M . Радиус i -й зоны равен $r_i = AB$, $OB = h_i$ – высота сегмента (рис. 110).

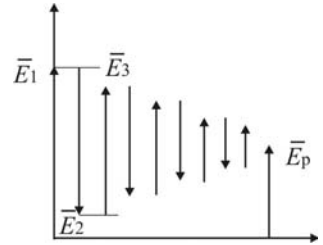


Рис. 109

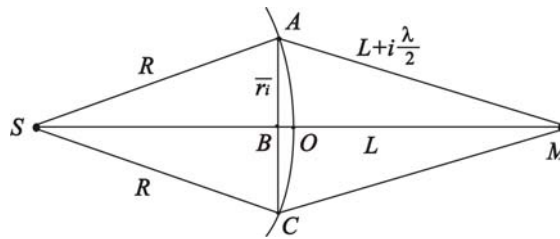


Рис. 110

Рассмотрим $\triangle SAB$ и $\triangle ABM$. Из треугольника ASB

$$r_i^2 = R^2 - (R - h_i)^2 = 2Rh_i - h_i^2. \quad (3.2.10)$$

Из треугольника AMB имеем

$$r_i^2 = \left(L + i\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (L + h_i)^2 = i\lambda L - 2Lh_i + i^2\frac{\lambda^2}{4}. \quad (3.2.11)$$

Члены h_i^2 и $i^2\frac{\lambda^2}{4}$ отбросим как величины, имеющие второй порядок малости. Из (3.2.10) найдём

$$r_i^2 = 2Rh_i, \quad (3.2.12)$$

или

$$r_i = \sqrt{2Rh_i}. \quad (3.2.13)$$

Приравняв правые части (3.2.10) и (3.2.11), получим

$$2Rh_i = i\lambda L - 2Lh_i,$$

или

$$2Rh_i + 2Lh_i = i\lambda L,$$

откуда найдём

$$h_i = \frac{i\lambda L}{2(R + L)}. \quad (3.2.14)$$

Подставим (3.2.14) в (3.2.13), найдём радиус i -й зоны Френеля для сферического фронта

$$r_i = \sqrt{\frac{RL}{R + L}} i\lambda. \quad (3.2.15)$$

Радиус первой зоны при $i = 1$ равен $r_1 = \sqrt{\frac{RL}{R + L}} \lambda$. Тогда радиус i -й зоны равен

$$r_i = \sqrt{i} r_1. \quad (3.2.16)$$

Следовательно, для радиусов зон справедливо соотношение $r_1 : r_2 : r_3 \dots = \sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} \dots$

Найдём радиусы зон Френеля для плоского волнового фронта. Запишем выражение (3.2.15) в виде

$$r_i = \sqrt{\frac{iL\lambda}{1 + \frac{L}{R}}}.$$

Для плоского фронта $R \rightarrow \infty$, тогда получим

$$r_i = \sqrt{iL\lambda}. \quad (3.2.17)$$

Определим площади зон Френеля. Боковая поверхность шарового сегмента AOC (рис. 110), которая представляет собой площадь всех i зон, начиная с первой, равна

$$S_1 + S_2 + \dots + S_i = 2\pi R h_i. \quad (3.2.18)$$

Учитывая формулу (3.2.14), получим

$$S_1 + S_2 + \dots + S_i = \frac{RL\pi}{R+L} i\lambda, \quad (3.2.19)$$

Площадь шарового сегмента, которая включает в себя площадь всех $(i+1)$ зон, начиная с первой, равна

$$S_1 + S_2 + \dots + S_{i+1} = \frac{RL\pi}{R+L} (i+1)\lambda,$$

Площадь i -й зоны равна разности последних двух равенств:

$$\Delta S_i = \frac{RL\pi\lambda}{R+L} (i+1) - \frac{\pi\lambda RL}{R+L} i. \quad (3.2.20)$$

Тогда окончательно получим

$$\Delta S_i = \frac{RL}{R+L} \pi\lambda. \quad (3.2.21)$$

Площадь i -й зоны не зависит от её номера, т.е. площади всех зон одинаковы. Площадь любой зоны Френеля при плоском волновом фронте можно найти из формулы (3.2.21), преобразовав её к виду

$$\Delta S_i = \pi \frac{L}{1 + \frac{L}{R}} \lambda.$$

При $R \rightarrow \infty$ получим

$$\Delta S_i = \pi\lambda L.$$

Площади всех зон при плоском волновом фронте также одинаковы.

3.3. ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ И ДИСКЕ

В оптике различают два вида дифракции: дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера. Если лучи, падающие на объект, можно считать параллельными между собой и лучи, идущие от объекта к экрану также можно считать параллельными, то такая дифракция называется дифракцией Фраунгофера. Дифракция в сходящихся или расходящихся лучах называется дифракцией Френеля.

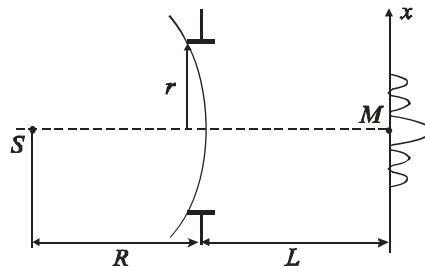


Рис. 111

Поставим на пути сферической световой волны непрозрачный экран с круглым отверстием (рис. 111), где S – точечный источник света. На экране, установленном на некотором расстоянии L от отверстия, наблюдается дифракционная картина, которая представляет собой систему светлых и тёмных колец. Причем, в зависимости

от расстояний R , L и радиуса отверстия r , в центре дифракционной картины может наблюдаться как светлое, так и тёмное пятно.

Разобьём волновую поверхность на зоны Френеля. Так как отверстие имеет конечный радиус, то количество зон Френеля, укладывающихся в отверстии, конечно. Пусть число зон Френеля равно m . Согласно формуле (3.2.2) амплитуда результирующего колебания в центре M дифракционной картины равна

$$E_p = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots \pm E_m. \quad (3.3.1)$$

Амплитуда E_m берется со знаком "+", если m – нечётное число и со знаком "-", если m чётное.

Рассмотрим два частных случая.

1. Допустим, что в отверстии укладывается нечётное число зон Френеля. Тогда получим

$$E_p = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots + E_m,$$

или

$$E_p = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \dots + \frac{E_m}{2}.$$

Учитывая, что члены в скобках равны нулю, получим

$$E_p \approx \frac{E_1}{2} + \frac{E_m}{2}.$$

Если число m зон невелико, можно считать, что $E_1 \approx E_m$. Следовательно, в центре дифракционной картины будет светлое пятно

$$E_p \approx E_1. \quad (3.3.2)$$

Таким образом, если в отверстии укладывается нечётное число зон Френеля, то в центре дифракционной картины наблюдается светлое пятно.

На рисунке 112 показано, например, геометрическое сложение амплитуд вторичных волн при $m = 3$.

2. Пусть в отверстии укладывается чётное число зон Френеля. Выражение (3.3.1) принимает вид

$$E_p = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots - E_m,$$

или

$$E_p = \frac{E_1}{2} + \left(\frac{E_1}{2} - E_2 + \frac{E_3}{2} \right) + \dots + \frac{E_{m-1}}{2} - E_m,$$

откуда найдём

$$E_p = \frac{E_1}{2} + \frac{E_{m-1}}{2} - E_m. \quad (3.3.3)$$

Если число зон невелико, то все амплитуды примерно одинаковы и $E_p = 0$. Таким образом, если в отверстии укладывается чётное число зон, то в центре дифракционной картины наблюдается тёмное пятно. На рисунке 113 показана векторная диаграмма сложения амплитуд вторичных волн при $m = 4$.

Справедливость полученных выводов может быть доказана экспериментально в опытах с радиоволнами. Для этого источник и приёмник радиоволн располагают на расстоянии одного метра друг от друга. Между ними устанавливают металлический экран с ирисовой диафрагмой (рис. 114), с помощью которой радиус отверстия можно изменять от 0,5 до 20 см. При увеличении радиуса отверстия от минимального его значения наблюдается увеличение интенсивности принимаемого сигнала. Этот рост продолжается до тех пор, пока в отверстии не будет открыта первая зона Френеля. При дальнейшем увеличении радиуса отверстия в приёмник будут приходить вторичные волны также и от второй зоны. Их интерференция с ранее пришедшими волнами от первой зоны вызовет уменьшение интенсивности принимаемых волн. Когда отверстие откроет две первые зоны Френеля, то их действие практически полностью компенсируют друг друга из-за интерференции противофазных колебаний и принимаемый сигнал будет минимален по интенсивности.

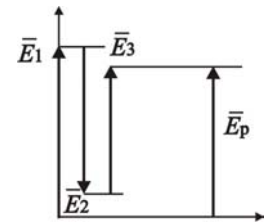


Рис. 112

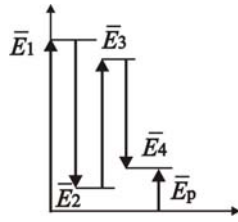


Рис. 113

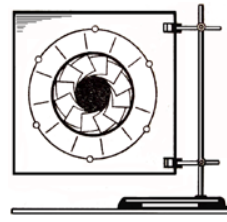


Рис. 114

При дальнейшем увеличении размеров отверстия, действия двух первых зон Френеля в точке приёма остаются скомпенсированными, а интенсивность принимаемого сигнала создаётся действием третьей зоны Френеля. Когда число открытых зон будет равно $m = 3$, интенсивность принимаемого сигнала будет такой же, как если была бы открыта только третья зона. Центр дифракционной картины будет иметь достаточную интенсивность. Когда число открытых зон будет равно $m = 4$, интенсивность в центре дифракционной картины будет минимальная и т.д. На рисунке 115 показана зависимость амплитуды принимаемого сигнала в радиодиапазоне от радиуса отверстия, причём $E_p = \sqrt{I}$, где I – интенсивность принимаемой волны. По полученному графику можно опытным путём найти радиусы r_i зон Френеля и амплитуды волн, приходящих от каждой зоны: E_1 ; E_2 ; E_3 ; ... Это позволяет проверить справедливость соотношений: $r_1 : r_2 : r_3 \dots = \sqrt{1} : \sqrt{2} : \sqrt{3} \dots$ и $E_1 > E_2 > E_3 > \dots$. На рисунке 116 показаны дифракционные картины, наблюдаемые в световом диапазоне,

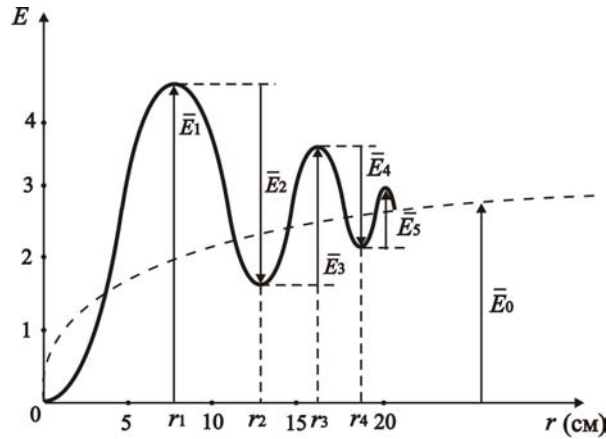


Рис. 115

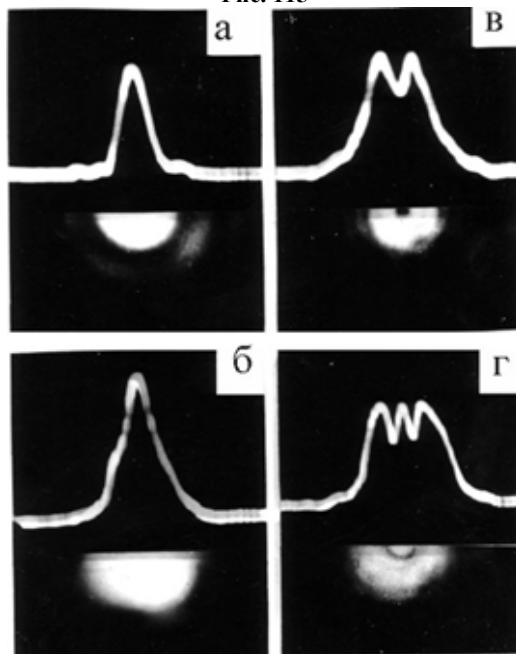


Рис. 116

когда в отверстии укладывается: половина первой зоны Френеля; первая зона; две зоны; три зоны. Рядом с дифракционными картинами приводится распределение интенсивности в них.

Рассмотрим явление дифракции на круглом диске. Пусть диск закрывает m зон Френеля. Открытыми остаются зоны с номерами $m + 1, m + 2$. Найдём амплитуду результирующего колебания в центре дифракционной картины

$$E_p = E_{m+1} - E_{m+2} + E_{m+3} - E_{m+4} + \dots, \quad (3.3.4)$$

или

$$E_p = \frac{E_{m+1}}{2} + \left(\frac{E_{m+1}}{2} - E_{m+2} + \frac{E_{m+3}}{2} \right) + \dots,$$

откуда получаем

$$E_p = \frac{E_{m+1}}{2} \neq 0. \quad (3.3.5)$$

Следовательно, в центре дифракционной картины, даваемой диском, всегда будет наблюдаться светлое пятно (пятно Пуассона). Если диск закрывает достаточно большое число зон Френеля, то чередование светлых и тёмных колец наблюдается лишь в очень узкой области геометрической тени. В центре же дифракционной картины наблюдается светлое пятно, но очень малых размеров. Полученные выводы легко получить в опытах с радиоволнами. Для этого устанавливают источник и приёмник волн на расстоянии одного метра друг от друга. Измеряют интенсивность принимаемого сигнала I_0 . Устанавливают между источником и приёмником металлический диск радиусом $r_1 = 8,9$ см, который закрывает первую зону Френеля, и прямолинейное распространение волн от источника к приёмнику становится невозможным. Несмотря на это, приёмник регистрирует сигнал с интенсивностью I , которая не равна нулю.

3.4. ЗОННЫЕ ПЛАСТИНКИ, РАБОТАЮЩИЕ НА ОТРАЖЕНИЕ, И ФОКУСИРОВКА ВОЛН

Традиционно фокусирующее действие вогнутого зеркала объясняется законами геометрической оптики. Однако при изучении вопросов дифракции Френеля целесообразно в качестве примера объяснить фокусирующее действие вогнутого зеркала с точки зрения волновой теории. При этом теоретические выводы могут быть экспериментально подтверждены наглядными опытами в сантиметровом диапазоне радиоволн ($\lambda = 3,2$ см).

Пусть источник (1) и приёмник (2) радиоволн находится, соответственно, на расстояниях R и f от плоского зеркала, в качестве которого может быть использован металлический лист в форме круга диаметром 44 см (рис. 117). Разобьём мысленно плоскость поверхности зеркала на кольцевые зоны Френеля, радиусы которых могут быть рассчитаны по формуле (3.2.15):

$$r_i = \sqrt{i\lambda \frac{Rf}{R+f}},$$

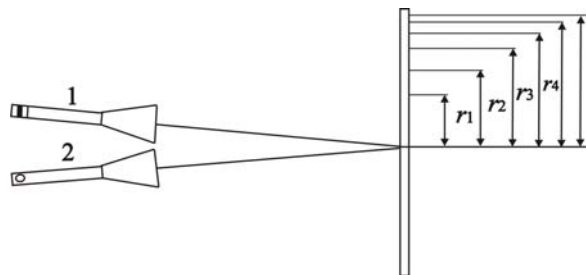


Рис. 117

или при $R = f$ получим

$$r_i = \sqrt{\frac{f\lambda i}{2}}, \quad (3.4.1)$$

где i – номер зоны.

При $f = 50$ см и $\lambda = 3,2$ см радиусы зон имеют значения: $r_1 = 8,9$ см; $r_2 = 12,6$ см; $r_3 = 15,4$ см; $r_4 = 17,8$ см; $r_5 = 20$ см; $r_6 = 21,9$ см. Очевидно, что в рассматриваемом плоском зеркале укладывается шесть зон Френеля. Несмотря на равенство площадей зон, амплитуды вторичных волн, отражённых от кольцевых зон и фиксируемых приёмником, различны. Так как с увеличением номера i зоны увеличивается угол α_i между нормалью к зеркалу и направлением в точку приёма волн, то амплитуды вторичных волн монотонно убывают: $E_1 > E_2 > E_3 > \dots$.

Учитывая, что разность хода волн, отражённых от любых двух соседних зон, равна $\Delta = \frac{\lambda}{2}$, а разность фаз между ними равна $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \pi$, то амплитуда результирующей волны, отражённой от зеркала диаметром 44 см, согласно интерференционного принципа Гюйгенса–Френеля, равна

$$E_{p1} = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + E_5 - E_6. \quad (3.4.2)$$

Как было показано в § 3.2, при бесконечно большом числе зон $E_{p1} = \frac{E_1}{2}$. Векторная диаграмма амплитуд вторичных волн, отражённых от плоского зеркала показана на рис. 118.

Возникает проблема: как можно увеличить амплитуду волны, отражённой от зеркала? Анализируя выражение (3.4.2), можно предложить два способа решения задачи. Во-первых, в плоском зеркале можно оставить лишь отражающие нечётные зоны, удалив из него отражающие чётные зоны. Полученная таким образом пластинка называется *амплитудной зонной пластинкой, работающей на отражение* (рис. 119).

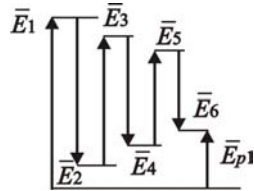


Рис. 118



Рис. 119

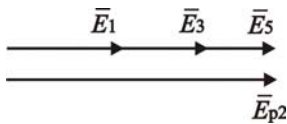


Рис. 120

Следовательно, амплитудная зонная пластинка будет обеспечивать в точке приёма отражённую волну с амплитудой

$$E_{p2} = E_1 + E_3 + E_5. \quad (3.4.3)$$

Векторная диаграмма амплитуд вторичных волн, даваемых амплитудной зонной пластинкой, показана на рис. 120. Опыт в сантиметровом диапазоне волн подтверждает, что отражающее действие амплитудной зонной пластинки больше отражающего действия плоского зеркала, т.е. $E_{p2} > E_{p1}$.

Во-вторых, из формулы (3.4.2) следует, что между вторичными волнами, отражёнными от соседних чётных и нечётных зон имеется разность фаз $\varphi = \pi$, или геометрическая разность хода $\Delta = \frac{\lambda}{2}$. Поэтому вместо того, чтобы исключить действие чётных зон, для увеличения амплитуды отражённой волны необходимо фазы вторичных волн от чётных зон изменить на π по сравнению с фазами волн, отражённых от нечётных зон. Другими словами, необходимо компенсировать разность хода $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ вторичных волн от соседних зон. Полученная таким образом пластинка называется *фазовой зонной пластинкой, работающей на отражение*, или пластинкой с обращением фаз. Следовательно, фазовая зонная пластинка будет обеспечивать в точке приёма результирующую волну с амплитудой:

$$E_{p3} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5 + E_6. \quad (3.4.4)$$

Векторная диаграмма амплитуд, даваемых фазовой зонной пластинкой, показана на рис. 121. Изготовить фазовую зонную пластинку можно следующим образом. Перед плоским металлическим листом диаметром 44 см в области чётных зон ($i = 2, 4, 6$) устанавливают отражающие металлические кольцевые пластины соответствующих чётных зон на расстоянии $d = \frac{\Delta}{2} = \frac{\lambda}{4}$ от него и закрепляют их с помощью шпилек с цилиндрическими прокладками высотой $d = 8$ мм (рис. 122).

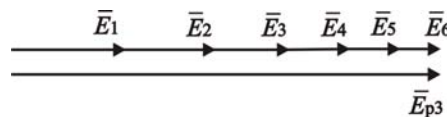


Рис. 121



Рис. 122



Рис. 123

Таким образом, в фазовой зонной пластинке, работающей на отражение, отражающие поверхности чётных зон оказываются сдвинутыми пространственно по отношению к отражающим поверхностям нечётных зон на расстояние $d = \frac{\lambda}{4}$. Опыт в сантиметровом диапазоне радиоволн показывает, что фокусирующее действие фазовой зонной пластинки больше фокусирующего действия амплитудной зонной пластинки, т.е. $E_{p3} > E_{p2}$ примерно в два раза.

От фазовой зонной пластинки перейдём к ступенчатой фазовой зонной пластинке, работающей на отражение (рис. 123). Изготавливается она следующим образом. Перед плоским металлическим листом диаметром 44 см в области второй зоны ($i = 2$) устанавливают соответствующее отражающее металлическое кольцо на расстоянии $d_2 = \frac{\lambda}{4} = 8$ мм от листа и жёстко закрепляют его; в области третьей зоны ($i = 3$) перед листом устанавливают соответствующее отражающее металлическое кольцо на расстоянии $d_3 = 2\frac{\lambda}{4} = 16$ мм и т.д. Отражающее кольцо i -й зоны устанавливают от листа на расстоянии

$$d_i = (i-1)\frac{\lambda}{4}. \quad (3.4.5)$$

Можно предположить, что фокусирующее действие ступенчатой фазовой зонной пластинки (рис. 123) больше, чем фазовой зонной пластинки (рис. 122), так как она напоминает вогнутое зеркало. Однако, их фокусирующие действия одинаковы. Объясняется это тем, что ступенчатая фазовая пластинка изменяет фазы вторичных волн от чётных зон на нечётное число π , а фазы вторичных волн от нечётных зон на чётное число π . Таким образом, фазовые соотношения вторичных волн от фазовой зонной пластинки и от ступенчатой фазовой зонной пластинки одинаковы. Это также подтверждается опытами в сантиметровом диапазоне волн.

Очевидно, что ступенчатая фазовая зонная пластинка не обеспечивает полной фокусировки волн, так как вторичные волны, приходящие в точку приёма от противоположных краёв одной и той же зоны Френеля имеют разность фаз, равную π . Вследствие этого вторичные волны от элементарных кольцевых зон каждой зоны Френеля в точке приёма имеют не одинаковые фазы, различны у них и оптические пути, т.е. они не таутохронны. Полное фокусирующее действие можно обеспечить, если ступенчатое изменение отражающей поверхности в зонной пластинке заменить на плавное непрерывное изменение, т.е. перейти к вогнутому зеркалу. Форму поверхности собирающего зеркала можно найти, если из выражений (3.4.1) и (3.4.5) исключить длину волны λ и считать, что при большом числе зон Френеля $i \approx (i-1)$. Следовательно, мы получаем уравнение параболы

$$r^2 = 2fd, \quad (3.4.6)$$

где f – фокусное расстояние вогнутого зеркала.

Таким образом, для исключения сферической aberrации поверхность собирающего зеркала должна быть параболоидом вращения. Однако, так как формула (3.5.1) получена приближённо, ибо не учитывались члены второго порядка малости $i^2\Delta^2$, то поверхность собирающего зеркала, не обладающего сферической aberrацией должна быть гиперболоидом вращения.

Из формулы (3.4.1) следует, что фокусное расстояние зонной пластинки равно

$$f = \frac{2r_i^2}{\lambda i}. \quad (3.4.7)$$

Так как в данную формулу входят номера i зон, то часто считают, что зонная пластинка имеет несколько фокусов. Однако радиусы зон Френеля могут быть рассчитаны по формуле

$$r_i = \sqrt{i}r_1, \quad (3.4.8)$$

где r_1 – радиус первой зоны.

Подставляя выражение (3.4.8) в формулу (3.4.7), найдём

$$f = \frac{2r_1^2}{\lambda}. \quad (3.4.9)$$

Так как радиус первой зоны Френеля зависит при данной длине волны, лишь от расстояний источника и приёмника до зонной пластинки, то и её фокусное расстояние определяется этими параметрами.

3.5. ЗОННЫЕ ПЛАСТИНКИ, РАБОТАЮЩИЕ НА ПРОХОЖДЕНИЕ, И ФОКУСИРОВКА ВОЛН

Пусть имеется источник волн и приёмник, между которыми расположен экран с круглым отверстием. Разобьём волновую сферическую поверхность в области отверстия на кольцевые зоны Френеля. Пусть число зон, которые укладываются в отверстие, равно $m = 5$. Тогда амплитуда результирующей волны, регистрируемая приёмником, согласно принципа Гюйгенса–Френеля будет равна

$$E_{p1} = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + E_5. \quad (3.5.1)$$

Возникает проблема: как можно увеличить амплитуду волны, регистрируемую приёмником? Существует два различных способа решения этой проблемы. Во-первых, исключим действие, например, чётных зон. Это можно сделать с помощью, так называемой *амплитудной зонной пластинки*, которая для световых волн представляет собой стеклянную пластинку, на которой нанесено непрозрачное покрытие так, что оно закрывает все чётные зоны Френеля и оставляет открытыми все нечётные кольцевые зоны. Более просто амплитудную зонную пластинку можно изготовить для радиоволн. Она состоит из металлических колец, закрывающих чётные зоны Френеля (рис. 124). Радиусы зон Френеля рассчитаны по формуле (3.2.15) при $R = L = 0,5$ м и $\lambda = 3,2$ см, $i = 1; 2; 3; \dots$. Для проведения опыта устанавливают источник и приёмник радиоволн на расстоянии $R + L = 100$ см. Измеряют интенсивность волн, проходящих через отверстие, содержащее $m = 5$ зон Френеля. Установив между источником и приёмником волн амплитудную зонную пластинку, отмечают увеличение интенсивности, принимаемых волн. Из формулы (3.5.1) следует, что результирующее колебание, приходящее от амплитудной зонной пластинки, равно

$$E_{p2} = E_1 + E_3 + E_5. \quad (3.5.2)$$

Легко видеть, что $E_{p2} > E_{p1}$. Векторная диаграмма сложения колебаний, даваемых амплитудной зонной пластинкой, будет аналогична рис. 120.

Во-вторых, ещё большее увеличение амплитуды можно получить с помощью *фазовой зонной пластинки*, в которой колебания нечётных зон не уничтожаются, как это имело место ранее, а изменяют фазу на π . Такое изменение фазы чётных зон можно достичь, если площади этих зон покрыть прозрачным диэлектриком соответствующей толщины. В фазовой зонной пластинке для радиоволн (рис. 125) чётные зоны покрываются металлоленточной структурой при расстоянии между лентами $a = 20$ мм. При $\lambda = 3,2$ см эквивалентный показатель преломления металло-

ленточной структуры $n = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = 0,6$. Чтобы обеспечить изменение фаз чёт-

ных зон на π , площади этих зон покрываются искусственным диэлектриком (металлоленточной структурой), толщина d которого удовлетворяет условию

$$d(1 - n) = \frac{\lambda}{2}. \quad (3.5.3)$$

Результирующее колебание, приходящее от всех зон фазовой зонной пластинки, равно

$$E_{p3} = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 + E_5. \quad (3.5.4)$$

Легко видеть, что $E_{p3} > E_{p2}$. Векторная диаграмма сложения колебаний, даваемых фазовой зонной пластинкой, будет аналогична рис. 121.

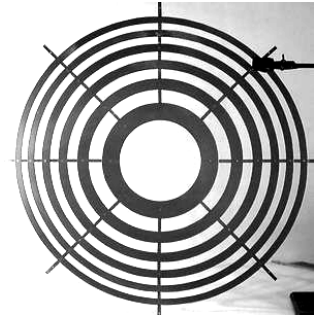


Рис. 124

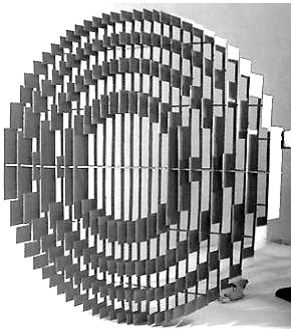


Рис. 125

Опыт показывает, что интенсивность волны, приходящей от фазовой зонной пластинки, больше, чем в случае амплитудной зонной пластинки. Рассмотрим действие *ступенчатой фазовой зонной пластинки* (рис. 126) для радиоволн, в которой центральная зона открыта, вторая зона покрыта искусственной средой толщиной d , удовлетворяющей условию (3.5.3), третья зона покрыта металлоточечной структурой толщиной $2d$, четвёртая имеет толщину $3d$ и т.д. Часто считают, что ступенчатая фазовая зонная пластинка обеспечивает ещё больше увеличение амплитуды принимаемых волн, так как она имеет форму близкую к линзе, однако её действие такое же, как и у фазовой зонной пластинки (рис. 125), что подтверждается опытом. Объясняется это тем, что в ступенчатой фазовой зонной пластинке фазы чётных зон изменяются слоем диэлектрика на нечётное число π , а фазы нечётных зон изменяются на чётное число π . Следовательно, фазовые соотношения вторичных волн в фазовой зонной пластинке и ступенчатой фазовой зонной пластинке одинаковы.

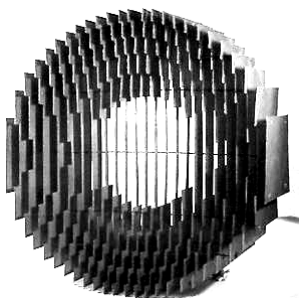


Рис. 126

Ещё большее увеличение амплитуды принимаемой волны можно получить, если от ступенчатой фазовой зонной пластинки перейти к непрерывному изменению её толщины, т.е. к собирающей линзе. Металлоточечная собирающая линза с эквивалентным показателем преломления $n < 1$ для сантиметровых электромагнитных волн показана на рис. 127.

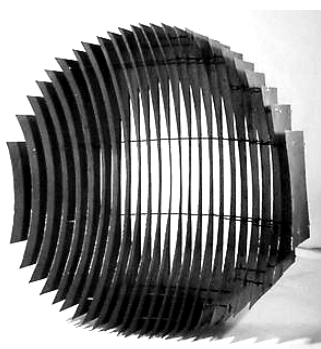


Рис. 127

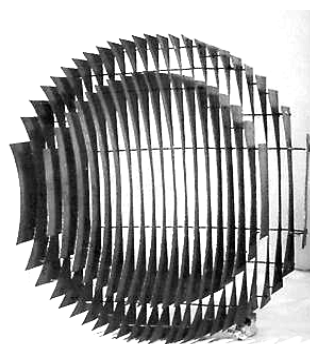


Рис. 128

Действие этой линзы сводится к тому, что все вторичные волны приходят в точку наблюдения, которая является фокусом, в одинаковой фазе. Другими словами, все оптические пути вторичных волн одинаковы. Волны, собираемые в фокусе, являются *таутохронными*, т.е. время распространения для них одинаково.

Можно показать, что фокусирующее действие линзы не зависит от её толщины. Из линзы можно удалить кольцевые слои, которые изменяют фазы вторичных волн на чётное число π , т.е. на 2π , 4π , ... толщина удалённых слоёв должна удовлетворять условию: $d(1-n) = \lambda$; $d(1-n) = 2\lambda$ и т.д. Линза, в которой удалены подобные слои, называется зонированной (рис. 128). Фокусирующее действие зонированной и обычной толстой линз с одинаковыми фокусными расстояниями одинаковы.

3.6. УГЛУБЛЕНИЕ МЕТОДА ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Метод зон Френеля является приближённым методом для расчёта дифракционных картин. Объясняется это следующим. Считается, что волны, приходящие от всех точек любой зоны Френеля, имеют одинаковую фазу в точке наблюдения. Но это не так. Известно, что волны, приходящие от краев одной и той же зоны в точку наблюдения, имеют разность хода $\frac{\lambda}{2}$, т.е. между ними имеется разность фаз π .

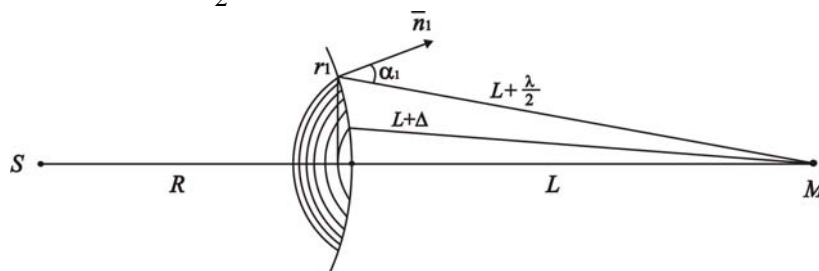


Рис. 129

Пусть имеется точечный источник света S и точка наблюдения M . Возьмём сферическую волновую поверхность и построим первую зону Френеля радиусом r_1 (рис. 129). Волны, приходящие от разных точек волновой поверхности первой зоны в точку M , имеют различные фазы. Разобьём волновую поверхность первой зоны на достаточно малые кольцевые участки, называемые *субзонами*. Пусть границы первой субзоны находятся от точки M на расстоянии Δ , которое удовлетворяет условию $\Delta < \frac{\lambda}{2}$. Например, при $\Delta = \frac{\lambda}{12}$, или $\Delta = \frac{\lambda}{2 \cdot 6}$ получим

$$\Delta = \frac{\lambda}{2N}, \quad (3.6.1)$$

откуда видно, что первая зона будет разбита на $N = 6$ кольцевых субзон, так как $6 \cdot \Delta = \frac{\lambda}{2}$. Разность фаз волн, приходящих в точку M от двух любых соседних субзон равна

$$\varphi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{12} = \frac{\pi}{6}. \quad (3.6.2)$$

Пусть амплитуды волн, приходящих от первой, второй, третьей и т.д. субзон, соответственно, равны

$$E_{1_0}; E_{2_0}; E_{3_0}; \dots; E_{6_0}.$$

Можно показать, что площадь всех субзон одинакова. Однако амплитуды вторичных волн с ростом номера субзон уменьшаются, т.е.

$$|E_{1_0}| > |E_{2_0}| > |E_{3_0}| > \dots,$$

так как угол α_i между направлением в точку наблюдения и нормалью к волновой поверхности растёт с увеличением номера субзон.

Найдём радиусы субзон. Для этого достаточно в известной формуле радиусов зон Френеля

$$r_i = \sqrt{\frac{RL}{R+L} i \lambda} = \sqrt{\frac{2RL}{R+L} i \frac{\lambda}{2}} = \sqrt{\frac{2RL}{R+L} i \Delta}$$

сделать замену $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ на $\Delta = \frac{\lambda}{2N}$.

Радиусы субзон для сферической волновой поверхности определяются выражением

$$r_i = \sqrt{\frac{2RL}{R+L} i \frac{\lambda}{2N}} = \sqrt{\frac{RL}{R+L} \frac{\lambda}{N} i}, \quad (3.6.3)$$

где i – номер субзоны; N – число субзон в первой зоне Френеля.

Примем фазу волны, приходящую в точку наблюдения M от первой центральной субзоны, за нуль. Тогда фаза волны, приходящей от второй субзоны, будет равна φ ; фаза волны, приходящей от третьей субзоны будет равна 2φ и т.д. Другими словами, фазы вторичных волн, приходящих в точку наблюдения образуют арифметическую прогрессию: $0; \varphi; 2\varphi; 3\varphi; \dots$. Чтобы найти амплитуду волны, приходящей от всей первой зоны Френеля, необходимо сложить колебания:

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t) + E_{02} \cos(\omega t + \varphi) + E_{03} \cos(\omega t + 2\varphi) + \dots$$

Для нахождения амплитуды результирующей волны в точке M , воспользуемся векторной диаграммой, построенной при $\varphi = \pi/6$ (рис. 130), где OP – опорная линия. Если бы амплитуды волн, приходящих от субзон были одинаковы, то векторная диаграмма представляла собой звенья, вписанные в дугу полуокружности. В действительности это дуга полуспирали. \vec{E}_1 – есть вектор, характеризующий амплитуду результирующей волны, приходящей в точку M от всей первой зоны. Если при разбиении количество субзон N увеличить до бесконечности, то векторная диаграмма волн, приходящих от первой зоны, превратится в дугу полуспирали близкой к полуокружности. Из векторной диаграммы (рис. 131) видно, что фаза волны, приходящей от края первой зоны Френеля, отличается от фазы волны, приходящей от центра зоны, на π . Из данной диаграммы следует, что фаза результирующей волны \vec{E}_1 в точке M отличается от фазы волны, приходящей от центра первой субзоны на $\frac{\pi}{2}$.

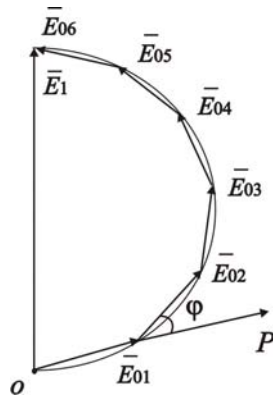


Рис. 130

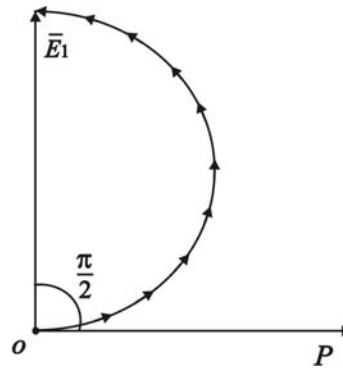


Рис. 131

Продолжим разбиение второй зоны Френеля на кольцевые субзоны и на векторной диаграмме построим амплитуды вторичных волн, проходящих от этих субзон в точку наблюдения (рис. 132). Величины амплитуд вторичных волн от субзон второй зоны Френеля будут вписываться также в дугу полуспирали. Амплитуда волны, проходящей от второй зоны Френеля, будут изображаться вектором \bar{E}_2 . Продолжая разбиение третьей зоны Френеля на субзоны, построим векторную диаграмму вторичных волн от неё. Амплитуда результирующей волны, проходящей от третьей зоны Френеля, изображается вектором \bar{E}_3 . Эти рассуждения можно продолжить. Очевидно, векторная диаграмма вторичных волн от бесконечно малых субзон всего открытого волнового фронта будет изображаться спиралью (рис. 133). При этом амплитуда результирующей волны, проходящей от полностью открытого волнового фронта, изображается вектором \bar{E}_p . Из векторной диаграммы непосредственно следует, что

$$E_p = \frac{E_1}{2},$$

или

$$E_1 = 2E_p,$$

т.е. амплитуда вторичной волны, проходящей от первой зоны E_1 , в два раза больше амплитуды волны, проходящей от всего сферического волнового фронта. Этот вывод раньше был получен алгебраическим путём.

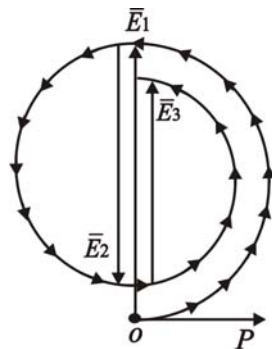


Рис. 132

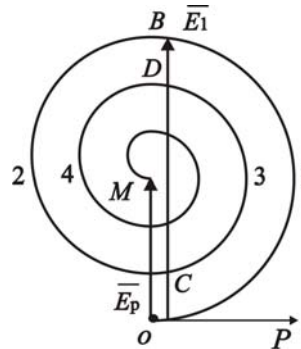


Рис. 133

Углубление метода зон Френеля позволяет по-новому объяснить закономерности дифракции на круглом отверстии и действие зонных пластинок. В § 3.3 было показано, что в зависимости от того, чётное или нечётное число зон Френеля укладывается в отверстии, амплитуда волны, проходящей через круглое отверстие, периодически изменяется при увеличении радиуса отверстия аналогично рис. 115. При этом графическое изменение амплитуды волны от радиуса отверстия можно совместить с полученной нами спиралью векторной диаграммы (рис. 134). Например, если в отверстии содержится чётное число зон Френеля ($m = 2$), то амплитуда принимаемой волны равна $\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2$, т.е. модуль этой амплитуды $E = E_1 - E_2$ на векторной диаграмме изображается отрезком OB . Если в отверстии укладывается нечётное число зон Френеля ($m = 3$), то амплитуда принимаемой волны равна $\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3$, т.е. модуль этой амплитуды $E = E_1 - E_2 + E_3$ на векторной диаграмме изображается отрезком OC и так далее.

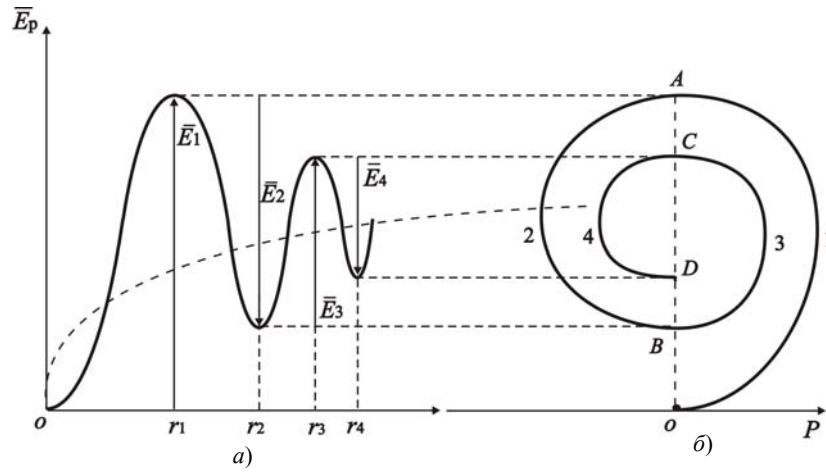


Рис. 134

Допустим, что амплитудная зонная пластинка, работающая на отражение или прохождение, исключает действие всех чётных зон и в точку наблюдения приходят волны только нечётных зон Френеля. Тогда для выбранной точки наблюдения векторная диаграмма вторичных волн принимает вид, показанный на рис. 135, а. От спирали (рис. 134, б) остаются только полувитки нечётных номеров зон Френеля. Эту векторную диаграмму можно перерисовать так, как показано на рис. 135, б. Ясно, что результирующая амплитуда будет во много раз больше, чем при свободном распространении волн. Этим объясняется фокусирующее действие амплитудной зонной пластинки. Аналогичный результат получится, если амплитудная зонная пластинка исключает действие нечётных зон Френеля.

В § 3.4 и § 3.5 были описаны фазовые зонные пластинки, которые, например, изменяют фазы вторичных волн от чётных зон на π по сравнению с фазами волн от нечётных зон. Действие фазовой зонной пластинки сводится к преобразованию спирали векторной диаграммы (рис. 136, а) так, что полувиток каждой чётной зоны Френеля поворачивается на угол π против часовой стрелки по сравнению с полувитками каждой нечётной зоны (рис. 136, б).

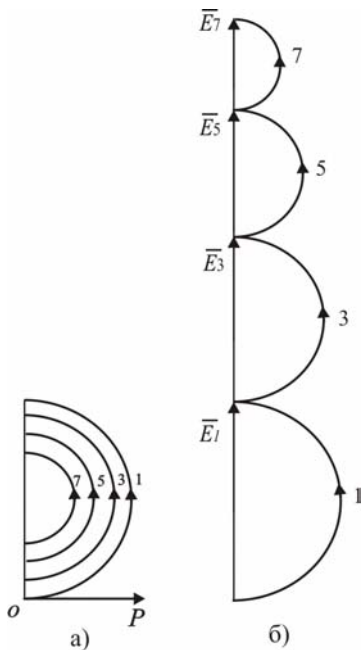


Рис. 135

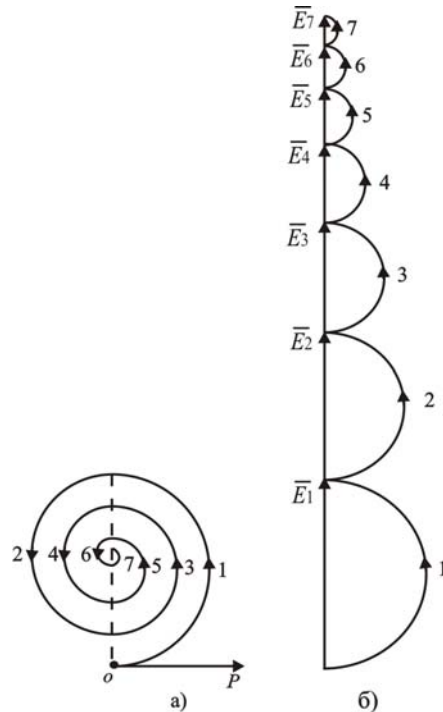


Рис. 136

Из сравнения векторных диаграмм (рис. 135, б) и (рис. 136, б) следует, что амплитуда вторичной волны, даваемая фазовой зонной пластинкой больше амплитуды, которую обеспечивает амплитудная зонная пластинка. Фокусирующее действие вогнутого зеркала или собирающей линзы сводится к "выпрямлению" векторной диаграммы (рис. 136, б). Однако это требует дополнительных разъяснений (§ 3.7).

3.7. СТРОГАЯ ТЕОРИЯ ФОКУСИРОВКИ ВОЛН

В § 3.4 и § 3.5 для объяснения фокусирующих свойств вогнутых зеркал и собирающих линз был применён приближённый метод зон Френеля. Было показано, что фокусирующий прибор является предельным случаем ступенчатой фазовой зонной пластинки. Дадим более строгий подход к теории фокусировки волн. Вначале рассмотрим собирающее и рассеивающее действие зеркал с точки зрения теории дифракции.

Пусть источник и приёмник волн находятся в точке M на расстоянии $OM = f$ от плоского зеркала (рис. 137). Разобьём поверхность зеркала на элементарные кольцевые участки, называемые *субзонами*. Размер субзон значительно меньше зон Френеля. Границей первой центральной субзоны являются точки на зеркале, которые находятся на расстоянии $\left(f + \frac{\Delta}{2}\right)$ от точки M , где $\Delta \ll \frac{\lambda}{2}$. Границей второй кольцевой субзоны являются точки на поверхности плоского зеркала, которые находятся на расстоянии $\left(f + 2\frac{\Delta}{2}\right)$ от точки M . Продолжая разбиение зеркала на кольцевые элементарные участки, легко видеть, что границей i -й субзоны являются точки на зеркале, которые находятся от точки M на расстоянии $\left(f + i\frac{\Delta}{2}\right)$.

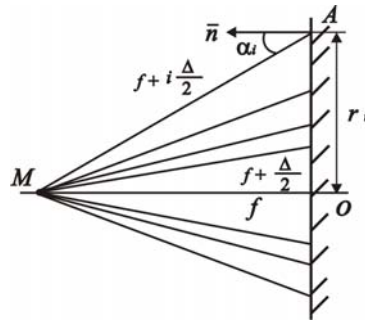


Рис. 137

Очевидно, что Δ есть геометрическая разность хода вторичных волн, приходящих в точку M от любых двух соседних субзон. Если допустить, что каждая зона Френеля, на которые можно разбить поверхность плоского зеркала, делится на N кольцевых субзон, то разность хода вторичных волн, приходящих в точку M от любых соседних субзон, равна

$$\Delta = \frac{\lambda}{2N}. \quad (3.7.1)$$

Из прямоугольного треугольника OMA найдём радиусы субзон

$$r_i^2 = \left(f + i\frac{\Delta}{2}\right)^2 - f^2,$$

или

$$r_i^2 = if\Delta + i^2 \frac{\Delta^2}{4}. \quad (3.7.2)$$

Если отбросить член $\frac{i^2\Delta^2}{4}$ второго порядка малости, то получим приближённую формулу

$$r_i = \sqrt{if\Delta}. \quad (3.7.3)$$

Учитывая формулу (3.7.1), получим

$$r_i = \sqrt{\frac{if\lambda}{2N}}. \quad (3.7.4)$$

Например, для сантиметровых электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см) при $f = 75$ см и $N = 3$, радиус первой ($i = 1$) субзоны равен $r_1 = \sqrt{\frac{f\lambda}{2N}} = 63,2$ (мм). Радиус любой субзоны легко найти по формуле $r_i = r_1\sqrt{i} = 63,2\sqrt{i}$ (мм) при $i = 1; 2; 3; \dots; 12$. Можно показать, что площади кольцевых субзон одинаковы: $\Delta S = \pi f \Delta$. Однако, амплитуды вторичных волн, приходящих в точку наблюдения M , будут различны. Причём, чем больше номер i субзоны, тем меньше амплитуда вторичной волны, приходящей от неё, так как с ростом номера субзоны увеличивается угол α_i (рис. 137) между нормалью к зеркалу и направлением в точку наблюде-

ния M . Следовательно, между амплитудами волн, отражённых от субзон и приходящих в точку M , имеется отношение

$$|\bar{E}_1| > |\bar{E}_2| > |\bar{E}_3| > \dots \quad (3.7.5)$$

Так как геометрическая разность хода вторичных волн, приходящих в точку M от любых соседних субзон, равна Δ , то между ними имеется разность фаз, равная

$$\varphi = k\Delta, \quad (3.7.6)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число. Учитывая формулу (3.7.1), получим

$$\varphi = \frac{\pi}{N}. \quad (3.7.7)$$

Например, при $N = 3$ имеем $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Будем считать, что фаза вторичной волны, приходящей в точку M от первой ($i = 1$) субзоны, равна нулю: $\varphi_1 = 0$. Тогда фаза вторичной волны, приходящей от второй ($i = 2$) субзоны, будет равна $\varphi_2 = \varphi$; фаза вторичной волны от третьей ($i = 3$) субзоны будет равна $\varphi_3 = 2\varphi$ и т.д. Следовательно, фазы вторичных волн, приходящих от субзон в точку M , образуют арифметическую прогрессию: $0; \varphi; 2\varphi; 3\varphi; \dots$. Согласно принципа Гюйгенса–Френеля, амплитуда результирующей волны, приходящей в точку M , равна

$$E = E_1 \cos \omega t + E_2 \cos(\omega t - \varphi) + E_3 \cos(\omega t - 2\varphi) + \dots + E_n \cos[\omega t - (n-1)\varphi]. \quad (3.7.8)$$

Для нахождения амплитуды результирующей волны, отражённой от плоского зеркала и приходящей в точку наблюдения, воспользуемся векторной диаграммой (рис. 138), построенной на основании формулы (3.7.8) при $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Векторная диаграмма представляет собой ломаную

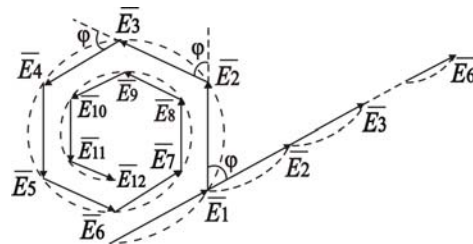


Рис. 138

линию, вписанную в свёртывающуюся спираль, причём каждый последующий вектор \bar{E}_{i+1} повернут против часовой стрелки на угол φ по отношению к предыдущему вектору \bar{E}_i . Амплитуда результирующей волны, отражённой от плоского зеркала и приходящей в точку M , численно равна модулю вектора, соединяющего начало и конец векторной диаграммы. Легко видеть, что при бесконечно большом числе субзон амплитуда результирующей волны примерно равна половине амплитуды волны, приходящей от первых трёх субзон, или половине амплитуды волны, приходящей от первой зоны Френеля. В частном случае двенадцати субзон или четырёх зон Френеля, как показано на рис. 138, амплитуда результирующей волны, отражённой от плоского зеркала, будет не столь большой.

Для того чтобы увеличить в точке наблюдения амплитуду результирующей вторичной волны, отражённой от зеркала, необходимо "размотать" спираль векторной диаграммы (рис. 138) и превратить её в прямую линию.

Для этой цели увеличим фазу вторичной волны, отражённой от второй субзоны, на $\varphi = \frac{\pi}{3}$, т.е. повернём вектор

\bar{E}_2 на диаграмме (рис. 138) по часовой стрелке на угол $\varphi = \frac{\pi}{3}$ по отношению к вектору \bar{E}_1 волны, отражённой от первой субзоны. Другими словами, необходимо компенсировать геометрическую разность хода Δ между вторичными волнами E_2 и E_1 . Технически это можно реализовать соответствующим смещением или сдвигом отражающего кольцевого слоя второй субзоны навстречу падающим волнам на отрезок

$$d_2 = d = \frac{\Delta}{2} \quad (3.7.9)$$

по отношению к отражающей поверхности первой субзоны, как схематично показано на рис. 139, а. Увеличим фазу волны, отражённой от третьей субзоны, на 2φ , т.е. повернём вектор \bar{E}_3 на диаграмме (рис. 138) по часовой стрелке на угол 2φ по отношению к вектору \bar{E}_1 . Другими словами, компенсируем геометрическую раз-

ность хода 2Δ между вторичными волнами, отражёнными от первой и третьей субзон. Это можно достичь, если отражающий кольцевой слой третьей субзоны сдвинуть навстречу падающим лучам на отрезок

$$d_3 = 2d = \frac{2\Delta}{2} = \Delta$$

по отношению к отражающей поверхности первой субзоны (рис. 139, а).

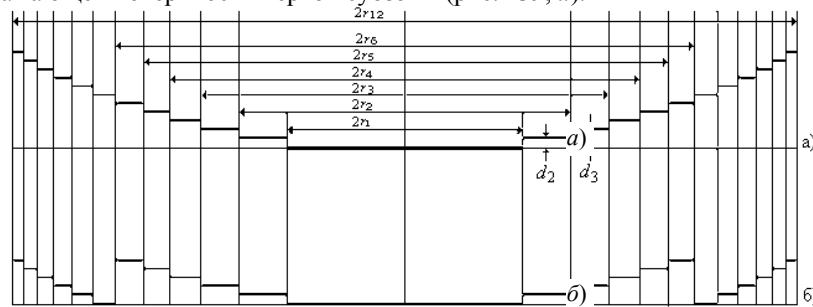


Рис. 139

Аналогично, осуществляя данную операцию с остальными субзонами, получим, что для компенсации геометрической разности хода между вторичными волнами необходимо отражающий слой i -й субзоны сместить на величину

$$d_i = (i-1)d = (i-1)\frac{\Delta}{2}. \quad (3.7.10)$$

В частном случае, при $N = 3$ и $\Delta = \frac{\lambda}{2N} = \frac{\lambda}{6}$, величина смещения одной субзоны по отношению к другой равна $d = \frac{\Delta}{2} = \frac{\lambda}{12} = 2,67$ (мм) при $\lambda = 32$ мм.

Таким образом, плоское зеркало превращается в *ступенчатую фазовую субзонную пластинку, работающую на отражение* (рис. 139, а), благодаря которой ломаная спираль векторной диаграммы (рис. 138) превращается в кусочную прямую линию, а амплитуда отражённой результирующей волны в точке M становится равной

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_{12}. \quad (3.7.11)$$

На рисунке 140 показана фотография ступенчатой фазовой субзонной пластинки для сантиметровых электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см), которая содержит 12 субзон или 4 зоны Френеля и имеет фокусное расстояние $f = 75$ см при $\Delta = \frac{\lambda}{2N} = \frac{\lambda}{6}$.

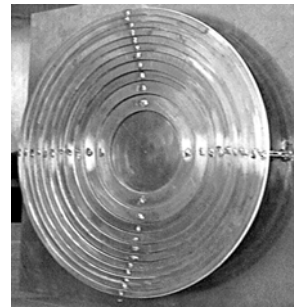


Рис. 140

Для проведения опытов устанавливают источник 1 и приёмник 2 сантиметровых электромагнитных волн с рупорными антеннами, как показано на рис. 141. Для измерения интенсивности принимаемых волн приёмная рупорная антенна соединяется с осциллографом или демонстрационным микроамперметром. Перед источником и приёмником радиоволн на расстоянии $f = 75$ см устанавливают круглое металлическое плоское зеркало 3 радиусом $r_{12} = 219$ мм и измеряют интенсивность I_0 принимаемой волны. Плоское зеркало может быть изготовлено из любого металлического листа, содержащего 12 субзон или 4 зоны Френеля. Затем, вместо плоского зеркала перед источником 1 и приёмником 2 на том же расстоянии $f = 75$ см устанавливают ступенчатую фазовую субзонную пластинку (рис. 140) и отмечают резкое увеличение интенсивности I принимаемого сигнала, т.е. $I \gg I_0$.

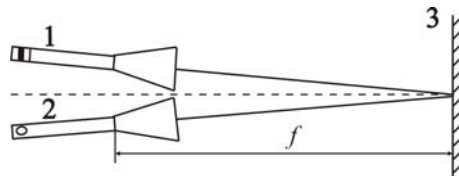


Рис. 141

Очевидно, что ступенчатая фазовая субзонная пластинка не позволяет достичь предельной фокусировки волн, так как вторичные волны, приходящие в точку наблюдения от внешнего и внутреннего края каждой субзоны имеют разность фаз, равную φ , которая при $N = 3$, согласно формуле (3.7.7), равна $\varphi = \frac{\pi}{3}$. Следовательно, чтобы полностью "размотать" спираль векторной диаграммы и достичь максимальной фокусировки волн, необ-

ходимо значительно увеличить число субзон N , на которое разбивается каждая зона Френеля и изменить соответствующие фазы вторичных волн, т.е. необходимо перейти от *ступенчатой фазовой субзонной пластинки* к *вогнутому зеркалу*. Чтобы найти форму поверхности собирающего зеркала, необходимо из выражений (3.7.2) и (3.7.10) исключить величину Δ . При больших порядковых числах субзон можно считать, что $i \approx (i - 1)$. Тогда получим уравнение гиперболы

$$r^2 = 2fd + d^2. \quad (3.7.12)$$

Другими словами, собирающее зеркало, не обладающее сферической аберрацией, должно иметь поверхность в виде *гиперболоида вращения*. Если величину Δ исключить из уравнений (3.7.3) и (3.7.10), то получим уравнение параболы

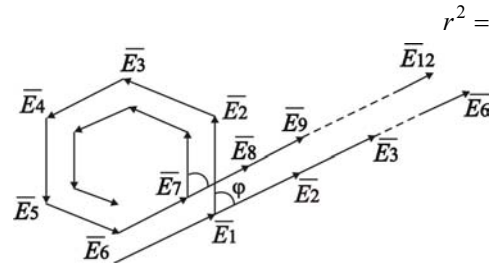
$$r^2 = 2fd. \quad (3.7.13)$$


Рис. 142

Следовательно, в первом приближении форму поверхности собирающего зеркала можно считать *параболоидом вращения*.

Дадим понятие о зонировании собирающих зеркал. С помощью ступенчатой фазовой субзонной пластинки изменялись фазы вторичных волн, идущие от всех субзон, кроме первой субзоны. При $N = 3$ фаза волны, идущая от седьмой субзоны изменилась на 2π , т.е. вектор \bar{E}_7 на диаграмме (рис. 138) поворачивается по часовой стрелке на угол 2π . Однако такое изменение фазы на 2π не влияет на соотношения всех фаз вторичных волн, приходящих в точку наблюдения. Следовательно, отражающую поверхность седьмой субзоны не следует сдвигать навстречу падающим волнам согласно формуле (3.7.10) на отрезок $d_i = (i - 1)d = (i - 1)\frac{\Delta}{2}$. При $\lambda = 3,2$ см и $N = 3$ имеем

$d_7 = (i - 1)\frac{\lambda}{12} = \frac{\lambda}{2} = 16$ мм. Поверхность восьмой, девятой и т.д. субзон следует сместить соответственно на отрезки: d ; $2d$; $3d$ и т.д. (см. рис. 139, б). При этом фазовые соотношения вторичных волн останутся прежними. Другими словами, для осуществления фокусировки волн спираль векторной диаграммы следует "разматывать" не всю сразу, а каждую ломаную окружность или многоугольник по отдельности (рис. 142).

Всё это говорит о том, что изменение фазы отражённых волн на 2π или сдвиг отражающих поверхностей субзон на $\frac{\lambda}{2}$ не изменяет фокусирующих свойств ступенчатой фазовой субзонной пластинки. На рисунке 143 показана *зонированная фазовая субзонная пластинка* для сантиметровых радиоволн. Опыт показывает, что её фокусирующее действие то же, что и обычной фазовой субзонной пластинки (рис. 140).

Как показано выше, векторная диаграмма вторичных волн, отражённых от плоского зеркала и приходящих в точку наблюдения, представляет собой ломаную линию, вписанную в свёртывающуюся спираль. Если каждая зона Френеля разбивается на $N = 3$ субзоны, то векторная диаграмма соответствует рис. 144. Уменьшим фазу вторичной волны от второй субзоны на ϕ , т.е. повернём вектор \bar{E}_2 на угол ϕ против часовой стрелки. Фазы волн от третьей, четвёртой и т.д. субзон уменьшим соответственно на 2ϕ ; 3ϕ и т.д. Векторная диаграмма превратится в более быстро свёртывающийся многоугольник и амплитуда результирующей волны в точке наблюдения значительно уменьшится. Соответствующее уменьшение фаз вторичных волн от субзон: на ϕ ; 2ϕ ; 3ϕ ; ... можно осуществить, если отражающие поверхности субзон сдвигать в противоположную сторону по отношению к падающим волнам на отрезок $d_2 = d = \frac{\Delta}{2}$;

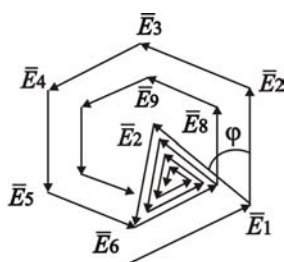


Рис. 144

$d_3 = 2d = \Delta$; ... $d_i = (i - 1)d = (i - 1)\frac{\Delta}{2}$. В частном случае, при $N = 3$; $\Delta = \frac{\lambda}{2N} = \frac{\lambda}{6}$; $\lambda =$

3,2 см, получим $d = 2,67$ мм.

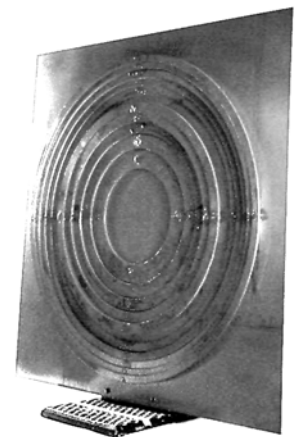


Рис. 143

Таким образом, мы приходим не к вогнутой, а к выпуклой ступенчатой фазовой зонной пластинке, работающей на отражение. В предельном случае при $N \rightarrow \infty$ выпуклая ступенчатая фазовая зонная пластинка превращается в выпуклое зеркало. Легко видеть, что форма поверхности рассеивающего зеркала представляет собой поверхность гиперboloида вращения, и оно допускает зонирование. С точки зрения теории дифракции рассеивающее зеркало преобразует спираль векторной диаграммы в спираль в два раза меньшего радиуса (рис. 145).

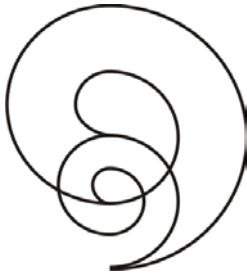


Рис. 145

Рассмотрим более строго фокусирующее действие *собирающей линзы* с точки зрения теории дифракции. Из волновой теории известно, что при разбиении плоской волновой поверхности на элементарные кольцевые участки равной площади разность фаз между любыми соседними вторичными волнами, приходящими в точку наблюдения, постоянна, а амплитуды вторичных волн убывают с ростом номера участков. Вследствие этого векторная диаграмма, изображающая колебания вторичных волн в точке наблюдения, представляет собой свёртывающуюся спираль.

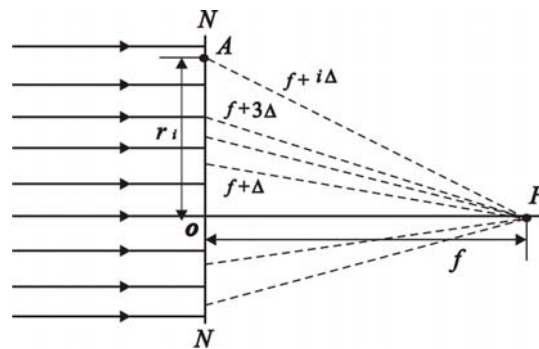


Рис. 146

Так как фокусирующий прибор должен обеспечить таутохронность вторичных волн в точке наблюдения или одинаковую их фазу, то действие фокусирующего прибора сводится к преобразованию спирали векторной диаграммы в прямую линию. Рассмотрим возможность такого преобразования. Разобьём плоскую волновую поверхность MN на элементарные кольцевые участки (субзоны) конечных размеров. Границей первой субзоны служат точки на волновой поверхности, которые находятся на расстоянии $f + \Delta$ от точки F наблюдения, где $\Delta \ll \frac{\lambda}{2}$, f – кратчайшее расстояние от волновой поверхности до точки F (рис. 146). Границы второй, третьей и т.д. субзон удалены от точки F , соответственно, на расстояние $f + 2\Delta$, $f + 3\Delta$, ..., $f + i\Delta$, ..., где i – порядковый номер кольцевого участка волновой поверхности.

Из прямоугольного треугольника AOF нетрудно найти радиусы субзон

$$r_i = \sqrt{2if\Delta + (i\Delta)^2} . \quad (3.7.14)$$

При $f \gg \Delta$ членом $(i\Delta)^2$ можно пренебречь и тогда получим

$$r_i = \sqrt{2if\Delta} . \quad (3.7.15)$$

На основании формулы (3.7.15) нетрудно показать, что площади всех субзон одинаковы:

$$\Delta S = 2\pi f\Delta . \quad (3.7.16)$$

Если каждую кольцевую зону Френеля предполагается разбить на N кольцевых элементарных субзон, то значение геометрической разности хода Δ вторичных волн от любых соседних субзон, приходящих в точку наблюдения F , необходимо выбрать равной

$$\Delta = \frac{\lambda}{2N} . \quad (3.7.17)$$

Геометрической разности хода Δ вторичных волн от любых двух соседних субзон соответствует разность фаз φ , равная

$$\varphi = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta, \quad (3.7.18)$$

где k – волновое число. Учитывая выражение (3.7.17), получим

$$\varphi = \frac{\pi}{N}. \quad (3.7.19)$$

Данное разбиение плоского волнового фронта на субзоны приводит к тому, что вторичная волна от второй субзоны отстаёт от вторичной волны от первой субзоны на отрезок Δ ; вторичная волна от третьей субзоны отстаёт от вторичной волны от первой субзоны на отрезок 2Δ ; от третьей субзоны вторичная волна отстаёт на отрезок 3Δ и т.д. Примем значение фазы волны, приходящей от первой субзоны, за нуль. Тогда при указанном способе разбиения волновой поверхности на кольцевые субзоны, фазы вторичных волн, приходящих от них в точку F , образуют арифметическую прогрессию: $0, \varphi, 2\varphi, 3\varphi, \dots, i\varphi, \dots$. Несмотря на равенство площадей кольцевых участков, амплитуды вторичных волн, приходящих в точку наблюдения, неодинаковы: $|\bar{E}_1| > |\bar{E}_2| > |\bar{E}_3| > \dots > |\bar{E}_i| \dots$, так как с увеличением номера i субзоны увеличивается угол α_i между нормалью и волновой поверхностью и направлением в точку наблюдения. Вследствие этого векторная диаграмма, изображающая колебания вторичных волн в точке F , имеет вид ломаной линии, вписанной в спираль (рис. 138).

Оставив неизменной фазу вторичных волн от первой субзоны, уменьшим фазы волн от второй, третьей и так далее субзон, соответственно, на $\varphi, 2\varphi, 3\varphi, \dots$. В результате такого изменения фаз вторичных волн ломаная линия векторной диаграммы превратится в прямую линию, состоящую из звеньев различной длины (рис. 138), а амплитуда результирующей волны, приходящей в точку F наблюдения, будет равна $\bar{E} = \sum_{i=1}^n \bar{E}_i$, где n – число

кольцевых участков волновой поверхности. Указанное изменение фаз вторичных волн можно достичь путём покрытия площадей кольцевых субзон соответствующим слоем прозрачного диэлектрика. Однако поставить подобный лекционный опыт в оптическом диапазоне волн крайне затруднительно. Тем не менее, полученный вывод находит наглядное подтверждение в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см). Разобьём каждую зону Френеля плоского волнового фронта на $N = 3$ субзоны. Тогда геометрическая разность хода вторичных волн от двух любых соседних субзон, согласно формуле (3.7.17), равна $\Delta = \frac{\lambda}{6}$, а их разность фаз,

согласно формуле (3.7.19), $\varphi = \frac{\pi}{3}$. При $f = 50$ см и $\Delta = \frac{\lambda}{6}$ радиусы кольцевых участков субзон, согласно формуле

(3.7.15), равны $r_i = 7,3\sqrt{i}$ (см), где i – порядковый номер субзоны. Изменение фаз вторичных волн, идущих от субзон в точку наблюдения F , достигается покрытием площадей кольцевых участков (рис. 147) металлоленточной структурой, эквивалентный показатель преломления которой при расстоянии между лентами $a = 18$ мм равен

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = 0,46.$$

Толщина d_i искусственной среды, покрывающей второй, третьей и т.д. кольцевой участок, выбирается такой, чтобы компенсировать соответствующую геометрическую разность хода $i\Delta$ вторичных волн, и определяется на основе формул

$$d_2 = \frac{\Delta}{1-n}; d_3 = \frac{2\Delta}{1-n}; d_4 = \frac{3\Delta}{1-n}; \dots; d_i = \frac{(i-1)\Delta}{1-n}; \dots \quad (3.7.20)$$

Учитывая формулу (3.7.17), можно найти общее выражение для определения толщины искусственной среды, покрывающей i -ю субзону

$$d_i = \frac{(i-1)\lambda}{2(1-n)N}. \quad (3.7.21)$$

При $N = 3$ и $n = 0,46$ имеем $d_i = 0,99(i-1)$ (см).

Опыт по фокусировке электромагнитных волн проводят в следующей последовательности. Устанавливают источник сантиметровых электромагнитных волн и приёмную рупорную антенну на расстоянии около трёх метров друг от друга. Поставив перед приёмной антенной *ступенчатую фазовую субзонную пластинку* (рис. 147) на расстоянии $f = 50$ см от неё, замечают значительное увеличение интенсивности принимаемого сигнала.

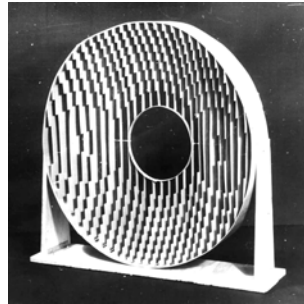


Рис. 147

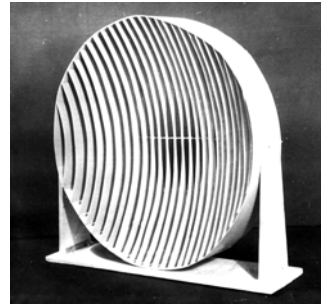


Рис. 148

Очевидно, что использование ступенчатой субзонной пластинки не позволяет получить предельной фокусировки волн, так как фазы вторичных волн, приходящих в точку приёма от краёв каждой кольцевой субзоны, отличаются на $\varphi = \frac{\pi}{N}$. При $N = 3$ эта разность фаз имеет значительную величину, равную $\frac{\pi}{3}$. Для того чтобы сделать все вторичные волны таухронными, необходимо полностью "размотать" спираль векторной диаграммы (рис. 138) и "выпрямить" её. Это можно достичь, если перейти от ступенчатой субзонной пластинки (рис. 147) к *собирающей линзе* (рис. 148) с плавным изменением её толщины. Опытным путём показывают, что амплитуда принимаемого сигнала при использовании линзы значительно больше, чем в случае применения ступенчатой субзонной пластинки.

Найдём радиальное изменение толщины собирающей линзы. Исключая из общих формул (3.7.15) и (3.7.20) геометрическую разность хода Δ и неограниченно увеличивая число i кольцевых участков, найдём уравнение параболы

$$2f(1-n)d = r^2. \quad (3.7.22)$$

Более точную формулу поверхности линзы, исключая сферическую aberrацию, можно найти, если из общей формулы (3.7.14) и (3.7.20) исключить Δ :

$$(1-n)^2 d^2 + 2f(1-n)d = r^2. \quad (3.7.23)$$

Полученное уравнение гиперболоида вращения с точностью до величин второго порядка малости совпадает с выражением, которое можно найти на основе принципа Ферма для собирающей линзы. Действительно, пусть имеется плосковогнутая собирающая линза с показателем преломления $n < 1$ (рис. 149). Пусть отрезок $OF = f$ – фокусное расстояние линзы.

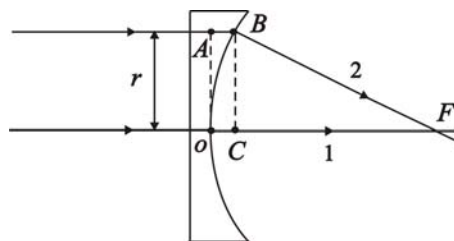


Рис. 149

Чтобы точка F была фокусом линзы, необходимо, чтобы оптические пути волн 1 и 2 были одинаковы, т.е.

$$n(AB) + BF = OF.$$

Обозначив $AB = d$, получим

$$nd + BF = f. \quad (3.7.24)$$

Из прямоугольного треугольника CBF найдём

$$BF = \sqrt{r^2 + (f-d)^2}.$$

Подставив это выражение в формулу (3.7.24), после элементарных преобразований получим

$$(n^2 - 1)d^2 + 2(1-n)fd = r^2. \quad (3.7.25)$$

Различия в формулах (3.7.23) и (3.7.25) возникают вследствие приближённого характера формулы (3.7.20), ибо не в полной мере справедливо отождествлять геометрические величины d_i и $(i-1)\Delta$. Тем не менее, предложенное объяснение фокусировки линз с точки зрения теории дифракции весьма полезно.

3.8. ФОКУСИРУЮЩИЕ И РАССЕИВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

В оптически однородных линзах волны, собираемые в фокусе, несмотря на различие геометрических путей, имеют одинаковый оптический путь. Это достигается соответствующим изменением толщины линзы при постоянном показателе преломления. В оптически неоднородных линзах, или точнее, в *псевдолинзах*, постоянство оптических путей для волн, собираемых в фокусе, достигается соответствующим изменением показателя преломления в пластинке постоянной толщины. Другими словами, псевдолинза представляет собой плоскопараллельную пластинку с осесимметричным изменением показателя преломления.

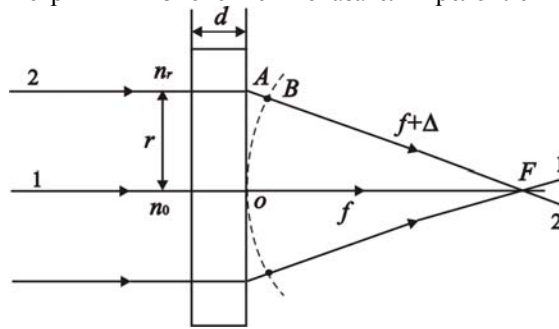


Рис. 150

Найдём закон радиального изменения показателя преломления в фокусирующей псевдолинзе толщиной d (рис. 150). Из точки F опишем пунктиром дугу окружности. Из построения видно, что геометрическая разность хода между центральной волной 1, проходящей через точку O вдоль оптической оси, и волной 2, пересекающей неоднородную пластинку на расстоянии $r = OA$ от центра O псевдолинзы, равна

$$\Delta = AB = AF - BF = AF - OF = AF - f, \quad (3.8.1)$$

где f – фокусное расстояние псевдолинзы. Из треугольника AOF найдём

$$AF = \sqrt{f^2 + r^2}. \quad (3.8.2)$$

Подставляя это выражение в формулу (3.8.1), получим

$$\Delta = \sqrt{f^2 + r^2} - f. \quad (3.8.3)$$

Чтобы скомпенсировать геометрическую разность хода Δ рассматриваемых волн, необходимо, чтобы величина Δ равнялась оптической разности хода волн 1 и 2 в неоднородной пластине, т.е.

$$\Delta = d(n_0 - n_r), \quad (3.8.4)$$

где n_0 и n_r – показатели преломления, соответственно, в центре псевдолинзы и на расстоянии r от её центра. Последнее выражение можно записать в виде $dn_0 = dn_r + \Delta$, что говорит о равенстве оптических путей волн 1 и 2, приходящих в фокус F псевдолинзы. Исключая из выражений (3.8.3) и (3.8.4) геометрическую разность хода Δ , найдём закон изменения показателя преломления n_r в псевдолинзе вдоль радиального направления r :

$$n_r = \frac{n_0 d + f - \sqrt{f^2 + r^2}}{d}. \quad (3.8.5)$$

Фокусирующая псевдолинза в квазиоптическом ($\lambda = 3,2$ см) приближении (рис. 151) представляет собой пачку волноводов одинаковой длины $d = 5,3$ см, но различного поперечного сечения. Вследствие изменения радиуса a сечения волноводов изменяется эквивалентный показатель преломления в плоскопараллельной пла-



Рис. 151

стинке (2.4.7). Изменение показателя преломления вдоль любого радиального направления в псевдолинзе соответствует формуле (3.8.5). В центре псевдолинзы показатель преломления равен $n_0 = 0,95$ при радиусе центрального волновода $a = 30$ мм. На максимальном расстоянии от центра псевдолинзы, равном $r = 18$ см показатель преломления равен $n = 0,37$ при $a = 10$ мм. При изготовлении псевдолинзы её фокусное расстояние выбрано равным $f = 50$ см. На рисунке 152, а показана полярная диаграмма направленности рупорной антенны генератора СВЧ ($\lambda = 3,2$ см). Полярная диаграмма направленности той же антенны при использовании фокусирующей псевдолинзы приведена на рис. 152, б. Полярные диаграммы направленности получены с помощью индикатора круговой развёртки (§ 1.7). Перемещение приёмной антенны при сканировании волнового фронта и вращение отклоняющих катушек электронно-лучевой трубки индикатора круговой развёртки обеспечивается соответствующими двигателями.

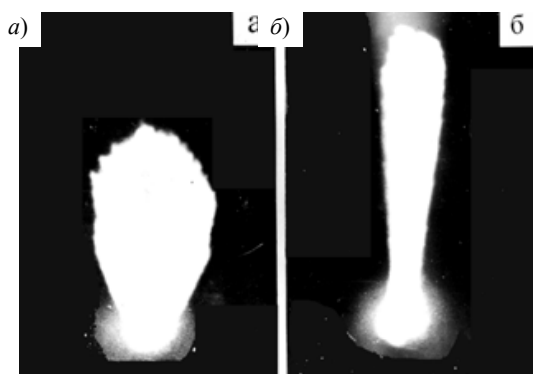


Рис. 152

Можно показать, что в рассеивающей псевдолинзе показатель преломления в радиальном направлении должен изменяться противоположным образом по сравнению с собирающей псевдолинзой:

$$n = \frac{n_0 d - f + \sqrt{f^2 + r^2}}{d} \quad (3.8.6)$$

Рассеивающая псевдолинза (рис. 153) состоит из волноводов круглого сечения одинаковой длины $d = 5,3$ см. Эквивалентный показатель преломления в любом радиальном направлении изменяется в соответствии с формулой (3.8.6) от $n_0 = 0,37$ при радиусе центрального волновода $a = 10$ мм до $n = 0,95$. Мнимое фокусное расстояние выбрано равным $f = 50$ см.

Более просто псевдолинзы для радиоволн можно изготовить на базе металлоточных структур. Фокусирующая псевдолинза для сантиметровых радиоволн (рис. 154) представляет собой неоднородную металлоточную структуру с переменным показателем преломления, выполненную в форме цилиндра диаметром 35 см и толщиной $d = 69$ мм. Фокусное расстояние псевдолинзы выбрано равным $f = 50$ см. В центре псевдолинзы расстояние между металлическими лентами равно $a_0 = 40$ мм, что соответствует показателю преломления

$$n_0 = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_0}\right)^2} = 0,91. \text{ Расстояние между лентами по периферии равно } a = 18$$

мм, что соответствует показателю преломления $n = 0,45$. Расчёт показывает, чтобы обеспечить изменение показателя преломления в псевдолинзе в соответствии с законом (3.8.5), необходимо, чтобы расстояние между лентами в радиальном направлении влево и вправо от центра изменялось следующим образом: $a = 40$ мм; 32 мм; 29 мм; 25,4 мм; 22,4 мм; 20,5 мм; 18 мм.

Опыт по фокусировке электромагнитных волн с помощью описанной псевдолинзы проводят следующим образом. Устанавливают источник и приёмник электромагнитных волн на расстоянии 2,5 м друг от друга. Включив приборы, по осциллографу измеряют величину интенсивности I_0 принимаемой волны. Устанавливают перед при-



Рис. 153

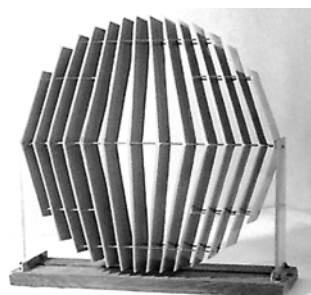


Рис. 154

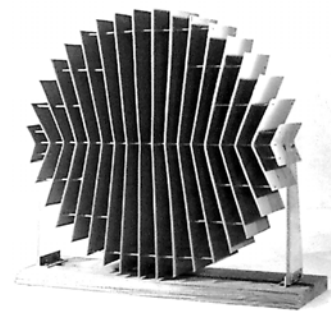


Рис. 155

ёмной антенной псевдолинзу на расстоянии 0,5 м от неё и замечают значительное увеличение интенсивности I принимаемого сигнала, т.е. $I \gg I_0$.

Рассеивающая металлоточная псевдолинза для электромагнитных волн сантиметрового диапазона показана на рис. 155. Она также представляет собой неоднородную металлоточную структуру с переменным показателем преломления, выполненную в форме цилиндра диаметром 35 см, но толщиной $d = 91$ мм. Фокусное расстояние псевдолинзы выбрано равным $f = 50$ см. В центре псевдолинзы расстояние между лентами $a_0 = 18$ мм, что соответствует показателю преломления $n_0 = 0,45$. Расстояние между лентами по периферии равно $a = 27$ мм, что соответствует показателю преломления $n = 0,80$. Чтобы обеспечить изменение показателя преломления в соответствии с законом (3.8.6), необходимо, чтобы расстояние между лентами в радиальном направлении от центра влево и вправо изменялось следующим образом: $a = 18$ мм; 18 мм; 18 мм; 18 мм; 18,6 мм; 19 мм; 19,3 мм; 21 мм; 22,5 мм.

Из изложенного можно прийти к выводу, что система, состоящая из обычного плоского зеркала и плоскопараллельной пластины с осесимметричным изменением показателя преломления, может выполнять роль фокусирующего или рассеивающего прибора, работающего на отражение. Найдём закон изменения показателя преломления плоскопараллельной пластинки *фокусирующего псевдозеркала*. Из рисунка 156 видно, что геометрическая разность хода волн $1'$ и $2'$, приходящих в фокус F , равна

$$\Delta = AB = AF - BF = AF - OF = \sqrt{r^2 + f^2} - f. \quad (3.8.7)$$

Для того чтобы лучи $1'$ и $2'$ имели одинаковый "оптический" путь, необходимо, чтобы геометрическая разность хода Δ рассматриваемых волн равнялась "оптической" разности хода тех же лучей в неоднородной плоскопараллельной пластинке. Учитывая, что рассматриваемые волны дважды проходят оптически неоднородную пластинку, имеем

$$\Delta = 2d(n_0 - n_r), \quad (3.8.8)$$

где d – толщина неоднородной пластинки; n_0 и n_r – показатели преломления соответственно в центре пластинки и на расстоянии r от её центра.

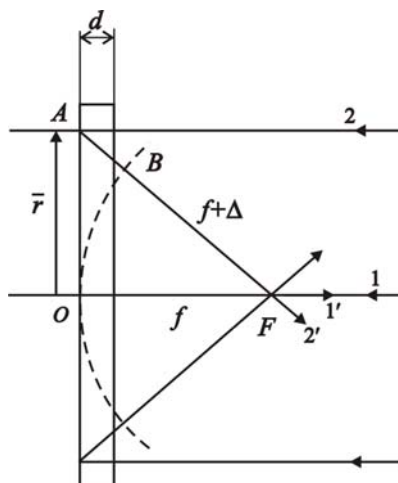


Рис. 156

Исключая из последних двух выражений величину геометрической разности хода Δ волн, найдём

$$n = \frac{2n_0d + f - \sqrt{f^2 + r^2}}{2d} \quad (3.8.9)$$

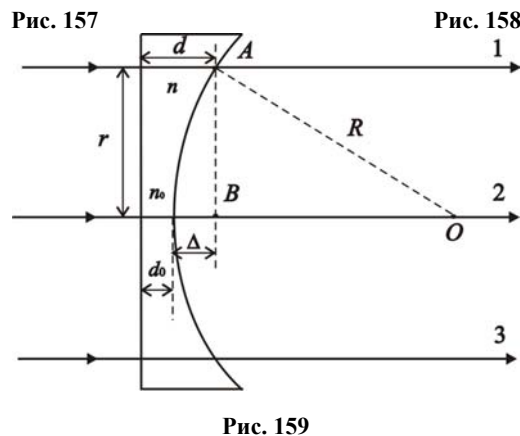
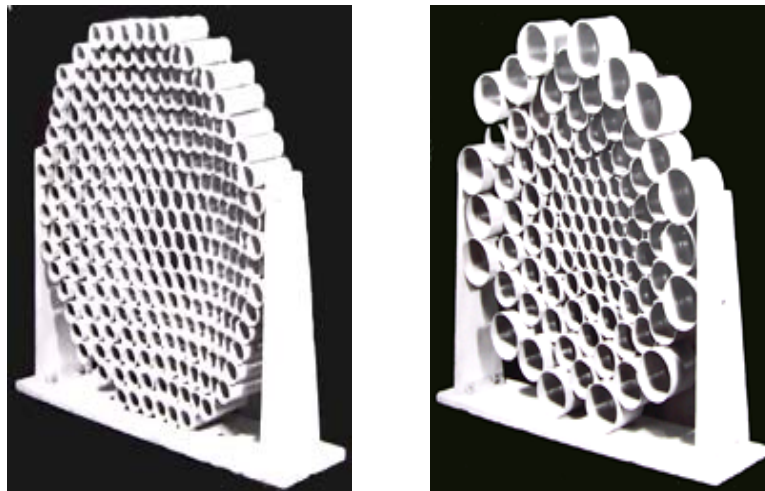
изменение показателя преломления в оптически неоднородной пластинке вдоль радиального направления r .

Эксперимент по фокусировке электромагнитных волн с помощью *плоского псевдозеркала* проводится в следующей последовательности. Устанавливают перед источником и приёмником сантиметровых электромагнитных волн на расстоянии одного метра плоскую металлическую пластинку диаметром 40 см, которая выполняет роль обычного зеркала. По осциллографу, соединённому с приёмником, отмечают величину интенсивности отражённого сигнала. Устанавливают перед зеркалом волноводную фокусирующую псевдолинзу (рис. 151) и замечают увеличение интенсивности отражённого сигнала более чем в два раза. Следовательно, действие системы, состоящей из плоского зеркала и плоской неоднородной пластинки с радиальным изменением показателя преломления, эквивалентно действию вогнутого сферического зеркала. Очевидно, действие системы, состоящей из плоского зеркала и плоской рассеивающей псевдолинзы (рис. 153) эквивалентно действию выпуклого сферического зеркала, что также подтверждается опытом.

На рисунках 157 и 158, соответственно, показаны однородная и неоднородная плосковогнутые волноводные линзы, имеющие одинаковый радиус кривизны сферической поверхности $R = 31,5$ см. Однородная линза имеет постоянный показатель преломления $n_0 = 0,37$ и состоит из волноводов одинакового радиуса поперечного сечения $a = 10$ мм. Фокусное расстояние f этой линзы может быть рассчитано по известной формуле $\frac{1}{f} = (1 - n_0) \frac{1}{R}$. При $R = 31,5$ см и $n_0 = 0,37$ найдём $f = 50$ см. "Оптически" однородная линза (рис. 157) обладает фокусирующим действием: увеличивает интенсивность принимаемого сигнала более чем в два раза. "Оптически" неоднородная линза (рис. 158) не обладает фокусирующим действием: интенсивность сигнала, проходящего через неё, не только не увеличивается, но несколько уменьшается вследствие отражения от неё части мощности.

Найдём закон изменения показателя преломления в "оптически" неоднородной волноводной линзе (рис. 158). Для того чтобы волны 1 и 2 не изменяли своего направления при прохождении неоднородной линзы (рис. 159), необходимо, чтобы их "оптические" пути были одинаковы:

$$nd = n_0 d_0 + \Delta, \quad (3.8.10)$$



где n_0 и n – показатели преломления соответственно в центре линзы и на расстоянии r от него; d_0 и d – толщина линзы в рассматриваемых точках; Δ – геометрическая разность хода волн вне линзы.

Учитывая, что $d = d_0 + \Delta$, выражение (3.8.10) можно записать в виде

$$\Delta = \frac{d_0(n - n_0)}{1 - n}. \quad (3.8.11)$$

С другой стороны, из треугольника AOB имеем

$$R^2 = r^2 + (R - \Delta)^2,$$

откуда находим

$$\Delta = R - \sqrt{R^2 - r^2}. \quad (3.8.12)$$

Приравняв правые части выражений (3.8.11) и (3.8.12), найдём радиальное изменение показателя преломления n в линзе в направлении r

$$n = \frac{R - \sqrt{R^2 - r^2} + n_0 d_0}{R - \sqrt{R^2 - r^2} + d_0}. \quad (3.8.13)$$

Квазиоптически неоднородная линза (рис. 158) выполнена при следующих исходных данных: толщина линзы в центре $d_0 = 0,5$ см, радиус сферической поверхности $R = 31,5$ см, показатель преломления в центре линзы $n_0 = 0,37$ при радиусе центрального волновода $a = 10$ мм.

3.9. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА ОТ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО КРАЯ НЕПРОЗРАЧНОГО ЭКРАНА

В одномерных задачах, например при рассмотрении дифракции на прямоугольной щели, разбиение волнового фронта на кольцевые зоны Френеля нецелесообразно. Лучше разбивать волновой фронт на *полосовые зоны*, называемые зонами Шустера.

Пусть имеется плоский волновой фронт AB , который перпендикулярен к плоскости чертежа. Пусть точка наблюдения M находится на расстоянии L от волнового фронта (рис. 160). Границей первой полосовой зоны являются точки O'_1 и O_1 , а также линии O_1 и O'_1 , которые находятся на расстоянии $L + \frac{\lambda}{2}$ от точки M . Первую полосовую зону будем считать за две полосовые зоны OO_1 и OO'_1 . Границей второй полосовой зоны (их тоже две) будут точки O_2 и O'_2 , которые находятся на расстоянии $L + 2\frac{\lambda}{2}$ от точки наблюдения. Аналогично находится граница третьей зоны Шустера и т.д.

Ширина зон Шустера монотонно убывает. С увеличением номера зоны увеличивается угол α между нормалью к волновой поверхности и направлением в точку наблюдения M . Следовательно, амплитуда вторичных волн, приходящих в точку M , убывает с увеличением номера зоны Шустера:

$$|\bar{E}_1| > |\bar{E}_2| > |\bar{E}_3| > \dots$$

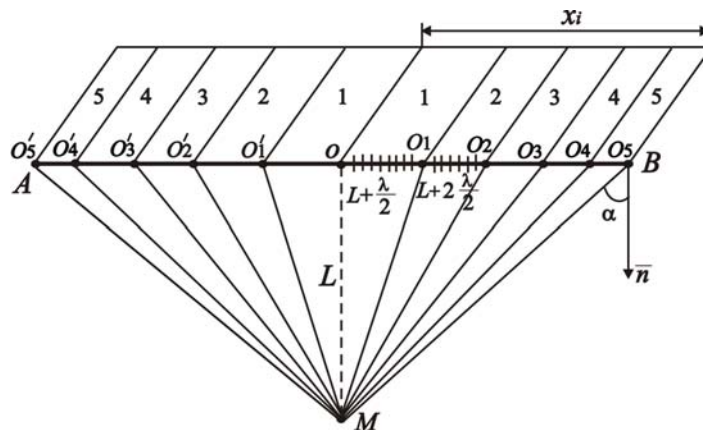


Рис. 160

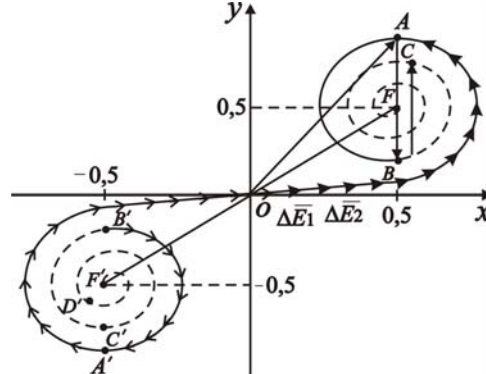


Рис. 161

Чтобы найти амплитуду результирующей волны, приходящей от всех полосовых зон в точку M , воспользуемся методом векторных диаграмм. Но каждую полосовую зону Шустера разобьём на *элементарные полосовые зоны* или *полосовые субзоны*. Построим вначале векторную диаграмму от правых полосовых субзон. Ам-

плитуды вторичных волн от них обозначим $\Delta E_1; \Delta E_2; \Delta E_3; \dots$. Изображая векторы $\Delta \bar{E}_1; \Delta \bar{E}_2; \Delta \bar{E}_3; \dots$ от правых полосовых субзон мы таким образом построим спираль OA векторной диаграммы (рис. 161). Фаза вторичной элементарной волны в точке A векторной диаграммы отличается от фазы вторичной волны $\Delta \bar{E}_1$ на π . Следовательно, вектор OA изображает амплитуду \bar{E}_1 вторичной волны, приходящей в точку M от первой правой полосовой зоны Шустера. Продолжая строить векторную диаграмму от второй правой зоны Шустера, получим точку B (рис. 161). Фаза вторичной волны, соответствующая точке B отличается от фазы волны в точке A на π . Следовательно, вектор AB характеризует амплитуду \bar{E}_2 вторичной волны, приходящую в точку M от правой второй зоны Шустера. Аналогично, вектор BC численно равен амплитуде \bar{E}_3 вторичной волны, приходящей в точку M от третьей правой полосовой зоны Шустера. Продолжая и далее складывать амплитуды вторичных волн от субзон правых зон Шустера, придём к тому, что спираль векторной диаграммы будет стремиться к точке F . Вектор OF численно равен амплитуде результирующей волны, приходящей в точку M от всех правых полосовых зон Шустера, т.е.

$$\bar{E}_{p_n} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + \dots$$

Аналогично можно построить векторную диаграмму вторичных волн от всех левых субзон Шустера. Получим левую ветвь спирали (рис. 161) с точкой фокуса F' . Вектор OF' численно равен результирующей амплитуде всех вторичных волн от левых зон Шустера

$$\bar{E}_{p_n} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + \dots$$

Амплитуда результирующей волны, приходящей в точку M от всего плоского фронта изображается вектором FF' , т.е.

$$\bar{E}_p = \bar{E}_{p_n} + \bar{E}_{p_n}$$

Полученная спираль векторной диаграммы (рис. 161) называется *спиралью Корню*. Интенсивность волны, приходящей в точку M от всего плоского фронта, равна

$$I_0 \sim E_p^2 = (FF')^2$$

Рассмотрим применение спирали Корню для анализа дифракционной картины от прямолинейного края непрозрачной плоскости (рис. 162). Пусть точка M на экране, где наблюдается дифракция, расположена на границе света и тени. Пусть точка наблюдения M_1 находится на экране вдали от точки M . Разбив волновой фронт на зоны Шустера, видно, что в точку M_1 приходят все вторичные волны от правых зон Шустера и от большого числа левых зон. Следовательно, амплитуда результирующей волны в точке M_1 примерно равна FF' (рис. 161), т.е. работает почти вся спираль Корню. Переместим точку наблюдения M_1 влево по экрану (рис. 162). Вместе с точкой M_1 будут перемещаться и все зоны Шустера. Справа количество зон будет оставаться бесконечно большим, а слева количество зон будет уменьшаться. Результирующий вектор амплитуды принимаемой волны FD' спирали Корню будет периодически изменяться по величине, так как точка D' будет скользить по спирали при перемещении точки M_1 к точке M экрана. Пусть точка M_1 переместится по экрану так, что слева останется три зоны Шустера, амплитуда результирующей волны будет равна вектору CF (рис. 161), когда слева останется две зоны, амплитуда будет равна $B'F$ (рис. 161). Таким образом, приближая точку наблюдения M_1 к точке M экрана амплитуда результирующей волны изменяется периодически, причём размах изменения увеличивается (рис. 163). Когда же точка наблюдения M_1 будет расположена в точке M экрана, т.е. на границе света и тени, то амплитуда результирующей волны будет равна OF , $OF = \frac{1}{2}FF' = \frac{1}{2}E_p$

(рис. 163). Интенсивность принимаемой волны будет равна: $I = \frac{1}{4}I_0$, т.е. она определяется только правой частью спирали Корню.

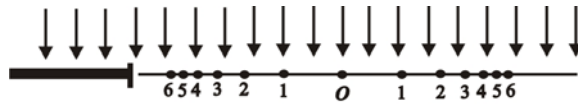


Рис. 162

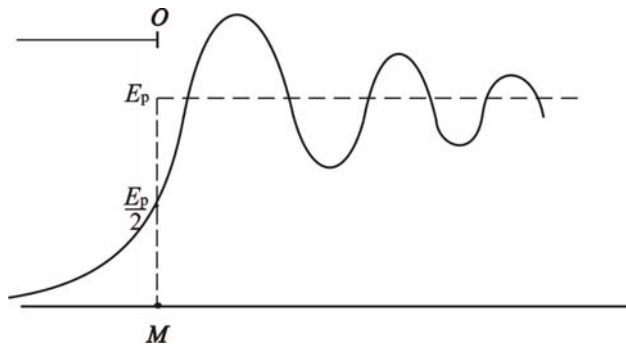


Рис. 163

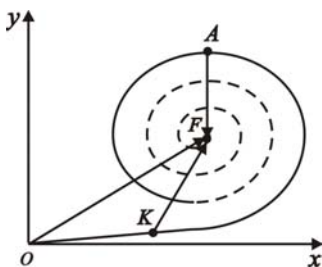


Рис. 164

При малом перемещении точки наблюдения M_1 в область геометрической тени вторичные волны не будут приходить от части правой первой зоны Шустера и амплитуда результирующей волны будет изображаться вектором KF (рис. 164). Пусть теперь точка наблюдения M_1 переместится влево от центра, т.е. от точки M экрана так, что от первой правой зоны Шустера волны приходить не будут. Амплитуда результирующей волны будет изображаться вектором AF , т.е. амплитуда будет убывать $AF < OF$ (рис. 164). При дальнейшем устремлении точки наблюдения M_1 влево, количество зон Шустера будет уменьшаться, а амплитуда результирующего колебания будет стремиться к нулю. Теоретическое распределение интенсивности при дифракции волн от прямолинейного края непрозрачного экрана показана на рис. 165. На рисунке 166 приведена реальная дифракционная картина, которая имеет вид светлых и тёмных полос. Здесь же приводится экспериментальное распределение интенсивности при дифракции на крае непрозрачного экрана.

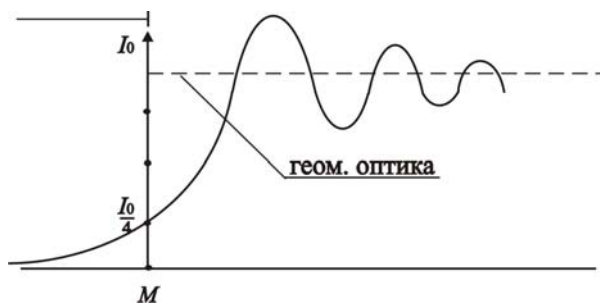


Рис. 165

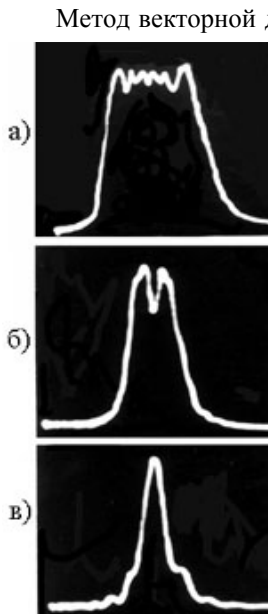


Рис. 167

Метод векторной диаграммы (спирали Корню) можно применить к анализу дифракции на прямолинейной щели, когда в ней укладывается достаточно большое число зон Шустера (рис. 167, а). Если размеры щели уменьшать, то дифракционная картина существенно изменится. Когда в щели будут укладываться две первых и две вторых зон Шустера, то в центре дифракционной картины (рис. 167, б) будет минимум дифракции, так как вторичные волны от зон Шустера приходят в центр экрана с разностью фаз π . Когда в щели будет укладываться только две первых зон Шустера, то в центре дифракционной картины наблюдается максимум (рис. 167, в).

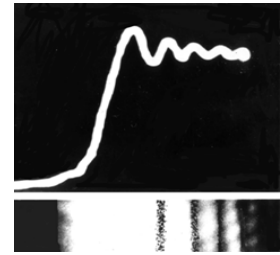


Рис. 166

3.10. ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ЩЕЛИ И УПРАВЛЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ КАРТИНОЙ

Принято различать два типа дифракции. Если источник света и точка наблюдения расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку наблюдения, образуют практически параллельные пучки света, то принято говорить о *дифракции Фраунгофера*. В противном случае имеет место дифракция Френеля. Пусть ширина щели составляет малую часть первой зоны Шустера. В этом случае волновой параметр

$$P = \frac{\sqrt{r\lambda}}{D} \gg 1.$$

При практическом осуществлении дифракции Фраунгофера источник света S помещается в фокусе линзы L_1 . Параллельный пучок света падает на щель шириной " b ". Дифракционная картина наблюдается на экране, расположенном в фокальной плоскости другой линзы L_2 (рис. 168). В силу таутохронности волн, собираемых линзой L_2 , она не изменяет фазовых соотношений вторичных волн, приходящих в точку наблюдения. Разобьём открытую часть волновой поверхности в щели на элементарные полосовые участки dx (рис. 169). Каждый участок dx посылает вторичные волны dE в направлении, определяемом углом φ . Амплитуды вторичных волн пропорциональны площади элементарных участков, т.е. $dE \sim dx$. Учитывая, что амплитуда колебаний E_0 пропорциональна ширине щели b , то можно получить

$$dE = \frac{E_0 dx}{b}. \quad (3.10.1)$$

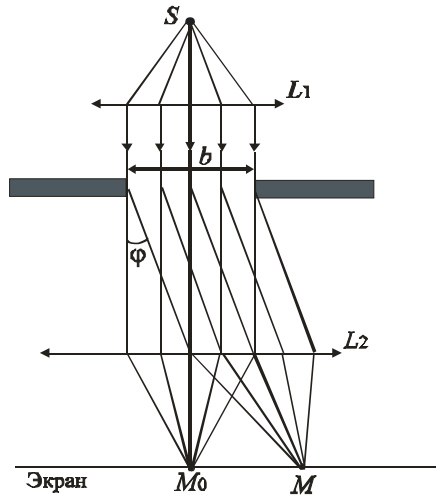


Рис. 168

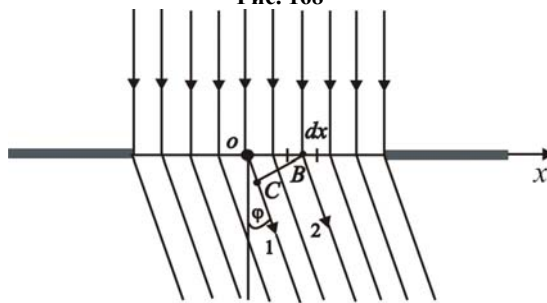


Рис. 169

Световое поле в области экрана найдётся по принципу Гюйгенса–Френеля как результат интерференции когерентных вторичных волн, исходящих от различных элементарных участков волнового фронта на щели. Однако для нахождения результирующей амплитуды волн в точке наблюдения, надо учесть фазовые соотношения вторичных волн. Между волнами, идущими от точки O центра щели и участком dx , имеется оптическая разность хода

$$\Delta = OC = OB \sin \varphi = x \sin \varphi, \quad (3.10.2)$$

где $OB = x$ – координата участка dx .

Начало координат совпадает с центром щели. Разность фаз δ между волнами 1 и 2 равна

$$\delta = -k\Delta = -kx \sin \varphi, \quad (3.10.3)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Таким образом, в комплексной форме амплитуду вторичных волн, идущих от dx , можно записать так:

$$dE = \frac{E_0 dx}{b} e^{i(\omega t - \delta)} = \frac{E_0}{b} e^{-i\delta} e^{i\omega t} dx. \quad (3.10.4)$$

Нас интересуют не колебания, а лишь амплитуда, поэтому множитель $e^{i\omega t}$ можно не учитывать. С учётом формулы (3.10.3) получим

$$dE = \frac{E_0}{b} e^{ikx \sin \varphi} dx. \quad (3.10.5)$$

Амплитуда результирующей волны в бесконечности, создаваемая всей щелью, представляется интегралом

$$E = \frac{E_0}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{ikx \sin \varphi} dx. \quad (3.10.6)$$

Вычислим интеграл

$$E = \frac{E_0}{b} \frac{1}{ik \sin \varphi} e^{ikx \sin \varphi} \Big|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}},$$

$$E = \frac{E_0}{b} \frac{1}{ik \sin \varphi} \left\{ e^{i \frac{kb}{2} \sin \varphi} - e^{-i \frac{kb}{2} \sin \varphi} \right\}.$$

Так как $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $e^{i \frac{kb}{2} \sin \varphi} - e^{-i \frac{kb}{2} \sin \varphi} = 2i \sin \left(\frac{kb}{2} \sin \varphi \right)$, найдём

$$E = E_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)} = E_0 \frac{\sin U}{U}, \quad (3.10.7)$$

где

$$U = \frac{kb}{2} \sin \varphi = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi. \quad (3.10.8)$$

Интенсивность в дифракционной картине даётся выражением, записанным в краткой форме:

$$I = I_0 \left(\frac{\sin U}{U} \right)^2. \quad (3.10.9)$$

Дадим анализ полученного результата.

1. Пусть точка наблюдения M находится против центра щели, и следовательно, угол $\varphi = 0$. Согласно формуле (3.10.8), получим

$$U = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = 0.$$

Согласно формуле (3.10.7), амплитуда в центре дифракционной картины равна $E = E_0$, так как $\lim_{U \rightarrow 0} \frac{\sin U}{U} = 1$. Векторная диаграмма всех вторичных волн, приходящих в точку наблюдения M в центре дифракционной картины, представляет собой прямую линию. Интенсивность центрального максимума равна $I_0 = E_0^2$:

2. Пусть угол дифракции φ таков, что

$$U = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = m\pi, \quad (3.10.10)$$

где $m = 1; 2; 3; \dots$, тогда $\sin U = \sin(m\pi) = 0$. Согласно формуле (3.10.7) амплитуда результирующей волны в точке наблюдения равна $E = 0$.

Следовательно, в указанных точках существуют минимумы дифракции с интенсивностью $I = 0$. В данном случае векторная диаграмма вторичных волн в точке наблюдения вырождается в замкнутую окружность. Первому минимуму соответствует векторная диаграмма вторичных волн в виде замкнутой окружности, длина которой равна $E_0 = \sqrt{I_0}$. Второму минимуму соответствует векторная диаграмма, состоящая из двух замкнутых окружностей, имеющих общую длину $E_0 = \sqrt{I_0}$ и так далее.

Из формулы (3.10.10) получим условие минимумов дифракции:

$$b \sin \varphi = m\lambda. \quad (3.10.11)$$

На рисунке 170 дано теоретическое распределение интенсивности при дифракции на щели. На этом рисунке схематически изображены и векторные диаграммы. Боковые максимумы дифракции наблюдаются в точках, для которых векторная диаграмма вырождается в нечётное число полуокружностей с общей длиной $E_0 = \sqrt{I_0}$. Так, для первого дифракционного максимума число полуокружностей равно трём, для второго – пяти и так далее. На основе векторных диаграмм нетрудно найти интенсивности боковых максимумов. Интенсивность первого бокового максимума $I_1 = \left(\frac{2E_0}{3\pi} \right)^2 = \frac{4I_0}{9\pi^2} = 0,045I_0$, аналогично: $I_2 = 0,017I_0$, $I_3 = 0,008I_0$ и так далее.

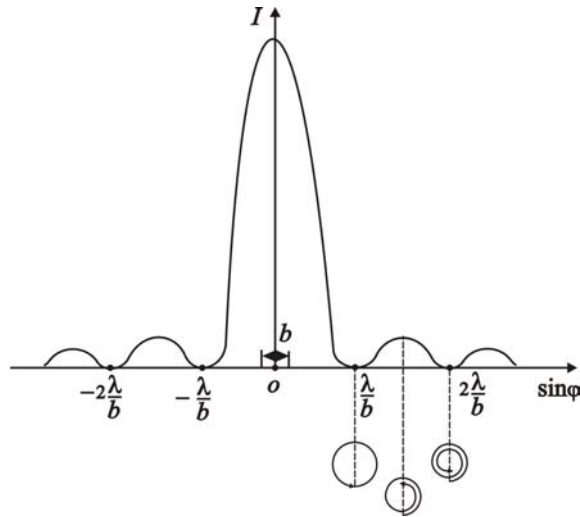


Рис. 170

Тот факт, что векторные диаграммы вторичных волн представляют собой замкнутые или незамкнутые окружности объясняется следующим образом. Если разбить волновую поверхность щели на равные участки Δx_K , то амплитуды \bar{E}_K вторичных волн будут одинаковы, так как одинаковы для них будут углы φ между нормалью к волновой поверхности и направлением в точку наблюдения. Разность фаз δ между вторичными волнами от любых двух соседних участков будет также одинакова: $\delta = k \Delta x \sin \varphi$. Если фазу вторичной волны, идущей от крайнего участка Δx_K , положить равной нулю, то фазы вторичных волн от последующих участков образуют арифметическую прогрессию: $0; \delta; 2\delta; 3\delta; \dots$. Это приводит к тому, что равные по величине звенья \bar{E}_K векторной диаграммы поворачиваются в одну сторону друг относительно друга на равные углы δ . Следовательно, звенья векторной диаграммы могут быть вписаны в дугу окружности.

Для наблюдения дифракции Фраунгофера в квазиоптическом приближении ($\lambda = 3,2$ см) необходимо взять щель шириной 10...12 см. Приёмная антенна закрепляется на рейке и располагается от щели на расстоянии не меньше одного метра. При сканировании волнового фронта приёмная антенна вместе с рейкой перемещается как, что она описывает окружность с центром на щели. Для наблюдения дифракционной картины в полярных координатах сигнал, принимаемый антенной, после усиления подаётся на отклоняющие катушки индикатора круговой развёртки (§ 1.7). Перемещение приёмной антенны и вращение отклоняющих катушек осуществляется электродвигателями. На рисунке 171 показана полярная диаграмма дифракционного поля, наблюдаемая на экране индикатора круговой развёртки. Кроме большой интенсивности центрального максимума, наблюдаются боковые максимумы, но их интенсивность мала, что подтверждает вышеприведённые расчёты.



Рис. 171

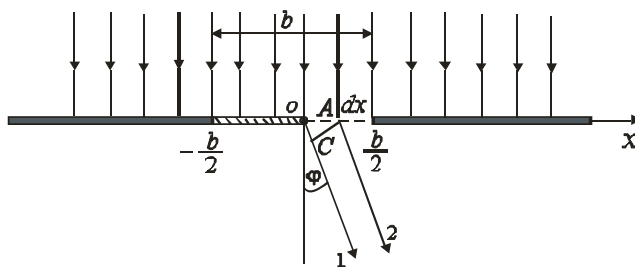


Рис. 172

Рассмотрим возможность *управления дифракцией* света на щели с помощью диэлектрических прозрачных пластинок. Пусть на щель (рис. 172) шириной b падает параллельный пучок волн. Ось OX лежит в плоскости щели, перпендикулярно к её образующим, а начало координат O совмещено с центром щели. Перекроем левую половину щели диэлектрической пластинкой, которая имеет геометрическую ширину d , а её показатель преломления равен n .

Пластинка изменяет фазу вторичных волн по сравнению с волнами, идущими от открытой правой части щели, на величину

$$\delta_0 = \kappa d (n-1) = \frac{2\pi}{\lambda} d (n-1). \quad (3.10.12)$$

Разобьём волновую поверхность в области щели на элементарные полоски шириной dx . Между вторичными волнами 1 и 2 имеется геометрическая разность хода

$$\Delta = OC = OA \sin \varphi = x \sin \varphi, \quad (3.10.13)$$

или разность фаз

$$\delta = -\kappa \Delta = -\kappa x \sin \varphi. \quad (3.10.14)$$

Комплексная амплитуда вторичной волны, идущей от элементарного участка dx , равна

$$dE_1 = \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t - \delta)} dx = \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t + \kappa x \sin \varphi)} dx, \quad (3.10.15)$$

где E_0 – напряженность поля волны в области щели.

Аналогично, амплитуда вторичной волны, идущей от элементарного участка dx , расположенного в левой части щели, где расположена тонкая диэлектрическая пластина, равна

$$dE_2 = \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t - \delta - \delta_0)} dx = \frac{E_0}{b} e^{i(\omega t + \kappa x \sin \varphi - \delta_0)} dx. \quad (3.10.16)$$

Амплитуда результирующей волны, приходящей от всей щели в точку наблюдения под углом φ , согласно принципа Гюйгенса–Френеля может быть найдена интегрированием выражений (3.10.15) и (3.10.16). Учитывая, что нас интересует амплитуда волны, а не колебания поля, член $e^{i\omega t}$ можно опустить; при этом множитель $e^{-i\delta_0}$ имеет постоянное значение и может быть вынесен из-под знака интеграла:

$$E = \frac{E_0}{b} \int_0^{\frac{b}{2}} e^{i\kappa x \sin \varphi} dx + e^{-i\delta_0} \frac{E_0}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^0 e^{i\kappa x \sin \varphi} dx, \quad (3.10.17)$$

Интегрирование даёт

$$E = \frac{E_0}{i\kappa b \sin \varphi} \left(e^{i\kappa \frac{b}{2} \sin \varphi} - 1 + e^{-i\delta_0} - e^{-i\delta_0} e^{-i\kappa \frac{b}{2} \sin \varphi} \right).$$

Учитывая формулу (3.10.8), получим

$$E = E_0 \left[\frac{e^{iU} - 1 + e^{-i\delta_0} (1 - e^{-iU})}{2iU} \right]. \quad (3.10.18)$$

Распределение интенсивности дифракционного фронта в общем случае описывается выражением

$$I = I_0 \left[\frac{e^{iU} - 1 + e^{-i\delta_0} (1 - e^{-iU})}{2iU} \right]^2. \quad (3.10.19)$$

В частном случае, когда половина площади щели перекрывается полуволновой пластинкой, геометрическая толщина d которой удовлетворяет условию

$$d(n-1) = \frac{\lambda}{2},$$

дополнительная разность фаз, вносимая пластинкой, равна $\delta_0 = \pi$. Учитывая, что $e^{-i\delta_0} = e^{-i\pi} = -1$, выражение (3.10.19) принимает вид

$$I = I_0 \left[\frac{e^{iU} + e^{-iU} - 2}{2iU} \right]^2. \quad (3.10.20)$$

Воспользовавшись формулой Эйлера, окончательно получим

$$I = I_0 \left[\frac{1 - \cos U}{U} \right]^2, \quad (3.10.21)$$

или согласно формулы (3.10.8) имеем

$$I = I_0 \left[\frac{1 - \cos \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right]^2. \quad (3.10.22)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ образуются минимумы дифракции: $I = 0$.

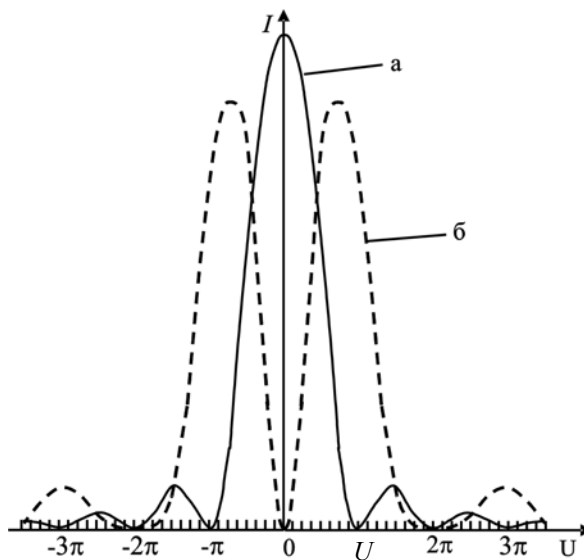


Рис. 173

Исследуем полученную функцию (3.10.21). При

$$U = 2m\pi, \quad (3.10.23)$$

Из формулы (3.10.23) на основании выражения (3.10.8) получим условие минимумов дифракции

$$b \sin \varphi = 2m\lambda. \quad (3.10.24)$$

На рисунке 173, *а*, *б* показаны сплошной линией и пунктирной соответственно теоретические графики функций (3.10.9) и (3.10.21) при $I_0 = 1$.

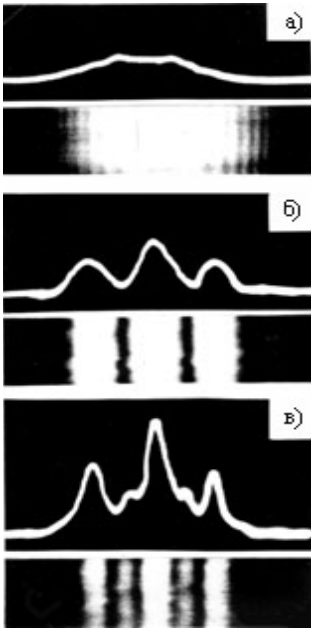


Рис. 174

Полученные результаты подтверждаются экспериментом в диапазоне СВЧ. Ширина щели выбирается равной $b = 12$ см. Приёмник от щели находится на расстоянии не менее одного метра. Для управления дифракционной картиной используется полуволновая металлочленточная пластинка (рис. 74), с помощью которой имеется возможность перекрыть половину волнового фронта в области щели.

3.11. ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА НА ТРЁХ ЩЕЛЯХ. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЁТКА

Дифракция на трёх щелях принципиально отличается от дифракции, наблюдаемой, например, в опыте Т. Юнга, где свет проходит две щели. На рисунке 174, а, б, в соответственно показаны дифракционные картины, наблюдаемые в лазерном излучении на одной (центральный максимум), двух и трёх щелях. В качестве объектов дифракции использовались контрастные негативы, полученные при фотосъёмке чёрных линий шириной 1,5 мм при расстоянии между ними 2,5 мм. Двадцатикратное уменьшение при съёмке позволяет получить на фотоплёнке контрастные щели шириной $b = 0,07$ мм при расстоянии между ними $d = 0,125$ мм. При дифракции на трёх и более щелей наблюдаются как главные, так и побочные максимумы меньшей интенсивности. Дадим качественное объяснение этому явлению, используя метод векторных диаграмм.

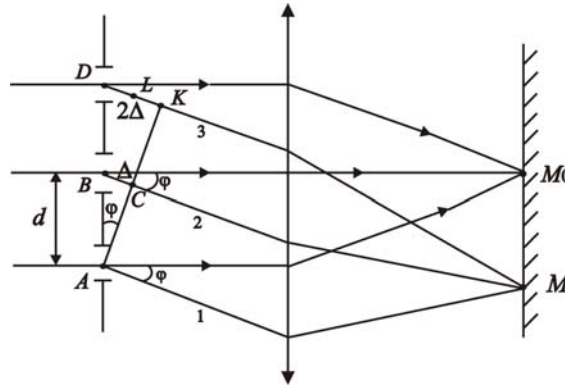


Рис. 175

Пусть параллельный пучок света падает нормально на три щели (рис. 175). Дифракционная картина наблюдается по методу Фраунгофера в фокальной плоскости собирающей линзы. При большом значении волнового параметра $P \gg 1$ дифракционная картина, даваемая одной щелью, описывается выражением (3.10.7):

$$E_{m0}(\varphi) = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi}. \quad (3.11.1)$$

Если бы колебания вторичных волн, приходящих от щелей в какую-либо точку экрана, имели произвольные фазы, т.е. были бы некогерентными, то результирующая картина при дифракции от трёх щелей ($N = 3$) отличалась бы от картины, создаваемой одной щелью, лишь тем, что интенсивность возросла бы в N раз, т.е. в три раза.

Однако между колебаниями вторичных волн, приходящих от трёх щелей имеется определённое соотношение фаз, т.е. они когерентны. Будем считать, что фазы волн в области щелей одинаковы и равны нулю. Легко видеть, что в центр экрана M_0 вторичные волны приходят в одинаковой фазе $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3$, и, следовательно, в центре дифракционной картины будет максимум, т.е. амплитуда результирующего колебания равна $E_m = 3E_{m0}$. Векторная диаграмма этого колебания на рис. 92, а изображается в виде прямой линии (главный максимум). В некоторую точку M экрана приходят три волны под углом φ . Между второй и первой волнами имеется разность хода

$$\Delta = BC = d \sin \varphi. \quad (3.11.2)$$

Между третьей и второй вторичными волнами также имеется разность хода $\Delta = DL = d \sin \varphi$. Между третьей и первой волнами разность хода равна $2\Delta = DK = 2d \sin \varphi$. Если предположить, что фаза первой волны

равна нулю $\delta_1 = 0$; то фазы волн 2 и 3, с которыми они приходят в точку M , соответственно равны: $\delta_2 = k\Delta$ и $\delta_3 = 2k\Delta$. Другими словами, фазы вторичных волн образуют арифметическую прогрессию: $0, k\Delta, 2k\Delta$ или $0, \delta, 2\delta$, где

$$\delta = k\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi. \quad (3.11.3)$$

Чем дальше точка M находится от центра экрана, тем больше величина разности фаз δ между соседними вторичными волнами. Если фазы вторичных волн равны: $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 60^\circ$; $\delta_3 = 120^\circ$, то амплитуда результирующего колебания равна: $E_m = E_{m0}(1 + 2 \cos 60^\circ) = 2E_{m0}$ (рис. 92, б). Если фазы вторичных волн для некоторой точки M экрана соответственно равны: $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 120^\circ$, $\delta_3 = 240^\circ$, то векторная диаграмма превращается в замкнутый треугольник (рис. 92, в) и амплитуда результирующей волны равна нулю: $E_m = 0$. Если вторичные волны приходят в точку наблюдения с фазами: $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 180^\circ$; $\delta_3 = 360^\circ$ (рис. 92, з), то амплитуда результирующей волны равна $E_m = E_{m0} < 3E_{m0}$ (побочный максимум). Очевидно, что при $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 240^\circ$; $\delta_3 = 480^\circ$ амплитуда результирующего колебания будет равна нулю $E_m = 0$, а при $\delta_1 = 0$; $\delta_2 = 360^\circ$; $\delta_3 = 720^\circ$ колебания снова будут совпадать по фазе, и амплитуда результирующего колебания будет иметь максимальное значение: $E_m = 3E_{m0}$ (главный максимум).

На рисунке 93 сплошной линией показана зависимость амплитуды E_m результирующей волны при дифракции на трёх щелях от разности фаз δ между соседними вторичными волнами, причём фазы вторичных волн образуют арифметическую прогрессию. Учитывая, что разность фаз δ пропорциональна углу φ дифракции (3.11.3), можно говорить, что при дифракции на трёх щелях между главными максимумами образуется один побочный максимум и два минимума. При этом мы приближённо считали, что амплитуды вторичных волн E_{m0} не зависят от угла дифракции. Пользуясь методом векторных диаграмм, нетрудно показать, что при дифракции на четырёх щелях (рис. 94) между главными максимумами образуется два побочных максимума и три минимума. Увеличение числа щелей ведёт к увеличению амплитуды главных максимумов и уменьшению их полуширины.

Дифракционной решёткой называется совокупность большого числа одинаковых щелей, отстоящих друг от друга на одном и том же расстоянии. Первые дифракционные решётки для света были созданы Фраунгофером в начале XIX века. Они представляли собой множество параллельно натянутых проволок, просветы между которыми и служили правильной системой щелей. Позднее Фраунгофер наносил с помощью делительной машины и алмазного резца штрихи на стеклянных пластинах. Количество штрихов в решётке может быть до сотни тысяч. На стеклянных решётках дифракцию можно наблюдать как в проходящем, так и отражённом свете, на металлических – только в отражённом свете. Пусть каждая щель имеет ширину b , ширина непрозрачных промежутков равна a . Расстояние между центрами соседних щелей d называется *периодом* или *постоянной решётки*. Легко видеть, что $d = a + b$. Величина $n = \frac{1}{d}$ определяет число щелей, приходящихся на единицу длины решётки.

Для наблюдения дифракции света решётка облучается параллельным пучком света. За решеткой располагается собирающая линза, в фокальной плоскости которой располагается экран. Каждая из щелей в отдельности даёт на экране дифракционную картину, описываемую выражением (3.11.1). Если бы щели располагались хаотично, то вторичные волны, приходящие от щелей в точку наблюдения, имели бы произвольную фазу, т.е. вторичные волны были бы некогерентными. В этом случае результирующая дифракционная картина от N щелей отличалась бы от картины, создаваемой одной щелью лишь тем, что интенсивность возросла бы в N раз (§ 3.14). Однако между вторичными волнами имеется строго определённое соотношение фаз, так как решётка строго периодична. Но прежде, чем находить фазовые соотношения вторичных волн, укажем на следующие обстоятельства. Во-первых, каждая щель в центре дифракционной картины даёт максимум, а, следовательно, и все щели в центре также дадут максимум интенсивности, который называется центральным. Во-вторых, для точек экрана, для которых справедливо условие

$$b \sin \varphi = n\lambda, \quad (3.11.4)$$

где n – целые числа, каждая щель даёт минимум, а, следовательно, и все щели дадут минимум дифракции, т.е. условие минимумов для одной щели будет давать минимум и для всей решётки. Так, например, в центре дифракционной картины всегда будет светлая полоса.

Как и в случае трёх щелей, разность хода между соседними вторичными волнами, приходящими в точку M наблюдения равна (3.11.2), а разность фаз определяется выражением (3.11.3). Фазы вторичных волн для дифракционной решетки образуют арифметическую прогрессию $0, \delta, 2\delta, 3\delta, \dots$, где δ – разность фаз между вторичными волнами от двух любых соседних щелей.

Результирующее колебание (§ 2.8) при многолучевой интерференции вторичных волн будет представлена суммой

$$E = E_{m0} \cos(\omega t - 0) + E_{m0} \cos(\omega t - \delta) + \dots + E_{m0} \cos(\omega t - 2\delta) + \dots + E_{m0} \{\omega t - (N-1)\delta\}, \quad (3.11.5)$$

где E_{m0} – амплитуда вторичной волны, идущей от одной щели.

Согласно теории многолучевой интерференции (§ 2.8) амплитуда результирующей волны определяется выражением (2.8.3), или

$$E = E_{m0} \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}. \quad (3.11.6)$$

Учитывая выражение (3.11.3), получим

$$E = E_{m0} \frac{\sin\left(\frac{\pi Nd}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}. \quad (3.11.7)$$

При этом мы считали, что амплитуды вторичных волн E_{m0} одинаковы во всех направлениях. Мы знаем, что, согласно этой формуле, в дифракционной картине при многолучевой интерференции будут как главные, так и побочные максимумы. Между главными максимумами располагается $(N-2)$ побочных максимумов и $(N-1)$ минимумов.

1. Пусть точка наблюдения M такова, что при некотором значении δ , векторная диаграмма превратилась в замкнутый многоугольник. Тогда из векторной диаграммы (рис. 95) следует, что

$$N\delta = 2\pi k, \quad (3.11.8)$$

т.е. k – целые числа, за исключением кратных N . Тогда из векторной диаграммы и из формулы (3.11.6) следует, что амплитуда результирующего колебания при многолучевой интерференции равна нулю

$$E = 0. \quad (3.11.9)$$

Выражение (3.11.8) определяет условие минимумов при многолучевой интерференции. Из (3.11.8) имеем

$$N \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi = 2\pi k,$$

получим

$$d \sin \varphi = \frac{k}{N} \lambda. \quad (3.11.10)$$

Между этими минимумами располагаются побочные максимумы.

2. Допустим, что точка наблюдения M такова, что при некотором значении δ , векторная диаграмма превратится в прямую линию, это будет при

$$\delta = 2m\pi, \quad (3.11.11)$$

где m – целые числа.

Амплитуда результирующего колебания в точке M будет иметь максимальное значение, т.е. образуются главные максимумы:

$$E = NE_{m0}. \quad (3.11.12)$$

Этот очевидный результат можно получить из формулы (3.11.6)

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} = \pm \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{N \cos \frac{N\delta}{2}}{\cos \frac{\delta}{2}} = \pm N.$$

Интенсивность главных максимумов будет равна

$$I = N^2 E_{m0}^2 = N^2 I_1, \quad (3.11.13)$$

т.е. интенсивность главных максимумов в N^2 раз больше интенсивности волны, идущей от одной щели.

Сформулируем по другому условие (3.11.11) для главных максимумов дифракции

$$\frac{2\pi}{\lambda}d \sin \varphi = 2m\pi \quad \text{или} \quad d \sin \varphi = m\lambda . \quad (3.11.14)$$

В направлениях, определяемых этим условием, наблюдаются главные максимумы, интенсивность которых в N^2 раз превосходит интенсивность волны от одной щели в том же направлении. Условие (3.11.14) определяет направления, в которых излучение от всех щелей решётки приходит в точку наблюдения в одинаковых фазах, а потому и усиливают друг друга. Условие (3.11.14) можно сформулировать так: *главные максимумы образуются тогда, когда разность хода от двух любых соседних щелей до точки наблюдения равна целому числу длин волн.*

Учтём в формулах (3.11.6) и (3.11.7) зависимость амплитуды E_{m0} вторичных волн от угла φ дифракции (3.11.1). Окончательно получим

$$E_p = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \frac{\sin\left(\frac{\pi Nd}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi} . \quad (3.11.15)$$

Для интенсивности света при дифракции на решётке имеем

$$I_p = E_0^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right]^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi Nd}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \right]^2 . \quad (3.11.16)$$

На рисунке 176, *а* дан результат многолучевой интерференции при $N = 4$, если не учитывать дифракцию на каждой щели и считать, что во всех направлениях амплитуды вторичных волн идущих от щелей одинаковы. На рисунке 176, *б* приведена дифракция на одной щели, которая приводит к тому, что амплитуды вторичных волн, идущих

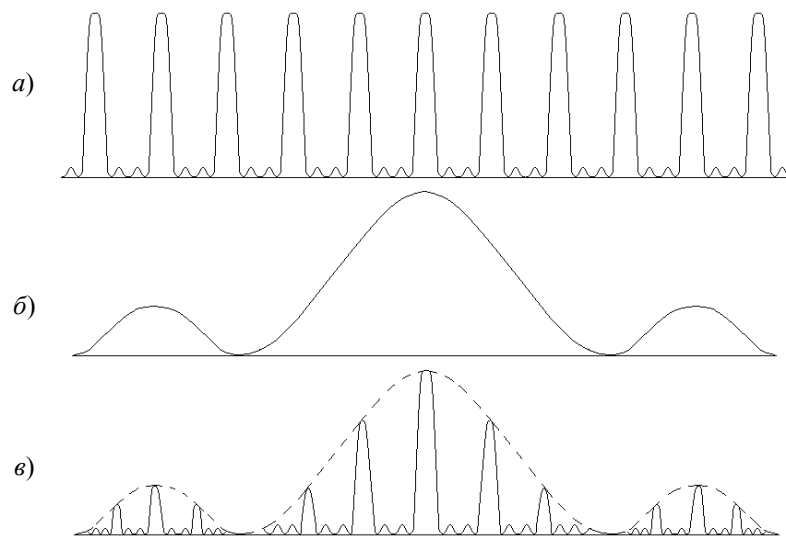


Рис. 176

от щелей в разных направлениях, различны. Результат дифракции на четырёх щелях представлен на рис. 176, *в*. При этом наиболее интенсивные главные максимумы находятся в области центрального максимума дифракции на одной щели.

Интенсивность главного максимума и ближайших к нему побочных максимумов находятся в отношении: $1 : 0,045 : 0,016 : 0,0083 : \dots$. Побочные максимумы очень слабые по сравнению с главными. При большом числе N щелей они не играют роли. Побочные максимумы создают более или менее равномерный слабый фон, на нём выступают узкие и резкие главные максимумы.

Красивую дифракционную картину можно получить, направив на решётку узкий пучок света от лазера. При дифракции пучок расщепляется на множество пучков – вееров, т.е. в монохроматическом свете дифракционная картина представляет собой вид очень узких полос, разделённых практически совершенно чёрными и широкими промежутками. При освещении решётки белым светом в центре ($\varphi = 0$) возникает белая полоса, так как при $\varphi = 0$ условие $\sin \varphi = \frac{m\lambda}{d}$, выполняется при любых λ и $m = 0$. Справа и слева от центральной белой по-

лосы возникают сплошные спектры различных порядков. Согласно формуле (3.11.14), чем больше λ , тем боль-

ше φ . В каждом из спектров максимум для фиолетовых волн располагается ближе к центральной полосе, максимум для красных волн – дальше от центральной полосы.

Рассмотрим наклонное падение волн на решётку (рис. 177). Найдём разность хода между соседними волнами при дифракции под углом φ :

$$\Delta = AD - CB = d \sin \varphi - d \sin \varphi_0 = d(\sin \varphi - \sin \varphi_0).$$

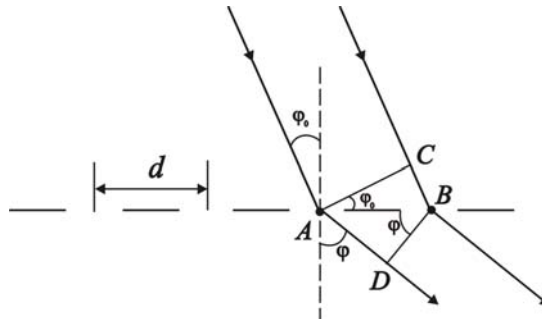


Рис. 177

Характер дифракционной картины сохраняется. Положение главных максимумов

$$d(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = m\lambda. \quad (3.11.17)$$

Зная d , φ , φ_0 и m – можно вычислить λ , т.е. измерить длину волны света.

Преобразуя выражение (3.11.17), получим

$$d 2 \cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2} \sin \frac{\varphi - \varphi_0}{2} = m\lambda.$$

Если решётка грубая, т.е. период её d значительно больше λ , то углы дифракции малы и угол φ мало отличается от φ_0 . В этом случае можно положить

$$\frac{\varphi + \varphi_0}{2} \approx \varphi_0; \quad \sin \frac{\varphi - \varphi_0}{2} \approx \frac{\varphi - \varphi_0}{2},$$

поэтому получаем

$$d \cos \varphi_0 [\varphi - \varphi_0] = m\lambda.$$

Сравним эту формулу с формулой для нормального падения волн на решётку: $d \sin \varphi = m\lambda$. Это сравнение показывает, что угол между направлениями на нулевой максимум и на ненулевые максимумы $[\varphi - \varphi_0]$ вычисляются так же, как если бы падение было нормальным, но решётка имела бы уменьшенный период, а именно $d \cos \varphi_0$. Если угол падения света на решётку $\varphi_0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$, то мы имеем значительное уменьшение периода. Следовательно, если на грубую решётку направить свет под углом падения, близким к 90° , то можно наблюдать отчётливую дифракционную картину. Так, например, направляя луч лазера на гравированную металлическую миллиметровую линейку при очень косом падении света на неё, можно наблюдать дифракцию для видимого света.

Данное положение нашло применение при исследовании дифракции рентгеновского излучения. Так как длины волн рентгеновских лучей в тысячи раз меньше, чем длина волны видимого света, то решётки для видимого света являются очень грубыми для рентгеновских лучей. Однако, используя косое падение рентгеновского излучения, удалось наблюдать дифракцию рентгеновского излучения на грубых решётках ($d \approx 0,02$ мм). Наблюдая косое падение рентгеновских лучей на поверхность монокристаллов, позволило с большой точностью измерить длины волн рентгеновского характеристического излучения.

Важными характеристиками дифракционной решётки как спектрального аппарата является угловая дисперсия и разрешающая способность. Угловой дисперсией называется производная $\frac{d\varphi}{d\lambda}$, т.е. чем больше угловая дисперсия, тем больше расстояние в спектре между двумя спектральными линиями с фиксированными длинами волн λ и $\lambda + d\lambda$. Чтобы найти угловую дисперсию решётки, продифференцируем выражение (3.11.17):

$$d_0(\sin \varphi - \sin \varphi_0) = m\lambda, \quad (3.11.18)$$

$$d_0 \cos \varphi d\varphi = m d\lambda,$$

откуда получим

$$\frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d_0 \cos \varphi} . \quad (3.11.19)$$

На основании формулы (3.11.18) найдём

$$d_0 = \frac{m\lambda}{\sin \varphi - \sin \varphi_0} . \quad (3.11.20)$$

Подставляя это выражение в (3.11.19), получим

$$\frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{\sin \varphi - \sin \varphi_0}{\lambda \cos \varphi} . \quad (3.11.21)$$

Следовательно, угловая дисперсия не зависит от параметров решетки, а определяется длиной волны и углами φ и φ_0 . При увеличении угла φ угловая дисперсия увеличивается, а множитель в знаменателе $\cos \varphi$ объясняет выгоду скользкого падения света.

Разрешающая способность. Большая дисперсия ещё не означает, что две спектральные линии с близкими длинами волн λ и $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$ разрешаются спектральным аппаратом, т.е. при их наблюдении воспринимаются как разделённые спектральные линии. Каждая спектральная линия, какая бы узкая она не была, изображается решёткой не в виде тонкой линии, а в виде более или менее различной дифракционной картины с максимумами и минимумами интенсивности. Дисперсия определяет расстояние, на которое спектральный аппарат разводит центры дифракционных картин, возникающих от двух спектральных линий с различными длинами волн. Если сами картины размыты и имеют значительную ширину, то далее при сравнительно большом разведении их результирующая картина, возникающая от их наложения, неотличима от дифракционной картины, возникающей от одиночной спектральной линии. Чем уже дифракционные картины от двух близких длин волн, тем на меньшее расстояние требуется развести их центры, чтобы разрешить эти спектральные линии.

Для дифракционной решётки разрешающая способность определяется так же, как и в случае интерференции Фабри-Перо. Однако в качестве условия разрешения линий принимается условие Рэлея: линии считаются разрешёнными, если максимум интенсивности одной линии попадает на минимум другой спектральной линии. Найдём разрешающую способность для дифракционной решётки.

Мы знаем, что минимумы дифракции в решётке даются выражением

$$d \sin \varphi = \frac{n}{N} \lambda , \quad (3.11.22)$$

где N – общее число щелей в решётки, причём $n = 1, 2, 3, \dots$, но $n \neq N, 2N, 3N, \dots$, т.е. $n \neq mN$.

Если

$$n = mN, \quad (3.11.23)$$

то это будет условие максимумов и согласно формуле (3.11.22) получим

$$d \sin \varphi = \frac{mN}{N} \lambda = m\lambda . \quad (3.11.24)$$

Пусть это условие максимума будет для волны $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$, т.е.

$$d \sin \varphi_{\max} = m\lambda' = m(\lambda + \Delta\lambda) . \quad (3.11.25)$$

Согласно формуле (3.11.23) соседний минимум будет при $n = mN + 1$, пусть этот минимум будет для длины волны λ . Согласно формуле (3.11.22) получим

$$d \sin \varphi_{\min} = (mN + 1) \frac{\lambda}{N} . \quad (3.11.26)$$

Пусть минимум длины волны λ совпадает с максимумами длин волн $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$, приравняв правые части последних двух выражений, получим

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (mN + 1) \frac{\lambda}{N} ,$$

или

$$m\Delta\lambda = \frac{\lambda}{N} ,$$

откуда получим для разрешающей способности выражение

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN .$$

Для повышения разрешающей способности можно либо увеличивать число штрихов N в решётке, либо повышать порядок дифракции.

3.12. ФАЗОВЫЕ ДИФРАКЦИОННЫЕ РЕШЁТКИ

Рассмотренные нами дифракционные решётки вносят периодическое изменение в амплитуду волны, падающей на неё. Решётка один участок фронта пропускает, другой – нет. За решёткой амплитуда волны периодически меняется от E_0 до 0. Такие решётки называются *амплитудными*. Но можно изготовить такую решётку, которая не будет влиять на амплитуду волны, а будет влиять на её фазу. Решётка, которая вносит периодическое изменение в фазу волны, называется *фазовой*.

Представим себе абсолютно прозрачную пластинку, показатель преломления которой является периодической функцией $n = n(x)$ (рис. 178). Когда на пластинку падает плоская волна, то волны на выходе решётки вблизи её будут иметь одинаковую амплитуду, но фазы волн будут периодическими функциями x .

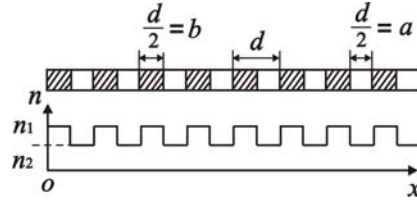


Рис. 178

Произведем расчёт дифракции Фраунгофера для фазовой решётки. Фазовую решётку можно рассматривать как две решётки. Первая даёт на экране дифракционную картину на щелях шириной $b = \frac{d}{2}$, т.е. колебания

$$E_1 = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)} \cos \omega t. \quad (3.12.1)$$

Вторая даёт дифракционную картину на щелях шириной $a = \frac{d}{2}$, т.е. колебания

$$E_2 = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)} \cos[\omega t + \delta + \alpha], \quad (3.12.2)$$

где δ – разность фаз волн, возникающая вследствие геометрической разности хода Δ между соседними волнами от n_1 и n_2 , которую легко рассчитать на основе рис. 179:

$$\delta = k\Delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{2} \sin \varphi = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi,$$

или

$$\delta = k \frac{d}{2} \sin \varphi. \quad (3.12.3)$$

Разность фаз α , возникающая вследствие различия оптических путей соседних волн в самой решётке,

$$\alpha = kh(n_1 - n_2), \quad (3.12.4)$$

где h – толщина пластинки с периодически изменяющимся показателем преломления. Тогда распределение результирующей амплитуды от фазовой решётки в дифракционном поле имеет вид

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)} [1 + \cos(\delta + \alpha)]. \quad (3.12.5)$$

При учёте многолучевой интерференции вторичных волн получим

$$E = E_0 \frac{\sin\left(\frac{N\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi\right)} \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)} [1 + \cos(\delta + \alpha)], \quad (3.12.6)$$

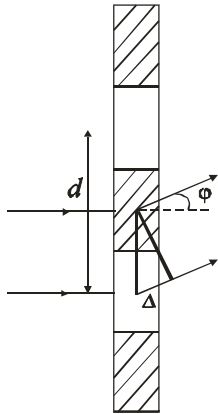


Рис. 179

где N – число элементов в решётке.

Отличие полученного результата от амплитудной решётки состоит в наличии в выражении (3.12.6) соотношения: $[1 + \cos(\delta + \alpha)]$, т.е.

$$\left[1 + \cos\left(\frac{kd}{2} \sin \varphi + \alpha\right) \right]. \quad (3.12.7)$$

Допустим, что оптическая разность хода такова, что разность фаз волн на выходе соседних участков с показателями n_1 и n_2 равна $\alpha = \pi$, т.е. волны приходят в противофазе. Тогда получим

$$\cos\left(\frac{kd}{2} \sin \varphi + \alpha\right) = \cos(\delta + \pi) = -\cos \delta = -\cos\left(\frac{kd}{2} \sin \varphi\right).$$

Следовательно, выражение (3.12.7) принимает вид

$$1 + \cos\left(\frac{kd}{2} \sin \varphi + \alpha\right) = \left[1 - \cos\left(\frac{kd}{2} \sin \varphi\right) \right].$$

Если $\cos\left(\frac{kd}{2} \sin \varphi\right) = +1$, то амплитуда (3.12.6) $E = 0$. Это условие выполняется, если $\frac{kd}{2} \sin \varphi = 2m\pi$, где m – целые числа. Получим условие минимумов дифракции для фазовой решётки

$$d \sin \varphi = 2m\lambda. \quad (3.12.8)$$

Если бы была решётка амплитудная с тем же d , то было бы условие максимумов

$$d \sin \varphi = m\lambda. \quad (3.12.9)$$

Следовательно, в фазовой решётке пропадают все главные максимумы чётного порядка, т.е. пропадает центральный, второй, четвёртый и так далее, а остаётся первый, третий, пятый и т.д. максимумы. Это подтверждается опытами в квазиоптическом приближении в диапазоне СВЧ. Примером фазовой дифракционной решётки является искусственная среда – металлоленточная структура, т.е. система параллельных металлических лент шириной $h = 4,7$ см (рис. 180). Периодическое изменение показателя преломления достигается периодическим изменением расстояния a между лентами, так как показатель преломления металлоленточной структуры определяется формулой (1.4.2). Расстояния между лентами в фазовой дифракционной решётке изменяются по закону: 18; 18; 18; 27; 27; 18; 18; 18; 27; ... мм. Там, где расстояние между лентами $a_1 = 18$ мм, показатель преломления $n_1 = 0,46$, а там где $a_2 = 27$ мм, $n_2 = 0,81$. Период фазовой дифракционной решетки равен $d = 3a_1 + 2a_2 = 108$ мм. Толщина $h = 4,7$ см фазовой решетки выбрана из условия

$$d(n_2 - n_1) = \frac{\lambda}{2},$$

которое обеспечивает разность фаз α волн на выходе из участков с различным показателем преломления, равную

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_2 - n_1) = \pi.$$

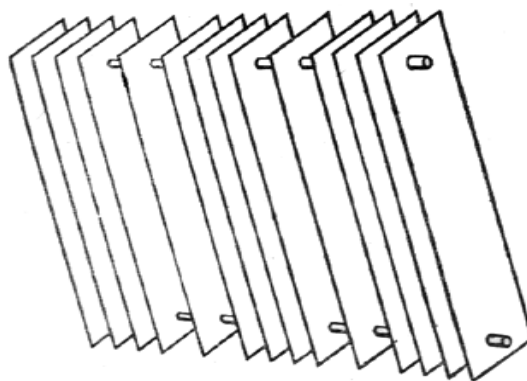


Рис. 180

В соответствии с формулой (3.12.8) описанная фазовая решётка даёт минимумы дифракции при углах $\varphi_0 = 0^\circ$; $\varphi = \pm 36^\circ$, а максимумы дифракции наблюдаются при углах $\varphi = \pm 17^\circ$. Амплитудная дифракционная

решётка с тем же периодом $d = 108$ мм, в которой участки шириной $a_1 = 54$ мм открыты, а участки шириной $a_2 = 54$ мм закрыты, в соответствии с формулой (3.12.9) даёт максимумы дифракции при углах $\varphi_0 = 0^\circ$; $\varphi_1 = \pm 17^\circ$; $\varphi_2 = \pm 36^\circ$. Следовательно, в соответствии с теорией в фазовой решётке по сравнению с амплитудной пропадают все главные максимумы чётного порядка.

3.13. ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

После открытия в 1895 году рентгеновского излучения долгое время не удавалось получить их дифракцию, так как дифракционные решетки, применявшиеся в оптической области спектра, были слишком грубыми для рентгеновских лучей с длиной волны порядка 0,1 нм и меньше. В 1912 году Лауэ предложил для этой цели воспользоваться кристаллом, который можно рассматривать как естественную *периодическую пространственную решётку*, построенную из ионов или атомов. По указанию Лауэ его сотрудники Фридрих и Книппинг направили узкий пучок сплошного рентгеновского излучения на монокристалл и получили на фотопластинке картину дискретных, правильно расположенных пятен, возникших в результате дифракции рентгеновского излучения на кристаллической решётке. Этот основополагающий опыт установил *волновую природу* рентгеновского излучения и заложил основы исследования внутреннего строения твёрдых тел.

Из этого опыта возникли два новых направления в физике: *рентгеновская спектроскопия* и *рентгеноструктурный анализ*. Рентгеновская спектроскопия использует естественные кристаллы известной кристаллической структуры для анализа рентгеновского излучения и измерения их длин волн. Рентгеноструктурный анализ, напротив, использует рентгеновское излучение известной длины волны для выяснения кристаллической структуры кристаллов и измерения параметров этой структуры.

Дифракцию рентгеновских лучей можно рассматривать как результат интерференции вторичных волн отражённых от большого числа атомных плоскостей, расположенных параллельно друг другу. Такую трактовку дали английские физики Брэгги и независимо от них русский кристаллограф Ю.В. Вульф.

Рассмотрим отражение когерентных рентгеновских лучей от произвольного числа N атомных плоскостей кристалла (рис. 181). Пусть плоский фронт монохроматических волн падает на атомные плоскости 1, 2, 3, ..., N кристалла под произвольным углом скольжения θ . Показатель преломления кристалла для рентгеновского излучения примем за единицу. Выберем начало отсчёта времени так, чтобы фаза колебания, создаваемого в точке наблюдения при отражении от первой атомной плоскости, была равна нулю: $\varphi_1 = 0$. Тогда фаза волны, приходящей от второй атомной плоскости, будет равна

$$\varphi_2 = k(AC + CD) = 2k AC, \quad (3.13.1)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; λ – длина волны.

Учитывая, что $AC = d \sin\theta$, где d – межплоскостное расстояние, получим

$$\varphi_2 = 2kd \sin\theta = \varphi. \quad (3.13.2)$$

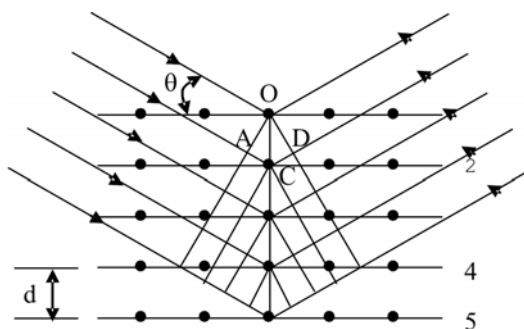


Рис. 181

Из рисунка 181 видно, что фаза колебания, приходящего от третьей атомной плоскости, будет вдвое больше, чем фаза колебания, приходящего от второй плоскости, т.е.

$$\varphi_3 = 2\varphi = 4kd \sin\theta. \quad (3.13.3)$$

Аналогично:

$$\varphi_4 = 3\varphi = 6kd \sin\theta;$$

$$\varphi_5 = 4\varphi = 8kd \sin\theta;$$

.....

$$\varphi_N = (N - 1)\varphi = 2(N - 1)kd \sin\theta. \quad (3.13.4)$$

Легко видеть, что фазы колебаний вторичных волн образуют арифметическую прогрессию: $0, \varphi, 2\varphi, 3\varphi, \dots$. Результирующая амплитуда вторичных волн в произвольной точке наблюдения может быть найдена из выражения

$$E = E_0 + E_0 \cos \varphi + E_0 \cos 2\varphi + \dots + E_0 \cos [(N-1)\varphi], \quad (3.13.5)$$

где E_0 – амплитуда волны, приходящей от одной атомной плоскости.

Вычисление указанной суммы удобно провести с помощью векторной диаграммы, которая представляет собой ломаную линию, состоящую из N звеньев одинаковой длины E_0 . Причём каждое звено образует одинаковый угол φ с предыдущим звеном. Заметим, что аналогичная задача возникает при изучении теории дифракции света на периодических структурах или при многолучевой интерференции на базе, например, интерферометра Фабри–Перо. Расчёт показывает, что амплитуда результирующего колебания при сложении колебаний, фазы которых образуют арифметическую прогрессию, может быть найдена по формуле (2.8.3):

$$E = E_0 \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}. \quad (3.13.6)$$

Очевидно, что амплитуда результирующего колебания будет максимальной тогда, когда векторная диаграмма вырождается в прямую линию, т.е., когда

$$\varphi = 2m\pi, \quad (3.13.7)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$. При этом амплитуда результирующей волны будет иметь значение $E = NE_0$, так как, пользуясь правилом Лопиталья для раскрытия неопределённости $\frac{0}{0}$, на основании формулы (3.13.6) имеем

$$\lim_{\varphi \rightarrow m\pi} \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{N \cos(Nm\pi)}{\cos(m\pi)} = \pm N. \quad (3.13.8)$$

Таким образом, на основании выражений (3.13.2) и (3.13.7) находим условие образования *главных* максимумов интерференции для рентгеновского излучения

$$2kd \sin \theta = 2m\pi,$$

из которого следует закон Вульфа–Брэггов

$$2d \sin \theta = m\lambda. \quad (3.13.9)$$

Очевидно, амплитуда результирующей волны будет равна нулю, когда векторная диаграмма складываемых колебаний образует замкнутый многоугольник. Это имеет место при выполнении условия

$$\varphi = \pm \frac{2\pi}{N} n, \quad (3.13.10)$$

где n – целые числа, за исключением кратных N . Следовательно, минимумы интерференции вторичных волн будут наблюдаться при условии

$$2kd \sin \theta = \frac{2\pi}{N} n,$$

или при

$$2d \sin \theta = \frac{n}{N} \lambda, \quad (3.13.11)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, (N-1), (N+1), \dots$. Побочные максимумы будут наблюдаться между $\varphi = \frac{2\pi}{N} n$ и $\varphi = \frac{2\pi}{N} (n+1)$.

Причём, между главными максимумами при интерференции N волн образуется $(N-2)$ побочных максимумов и $(N-1)$ минимумов.

Таким образом, доказано, что условие Вульфа–Брэггов (3.13.9) определяет лишь положение главных максимумов при дифракции рентгеновского излучения. Вследствие многолучевой интерференции при дифракции рентгеновского излучения происходит значительное увеличение интенсивности главных максимумов и их сужение, что и наблюдается в реальных условиях практической рентгенографии.

На рисунке 182 представлена модель кристалла, позволяющая показать справедливость закона Вульфа–Брэггов с помощью радиоволн сантиметрового диапазона. Модель состоит из металлических диполей, изготовленных из двухмиллиметровой медной проволоки. Длина каждого диполя равна 2λ , где λ – длина волны используемого излучения. Диполи закреплены в двенадцати электрических штангах из органического стекла длиной 30 см каждая и образуют пространственную решётку с трансляциями $a = b = 12$ см и $c = 2$ см. Трансля-

ция s направлена перпендикулярно к плоскости рисунка. Диполи ориентированы вдоль одного направления и образуют семейство трёх плоскостей.

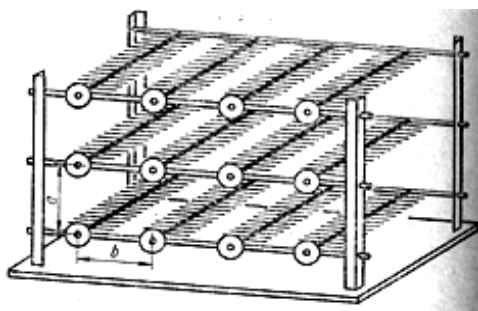


Рис. 182

Несмотря на то, что модель кристалла является пространственной, методически целесообразнее рассматривать её как "двумерную" с двенадцатью "атомами", расположенными в вертикальной плоскости и образующими квадратную элементарную ячейку с постоянной решётки $d = 12$ см. Переход от пространственных решёток к двумерным намного упрощает рассмотрение дифракции рентгеновских лучей и часто бывает методически оправдан.

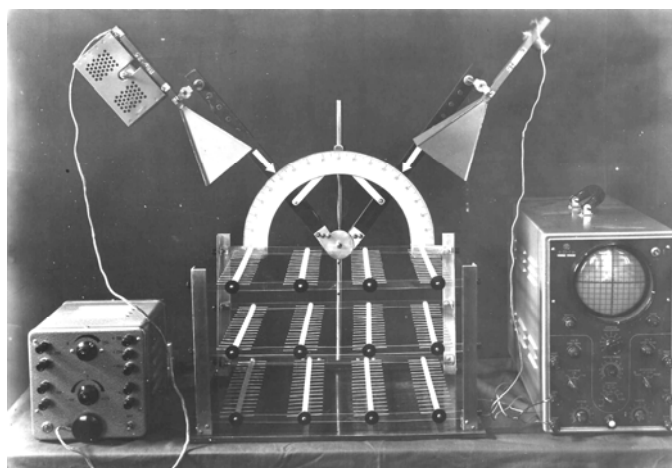


Рис. 183

Схема расположения приборов для иллюстрации закона Вульфа–Брэггов представлена на рис. 183. Облучение кристалла производится волной, электрический вектор \vec{E} которой лежит в плоскости чертежа. Данная установка позволяет показать отражение от различных атомных плоскостей кристалла и при всевозможных углах скольжения лучей. Движение источника радиоволн и приёмника синхронизировано с помощью пантографа так, что регистрация рассеянных лучей производится под теми же углами, что и облучение кристалла. Углы, под которыми наблюдается отражение, отсчитываются по шкале прибора с точностью до 1° , что достаточно для лекционного опыта.

Для демонстрации справедливости закона Вульфа–Брэггов демонстратор плавно изменяет угол облучения "кристалла" перемещением источника и приёмника радиоволн в противоположных направлениях. На экране осциллографа, соединенного с приёмной антенной, наблюдают попеременное усиление и ослабление отражённого от "кристалла" излучения в соответствии с законом интерференции. На рисунке 184 показана экспериментальная зависимость интенсивности I рассеянного излучения от угла скольжения θ . Вертикальные чёточки на рис. 184 соответствуют положению интерференционных максимумов, рассчитанных по закону Вульфа–Бреггов (3.13.9).

Формула (3.13.9) является основной при решении задач как структурных (определение межплоскостных атомных расстояний d твёрдых веществ), так и спектроскопических (определение длины волны λ рентгеновского излучения). Остановимся на основных методах рентгеноструктурного анализа.

Метод Лауэ. В этом методе неподвижный кристалл облучается узким пучком рентгеновских лучей, который содержит сплошной спектр длин волн. В данном случае используется так называемое *тормозное* излучение. В кристалле содержатся системы параллельных атомных плоскостей различной ориентации. Для каждой такой системы атомных плоскостей, ориентированных под углом скольжения θ к первичному рентгеновскому пучку, найдётся длина волны λ сплошного спектра, которая удовлетворяет закону (3.13.9) и даёт дифракционный максимум. На рисунке 185 приведена Лауэграмма берилла. Так как в этом методе не известны длины волн,

которые дают тот или иной дифракционный максимум, то нет возможности определения межплоскостных атомных расстояний d . Однако по расположению пятен Лауэграммы можно определить тип атомной кристаллической решётки, найти оси симметрии и их порядок.

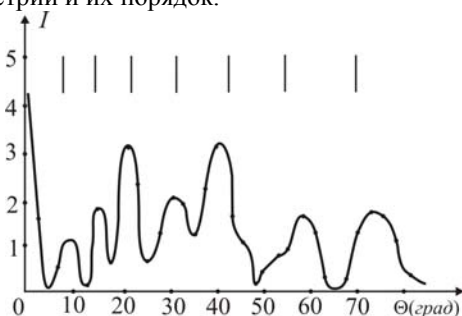


Рис. 184

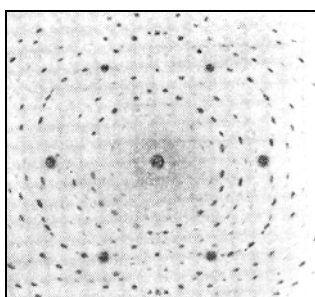


Рис. 185

Метод вращающегося кристалла. Сущность этого метода состоит в следующем. Кристалл облучается узким пучком монохроматических рентгеновских лучей, для чего используется так называемое *характеристическое излучение* известной длины волны λ . Кристалл вращается вокруг некоторой оси, которая является одной из его кристаллографических осей. В кристалле имеются различные системы параллельных атомных плоскостей, содержащих ось вращения. При вращении кристалла наступит момент, когда угол скольжения θ для одной из систем параллельных атомных плоскостей при заданной длине волны λ будет удовлетворять закону Вульфа–Бреггов (3.13.9). В этот момент наступает максимальное отражение и образуется дифракционный максимум. Зная величины θ , λ и порядок m дифракционного максимума, можно определить межплоскостное расстояние d для данной системы параллельных атомных плоскостей кристалла.

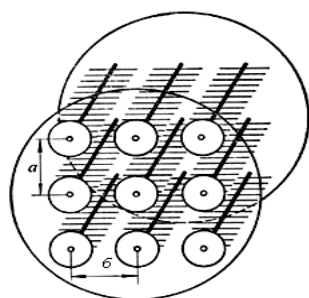


Рис. 186

Модель кристалла, с помощью которой иллюстрируют основные закономерности рентгеновской съёмки вращающегося кристалла, состоит из диполей длиной 3,2 см, закреплённых в девяти диэлектрических штангах длиной 24 см каждая (рис. 186). Все девять штанг с помощью винтов крепятся к двум дискам диаметром 20 см из органического стекла. Диполи ориентированы вдоль одного направления и образуют тетрагональную решётку с трансляциями $a = b = 4$ см, $c = 2$ см. Данную модель кристалла также для упрощения можно рассматривать как двумерную с девятью "атомами".

Схема расположения приборов для демонстрации сущности рентгеновской съёмки вращающегося кристалла дана на рис. 187. Модель кристалла с помощью подшипников установлена в двух стойках из органического стекла. Ось вращения "кристалла" параллельна трансляции c и проходит через центральный "атом" модели. "Кристалл" приводится во вращение двигателем Д-32 со скоростью 2 об/мин. Источник радиоволн 1, как и рентгеновская трубка в случае съёмки вращающегося кристалла, располагается неподвижно на демонстрационном столе. Сзади "кристалла", на оси его вращения, с помощью подшипника крепится рейка, удерживающая приёмную рупорную антенну 2. Для регистрации рассеяния под всевозможными углами приёмная антенна вместе с рейкой может перемещаться демонстратором по окружности с центром на оси вращения "кристалла". По шкале прибора отсчитываются двойные брегговские углы с точностью до 1° . Данная установка позволяет определить положение интерференционных максимумов только на нулевой слоевой линии, так как $\frac{c}{a} < 1$.

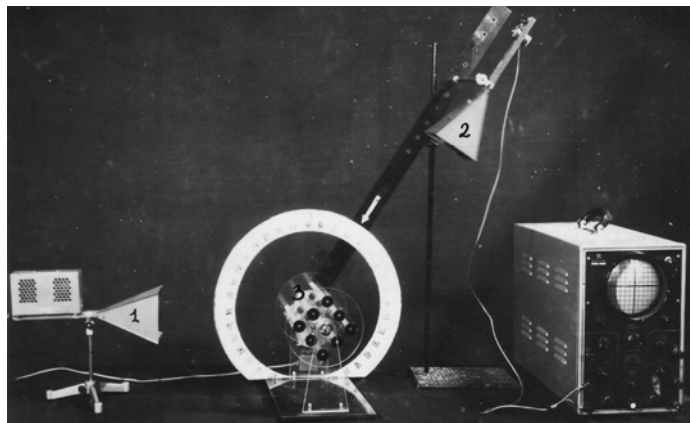


Рис. 187

Вследствие того что металлические диполи модели кристалла лежат лишь в трёх основных плоскостях, рассеяние такой решёткой в силу радиальной несимметричности полей диполей будет удовлетворять обычному закону Вульфа–Бреггов: $2d \sin \theta = n\lambda$, где $d = 4$ см – расстояние между основными отражающими плоскостями "кристалла". Диагональные плоскости решётки в отражении участвовать практически не будут.

Иллюстрация рентгеновской съёмки вращающегося кристалла проводится следующим образом. Медленно перемещают приёмную антенну по окружности с центром на оси вращения "кристалла". На экране осциллографа, соединённом с приёмной антенной, замечают величину кратковременных импульсов приёма, обусловленных рассеянием решетки при её вращении. Находят положения приёмной антенны, при которых импульсы приёма отражённого от "кристалла" излучения будут максимальны. Эти положения приёмной антенны определяют углы интерференционных максимумов. На рисунке 188 представлена экспериментальная "рентгенограмма" вращающегося кристалла, т.е. зависимость максимально возможной интенсивности принимаемого под определённым углом излучения от величины угла 2θ . На "рентгенограмме" очень отчётливо выделяются два интерференционных максимума под углами $2\theta = 50^\circ$ и $2\theta = 115^\circ$ соответственно для первого и второго порядков интерференции. Найдя из опыта углы максимального отражения $\theta = 25^\circ$ и $\theta = 57,5^\circ$, по закону Вульфа–Бреггов можно определить межплоскостное расстояние d , значение которого совпадает с величиной постоянной решётки $a = b = 4$ см. Модель кристалла позволяет изменить величину постоянной решётки перестановкой восьми периферийных "атомов" относительно центрального "атома" модели кристалла (рис. 186) и наблюдать главные дифракционные максимумы под другими углами скольжения, которые соответствуют закону Вульфа–Бреггов.

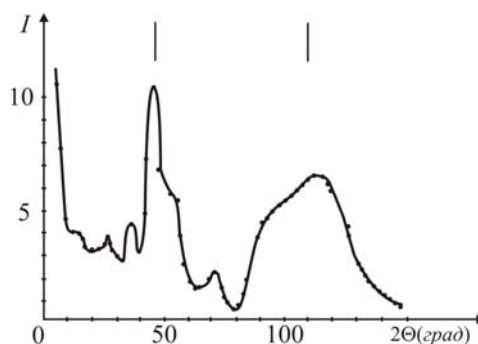


Рис. 188

Метод Дебая и Шеррера. Этот метод позволяет производить анализ строения мелкокристаллических и поликристаллических веществ. Такое вещество даже в малом объёме (до 1 мм^3) содержит огромное число кристалликов, расположенных беспорядочно друг относительно друга. Если через такое вещество пропустить узкий пучок монохроматических рентгеновских лучей с известной длиной волны λ , то всегда найдутся атомные плоскости с расстоянием d ориентированные к падающему лучу так, что от них наблюдается максимальное отражение в соответствии с законом Вульфа–Бреггов. Очевидно, что условию (3.13.9) будет удовлетворять не только рассмотренный кристаллик, но и те, кристаллики, плоскости которых также составляют угол θ к падающему на них лучу. При этом максимальное отражение будет наблюдаться как в вертикальной, так и горизонтальной плоскости и любых других плоскостях, содержащих первичный рентгеновский пучок. Легко видеть, что совокупность таких отражённых лучей образует поверхность конуса с углом раствора 4θ . Причём ось конуса совпадает с направлением первичного луча (рис. 189). Чем больше порядок m дифракционного максимума,

тем больше угол раствора конуса. Если поликристаллический образец поместить в центр цилиндрической фотоплёнки, то отражённые лучи на этой плёнке будут воспроизводиться дугами кривых, образующихся в результате пересечения конуса лучей и цилиндра фотоплёнки с взаимно перпендикулярными осями. На рисунке 190 приведена рентгенограмма Дебая–Шеррера проволоки из алюминия. Узкие дифракционные максимумы говорят о многолучевой интерференции рентгеновских лучей в кристаллах.

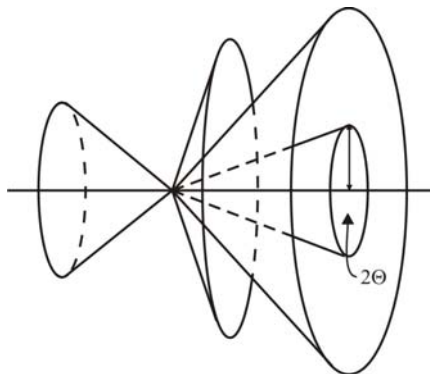


Рис. 189

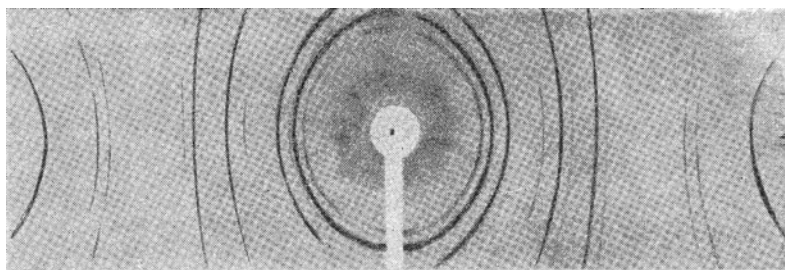


Рис. 190

3.14. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ. ПРИНЦИП БАБИНЕ

До сих пор мы рассматривали дифракцию на периодических структурах: амплитудной и фазовой дифракционных решётках, а также на пространственной кристаллической решётке, образованной атомами твёрдого тела. Здесь мы рассмотрим дифракцию на неперiodических структурах. В качестве объекта дифракции для света целесообразно использовать негатив контрастной фотоплёнки с отснятой на ней хаотически расположенных в круге диаметром 7 см чёрных дисков (около 100 шт.) диаметром 4 мм каждый. Двадцатикратное уменьшение при фотосъёмке позволит получить нерегулярно расположенные отверстия радиусом $r = 0,1$ мм. Как известно, интенсивность дифрагированного пучка света от одного отверстия радиусом r при большом значении волнового параметра ($p \gg 1$) описывается выражением

$$I = I_0 \left| \frac{2I_1(kr\varphi)}{kr\varphi} \right|,$$

где I_1 – функция Бесселя первого рода и первого порядка; k – волновое число; φ – угол, составленный линией наблюдения и направлением излучения, не претерпевшего отклонения.

Однако, как показывает опыт, интенсивность дифракционной картины от одного отверстия очень мала даже в случае лазерного излучения, что затрудняет наблюдение картины в лекционных условиях. При использовании неперiodически расположенных отверстий на фотоплёнке интенсивность дифракционной картины возрастает в N раз, где N – число отверстий, облучаемых светом. Это позволяет улучшить наблюдение дифракционной картины. Следует заметить, что интенсивность дифракционных максимумов в случае использования периодических структур возрастает в N^2 раз (§ 3.11). На рисунке 191, а показана дифракция лазерного излучения на неперiodических структурах и распределение интенсивности в ней, наблюдаемые на экране электронного осциллографа.

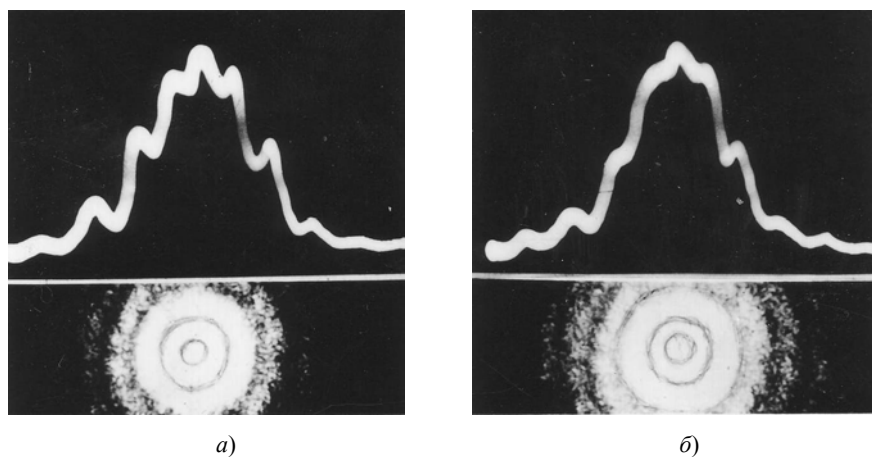


Рис. 191

Использование неперiodических структур, полученных на негативе, позволяет экспериментально показать справедливость теоремы Бабинe, согласно которой дифракционные картины от дополнительных объектов, например, от прозрачного отверстия в экране и от непрозрачного диска того же диаметра, в области геометрической тени оказываются одинаковыми. Если же обусловленные законами геометрической оптики зоны света и тени от отдельных элементов неперiodической структуры очень малы, то дифракционные картины практически везде совпадают. На рисунке 191, б приведена дифракционная картина от хаотически расположенных непрозрачных дисков радиусом $r = 0,1$ мм, полученных на негативе по методике, описанной выше. Наблюдаемая дифракционная картина и соответствующая ей осциллограмма тождественны с картиной и осциллограммой (рис. 191, а), полученной при дифракции света от хаотически расположенных отверстий того же радиуса. Эта тождественность наблюдаемых дифракционных картин доказывает справедливость теоремы Бабинe.

Глава 4

КРИСТАЛЛООПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

4.1. ДВОЙНОЕ ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕ И ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ КРИСТАЛЛ ИСЛАНДСКОГО ШПАТА

При изложении оптических явлений часто предполагается *изотропность* среды, в которой распространяются световые электромагнитные волны. Очевидно, в природе существуют тела, не удовлетворяющие этому требованию. Среда, физические свойства которых различны по разным направлениям, называются *анизотропными*. Анизотропными являются кристаллические вещества, кристаллизующиеся в системе со сравнительно низкой симметрией. Благодаря низкой симметрии кристаллов их физические свойства (теплопроводность, электропроводность и др.) по различным направлениям различны. К числу таких анизотропных веществ относится кристалл исландского шпата или кальцита (CaCO_3). Исландский шпат встречается в природе в виде сравнительно крупных кристаллов, имеющих вид ромбоэдров (рис. 192). Такое очертание кристаллов показывает, что CaCO_3 кристаллизуется в ромбоэдрической системе. Соседние молекулы CaCO_3 располагаются по вершинам и в центре правильного ромбоэдра со стороной $a = 12,72 \cdot 10^{-8}$ см.

При прохождении узкого пучка естественного света через кристалл исландского шпата происходит его разделение на два пучка. Это явление впервые было открыто в 1670 году Э. Бартолини и носит название *двойного лучепреломления*. При рассмотрении различных предметов через кристалл исландского шпата они кажутся двойными. Кроме исландского шпата двойным лучепреломлением обладает, например, кварц, турмалин. Если падающий пучок естественного света достаточно узок, а кристалл имеет достаточную толщину, то из него выходят два пучка, параллельных первоначальному (как и при всяком прохождении через плоскопараллельную пластинку), вполне разделенных пространственно. Даже в том случае, когда первоначальный пучок нормален к естественной грани кристалла, т.е. угол падения равен нулю, преломленный пучок разделяется на два, причем один из них (*o*) представляет продолжение первичного, а второй (*e*) уклоняется (рис. 193) так, что угол преломления для него отличен от нуля.

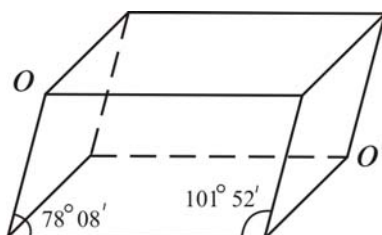


Рис. 192

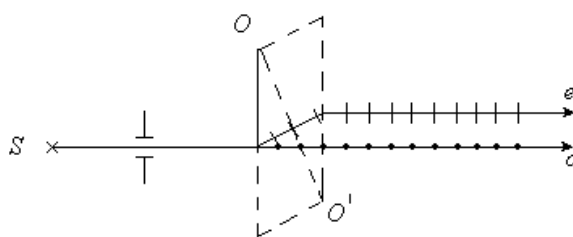


Рис. 193

Луч света, который при нормальном падении излучения на грань кристалла не испытывает преломления, называется обыкновенным (*o*). Исследования показывают, что при двойном лучепреломлении обыкновенный луч удовлетворяет обычному закону преломления:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_o, \quad (4.1.1)$$

для которого показатель преломления n_o является постоянной величиной для данного кристалла. Для исландского шпата (для света с длиной волны $\lambda = 589,3$ нм, жёлтый дублет натрия) $n_o = 1,658$. Луч света, который даже при нормальном падении излучения на грань кристалла испытывает преломление, называется необыкновенным (*e*). Отсюда следует, что необыкновенный луч не следует обычному закону преломления, что и дало повод к его названию "необыкновенного". опыты показывают, что для необыкновенного луча значение показателя преломления n_e зависит от направления распространения необыкновенной волны в кристалле. Для различ-

ных углов падения α показатель преломления необыкновенного луча имеет различные значения. Для CaCO_3 n_e изменяется в границах $1,486 \leq n_e \leq 1,658$.

Для кристалла CaCO_3 $n_e \leq n_o$. Такие кристаллы называются оптически *отрицательными*. Вместе с тем существует широкий класс веществ (например, кварц) для которых $n_e \geq n_o$. Такие кристаллы называются оптически *положительными*.

В кристалле исландского шпата существует одно направление, вдоль которого оба преломлённых луча распространяются, не раздваиваясь и с одинаковой скоростью, как в обычной изотропной среде. Это направление в кристалле принято называть *главной оптической осью* кристалла. В кристалле исландского шпата оптическая ось параллельна диагонали OO' (рис. 192), соединяющей тупые углы ромбоэдра. Оптическая ось представляет собой определённое направление в кристалле, а не какую-то избранную линию. Кристалл исландского шпата является одноосным кристаллом, но существуют также двуосные кристаллы. При распространении света вдоль оптической оси показатель преломления обыкновенной и необыкновенной лучей совпадают, т.е. $n_e = n_o$.

Плоскость, проходящая через оптическую ось кристалла и волновую нормаль распространяющихся волн, носит название *плоскости главного сечения* или, короче, *главной плоскости*. Под волновой нормалью понимается направление перпендикулярное плоскости, в которой лежат векторы \vec{E} и \vec{H} волны. Обычно в качестве главной плоскости выбирают плоскость, содержащую оптическую ось кристалла и падающий на него световой луч. На рисунке 193 главная плоскость совпадает с плоскостью чертежа. При вращении кристалла вокруг оси, совпадающей с направлением первичного луча, обыкновенный луч остается неподвижным, а необыкновенный вращается вместе с главной плоскостью кристалла вокруг обыкновенного луча. Следовательно, обыкновенный и необыкновенный лучи лежат в главной плоскости кристалла.

Опыт показывает, если кристалл исландского шпата (рис. 193) облучается неполяризованным светом, то оба выходящих луча оказываются линейно поляризованными. Чтобы это показать, поставим на пути обыкновенного и необыкновенного лучей пластинку турмалина, как анализатор. При вращении её вокруг оси, совпадающей с направлением первичного луча, замечают попеременное гашение то одного луча, то другого. Причём, чтобы погасить один из лучей, когда второй наиболее яркое, нужно пластинку турмалина повернуть на угол 90° . Этот опыт доказывает, что оба луча (обыкновенный и необыкновенный) линейно поляризованы, а их линии поляризации взаимно перпендикулярны. Причём, электрический вектор \vec{E}_o обыкновенной волны всегда перпендикулярен главной оптической оси кристалла, т.е. вектор \vec{E}_o перпендикулярен главной плоскости, что на рис. 193 отмечено точками. Электрический вектор \vec{E}_e необыкновенной волны лежит в главной плоскости кристалла, что отмечено на рис. 193 соответствующими черточками. Векторы \vec{E}_o и \vec{E}_e ортогональны.

4.2. ОПТИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ КРИСТАЛЛОВ. ЭЛЛИПСОИД ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

Мы рассмотрели некоторые экспериментальные закономерности распространения световых волн в кристалле исландского шпата. При этом остался не решен вопрос о причине возникновения двойного лучепреломления. Нами было отмечено, что двойное лучепреломление наблюдается только в оптически анизотропных веществах. Чем же обуславливается оптическая анизотропия кристаллов? Закономерности распространения света в любой среде (изотропной или анизотропной) определяются интерференцией первичных и вторичных волн, излучаемых молекулами, атомами или ионами среды вследствие их электрической поляризации под действием электрического поля \vec{E} световой волны. Поэтому оптические свойства среды полностью обусловлены оптическими свойствами этих элементарных излучателей, их взаимным расположением и взаимодействием друг с другом. Молекулы и атомы среды в зависимости от их структуры могут быть электрически изотропными или анизотропными. В первом случае поляризуемость не зависит от направления, во втором – зависит. Однако электрические свойства отдельных атомов и молекул среды ещё не определяют полностью оптические свойства этой среды. Так, например, все газы, жидкости и аморфные твёрдые тела при обычных условиях оказываются изотропными, хотя молекулы многих из них электрически анизотропны. Причина этого заключается в полной хаотичности ориентации молекул в газах, жидкостях и аморфных телах. Всякое упорядочение ориентаций анизотропных молекул в этих средах под влиянием внешних воздействий приводит к возникновению оптической анизотропии.

Если среда находится в кристаллическом состоянии, то её частицы (атомы, молекулы или ионы) располагаются в строгом порядке, образуя кристаллическую решётку. Каждая частица находится в сильном взаимодействии с ближайшими соседними частицами в решетке. Поэтому излучение вторичных волн частицами кристаллической среды зависит не только от электрических свойств самих частиц, но и от силового воздействия со стороны других частиц. Следовательно, оптическая анизотропия кристалла может быть обусловлена как электрической анизотропией образующих его частиц, так и анизотропией поля сил взаимодействия между частицами. Характер этого поля, т.е. его изотропность или анизотропность, зависит от степени симметрии решётки кристалла. Как показывают исследования, только кристаллы кубической системы (например, каменная соль NaCl), обладающие весьма высокой степенью симметрии решётки, являются оптически изотропными. Все остальные кристаллы независимо от электрических свойств образующих их частиц оптически анизотропны.

Расчёт интерференции вторичных волн в анизотропных кристаллах весьма сложен. Более простой метод изучения закономерностей распространения света в таких средах основан из применения к ним теории Максвелла для переменного электромагнитного поля. При этом в макроскопической теории кристалл рассматривается как однородная среда, относительная диэлектрическая проницаемость ϵ которого не одинакова в разных направлениях. Предполагается, что кристаллы немагнитны, т.е. их относительная магнитная проницаемость $\mu = 1$. Таким образом, считается, что *оптическая анизотропия немагнитных кристаллов является следствием анизотропии его относительной диэлектрической проницаемости.*

Из курса электростатики известно, что в изотропной среде векторы электрического смещения \vec{D} и напряжённости поля \vec{E} совпадают по направлению и между ними существует простая связь: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, где ϵ – скалярная величина. В анизотропных средах связь между векторами \vec{D} и \vec{E} задаётся более сложным соотношением, в которое входит так называемый *тензор диэлектрической проницаемости*. Оно записывается следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} D_x &= \epsilon_{xx}E_x + \epsilon_{xy}E_y + \epsilon_{xz}E_z; \\ D_y &= \epsilon_{yx}E_x + \epsilon_{yy}E_y + \epsilon_{yz}E_z; \\ D_z &= \epsilon_{zx}E_x + \epsilon_{zy}E_y + \epsilon_{zz}E_z. \end{aligned} \right\} \quad (4.2.1)$$

Отсюда следует, что векторы \vec{D} и \vec{E} в общем случае не совпадают по направлению. Существует ряд обстоятельств, которые позволяют упростить соотношение (4.2.1). Можно доказать, что для любого кристалла можно найти такие три главных ортогональных направления x, y, z , для которых справедливыми будут соотношения

$$D_x = \epsilon_x E_x; \quad D_y = \epsilon_y E_y; \quad D_z = \epsilon_z E_z, \quad (4.2.2)$$

где $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ называют главными значениями диэлектрической проницаемости анизотропной среды.

Так как в общем случае $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ не равны между собой, то для всех направлений в кристалле, кроме главных направлений по осям x, y, z , векторы \vec{D} и \vec{E} не совпадают между собой по направлению. Несовпадение направлений векторов \vec{D} и \vec{E} для кристаллооптики имеет чрезвычайно важное значение. Если по некоторому направлению в анизотропном кристалле действует электрическое поле напряжённости \vec{E} , то соответствующее значение вектора электрического смещения \vec{D} можно получить следующим образом. Разложим вектор \vec{E} на ком-

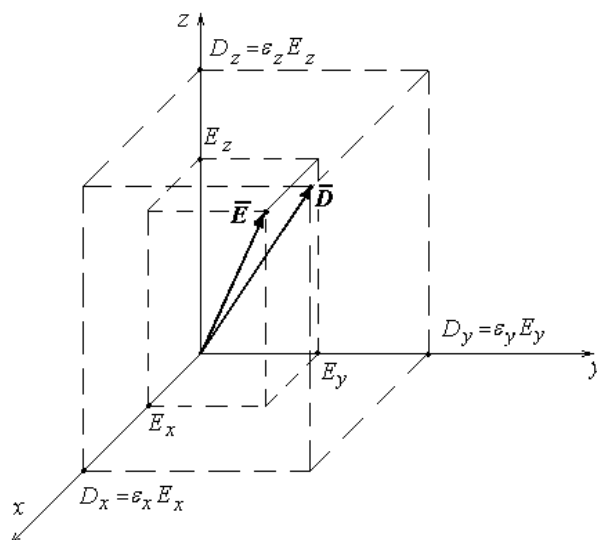


Рис. 194

поненты E_x, E_y, E_z вдоль главных осей x, y, z (рис. 194). Каждая из этих компонент обусловит вдоль выбранных осей компоненты вектора смещения: $D_x = \epsilon_x E_x; \quad D_y = \epsilon_y E_y; \quad D_z = \epsilon_z E_z$. Результирующий вектор \vec{D} получается простым построением. Рисунок 194 показывает, что \vec{D} и \vec{E} не совпадают по направлению, если $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$. Наоборот, если $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = \epsilon$, то направления \vec{D} и \vec{E} всегда совпадают и для любого направления будут справедливо соотношение $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, т.е. среда изотропна.

Если кристалл не поглощает электромагнитные волны, то зависимость его относительной диэлектрической проницаемости ϵ в соответствующих направлениях поддаётся простой графической интерпретации. Будем из произвольной точки O кристалла по всевозможным направлениям откладывать радиусы-векторы \vec{r} , модули

которых равны относительной диэлектрической проницаемости ε в соответствующих направлениях: $|\vec{r}| = \varepsilon$. Поверхность, проходящая через концы радиус-векторов \vec{r} , имеет форму эллипсоида, оси x, y, z симметрии которого взаимно перпендикулярны и совпадают с тремя главными направлениями в кристалле. Уравнение эллипсоида диэлектрической проницаемости имеет вид

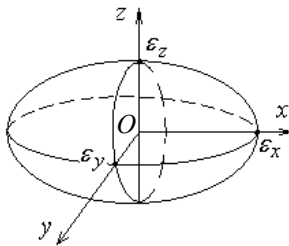


Рис. 195

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x^2} + \frac{y^2}{\varepsilon_y^2} + \frac{z^2}{\varepsilon_z^2} = 1, \quad (4.2.3)$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – главные значения диэлектрической проницаемости среды. Графически эллипсоид диэлектрической проницаемости показан на рис. 195.

Анизотропный кристалл, у которого все три главных значения ε различны ($\varepsilon_x \neq \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$), называется двуосным. Примерами двуосных кристаллов является ромбическая среда, гипс, слюда и другие кристаллы с низкой симметрией. Если два главных значения ε одинаковы, например, $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$, то эллипсоид диэлектрической проницаемости имеет форму эллипсоида вращения вокруг оси Oz . Плоскость xOy пересекает этот эллипсоид по окружности. Следовательно, для любого направления, перпендикулярного к оси z , значения ε одинаковы, а сами эти направления являются главными. Анизотропные кристаллы, обладающие таким свойством, называются *одноосными*, а ось Oz – называется главной оптической осью одноосного кристалла в точке O .

Одноосный кристалл называется *оптически положительным*, если $\varepsilon_z > \varepsilon_x = \varepsilon_y$, т.е. если его оптическая ось направлена вдоль большой оси эллипсоида диэлектрической проницаемости. В противном случае ($\varepsilon_z < \varepsilon_x = \varepsilon_y$) одноосный кристалл называется *оптически отрицательным* (рис. 196). Оптически положительными являются, например, кристаллы кварца (SiO_2), рутила (TiO_2), киновари (HgS), а оптически отрицательными – кристаллы исландского шпата, турмалина, апатита.

Одноосный кристалл называется *оптически положительным*, если $\varepsilon_z > \varepsilon_x = \varepsilon_y$, т.е. если его оптическая ось направлена вдоль большой оси эллипсоида диэлектрической проницаемости. В противном случае ($\varepsilon_z < \varepsilon_x = \varepsilon_y$) одноосный кристалл называется *оптически отрицательным* (рис. 196). Оптически положительными являются, например, кристаллы кварца (SiO_2), рутила (TiO_2), киновари (HgS), а оптически отрицательными – кристаллы исландского шпата, турмалина, апатита.

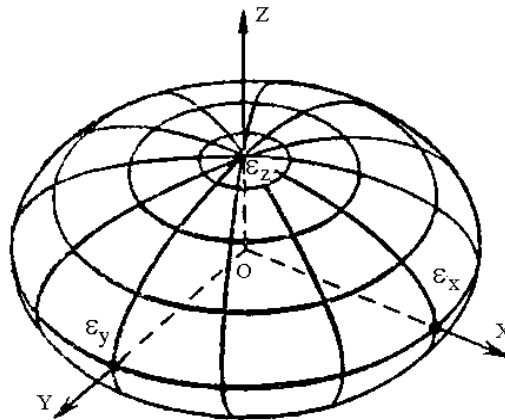


Рис. 196

Если главную относительную диэлектрическую проницаемость одноосного кристалла по направлению перпендикулярному к оптической оси Oz обозначить $\varepsilon_{\perp} = \varepsilon_x = \varepsilon_y$, а по направлению оптической оси Oz его обозначить $\varepsilon_{\parallel} = \varepsilon_z$, то уравнение эллипсоида для диэлектрической проницаемости принимает вид

$$\frac{x^2 + y^2}{\varepsilon_{\perp}^2} + \frac{z^2}{\varepsilon_{\parallel}^2} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{x^2 + y^2}{\varepsilon_{\perp}^2} + \frac{z^2}{\varepsilon_{\parallel}^2} = 1. \quad (4.2.4)$$

Если из произвольной точки O внутри анизотропного кристалла по всевозможным направлениям провести радиусы векторы \vec{r} , модули которых равны корням квадратным из значений относительной диэлектрической проницаемости ε в соответствующих направлениях $|\vec{r}| = \sqrt{\varepsilon}$, то можно графически построить поверхность эллипсоида, называемого *оптической индикатрисой* среды. Учитывая, что $\sqrt{\varepsilon} = n$ равно показателю преломления при $\mu = 1$, оптическая индикатриса определяет значение показателя преломления в кристалле для различных направлений.

Для одноосного кристалла имеем

$$\frac{x^2 + y^2}{\varepsilon_x} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{x^2 + y^2}{\varepsilon_{\perp}} + \frac{z^2}{\varepsilon_{\parallel}} = 1. \quad (4.2.5)$$

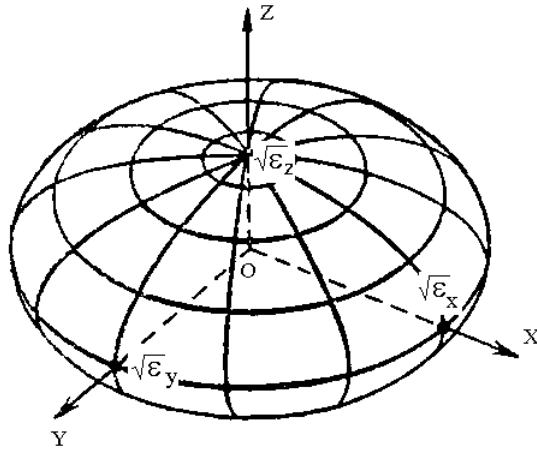


Рис. 197

Оптическая индикатриса показателя преломления одноосного кристалла показана на рис. 197. Она представляет собой эллипсоид вращения. Это эллипсоид нормалей, так как можно определить нормальную фазовую скорость $V = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$ волн для различных направлений.

4.3. ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ. ЛУЧЕВАЯ И НОРМАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ ВОЛН

В анизотропной среде векторы \bar{D} и \bar{E} не совпадают по направлению. Для одноосного кристалла связь между указанными векторами даётся соотношениями

$$D_x = \epsilon_x E_x = \epsilon_y E_y; \quad D_z = \epsilon_z E_z. \quad (4.3.1)$$

Если $E_x = E_y = 0$, то

$$\bar{D} = \epsilon_z \bar{E} = \epsilon_{\parallel} \bar{E}, \quad (4.3.2)$$

и если $E_z = 0$, то

$$\bar{D} = \epsilon_x \bar{E} = \epsilon_y \bar{E} = \epsilon_{\perp} \bar{E}. \quad (4.3.3)$$

Следовательно, в одноосном кристалле векторы \bar{D} и \bar{E} совпадают лишь в двух случаях, когда вектор \bar{E} направлен по оптической оси z и когда он перпендикулярен ей. Во всех остальных случаях направление векторов \bar{D} и \bar{E} различны. С этим связана одна из особенностей распространения электромагнитной волны в анизотропной среде, на которой необходимо остановиться специально.

Понятие луча в оптике характеризует направление вектора плотности потока энергии в среде, определяемого вектором Умова–Пойнтинга: $\bar{S} = \bar{E} \times \bar{H}$. Следовательно, вектор \bar{S} определяет направление луча. Энергия переносится волной с групповой скоростью \bar{V}_r , которая называется *лучевой скоростью*. Вектор лучевой скорости \bar{V}_r совпадает с вектором луча \bar{S} .

Для плоской монохроматической волны в однородной изотропной среде лучи \bar{S} нормальны к волновым поверхностям. Поэтому в изотропной среде лучи одновременно характеризуют и направление переноса энергии волной и направление распространения фронта волны, причём для монохроматической волны скорость переноса энергии (лучевая или групповая скорость) равна фазовой скорости перемещения волновой поверхности вдоль нормали к ней. Фазовая скорость \bar{V} , называемая *нормальной скоростью*, определяется соотношением

$$V = \frac{c}{\sqrt{n}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (4.3.4)$$

где c – скорость света в вакууме. При $\mu = 1$ имеем

$$V = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}. \quad (4.3.5)$$

Вектор фазовой скорости \vec{V} совпадает с нормалью \vec{H} к волновой поверхности. В изотропной среде плоская электромагнитная волна характеризуется тем, что векторы фазовой скорости \vec{V} и групповой \vec{V}_r , или векторы \vec{H} и \vec{S} совпадают.

Иначе обстоит дело в анизотропной среде. Вследствие несовпадения направлений векторов \vec{D} и \vec{E} линейно поляризованная плоская монохроматическая волна в анизотропной среде характеризуется двумя тройками взаимно перпендикулярных векторов $\vec{D}; \vec{H}; \vec{V}$ и $\vec{E}; \vec{H}; \vec{V}_r$ или $\vec{D}; \vec{H}; \vec{N}$ и $\vec{E}; \vec{H}; \vec{S}$ (рис. 198). Векторы $\vec{D}; \vec{E}; \vec{V}; \vec{V}_r$ лежат в одной плоскости, которая перпендикулярна вектору \vec{H} . Вектор фазовой или нормальной скорости \vec{V} перпендикулярен векторам \vec{D} и \vec{H} . Этот вектор \vec{V} направлен по нормали \vec{H} к волновой поверхности. Вектор групповой или лучевой скорости \vec{V}_r перпендикулярен векторам \vec{E} и \vec{H} , вектор \vec{V}_r лучевой скорости совпадает по направлению с вектором Умова–Пойнтинга \vec{S} .

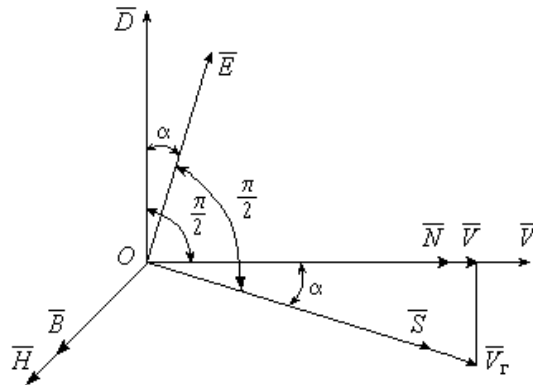


Рис. 198

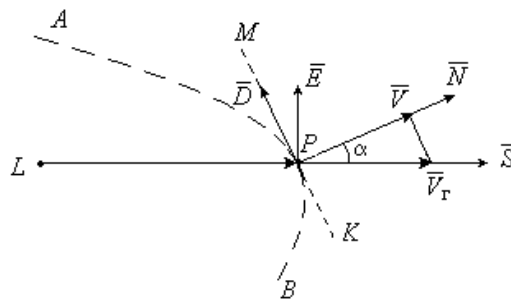


Рис. 199

Следовательно, в анизотропной среде векторы \vec{V} и \vec{V}_r не совпадают по направлению. Это приводит к тому, что волновая поверхность волны в анизотропной среде имеет не постоянную кривизну. Как нами будет показано далее, волновая поверхность линейно поляризованной волны в одноосном кристалле может иметь форму эллипсоида вращения. На рисунке 199 показан участок такой поверхности AB для точечного источника света L . Вектора \vec{S} и \vec{V}_r направлены в точке P по лучу LP . Вектора \vec{V} и \vec{H} перпендикулярны к касательной MK и к волновой поверхности в точке P .

Можно показать, что связь между нормальной и лучевой скоростью даётся соотношением

$$V = V_r \cos \alpha, \quad (4.3.6)$$

где α – угол между векторами \vec{D} и \vec{E} .

Из теории Максвелла следует, что в анизотропном кристалле всякая плоская монохроматическая линейно поляризованная волна \vec{D} распадается на две плоские линейно поляризованные волны \vec{D}_o и \vec{D}_e (обыкновенную и необыкновенную) с ортогональными линиями поляризации ($\vec{D}_o \perp \vec{D}_e$). Вектор \vec{D}_o обыкновенной волны всегда перпендикулярен к главной оси одноосного кристалла и нормали \vec{H} к фронту волны.

4.4. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ В ОДНООСНОМ КРИСТАЛЛЕ. ВОЛНОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОЙ И НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛН

Выберем внутри анизотропного одноосного кристалла прямоугольную систему координат xOz с началом в точке O и рассмотрим несколько частных случаев распространения линейно поляризованной волны из точки O в различных направлениях. Ось z совпадает с главной оптической осью кристалла (ГО).

1. Выделим в кристалле плоскость главного сечения xOz и рассмотрим распространение волны из точки O в различных направлениях в этой плоскости (рис. 200, а). Пусть волна в каждом из лучей линейно поляризована, а её электрический вектор \vec{E}_0 колеблется перпендикулярно к главному сечению, т.е. вектор \vec{E}_0 совпадает с осью y . Следовательно, рассматриваемая волна является обыкновенной волной, а её вектор \vec{E}_0 перпендикулярен главной оси кристалла. Направления колебаний вектора \vec{E}_0 отмечены на рис. 200, а точками. Обыкновенная волна, распространяющаяся из точки O в различных направлениях, имеет одну и ту же фазовую скорость:

$$V_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_y}}, \quad (4.4.1)$$

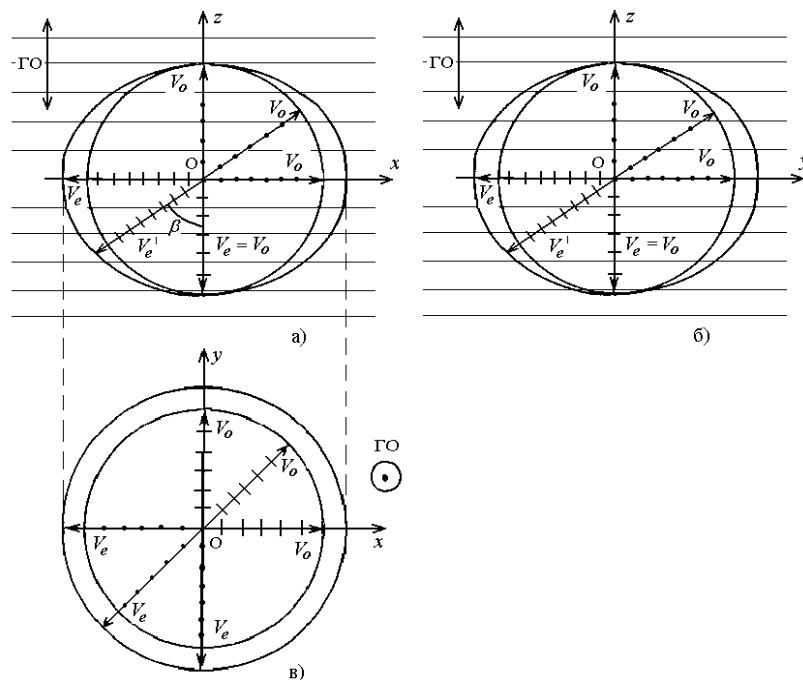


Рис. 200

и, следовательно, данная волна за единицу времени распространяется на расстояние, равное модулю скорости V_0 . Геометрическое место точек, до которых обыкновенные волны, исходящие из точки O будут доходить за единицу времени, представит собой окружность, изображенную на рис. 200, а сплошной линией.

Выделим в кристалле плоскость главного сечения yOz (рис. 200, б) и рассмотрим распространение из точки O обыкновенной линейно поляризованной волны \vec{E}_0 в различных направлениях. При этом вектор \vec{E}_0 волны перпендикулярен главной оси z и совпадает по направлению с осью x . Обыкновенная волна для всех направлений распространения в главной плоскости yOz имеет одну и ту же скорость:

$$V_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}}. \quad (4.4.2)$$

Так как для одноосного кристалла $\epsilon_x = \epsilon_y$, то волновая поверхность для обыкновенной волны в плоскости yOz представляет собой окружность прежнего радиуса.

Выделим в анизотропном одноосном кристалле плоскость xOy (рис. 200, в), которая перпендикулярна главной оси кристалла, и рассмотрим распространение обыкновенной волны из точки O в различных направлениях. Для любого направления распространения вектор \vec{E}_0 обыкновенной волны всегда перпендикулярен главной оси z и, следовательно, фазовая скорость будет определяться формулами (4.4.1) и (4.4.2). Таким образом, волновая поверхность обыкновенной волны в плоскости xOy также представляет собой окружность прежнего радиуса.

Из рассмотрения этих частных случаев следует, что обыкновенная волна в одноосном кристалле имеет одинаковую фазовую скорость для всех направлений, а её волновая поверхность представляет собой сферу.

2. Выделим в одноосном кристалле главную плоскость xOz (рис. 200, *a*) и рассмотрим распространение из точки O необыкновенной волны в различных направлениях.

Пусть необыкновенная волна распространяется вдоль оси x , а её электрический вектор \vec{E}_e совпадает с главной осью z кристалла. Колебания вектора \vec{E}_e отмечены на рис. 200, *a* чёрточками. Рассматриваемая необыкновенная волна имеет фазовую скорость

$$V_e = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_z}}. \quad (4.4.3)$$

Так как для одноосного оптически отрицательного кристалла $\epsilon_z < \epsilon_x = \epsilon_y$, то скорость необыкновенной волны больше скорости обыкновенной волны, т.е. $V_e > V_o$.

Пусть необыкновенная волна распространяется вдоль главной оси z (рис. 200, *a*), а её электрический вектор \vec{E}_e совпадает с осью x . Рассматриваемая необыкновенная волна будет распространяться в кристалле с фазовой скоростью

$$V_e = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_x}}. \quad (4.4.4)$$

Так как вектор \vec{E}_e оказывается перпендикулярным к главной оси z , то её фазовая скорость будет равна согласно формуле (4.4.2) фазовой скорости обыкновенной волны, т.е. $V_e = V_o$. Другими словами, рассматриваемая необыкновенная волна становится обыкновенной.

Пусть необыкновенная волна распространяется из точки O под некоторым углом β к оптической оси z (рис. 200, *a*), а её вектор \vec{E}_e составляет с главной осью z угол $(90^\circ - \beta)$. Данная необыкновенная волна будет распространяться в кристалле с фазовой скоростью

$$V_e' = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}, \quad (4.4.5)$$

где относительная диэлектрическая проницаемость ϵ имеет значение, заключённое в пределах $\epsilon_z < \epsilon_y < \epsilon_x$. Следовательно, фазовая скорость рассматриваемой необыкновенной волны имеет значение, заключённое в пределах $V_o < V_e' < V_e$.

Таким образом, необыкновенная волна \vec{E}_e в плоскости главного сечения кристалла xOz имеет для различных направлений распространения различную фазовую скорость, которая может изменяться от V_o до V_e . Геометрическое место точек, до которых необыкновенные волны, исходящие из точки O , будут доходить за единицу времени, представляет собой эллипс, изображённый на рис. 200, *a* сплошной линией.

Легко видеть, что распространение необыкновенной волны в главной плоскости yOz кристалла (рис. 200, *b*) будут иметь те же закономерности и волновая поверхность необыкновенной волны будет представлять собой эллипс тех же размеров, что и на рис. 200, *a*.

Выделим в одноосном кристалле плоскость xOy , которая перпендикулярна главной оси z (рис. 200, *b*). Рассмотрим распространение необыкновенной волны из точки O в различных направлениях. Для любого направления распространения необыкновенной волны в данной плоскости, её электрический вектор \vec{E}_e всегда параллелен главной оси z . Следовательно, фазовая скорость необыкновенной волны для всех направлений в плоскости xOy имеет одно и то же значение

$$V_e = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_z}}. \quad (4.4.6)$$

Волновая поверхность необыкновенной волны в плоскости xOy перпендикулярной главной оси z кристалла представляет собой окружность радиусом $V_e > V_o$. Таким образом, из рассмотренных частных случаев следует, что волновая поверхность необыкновенной волны в одноосном кристалле представляет собой эллипсоид вращения. Волновые поверхности обыкновенной и необыкновенной волн соприкасаются в точках на главной оси z .

Аналогично можно рассмотреть волновые поверхности обыкновенной и необыкновенной волн в одноосном оптически положительном кристалле, для которого справедливо соотношение $\epsilon_z > \epsilon_x = \epsilon_y$. В этом случае эллипсоид волновой поверхности необыкновенной волны будет расположен внутри сферической волновой поверхности обыкновенной волны. Волновые поверхности обыкновенной и необыкновенной волн будут так же соприкасаться в точках на главной оси z .

4.5. ИСКУССТВЕННЫЕ АНИЗОТРОПНЫЕ СРЕДЫ ДЛЯ САНТИМЕТРОВЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

В качестве искусственных двоякопреломляющих сред для электромагнитных волн сантиметрового диапазона ($\lambda = 3,2$ см) могут использоваться структуры трёх основных типов: волноводные, металлоленточные и слоистые диэлектрические структуры.

1. Волноводные структуры представляют собой пачку прямоугольных волноводов сечением $a_x \neq a_z$ (рис. 201), причём поперечные размеры волноводов удовлетворяют условию $\frac{\lambda}{2} < a < \lambda$. За главную "кристаллографическую" ось z структуры условно принимается направление, перпендикулярное к широкой стенке волноводов ($a_x > a_z$). Волна, электрический вектор \vec{E} которой составляет с главной осью z произвольный угол α , распадается в волноводной структуре на две волны: обыкновенную \vec{E}_o и необыкновенную \vec{E}_e , с взаимно перпендикулярными линиями поляризации. Для обыкновенной волны, электрический вектор \vec{E}_o которой, перпендикулярен главной оси z модели кристалла, эквивалентный показатель преломления равен

$$n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_z}\right)^2}. \quad (4.5.1)$$

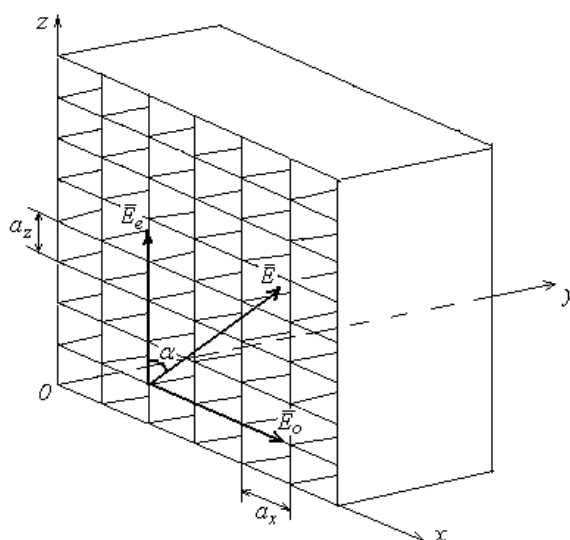


Рис. 201

Для необыкновенной волны, вектор \vec{E}_e которой параллелен главной оси z , эквивалентный показатель преломления равен

$$n_e = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_x}\right)^2}. \quad (4.5.2)$$

Так, например, при $a_z = 18$ мм $n_o = 0,46$; при $a_x = 23$ мм $n_e = 0,76$. Волноводные конструкции изготавливаются из тонкой белой жести и имеют достаточно большую "оптическую" анизотропию.

2. Если в волноводной структуре убрать вертикальные перегородки, то получится металлоленточная структура (рис. 202). Она состоит из металлических листов, расположенных на расстоянии a_z друг от друга: $\frac{\lambda}{2} < a_z < \lambda$. За главную "кристаллографическую" ось z условно принимается направление, перпендикулярное к металлическим лентам.

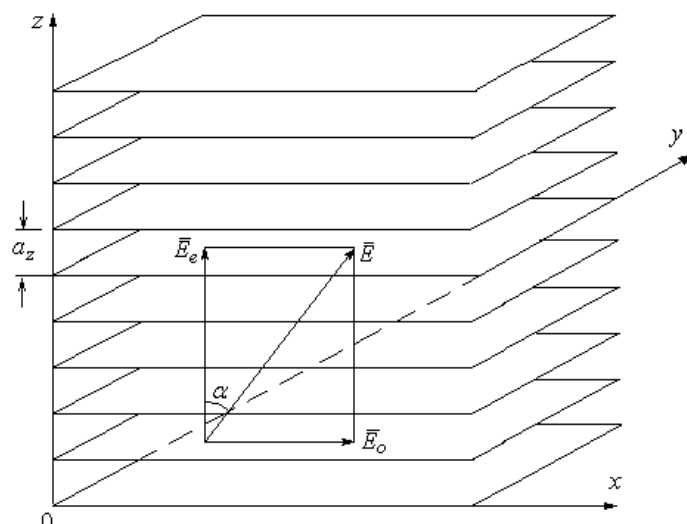


Рис. 202

Электромагнитная волна, электрический вектор \vec{E} которой составляет с главной осью z металлоленточной структуры произвольный угол α , в металлоленточной структуре распадаются на две волны: обыкновенную \vec{E}_o и необыкновенную \vec{E}_e с ортогональными линиями поляризации. Для необыкновенной волны, электрический вектор \vec{E}_o которой перпендикулярен к главной оси z металлоленточной структуры, её эквивалентный показатель преломления определяется по формуле (4.5.1). Например, при $a_z = 20$ мм $n_o = 0,6$. Для необыкновенной волны, электрический вектор \vec{E}_e которой параллелен главной оси z , эквивалентный показатель $n_e = 1$, так как согласно формуле (4.5.2) можно считать, что $a_x = \infty$.

Достоинство волноводных и металлоленточных структур как двоякопреломляющих искусственных сред для сантиметровых электромагнитных волн состоит в достаточно большой анизотропии показателя преломления и малого поглощения волн. Недостаток этих сред состоит в том, что электромагнитные волны могут распространяться в них только вдоль волноводов или вдоль металлических лент, т.е. перпендикулярно её главной оси z .

3. Слоистая диэлектрическая структура, как искусственная анизотропная среда для сантиметровых электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см), представляет собой систему большого числа плоских изотропных тонких листов любого диэлектрика, разделённых, например, воздушными промежутками. Слоистую диэлектрическую структуру для радиоволн можно изготовить из тонких листов органического стекла толщиной d_1 , расположенных параллельно друг другу так, что толщина воздушных зазоров между листами органического стекла равна d_2 (рис. 203). При этом толщина d_1 изотропных листов диэлектрика и величина d_2 воздушных зазоров между ними должны быть значительно меньше длины волны используемого электромагнитного излучения. При $\lambda = 3,2$ см величины d_1 и d_2 не должны превышать 5 мм. Слоистая диэлектрическая структура в диапазоне сверхвысоких частот обладает достаточной анизотропией для относительной диэлектрической проницаемости и показателя преломления. Для неё характерно так называемое "двойное лучепреломление формы", которое наблюдается в ряде оптических слоистых объектах: кристаллах табачной мозаики, жидкостях с взвешенными в них упорядоченными частицами и других. Естественной слоистой диэлектрической структурой для сантиметровых радиоволн является древесина с годичными кольцами, которую впервые использовал Дж. Ч. Бозе для исследования интерференционных коноскопических фигур. Однако естественный изгиб годичных колец в древесине часто является нежелательным и к тому же анизотропия двоякопреломляющих свойств древесины достаточно мала.

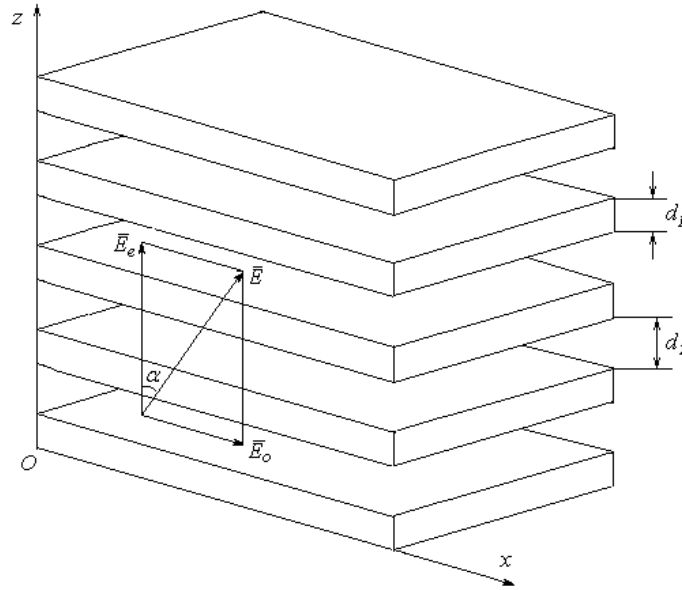


Рис. 203

Анизотропия диэлектрических свойств слоистой структуры возникает из-за различия граничных условий для векторов \vec{E} и \vec{D} электрического поля при переходе поверхностей между листами диэлектрика и воздушными зазорами. Примем за главную "оптическую" ось слоистой структуры направление, перпендикулярное листам органического стекла, т.е. направление, совпадающее с осью z (рис. 203). Электромагнитная волна, электрический вектор \vec{E} которой составляет с главной осью z произвольный угол α , распадается в слоистой диэлектрической структуре на две волны: обыкновенную волну \vec{E}_o и необыкновенную \vec{E}_e с взаимно перпендикулярными линиями поляризации.

1. Предположим, что в слоистой диэлектрической структуре вдоль её листов распространяется плоская электромагнитная волна, электрический вектор \vec{E}_o которой параллелен оси x (рис. 203). Так как в данном случае электрический вектор \vec{E}_o этой волны перпендикулярен к главной оси z слоистой диэлектрической структуры, то волна, распространяющаяся в ней, является обыкновенной волной. Если размеры листов оргстекла достаточно велики, а величины d_1 и d_2 малы по сравнению с λ , то электрическое поле в листах и между ними можно считать однородным. Учитывая, что тангенциальная составляющая электрического вектора \vec{E}_o должна быть непрерывной на границах раздела сред, значение вектора \vec{E} внутри листов и между ними должно быть одинаково. Следовательно, $\vec{D}_1 = \epsilon_1 \vec{E}_o$ и $\vec{D}_2 = \epsilon_2 \vec{E}_o$, где ϵ_1 и ϵ_2 – диэлектрические проницаемости соответственно органического стекла и воздуха. Среднее значение вектора электрического смещения, полученное усреднением по всему объёму структуры, равно

$$\vec{D} = \frac{d_1 \vec{D}_1 + d_2 \vec{D}_2}{d_1 + d_2} = \frac{d_1 \epsilon_1 + d_2 \epsilon_2}{d_1 + d_2} \vec{E}_o. \quad (4.5.3)$$

Следовательно, для обыкновенной волны, распространяющейся перпендикулярно главной оси структуры, её эффективная диэлектрическая проницаемость равна

$$\epsilon_x = \frac{\vec{D}}{\vec{E}} = \frac{d_1 \epsilon_1 + d_2 \epsilon_2}{d_1 + d_2}. \quad (4.5.4)$$

Если толщина листов органического стекла равна величине воздушных зазоров ($d_1 = d_2$), то согласно (4.5.4) имеем

$$\epsilon_x = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}. \quad (4.5.5)$$

Так как электромагнитные свойства слоистой структуры одинаковы вдоль осей x и y , то

$$\epsilon_y = \epsilon_x = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}. \quad (4.5.6)$$

Для обыкновенной волны, вектор \vec{E}_o которой всегда перпендикулярен к главной оси структуры, независимо от направления её распространения, должны выполняться указанные граничные условия (непрерывность

тангенциальной составляющей вектора \bar{E}), а, следовательно, для обыкновенной волны эквивалентный показатель преломления слоистой структуры всегда равен

$$n_o = \sqrt{\varepsilon_x \mu} = \sqrt{\frac{d_1 \varepsilon_1 + d_2 \varepsilon_2}{d_1 + d_2}}, \quad (4.5.7)$$

при $\mu = 1$ или при $d_1 = d_2$ имеем

$$n_o = \sqrt{\varepsilon_x} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}}. \quad (4.5.8)$$

2. Предположим, что вдоль листов слоистой структуры распространяется необыкновенная волна, электрический вектор \bar{E}_e которой параллелен главной оси z структуры (рис. 203). Учитывая, что нормальная составляющая вектора электрического смещения \bar{D} должна оставаться непрерывной при пересечении границ раздела сред, вектор смещения \bar{D} должен быть одинаковым как внутри лент, так и в промежутках между ними, т.е. $\bar{E}_1 = \frac{\bar{D}}{\varepsilon_1}$; $\bar{E}_2 = \frac{\bar{D}}{\varepsilon_2}$. Среднее значение напряжённости поля, полученное усреднением по всему объёму слоистой структуры, равно

$$\bar{E}_e = \frac{d_1 \bar{E}_1 + d_2 \bar{E}_2}{d_1 + d_2} = \frac{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}}{d_1 + d_2} \bar{D}. \quad (4.5.9)$$

В данном случае эффективная диэлектрическая проницаемость слоистой структуры равна

$$\varepsilon_z = \frac{\bar{D}}{\bar{E}_e} = \frac{d_1 + d_2}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (d_1 + d_2)}{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1}. \quad (4.5.10)$$

При $d_1 = d_2$ получим

$$\varepsilon_z = \frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}. \quad (4.5.11)$$

Таким образом, для необыкновенной волны, которая распространяется перпендикулярно к главной оси слоистой структуры, её эквивалентный показатель преломления равен

$$n_e = \sqrt{\varepsilon_z \mu} = \sqrt{\varepsilon_e \mu} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 (d_1 + d_2)}{d_1 \varepsilon_2 + d_2 \varepsilon_1}} \quad \text{при } \mu = 1. \quad (4.5.12)$$

В случае, если $d_1 = d_2$, имеем

$$n_e = \sqrt{\frac{2\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}}. \quad (4.5.13)$$

Пусть необыкновенная волна \bar{E}_e распространяется вдоль главной оси z слоистой структуры, а её вектор \bar{E}_e совпадает с осью x . Так как вектор \bar{E}_e данной волны оказывается перпендикулярным к главной оси z , то она становится обыкновенной и её показатель преломления будет равен

$$n_e = n_o = \sqrt{\varepsilon'_x} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}}. \quad (4.5.14)$$

Пусть необыкновенная волна распространяется под углом β к главной оси z , а её электрический вектор \bar{E}_e составляет с главной осью z угол $(90 - \beta)$. Диэлектрическая проницаемость слоистой структуры для этой волны будет иметь значение ε' , заключённое в пределах $\varepsilon_z < \varepsilon' < \varepsilon_x$, а показатель преломления будет заключён в пределах $n_e < n'_e < n_o$.

Учитывая, что относительная диэлектрическая проницаемость органического стекла в диапазоне радиоволн равна $\varepsilon_1 = 2,56$, а проницаемость воздуха $\varepsilon_2 = 1$, согласно формулам (4.5.6) и (4.5.11), можно найти главные эффективные проницаемости слоистой диэлектрической структуры

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 1,78; \quad \varepsilon_z = 1,44.$$

Таким образом, слоистая диэлектрическая структура является аналогом одноосного оптически отрицательного двоякопреломляющего кристалла, для которого выполняется соотношение $\varepsilon_x = \varepsilon_y > \varepsilon_z$. Поверхность эллипсоида вращения для диэлектрической проницаемости слоистой структуры можно теоретически построить на основе уравнения (4.2.4). Внешний вид эллипсоида аналогичен рис. 196. Согласно формуле (4.5.8), слоистая

диэлектрическая структура для обыкновенной волны имеет показатель преломления $n_o = \sqrt{\epsilon_x} = 1,33$. Показатель преломления необыкновенной волны имеет значение от $n_e = \sqrt{\epsilon_z} = 1,20$ до $n_o = 1,33$ в зависимости от направления распространения.

4.6. ИСКУССТВЕННЫЕ ДВОЙКОПРЕЛОМЛЯЮЩИЕ ПРИЗМЫ ДЛЯ САНТИМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН

Для сантиметровых электромагнитных волн двойкопреломляющие призмы можно изготовить на базе металлоточных, волноводных или слоистых диэлектрических структур. Металлоточная анизотропная призма (рис. 204) состоит из тонких металлических листов в виде прямоугольных треугольников, установленных с помощью шпилек параллельно друг другу на расстоянии $a = 20$ мм друг от друга. Преломляющий угол при вершине призмы равен $\alpha = 45^\circ$. За главную ось z металлоточной призмы принимается направление, перпендикулярное к её металлическим листам. При облучении призмы линейно поляризованной волной, электрический вектор \vec{E} которой составляет с главной осью z угол $\varphi = 45^\circ$, в ней распространяются две волны: обыкновенная \vec{E}_o и необыкновенная \vec{E}_e с взаимно перпендикулярными линиями поляризации.

Для обыкновенной волны эквивалентный показатель преломления равен $n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}$. При $a = 20$ мм и $\lambda = 32$ мм имеем $n_o = 0,6$.

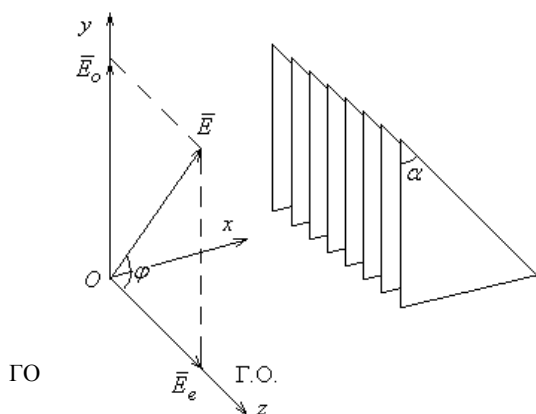


Рис. 204

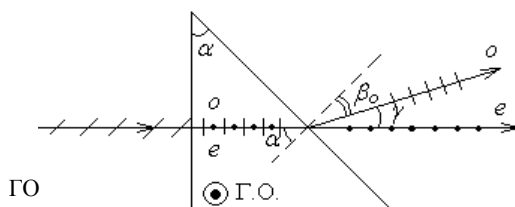


Рис. 205

Для необыкновенной волны эквивалентный показатель преломления призмы равен $n_e = 1$. Ход лучей в металлоточной двойкопреломляющей призме показан на рис. 205. Угол преломления β_o для обыкновенной волны может быть рассчитан на основе закона преломления: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_o} = \frac{1}{n_o}$. При $\alpha = 45^\circ$ получим $\beta_o = 22^\circ$. Другими словами металлоточная призма, как менее оптически плотная среда, отклоняет обыкновенную волну от первоначального направления распространения на угол $\gamma = 45^\circ - \beta_o = 23^\circ$. Так как для необыкновенной волны данная призма имеет показатель преломления $n_e = 1$, то указанная волна не испытывает преломления в металлоточной призме.

Волноводная двойкопреломляющая призма (рис. 206) изготовлена из тонкой белой жести и состоит из большого числа спаянных вместе прямоугольных волноводов различной длины. Каждый волновод имеет прямоугольное сечение размером $a_z = 20$, $a_y = 27$ мм. За главную ось анизотропной призмы принимается направление z , перпендикулярное к широким стенкам волноводов. Угол при вершине призмы $\alpha = 45^\circ$. Для обыкновенной и необыкновенной волн призма имеет соответственно показатели преломления $n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_z}\right)^2} = 0,6$ и

$n_e = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_y}\right)^2} = 0,80$. Другими словами, анизотропия обусловлена тем, что $a_z \neq a_y$. Ход лучей в волноводной призме показан на рис. 207.

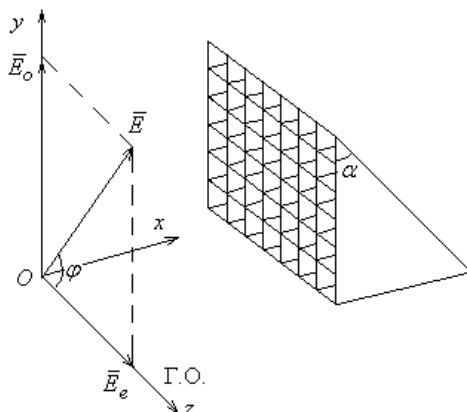


Рис. 206

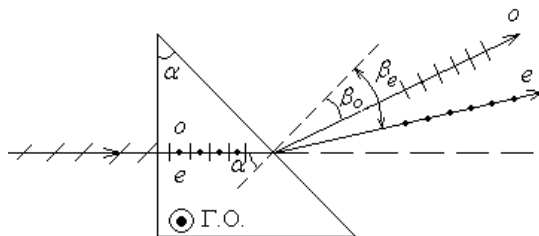


Рис. 207

Обыкновенная и необыкновенная волны испытывают на гипотенузной грани призмы преломления в соответствии с законами $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_o} = \frac{1}{n_o}$; $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e} = \frac{1}{n_e}$, где β_o и β_e – углы преломления для обыкновенной и необыкновенной волн. Расчёты дают $\beta_o = 22^\circ$; $\beta_e = 29^\circ$.

Описанные призмы не позволяют исследовать двойное преломление в случае, когда волна распространяется вдоль главной оси. Рассмотрим различные случаи двойного лучепреломления сантиметровых электромагнитных волн в двоякопреломляющих призмах, выполненных на базе слоистых диэлектрических структур. На рисунке 208 показана анизотропная прямоугольная призма, состоящая из тонких листов органического стекла толщиной 4 мм, установленных параллельно друг другу на расстоянии также 4 мм. Листы органического стекла скрепляются металлическими шпильками с соответствующими прокладками. Преломляющий угол призмы при её вершине $\alpha = 45^\circ$. За главную ось принимается направление, перпендикулярное к листам оргстекла. Для обыкновенной и необыкновенной волн призма имеет, соответственно, показатели преломления $n_o = 1,33$ и $n_e = 1,20$.

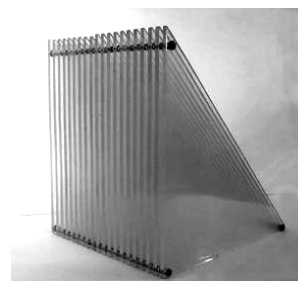


Рис. 208

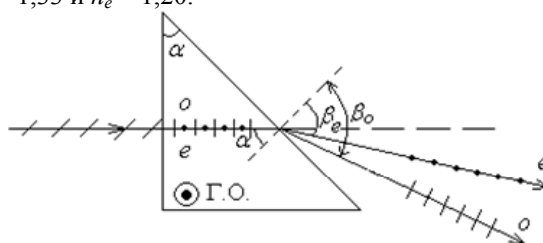


Рис. 209

Для проведения эксперимента облучают призму электромагнитной волной перпендикулярно к её катетной грани так, чтобы волны распространялись вдоль листов оргстекла, т.е. перпендикулярно к её главной оси. При этом электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны должен составлять с главной осью призмы угол $\varphi = 45^\circ$. При таком облучении призмы линейно поляризованная волна в ней распадается на две волны: обыкно-

венную и необыкновенную с ортогональными линиями поляризации, которые распространяются по одному направлению (рис. 209).

Обыкновенная волна, вектор \vec{E}_o которой перпендикулярен к главной оси призмы, преломляется на гипотенузной грани призмы в соответствии с законом: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_o} = \frac{1}{n_o}$. При $\alpha = 45^\circ$ и $n_o = 1,33$ имеем значение угла преломления $\beta_o = 70^\circ$. Другими словами, обыкновенная волна отклоняется к основанию призмы от первоначального направления распространения на угол $\gamma_o = \beta_o - \alpha = 24^\circ$. Необыкновенная волна преломляется на гипотенузной грани призмы в соответствии с законом $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e} = \frac{1}{n_e}$. При $\alpha = 45^\circ$ и $n_e = 1,20$ получим $\beta_e = 58^\circ$, т.е. данная волна отклоняется призмой от первоначального направления распространения на угол $\gamma_e = \beta_e - \alpha = 13^\circ$.

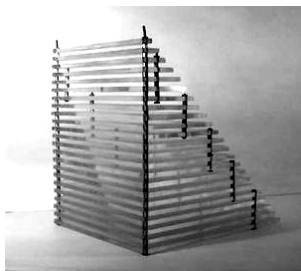


Рис. 210

На рисунке 210 показана двоякопреломляющая призма, выполненная из тонких листов органического стекла с воздушными промежутками между ними. Главная ось этой призмы располагается перпендикулярно к листам оргстекла и перпендикулярно к её основанию. Этим данная призма отличается от призмы, изображённой на рис. 208. Показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волн имеют прежние значения: $n_o = 1,33$ и $n_e = 1,20$. Ход лучей в призме (рис. 210) показан на рис. 211.

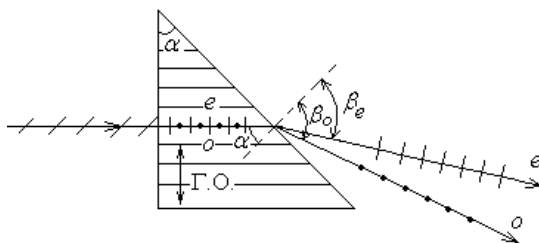


Рис. 211

Углы преломления для обыкновенной и необыкновенной волн имеют прежние значения: $\beta_o = 70^\circ$; $\beta_e = 58^\circ$.

Описанная анизотропная призма рис. 210 позволяет показать отсутствие двойного лучепреломления в случае, когда электромагнитная волна распространяется вдоль её главной оси. Для этого призму (рис. 210) достаточно установить, как показано на рис. 212, и облучить её волной перпендикулярно вертикальной катетной грани. В этом случае линейно поляризованная волна при любой ориентации её электрического вектора \vec{E} является обыкновенной волной (рис. 213) и испытывает преломление по закону: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n_o}$.

Таким образом, опытным путём доказано, что двойное лучепреломление не наблюдается, если электромагнитная волна распространяется вдоль главной оси анизотропного кристалла.

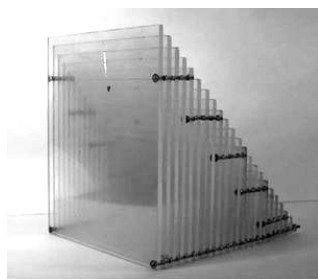


Рис. 212

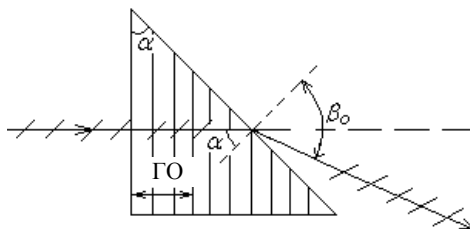


Рис. 213

4.7. ПОСТРОЕНИЕ ГЮЙГЕНСА ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СЛУЧАЕВ ДВОЙНОГО ЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ КРИСТАЛЛА

Для наглядного объяснения двойного лучепреломления и построения обоих преломлённых лучей в одноосном кристалле можно воспользоваться графическим методом, предложенным Х. Гюйгенсом и являющимся

обобщением принципа Гюйгенса на анизотропные среды. Для более глубокого понимания построения Гюйгенса рассмотрим четыре основных случая падения неполяризованной волны на поверхность анизотропного двоякопреломляющего кристалла, в качестве которого будем использовать модель двоякопреломляющего кристалла в виде слоистой диэлектрической структуры. При этом полученные результаты могут быть проверены на основе наглядного эксперимента в сантиметровом диапазоне радиоволн.

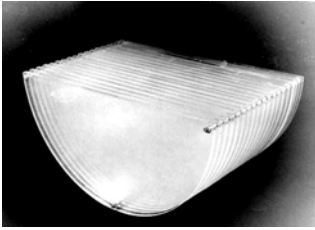


Рис. 214

Волновые поверхности в слоистой диэлектрической структуре аналогичны волновым поверхностям для отрицательных двоякопреломляющих одноосных кристаллов, которым, например, является кристалл исландского шпата. Это позволяет широко использовать слоистые диэлектрические структуры для моделирования кристаллооптических явлений в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн.

Рассмотрим основные случаи падения плоской электромагнитной волны на поверхность модели двоякопреломляющего кристалла, выполненного в виде слоистой диэлектрической структуры.

1. Главная ось кристалла параллельна преломляющей грани и перпендикулярна к плоскости падения волн. Модель двоякопреломляющего кристалла для сантиметровых электромагнитных волн выполнена в форме полуцилиндра радиусом 15 см (рис. 214), что позволяет наблюдать двойное лучепреломление только на одной диаметральной преломляющей грани. Главная "оптическая" ось модели кристалла (направление, перпендикулярное к листам органического стекла) расположена параллельно диаметральной преломляющей грани и перпендикулярно к плоскости падения волн. Рассмотрим наклонное падение плоской электромагнитной волны на преломляющую диаметральною грань модели кристалла. Допустим, что электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на "кристалл", составляет с плоскостью падения угол 45° . Такое облучение "кристалла" эквивалентно использованию неполяризованного излучения. Пусть угол падения линейно поляризованной волны на преломляющую грань модели кристалла равен α , а плоский фронт в начальный момент времени изображается линией AB (рис. 215).

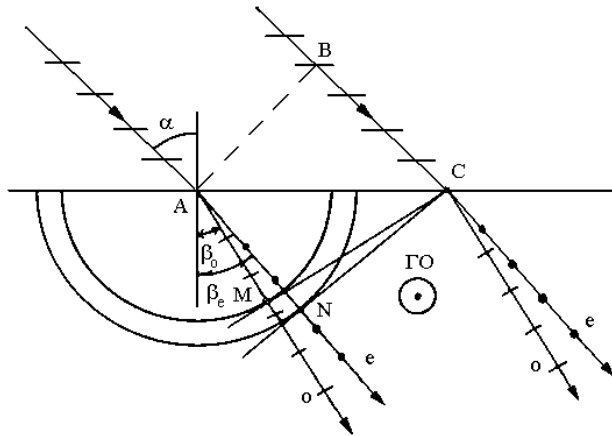


Рис. 215

За время τ , в течение которого правый край фронта B распространяется в первой среде (воздух) до точки C , в модели кристалла согласно принципа Гюйгенса возникнут около точки A две волны: обыкновенная и необыкновенная, волновые поверхности которых имеют в плоскости чертежа форму окружностей различного радиуса, так как электрический вектор \vec{E}_o обыкновенной волны всегда перпендикулярен главной оси ГО кристалла, а электрический вектор \vec{E}_e необыкновенной волны оказывается параллельным к главной оси модели кристалла. Линии CM и CN , проведенные из точки C и являющиеся касательными к окружностям, определяют положение волновых фронтов для преломленных обыкновенной и необыкновенной волн. Из треугольников ABC и ACM имеем

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_o} = \frac{BC}{AM} = \frac{c}{V_o} = n_o, \quad (4.7.1)$$

откуда, например, при $\alpha = 45^\circ$ и $n_o = 1,33$ находим угол преломления для необыкновенной волны $\beta_o \cong 32^\circ$. Из треугольников ABC и CAN имеем

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e} = \frac{BC}{AN} = \frac{c}{V_e} = n_e. \quad (4.7.2)$$

Угол преломления необыкновенной волны при $\alpha = 45^\circ$ и $n_e = 1,20$ равен $\beta_e \cong 36^\circ$. Полученные теоретическим путём выводы согласуются с опытными данными по наблюдению двойного лучепреломления в модели кристалла (рис. 214).

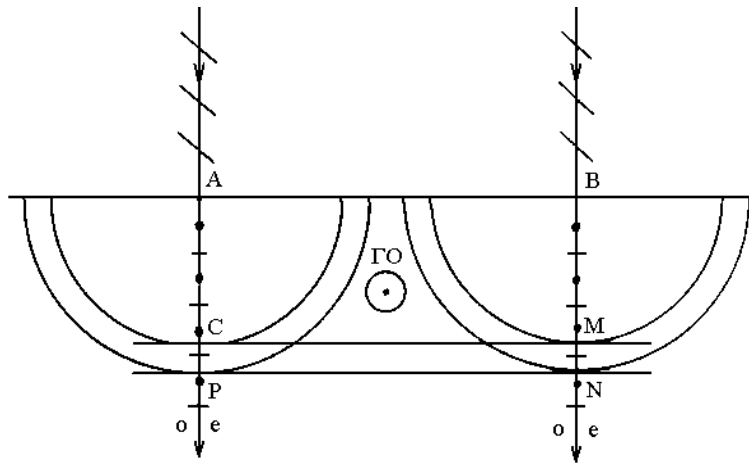


Рис. 216

На рисунке 216 показано построение на основе принципа Гюйгенса волновых поверхностей обыкновенной и необыкновенной волн при нормальном падении плоской волны на модель двоякопреломляющего кристалла (рис. 214).

Электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на диаметральною грань модели кристалла, составляет с плоскостью падения угол $\alpha = 45^\circ$. Из построения волновых поверхностей следует, что обыкновенная и необыкновенная волны не испытывают отклонения от первоначального направления, хотя и распространяются в "кристалле" с различными фазовыми скоростями V_o и V_e .

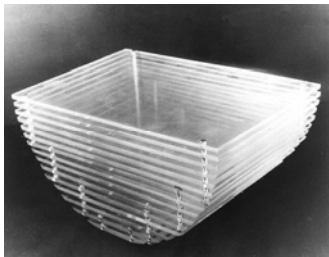


Рис. 217

2. Главная ось кристалла перпендикулярна преломляющей грани и расположена в плоскости падения. Модель кристалла (рис. 217) выполнена в форме полуцилиндра радиусом 15 см, что позволяет экспериментально исследовать двойное лучепреломление только на одной диаметральной преломляющей грани. Листы органического стекла в модели кристалла расположены параллельно преломляющей грани так, что главная ось модели кристалла (направление перпендикулярное листам стекла) лежит в плоскости падения.

На рисунке 218 показано построение на основе принципа Гюйгенса волновых фронтов для обыкновенной и необыкновенной волн в модели кристалла (рис. 217) при наклонном падении плоского фронта AB линейно поляризованной волны, электрический вектор \vec{E} которой составляет с плоскостью падения угол 45° . За время τ , в течение которого правый край фронта B распространяется в воздухе до точки C , в модели кристалла возникают около точки A две волны: обыкновенная, волновая поверхность которой в плоскости падения изображается окружностью, и необыкновенная волна, волновая поверхность которой имеет форму эллипса, малая полуось которого параллельна оси ΓO модели кристалла. Линии CM и CM' , являющиеся касательными к окружности и эллипсу, дают положение волновых фронтов для преломленных волн, соответственно, обыкновенной и необыкновенной. При этом угол преломления β_o для обыкновенной волны может быть рассчитан по формуле (4.7.1), так как для неё показатель преломления n_o имеет постоянное значение. Для необыкновенной волны, электрический вектор \vec{E}_e которой составляет с главной осью ΓO модели произвольный угол, показатель преломления n'_e имеет значение, заключённое в пределах от $n_e = 1,20$ до $n_o = 1,33$. Так как показатель преломления n'_e для необыкновенной волны оказывается меньше показателя преломления для обыкновенной волны n_o , то угол преломления β_e для необыкновенной волны будет больше угла преломления β_o для обыкновенной волны, что подтверждается опытами в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн.

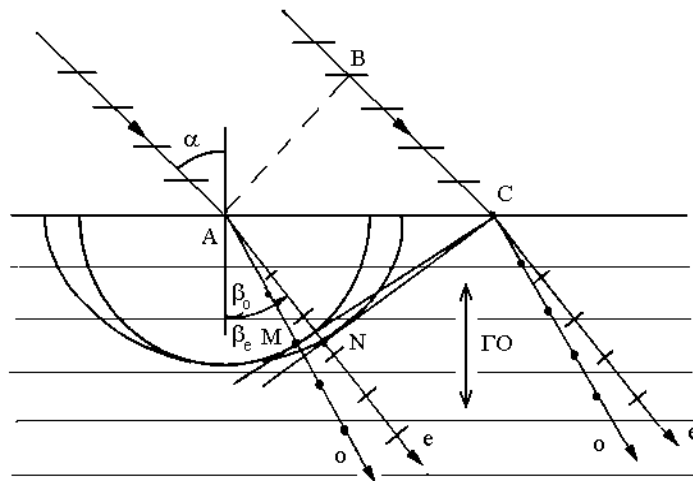


Рис. 218

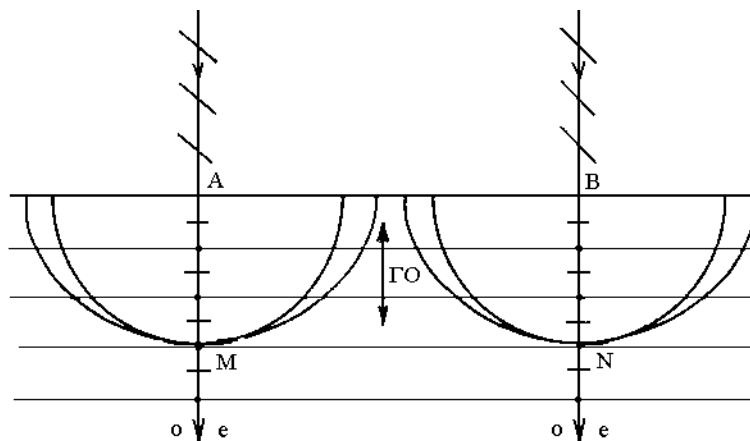


Рис. 219

На рисунке 219 показано построение волновых фронтов для обыкновенной и необыкновенной волн при нормальном падении плоской волны на модель двоякопреломляющего кристалла (рис. 217). Электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на грань кристалла, составляет с плоскостью падения угол 45° . Из построения волновых поверхностей видно, что обыкновенная и необыкновенная волны распространяются с одинаковыми фазовыми скоростями, так как направление их распространения совпадает с главной осью модели кристалла.

3. Главная ось кристалла параллельна преломляющей грани и расположена в плоскости падения. Модель

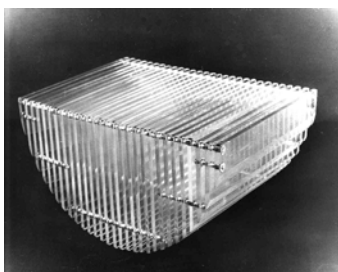


Рис. 220

кристалла для исследования двойного лучепреломления в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн при указанных условиях ориентации главной оси кристалла показана на рис. 220. На рисунке 221 показано построение волновых фронтов для обыкновенной и необыкновенной волны в рассматриваемой модели кристалла при наклонном падении на неё линейно поляризованной волны, электрический вектор \vec{E} которой составляет с плоскостью падения угол 45° . Из построения следует, что угол преломления β_0 обыкновенной волны меньше угла преломления β_e необыкновенной волны, что подтверждается соответствующим экспериментом. На рисунке 222 показано построение волновых фронтов для обыкновенной и необыкновенной волны при нормальном падении линейно поляризованных волн на преломляющую грань модели кристалла (рис. 220). Из построения следует, что обыкновенная и необыкновенная волны

распространяются в модели кристалла в прежнем направлении, но имеют различные фазовые скорости.

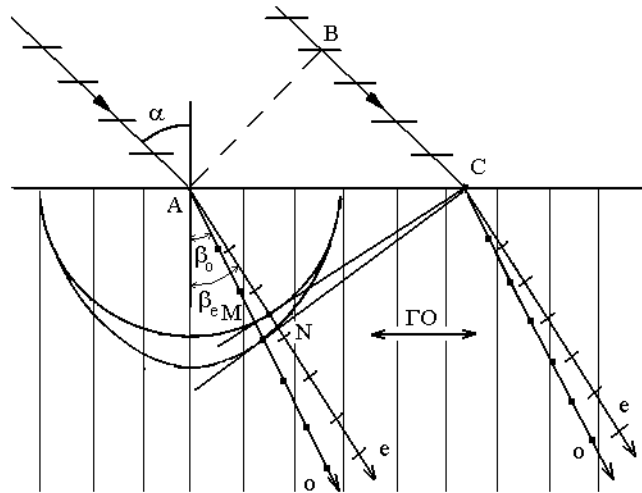


Рис. 221

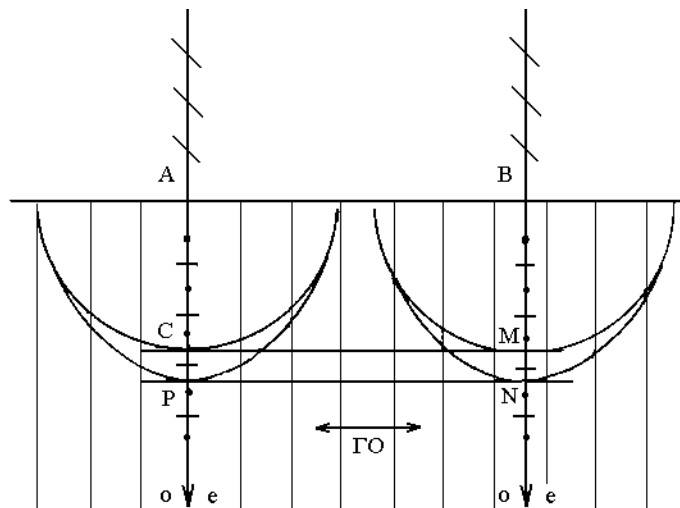


Рис. 222

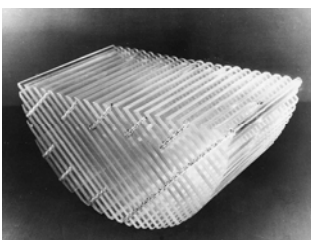


Рис. 223

4. Главная ось кристалла лежит в плоскости падения под углом 45° к преломляющей грани. Модель кристалла для экспериментального исследования двойного лучепреломления в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн при указанных условиях ориентации её главной оси показана на рис. 223. Листы органического стекла модели кристалла составляют с диаметральной гранью угол 45° . Следовательно, главная ось модели кристалла (направление перпендикулярное листам стекла) лежит в плоскости падения волн и составляет с преломляющей гранью угол 45° . На рисунке 224 показано построение волновых фронтов для обыкновенной и необыкновенной волны в модели кристалла при наклонном падении плоского фронта AB линейно поляризованной волны, электрический вектор \vec{E} которой составляет с плоскостью падения угол 45° . За время τ , в течение которого правый край фронта B распространяется в воздухе до точки C , в модели кристалла около точки A возникают две волны: обыкновенная, волновая поверхность которой в плоскости падения имеет форму окружности, и необыкновенная волна, волновая поверхность которой изображается эллипсом, малая полуось которого параллельна главной оси ГО модели кристалла. Линии CM и CN , являющиеся касательными к волновым поверхностям, определяют положение преломленных волновых фронтов для обыкновенной и необыкновенной волны. Из построения видно, что угол преломления β_e необыкновенной волны оказывается несколько больше угла преломления β_0 обыкновенной волны, что подтверждается соответствующим экспериментом.

Из построения видно, что угол преломления β_e необыкновенной волны оказывается несколько больше угла преломления β_0 обыкновенной волны, что подтверждается соответствующим экспериментом.

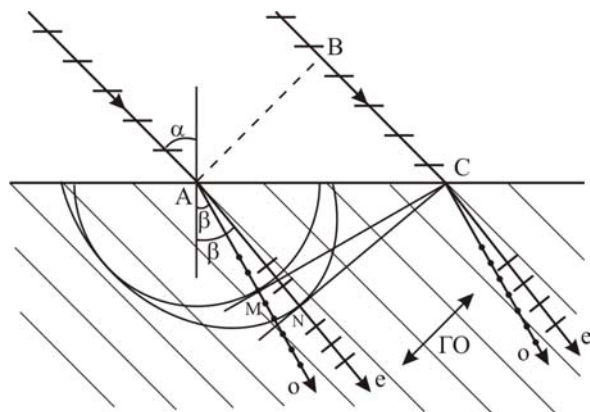


Рис. 224

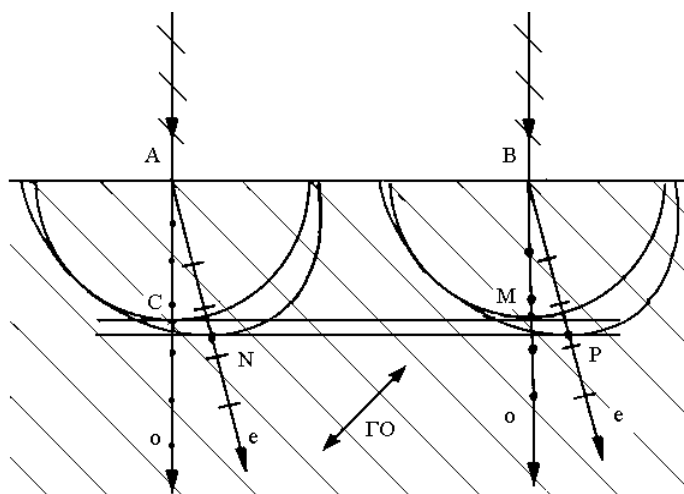


Рис. 225

На рисунке 225 показано построение волновых фронтов для обыкновенной и необыкновенной волн при нормальном падении линейно поляризованной волны на преломляющую грань модели кристалла (рис. 223). Согласно принципа Гюйгенса около точек *A* и *B* возникнут сферические волновые поверхности одинакового радиуса, в результате чего волновой фронт *CM* обыкновенной волны в модели кристалла будет параллелен падающему фронту *AB* и обыкновенные волны пересекут грань модели кристалла, не преломляясь. Волновые поверхности вторичных необыкновенных волн, исходящих из точек *A* и *B* будут иметь в плоскости рис. 225 вид эллипсов, малые полуоси которых параллельны главной оси ГО "кристалла". Волновой фронт *NP* необыкновенной волны, распространяющейся в модели кристалла, будет также параллелен падающему фронту *AB* плоской волны, но точки *N* и *P* его касания с эллипсами сдвинуты относительно точек *C* и *M*. Это приводит к отклонению необыкновенных волн от первоначального направления распространения.

Для того чтобы уверенно показать факт отклонения необыкновенных волн при нормальном падении сантиметровых электромагнитных волн на грань кристалла, модель кристалла целесообразно изготовить в форме параллелепипеда достаточно больших размеров 20×20×30 см (рис. 226). При этом листы органического стекла должны составлять с гранью, на которую нормально падают волны, угол 45°.

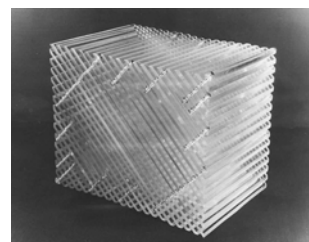


Рис. 226

4.8. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ДВОЯКОПРЕЛОМЛЯЮЩИЕ ПРИЗМЫ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

На основе искусственных сред имеется возможность наглядно моделировать физические процессы, происходящие в поляризационных двоякопреломляющих призмах, применяемых в оптике для превращения естественного света в линейно поляризованный. Модель поляризационной призмы Волластона для сантиметровых электромагнитных волн показана на рис. 227. Она состоит из двух призм (рис. 208) и (рис. 212), рассмотренных в § 4.6. Каждая из прямоугольных призм модели поляризатора Волластона имеет угол при вершине, равный $\alpha = 45^\circ$. Главные "оптические" оси анизотропных призм расположены взаимно перпендикулярно. Согласно

формулам (4.5.8) и (4.5.13) показатели преломления призм для обыкновенной и необыкновенной волн равны $n_o = 1,33$ и $n_e = 1,20$.

Рассмотрим физические процессы, происходящие в модели призмы Волластона. Облучим поляризатор

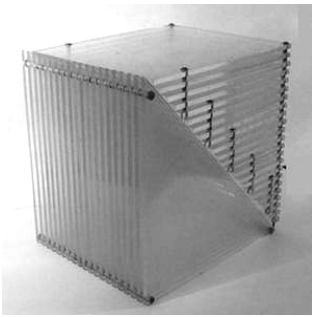


Рис. 227

Волластона линейно поляризованной волной, электрический вектор \vec{E} которой составляет с главными осями двойкопреломляющих призм угол 45° (рис. 228). Такое облучение в определённой мере эквивалентно использованию неполяризованного излучения в соответствующем оптическом эксперименте. Волна, падающая на первую анизотропную призму поляризатора Волластона, распадается в ней на две линейно поляризованные волны (обыкновенную o' и необыкновенную e') с ортогональными линиями поляризации. Эти волны распространяются в первой призме в одном направлении и падают на границу раздела двух двойкопреломляющих призм под углом $\alpha = 45^\circ$. Так как главные оси призм поляризатора Волластона взаимно перпендикулярны, то обыкновенная o' (необыкновенная e') волна, распространяющаяся в первой призме, становится необыкновенной e (обыкновенной o) во второй призме.

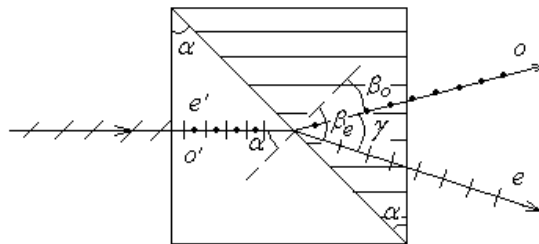


Рис. 228

Необыкновенная волна e' , распространяющаяся в первой призме, на границе раздела сред модели поляризатора Волластона испытывает преломление в соответствии с законом Снеллиуса:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_o} = \frac{n_o}{n_e}, \quad (4.8.1)$$

где $\alpha = 45^\circ$ – угол падения; β_o – угол преломления для обыкновенной волны o , распространяющейся на второй призме. При $n_o = 1,33$ и $n_e = 1,20$ получаем $\beta_o \approx 39,5^\circ$ (рис. 228).

Обыкновенная o' волна, распространяющаяся в первой призме, на границе раздела двух двойкопреломляющих призм испытывает преломление в соответствии с законом

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_e} = \frac{n_e}{n_o}. \quad (4.8.2)$$

Легко подсчитать, что угол преломления для необыкновенной волны, распространяющейся во второй призме, равен $\beta_e \approx 51,5^\circ$. Таким образом, из модели поляризатора Волластона выходят две линейно поляризованные волны, которые в опыте улавливаются соответствующим перемещением приёмной рупорной антенны, соединённой с осциллографом. Угол расхождения двух линейно поляризованных волн примерно равен $\gamma = \beta_e - \beta_o = 12^\circ$. Здесь мы не учитываем дополнительное преломление волн при выходе из второй анизотропной призмы поляризатора Волластона. Вращением приёмной рупорной антенны, как анализатора, вокруг её продольной оси убеждаются, что каждая из волн на выходе модели поляризатора Волластона линейно поляризована, причём линии поляризации в них ортогональны и ориентированы по направлению главных осей анизотропных призм.

На базе слоистых диэлектрических структур можно изготовить наглядную действующую модель поляризационной призмы Глана с воздушным зазором. Модель данного поляризатора (рис. 229) для сантиметровых электромагнитных волн состоит из двух прямоугольных двойкопреломляющих призм с углом при вершинах, равным $\alpha = 52^\circ$. Так как листы органического стекла в обеих призмах параллельны, то их главные "оптические" оси также параллельны. Между призмами имеется воздушный промежуток, толщина L которого должна быть не меньше длины волны используемого электромагнитного излучения.

Рассмотрим принцип действия данного поляризатора. Облучим модель поляризационной призмы Глана электромагнитной волной, электрический вектор \vec{E} которой составляет с главными осями анизотропных призм угол 45°



Рис. 229

(рис. 230). Такое облучение в определённой мере эквивалентно использованию неполяризованного излучения в соответствующем оптическом эксперименте. В первой двоякопреломляющей призме волна распадается на две линейно поляризованные волны (обыкновенную o и необыкновенную e) с ортогональными линиями поляризации. Обе волны распространяются в одном направлении и падают на границу раздела между призмой и воздушным промежутком под углом $\alpha = 52^\circ$. Так как показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волн равны $n_o = 1,33$ и $n_e = 1,20$, то воздушный слой между анизотропными призмами поляризатора Глана выполняет роль "оптически" менее плотной среды. При этом для обыкновенной волны предельный угол полного внутреннего отражения в соответствии с формулой

$$\sin \alpha_o = \frac{1}{n_o} \quad (4.8.3)$$

равен $\alpha_o \approx 48,5^\circ$.

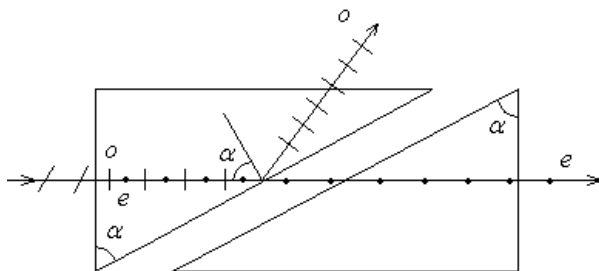


Рис. 230

Так как угол падения $\alpha = 52^\circ$ для обыкновенной волны, падающей на границу раздела, больше предельного угла α_o полного внутреннего отражения ($\alpha > \alpha_o$), то она испытывает полное отражение от воздушного промежутка между анизотропными призмами (рис. 230). Для необыкновенной e волны предельный угол полного внутреннего отражения в соответствии с формулой

$$\sin \alpha_e = \frac{1}{n_e} \quad (4.8.4)$$

равен $\alpha_e \approx 56,5^\circ$. Так как угол падения $\alpha = 52^\circ$ этой волны на границу раздела сред меньше предельного угла полного отражения ($\alpha < \alpha_e$), то необыкновенная волна не испытывает полного отражения от воздушного промежутка и распространяется во второй призме. Таким образом, если исключить из рассмотрения волну, испытывающую полное отражение от воздушного зазора между анизотропными призмами, то из модели поляризатора Глана выходит только одна линейно поляризованная волна, которая улавливается приёмной рупорной антенной, соединённой с осциллографом. Вращением приёмной рупорной антенны, как анализатора, вокруг её продольной оси убеждаются, что электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, выходящей из модели поляризатора Глана, совпадает по направлению с главными осями двоякопреломляющих призм. Другими словами, эта волна является необыкновенной.

Следует отметить, что если толщина L воздушного промежутка между анизотропными призмами рассмотренного поляризатора будет значительно меньше длины волны используемого излучения, то обыкновенная компонента, испытывающая полное внутреннее отражение, будет частично просачиваться через воздушный зазор, что является следствием "оптического" аналога туннельного эффекта.

Поляризационная *призма Николя*. Её часто называют николю. Данная призма вырезается из кристалла исландского шпата (рис. 231). Основания AB и CD кристалла подшлифовывают так, чтобы они составляли с ребром AD угол 68° . После этого призму распиливают по диагональной плоскости BD так, чтобы плоскость распиливания была перпендикулярной к обоим основаниям AB и CD .

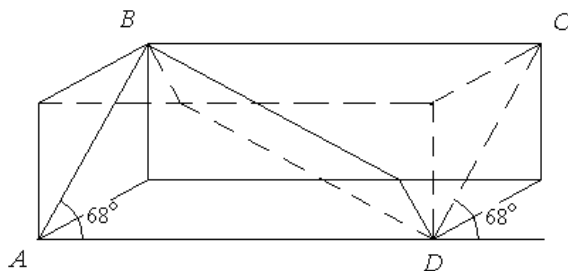


Рис. 231

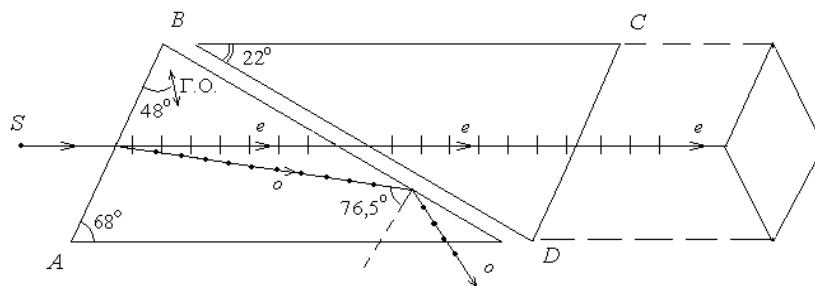


Рис. 232

Плоскости распила полируются, а затем склеиваются канадским бальзамом. Продольное и поперечное сечение призмы показано на рис. 232. Главная ось составляет с основанием призмы угол 48° . Диагональная плоскость BD наклонена к ребрам BC и AD под углом 22° . На переднюю грань AB призмы падает неполяризованное излучение от источника света S . В призме свет распадается на два луча: обыкновенный o ($n_o = 1,658$) и необыкновенный e ($n'_e = 1,515$). Канадский бальзам имеет показатель преломления $n = 1,550$. Так как $n'_e < n < n_o$, то слой канадского бальзама оптически менее плотен, чем исландский шпат для обыкновенного луча и оптически более плотен для необыкновенного луча. Обыкновенный луч падает на поверхность BD канадского бальзама под углом $76,5^\circ$, большим предельного, и, претерпев полное внутреннее отражение, поглощается в оправе призмы. Необыкновенный луч свободно проходит через слой канадского бальзама и после преломления на задней грани DC выходит из призмы параллельно падающему лучу S . Таким образом, призма Николя преобразует естественный неполяризованный свет в линейно поляризованный. Электрический вектор \vec{E}_e необыкновенной волны, выходящий из николя, лежит в главной плоскости призмы, проходящей через луч и оптическую ось. При повороте призмы Николя вокруг луча S на некоторый угол на такой же угол повернется и линия поляризации света, выходящего из призмы.

4.9. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПЫТОВ ГЮЙГЕНСА С ДВУМЯ ДВОЯКОПРЕЛОМЛЯЮЩИМИ КРИСТАЛЛАМИ

В своём "Трактате о свете" Христиан Гюйгенс впервые объяснил возникновение двойного лучепреломления, введя различные волновые поверхности (сферическую и эллипсоид вращения) для обыкновенной и необыкновенной волн. Однако он не смог объяснить явления, возникающие при прохождении света через два кристалла исландского шпата. На основании развитой теории Х. Гюйгенс пришел к выводу о том, что если из первого кристалла исландского шпата выходят два луча, то из второго кристалла, установленного на пути этих лучей, должно выходить четыре луча. Поставленный Гюйгенсом эксперимент с двумя кристаллами исландского шпата показал, что действительно наблюдаются четыре луча, но не всегда! Х. Гюйгенс не смог найти удовлетворительного объяснения своим опытам, так как явление поляризации света при двойном лучепреломлении было открыто значительно позже Э. Малюсом, который и ввёл термин "поляризация". Однако следует отметить, что Х. Гюйгенс в своих опытах с двумя двоякопреломляющими кристаллами был очень близок к открытию поляризации света, полагая, что световые волны, выходящие из анизотропного кристалла, "приобрели известную форму и расположение".

Учитывая важность изучения опытов Гюйгенса для углублённого понимания студентами сложных вопросов кристаллооптики, рассмотрим возможность их постановки в больших аудиториях в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см). В качестве моделей двоякопреломляющих кристаллов для радиоволн можно использовать искусственные металлоленточные прямоугольные призмы с углом при вершине, равном $\alpha = 30^\circ$ (рис. 233). Призмы изготавливаются из тонких металлических листов, установленных на расстоянии $a = 20$ мм друг от друга. За главную "оптическую" ось двоякопреломляющей призмы примем направление, перпендикулярное к металлическим лентам. Как показано в § 4.6, для обыкновенной волны, электрический вектор \vec{E}_o которой перпендикулярен главной оси призмы, её эквивалентный показатель преломления равен $n_o = 0,6$. Для необыкновенной волны, вектор \vec{E}_e которой параллелен главной оси призмы, её показатель преломления равен $n_e = 1$. Таким образом, двоякопреломляющая металлоленточная призма будет отклонять обыкновенную волну от направления первоначального распространения в соответствии с законом Снеллиуса, а необыкновенную – не будет отклонять от первоначального направления распространения. Можно показать, что при падении обыкновенной волны на катетную грань металлоленточная прямоугольная призма отклоняет волну от первоначального направления распространения на угол

$$\gamma = \alpha - \arcsin(n_o \sin \alpha), \quad (4.9.1)$$

где α – угол при вершине призмы. При $\alpha = 30^\circ$ и $n_o = 0,6$ угол $\gamma = 12^\circ$. Последовательность проведения опытов Гюйгенса может быть следующей:

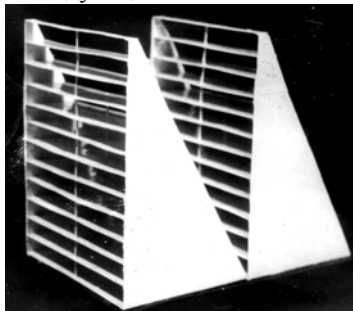


Рис. 233

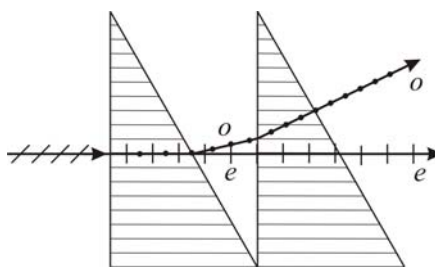


Рис. 234

1. Облучим две двоякопреломляющие призмы (рис. 233) с параллельными главными осями электромагнитной волной, вектор \vec{E} которой составляет с осями призм угол 45° (такое облучение в определённой мере эквивалентно использованию неполяризованного излучения в опытах с кристаллами исландского шпата). При облучении первой призмы перпендикулярно катетной грани (рис. 234) электромагнитная волна в ней распадается на две ортогональные компоненты (обыкновенную и необыкновенную), которые распространяются в одном направлении. Обыкновенная волна отклоняется первой призмой в соответствии с формулой (4.9.1) на угол $\gamma = 12^\circ$ от прямолинейного направления распространения; необыкновенная волна будет распространяться после прохождения первой призмы в том же направлении. Так как главные оси призм параллельны $\varphi = 0$, то обыкновенная (необыкновенная) волна, выходящая из первой призмы, будет и во второй призме обыкновенной (необыкновенной). Следовательно, во второй призме обыкновенная волна будет испытывать дополнительное преломление и отклонится на угол $\gamma = 30^\circ$ от первоначального направления распространения, а необыкновенная волна будет распространяться в том же направлении и во второй призме. Таким образом, если главные оси двух двоякопреломляющих призм параллельны, то из них выходят только две волны с ортогональными линиями поляризации, что подтверждается опытами в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн. В качестве приёмника волн в опыте используется рупорная антенна, соединённая с осциллографом.

2. Рассмотрим прохождение волн через две двоякопреломляющие призмы с взаимно перпендикулярными $\varphi = 90^\circ$ главными "оптическими" осями (рис. 235). Облучим первую призму волной, вектор \vec{E} которой составляет с её главной осью угол 45° . Как и в предыдущем опыте, из первой призмы выйдут две волны (обыкновенная и необыкновенная) с ортогональными линиями поляризации. Так как главные

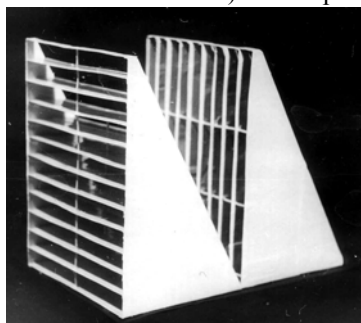


Рис. 235

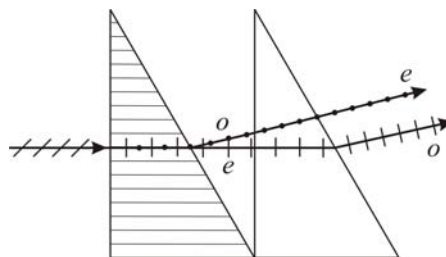


Рис. 236

оси анизотропных призм взаимно перпендикулярны, то обыкновенная (необыкновенная) волна, выходящая из первой призмы, будет необыкновенной (обыкновенной) во второй призме, (рис. 236). Следовательно, обыкновенная волна, выходящая из первой призмы, не будет отклоняться второй призмой, так как для неё $n_e = 1$; необыкновенная волна, выходящая из первой призмы, во второй призме будет испытывать преломление, так как для неё $n_o = 0,6$, и отклоняться второй призмой в соответствии с формулой (4.9.1) на угол $\gamma_o = 12^\circ$. Таким образом, при перпендикулярных "оптических" осях двух двоякопреломляющих призм из них будут выходить только два луча с ортогональными линиями поляризации, что подтверждается опытами в сантиметровом, диапазоне электромагнитных волн.

3. Рассмотрим прохождение волн через две двоякопреломляющие призмы, главные "оптические" оси которых составляют угол $\varphi = 45^\circ$ (рис. 237). Облучим первую призму волной, вектор \vec{E} которой составляет с её главной осью угол 45° (рис. 238). Из первой призмы выйдут две волны: обыкновенная o и необыкновенная e с ортогональными линиями поляризации.

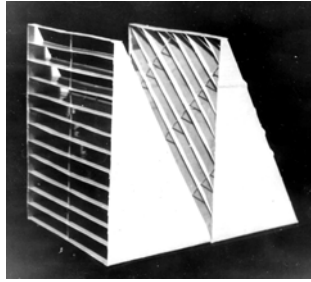


Рис. 237

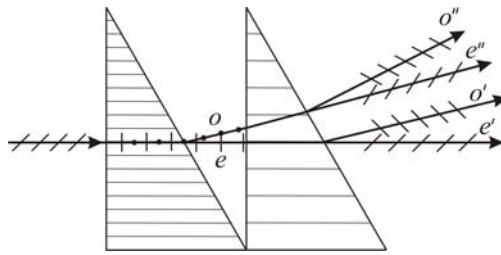


Рис. 238

Так как угол между главными осями призм равен $\varphi = 45^\circ$, то электрические векторы обыкновенной \vec{E}_o в необыкновенной \vec{E}_e волн, выходящих из первой призмы, будут составлять угол 45° с главной осью второй призмы. Следовательно, обыкновенная o волна, падающая на вторую призму, распадается в ней на две ортогональные компоненты (обыкновенную o'' и необыкновенную e''). При этом обыкновенная o'' волна, для которой $n_o = 0,6$, во второй призме испытывает преломление, а необыкновенная, e'' волна, для которой $n_e = 1$, во второй призме не испытывает преломления. Необыкновенная волна e , падающая на вторую призму, также распадается в ней на две ортогональные компоненты (обыкновенную o' и необыкновенную e'). При этом обыкновенная o' волна, для которой $n_o = 0,6$, во второй призме испытывает преломление, а необыкновенная e' волна, для которой $n_e = 1$, во второй призме не испытывает преломления. Таким образом, если главные оси двух двоякопреломляющих призм составляют угол $\varphi = 45^\circ$, то волна, проходящая эти призмы, распадается на четыре линейно поляризованные волны: две обыкновенных и две необыкновенных. Причем линии поляризации обыкновенных волн, которые параллельны между собой, составляют угол 90° с линиями поляризации необыкновенных волн, которые также параллельны между собой. Так как четыре волны, выходящие из двух искусственных анизотропных призм, имеют различные углы преломления от 0 до 30° , то они легко улавливаются приёмной рупорной антенной.

Результаты, полученные в опытах с сантиметровыми волнами, можно обобщить на классические опыты Х. Гюйгенса с двумя кристаллами исландского шпата и сделать следующий вывод: если неполяризованный свет проходит два кристалла, оптические оси которых параллельны или взаимно перпендикулярны, то на выходе получаются только два поляризованных луча с ортогональными линиями поляризации; если оптические оси двух одноосных кристаллов составляют между собой произвольный угол $0 < \varphi < 90^\circ$, то на выходе образуются четыре луча – два обыкновенных и два необыкновенных с ортогональными линиями поляризации. При $\varphi = 45^\circ$ интенсивность всех четырёх волн на выходе двух кристаллов одинакова.

Рекомендуем читателю поставить опыты по прохождению сантиметровых электромагнитных волн через три двоякопреломляющие призмы при различной ориентации их главных "оптических" осей. При этом можно сделать следующие важные выводы. Если главные оси трёх двоякопреломляющих призм параллельны или взаимно перпендикулярны, то на выходе получаются только две волны, если главные оси первых двух анизотропных призм параллельны или взаимно перпендикулярны, а главная ось третьей призмы составляет с главными осями первых призм угол 45° , то из системы выходят четыре волны; если главные оси первой и третьей призм параллельны или перпендикулярны, а главная ось второй призмы составляет с главными осями остальных призм угол 45° , то из системы выходят восемь волн!

4.10. СЛОЖЕНИЕ ДВУХ КОГЕРЕНТНЫХ ВОЛН С ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ ЛИНИЯМИ ПОЛЯРИЗАЦИИ. АНАЛИЗ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА И ТЕОРИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ВОЛН В КРИСТАЛЛАХ

Естественный свет представляет собой набор элементарных линейно поляризованных волн со всевозможными ориентациями их колебаний векторов \vec{E}_i в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения луча (§ 1.7). Эти элементарные волны соответствуют излучению различных независимых атомов источника света, т.е. заведомо не когерентны друг с другом. Рассмотрим падение естественного света на пластинку одноосного двоякопреломляющего кристалла, оптическая ось которого параллельна плоскости пластинки. При падении неполяризованного света на анизотропный кристалл в нём распространяется две волны: обыкновенная и необыкновенная с ортогональными линиями поляризации. Каждая из элементарных волн, падающих на кристалл, участвует в возбуждении этих двух волн. Однако её вклад в обыкновенную и необыкновенную волны неодинаков и зависит от угла α_i между вектором \vec{E}_i элементарной волны и главной осью кристалла. Так, например, элементарная волна, вектор \vec{E}_i которой перпендикулярен к главной оси кристалла, будет возбуждать обыкновенную волну; элементарная волна, вектор \vec{E}_i которой параллелен главной оси кристалла, будет возбуждать необыкновенную волну. Иными словами, обыкновенная и необыкновенная волны в одноосном кристалле порождаются в основном различными элементарными волнами, входящими в

состав неполяризованного света, падающего на кристалл. Следовательно, обыкновенная и необыкновенная волны, распространяющиеся в одноосном кристалле при падении на него естественного света, некогерентны, а их фазы нескоррелированы.

Рассмотрим теперь падение на одноосный двоякопреломляющий кристалл линейно поляризованной волны, полученной, например, из естественного света с помощью дихроичного поляризатора. Пусть главная линия поляризатора составляет с главной оптической осью кристалла произвольный угол α . В этом случае углы α_i для всех элементарных волн, входящих в состав падающего на кристалл света, одинаковы и равны углу α . Так как электрический вектор \vec{E}_i каждой элементарной волны, выходящей из поляризатора, составляет с главной оптической осью двоякопреломляющей пластинки одинаковый угол α , то всякая элементарная линейно поляризованная волна в кристалле распадается на две волны (обыкновенную и необыкновенную) с взаимно перпендикулярными линиями поляризации, причём их фазы совпадают, т.е. они скоррелированы. Следовательно, для всех падающих на кристалл элементарных волн \vec{E}_i соотношения между их вкладом в обыкновенную и необыкновенную волны, которые возбуждаются в кристалле, также будут одинаковыми. Иными словами, обыкновенная и необыкновенная волны порождаются одними и теми же элементарными волнами, входящими в состав естественного света, падающего на кристалл. Именно благодаря наличию поляризатора достигается временная когерентность обыкновенной и необыкновенной волн. Таким образом, обыкновенная и необыкновенная волны, возникающие в одноосном кристалле при падении на него линейно поляризованного света, *когерентны*. Однако, так как линии поляризации обыкновенной и необыкновенной волн взаимно перпендикулярны, то несмотря на их когерентность они не могут интерферировать. Тем не менее, взаимодействие двух когерентных волн с ортогональными линиями поляризации приводит к их *сложению*, которое следует отличать от явления *интерференции поляризованных волн*.

Рассмотрим теорию сложения двух когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации. Пусть имеется пластинка анизотропного одноосного кристалла, вырезанная параллельно его главной оптической оси Z . Допустим, что перед пластинкой установлен обычный источник света и поляризатор так, что электрический вектор \vec{E} волны, падающий на пластинку, составляет произвольный угол α с её главной оптической осью Z . Плоскость пластинки совпадает с плоскостью чертежа (рис. 239). Линия ОП соответствует главной линии поляризатора. Линейно поляризованная волна \vec{E} в анизотропной пластинке распадается на две когерентные волны (обыкновенную \vec{E}_o и необыкновенную \vec{E}_e) с взаимно перпендикулярными линиями поляризации ($\vec{E}_o \perp \vec{E}_e$). Амплитуды этих когерентных волн можно найти из пространственной диаграммы (рис. 239):

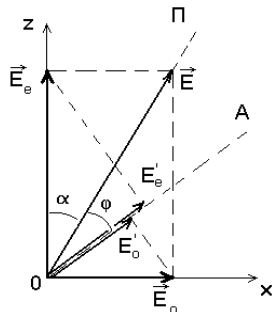


Рис. 239

Уравнения колебаний когерентных волн на входе анизотропной пластинки можно записать в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_o &= E_o \sin \omega t = E \sin \alpha \sin \omega t ; \\ \varepsilon_e &= E_e \sin \omega t = E \cos \alpha \sin \omega t . \end{aligned} \quad (4.10.2)$$

Исключая из этих выражений время t , найдём уравнение линейно поляризованной волны, падающей на пластинку:

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = \operatorname{tg} \alpha ; \quad (4.10.3)$$

при $\alpha = 45^\circ$ получим

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = 1 . \quad (4.10.4)$$

График колебаний вектора \vec{E} перед пластинкой показан на рис. 240, а.

Так как обыкновенная и необыкновенная волны имеют в анизотропной пластинке различную фазовую скорость $V_o = \frac{c}{n_o}$; $V_e = \frac{c}{n_e}$, то на выходе из неё они приобретают разность фаз δ , которая определяется

оптической разностью хода $\Delta = d(n_o - n_e)$, т.е. $\delta = \Delta k = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e)$, где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, n_o и n_e ,

соответственно, показатели преломления для обыкновенной ($n_o = \sqrt{\varepsilon_{x\mu}}$) и необыкновенной ($n_e = \sqrt{\varepsilon_{z\mu}}$) волн; d – геометрическая толщина пластинки. Уравнения колебаний для обыкновенной и необыкновенной волн на выходе из двоякопреломляющей пластинки могут быть записаны в виде

$$\varepsilon_o = E_o \sin \omega t; \quad \varepsilon_e = E_e \sin(\omega t + \delta), \quad (4.10.5)$$

где мы учитываем для простоты изменение фазы лишь одной из когерентных волн. Учитывая выражение (4.10.1), получим

$$\varepsilon_o = E \sin \alpha \sin \omega t; \quad \varepsilon_e = E \cos \alpha \sin(\omega t + \delta). \quad (4.10.6)$$

Осуществляя сложение двух взаимно перпендикулярных когерентных колебаний, т.е., исключая из уравнений (4.10.6) время t , получим уравнение эллипса

$$\frac{\varepsilon_o^2}{E^2 \sin^2 \alpha} - 2 \frac{\varepsilon_o \varepsilon_e \cos \delta}{E^2 \sin \alpha \cos \alpha} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2 \cos^2 \alpha} = \sin^2 \delta. \quad (4.10.7)$$

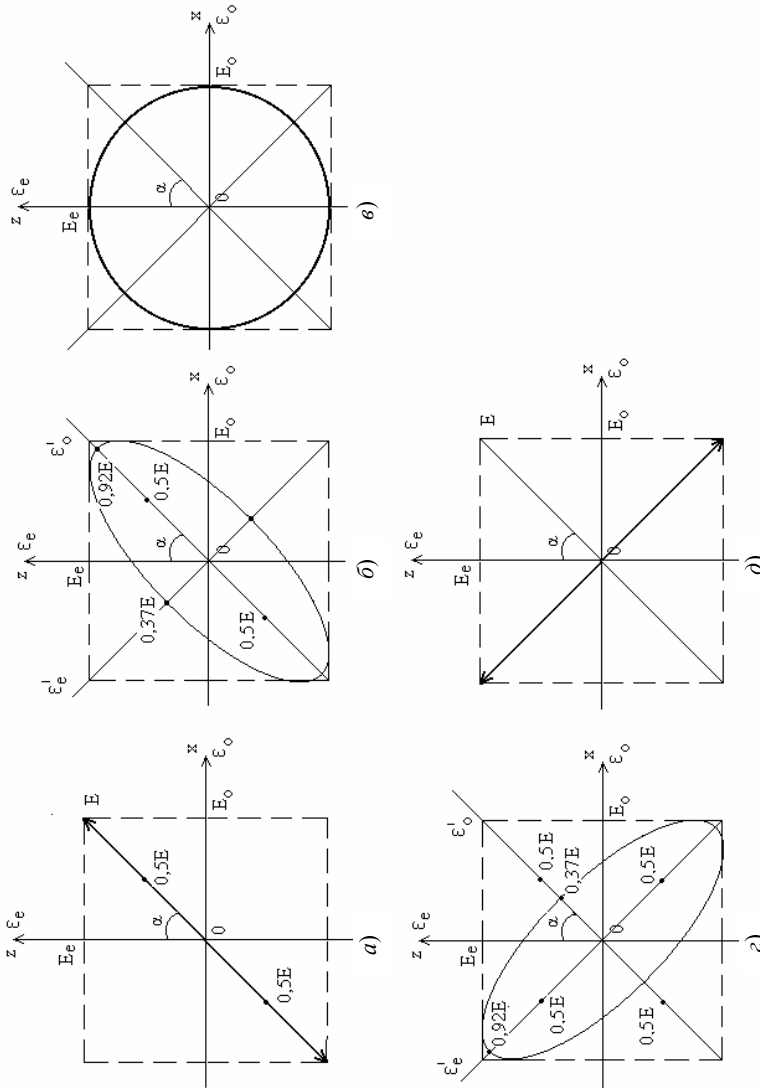


Рис. 240

Таким образом, в общем случае результирующая волна, выходящая из фазовой двоякопреломляющей пластинки, обладает эллиптической поляризацией, т.е. в любой неподвижной плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, конец электрического вектора описывает эллипс, при этом полуоси эллипса могут не совпадать с выбранными осями координат x и z . В зависимости от величин α и δ результирующая волна может обладать круговой или линейной поляризацией. Рассмотрим специальные случаи.

1. Пусть электрический вектор \vec{E} волны, падающей на пластинку, совпадает с её главной осью z ($\alpha = 0$). Тогда, согласно формуле (4.10.1), амплитуда обыкновенной волны $E_o = 0$ и, следовательно, в пластинке распространяется только необыкновенная волна с линейной поляризацией, вектор \vec{E}_e которой совпадает с осью z .

2. Если $\alpha = 90^\circ$, то согласно формуле (4.10.1) $E_e = 0$ и, следовательно, в пластинке распространяется только обыкновенная волна, вектор \vec{E}_0 которой совпадает с осью x .

3. Пусть электрический вектор \vec{E} первоначальной волны составляет с главной оптической осью z пластинки угол $\alpha = 45^\circ$. Уравнение (4.10.7) принимает вид

$$\frac{\varepsilon_0^2}{E^2} - 2 \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_e \cos \delta}{E^2} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2} = \frac{1}{2} \sin^2 \delta. \quad (4.10.8)$$

Рассмотрим наиболее важные частные случаи.

а) Пусть имеется такая анизотропная пластинка, что разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами при выходе из неё равна $\delta = \frac{\pi}{4}$. Такая пластинка называется "пластинкой $\frac{\lambda}{8}$ ", так как оптическая разность хода между когерентными волнами для неё равна $\Delta = d(n_0 - n_e) = \frac{\delta}{k} = \frac{\lambda}{8}$, где d – геометрическая толщина пластинки; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число. При указанных условиях из формулы (4.10.8) найдём

$$\frac{\varepsilon_0^2}{E^2} - \sqrt{2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_e}{E^2} + \frac{\varepsilon_e^2}{E^2} = \frac{1}{4}. \quad (4.10.9)$$

Освободимся от члена $\varepsilon_0 \varepsilon_e$ и приведём полученное уравнение эллипса к каноническому виду. Для этого осуществим поворот осей координат на угол $\alpha = 45^\circ$. В данном случае формулы поворота имеют вид $\varepsilon_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\varepsilon'_0 - \varepsilon'_e)$; $\varepsilon_e = \frac{\sqrt{2}}{2}(\varepsilon'_0 + \varepsilon'_e)$. Подставляя эти выражения в формулу (4.10.9), после преобразований найдём каноническое уравнение эллипса

$$\frac{\varepsilon_0'^2}{\frac{4+2\sqrt{2}}{8}E^2} + \frac{\varepsilon_e'^2}{\frac{4-2\sqrt{2}}{8}E^2} = 1. \quad (4.10.10)$$

Графически полученный эллипс изображён на рис. 240, б. Полуоси a и b эллипса определяются выражениями

$$a^2 = \frac{4+2\sqrt{2}}{8}E^2 = 0,85E^2; \quad b^2 = \frac{4-2\sqrt{2}}{8}E^2 = 0,15E^2, \quad (4.10.11)$$

или

$$a = \sqrt{0,85}E = 0,92E; \quad b = \sqrt{0,15}E = 0,39E. \quad (4.10.12)$$

Таким образом, если на кристаллическую "пластинку $\frac{\lambda}{8}$ " падает свет, электрический вектор \vec{E} которого составляет с её главной осью угол $\alpha = 45^\circ$, то на выходе её образуется эллиптически поляризованная волна, причём большая полуось эллипса совпадает с линией поляризации волны, падающей на пластинку.

б) Пусть кристаллическая пластинка такова, что разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами для неё равна $\delta = \frac{\pi}{2}$. Данная пластинка называется "пластинкой $\frac{\lambda}{4}$ ", так как для неё оптическая разность хода равна $\Delta = d(n_0 - n_e) = \frac{\lambda}{4}$. Для данной пластинки на основании формулы (4.10.8) найдём уравнение окружности

$$\varepsilon_0^2 + \varepsilon_e^2 = \frac{1}{2}E^2. \quad (4.10.13)$$

Таким образом, если выполняются два условия $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = \frac{\pi}{2}$, то линейно поляризованная волна при прохождении двоякопреломляющей пластинки превращается в волну с круговой поляризацией, которая характеризуется тем, что её электрический вектор описывает в любой неподвижной плоскости, перпендикулярной направлению распространения, окружность (рис. 240, в) радиусом

$$R = \frac{E}{\sqrt{2}}, \quad (4.10.14)$$

где E – модуль электрического вектора линейно поляризованной волны, падающей на пластинку.

в) При $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = 3\frac{\pi}{4}$ на основании формулы (4.10.8) найдём снова уравнение эллипса

$$\frac{\varepsilon'_0{}^2}{4-2\sqrt{2}E^2} + \frac{\varepsilon'_e{}^2}{4+2\sqrt{2}E^2} = 1. \quad (4.10.15)$$

Большая полуось этого эллипса перпендикулярна электрическому вектору \vec{E} волны, падающей на пластинку (рис. 240, з). Полуоси эллипса численно равны

$$a = \sqrt{\frac{4-2\sqrt{2}}{8}E^2} = \sqrt{0,15E^2} = 0,39E; \\ b = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{2}}{8}E^2} = \sqrt{0,85E^2} = 0,92E. \quad (4.10.16)$$

г) Пусть геометрическая толщина d кристаллической пластинки такова, что разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна $\delta = \pi$. Данная пластинка называется "пластинкой $\frac{\lambda}{2}$ "; так, для неё $\Delta = d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{2}$. Для полуволновой пластинки на основании формулы (4.10.8) найдём уравнение прямой линии

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = -1, \quad (4.10.17)$$

график которой изображен на рис. 240, д. Сравнивая выражения (4.9.4) и (4.9.17) или рисунки 240, а и 240, д, можно заключить, что при $\alpha = 45^\circ$ из полуволновой пластинки выходит волна с линейной поляризацией, но её электрический вектор повернут по отношению к линии поляризации волны, падающей на пластинку, на угол $2\alpha = 90^\circ$.

д) При $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = 2\pi$ нетрудно показать, что уравнение колебаний на выходе будет иметь вид

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = 1. \quad (4.10.18)$$

Следовательно, волна, выходящая из "пластинки λ " будет обладать линейной поляризацией, причем её электрический вектор будет совпадать с линией поляризации волны, падающей на пластинку.

Рассмотрим анализ поляризованного света и теорию интерференции поляризованных волн в кристаллах. Следует отметить, что вследствие очень большой частоты колебаний, как в оптике, так и в радиофизике не существует приёмников электромагнитных волн, способных регистрировать вращение электрического вектора в волне с круговой или эллиптической поляризацией; не существует приёмников, способных фиксировать и колебания электрического вектора в волне с линейной поляризацией. Поэтому для анализа характера поляризации результирующей волны, выходящей из анизотропной пластинки, используют различные анализаторы: пластинку турмалина или николя. Пусть главная ось OA анализатора, установленного за одноосной кристаллической пластинкой, составляет с главной линией OP поляризатора, установленного перед пластинкой, произвольный угол φ (рис. 239). Анализатор одновременно пропускает две параллельные составляющие \vec{E}'_o и \vec{E}'_e от обыкновенной \vec{E}_o и необыкновенной \vec{E}_e волн, линии поляризации которых взаимно перпендикулярны. Параллельные составляющие \vec{E}'_o и \vec{E}'_e когерентны и они интерферируют. Следует заметить, что пространственная диаграмма (рис. 239) ничего не говорит о разности фаз δ интерферирующих волн \vec{E}'_o и \vec{E}'_e . Указанная разность фаз δ определяется оптической разностью хода $\Delta = d(n_o - n_e)$ ортогональных компонент \vec{E}_o и \vec{E}_e в двоякопреломляющей пластинке. Численные значения амплитуд интерферирующих волн можно найти на основе имеющейся пространственной диаграммы (рис. 239):

$$E'_o = E_o \sin(\varphi + \alpha); \quad E'_e = E_e \cos(\varphi + \alpha). \quad (4.10.19)$$

Учитывая формулы (4.10.1), получим

$$E'_o = E \sin \alpha \sin(\varphi + \alpha); \quad E'_e = E \cos \alpha \cos(\varphi + \alpha), \quad (4.10.20)$$

где φ – угол между главными линиями анализатора и поляризатора.

Согласно теории сложения однонаправленных когерентных колебаний найдём результат интерференции когерентных волн E'_o и E'_e , имеющих произвольную разность фаз δ . Для этого достаточно построить

векторную диаграмму интерферирующих волн (рис. 241), где OP – опорная линия, и воспользоваться формулой косоугольного треугольника

$$E_p^2 = E_o'^2 + E_e'^2 + 2E_o'E_e' \cos \delta = (E_o' + E_e')^2 - 2E_o'E_e'(1 - \cos \delta).$$

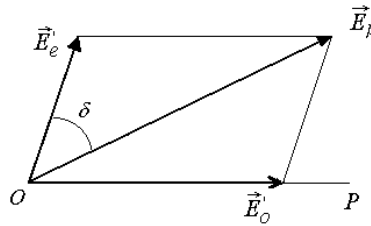


Рис. 241

Учитывая, что $(1 - \cos \delta) = 2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$, получим

$$E_p^2 = (E_o' + E_e')^2 - 4E_o'E_e' \sin^2 \frac{\delta}{2}.$$

Поставляя в данное выражение формулы (4.10.20), найдём значение интенсивности волны $I \sim E_p^2$, выходящей из анализатора, установленного за кристаллической пластинкой

$$I = I_o \left\{ \cos^2 \varphi - \sin 2\alpha \sin 2(\varphi + \alpha) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}, \quad (4.10.21)$$

где $I_o \sim E^2$ – интенсивность линейно поляризованной волны, падающей на одноосную кристаллическую пластинку. При выводе формулы (4.10.21) следует использовать тригонометрические соотношения:

$$\sin \alpha \sin(\alpha + \varphi) + \cos \alpha \cos(\alpha + \varphi) = \cos[\alpha - (\alpha + \varphi)] = \cos \varphi;$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha;$$

$$\sin(\alpha + \varphi) \cos(\alpha + \varphi) = \frac{1}{2} \sin 2(\alpha + \varphi).$$

Полученную формулу (4.10.21) можно трактовать двояко. С одной стороны, это есть общая формула интерференции поляризованных волн E_o' и E_e' в одноосном кристалле, так как она определяет интенсивность волны I , проходящей через анализатор, как функцию разности фаз δ интерферирующих компонент E_o' и E_e' . Другими словами, формула (4.10.21) определяет функцию $I = I(\delta)$ при заданных параметрах эксперимента: $\alpha = \text{const}$ и $\varphi = \text{const}$. С другой стороны, формула (4.10.21) определяет зависимость интенсивности I волны, проходящей через анализатор, от угла φ его поворота, т.е. данная формула определяет функцию $I = I(\varphi)$ при заданных постоянных параметрах эксперимента: $\alpha = \text{const}$ и $\delta = \text{const}$. Эта зависимость $I = I(\varphi)$ позволяет определить характер поляризации результирующей волны, выходящей из кристаллической пластинки, которая получилась от сложения двух когерентных волн \vec{E}_o и \vec{E}_e с ортогональными линиями поляризации. Данная функциональная зависимость $I = I(\varphi)$, выраженная графически в полярных координатах, называется *полярной диаграммой результирующей волны*.

Найдём полярные диаграммы волн, выходящих из анизотропной пластинки в специальных случаях, рассмотренных ранее.

1. Пусть электрический вектор \vec{E} волны, падающей на двоякопреломляющую пластинку любой толщины, совпадает с её главной оптической осью z ($\alpha = 0$). Согласно формуле (4.10.1) в кристалле распространяется только необыкновенная линейно поляризованная волна $E_e = E$, причем обыкновенная волна отсутствует ($E_o = 0$). На основании формулы (4.10.20) видно, что одна из интерферирующих компонент имеет нулевую амплитуду ($E_o' = 0$). Из формулы (4.10.21) при $\alpha = 0$ найдём полярную диаграмму линейно поляризованной необыкновенной волны, выходящей из пластинки: $I = I_o \cos^2 \varphi$, которая соответствует закону Малюса и графически в полярных координатах представляет собой "восьмёрку" с "галией", равной нулю.

2. Пусть вектор \vec{E} первичной волны, падающей на одноосную анизотропную пластинку, составляет с её главной оптической осью z угол $\alpha = 90^\circ$. В данном случае согласно формуле (4.10.1) в кристалле будет распространяться только обыкновенная линейно поляризованная волна $E_o = E$, причём $E_e = 0$. На основании формулы (4.10.20) можно заключить, что одна из интерферирующих волн имеет нулевую амплитуду ($E_e' = 0$).

Из формулы (4.10.21) при $\alpha = 90^\circ$ найдём полярную диаграмму линейно поляризованной обыкновенной волны, выходящей из пластинки: $I = I_0 \cos^2 \varphi$, которая снова соответствует закону Малюса.

Из этих двух случаев можно сделать важный вывод: при $\alpha = 0$ или при $\alpha = 90^\circ$ из кристалла выходит линейно поляризованная волна (необыкновенная или обыкновенная) и при вращении анализатора интенсивность проходящего света периодически изменяется в соответствии с законом Малюса, т.е. при повороте анализатора на угол 90° максимум интенсивности сменяется минимумом и наоборот (картина становится дополнительной), но этот факт не может трактоваться как интерференция поляризованных волн, так как одна из интерферирующих компонент E'_o или E'_e при этом равна нулю.

3. Пусть электрический вектор \vec{E} первичной волны, падающей на анизотропную пластинку, составляет с её главной оптической осью угол $\alpha = 45^\circ$. В этом случае формула (4.10.21) принимает вид

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \varphi - \sin 2(\varphi + 45^\circ) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}.$$

Учитывая, что $\sin 2(\varphi + 45^\circ) = \sin (2\varphi + 90^\circ) = \cos 2\varphi$, найдём

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \varphi - \cos 2\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}.$$

Так как $\cos 2\varphi = \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$, то окончательно получим

$$I = I_0 \left\{ \cos^2 \varphi \cos^2 \frac{\delta}{2} + \sin^2 \varphi \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (4.10.22)$$

Если между поляризатором и анализатором кристаллическая анизотропная пластинка отсутствует ($\delta = 0$), то из этой формулы мы получаем полярную диаграмму линейно поляризованной волны, выходящей из поляризатора: $I = I_0 \cos^2 \varphi$, которая соответствует закону Малюса. В полярных координатах данная диаграмма изображена на рис. 242, а.

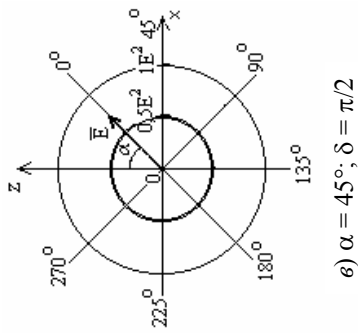
Рассмотрим наиболее важные частные случаи.

а) Пусть при $\alpha = 45^\circ$ между поляризатором и анализатором расположена анизотропная "пластинка $\frac{\lambda}{8}$ ",

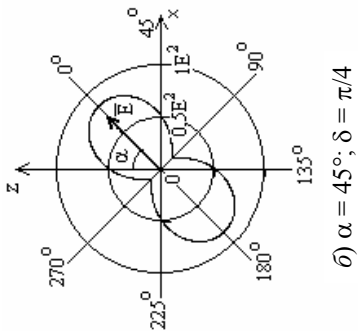
для которой разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна $\delta = \frac{\pi}{4}$ или $\delta = 45^\circ$. При

данных условиях из "пластинки $\frac{\lambda}{8}$ " выходит эллиптически поляризованная волна (4.10.10), причём полуоси эллипса даются выражениями (4.10.11) и (4.10.12). На основании формулы (4.10.22) при $\delta = 45^\circ$ найдём полярную диаграмму эллиптически поляризованной волны, выходящей из "пластинки $\frac{\lambda}{8}$ ":

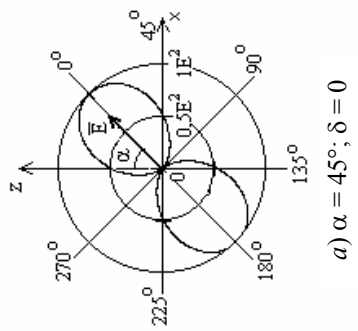
$$I = I_0 \left\{ 0,85 \cos^2 \varphi + 0,15 \sin^2 \varphi \right\}. \quad (4.10.23)$$



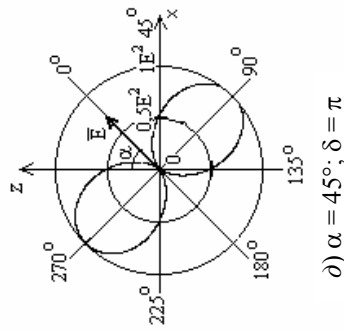
а) $\alpha = 45^\circ; \delta = \pi/2$



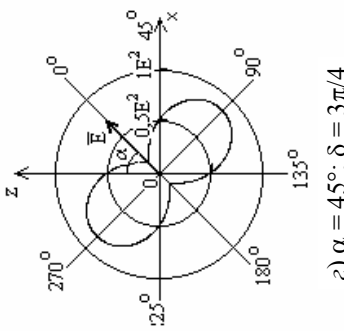
б) $\alpha = 45^\circ; \delta = \pi/4$



в) $\alpha = 45^\circ; \delta = 0$



г) $\alpha = 45^\circ; \delta = \pi$



д) $\alpha = 45^\circ; \delta = 3\pi/4$

Рис. 242

Данная полярная диаграмма изображена на рис. 242, б и представляет собой "восьмёрку" с "талией" не равной нулю. Легко видеть, что интенсивность волны, проходящей через анализатор, максимальна

$$I_{\parallel} = 0,85 I_0 \quad (4.10.24)$$

при $\varphi = 0$, т.е. когда главные линии анализатора и поляризатора совпадают; интенсивность волны, выходящей из анализатора, минимальна

$$I_{\perp} = 0,15 I_0 \quad (4.10.25)$$

при $\varphi = 90^\circ$, т.е. когда главные линии анализатора и поляризатора скрещены. Эти значения совпадают с большей и малой полуосями полярной диаграммы рис. 242, б. На основании полученной полярной диаграммы (4.10.23) эллиптически поляризованной волны можно найти полуоси эллипса:

$$a = \sqrt{I_{\parallel}} = \sqrt{0,85 I_0} = 0,92 \sqrt{I_0} ;$$

$$b = \sqrt{I_{\perp}} = \sqrt{0,15 I_0} = 0,39 \sqrt{I_0} .$$

Учитывая, что $\sqrt{I_0} \sim E$, получим формулы

$$a = 0,92E; \quad b = 0,39E, \quad (4.10.26)$$

которые совпадают со значениями (4.10.12), найденными на основе теории сложения волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации, что говорит о справедливости рассмотренных подходов.

б) Пусть при $\alpha = 45^\circ$ между поляризатором и анализатором расположена "пластинка $\frac{\lambda}{4}$ ", для которой разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна $\delta = \frac{\pi}{2}$ или $\delta = 90^\circ$. Как было показано раньше, из четвертьволновой пластинки при данных условиях опыта выходит волна с круговой поляризацией. При этом уравнение окружности даётся формулой (4.10.13). На основании формулы (4.10.22) при $\delta = 90^\circ$ найдём полярную диаграмму (рис. 242, в) циркулярно поляризованной волны, выходящей из "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ ":

$$I = \frac{I_0}{2}, \text{ или } I = \frac{E^2}{2}. \quad (4.10.27)$$

При этом интенсивность волны I , выходящей из анализатора, не зависит от его углового положения φ и остаётся постоянной величиной. Например, интенсивность волны при параллельных и перпендикулярных главных линиях анализатора и поляризатора будет одинаковой:

$$I_{\parallel} = I_{\perp} = \frac{I_0}{2}. \quad (4.10.28)$$

На основе полученной полярной диаграммы (4.10.27) найдём радиус окружности, которую описывает конец электрического вектора в волне с круговой поляризацией:

$$R = \sqrt{I} \text{ или } R = \frac{E}{\sqrt{2}}, \quad (4.10.29)$$

что совпадает со значением (4.10.14), найденным на основе теории сложения двух когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации.

в) При $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = \frac{3}{4}\pi$ на основании формулы (4.10.22) найдём уравнение полярной диаграммы для эллиптической поляризованной волны

$$I = I \{0,15 \cos^2 \varphi + 0,85 \sin^2 \varphi\}. \quad (4.10.30)$$

Графически данная диаграмма представлена на рис. 242, г. Интенсивность волны, проходящей через анализатор, максимальна:

$$I_{\perp} = 0,85 I_0 \text{ или } I_{\perp} \sim 0,85 E^2 \quad (4.10.31)$$

при $\varphi = 90^\circ$, т.е. когда главные линии анализатора и поляризатора скрещены.

Интенсивность волны минимальна:

$$I_{\parallel} = 0,15 I_0 \text{ или } I_{\parallel} \sim 0,15 E^2 \quad (4.10.32)$$

при $\varphi = 0$, т.е. когда главные линии анализатора и поляризатора параллельны. Полуоси эллипса можно найти из полярной диаграммы

$$a = \sqrt{I_{\parallel}} = \sqrt{0,15} E = 0,39 E; \\ b = \sqrt{I_{\perp}} = \sqrt{0,85} E = 0,92 E. \quad (4.10.33)$$

Полученные значения полуосей совпадают с их численными выражениями (4.10.16), найденными на основе теории сложения двух волн с ортогональными линиями поляризации.

г) Из формулы (4.10.22) при $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = \pi$ найдём уравнение полярной диаграммы линейно поляризованной волны, выходящей из анизотропной полуволновой пластинки

$$I = I_0 \sin^2 \varphi. \quad (4.10.34)$$

Графически данная диаграмма изображена на рис. 242, д. Сравнивая данную полярную диаграмму с диаграммой линейно поляризованной волны на входе пластинки, которая даётся законом Малюса (рис. 242, а), видно, что линия поляризации волны, выходящей из "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ " оказывается повернутой на угол $2\alpha = 90^\circ$.

Из формулы (4.10.34) следует, что максимальная интенсивность волны

$$I_{\max} = I_{\perp} = I_0 \text{ или } I_{\perp} \sim E^2 \quad (4.10.35)$$

наблюдается при $\varphi = 90^\circ$, т.е. при скрещенных линиях анализатора и поляризатора; минимальная интенсивность

$$I_{\min} = I_{\parallel} = 0 \quad (4.10.36)$$

наблюдается при $\varphi = 0$, т.е. при параллельных главных линиях поляризатора и анализатора.

д) При $\alpha = 45^\circ$ и $\delta = 2\pi$ на основании формулы (4.10.22) найдём уравнение полярной диаграммы волн, выходящей из "пластинки λ ",

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (4.10.37)$$

Данная полярная диаграмма совпадает с полярной диаграммой линейно поляризованной волны на входе анизотропной пластинки, которая как было показано, даётся также законом Малюса. Из формулы (4.10.37) следует, что максимальная интенсивность волны

$$I_{\max} = I_{\parallel} = I_0 \quad (4.10.38)$$

наблюдается при $\varphi = 0$, т.е. когда главные линии анализатора и поляризатора параллельны; минимальная интенсивность волны

$$I_{\min} = I_{\perp} = 0 \quad (4.10.39)$$

наблюдается при $\varphi = 90^\circ$, т.е. когда главные линии анализатора и поляризатора скрещены. Целесообразно сравнить волны с различным характером поляризации (рис. 240) и их полярные диаграммы (рис. 242).

Рассмотрим *теорию интерференции поляризованных волн* в двоякопреломляющих кристаллических пластинках.

Из оптики известно, что интерференция поляризованных волн наблюдается наиболее контрастно, если главная линия поляризатора, установленного перед анизотропной пластинкой, составляет с её главной осью угол $\alpha = 45^\circ$, а главная линия анализатора составляет с главной линией поляризатора угол $\varphi = 0$ или $\varphi = 90^\circ$, т.е. главные линии поляризатора и анализатора должны быть или параллельными или взаимно перпендикулярными. В этом случае согласно формулам (4.10.20) интерферирующие волны E'_o и E'_e имеют одинаковые амплитуды:

$$E'_o = E'_e = \frac{E}{2}, \quad (4.10.40)$$

где \bar{E} – электрический вектор волны, падающей на анизотропную пластинку. Этот вывод подтверждается также построением пространственных диаграмм. Выражение (4.10.22), которое вытекает из общей формулы интерференции (4.10.21) поляризованных лучей, может рассматриваться как формула интерференции поляризованных волн в кристаллических пластинках при наилучших условиях её наблюдения, т.е. при $\alpha = 45^\circ$. Ранее было показано, что интерференция наблюдаться не может при $\alpha = 0$ и при $\alpha = 90^\circ$.

Найдём законы интерференции. Из выражения (4.10.22) видно, что при параллельных главных линиях анализатора и поляризатора ($\varphi = 0$) интенсивность при интерференции равна

$$I_{\parallel} = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad (4.10.41)$$

откуда следует, что при $\delta = 2\pi; 4\pi; 6\pi, \dots$, или $\Delta = \lambda; 2\lambda; 3\lambda, \dots$ наблюдается максимум интерференции поляризованных волн:

$$I_{\max} = I_{\parallel} = I_0. \quad (4.10.42)$$

Данная формула совпадает с формулой (4.10.38), найденной из анализа полярной диаграммы волны, выходящей из "пластинки λ ", для которой $\delta = 2\pi$.

Из формулы (4.10.41) следует, что при $\delta = \pi; 3\pi; 5\pi, \dots$, или $\Delta = \frac{\lambda}{2}; 3\frac{\lambda}{2}; 5\frac{\lambda}{2}; \dots$ наблюдается минимум интерференции:

$$I_{\min} = I_{\parallel} = 0. \quad (4.10.43)$$

Эта формула совпадает с формулой (4.10.36), найденной из анализа полярной диаграммы волны, выходящей из "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ ", для которой $\delta = \pi$.

Из формулы (4.10.22) следует, что при взаимно перпендикулярных линиях анализатора и поляризатора ($\varphi = 90^\circ$) интенсивность при интерференции поляризованных лучей равна

$$I_{\perp} = I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}, \quad (4.10.44)$$

откуда следует, что при $\delta = 2\pi; 4\pi; 6\pi; \dots$, или $\Delta = \lambda; 2\lambda; 3\lambda; \dots$ наблюдается минимум интерференции:

$$I_{\min} = I_{\perp} = 0 . \quad (4.10.45)$$

Эта формула совпадает с ранее найденной (4.10.39), полученной из анализа полярных диаграмм волн выходящих из "пластинки λ ", для которой $\delta = 2\pi$.

Из формулы (4.10.44) видно, что при $\delta = \pi; 3\pi; 5\pi; \dots$, или $\Delta = \frac{\lambda}{2}; 3\frac{\lambda}{2}; 5\frac{\lambda}{2}; \dots$ наблюдается максимум интерференции:

$$I_{\max} = I_{\perp} = I_0 , \quad (4.10.46)$$

что совпадает с формулой (4.10.35).

Таким образом, можно сформулировать общие правила *наиболее контрастной интерференции поляризованных волн*. 1. Если оптическая разность хода между обыкновенной и необыкновенной волнами равна нечётному числу полуволн, то при параллельных главных линиях анализатора и поляризатора наблюдается минимум интерференции, а при взаимно перпендикулярных линиях анализатора и поляризатора наблюдается максимум интерференции. 2. Если оптическая разность хода интерферирующих волн в одноосном кристалле равна целому числу длин волн, то при параллельных линиях поляризатора и анализатора наблюдается максимум интерференции, а при взаимно перпендикулярных главных линиях анализатора и поляризатора наблюдается минимум интерференции. Эти правила легко запомнить, если вспомнить свойства "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ " и "пластинки λ ". Полуволновая пластинка поворачивает линию поляризации волны на угол $2\alpha = 90^\circ$; "пластинка λ " оставляет линию поляризации неизменной. Из сформулированных правил следует, что при повороте анализатора на угол 90° интерференционная картина сменяется на дополнительную.

Из формул интерференции (4.10.41) и (4.10.44) следует, что если разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами равна $\delta = \frac{\pi}{2}$ или оптическая разность хода равна $\Delta = \frac{\lambda}{4}$, то при параллельных и скрещенных главных линиях поляризатора и анализатора интенсивность при интерференции будет одинакова:

$$I_{\parallel} = I_{\perp} = \frac{I_0}{2} ,$$

что совпадает с выражением (4.10.27). Этот результат очевиден, так как из "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ " выходит волна с круговой поляризацией.

Если $\delta = \frac{\pi}{4}$ или оптическая разность хода равна $\Delta = \frac{\lambda}{8}$, то из формул интерференции (4.10.41) и (4.10.44) найдём

$$I_{\parallel} = 0,85I_0 ; \quad I_{\perp} = 0,15I_0 ,$$

что находится в полном согласии с выражениями (4.10.24) и (4.10.25), полученными при анализе эллиптически поляризованной волны, выходящей из кристаллической пластинки.

В оптическом диапазоне волн фазовые анизотропные пластинки $\frac{\lambda}{4}$; $\frac{\lambda}{2}$ и другие вырезаются из одноосного кристалла (например, кварца) параллельно его оптической оси. Но можно использовать и двуосный кристалл, например, тонкие пластинки слюды. В диапазоне СВЧ ($\lambda = 3,2$ см) в качестве фазовых двоякопреломляющих пластинок целесообразно использовать волноводные или металлоленточные структуры (рис. 243 и 244).

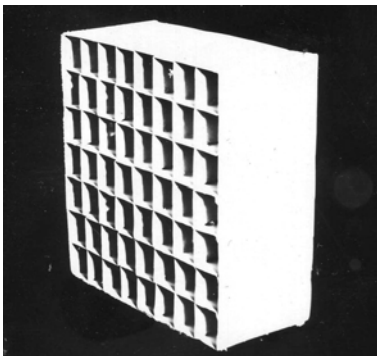


Рис. 243

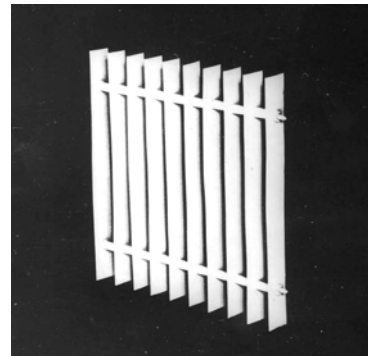


Рис. 244

Прямоугольные волноводы, образующие анизотропную пластинку, имеют поперечное сечение $a_x = 30$ мм и $a_z = 18$ мм. За главную "оптическую" ось z двоякопреломляющей пластинки принимается направление, перпендикулярное к широким стенкам волноводов. Для обыкновенной волны показатель преломления равен

$$n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_z}\right)^2} = 0,48, \text{ а для необыкновенной} - n_e = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_x}\right)^2} = 0,85. \text{ Волноводная фазовая}$$

"пластинка $\frac{\lambda}{2}$ " имеет толщину $d = \frac{\lambda}{2(n_e - n_o)} = 43$ мм; двоякопреломляющая "пластинка $\frac{\lambda}{4}$ " имеет толщину

$d = 21,5$ мм, а "пластинка $\frac{\lambda}{8}$ " - $d \approx 11$ мм. Металлоленточная фазовая двоякопреломляющая пластинка состоит

из лент, установленных на расстоянии $a = 20$ мм. За главную "оптическую" ось искусственной анизотропной среды принимается направление z , перпендикулярное к её лентам. Для обыкновенной электромагнитной волны, вектор \vec{E} которой расположен перпендикулярно главной оси структуры, её эквивалентный показатель

$$\text{преломления } n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = 0,6. \text{ Для необыкновенной волны, электрический вектор } \vec{E} \text{ которой}$$

расположен параллельно главной оси структуры, её показатель преломления $n_e = 1$. Например, металлоленточная полуволновая пластинка состоит из двенадцати одинаковых лент длиной 220 мм и шириной $d = 40$ мм, скреплённых металлическими шпильками. При этом её геометрическая толщина d , т.е. ширина лент,

удовлетворяет условию $d(n_e - n_o) = \frac{\lambda}{2}$. Четвертьволновая пластинка состоит из лент шириной $d = 20$ мм;

"пластинка $\frac{\lambda}{8}$ " и "пластинка λ " имеют соответственно геометрическую толщину $d = 10$ мм и $d = 80$ мм. Для

полного проведения всех экспериментальных исследований нами изготовлены одна "пластинка $\frac{\lambda}{8}$ ", две "пластинки

$\frac{\lambda}{4}$ ", две "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ " и одна "пластинка λ ".

Для проведения эксперимента устанавливают источник и приёмник радиоволн на одной прямой напротив друг друга на расстоянии 0,7 м. Для измерения интенсивности принимаемой волны приёмную антенну соединяют с микроамперметром или осциллографом. Между источником и приёмником располагают искусственную двоякопреломляющую пластинку заданной толщины, что обеспечивает определённую разность хода интерферирующих волн или их разность фаз δ .

Исходя из задач эксперимента выбирается угол α . Другими словами, в эксперименте угол α между линией поляризатора и главной осью Z исследуемой пластинки определяется по соответствующей шкале. Вращая приёмную рупорную антенну как анализатор вокруг её продольной оси, через каждые 10° измеряют зависимость интенсивности I принимаемой волны от угла φ поворота; при этом угол φ отсчитывается от линии поляризатора. По экспериментальным данным строят полярную диаграмму $I = I(\varphi)$ принимаемой волны. При тех же параметрах α и δ по формуле (4.10.21) рассчитывают и строят теоретическую полярную диаграмму, где I_0 - интенсивность волны, падающей на пластинку.

На рисунке 245 показана полярная диаграмма результирующей волны, выходящей из анизотропной двоякопреломляющей "пластинки $\frac{\lambda}{8}$ ", когда на неё падает линейно поляризованная волна, электрический вектор

\vec{E} , который составляет с главной осью пластинки угол $\alpha = 30^\circ$. Полярная диаграмма построена по формуле (4.10.21) при интенсивности волны, падающей на пластинку, $I_0 = 50$ мкА. На рисунке 246 приведена полярная

диаграмма волны, выходящей из двоякопреломляющей "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ " при $\alpha = 30^\circ$ и той же интенсивностью I_0

первичной волны. В пределах ошибки эксперимента экспериментальные и теоретические полярные диаграммы совпадают.

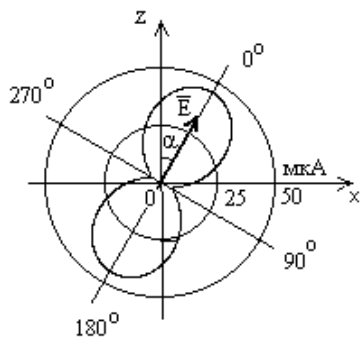


Рис. 245

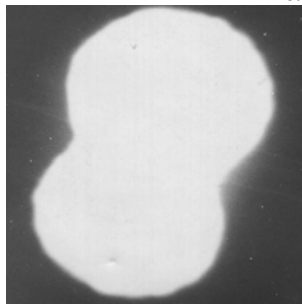


Рис. 247

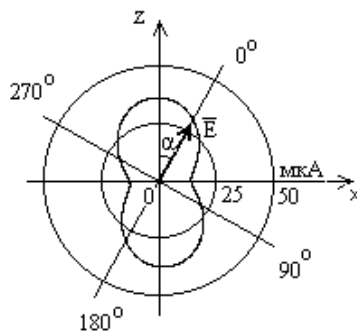


Рис. 246

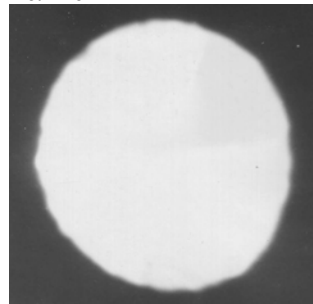
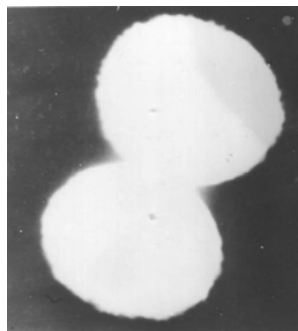


Рис. 248

Для регистрации полярных диаграмм непосредственно на экране электронно-лучевой трубки используется радиополяриметр (§ 1.7). На рисунке 247 показана полярная диаграмма эллиптически поляризованной волны, выходящей из "пластинки $\frac{\lambda}{8}$ ", которая облучается линейно поляризованной волной при $\alpha = 30^\circ$. На рисунке 248 показана полярная диаграмма волны с круговой поляризацией, которая выходит из четвертьволновой пластинки при $\alpha = 45^\circ$. На рисунках 249, а и б показаны соответственно полярные диаграммы линейно поляризованных волн падающих и выходящих из "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ " при $\alpha = 30^\circ$. Из опыта видно, что линия поляризации волны, проходя полуволновую пластинку, поворачивается на угол $2\alpha = 60^\circ$.

Набор анизотропных двоякопреломляющих пластинок позволяет проиллюстрировать справедливость общих правил наиболее контрастной интерференции поляризованных волн, приведённых выше.



а)



б)

Рис. 249

Для этой цели устанавливают источник и приёмник радиоволн напротив друг друга так, что их главные линии поляризации скрещены и приёма волн нет. Располагают между источником и приёмником полуволновую пластинку так, что электрический вектор \vec{E} волны, падающий на неё, составляет с её главной осью угол $\alpha = 45^\circ$, отмечают приём радиоволн, т.е. максимум интерференции. Устанавливают главные линии поляризатора и анализатора параллельно в отсутствие пластинки и регистрируют приём электромагнитных волн. Снова вносят между ними полуволновую пластинку при $\alpha = 45^\circ$, отмечают отсутствие приёма волн, т.е. минимум интерференции. Повторяют эти опыты с "пластинкой λ " при $\alpha = 45^\circ$. Отмечают, что при параллельных линиях поляризатора и анализатора наблюдается приём радиоволн, т.е. максимум интерференции, а при перпендикулярных главных осях поляризатора и анализатора наблюдается минимум интерференции. Тем самым подтверждается справедливость формул (4.10.41) и (4.10.44) интерференции поляризованных волн.

4.11. СВОЙСТВА КОМБИНАЦИИ ФАЗОВЫХ ДВОЙКОПРЕЛОМЛЯЮЩИХ ПЛАСТИНОК И ПОНЯТИЕ О КОМПЕНСАТОРАХ

Рассмотрим в общем виде прохождение линейно поляризованной электромагнитной волны через комбинацию двух двойкопреломляющих фазовых пластинок, оптические оси I и II которых составляют между собой произвольный угол $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$ (рис. 250). Пусть электрический вектор \vec{E} электромагнитной волны, падающей на комбинацию пластинок, составляет с оптической осью I первой пластинки произвольный угол $0 < \alpha < \pi$. Направление распространения волны совпадает с нормалью к плоскости чертежа (рис. 250). Линейно поляризованная волна \vec{E} в первой пластинке распадается на две составляющие (обыкновенную и необыкновенную), линии поляризации которых ортогональны друг к другу и имеют амплитуды

$$E_{o1} = E \sin \alpha ; \quad (4.11.1)$$

$$E_{e1} = E \cos \alpha . \quad (4.11.2)$$

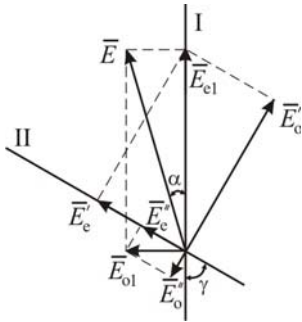


Рис. 250

Уравнения колебаний указанных компонент после прохождения первой пластинки могут быть записаны в виде

$$\varepsilon_{o1} = E_{o1} \sin \omega t = E \sin \alpha \sin \omega t ; \quad (4.11.3)$$

$$\varepsilon_{e1} = E_{e1} \sin(\omega t + \delta_1) = E \cos \alpha \sin(\omega t + \delta_1) , \quad (4.11.4)$$

где δ_1 – разность фаз между рассматриваемыми составляющими, которая зависит от параметров первой фазовой анизотропной пластинки. Здесь и в дальнейшем при учёте разности фаз между ортогональными составляющими будем для удобства изменять соответствующим образом фазу необыкновенной волны, оставляя фазу обыкновенной волны неизменной.

Для определения характера поляризации волны, получающейся в результате действия двух фазовых пластинок, рассмотрим прохождение каждой из ортогональных компонент ε_{o1} и ε_{e1} через вторую двойкопреломляющую пластинку. Необыкновенная волна ε_{e1} , выходящая из первой пластинки, во второй пластинке разделяется на две ортогональные составляющие (рис. 250) с амплитудами

$$E'_{o'} = E_{e1} \sin \gamma = E \cos \alpha \sin \gamma ; \quad (4.11.5)$$

$$E'_{e'} = E_{e1} \cos \gamma = E \cos \alpha \cos \gamma . \quad (4.11.6)$$

Обыкновенная волна ε_{o1} , выходящая из первой пластинки, во второй пластинке также разделяется на две ортогональные компоненты с амплитудами

$$E''_{o''} = E_{o1} \cos \gamma = E \sin \alpha \cos \gamma ; \quad (4.11.7)$$

$$E''_{e''} = E_{o1} \sin \gamma = E \sin \alpha \sin \gamma . \quad (4.11.8)$$

Колебания всех четырёх составляющих при выходе из второй двойкопреломляющей пластинки описываются уравнениями:

$$\varepsilon''_o = E''_{o''} \sin \omega t = E \sin \alpha \cos \gamma \sin \omega t ;$$

$$\varepsilon'_{o'} = E'_{o'} \sin(\omega t + \delta_1) = E \cos \alpha \sin \gamma \sin(\omega t + \delta_1) ;$$

$$\varepsilon''_e = E''_{e''} \sin(\omega t + \delta_2) = E \sin \alpha \sin \gamma \sin(\omega t + \delta_2) ;$$

$$\varepsilon'_{e'} = E'_{e'} \sin(\omega t + \delta_1 + \delta_2) = E \cos \alpha \cos \gamma \sin(\omega t + \delta_1 + \delta_2) , \quad (4.11.9)$$

где δ_2 – разность фаз между ортогональными компонентами, набегающая во второй пластинке.

Для определения результирующей амплитуды обыкновенной E_o и необыкновенной E_e волны на выходе комбинации двух пластинок воспользуемся векторной диаграммой (рис. 251), построенной на основе формул (4.11.9).

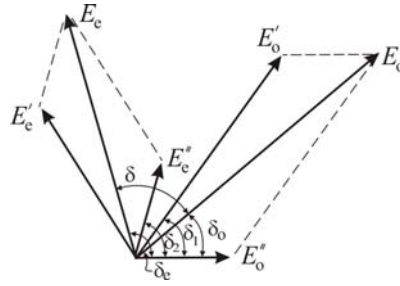


Рис. 251

Следует отметить, что пространственная диаграмма ничего не говорит о фазовых соотношениях рассматриваемых волн. На основе векторной диаграммы находим амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн на выходе комбинации произвольных двоякопреломляющих одноосных пластинок:

$$E_o^2 = E_o'^2 + E_o''^2 + 2E_o'E_o'' \cos \delta_1; \quad (4.11.10)$$

$$E_e^2 = E_e'^2 + E_e''^2 + 2E_e'E_e'' \cos \delta_2. \quad (4.11.11)$$

Разность фаз δ между обыкновенной и необыкновенной волнами также может быть найдена на основе векторной диаграммы

$$\delta = \delta_e - \delta_o \quad \text{или} \quad \text{tg} \delta = \text{tg}(\delta_e - \delta_o), \quad (4.11.12)$$

где

$$\text{tg} \delta_o = \frac{E_o' \sin \delta_1}{E_o' \cos \delta_1 + E_o''}; \quad (4.11.13)$$

$$\text{tg} \delta_e = \frac{E_e' \sin(\delta_1 + \delta_2) + E_e'' \sin \delta_2}{E_e' \cos(\delta_1 + \delta_2) + E_e'' \cos \delta_2}. \quad (4.11.14)$$

Следовательно, в общем случае колебания обыкновенной и необыкновенной составляющих на выходе двух скрещенных двоякопреломляющих пластинок описываются уравнениями, которые в свернутой форме имеют вид

$$\varepsilon_o = E_o \sin \omega t;$$

$$\varepsilon_e = E_e \sin(\omega t + \delta), \quad (4.11.15)$$

где величины E_o , E_e , δ – даются выражениями (4.11.10) – (4.11.14).

Исключив из выражений (4.11.15) время t , получим уравнение эллипса, которое в свернутой форме имеет вид

$$\frac{\varepsilon_o^2}{E_o^2} - 2 \frac{\varepsilon_o \varepsilon_e}{E_o E_e} \cos \delta + \frac{\varepsilon_e^2}{E_e^2} = \sin^2 \delta. \quad (4.11.16)$$

Таким образом, линейно поляризованная волна, проходя через комбинацию двух скрещенных двоякопреломляющих пластинок, становится эллиптически поляризованной волной. Очевидно, в зависимости от свойств двоякопреломляющих пластинок и величин α и γ эллиптически поляризованная волна может вырождаться в волну с круговой или линейной поляризацией. Рассмотрим два наиболее важных частных случая комбинации двух двоякопреломляющих пластинок.

1. Комбинация состоит из двух двоякопреломляющих "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ ", для которых $\delta_1 = \delta_2 = \frac{\pi}{2}$. На основании (4.11.10) и (4.11.11) при учёте выражений (4.11.5) – (4.11.8) найдём амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн на выходе комбинации пластинок

$$E_o = \sqrt{E_o'^2 + E_o''^2} = E \sqrt{\cos^2 \alpha \sin^2 \gamma + \sin^2 \alpha \cos^2 \gamma};$$

$$E_e = \sqrt{E_e'^2 + E_e''^2} = E \sqrt{\cos^2 \alpha \cos^2 \gamma + \sin^2 \alpha \sin^2 \gamma}. \quad (4.11.17)$$

Фазы этих волн в соответствии с формулами (4.11.13)–(4.11.14) равны:

$$\text{tg} \delta_o = \frac{E_o'}{E_o''}; \quad \text{tg} \delta_e = -\frac{E_e''}{E_e'}. \quad (4.11.18)$$

На основании формулы (4.11.12) найдём разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg}(\delta_e - \delta_o) = \frac{\operatorname{tg} \delta_e - \operatorname{tg} \delta_o}{1 + \operatorname{tg} \delta_e \cdot \operatorname{tg} \delta_o} = -\frac{\frac{E_e'' + E_o'}{E_e' E_o''}}{1 - \frac{E_e'' \cdot E_o'}{E_e' E_o''}}. \quad (4.11.19)$$

Учитывая выражения (4.11.5) – (4.11.8), получим

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{-\operatorname{tg} \gamma (\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg}^2 \gamma} = \frac{\operatorname{tg} 2\gamma}{2 \cos \alpha \cdot \sin \alpha} = \frac{\operatorname{tg} 2\gamma}{\sin 2\alpha}. \quad (4.11.20)$$

Так как амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн E_o и E_e на выходе комбинации "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ " различны, а разность фаз δ между ними имеет произвольное значение, то выходящая из комбинации пластинок волна при произвольных значениях углов α и γ , является эллиптически поляризованной и удовлетворяет уравнению (4.11.16). Рассмотрим несколько частных случаев комбинации двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ ".

а) Допустим, что угол между оптическими осями двух четвертьволновых пластинок равен $\gamma = \frac{\pi}{4}$. Тогда на основании формул (4.11.17) и (4.11.20) имеем

$$E_o = E_e = \frac{E}{\sqrt{2}}; \quad (4.11.21)$$

$$\delta = \frac{\pi}{2}, \quad (4.11.22)$$

так как при любом $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ согласно (4.11.20) имеем

$$\operatorname{tg} \delta = \infty.$$

Подставляя формулы (4.11.21)–(4.11.22) в выражение (4.11.16), получим уравнение окружности

$$\varepsilon_o^2 + \varepsilon_e^2 = \frac{E^2}{2}. \quad (4.11.23)$$

Таким образом, линейно поляризованная волна, проходящая комбинацию двух двоякопреломляющих "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ ", оптические оси которых составляют угол $\gamma = \frac{\pi}{4}$, превращается в волну с круговой поляризацией независимо от ориентации электрического вектора первичной волны относительно оптических осей пластинок. Подобная комбинация двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ " называется *трансцендентной пластинкой*.

б) Пусть угол между оптическими осями двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ " равен $\gamma = \frac{\pi}{2}$. Тогда согласно формулам (4.11.17) амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн на выходе комбинации пластинок будут иметь значения

$$E_o = E \cos \alpha;$$

$$E_e = E \sin \alpha. \quad (4.11.24)$$

Разность фаз между этими составляющими согласно формуле (4.11.20) равна

$$\delta = 0. \quad (4.11.25)$$

Следовательно, уравнения колебаний обыкновенной и необыкновенной волн имеют вид

$$\varepsilon_o = E_o \sin \omega t = E \cos \alpha \sin \omega t;$$

$$\varepsilon_e = E_e \sin \omega t = E \sin \alpha \sin \omega t.$$

Исключая из этих уравнений время t , найдём уравнение прямой

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = \frac{E_o}{E_e} = \operatorname{ctg} \alpha, \quad (4.11.26)$$

или при $\alpha = \frac{\pi}{4}$ имеем

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = 1. \quad (4.11.27)$$

Следовательно, если угол между оптическими осями двух четвертьволновых пластинок равен $\gamma = \frac{\pi}{2}$, то линейно поляризованная волна, пройдя данную комбинацию пластинок, остаётся линейно поляризованной, причём электрический вектор \vec{E} волны при прохождении пластинок не испытывает поворота линии поляризации при любом α . Объяснение этого факта состоит в том, что при скрещенных оптических осях "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ " разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами, возникающая в первой четвертьволновой пластинке, полностью компенсируется действием второй "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ " (§ 4.10).

в) Пусть угол между оптическими осями двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ " равен $\gamma = 0$. Согласно формулам (4.11.17) амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн на выходе комбинации будут иметь значения

$$E_o = E \sin \alpha; \quad E_e = E \cos \alpha. \quad (4.11.28)$$

Разность фаз между этими составляющими будет равна

$$\delta = \pi. \quad (4.11.29)$$

Следовательно, уравнения колебаний для ортогональных компонент на выходе комбинации пластинок имеют вид

$$\varepsilon_o = E_o \sin \omega t = E \sin \alpha \sin \omega t; \quad \varepsilon_e = E_e \sin(\omega t + \pi) = -E \cos \alpha \sin \omega t. \quad (4.11.30)$$

Исключая из этих уравнений время t , получим уравнение прямой

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = -\frac{E_o}{E_e} = -\operatorname{tg} \alpha, \quad (4.11.31)$$

или при $\alpha = \frac{\pi}{4}$ имеем

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = -1. \quad (4.11.32)$$

Следовательно, если оптические оси двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ " параллельны $\gamma = 0$, то линейно поляризованная волна, пройдя комбинацию двух четвертьволновых пластинок, остаётся линейно поляризованной волной, причём электрический вектор \vec{E} волны при прохождении двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ " испытывает поворот линии поляризации на угол $\beta = 2\alpha$. Действительно, уравнение первичных колебаний электрического вектора \vec{E} волны, падающей на пластинки, имеет вид

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = \frac{E_o}{E_e} = \operatorname{tg} \alpha, \quad (4.11.33)$$

или при $\alpha = \frac{\pi}{4}$ имеем

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = +1. \quad (4.11.34)$$

Угол между прямыми (4.11.31) и (4.11.33) равен

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha, \quad (4.11.35)$$

откуда получаем $\beta = 2\alpha$. Таким образом, две "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ ", оптические оси которых параллельны, ведут себя как одна анизотропная "пластинка $\frac{\lambda}{2}$ " (§ 4.10).

2. Комбинация состоит из двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ ", для которых $\delta_1 = \delta_2 = \pi$. Рассмотрим прохождение линейно поляризованной волны через две полуволновые пластинки, оптические оси которых образуют

произвольный угол $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$. Найдём амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн на выходе пластинок согласно формулам (4.11.10)–(4.11.11) при учёте выражений (4.11.5) – (4.11.8):

$$E_o = |E'_o - E''_o| = E |\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma|;$$

$$E_e = |E'_e - E''_e| = E |\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma|. \quad (4.11.36)$$

Разность фаз между рассматриваемыми компонентами согласно векторной диаграмме будет равна

$$\delta = \pi \quad (4.11.37)$$

при любых значениях углов α и γ . Следовательно, колебания для обыкновенной и необыкновенной волн на выходе двух полуволновых пластинок описываются в общем случае уравнениями

$$\varepsilon_o = E_o \sin \omega t = E |\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma| \sin \omega t;$$

$$\varepsilon_e = E_e \sin(\omega t + \pi) = -E |\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma| \sin \omega t.$$

Исключая из этих уравнений время t , найдём уравнение

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = - \frac{|\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma|}{|\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma|}, \quad (4.11.38)$$

или

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = - \frac{\sin(\gamma - \alpha)}{\cos(\gamma + \alpha)}. \quad (4.11.39)$$

Это уравнение прямой при заданных значениях γ и α . Следовательно, линейно поляризованная волна, пройдя комбинацию двух полуволновых пластинок, оптические оси которых составляют произвольный угол γ , остаётся линейно поляризованной волной. Однако электрический вектор \vec{E} волны после прохождения рассматриваемых пластинок испытывает поворот на некоторый угол β . Найдём этот угол.

При прохождении первой анизотропной "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ " электрический вектор \vec{E} поворачивается на угол 2α (рис. 252) и занимает положение, изображённое на указанном рисунке, вектором \vec{E}_1 . Пройдя вторую "пластинку $\frac{\lambda}{2}$ ", вектор \vec{E}_1 поворачивается на угол $2(\gamma + \alpha)$ и занимает положение, отмеченное вектором \vec{E}_2 . Из рисунка 252 видно, что действие двух полуволновых пластинок сводится к повороту электрического вектора \vec{E} волны на угол

$$\beta = 2(\gamma + \alpha) - 2\alpha = 2\gamma. \quad (4.11.40)$$

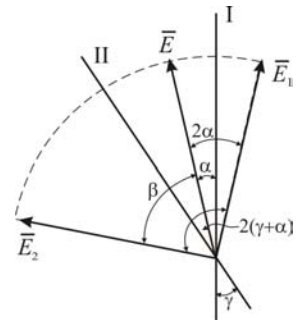


Рис. 252

Следовательно, изменяя угол γ между оптическими осями двух "пластинок $\frac{\lambda}{2}$ ", можно поворачивать линию поляризации волны на произвольный угол. Рассмотрим два наиболее важных частных случая комбинации двух анизотропных "пластинок $\frac{\lambda}{2}$ ".

а) Пусть оптические оси двух "пластинок $\frac{\lambda}{2}$ " перпендикулярны друг другу, т.е. угол $\gamma = \frac{\pi}{2}$. Из выражения (4.11.38) получим уравнение колебаний на выходе рассматриваемой комбинации пластинок

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \text{ctg} \alpha. \quad (4.11.41)$$

Следовательно, линейно поляризованная волна, пройдя две полуволновые пластинки, оптические оси которых перпендикулярны, остаётся линейно поляризованной волной. Однако электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны согласно формуле (4.11.40) испытывает при этом поворот на угол $\beta = \pi$.

б) Пусть оптические оси двух "пластинок $\frac{\lambda}{2}$ " параллельны, т.е. угол $\gamma = 0$. Из выражения (4.11.38) находим уравнение колебаний на выходе комбинации двух полуволновых пластинок

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_e} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \text{tg} \alpha, \quad (4.11.42)$$

которое представляет собой уравнение прямой. Следовательно, линейно поляризованная волна при прохождении двух "пластинок $\frac{\lambda}{2}$ ", оптические оси которых параллельны, остаётся линейно поляризованной волной, причём линия поляризации волны при этом не изменяется, так как согласно формуле (4.11.40) угол $\beta = 0$. Другими словами, действие двух "пластинок $\frac{\lambda}{2}$ " с параллельными осями, эквивалентно действию одной анизотропной "пластинки λ ".

Полученные выводы находят подтверждение в эксперименте в диапазоне СВЧ, где в качестве фазовых двоякопреломляющих пластинок используются волноводные или металлоленточные структуры (§ 4.10). Опишем некоторые из них.

Устанавливают на расстоянии около метра источник и приёмник радиоволн с рупорными антеннами. Для измерения интенсивности принимаемого излучения приёмная антенна соединяется с микроамперметром или осциллографом. Источник и приёмник выполняют роль поляризатора и анализатора в соответствующем оптическом эксперименте (§ 1.7). Располагают между источником и приёмником волн двоякопреломляющую волноводную или металлоленточную "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ ". Облучают её так, чтобы линия поляризатора составляла с главной осью пластинки угол $\alpha = 45^\circ$. Вращением приёмной антенны как анализатора убеждаются, что интенсивность принимаемых волн постоянная, т.е. из "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ " выходит волна с круговой поляризацией.

На пути этой волны устанавливают ещё одну "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ ", так чтобы её главная ось составляла с главной осью первой пластинки угол $\gamma = 45^\circ$. Вращением анализатора убеждаются, что волна снова обладает круговой поляризацией. Не изменяя угол γ между главными осями "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ ", облучают первую пластинку так, чтобы электрический вектор \vec{E} волны, падающий на неё, составляет с её главной осью угол $\alpha = 0^\circ$ или $\alpha = 90^\circ$. Вращением приёмной антенны вокруг её продольной оси убеждаются, что волна, выходящая из комбинации двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ ", обладает круговой поляризацией. То же самое наблюдается при $\gamma = 45^\circ$, если угол α имеет произвольное значение. Таким образом, трансцендентная пластинка, состоящая из двух "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ ", оси которых составляют угол $\gamma = 45^\circ$, всегда превращает линейно поляризованную волну в волну с круговой поляризацией.

Устанавливают между источником и приёмником СВЧ анизотропную "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ ". Облучив её линейно поляризованной волной так, что электрический вектор \vec{E} составляет с главной осью пластинки угол $\alpha = 45^\circ$, получают волну с круговой поляризацией. На пути этой волны устанавливают ещё одну двоякопреломляющую "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ " так, чтобы главные оси обеих пластинок были параллельны. Вращением приёмной антенны как анализатора убеждаются, что принимаемая волна обладает линейной поляризацией, причём максимальный приём волн наблюдается в том случае, если главные линии анализатора и поляризатора составляют угол 2α , т.е. 90° . Следовательно, опыт показывает, что две четвертьволновые пластинки, главные оси которых параллельны, выполняют роль одной полуволновой пластинки.

Располагают между источником и приёмником радиоволн анизотропную "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ " и получают при $\alpha = 45^\circ$ волну с круговой поляризацией, в чём убеждаются вращением приёмной антенны как анализатора. На пути волны с круговой поляризацией устанавливают ещё одну двоякопреломляющую "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ " так, чтобы главные оси пластинки были скрещены ($\gamma = 90^\circ$). Вращением анализатора убеждаются, что принимаемая волна обладает линейной поляризацией, причём её линия поляризации совпадает с направлением колебаний вектора \vec{E} волны, падающей на первую "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ ". Другими словами, две "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ ", главные оси которых взаимно перпендикулярны, оставляют неизменной линейно поляризованную волну при любом α . Объясняется это тем, что обыкновенная (необыкновенная) волна в первой "пластинке $\frac{\lambda}{4}$ " превращается в необыкновенную (обыкновенную) во второй пластинке. Вследствие чего разность фаз $\delta_1 = +\frac{\pi}{2}$,

возникающая между ортогональными компонентами в первой "пластинке $\frac{\lambda}{4}$ ", компенсируется дополнительной разностью фаз $\delta_2 = -\frac{\pi}{2}$, второй "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ ".

В оптике с помощью пластинки в четверть волны можно отличить естественный неполяризованный свет от поляризованного по кругу. Для этого на пути исследуемого излучения ставят "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ " и анализатор, например, николю. Если при вращении николя при любом положении пластинки интенсивность не изменяется, то свет естественный. "Пластинка $\frac{\lambda}{4}$ " оставляет естественный свет неизменным, так как обыкновенная и необыкновенная волны некогерентны. Если при вращении николя можно найти такое положение "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ ", установленной на пути исследуемого излучения, что интенсивность света изменяется от максимального до нулевого значения, то анализируемое излучение обладает круговой поляризацией. В данном случае "пластинка $\frac{\lambda}{4}$ " может компенсировать разность фаз $\delta = \frac{\pi}{2}$ между обыкновенной и необыкновенной компонентами в исследуемой волне с круговой поляризацией и превратить её в волну с линейной поляризацией.

В оптике вместо "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ " или "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ ", вносящей разность фаз в $\delta = \pi$, применяются более совершенные приспособления, называемые *компенсаторами*. Они также могут служить для анализа поляризованного света. Компенсатор Бабинэ состоит из двух кварцевых клиньев, оптические оси которых взаимно перпендикулярны. Компенсатор Бабинэ, позволяющий скомпенсировать любое значение разности фаз от 0 до 2π , для сантиметровых электромагнитных волн показан на рис. 253. Он состоит из двух металлоточных двоякопреломляющих клиньев, главные "оптические" оси которых взаимно перпендикулярны. При расстоянии между металлическими лентами $a = 20$ мм показатели преломления для обыкновенной и необыкновенной волн равны $n_o = 0,6$ и $n_e = 1$. Наибольшая толщина d клина выбирается из условия $d(n_e - n_o) = \lambda$, чтобы была возможность скомпенсировать разность фаз, равную $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d = 2\pi$.

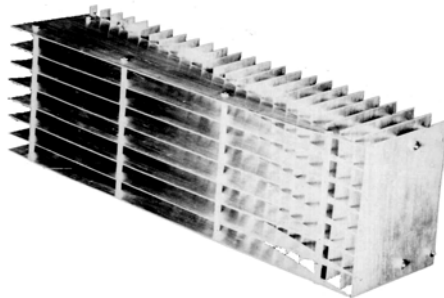


Рис. 253

Пусть на компенсатор падает линейно поляризованная волна, линия поляризации которой составляет с главными осями клиньев угол $\alpha = 45^\circ$. В компенсаторе волна разделяется на обыкновенную и необыкновенную волны, идущие в одном направлении. Обыкновенная волна в первом клине при вступлении во второй, очевидно, становится необыкновенной и наоборот. В результате между взаимно перпендикулярными колебаниями возникает дополнительная разность фаз

$$\delta = (\omega t - kn_e d_1 - kn_o d_2) - (\omega t - kn_o d_1 - kn_e d_2)$$

или

$$\delta = k(n_e - n_o)(d_2 - d_1),$$

где d_1 и d_2 – толщины первого и второго клиньев вдоль пересекающего их луча; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число в вакууме.

Для металлоточной структуры $n_e > n_o$. В том месте компенсатора, где волна проходит одинаковые толщии клиньев ($d_1 = d_2$), дополнительная разность фаз $\delta = 0$. Это центр компенсатора. В том месте компенсатора, где $d_2 > d_1$, дополнительная разность фаз положительная: $\delta > 0$; при $d_2 < d_1$ – разность фаз отрицательна: $\delta < 0$. Так как толщина клиньев изменяется непрерывно, то дополнительная разность фаз δ может изменяться от -2π до $+2\pi$.

Для проведения опытов с моделью компенсатора Бабинне устанавливают его между источником электромагнитных волн и приёмником радиополяриметра. Облучают компенсатор волной, вектор \vec{E} которой составляет с главными осями клиньев угол $\alpha = 45^\circ$. Показывают, что между обыкновенной и необыкновенной волнами не возникает никакой разности фаз, если толщи клиньев, где проходит волна, одинакова. Поляризация первичной линейно поляризованной волны при этом сохраняется. Во всяком другом месте, где волна проходит, различные толщи клиньев, между ортогональными волнами возникает определённая разность фаз, которая приводит к изменению характера поляризации принимаемой волны. С помощью описанного компенсатора можно получить ряд непрерывных значений разности фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами от 0 до 2π и наблюдать с помощью радиополяриметра последовательное изменение характера поляризации волны в соответствии с рис. 254.

Описанный прибор позволяет скомпенсировать разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами в волноводных или металленточных анизотропных "пластинках" $\frac{\lambda}{8}, \frac{\lambda}{4}, \frac{\lambda}{2}$ ". Для прове-

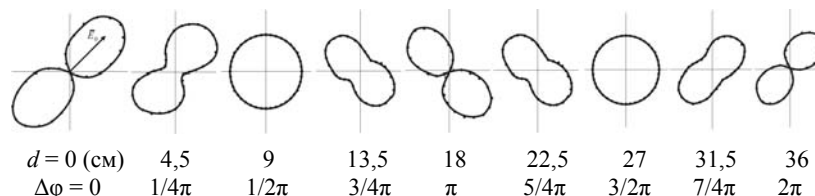


Рис. 254

дения опыта устанавливают компенсатор Бабинне после исследуемой двоякопреломляющей пластинки так, чтобы одна из его главных осей совпадала с главной осью исследуемой пластинки. Перемещая один клин относительно второго клина, добиваются, чтобы принимаемая волна была линейно поляризована, а её электрический вектор \vec{E} совпадал с линией поляризации волны, падающей на исследуемую пластинку.

4.12. СТРУКТУРА ВОЛН С КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ И ИССЛЕДОВАНИЕ ИХ ОТРАЖЕНИЯ ОТ ЗЕРКАЛА

Как отмечено в § 4.10 для получения волны с круговой поляризацией используют фазовые двоякопреломляющие четвертьволновые пластинки. Для получения электромагнитной волны с круговой поляризацией необходимо, чтобы электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на четвертьволновую пластинку, составлял с её главной осью $\alpha = 45^\circ$. В этом случае амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн будут одинаковы: $E_o = E_e = E \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} E$. Вследствие различия скоростей

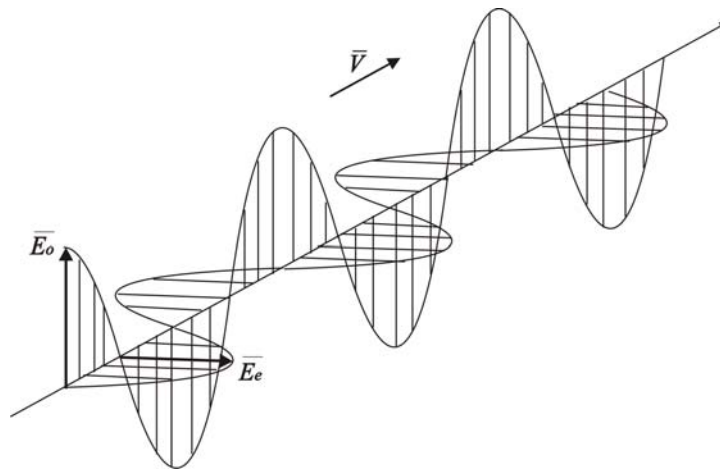
обыкновенной и необыкновенной волн, на выходе "пластинки" $\frac{\lambda}{4}$ между этими ортогональными компонентами

возникает разность фаз: $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o) = \frac{\pi}{2}$, т.е. обыкновенная волна опережает необыкновенную по фазе на

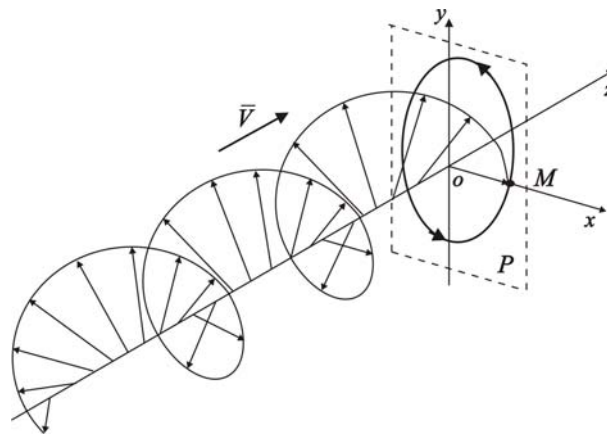
$\frac{\pi}{2}$ (рис. 255, а). В результате сложения двух когерентных волн равных амплитуд с ортогональными линиями

поляризации и разностью фаз $\frac{\pi}{2}$ образуется волна с круговой поляризацией (рис. 255, б). Её графическое

изображение в фиксированный момент времени ($t = \text{const}$) показывает, что совокупность всех её электрических векторов равных амплитуд образует



a)



б)

Рис. 255

поверхность винтовой "лестницы", осью z которой служит направление распространения волны. Другими словами, в фиксированный момент времени концы электрических векторов \vec{E} в волне с круговой поляризацией образует винтовую линию или винтовую спираль. Для фиксированной координаты ($z = \text{const}$) в неподвижной воображаемой плоскости P , перпендикулярной направлению распространения волны, конец электрического вектора \vec{E} с течением времени описывает окружность. Следует отметить, что винтовая поверхность волны с течением времени не вращается вокруг оси z , а как целое, не вращаясь, переносится поступательно вдоль оси z со скоростью, равной скорости волны. Вследствие такого движения неподвижная плоскость P пересекается последовательно отдельными векторами \vec{E} (ступеньками винтовой спирали), что и приводит к перемещению по окружности точки M , т.е. конца электрического вектора \vec{E} в неподвижной плоскости P . Для наблюдателя, смотрящего в направлении распространения волны, точка M в плоскости P описывает окружность против часовой стрелки. И наоборот, для наблюдателя, смотрящего навстречу направлению распространения волны, точка M в плоскости P вращается по часовой стрелке (рис. 255, б). Учитывая, что на этом рисунке изображена правовинтовая поверхность, волна называется *правоциркулярно поляризованной*.

Таким образом, если для наблюдателя, смотрящего навстречу направлению распространения волны, в неподвижной плоскости P электрический вектор \vec{E} вращается по часовой стрелке, то волна называется *правоциркулярно поляризованной*, в противном случае, волна – *левоциркулярно поляризованная* и для нее характерна левовинтовая спираль. Для превращения правоциркулярно поляризованной волны в левоциркулярно поляризованную, и наоборот, необходимо фазу одной из ортогональных компонент \vec{E}_0 или \vec{E}_e , образующих волну с круговой поляризацией, изменить на π . Например, для получения правоциркулярно поляризованной волны электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на четвертьволновую пластинку, должен составлять с её главной осью угол $\alpha = +45^\circ$, а для левоциркулярно поляризованной – угол $\alpha = -45^\circ$.

Правоциркулярно поляризованную волну, полученную с помощью четвертьволновой пластинки, можно превратить в левоциркулярно поляризованную, если на пути этой волны установить анизотропную

"пластинку $\frac{\lambda}{2}$ ", которая вносит дополнительный фазовый сдвиг $\delta = \pi$ между ортогональными компонентами этой волны. При этом главные оси "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ и $\frac{\lambda}{2}$ " должны быть параллельны.

Для исследования отражения циркулярно поляризованной электромагнитной волны устанавливают перед источником 1 и приёмником 2 с рупорными антеннами металлический экран 3, который выполняет роль зеркала (рис. 256). Так как излучение клистронного генератора линейно поляризовано, а приёмная рупорная антенна обладает избирательными свойствами по отношению к поляризации принимаемой волны, то источник и приёмник выполняют роль поляризатора и анализатора соответствующего оптического прибора. Главные линии поляризации источника и приёмника (линии, перпендикулярные широким стенкам волноводов рупорных антенн) устанавливают параллельно друг другу (рис. 256). Фиксируют отражённый от зеркала сигнал с максимальной интенсивностью. Располагают перед источником и приёмником радиоволн четвертьволновые металлоленточные пластинки (рис. 244), главные оси которых параллельны между собой, причём электрический вектор \vec{E} волны, падающей на первую четвертьволновую пластинку, должен составлять с её главной осью угол $\alpha = 45^\circ$. Отмечают полное отсутствие приёма электромагнитных волн.

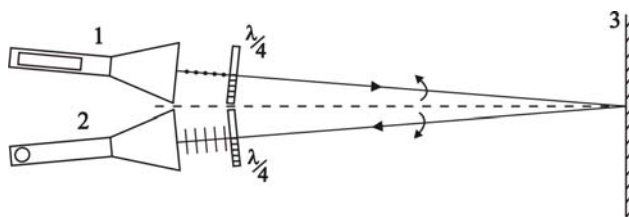


Рис. 256

Объясним данный опыт. Линейно поляризованная волна, прошедшая первую "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ ", превращается в волну с круговой поляризацией; отражаясь от зеркала, она проходит вторую "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ " и снова превращается в волну с линейной поляризацией, но её линия поляризации поворачивается на угол $2\alpha = 90^\circ$, т.е. оказывается перпендикулярной главной оси анализатора. Если приёмную антенну, как анализатор, повернуть вокруг своей продольной оси на угол 90° , то приём электромагнитных волн восстановится. Данный эксперимент не следует трактовать как превращение правоциркулярно поляризованной волны в левоциркулярно поляризованную при отражении. Действительно, описанный эксперимент говорит о том, что две "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ " ведут себя как одна "пластинка $\frac{\lambda}{2}$ ". Следовательно, при отражении циркулярно поляризованной волны от зеркала её параметры не изменяются, не изменяются и фазовые соотношения между ортогональными компонентами \vec{E}_o и \vec{E}_e этой волны на пути от одной пластинки к другой. В соответствии с граничными условиями каждая из указанных ортогональных компонент \vec{E}_o и \vec{E}_e при отражении от зеркала изменяют фазу на π . Таким образом, если на зеркало падает, например, правоциркулярно поляризованная волна, то при отражении она остаётся правоциркулярно поляризованной в соответствии с данным выше определением. Хотя для наблюдателя, смотрящего на зеркало (рис. 256), видно, что если в первичной волне электрический вектор \vec{E} вращается, например, против часовой стрелки, то в отражённой – по часовой стрелке. Чтобы правоциркулярно поляризованная волна превратилась при отражении в левоциркулярно поляризованную, необходимо при отражении от зеркала изменить фазу одной из ортогональных компонент \vec{E}_o или \vec{E}_e на π . Но это противоречит граничным условиям, и структура правоциркулярно поляризованной волны при отражении сохраняется.

Поставим дополнительный эксперимент. Расположим главные линии поляризации источника (1) и приёмника (2) волн взаимно перпендикулярно (рис. 256). Установив перед источником и приёмником четвертьволновые пластинки, как описано выше, наблюдаем приём электромагнитных волн с максимальной интенсивностью. Теперь дополнительно непосредственно перед зеркалом установим еще третью анизотропную "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ " так, чтобы её главная ось была параллельна осям остальных четвертьволновых пластинок. Отмечают отсутствие приёма электромагнитных волн. Если приёмник, как анализатор, повернуть на 90° , то приём волн восстановится. Другими словами, максимальный приём волн наблюдается, когда главные оси источника и приёмника параллельны.

Объяснение опыта. Четвертьволновая пластинка, установленная непосредственно перед зеркалом, выполняет роль "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ ", так как волна пересекает её дважды. Данная пластинка изменяет фазу одной из ортогональных компонент *правоциркулярно поляризованной волны*, падающей на неё, на π , т.е. фаза обыкновенной волны изменяется на π по сравнению с фазой необыкновенной волны. Вследствие чего волна, отражённая от зеркала с четвертьволновой пластинкой становится *левоциркулярно поляризованной*. Все три четвертьволновые пластинки, одна из которых волной пересекается дважды, выполняет роль одной анизотропной "пластинки λ ", которая не меняет ориентации линии поляризации волны, проходящей через нее. Поэтому при параллельных осях поляризатора и анализатора наблюдается максимальный приём электромагнитных волн. Всё это ещё раз говорит о сохранении структуры циркулярно поляризованной волны при отражении от обычного зеркала.

Для подтверждения вышесказанного можно поставить дополнительный эксперимент. Устанавливают линии поляризации источника и приёмника параллельно друг другу и наблюдают отражение от зеркала линейно поляризованной волны. Располагают перед источником и приёмником радиоволн четвертьволновые пластинки, главные оси которых взаимно перпендикулярны. При этом линия поляризации волны, падающей на первую "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ ", составляет с её главной осью угол $\alpha = 45^\circ$. Снова правоциркулярно поляризованная волна отражается от зеркала, сохраняя свою структуру, но максимальный приём волн происходит при параллельных главных осях поляризатора и анализатора. В данном случае вторая "пластинка $\frac{\lambda}{4}$ " компенсирует действие первой. Этот опыт опять говорит о том, что фазовые и амплитудные соотношения ортогональных компонент \vec{E}_o и \vec{E}_e волны с круговой поляризацией при отражении от зеркала остаются неизменными. Вследствие чего характер поляризации циркулярно поляризованной волны сохраняется. Если в данном опыте непосредственно перед зеркалом установить ещё третью "пластинку $\frac{\lambda}{4}$ ", главная ось которой параллельна оси первой четвертьволновой пластинки, то максимальный приём волн наблюдается при взаимно перпендикулярных главных осях источника и приёмника волн. В этом случае действие трёх четвертьволновых пластинок эквивалентно действию одной "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ ".

Всё это подтверждает вывод о сохранении структуры правоциркулярно поляризованной или левоциркулярно поляризованной волны при отражении от зеркала, а не превращение одной в другую.

4.13. НАБЛЮДЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА И ОБРАЗОВАНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КОНОСКОПИЧЕСКИХ ФИГУР

Для наблюдения интерференции поляризованных волн в оптическом диапазоне используется схема, аналогичная опытам в квазиоптическом приближении. Кристаллическая двоякопреломляющая пластинка помещается между поляризатором и анализатором, при этом оптическая ось пластинки должна располагаться перпендикулярно волне, падающей на неё. Линейно поляризованный свет, проходя через анизотропную кристаллическую пластинку, распадается в ней на две когерентные волны (обыкновенную и необыкновенную) с взаимно перпендикулярными линиями поляризации. Эти волны интерферировать не могут, но их сложение приводит к образованию результирующей волны с эллиптической поляризацией. Анализатор выделяет параллельные составляющие от когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации. Эти параллельные составляющие от ортогональных волн (обыкновенной и необыкновенной) и обеспечивают условия, необходимые для интерференции поляризованных волн.

Наиболее контрастные интерференционные картины наблюдаются, когда электрический вектор \vec{E} волны, падающий на пластину, составляет с её главной оптической осью угол $\alpha = 45^\circ$ (§ 4.10). В этом случае амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн одинаковы. Анализатор выделяет параллельные составляющие одинаковых амплитуд, если угол между главными осями анализатора и поляризатора равен $\varphi = 0$ или $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Если анизотропная кристаллическая пластинка имеет постоянную толщину d и используется монохроматический свет с длиной волны в вакууме, равной λ , то возможны два предельных случая для разности фаз интерферирующих волн:

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_o - n_e) = 2m\pi, \quad (m = 0; 1; 2; 3; \dots);$$

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_o - n_e) = (2m - 1)\pi, \quad (m = 0; 1; 2; 3; \dots). \quad (4.13.1)$$

Как показано в § 4.10, в первом случае, для кристаллической "пластинки λ " при $\varphi = 0$ интенсивность монохроматического света, проходящего через анализатор, максимальна, а при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ она равна нулю, т.е. при $\varphi = 0$ наблюдается интерференционный максимум, а при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ – интерференционный минимум. Во втором случае для "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ " при $\varphi = 0$ наблюдается интерференционный минимум, а при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ – интерференционный максимум. В обоих рассмотренных случаях поворот анализатора или поляризатора на угол $\frac{\pi}{2}$ (т.е. переход от $\varphi = 0$ к $\varphi = \frac{\pi}{2}$ или наоборот) вызывает изменение интерференционной картины на дополнительную. Очевидно, что при произвольной разности фаз δ , не удовлетворяющей условиям (4.13.1), интенсивность интерференционного поля, должна быть отличной от нулевой, но меньше максимальной согласно формуле (4.10.22).

Если на анизотропную пластинку постоянной толщины падает линейно поляризованный *белый свет*, то при наблюдении через анализатор пластинка видна окрашенной. При изменении угла φ , т.е. при вращении анализатора или поляризатора, окраска пластинки изменяется. Это явление объясняется тем, что для различных монохроматических составляющих белого света значения сдвига фаз $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_o - n_e)$, определяющее результат их интерференции, не одинаковы вследствие дисперсии, т.е. зависимости показателя преломления от длины волны. При повороте анализатора на 90° интерференционная картина изменяется на дополнительную: если, например, при $\varphi = 0$ интерференционное поле было окрашено в красный цвет, то при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ оно приобретает зелёную окраску.

В том случае, когда толщина d пластинки в разных местах не одинакова, а $(n_o - n_e) = \text{const}$, то в монохроматическом свете значения разности фаз δ будут различны для различных участков пластинки. Поэтому при наблюдении через анализатор такой пластинки в *монохроматическом свете* на её поверхности видна система тёмных и светлых интерференционных полос, соответствующим участкам пластинки, равной толщины. В *белом свете* эта пластинка приобретает причудливую разноцветную окраску, причём каждая цветная интерференционная линия (изохромата) проходит через те точки пластинки, где её толщина d одинакова. Аналогичная картина наблюдается в пластинке, толщина которой всюду одинакова, но зато различны разности показателей преломления $(n_o - n_e)$. В этом случае изохроматы соединяют точки, для которых разности $(n_o - n_e)$ одинаковы.

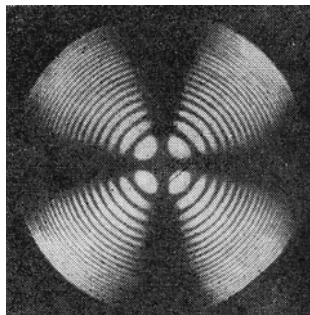


Рис. 257

Форма изохромы определяется симметрией двоякопреломляющего кристалла и ориентацией его оптической оси. На рисунке 257 показаны интерференционные полосы в случае пластинки одноосного кристалла, вырезанной перпендикулярно к оптической оси. Интерференционная коноскопическая фигура получена в скрещенных николях. Интерференционные полосы в соответствии с осевой симметрией имеют концентрические окружности, которые пересечены тёмным крестом. Если николи перевести в параллельное положение, то вся интерференционная коноскопическая картина становится дополнительной, т.е. положение светлого и тёмного крестов меняются местами.

Происхождение коноскопических изохромы легко понять, обратившись к модели данного явления в сантиметровом диапазоне радиоволн. Впервые данное явление в электромагнитном излучении наблюдал Дж.Ч. Бозе. В качестве модели одноосного кристалла он вначале использовал бумажную ленту, свёрнутую в диск, а позже – деревянный диск с концентрическими годовыми кольцами. Большое поглощение и невысокая анизотропия этих веществ не позволяет достаточно убедительно демонстрировать это явление в радиодиапазоне. От указанных недостатков свободна модель одноосного анизотропного кристалла, выполненная на базе металлоленточной структуры (рис. 258). Она состоит из восьми концентрических тонких металлических лент шириной $d = 40$ мм каждая, установленных на расстоянии $a = 20$ мм друг от друга. Другими словами, анизотропная двоякопреломляющая пластинка выполнена в форме круга диаметром 30 см и имеет бесконечное множество главных радиальных плоскостей, проходящих через единственную центральную "оптическую" ось.

Эксперимент по наблюдению интерференционных коноскопических фигур в расходящемся пучке сантиметровых волн проводят в следующей последовательности. Устанавливают генератор СВЧ с передающей рупорной антенной и приёмную рупорную антенну, соединённую с осциллографом, на одной прямой на расстоянии друг от друга порядка одного метра. Между источником и приёмником радиоволн, рассматриваемых как поляризатор и анализатор,

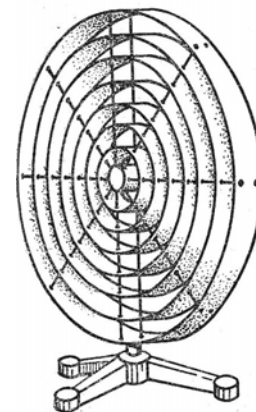


Рис. 258

устанавливают одноосную анизотропную пластинку "кристалла" (рис. 258) так, чтобы её "оптическая" главная ось совпадала с прямой, соединяющей источник и приёмник. При этом расходящийся пучок сантиметровых линейно поляризованных волн одновременно облучает всю плоскость одноосной пластинки. Источник и приёмник радиоволн устанавливают "на темноту", т.е. так, чтобы их главные линии поляризации были скрещены, причём электрический вектор \vec{E} источника волн ориентируется вертикально, а значит, параллельно главной плоскости cd "кристалла", а главная линия анализатора ориентируется горизонтально, т.е. она совпадает с радиальной плоскостью ab двоякопреломляющей пластинки (рис. 259). Другими словами, электрический вектор \vec{E} волны, падающий на модель анизотропного кристалла, оказывается во всех точках пластинки параллелен её радиальной плоскости cd , а главная линия анализатора ab всегда оказывается перпендикулярна главной линии cd поляризатора. Так как линейно поляризованная волна \vec{E} , проходящая по центральной главной оси O "кристаллической" пластинки, не изменяет характера поляризации, то отмечается отсутствие принимаемого сигнала при указанном выше положении источника и приёмника волн. Отсутствие принимаемого сигнала наблюдается и в том случае, если приёмник перемещается в радиальной плоскости cd (вверх–вниз) или в радиальной плоскости ab (влево–вправо) от своего первоначального центрального положения. Объясняется это тем, что волна \vec{E} , проходящая через радиальную плоскость cd , является необыкновенной ($n_e = 1$), так как вектор \vec{E} перпендикулярен металлическим лентам структуры, а волна \vec{E} , проходящая радиальную

плоскость ab , является обыкновенной $\left(n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2} = 0,6 \right)$, так как вектор \vec{E} параллелен лентам структуры.

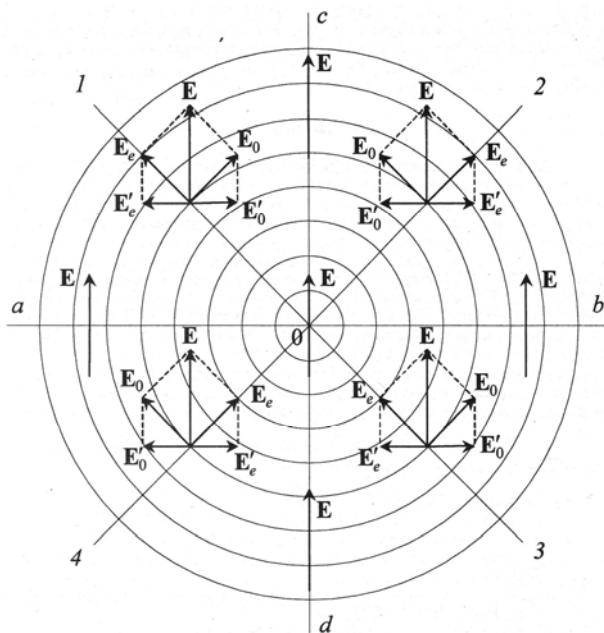


Рис. 259

В обоих случаях электрический вектор \vec{E} волн, выходящих из модели анизотропного кристалла, оказывается перпендикулярным к главной линии приёмника как анализатора. Таким образом, перемещением приёмника вверх–вниз и вправо–влево доказываются существование тёмного креста, ветви которого расположены по линии ab и cd , а центр его совпадает с центром O металлоленточной структуры.

Перемещая приёмник в различных плоскостях 1–3 и 2–4 (рис. 259) при скрещенных главных линиях поляризатора и анализатора, наблюдается резкое возрастание интенсивности принимаемого излучения. Следовательно, ветви светлого креста повернуты относительно ветвей тёмного креста на углы 45° . Центры двух крестов совпадают, причём центр их "тёмный". Причина возникновения светлого креста объясняется интерференцией поляризованных волн. Действительно, в любом из четырёх квадрантов 1; 2; 3; 4 (рис. 259) первичная линейно поляризованная волна \vec{E} распадается на две волны: обыкновенную \vec{E}_o и необыкновенную \vec{E}_e с ортогональными линиями поляризации. Приёмная антенна как анализатор в любом из квадрантов регистрирует результат интерференции двух компонент \vec{E}'_o и \vec{E}'_e , разность фаз которых зависит от

геометрической толщины пластинки: $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_o - n_e)$. При $\lambda = 3,2$ см; $d = 4$ см; $n_e = 1$; $n_o = 0,6$ имеем $\delta = \pi$.

Результат интерференции поляризованных волн при скрещенных линиях поляризатора и анализатора определяется (4.10.44) выражением

$$I_{\perp} = I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4.13.2)$$

Откуда следует, что при $\delta = \pi$ интенсивность принимаемых интерферирующих волн максимальна и равна $I_{\perp \max} = E^2$. Другими словами, анизотропная пластинка в квадрантах 1; 2; 3; 4 ведёт себя как полуволновая пластинка $\frac{\lambda}{2}$, которая поворачивает линию поляризации первичной волны \vec{E} на угол 90° в каждом квадранте, что и позволяет уверенно наблюдать "светлый крест на тёмном поле". Действительно, толщина пластинки удовлетворяет условию $d(n_o - n_e) = \frac{\lambda}{2}$.

В диапазоне СВЧ имеется возможность наблюдать образование интерференционных коноскопических фигур и при параллельных линиях поляризатора и анализатора. В этом случае ветви светлого креста лежат по направлению ab и cd , а ветви тёмного креста лежат по направлению 1–3 и 2–4 при прежней ориентации вектора \vec{E} первичной волны. Другими словами, при повороте анализатора на угол 90° интерференционная картина становится дополнительной. Образование светлого креста объясняется тем, что главная линия анализатора совпадает с вектором \vec{E} первичной волны на линиях ab и cd , где волна сохраняет свою линию поляризации. Образование тёмного креста в квадрантах 1; 2; 3; 4 объясняется интерференцией поляризованных волн \vec{E}'_o и \vec{E}'_e , результат которой при параллельных линиях поляризатора и анализатора определяется формулой (4.10.41):

$$I_{\parallel} = I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad (4.13.3)$$

откуда при $\delta = \pi$ в квадрантах приёмником фиксируется интенсивность $I_{\parallel \min} = 0$. Другими словами, в квадрантах 1; 2; 3; 4 анизотропная пластина ведёт себя как пластинка $\frac{\lambda}{2}$, которая поворачивает линию поляризации на угол 90° , что и позволяет фиксировать "тёмный" крест на "светлом" поле при параллельных линиях анализатора и поляризатора.

Для иллюстрации образования коноскопических фигур в квазиоптическом приближении в качестве анизотропного кристалла можно использовать слоистую диэлектрическую структуру, которая представляет собой цилиндрические концентрические слои органического стекла толщиной $d_1 = 4$ мм, разделённых между собой воздушными зазорами величиной $d_2 = d_1 = 4$ мм (рис. 260). Воздушные промежутки между цилиндрическими слоями обеспечиваются фрезерованием листов органического стекла толщиной 10...15 мм. Чтобы обеспечить разность хода между обыкновенной ($n_o = 1,33$) и необыкновенной ($n_e = 1,20$) волнами, равную $\frac{\lambda}{2}$, необходимо,

чтобы общая толщина всей слоистой структуры имела величину, равную $d = \frac{\lambda}{2(n_o - n_e)} = 11,5$ см.

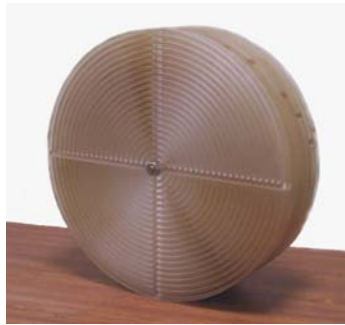


Рис. 260

4.14. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ КОГЕРЕНТНЫХ ВОЛН С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ ИХ ЛИНИЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ. ОПЫТ ФРЕНЕЛЯ И АРАГО

Явления интерференции поляризованных волн в истории оптики имели большое значение для выяснения фундаментального вопроса о природе световых колебаний. Данное явление исследовалось в классических опытах Френеля и Араго (1816). Конечно, световые волны от независимых источников света интерферировать не будут, даже если они предварительно пропущены через поляризационное приспособление. Для интерференции необходима когерентность. Однако результат суперпозиции линейно поляризованных волн зависит от угла между линиями поляризации световых волн. Интерференционные полосы наиболее контрастны, когда линии поляризации волн параллельны. Интерференция никогда не наблюдается, если волны поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Это впервые было установлено в вышеупомянутых опытах Френеля и Араго. Отсюда Френель пришёл к заключению о поперечности световых колебаний. В своих

опытах Френель и Араго использовали интерференционную схему Т. Юнга, где щели облучались линейно поляризованным светом от точечного источника света. Для получения двух когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации одна из щелей перекрывалась анизотропной кристаллической пластиной в полволны. Благодаря этому линия поляризации одной из волн поворачивается на угол 90° по отношению к линии поляризации другой волны.

В § 4.10 показано, что, рассматривая суперпозицию двух когерентных волн с ортогональными линиями поляризации, следует различать три аспекта: 1) *сложение* двух когерентных волн, которое приводит к образованию результирующей волны, обладающей в общем случае эллиптической поляризацией; 2) *интерференция* поляризованных волн, которая наблюдается только при наличии анализатора, установленного на пути когерентных волн, и выделяющего интерференционные параллельные составляющие; 3) *анализ поляризации* результирующей волны, которая образовалась от сложения двух когерентных волн с ортогональными линиями поляризации. Эти аспекты следует учитывать и при рассмотрении вопроса о суперпозиции волн с произвольной ориентацией линий поляризации, которое мы рассмотрим в квазиоптическом приближении.

Установка состоит из источника сантиметровых электромагнитных волн 1 и приёмной рупорной антенны 2, соединённой с осциллографом или микроамперметром, измеряющим интенсивность волн. Между генератором и приёмником расположен металлический экран 3 с двумя щелями шириной 40 см, центры которых расположены на расстоянии 8 см друг от друга (рис. 261).

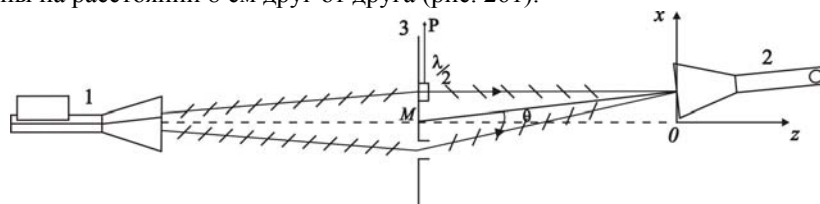


Рис. 261

Одна из щелей перекрывается двоякопреломляющей металлоленточной "пластинкой $\frac{\lambda}{2}$ " (рис. 74), главная "оптическая" ось P которой параллельна горизонтальной оси x .

Щели облучают линейно поляризованной волной так, чтобы её электрический вектор \vec{E} составлял с главной осью полуволновой пластинки произвольный угол α . Волна, проходящая открытую щель, не изменит характера поляризации, т.е. останется линейно поляризованной с прежней ориентацией вектора \vec{E}_1 в пространстве. На рисунке 262 OP – линия поляризатора. Волна, проходящая щель, перекрытую двоякопреломляющей "пластинкой $\frac{\lambda}{2}$ ", также остаётся линейно поляризованной, но её электрический вектор \vec{E}_2 поворачивается в пространстве на угол 2α (рис. 262). Можно показать, что при сложении этих двух когерентных волн \vec{E}_1 и \vec{E}_2 с произвольной ориентацией их линий поляризации образуется результирующая волна с эллиптической поляризацией. Форма эллипса будет зависеть от разности фаз складываемых волн и их амплитуд. Однако, как и при сложении волн с ортогональными линиями поляризации ($2\alpha = 90^\circ$), сложение

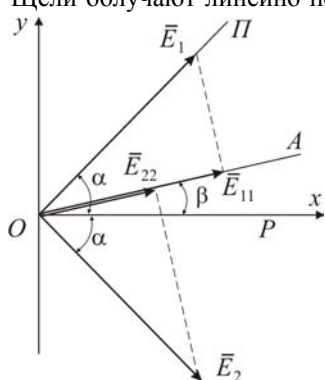


Рис. 262

волн \vec{E}_1 и \vec{E}_2 при произвольном значении угла 2α ($\alpha \neq 0$) не приводит к интерференции линейно поляризованных волн. Для наблюдения *интерференции* волн с произвольной ориентацией их линий поляризации необходимо на их пути установить анализатор, роль которого в сантиметровом диапазоне волн выполняет приёмная рупорная антенна, обладающая избирательными свойствами по отношению к поляризации принимаемого излучения. Пусть линия поляризации OA приёмника составляет произвольный угол β с горизонтальной осью x , т.е. с главной "оптической" осью P двоякопреломляющей "пластинки $\frac{\lambda}{2}$ " (рис. 262).

Анализатор выделяет две параллельные составляющие \vec{E}_{11} и \vec{E}_{22} , численные значения которых могут быть найдены по формулам

$$\vec{E}_{11} = E_0 \cos(\alpha - \beta); \quad (4.14.1)$$

$$\vec{E}_{22} = E_0 \cos(\alpha + \beta), \quad (4.14.2)$$

где E_0 – амплитуда линейно поляризованной волны, падающей на щели $E_0 = E_1 = E_2$. Следует заметить, что пространственная диаграмма (рис. 262) ничего не говорит о разности фаз δ интерферирующих волн \vec{E}_{11} и \vec{E}_{22} ,

которая определяется разностью хода Δ волн в опыте Юнга $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$, где d – расстояние между щелями; θ – угол поворота приёмной антенны относительно точки M в горизонтальной плоскости xoy (рис. 261). Интенсивность волны, получающейся в результате интерференции двух монохроматических когерентных волн \bar{E}_{11} и \bar{E}_{22} равна

$$I = E_{11}^2 + E_{22}^2 + 2E_{11}E_{22} \cos \delta = (E_{11} + E_{22})^2 - 2E_{11}E_{22}(1 - \cos \delta),$$

или

$$I = (E_{11} + E_{22})^2 - 4E_{11}E_{22} \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4.14.3)$$

Учитывая формулы (4.14.1) и (4.14.2), получим

$$I = E^2 \left\{ [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]^2 - 4\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (4.14.4)$$

Воспользовавшись известными соотношениями

$$\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) = 2\cos \alpha \cos 2\beta;$$

$$\cos(\alpha - \beta)\cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}(\cos 2\alpha + \cos 2\beta),$$

получим окончательный результат интерференции

$$I = 2I_0 \left\{ 2\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - [\cos 2\beta + \cos 2\alpha] \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}, \quad (4.14.5)$$

где $I_0 = E_0^2$ – интенсивность волны, падающей на одну из щелей.

Таким образом, теория суперпозиции двух когерентных волн с произвольной ориентацией их электрических векторов показывает, что результат интерференции зависит не только от их разности фаз δ , но и от углов α и β , которыми определяются главные линии поляризатора и анализатора по отношению к главной "оптической" оси полуволновой пластинки.

Рассмотрим некоторые специальные случаи.

1. Пусть угол между электрическими векторами \bar{E}_1 и \bar{E}_2 линейно поляризованных волн, выходящих из щелей, равен $2\alpha = 60^\circ$, т.е. $\alpha = 30^\circ$. Тогда выражение (4.14.5) принимает вид

$$I = 2I_0 \left\{ 1,5 \cos^2 \beta - \left[\frac{1}{2} + \cos 2\beta \right] \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (4.14.6)$$

В частных случаях получим:

а) Пусть линия анализатора составляет с осью полуволновой пластинки, т.е. с горизонтальной осью x , угол $\beta = 0$. Тогда согласно формуле (4.14.6) получим зависимость интенсивности принимаемой волны от разности фаз интерферирующих волн

$$I = 3I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4.14.7)$$

На рисунке 263, а показана экспериментальная интерференционная картина, которая наблюдается при $\beta = 0$. В центре интерференционной картины ($\delta = 0$) наблюдается максимум интерференции в соответствии с формулой (4.14.7). Действительно, для центрального максимума при $\delta = 0$ из выражения (4.14.7) получим $I_{\max} = 3I_0$. То, что интенсивность центрального максимума больше интенсивности боковых максимумов, объясняется наличием дифракции Фраунгофера на щелях, которая нами не учитывалась при теоретическом рассмотрении явлений интерференции. В точках минимумов интенсивность равна нулю, так как при $\beta = 0$ амплитуды интерферирующих волн \bar{E}_{11} и \bar{E}_{22} в соответствии с формулами (4.14.1) и (4.14.2) при $\alpha = 30^\circ$ одинаковы: $E_{11} = E_{22} = 0,86E_0$.

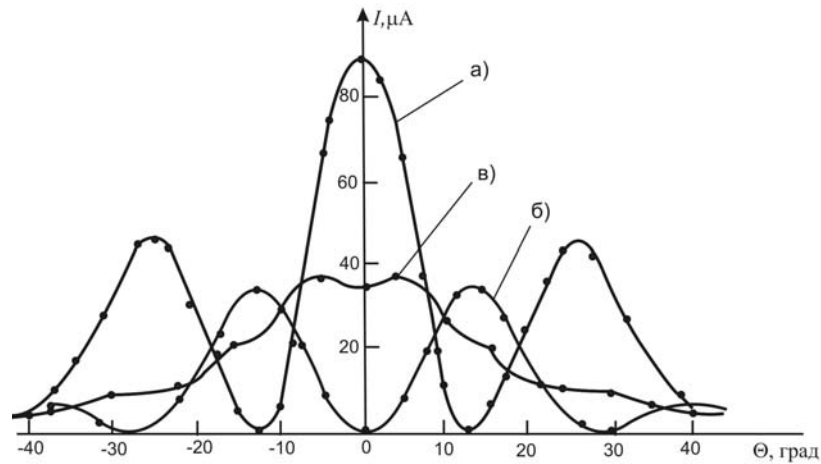


Рис. 263

б) Пусть линия анализатора составит с горизонтальной осью x угол $\beta = 90^\circ$. Тогда согласно формуле (4.14.6) найдём

$$I = I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4.14.8)$$

На рисунке 263, б приведена экспериментальная интерференционная картина, наблюдаемая при $\beta = 90^\circ$. В центре ($\delta = 0$) этой картины в соответствии с формулой (4.14.8) наблюдается минимум интерференции: $I_{\min} = 0$. Амплитуды интерферирующих волн для этого случая согласно выражениям (4.14.1) и (4.14.2) равен $E_{11} = E_{22} = 0,5E_0$.

Следовательно, при повороте анализатора на угол 90° , т.е. при переходе от $\beta = 0$ к $\beta = 90^\circ$ не только уменьшаются интерференционные максимумы, то и интерференционная картина становится дополнительной в соответствии с формулами (4.14.7) и (4.14.8).

в) Пусть линия анализатора составит с осью x угол $\beta = 60^\circ$. На основании формулы (4.14.6) найдём

$$I = 0,75I_0, \quad (4.14.9)$$

т.е. интенсивность принимаемой волны при интерференции постоянная и не зависит от разности фаз δ когерентных волн. На рисунке 263, в дано экспериментальное распределение интенсивности по волновому фронту при $\beta = 60^\circ$. Уменьшение интенсивности обусловлено дифракцией Фраунгофера. Отсутствие интерференционных максимумов объясняется тем, что при $\beta = 60^\circ$ анализатор пропускает лишь одну из линейно поляризованных волн \vec{E}_1 , выходящих из щелей; к вектору \vec{E}_2 второй волны главная линия анализатора оказывается перпендикулярной. При этом амплитуды интерферирующих волн, соответственно, имеют значения $E_{11} = 0,86E_0$; $E_{22} = 0$.

Полученную формулу (4.14.5) суперпозиции двух когерентных волн с произвольной ориентацией их электрических векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 можно рассматривать как *полярную диаграмму результирующей волны*, полученной от их сложения. Другими словами, данная формула определяет зависимость интенсивности волны, проходящей через анализатор в данной точке волнового поля ($\delta = \text{const}$), от угла β его поворота, т.е. формула (4.14.5) определяет функцию $I = I(\beta)$ при $\delta = \text{const}$ и $\alpha = \text{const}$. Эта функция определяет в полярных координатах математическую полярную диаграмму результирующей волны, которая в общем случае имеет эллиптическую поляризацию. Это относится и к формуле (4.14.6) для частного случая $2\alpha = 60^\circ$. Учитывая, что

$$\cos 2\beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta,$$

на основании (4.14.6) найдём

$$I = I(\beta) = I_0 \left\{ 3 \cos^2 \beta - [1 + 2 \cos^2 \beta - 2 \sin^2 \beta] \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (4.14.10)$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

а) Найдём полярную диаграмму результирующей волны в центре волнового фронта, т.е. при $\delta = 0$. На основании выражения (4.14.10) найдём

$$I = I(\beta) = 3I_0 \cos^2 \beta, \quad (4.14.11)$$

что соответствует закону Малюса. Следовательно, в результате сложения двух волн, линии поляризации которых образуют угол $2\alpha = 60^\circ$, при $\delta = 0$ получается волна линейно поляризованная. Полярная диаграмма приведена на рис. 264, а.

б) Полярная диаграмма результирующей волны при разности фаз $\delta = \frac{\pi}{2}$ согласно выражению (4.14.10) имеет вид

$$I = I(\beta) = I_0 \left\{ 2 \cos^2 \beta + \sin^2 \beta - \frac{1}{2} \right\}. \quad (4.14.12)$$

Результирующая волна является эллиптически поляризованной (рис. 264, б).

в) Полярная диаграмма результирующей волны при $\delta = \pi$ согласно формуле (4.14.10) имеет вид

$$I = I(\beta) = I_0 \{ 3 \cos^2 \beta - 1 - 2 \cos^2 \beta + 2 \sin^2 \beta \} = I_0 \{ \cos^2 \beta + 2 \sin^2 \beta - 1 \}. \quad (4.14.13)$$

Учитывая, что $\cos^2 \beta = 1 - \sin^2 \beta$, получим

$$I = I(\beta) = I_0 \sin^2 \beta,$$

т.е. результирующая волна снова обладает линейной поляризацией (рис. 264, в).

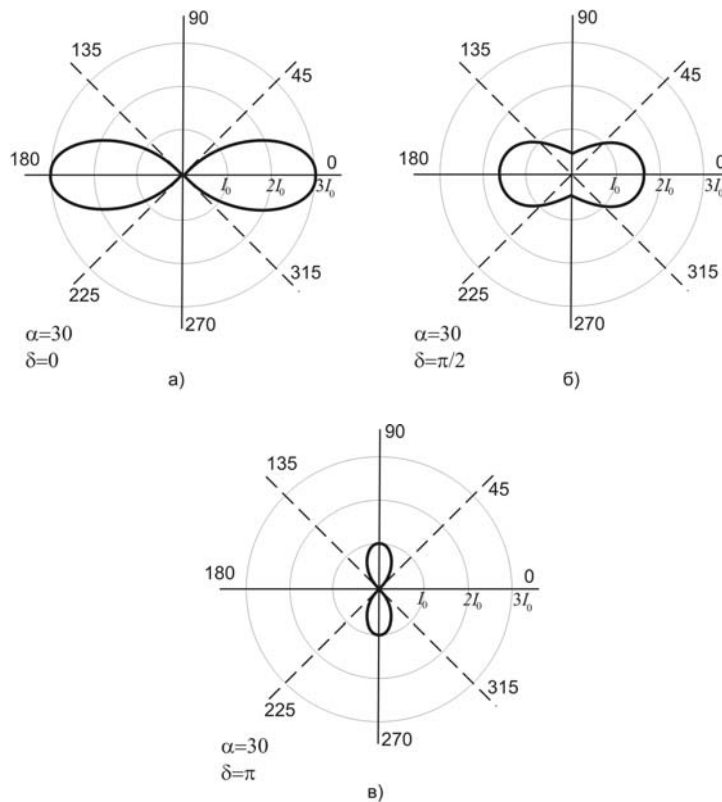


Рис. 264

2. Рассмотрим второй специальный случай. Пусть угол между векторами \vec{E}_1 и \vec{E}_2 линейно поляризованных волн, выходящих из щелей, равен $2\alpha = 90^\circ$, т.е. $\alpha = 45^\circ$. Этот случай соответствует опытам Френеля и Араго. Общая формула (4.14.5) интерференции принимает вид

$$I = 2I_0 \left\{ \cos^2 \beta - \cos 2\beta \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (4.14.14)$$

В частных случаях:

а) Пусть главная линия анализатора составляет с горизонтальной осью x угол $\beta = 0$. Тогда формула интерференции примет вид

$$I = 2I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4.14.15)$$

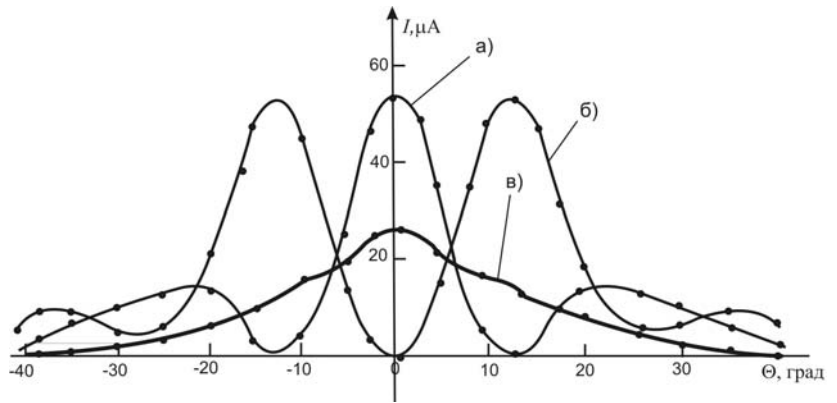


Рис. 265

Легко видеть, что в центре интерференционной картины при $\delta = 0$ наблюдается максимум интерференции, что подтверждается экспериментом (рис. 265, а).

Согласно формулам (4.14.1) и (4.14.2) амплитуды интерферирующих волн одинаковы и равны

$$E_{11} = E_{22} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0.$$

б) При $\beta = 90^\circ$ формула интерференции (4.14.14) принимает вид

$$I = 2I_0 \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4.14.16)$$

В центре интерференционной картины при $\delta = 0$ наблюдается минимум интерференции (рис. 265, б). Интерферирующие волны имеют прежние амплитуды

$$E_{11} = E_{22} = \frac{\sqrt{2}}{2} E_0.$$

Следовательно, при повороте анализатора на угол 90° , т.е. при переходе от $\beta = 0^\circ$ к $\beta = 90^\circ$, интерференционная картина становится дополнительной.

в) При $\beta = 45^\circ$ из формулы (4.14.14) получим

$$I = I_0, \quad (4.14.17)$$

т.е. интерференция не наблюдается (рис. 265, в), нет максимумов и минимумов интерференции. Объясняется это тем, что при $\beta = 45^\circ$ анализатор пропускает лишь одну из ортогональных компонент E_1 или E_2 . График, изображенный на рис. 265, в, характеризует дифракцию Фраунгофера на одной из щелей (центральный максимум).

Можно рассмотреть еще два случая.

г) При $\beta = 22,5^\circ$ получим

$$I = I_0 \left\{ 1,71 - 1,41 \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (4.14.18)$$

д) При $\beta = 112,5^\circ$ получим

$$I = I_0 \left\{ 0,29 + 1,41 \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (4.14.19)$$

Интерференционные картины в этих случаях менее контрастны, так как интенсивность в точках минимумов не равна нулю. Это объясняется тем, что интерферирующие волны имеют разные амплитуды: $E_{11} \neq E_{22}$. Но при переходе от $\beta = 22,5^\circ$ к $\beta = 112,5^\circ$ интерференционные картины становятся дополнительными.

Как отмечено выше, две когерентные волны E_1 и E_2 с ортогональными линиями поляризации образуют в результате сложения волну, которая в общем случае обладает эллиптической поляризацией. Формулу (4.14.14) можно рассмотреть как полярную диаграмму этой результирующей волны в разных точках волнового фронта. Учитывая, что $\cos 2\beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \beta$, преобразуем полученную формулу (4.14.14) к виду

$$I = I_0 \left\{ 2 \cos^2 \beta - 2(\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) \sin^2 \frac{\delta}{2} \right\}. \quad (4.14.20)$$

Найдём полярные диаграммы результирующих волн в различных точках волнового фронта.

а) Полярная диаграмма в центре ($\delta = 0$) интерференционной картины согласно полученной формуле имеет вид

$$I = I(\beta) = 2I_0 \cos^2 \beta, \quad (4.14.21)$$

т.е. результирующая волна в центре имеет линейную поляризацию (рис. 266, а).

б) При $\delta = \frac{\pi}{4}$ полярная диаграмма согласно формуле (4.14.20) даётся выражением

$$I = I_0 \{1,71 \cos^2 \beta + 0,29 \sin^2 \beta\}, \quad (4.14.22)$$

что говорит о том, что при сложении двух когерентных волн с ортогональными линиями поляризации образуется результирующая волна с эллиптической поляризацией (рис. 266, б).

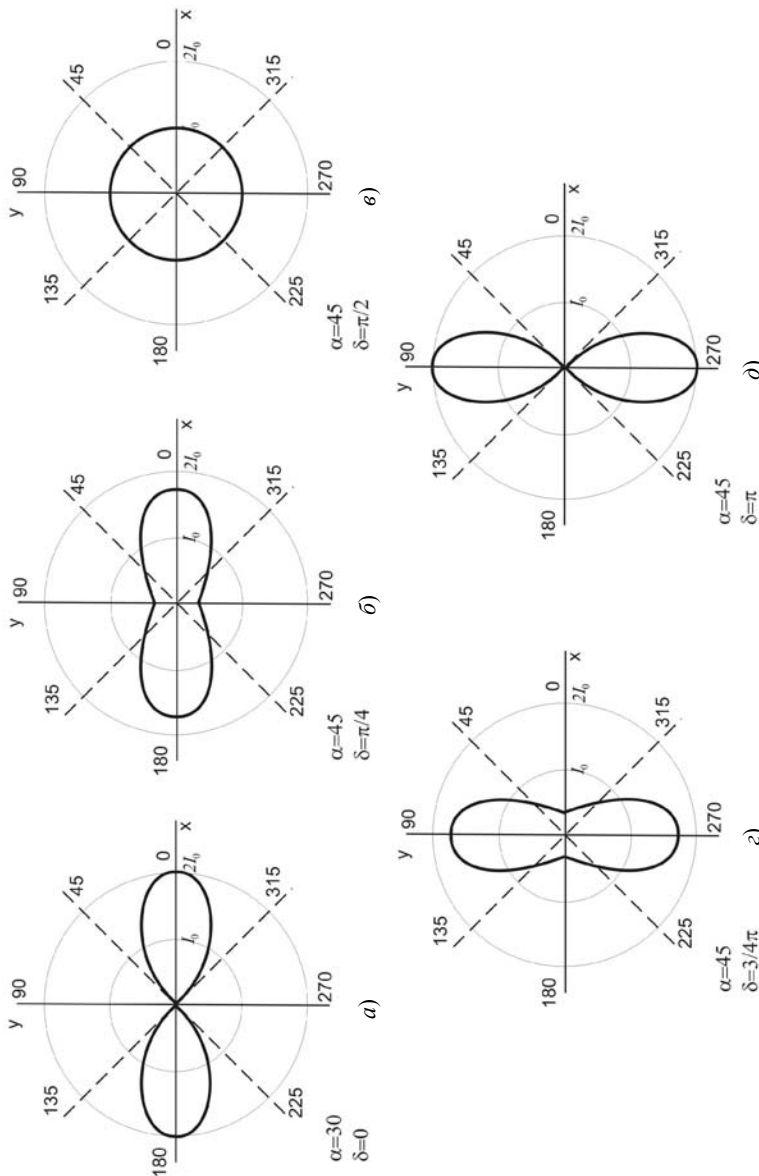


Рис. 266

в) При $\delta = \frac{\pi}{2}$ теоретическая полярная диаграмма даётся выражением

$$I = I_0, \quad (4.14.23)$$

т.е. результирующая волна обладает круговой поляризацией (рис. 266, в).

На рисунке 266, г и д показаны полярные диаграммы результирующих волн в точках волнового фронта при $\delta = \frac{3}{4}\pi$ и $\delta = \pi$.

Таким образом, рассмотренная теория суперпозиции волн с произвольной ориентацией линий поляризации подтверждается экспериментально. Полученные теоретические полярные диаграммы в различных точках волнового фронта можно наблюдать, вращая приёмную антенну как анализатор вокруг своей продольной оси. Так, например, волна с круговой поляризацией наблюдается под углом $\theta = 7^\circ$.

4.15. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ КОГЕРЕНТНЫХ ВОЛН С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМИ, КРУГОВЫМИ ИЛИ ЛИНЕЙНЫМИ ПОЛЯРИЗАЦИЯМИ

Впервые экспериментальное исследование интерференции световых волн с круговыми поляризациями было выполнено Араго в 1824 году. Однако, подробно излагая опытные факты, автор в своей работе тщательно воздерживается от волновой трактовки эксперимента и даже не вводит понятие о длине световой волны. Рассмотрим общую теорию суперпозиции электромагнитных волн с эллиптическими поляризациями и частные случаи взаимодействия двух волн с круговыми или линейными поляризациями, тем более что имеется возможность проверить полученные теоретические выводы в эксперименте с сантиметровыми электромагнитными волнами ($\lambda = 3,2$ см). Как будет показано ниже, результат взаимодействия волн с эллиптическими поляризациями существенно зависит от направления вращения электрических векторов в когерентных волнах. Поэтому целесообразно рассмотреть два специальных случая.

Взаимодействие двух эллиптически поляризованных волн с противоположным направлением вращения их электрических векторов. В целях конкретизации теории опишем постановку эксперимента в сантиметровом диапазоне радиоволн. Экспериментальная установка выполнена по классической интерференционной схеме Т. Юнга и состоит из источника электромагнитных волн 1 и приёмной рупорной антенны 2, соединённой с микроамперметром Ф-195 или с осциллографом С1-1.

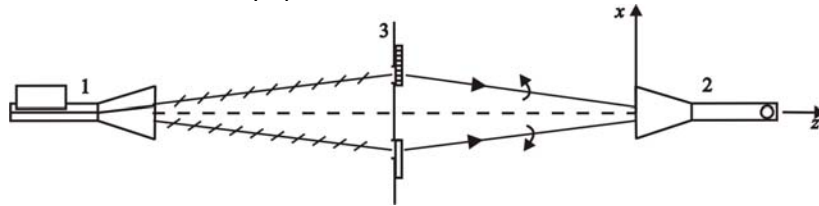


Рис. 267

Между генератором радиоволн и приёмником установлен металлический экран с двумя одинаковыми щелями шириной 40 мм, центры которых расположены на расстоянии 80 мм друг от друга (рис. 267). Источник и приёмник радиоволн можно рассматривать как поляризатор и анализатор соответствующего оптического прибора. Линии, перпендикулярные к широким стенкам волноводов источника и приёмника, можно назвать главными линиями поляризатора и анализатора. Для получения двух когерентных эллиптически поляризованных волн каждая щель в экране 3 перекрывается искусственной двоякопреломляющей фазовой "пластинкой $\frac{\lambda}{4}$ ", состоящей из тонких металлических лент шириной $d = 20$ мм, расположенных параллельно друг другу на расстоянии $a = 20$ мм (рис. 244). За главную "оптическую" ось двоякопреломляющей "пластинки $\frac{\lambda}{4}$ " принимается направление, перпендикулярное к её металлическим лентам. Геометрические параметры четвертьволновых пластинок удовлетворяют условию $d(n_e - n_o) = \lambda/4$, где $n_e = 1$ – показатель преломления пластинки для необыкновенной волны, $n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2} = 0,6$ – показатель преломления пластинки для обыкновенной волны. Фазовые двоякопреломляющие пластинки в опыте устанавливают так, чтобы их главные оси были взаимно перпендикулярны между собой и были ориентированы по осям x и y (рис. 267).

Пусть электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на щели, составляет с главными осями OP_1 и OP_2 двоякопреломляющих четвертьволновых пластинок произвольные углы α и $90^\circ - \alpha$ (рис. 268). OP – линия поляризатора. В каждой четвертьволновой пластинке первичная линейно поляризованная волна \vec{E} распадается на две волны (обыкновенную и необыкновенную) с ортогональными линиями поляризации $\vec{E}_{o1} \perp \vec{E}_{e1}$ и $\vec{E}_{o2} \perp \vec{E}_{e2}$. Амплитуды этих ортогональных компонент определяются выражениями

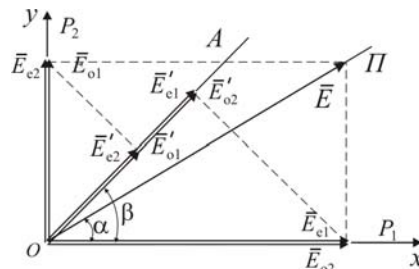


Рис. 268

$$E_{e1} = E_{o2} = E \cos \alpha;$$

$$E_{o1} = E_{e2} = E \sin \alpha. \quad (4.15.1)$$

Благодаря четвертьволновым пластинкам между волнами \bar{E}_{o1} и \bar{E}_{e1} или между \bar{E}_{e2} и \bar{E}_{o2} , выходящими из щелей, возникает разность фаз, равная $\frac{\pi}{2}$. Так как амплитуды каждой пары указанных ортогональных компонент при произвольном α не одинаковы, то из каждой щели выходит результирующая волна с эллиптической поляризацией. Ортогональность главных осей OP_1 и OP_2 фазовых пластинок обеспечивает различное направление вращения электрических векторов в эллиптически поляризованных волнах. Для получения двух когерентных волн с круговыми поляризациями достаточно перейти к условию $\alpha = 45^\circ$, при котором амплитуды ортогональных компонент будут одинаковы. При $\alpha = 0$ или $\alpha = 90^\circ$ волны, выходящие из щелей, будут линейно поляризованы, причём их электрические векторы будут параллельны между собой. Учитывая, что когерентные эллиптически поляризованные волны приходят в произвольную точку интерференционного поля с определённой разностью фаз $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$, зависящей от разности хода Δ рассматриваемых волн, уравнения составляющих эллиптически поляризованных волн в любой точке наблюдения могут быть записаны в виде

$$\begin{cases} \varepsilon_{e1} = E_{e1} \cos \omega t = E \cos \alpha \cos \omega t; \\ \varepsilon_{o1} = E_{o1} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = E \sin \alpha \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right); \end{cases} \quad (4.15.2)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{e2} = E_{e2} \cos(\omega t + \varphi) = E \sin \alpha \cos(\omega t + \varphi); \\ \varepsilon_{o2} = E_{o2} \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = E \cos \alpha \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \end{cases} \quad (4.15.3)$$

Пусть главная линия анализатора OA , роль которого выполняет приёмная антенна, составляет с главными осями OP_1 и OP_2 четвертьволновых пластинок произвольные углы β и $90^\circ - \beta$ (рис. 268). Тогда амплитуды четырех когерентных линейно поляризованных интерферирующих волн с одинаковым направлением электрических векторов будут определяться формулами

$$E'_{e1} = E_{e1} \cos \beta = E \cos \alpha \cos \beta;$$

$$E'_{o1} = E_{o1} \sin \beta = E \sin \alpha \sin \beta;$$

$$E'_{e2} = E_{e2} \sin \beta = E \sin \alpha \sin \beta;$$

$$E'_{o2} = E_{o2} \cos \beta = E \cos \alpha \cos \beta. \quad (4.15.4)$$

Учитывая формулы (4.15.2)–(4.15.3), уравнения всех четырёх интерферирующих волн в произвольной точке волнового поля могут быть записаны в виде

$$\varepsilon'_{e1} = E'_{e1} \cos \omega t = E \cos \alpha \cos \beta \cos \omega t;$$

$$\varepsilon'_{o1} = E'_{o1} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = E \sin \alpha \sin \beta \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\varepsilon'_{e2} = E'_{e2} \cos(\omega t + \varphi) = E \sin \alpha \sin \beta \cos(\omega t + \varphi);$$

$$\varepsilon'_{o2} = E'_{o2} \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = E \cos \alpha \cos \beta \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.15.5)$$

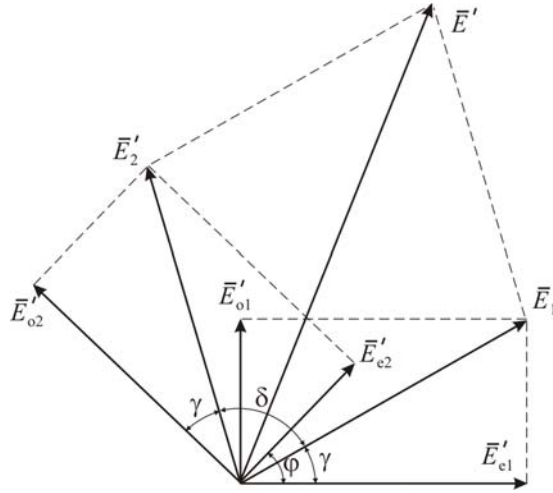


Рис. 269

Для нахождения амплитуды E результирующей волны при интерференции эллиптически поляризованных волн при наличии анализатора построим векторную диаграмму (рис. 269) четырёх колебаний, описываемых формулами (4.15.5). Учитывая, что $\bar{E}'_1 = \bar{E}'_{e1} + \bar{E}'_{o1}$ и $\bar{E}'_2 = \bar{E}'_{e2} + \bar{E}'_{o2}$, найдём амплитуды двух приведённых интерферирующих волн \bar{E}'_1 и \bar{E}'_2 , т.е.

$$E'_1 = E'_2 = \sqrt{E'^2_{o1} + E'^2_{e1}} = E\sqrt{\sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta}. \quad (4.15.6)$$

где учтены соотношения (4.15.4). Из векторной диаграммы следует, что разность фаз δ между двумя приведёнными интерферирующими волнами \bar{E}'_1 и \bar{E}'_2 , может быть также найдена из векторной диаграммы, используя соотношение

$$\delta + 2\gamma = \varphi + \frac{\pi}{2}, \quad (4.15.7)$$

откуда получаем

$$\delta = \varphi - 2\gamma + \frac{\pi}{2}, \quad (4.15.8)$$

где

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{E'_{o1}}{E'_{e1}} = \frac{E'_{e2}}{E'_{o2}} = \frac{E \sin \alpha \sin \beta}{E \cos \alpha \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta. \quad (4.15.9)$$

Из векторной диаграммы следует, что интенсивность результирующей волны, проходящей через анализатор при взаимодействии двух эллиптически поляризованных волн, равна

$$I = E'^2 = E'^2_1 + E'^2_2 + 2E'_1 E'_2 \cos \delta,$$

или

$$I = (E'_1 + E'_2)^2 - 2E'_1 E'_2 (1 - \cos \delta).$$

Учитывая, что $(1 - \cos \delta) = 2 \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)$, получим

$$I = (E'_1 + E'_2)^2 - 4E'_1 E'_2 \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right). \quad (4.15.10)$$

Подставляя сюда выражения (4.15.6) и (4.15.8), окончательно найдём

$$I = 4E^2 \left\{ \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \right\} \cos^2 \frac{\varphi - 2\gamma + \frac{\pi}{2}}{2}. \quad (4.15.11)$$

Из полученной формулы следует, что результат интерференции двух когерентных эллиптически поляризованных волн с противоположным направлением вращения их электрических векторов зависит не только от разности фаз φ интерферирующих волн, но и от ориентации линии поляризатора OP_1 и анализатора OA относительно главных "оптических" осей OP_2 четвертьволновых пластинок, т.е. от углов α и β , причём положение интерференционных максимумов зависит от ориентации оси анализатора, так как в аргумент последнего множителя формулы (4.15.11) входит угол γ , который зависит от угла β в соответствии с формулой (4.15.9). Для более наглядной интерпретации полученного результата и его экспериментальной

проверки рассмотрим частный случай интерференции двух волн с **круговыми** поляризациями. Для этого достаточно положить, чтобы вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на щели, составлял с главными осями OP_1 и OP_2 "пластинок $\frac{\lambda}{4}$ " угол $\alpha = 45^\circ$. При этом условии на основании формул (4.15.9) и (4.15.11) получим окончательный результат:

$$I = 2E^2 \cos^2 \frac{\varphi - 2\beta + \frac{\pi}{2}}{2}. \quad (4.15.12)$$

Рассмотрим два частных случая:

а) Пусть главная линия анализатора составляет с главными осями четвертьволновых пластинок угол $\beta = 45^\circ$. Другими словами, главная линия анализатора составляет с осью x (рис. 267) угол $\beta = 45^\circ$. В этом случае линии анализатора и поляризатора совпадают. Из формулы (4.15.12) при данном условии получаем

$$I_{\parallel} = 2E^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (4.15.13)$$

Следовательно, максимумы интерференции $I_{\parallel \max} = 2E^2$ наблюдаются в точках волнового фронта, для которых разность фаз волн с круговыми поляризациями равна $\varphi = 0; \pm 2\pi; \pm 4\pi; \dots$

Опыт с сантиметровыми волнами при сканировании волнового фронта по оси x действительно показывает, что при $\beta = 45^\circ$ в центре интерференционной картины при $\Theta = 0^\circ$ наблюдается максимум интерференции (рис. 270, а). Угол поворота Θ приёмной антенны вокруг оси, совпадающей с центрами щелей, пропорционален разности фаз φ интерферирующих волн или их разности хода Δ (2.5.2). Минимумы интерференции $I_{\parallel} = 0$ согласно формуле (4.15.13) наблюдаются в точках волнового фронта, для которых $\varphi = \pm\pi; \pm 3\pi; \pm 5\pi; \dots$, т.е. при углах $\Theta = \pm 12,5^\circ; \pm 40^\circ$ (рис. 270, а).

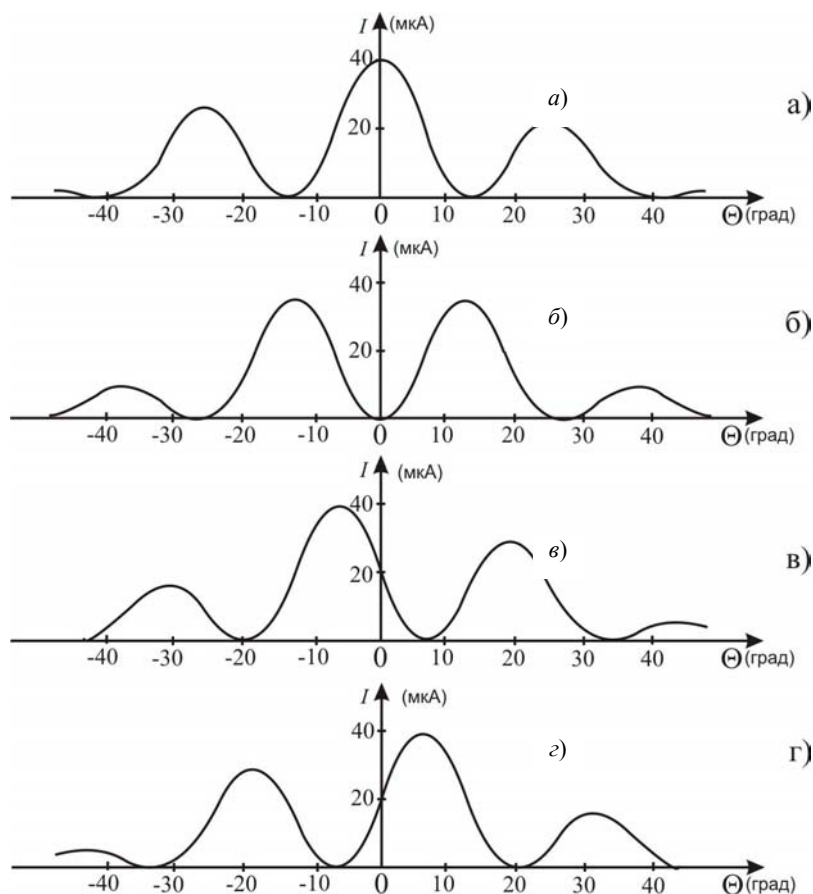


Рис. 270

б) Пусть главная линия анализатора составляет с осью x угол $\beta = \alpha + 90^\circ = 135^\circ$. В этом случае главные линии анализатора и поляризатора взаимно перпендикулярны. Из формулы (4.15.12) получим

$$I_{\perp} = 2E^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (4.15.14)$$

Следовательно, в этом случае максимумы интерференции $I_{\perp \min} = 2E^2$ наблюдаются при $\varphi = \pm\pi; \pm 3\pi; \pm 5\pi; \dots$, а минимумы интерференции $I_{\perp \min} = 0$ наблюдаются при $\varphi = 0; \pm 2\pi; \pm 4\pi; \dots$, что также подтверждается экспериментом при сканировании волнового фронта по оси x (рис. 270, б). Таким образом, в соответствии с формулами (4.15.13)–(4.15.14) при повороте линии анализатора на угол 90° , т.е. при переходе от $\beta = 45^\circ$ к $\beta = 135^\circ$, интерференционная картина становится дополнительной. Рассмотрим ещё два частных случая.

в) При $\beta = 0^\circ$ из выражения (4.15.12) получим

$$I = 2E^2 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right). \quad (4.15.15)$$

г) При $\beta = 90^\circ$ из формулы (4.15.12) имеем

$$I = 2E^2 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (4.15.16)$$

Интерференция наблюдается и в этих случаях, причём при переходе от $\beta = 0$ к $\beta = 90^\circ$ интерференционная картина снова становится дополнительной (рис. 270, в, з). Однако при $\beta = 0$ центральный максимум наблюдается при $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, а при $\beta = 90^\circ$ он наблюдается при $\varphi = +\frac{\pi}{2}$. Таким образом, из теории и эксперимента можно сделать следующий вывод: интерференция двух волн с круговыми поляризациями при противоположном вращении их электрических векторов наблюдается при любой ориентации главной линии анализатора, но положение интерференционных максимумов и минимумов зависит от ориентации оси анализатора в пространстве; при этом интерференционная картина всегда становится дополнительной при повороте анализатора на угол 90° из любого первоначального положения.

Полученные результаты интерференции двух волн с круговыми поляризациями можно интерпретировать с других позиций, используя теорию сложения этих волн. Действительно, в каждую точку волнового фронта от щелей приходят две когерентные волны с круговой поляризацией, электрические векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 которых вращаются в противоположные стороны и имеют одинаковые величины $E_1 = E_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}E$. При этом между волнами с круговыми поляризациями имеется некоторая разность фаз $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$, определяемая их разностью хода. В результате сложения двух волн с круговыми поляризациями в точке наблюдения образуется результирующая линейно поляризованная волна, ориентация электрического вектора \vec{E}_p которой зависит от разности фаз φ складываемых волн (рис. 271, а). Следовательно, описанные выше опыты по интерференции можно трактовать так: при перемещении приёмной антенны как анализатора вдоль волнового фронта по оси x и выбранном значении угла $\beta = \text{const}$ на её пути встречаются результирующие линейно поляризованные волны с периодически изменяющейся ориентацией вектора \vec{E}_p .

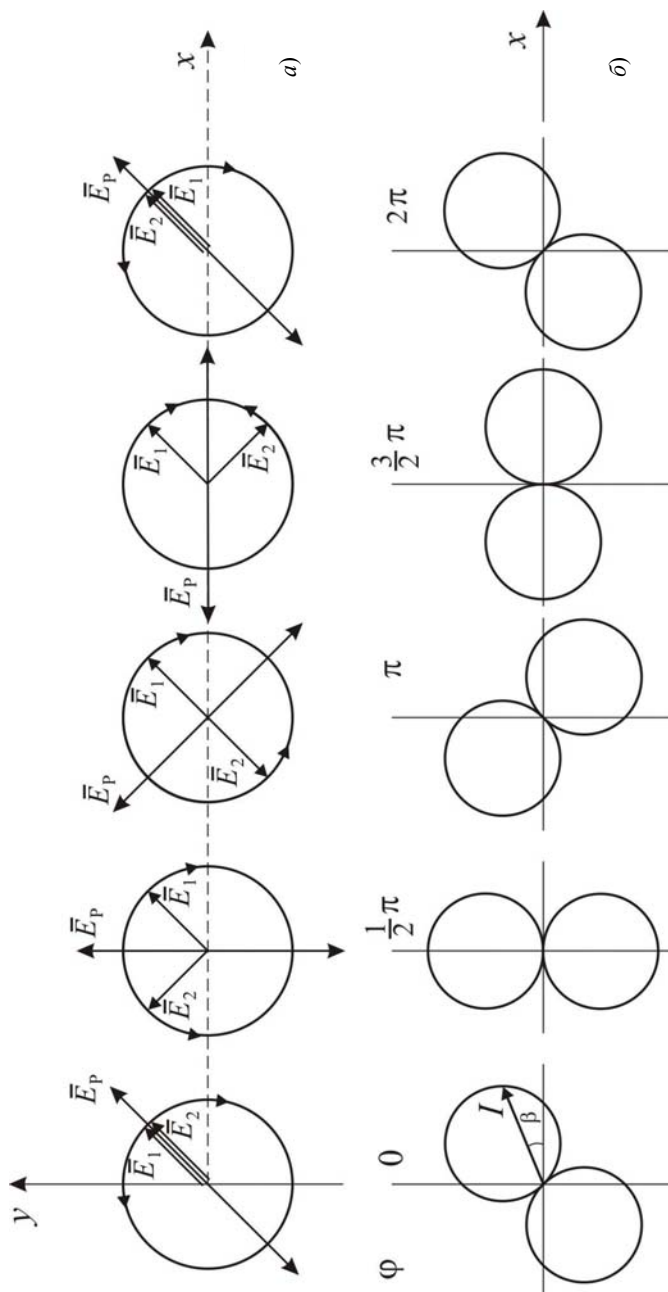


Рис. 271

Максимумы приёма будут наблюдаться в тех точках волнового фронта, где векторы \vec{E}_p результирующих линейно поляризованных волн совпадают по направлению с линией максимального приёма рупорной антенны, а в тех точках волнового фронта, где векторы результирующих волн оказываются перпендикулярными линии максимального приёма рупорной антенны, будут наблюдаться минимумы приёма. В зависимости от угла β будет изменяться положение интерференционной картины. Тот факт, что в каждой точке волнового фронта результирующая волна обладает линейной поляризацией, легко доказывается экспериментально вращением приёмной рупорной антенны вокруг её продольной оси при фиксированном её положении. При этом общую формулу (4.15.12) можно интерпретировать как полярную диаграмму результирующей волны $I = I(\beta)$ в некоторой точке наблюдения, определяемой значением φ , т.е. формулу (4.15.12) можно рассматривать как зависимость интенсивности волн, проходящих через анализатор, от его углового β положения при $\varphi = \text{const}$. Формула (4.15.12) соответствует закону Малюса и определяет полярную диаграмму результирующей волны в различных точках волнового фронта, т.е. при различных значениях φ (рис. 271, б). Действительно, согласно формуле (4.15.12) полярные диаграммы в различных точках волнового поля описываются уравнениями: при $\varphi = 0$,

т.е. в центре волнового поля, $I = 2E^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right)$; при $\varphi = \pi/2$ получаем $I = 2E^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$; при $\varphi = \pi$ имеем

$I = 2E^2 \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} - \beta\right)$; при $\varphi = 3\pi/2 - I = 2E^2 \cos^2(\pi - \beta)$ и так далее.

Таким образом, так как в каждой точке волнового фронта образуется результирующая линейно поляризованная волна с постоянной амплитудой, но различной ориентацией вектора \vec{E}_p , то в оптическом диапазоне интерференцию двух волн с круговыми поляризациями при противоположном направлении вращения их векторов можно наблюдать только при наличии анализатора, установленного на пути интерферирующих волн.

Изложенная теория позволяет рассмотреть как частный случай интерференцию двух волн с линейными поляризациями выходящих из щелей. Действительно, например, при $\alpha = 0^\circ$ из щелей будут выходить две линейно поляризованные волны с одинаковым направлением их электрических векторов. При этом из одной щели будет выходить только обыкновенная волна, а из другой – только необыкновенная; так, главные оси четвертьволновых пластинок ортогональны. Согласно формулам (4.15.9) и (4.15.11) при $\alpha = 0^\circ$ получим результат интерференции

$$I = 4E^2 \cos^2 \beta \cos^2 \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.15.17)$$

В частном случае при $\beta = 0$ анализатор пропускает полностью линейно поляризованные волны и интерференционная картина определяется выражением

$$I_{\parallel} = 4E^2 \cos^2 \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.15.18)$$

Из этой формулы видно, что центральный максимум интерференции $I_{\parallel \max} = 4E^2$ смещён от начала координат на $\varphi = -\frac{\pi}{2}$. Это смещение интерференционной картины возникает благодаря наличию четвертьволновых пластинок в щелях, вследствие чего между обыкновенной и необыкновенной интерферирующими волнами возникает дополнительная разность фаз, равная $\frac{\pi}{2}$. В другом частном случае при $\beta = 90^\circ$ анализатор не пропускает интерферирующие линейно поляризованные волны; согласно формуле (4.15.17) имеем $I_{\perp} = 0$. Аналогичная ситуация складывается и при $\alpha = 90^\circ$, когда из щелей выходят две волны с параллельными линиями поляризации. При $\beta = 90^\circ$ интерференционная картина принимает вид

$$I = 4E^2 \cos^2 \left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4} \right). \quad (4.15.19)$$

2. *Взаимодействие двух эллиптически поляризованных волн с одинаковым направлением вращения их электрических векторов.* Пусть фазовые четвертьволновые пластинки расположены в щелях так, что их главные оси OP_1 и OP_2 параллельны и совпадают с осью x . Допустим, что электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на щели, составляет с главными осями OP_1 и OP_2 четвертьволновых пластинок произвольный угол α (рис. 272).

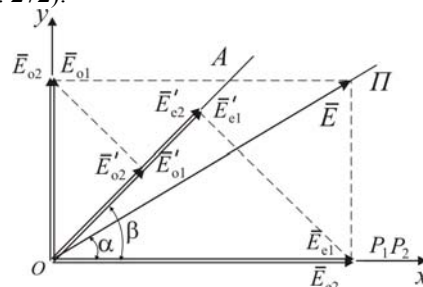


Рис. 272

В каждой четвертьволновой пластинке первичная линейно поляризованная волна E распадается на две волны (обыкновенную и необыкновенную) с ортогональными линиями поляризации: $\vec{E}_{o1} \perp \vec{E}_{e1}$; $\vec{E}_{o2} \perp \vec{E}_{e2}$, которые на выходе фазовых пластинок имеют разность фаз, равную $\frac{\pi}{2}$. Амплитуды ортогональных компонент определяются формулами

$$\begin{aligned} E_{e1} = E_{e2} = E \cos \alpha ; \\ E_{o1} = E_{o2} = E \sin \alpha . \end{aligned} \quad (4.15.20)$$

Учитывая, что когерентные волны от щелей проходят в произвольную точку интерференционного поля с некоторой разностью фаз $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$, зависящей от разности хода рассматриваемых волн, составляющие эллиптически поляризованных волн в каждой точке наблюдения могут быть записаны в виде

$$\begin{cases} \varepsilon_{e1} = E_{e1} \cos \omega t = E \cos \alpha \cos \omega t; \\ \varepsilon_{o1} = E_{o1} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = E \sin \alpha \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right); \end{cases} \quad (4.15.21)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{e2} = E_{e2} \cos(\omega t + \varphi) = E \cos \alpha \cos(\omega t + \varphi); \\ \varepsilon_{o2} = E_{o2} \cos \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right) = E \sin \alpha \cos \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right). \end{cases} \quad (4.15.22)$$

Если главная линия анализатора OA составляет с осями OP_1 и OP_2 четвертьволновых пластинок произвольный угол β , то амплитуды четырёх когерентных линейно поляризованных волн одного направления равны

$$\begin{aligned} E'_{e1} &= E_{e1} \cos \beta = E \cos \alpha \cos \beta; \\ E'_{o1} &= E_{o1} \sin \beta = E \sin \alpha \sin \beta; \\ E'_{e2} &= E_{e2} \cos \beta = E \cos \alpha \cos \beta; \\ E'_{o2} &= E_{o2} \sin \beta = E \sin \alpha \sin \beta. \end{aligned} \quad (4.15.23)$$

Уравнения колебаний всех четырёх интерферирующих волн в произвольной точке волнового поля при наличии анализатора имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon'_{e1} &= E'_{e1} \cos \omega t = E \cos \alpha \cos \beta \cos \omega t; \\ \varepsilon'_{o1} &= E'_{o1} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = E \sin \alpha \sin \beta \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right); \\ \varepsilon'_{e2} &= E'_{e2} \cos(\omega t + \varphi) = E \cos \alpha \cos \beta \cos(\omega t + \varphi); \\ \varepsilon'_{o2} &= E'_{o2} \cos \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right) = E \sin \alpha \sin \beta \cos \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned} \quad (4.15.24)$$

Для нахождения амплитуды E' результирующей волны при интерференции эллиптически поляризованных волн воспользуемся векторной диаграммой (рис. 273), построенной на основе формул (4.15.24). Учитывая, что $\vec{E}'_1 = \vec{E}'_{e1} + \vec{E}'_{o1}$ и $\vec{E}'_2 = \vec{E}'_{e2} + \vec{E}'_{o2}$, найдём амплитуды двух интерферирующих приведённых волн

$$E'_1 = E'_2 = \sqrt{E'^2_{o1} + E'^2_{e1}} = E \sqrt{\sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta} \quad (4.15.25)$$

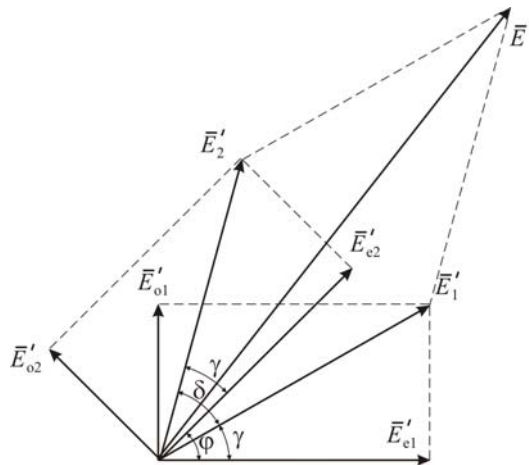


Рис. 273

и разность фаз δ между ними. Из векторной диаграммы следует, что $\varphi + \gamma = \delta + \gamma$, или

$$\delta = \varphi, \quad (4.15.26)$$

где

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{E'_{o1}}{E'_{e1}} = \frac{E'_{o2}}{E'_{e2}} = \frac{E \sin \alpha \sin \beta}{E \cos \alpha \cos \beta} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta. \quad (4.15.27)$$

Учитывая, что в данном случае для приведённых двух интерферирующих волн справедлива формула (4.15.10), находим общую формулу для интерференции двух эллиптически поляризованных волн с одинаковым направлением вращения их электрических векторов:

$$I = E^2 = 4E^2 \left\{ \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \right\} \cos^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (4.15.28)$$

Сравнивая эту формулу с выражением (4.15.11), можно заметить, что результат интерференции эллиптически поляризованных волн с одинаковым направлением вращения их электрических векторов существенно отличается от результата интерференции эллиптически поляризованных волн с противоположным направлением вращения векторов. Рассмотрим это более подробно на примере *интерференции волн с круговыми поляризациями*, которые получаются при $\alpha = 45^\circ$. Учитывая это условие, из формулы (4.15.28) получим

$$I = 2E^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (4.15.29)$$

В полученную формулу не входит угол β . Следовательно, результат интерференции двух волн с круговыми поляризациями при одинаковом направлении вращения их электрических векторов не зависит от ориентации оси OA анализатора в пространстве, т.е. не зависит от угла β . Это полностью подтверждается экспериментом в сантиметровом диапазоне радиоволн. Таким образом, интерференционная картина в данном случае характеризуется тем, что максимумы и минимумы интерференции имеют строго определённое положение: максимумы интерференции наблюдаются в точках волнового фронта, для которых разность фаз волн с круговыми поляризациями равна $\varphi = 0; \pm 2\pi; \pm 4\pi; \dots$, а минимумы интерференции – при $\varphi = \pm\pi; \pm 3\pi; \pm 5\pi; \dots$ при любом β . Результат интерференции аналогичен рис. 270, а.

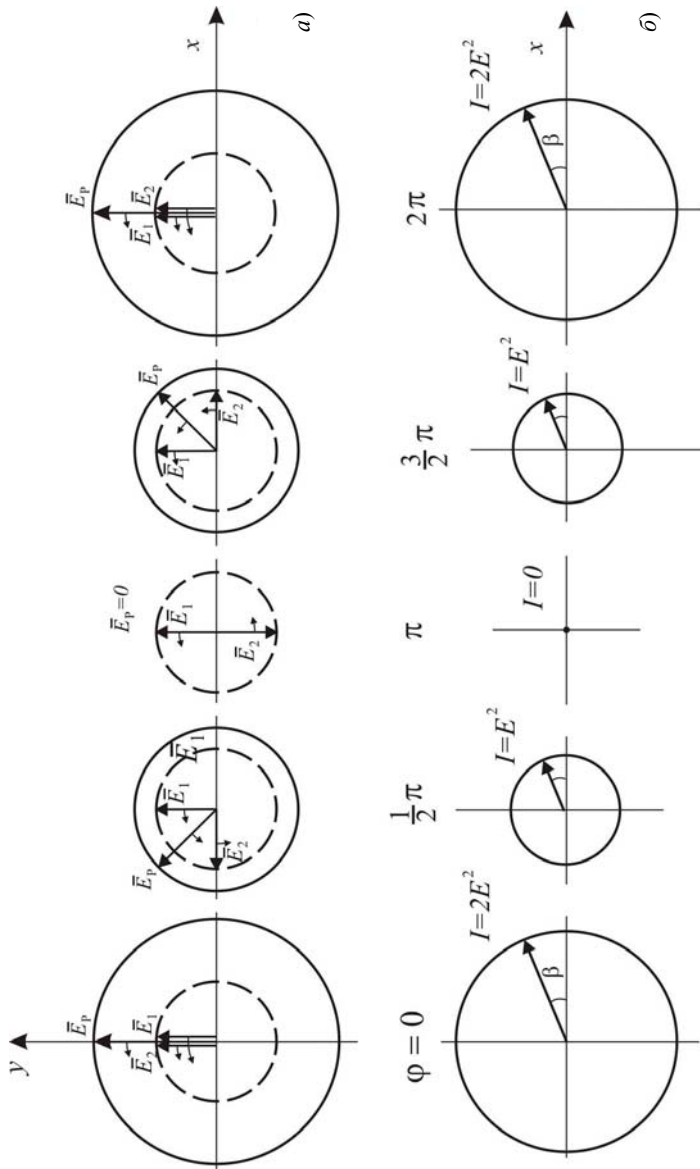
Более наглядно полученные результаты можно интерпретировать на основе теории сложения двух когерентных волн с круговыми поляризациями. Действительно, при сложении двух когерентных волн с круговыми поляризациями при одинаковом направлении вращения их электрических векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 равных

амплитуд $E_1 = E_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} E$ всегда образуется результирующая волна с круговой поляризацией (рис. 274, а).

Однако в зависимости от разности фаз φ складываемых волн амплитуда результирующей волны с круговой поляризацией может иметь различное значение, как максимальное $E_p = 2E_1$ при $\varphi = 0; \pm 2\pi; \pm 4\pi; \dots$, так и минимальное $E_p = 0$ при $\varphi = \pm\pi; \pm 3\pi; \pm 5\pi; \dots$. Таким образом, в зависимости от разности хода волн с круговыми поляризациями в различных точках волнового фронта вдоль оси x образуются результирующие волны с круговой поляризацией и периодически изменяющейся амплитудой от $2E_1$ до 0. Результат интерференции волн с круговыми поляризациями можно в данном случае объяснить так. При перемещении приёмной рупорной антенны как анализатора вдоль волнового фронта при $\beta = \text{const}$ на пути её встречаются результирующие волны с круговой поляризацией, но с различной амплитудой. Вследствие чего амплитуда принимаемой волны не будет зависеть от угла β , а будет определяться положением приёмной антенны на оси x . Учитывая, что амплитуды результирующих волн с круговыми поляризациями периодически изменяются вдоль волнового фронта по оси x от $2E_1$ до 0, интерференционная картина двух волн с круговыми поляризациями при одинаковом направлении вращения их электрических векторов может наблюдаться в оптическом диапазоне без наличия анализатора. Тот факт, что в каждой точке интерференционного поля существует результирующая волна с круговой поляризацией, но с различной амплитудой, подтверждается экспериментально вращением приёмной рупорной антенны вокруг её продольной оси при фиксированном положении. В связи с этим полученную формулу (4.15.29) можно рассматривать как полярную диаграмму результирующей волны в точке наблюдения, т.е. $I = I(\beta)$. Действительно, из формулы (4.15.29) следует, что полярные диаграммы результирующих волн имеют вид $I(\beta) = 2E^2; E^2; 0; \dots$, соответственно, при $\varphi = 0; \frac{\pi}{2}; \pi; \dots$. Полярные диаграммы этих волн показаны на рис. 274, б.

Рассмотрим как частный случай интерференцию двух линейно поляризованных волн с одинаковым направлением их электрических векторов для данного специального случая. Положим в формуле (4.15.28) угол $\alpha = 0$. При параллельности главных осей фазовых пластинок из щелей будут выходить только необыкновенные волны равных амплитуд и одинакового направления. Согласно формуле (4.15.28) при указанном условии получаем формулу интерференции

$$I = 4E^2 \cos^2 \beta \cos^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (4.15.30)$$



В частном случае, при $\beta = 0$ анализатор пропускает оба параллельных вектора

$$I_{\parallel} = 4E^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} \quad (4.15.31)$$

и наблюдается интерференционная картина, которая не зависит от наличия четвертьволновых пластинок в щелях. При $\beta = 90^\circ$ из формулы (4.15.30) следует $I_{\perp} = 0$, так как анализатор не пропускает интерферирующие линейно поляризованные волны. Аналогичная ситуация складывается и при $\alpha = 90^\circ$.

4.16. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПНЫХ СВОЙСТВ МОДЕЛИ ОДНООСНОГО КРИСТАЛЛА

В § 4.5 показано, что слоистая диэлектрическая структура, изготовленная в виде тонких листов органического стекла с воздушными промежутками, в диапазоне СВЧ выполняет роль анизотропного одноосного кристалла, аналогичного кристаллу исландского шпата. Представляет интерес экспериментально определить относительную диэлектрическую проницаемость модели кристалла для различных направлений, построить эллипсоид диэлектрической проницаемости, индикатрису показателя преломления и волновые поверхности для обыкновенной и необыкновенной волн. За главную "оптическую" ось z слоистой диэлектрической структуры принимается направление, перпендикулярное к листам органического стекла. Оси x и y декартовой системы координат совпадают с плоскостью листов органического стекла.

Для экспериментального исследования анизотропных свойств слоистой структуры необходимо иметь набор двоякопреломляющих пластинок одинаковой толщины h , но с различной ориентацией в них главной

"оптической" оси z . Это позволит экспериментально наблюдать прохождение электромагнитной волны как бы в различных направлениях анизотропной среды и при различной ориентации вектора электрического смещения \vec{D}_e необыкновенной волны по отношению к главной оси слоистой структуры (рис. 275). С этой целью изготовлено семь плоскопараллельных прямоугольных пластинок слоистой структуры в форме параллелепипедов высотой $a = 25$ см, длиной $b = 24$ см и толщиной $h = 6,0$ см каждая.

Ребра a, b, h всех пластинок ортогональны, причем, ребра a и b совпадают с плоскостью, на которую падает электромагнитная волна. Во всех семи пластинках листы органического стекла толщиной $d_1 = 4$ мм устанавливаются вертикально. Семь пластинок отличаются друг от друга тем, что в них листы органического стекла составляют с гранью, содержащей ребра a, h , различные углы: $\gamma = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$. Из рисунка 275 видно, что листы оргстекла, содержащие ось x , составляют с ребром h пластинки угол γ . Такой же угол γ в анизотропной пластинке составляет главная ось z с ребром b . Следовательно, вектор \vec{D}_e необыкновенной волны, распространяющейся в пластинке, будет составлять угол γ с "оптической" осью z модели кристалла.

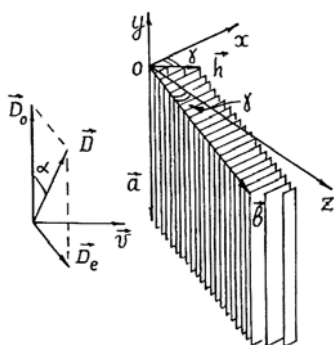


Рис. 275

В частном случае при $\gamma = 0^\circ$ листы органического стекла располагаются перпендикулярно к ребру b , при этом главная ось z двоякопреломляющей пластинки совпадает с направлением ребра b (рис. 276, а). На рисунке 276, б, в показаны анизотропные пластинки, в которых вектор \vec{D}_e волны, распространяющийся в модели кристалла, составляет с главной осью z углы $\gamma = 30^\circ$ и $\gamma = 60^\circ$.



а) $\gamma = 0^\circ$



б) $\gamma = 30^\circ$



в) $\gamma = 60^\circ$

Рис. 276

При облучении анизотропной пластинки, выполненной в виде слоистой структуры, линейно поляризованной волной, вектор \vec{D} электрического смещения которой составляет с ребрами a и b угол $\alpha = 45^\circ$, в ней одновременно распространяются две волны с ортогональными линиями поляризации: обыкновенная \vec{D}_o и необыкновенная \vec{D}_e равных амплитуд: $D_o = D_e = D \cos \alpha$ (рис. 275). Для обыкновенной волны, вектор \vec{D}_o которой всегда перпендикулярен к главной оси z двоякопреломляющей пластинки, показатель преломления имеет постоянное значение $n_o = \sqrt{\epsilon_y} = \sqrt{\epsilon_o} = 1,33$ независимо от используемой пластинки. Для необыкновенной волны, вектор \vec{D}_e которой составляет в общем случае с главной осью z пластинки произвольный угол γ , показатель преломления n_e будет зависеть от относительной диэлектрической проницаемости $\epsilon(\gamma)$ в направлении, определяемом ориентацией вектора \vec{D}_e , т.е. $n_e(\gamma) = \sqrt{\epsilon(\gamma)}$. Другими словами, показатель преломления для необыкновенной волны будет различен для различных пластинок, так как вектор \vec{D}_e в них составляет различные углы γ с "оптической" осью z . Таким образом, при указанном облучении произвольной анизотропной пластинки линейно поляризованной волной, обыкновенная и необыкновенная волны имеют

различные показатели преломления n_o и $n_e(\gamma)$, а следовательно, и различные фазовые скорости. Вследствие этого на выходе из пластинки между обыкновенной и необыкновенной волнами возникает оптическая разность хода

$$\Delta = h [n_o - n_e(\gamma)], \quad (4.16.1)$$

или соответствующая разность фаз

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} [n_o - n_e(\gamma)]h, \quad (4.16.2)$$

где h – геометрическая толщина пластинки.

Если разность фаз δ между обыкновенной и необыкновенной волнами будет измеряться в градусах, то последнее выражение принимает вид

$$\delta = \frac{360}{\lambda} [n_o - n_e(\gamma)]h, \quad (4.16.3)$$

Для экспериментального определения разности фаз δ между обыкновенной и необыкновенной волнами воспользуемся интерференционным методом (§4.10). Для этого анизотропная пластинка располагается между генератором и приёмником СВЧ, как между поляризатором и анализатором. Из условия наиболее контрастной интерференции (4.10.22) поляризованных волн ($\alpha = 45^\circ$) следует, что интенсивность принимаемых волн при параллельных линиях поляризатора и анализатора (4.10.41) равна

$$I_{\parallel} = I_o \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad (4.16.4)$$

а при взаимно перпендикулярных линиях поляризатора и анализатора интенсивность принимаемых волн (7.10.44) равна

$$I_{\perp} = I_o \sin^2 \frac{\delta}{2}. \quad (4.16.5)$$

Из последних двух выражений имеем

$$\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{I_{\perp}}{I_{\parallel}}}, \quad (4.16.6)$$

или

$$\delta = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{I_{\perp}}{I_{\parallel}}}. \quad (4.16.7)$$

Таким образом, измерив интенсивности I_{\perp} и I_{\parallel} при наиболее контрастной интерференции поляризованных волн в пластинке, можно определить разность фаз δ между обыкновенной и необыкновенной волнами. При этом необходимо, чтобы вектор \vec{D} электромагнитной волны, падающей на каждую пластинку, составляя с её ребрами a и b равные углы $\alpha = 45^\circ$.

В таблице 1 приведены экспериментальные данные интенсивностей I_{\perp} принимаемых волн при перпендикулярных линиях поляризации источника и приёмника СВЧ и интенсивностей I_{\parallel} волн принимаемых при параллельных линиях поляризации для всех семи двоякопреломляющих слоистых пластинок, в которых вектор \vec{D}_e необыкновенной волны составляет с главными осями z пластинок соответствующие углы: $\gamma = 0^\circ; 15^\circ; 30^\circ; 45^\circ; 60^\circ; 75^\circ; 90^\circ$. На основании формулы (4.16.7) для всех анизотропных пластинок вычислена разность фаз δ между обыкновенной и необыкновенной волнами (табл. 1). На основании полученных значений δ по формуле (4.16.3) определены показатели преломления $n_e(\gamma)$ для необыкновенной волны для каждой пластинки, а следовательно, и для каждого направления, определяемого углом γ . При этом считается, что $n_o = 1,33$; $\lambda = 3,2$ см; $h = 6,0$ см.

Таблица 1

γ , град	I_{\perp} , μA	I_{\parallel} , μA	δ , град	n_o	$n_e(\gamma)$	$\varepsilon(\gamma)$	$V_o \times 10^8$, м/с	$V_e \times 10^8$, м/с
0	70	70	90	1,33	1,20	1,44	2,26	2,26
15	58	77	82	1,33	1,21	1,46	2,26	2,29
30	46	82	74	1,33	1,23	1,51	2,26	2,34
45	22	93	52	1,33	1,25	1,56	2,26	2,40
60	12	119	34	1,33	1,28	1,64	2,26	2,44
75	1	128	10	1,33	1,31	1,72	2,26	2,48
90	0	138	0	1,33	1,33	1,77	2,26	2,50

Полученные численные значения показателя преломления для различных направлений $n_e(\gamma)$ в слоистой диэлектрической структуре представлены в табл. 1. На рисунке 277 изображена в полярных координатах в плоскости xOz экспериментальная "оптическая индикатриса" слоистой диэлектрической структуры, которая в пространстве представляет собой поверхность эллипсоида вращения, описываемого уравнением $\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$. В таблице 1 приведены экспериментальные значения эффективной относительной

диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\gamma) = n_e^2(\gamma)$ слоистой структуры для различных направлений, определяемых ориентацией вектора \vec{D}_e по отношению к оптической оси z . Экспериментальная зависимость эффективной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\gamma)$ слоистой структуры от угла в полярных координатах для плоскости xOz приведена на рис. 278. В пространстве эта зависимость описывается эллипсоидом вращения, который определяется уравнением $\frac{x^2}{\varepsilon_x} + \frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = 1$. Учитывая, что $\varepsilon_z = 1,44$; $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 1,77$, т.е. $\varepsilon_z < \varepsilon_x = \varepsilon_y$, слоистая

диэлектрическая структура является моделью одноосного оптического отрицательного кристалла, которым является, например, исландский шпат.

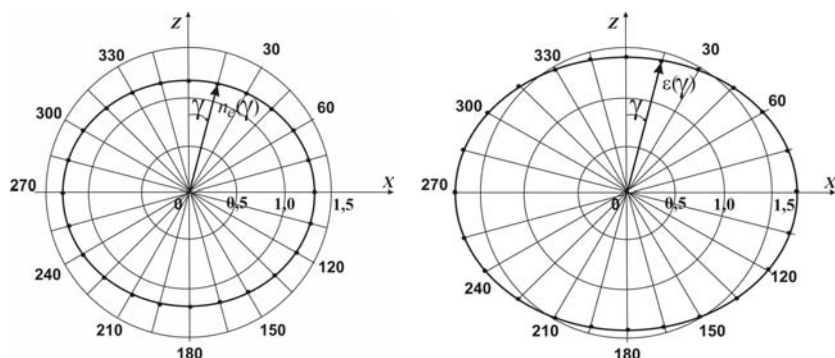


Рис. 277

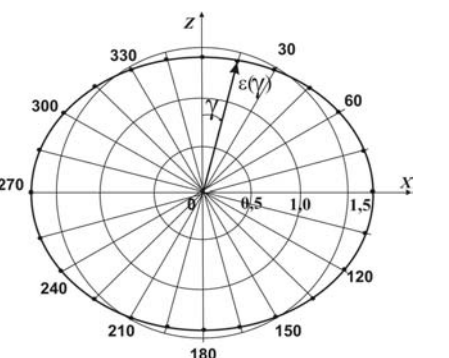


Рис. 278

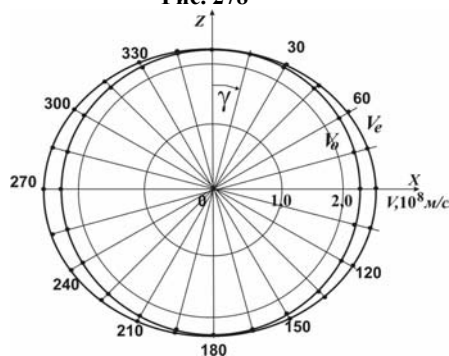


Рис. 279

При расчёте значения фазовой скорости V_e для необыкновенной волны в слоистой структуре следует учитывать поперечность электромагнитных волн. При вычислении скорости $V_e(\gamma)$ для волны,

распространяющейся по направлению, заданному углом γ по отношению к главной оси модели кристалла, показатель преломления n_e берётся для угла $(90^\circ - \gamma)$, т.е.

$$V_e(\gamma) = \frac{c}{n_{e(90^\circ - \gamma)}},$$

где c – скорость света в вакууме. Фазовая скорость V_0 обыкновенной волны, распространяющейся в любом направлении слоистой структуры, будет одинаковой: $V_0 = \frac{c}{n_0}$, так как вектор \vec{D}_0 обыкновенной волны всегда

перпендикулярен главной оси z . На рисунке 279 в плоскости xOz представлены экспериментальные волновые поверхности для обыкновенной и необыкновенной волн, которые изображаются, соответственно, окружностью и эллипсом. В пространстве эти поверхности вырождаются в сферу и эллипсоид вращения.

4.17. ИССЛЕДОВАНИЕ АНИЗОТРОПИИ ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ МОДЕЛИ ОДНООСНОГО КРИСТАЛЛА

Учитывая, что в слоистой структуре, как модели одноосного кристалла, показатель преломления необыкновенной волны изменяется от $n_{e0} = 1,20$ до $n_0 = 1,33$, для неё можно наблюдать анизотропию отражения. Это следует из формулы Френеля (1.8.19) для нормального падения волн на границу раздела сред. Коэффициент отражения равен

$$R = \left(\frac{n_e - 1}{n_e + 1} \right)^2. \quad (4.17.1)$$

Чтобы рассчитать коэффициент отражения, найдём значение показателя преломления в слоистой структуре для произвольного направления. Для одной из главных плоскостей, содержащих главную ось z , "оптическая" индикатриса показателя преломления описывается уравнением, вытекающей из формулы (4.2.5):

$$\frac{x^2}{n_0^2} + \frac{y^2}{n_{e0}^2} = 1. \quad (4.17.2)$$

Графически индикатриса представлена схематически на рис. 280. Показатель преломления n_e анизотропной среды в произвольном направлении под углом γ к главной оси z численно равен отрезку OA , т.е. $OA = n_e$. Координаты точки A определяются соотношениями

$$x = n_e \sin \gamma; \quad z = n_e \cos \gamma. \quad (4.17.3)$$

Подставляя эти выражения в формулу (4.17.2), найдём значения показателя преломления в слоистой диэлектрической структуре для произвольного направления, определяемого углом γ :

$$n_e = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sin^2 \gamma}{n_0^2} + \frac{\cos^2 \gamma}{n_{e0}^2}}}. \quad (4.17.4)$$

В таблице 2 приведены показатели преломления слоистой диэлектрической структуры для различных направлений, вычисленные по формуле (4.17.4). Полученные данные находятся в хорошем соответствии с экспериментальными значениями показателя преломления n_e , приведёнными в таблице 1 (§ 4.16).

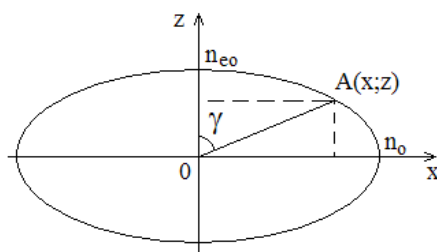


Рис. 280

Таблица 2

γ , град	n	$R(\gamma)$	$I(\gamma)$, нА
0	1,200	0,0083	125
10	1,203	0,0085	130

20	1,213	0,0093	145
30	1,229	0,0105	157
40	1,249	0,0122	162
50	1,271	0,0143	165
60	1,294	0,0164	167
70	1,313	0,0183	172
80	1,325	0,0196	174
90	1,330	0,0200	175

В таблице 2 приведены теоретические значения коэффициента отражения R , рассчитанные по формуле (4.17.1) для линейно поляризованной волны, электрический вектор \vec{E} которой составляет произвольный угол γ с главной осью анизотропной слоистой структуры. На рисунке 281 приведена в полярных координатах теоретическая индикатриса $R = R(\gamma)$ коэффициента отражения для линейно поляризованной волны, падающей на грань анизотропной среды.

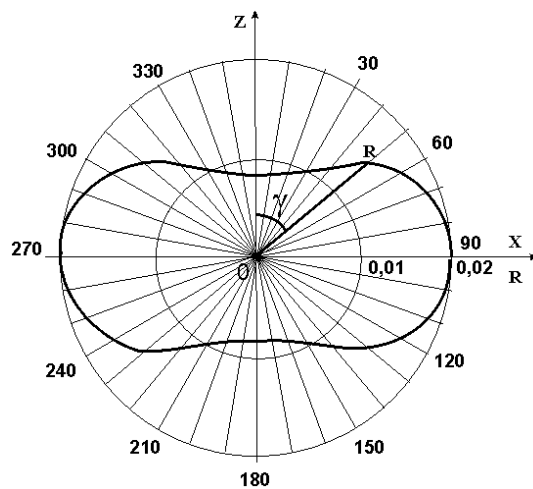


Рис. 281

Таким образом, теория показывает, что должна существовать анизотропия отражения электромагнитных волн от слоистой диэлектрической структуры, которая выполняет роль одноосного кристалла для сантиметровых электромагнитных волн. Коэффициент отражения от слоистой структуры имеет максимальное значение ($R_0 = 0,0200$) для линейно поляризованной волны, электрический вектор \vec{E} которой перпендикулярен к главной оси z структуры; коэффициент отражения имеет минимальное значение ($R_e = 0,0083$) для волны, вектор \vec{E} которой параллелен главной оси структуры.

Рассмотрим теоретический подход к возможности экспериментального исследования анизотропии отражения волн от одноосного двоякопреломляющего кристалла. Пусть отражающая грань одноосного кристалла содержит главные оси x и z ; при этом главная оптическая ось кристалла лежит в отражающей грани и совпадает с осью Oz (рис. 282). Рассмотрим падение по нормали к рассматриваемой грани линейно поляризованной волны, электрический вектор \vec{E} которой составляет произвольный угол α с главной оптической осью oz анизотропного кристалла. Линия OP на рисунке 282 соответствует главной линии поляризатора. Линейно поляризованная волна \vec{E} на поверхности кристалла распадается на две когерентные волны (обыкновенную \vec{E}_o и необыкновенную \vec{E}_e) с ортогональными линиями поляризации ($\vec{E}_o \perp \vec{E}_e$). Амплитуды ортогональных компонент, падающих на кристалл, определяются соотношениями

$$E_o = E \sin \alpha; \quad E_e = E \cos \alpha, \quad (4.17.5)$$

где E – амплитуда линейно поляризованной волны, падающей на грань кристалла. Вследствие анизотропии отражения для каждой из ортогональных составляющих существует свой коэффициент отражения:

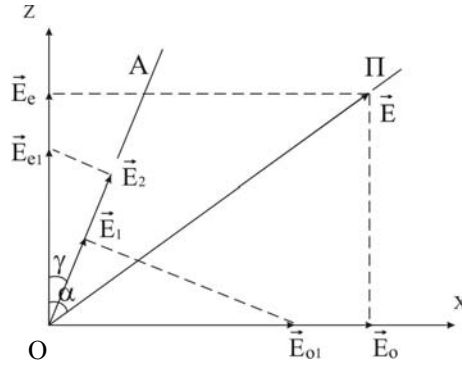


Рис. 282

$$R_o = \left(\frac{n_o - 1}{n_o + 1} \right)^2 ; \quad R_e = \left(\frac{n_{eo} - 1}{n_{eo} + 1} \right)^2 , \quad (4.17.6)$$

где n_o и n_{eo} – главные значения показателей преломления анизотропного кристалла для направлений, определяемых осями координат, соответственно, x и z . По определению коэффициентов отражения и при учете формул (4.17.5) могут быть найдены амплитуды отражённых волн для каждой из ортогональных составляющих:

$$E_{o1} = \sqrt{R_o} E_o = \sqrt{R_o} E \sin \alpha ;$$

$$E_{e1} = \sqrt{R_e} E_e = \sqrt{R_e} E \cos \alpha . \quad (4.17.7)$$

Для исследования анизотропии отражения линейно поляризованной волны от одноосного кристалла и определения характера поляризации отражённой волны установим на её пути анализатор, главная линия OA которой составляет с главной оптической z осью кристалла произвольный угол γ . Анализатор выделяет волны \vec{E}_1 и \vec{E}_2 с параллельными линиями поляризации ($\vec{E}_1 \parallel \vec{E}_2$). Амплитуды волн, проходящих через анализатор, могут быть определены из пространственной диаграммы рис. 282:

$$E_1 = E_{o1} \sin \gamma ; \quad E_2 = E_{e1} \cos \gamma . \quad (4.17.8)$$

При учёте выражений (4.17.7) найдём

$$E_1 = \sqrt{R_o} E \sin \alpha \sin \gamma ; \quad E_2 = E \sqrt{R_e} \cos \alpha \cos \gamma . \quad (4.17.9)$$

Учитывая, что отражённые волны \vec{E}_1 и \vec{E}_2 когерентны, а разность фаз между ними равна нулю ($\delta = 0$), можно определить амплитуду результирующей волны, проходящей через анализатор $E_p^2 = (E_1 + E_2)^2$, т.е.:

$$E_p^2 = E^2 \left\{ \sqrt{R_o} \sin \alpha \sin \gamma + \sqrt{R_e} \cos \alpha \cos \gamma \right\}^2 . \quad (4.17.10)$$

Считая, что интенсивность световой волны пропорциональна квадрату её амплитуды, окончательно найдём

$$I = I(\alpha; \gamma) = I_0 \left\{ \sqrt{R_o} \sin \alpha \sin \gamma + \sqrt{R_e} \cos \alpha \cos \gamma \right\}^2 . \quad (4.17.11)$$

где $I_0^2 \sim E^2$ – интенсивность линейно поляризованной волны, падающей на анизотропный кристалл; $I \sim E_p^2$ – интенсивность отражённой волны, проходящей через анализатор.

Обсудим полученный теоретический результат.

1. Пусть свет падает на отражающую грань одноосного кристалла по направлению, близкому к нормали, а главные линии поляризатора OP и анализатора OA установленные на пути падающего и отражённого света, параллельны между собой, т.е. углы α и γ одинаковы ($\alpha = \gamma$). Формула (4.17.11) принимает вид

$$I = I(\gamma) = I_0 \left\{ \sqrt{R_o} \sin^2 \gamma + \sqrt{R_e} \cos^2 \gamma \right\}^2 . \quad (4.17.12)$$

Данная формула определяет оптическую индикатрису отражённой волны, т.е. зависимость интенсивности $I = I(\gamma)$ отражённой волны от угла γ , который составляет вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на кристалл, с его главной оптической осью. На основании полученной формулы (4.17.12) можно найти теоретическую оптическую индикатрису для коэффициента отражения

$$R = R(\gamma) = \frac{I(\gamma)}{I_0} = \left\{ \sqrt{R_o} \sin^2 \gamma + \sqrt{R_e} \cos^2 \gamma \right\}^2 . \quad (4.17.13)$$

Считая для слоистой диэлектрической структуры главные значения коэффициентов отражения равными $R_o = 0,0200$ и $R_e = 0,0083$, по формуле (4.17.13) имеется возможность непосредственно рассчитать коэффициенты отражения R для любых направлений, определяемых углом γ . Расчёты показывают, что вычисленные коэффициенты отражения совпадают со значениями, которые приведены в таблице 2. Это говорит о том, что теоретическая индикатриса коэффициентов отражения, изображённая на рис. 281, описывается математически формулой (4.17.13).

2. Пусть электрический вектор \vec{E} линейно поляризованной волны, падающей на грань одноосного кристалла, составляет с его главной оптической осью угол $\alpha = 45^\circ$. На основании общей формулы (4.17.11) найдём

$$I = I(\gamma) = I_0 \left\{ \sqrt{\frac{R_o}{2}} \sin \gamma + \sqrt{\frac{R_e}{2}} \cos \gamma \right\}^2. \quad (4.17.14)$$

Полученная формула определяет зависимость интенсивности отражённой волны, проходящей через анализатор, от его углового положения: $I = I(\gamma)$ при $\alpha = 45^\circ = \text{const}$. Данная математическая зависимость, выраженная графически в полярных координатах, определяет так называемую полярную диаграмму волны, которая отражается от кристалла. В таблице 3 для анизотропной слоистой структуры приведены значения интенсивности волны $I = I(\gamma)$, проходящей через анализатор, от его углового положения, вычисленные по формуле (4.17.14) при $I_0 = 1$. По данным таблицы 3 построена полярная диаграмма отражённой волны от слоистой диэлектрической структуры (рис. 283).

Таблица 3

γ , град	$I(\gamma)$	γ , град	$I(\gamma)$
0	0,0041	100	0,0075
10	0,0064	110	0,0052
20	0,0089	120	0,0030
30	0,0112	130	0,0012
40	0,0128	140	0,0002
50	0,0137	150	0,0000
60	0,0140	160	0,0007
70	0,0133	170	0,0021
80	0,0120	180	0,0041
90	0,0100	190	0,0064

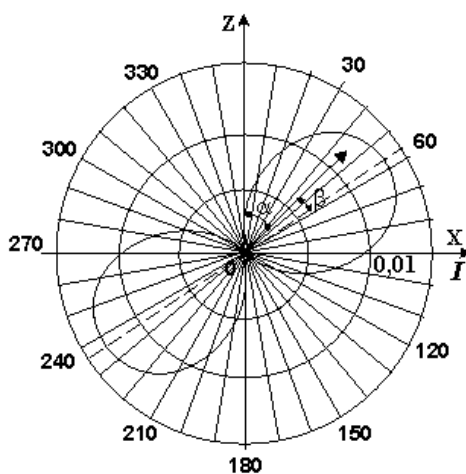


Рис. 283

Отражённая волна является линейно поляризованной, но её линия поляризации вследствие анизотропии отражения повернута на угол β по отношению к линии поляризации волны \vec{E} , падающей на грань одноосного

кристалла. Для определения угла β найдём максимум функции (4.17.14). Для этого возьмём производную от данной функции и приравняем её нулю:

$$\frac{dI}{d\gamma} = 2I_0 \left\{ \sqrt{\frac{R_0}{2}} \sin \gamma + \sqrt{\frac{R_e}{2}} \cos \gamma \right\} \cdot \left\{ \sqrt{\frac{R_0}{2}} \cos \gamma - \sqrt{\frac{R_e}{2}} \sin \gamma \right\} = 0. \quad (4.17.15)$$

Во-первых, данное выражение выполняется при условии

$$\sqrt{\frac{R_0}{2}} \cos \gamma_{m1} - \sqrt{\frac{R_e}{2}} \sin \gamma_{m1} = 0,$$

откуда найдём

$$\frac{\sin \gamma_{m1}}{\cos \gamma_{m1}} = \sqrt{\frac{R_0}{R_e}},$$

или

$$\gamma_{m1} = \text{arctg} \sqrt{\frac{R_0}{R_e}}. \quad (4.17.16)$$

Для слоистой диэлектрической структуры при $R_0 = 0,0200$, $R_e = 0,0083$ найдём положение анализатора, при котором наблюдается максимальная интенсивность $\gamma_{m1} = 57,2^\circ$.

Во-вторых, выражение (4.17.15) выполняется при условии

$$\left\{ \sqrt{\frac{R_0}{2}} \sin \gamma_{m2} + \sqrt{\frac{R_e}{2}} \cos \gamma_{m2} \right\} = 0,$$

откуда найдём

$$-\frac{\sin \gamma_{m2}}{\cos \gamma_{m2}} = \sqrt{\frac{R_0}{R_e}},$$

или

$$-\text{tg}(\gamma_{m2}) = \text{tg}(180^\circ - \gamma_m) = \sqrt{\frac{R_e}{R_0}},$$

откуда получим

$$\gamma_{m2} = 180^\circ - \text{arctg} \sqrt{\frac{R_e}{R_0}}. \quad (4.17.17)$$

Для слоистой диэлектрической структуры при $R_0 = 0,0200$ и $R_e = 0,0083$ найдём $\gamma_{m2} = 180 - 32,8 = 147,2^\circ$. Можно показать, что согласно формуле (4.17.14) интенсивность волны, проходящей через анализатор при данном его положении, равно нулю $I = I(\gamma) = 0$. Так как при повороте анализатора на угол 90° , т.е. при переходе от угла $\gamma_{m1} = 57,2^\circ$ к углу $\gamma_{m2} = 147,2^\circ$, интенсивность проходящей через него волны изменяется от максимального до нулевого значения, то отражённая волна от слоистой диэлектрической является линейно поляризованной. Учитывая, что электрический вектор \vec{E} волны, падающий на грань кристалла, составляет с его главной осью угол $\alpha = 45^\circ$, то линия поляризации отражённой волны испытывает поворот на угол $\beta = \gamma_{m1} - \alpha = 12,2^\circ$. Можно показать, что угол β поворота имеет максимальное значение при $\alpha = 45^\circ$.

Для того чтобы в эксперименте отражение волн наблюдалось лишь только от одной границы раздела, слоистая диэлектрическая структура, как модель одноосного кристалла, изготовлена в форме прямоугольной призмы (рис. 284). При нормальном падении волн на горизонтальную катетную грань призмы они отражаются только от неё. Волны (обыкновенная и необыкновенная), распространяющиеся в призме, испытывают полное внутреннее отражение от второй гипотенузной грани призмы и в формировании отражённого сигнала не принимают участия. Угол между катетной и гипотенузной гранями призмы равен $\alpha = 65^\circ$. Этот угол больше углов полного внутреннего отражения для обыкновенной и необыкновенной волн. Общая схема расположения приборов для экспериментального исследования анизотропии отражения сантиметровых волн от двоякопреломляющей призмы показана на рис. 285. Источник 1 и приёмник 2 радиоволн закреплены в подшипниках так, что они могут вращаться вокруг своих продольных осей. Для того чтобы угол падения излучения на грань анизотропной призмы был близок к нулю, источник и приёмник радиоволн располагаются от призмы на



Рис. 284

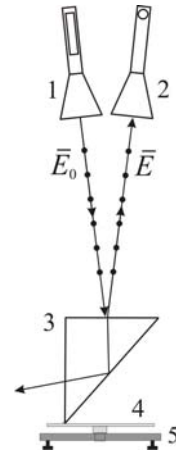


Рис. 285

расстоянии не менее одного метра. Анизотропная призма 3 устанавливается на вращающуюся платформу 4, что позволяет осуществлять поворот её на 360° вокруг вертикальной оси. Благодаря вращению призмы имеется возможность облучать её линейно поляризованной волной, электрический вектор \vec{E} которой составляет произвольный угол γ с главной осью z слоистой структуры, и измерять интенсивность соответствующего отражённого сигнала.

Для снятия индикатрисы отражения предварительно источник и приёмник радиоволн устанавливают так, чтобы их главные линии, как поляризатора и анализатора, были параллельны между собой. Вращая призму вокруг вертикальной оси, изменяют интенсивность отражённого сигнала через каждые 10° . При этом угол поворота γ отсчитывается от положения, при котором вектор \vec{E} волны, падающей на призму, составляет с её главной осью угол $\gamma = 0$. Данные измерения интенсивности отражённого сигнала $I(\gamma)$ приведены в табл. 2. На рисунке 286 приведена в полярных координатах индикатриса отражения от модели одноосного кристалла, которая согласуется с теорией: в эксперименте анизотропия отражения линейно поляризованной волны выражена несколько меньше, что обусловлено рядом факторов: угол падения волн на призму отличен от 0° , отражающая грань призмы имеет конечные размеры, что не исключает появления дифракционных эффектов.

Для исследования характера отражённой волны устанавливают платформу с призмой неподвижно. Облучают грань призмы так, чтобы электрический вектор \vec{E} волны, падающей на призму, составил с её главной осью угол $\alpha = 45^\circ$. Вращая приёмную рупорную антенну как анализатор вокруг своей продольной оси, измеряют интенсивность принимаемого сигнала через каждые 10° . При этом угол γ поворота приёмной антенны отсчитывается от положения, при котором главная линия анализатора совпадает с главной осью кристалла ($\gamma = 0$).

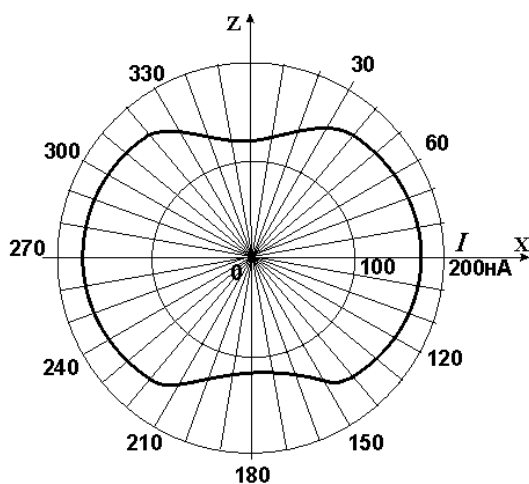


Рис. 286

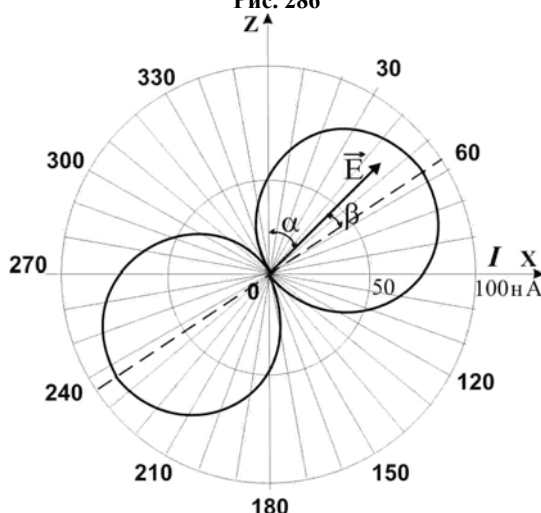


Рис. 287

На рисунке 287 приведена экспериментальная полярная диаграмма волны, отражённой от грани анизотропной слоистой диэлектрической структуры. Теоретически данная диаграмма описывается формулой (4.17.14). Эксперимент подтверждает, что отражённая волна является линейно поляризованной, при этом её

линия поляризации в соответствии с теорией испытывает поворот на угол $\beta = 10^\circ$ по отношению к линии поляризации волны, падающей на грань анизотропной слоистой диэлектрической структуры.

4.18. ИСКУССТВЕННАЯ ОПТИЧЕСКАЯ АНИЗОТРОПИЯ

1. Еще в начале XIX века Т. Зеебек и Д. Брюстер обнаружили, что оптически изотропное твёрдое тело под влиянием механической деформации становится оптически анизотропным. Например, при одноосном сжатии или растяжении стеклянной пластинки она приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением сжатия или растяжения. Разность показателей преломления для обыкновенной и необыкновенной волн, распространяющихся в направлении, перпендикулярной к оптической оси, пропорциональна механическому напряжению σ :

$$n_o - n_e = k\sigma, \quad (4.18.1)$$

где k – коэффициент, зависящий от свойств деформируемого вещества.

Таким образом, поместив деформированную пластинку между скрещенными николями, наблюдают интерференционную картину. По виду изохромат можно судить о распределении внутренних напряжений в стеклянной пластинке, так как каждая изохромата проходит через точки, в которых величины механических напряжений одинаковы. Явление искусственной оптической изотропии при деформациях используется для обнаружения остаточных внутренних напряжений, которые могут возникнуть в изделиях из стекла и других прозрачных изотропных материалов.

Для наблюдения искусственной анизотропии при механической деформации в радиодиапазоне электромагнитных волн в качестве модели образца, подвергаемого механической деформации, можно использовать волноводную структуру (рис. 288). Модель образца состоит из двадцати пяти трубок диаметром 25 мм и длиной 100 мм, которые изготовлены из тонкой латуни (толщина 0,1 мм), обладающие хорошими упругими свойствами. Из трубок, выполняющих роль волноводов, собран пакет 5×5 трубок. Между слоями имеются прокладки из тонкого геттинакса. Весь пакет по краям обвязан лентой, чтобы волноводы не могли раскатываться. Весь пакет располагается на пластине из органического стекла, которая закреплена в четырех стойках. Сверху на пакет волноводов кладётся также пластина из органического стекла, которая может перемещаться по вертикальным стойкам, как по направляющим. Под действием груза верхняя пластина смещается вниз и передаёт нагрузку на волноводную структуру. При механической деформации образца цилиндрические волноводы в сечении принимают форму эллипсов с полуосями a и b , которые могут изменяться в пределах: $a = 12,5 \dots 15$ мм; $b = 12,5 \dots 10$ мм (рис. 289).

Пусть ось z совпадает с направлением, вдоль которого происходит деформация образца. Тогда эквивалентный показатель преломления для волны, электрический вектор \vec{E} которой перпендикулярен оси z , может быть рассчитан по формуле

$$n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,42b}\right)^2}. \quad (4.18.2)$$

Для волны, вектор \vec{E} которой параллелен оси z , эквивалентный показатель преломления рассчитывается по формуле

$$n_e = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{3,42a}\right)^2}. \quad (4.18.3)$$

Таким образом, в отсутствии деформации, при $a = b$, волноводная структура "оптически" изотропна, так как $n_o = n_e$. При механическом сжатии волноводной структуры, когда $a \neq b$, она приобретает свойства одноосного двоякопреломляющего кристалла, главная ось которого совпадает с направлением оси z .

Для проведения опыта располагают недеформированную волноводную структуру между рупорными антеннами источника и приёмника электромагнитных волн. Главные линии поляризации источника и приёмника, как поляризатора и анализатора, устанавливают скрещено под углом $\alpha = 45^\circ$ к вертикальной оси z структуры. Другими словами, волноводная структура облучается волной, вектор \vec{E} которой составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с вертикальной осью z . Так как волноводная структура не деформирована, т.е. анизотропна, а главные линии поляризатора и анализатора скрещены, то интенсивность принимаемых волн равна нулю. Осуществляя небольшую деформацию образца, наблюдают приём электромагнитных волн. Интенсивность принимаемой волны в соответствии с законом интерференции достигает максимального значения, когда

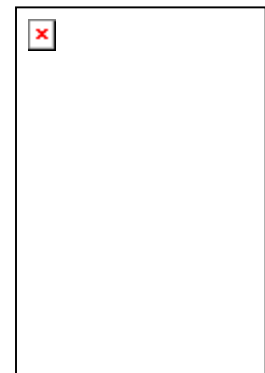


Рис. 288

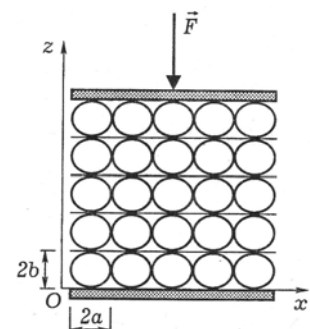


Рис. 289

разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} (n_o - n_e)$ достигает значения, равного $\delta = \pi$. При дальнейшем увеличении деформации интенсивность принимаемой волны уменьшается и становится равной нулю, когда разность фаз между интерферирующими волнами достигает фаз $\delta = 2\pi$. Аналогично проводятся опыты при $\alpha = 45^\circ$, когда главные линии поляризатора и анализатора параллельны. Опытным путём также показывается, если вектор \vec{E} волны, падающей на образец, параллелен вертикальной оси z деформации ($\alpha = 0$), или перпендикулярен оси z ($\alpha = 90^\circ$), то интерференция не наблюдается, т.е. при скрещенных осях поляризатора и анализатора интенсивность принимаемого сигнала равна нулю при любой деформации образца; при параллельных осях поляризатора и анализатора интенсивность принимаемых волн постоянна и не зависит от деформации образца.

2. Керр Дж. в 1875 году обнаружил, что жидкий или твёрдый изотропный диэлектрик, помещённый в достаточно сильное однородное электрическое поле, становится анизотропным. Это явление получило название эффекта Керра. Принципиальная схема его наблюдений в нитробензоле показана на рис. 290. Кювета с жидкостью, в которую погружены обкладки плоского конденсатора, располагается между двумя николями. Под действием однородного электрического поля $\vec{E}_{\text{вн}}$ в плоском конденсаторе жидкость поляризуется и приобретает свойства одноосного двоякопреломляющего кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением вектора $\vec{E}_{\text{вн}}$ напряжённости поля конденсатора. Разность показателей преломления для обыкновенной и необыкновенной волн монохроматического света равна

$$n_e - n_o = B\lambda E_{\text{вн}}^2, \quad (4.18.4)$$

где B – константа Керра, которая зависит от природы вещества, длины волны и температуры.

Для наилучшего наблюдения интерференции электрический вектор \vec{E} волны, падающей на кювету с жидкостью, должен составлять с напряжённостью $\vec{E}_{\text{вн}}$ поля конденсатора, угол 45° . В отсутствие напряжения, подаваемого на конденсатор с жидкостью, устанавливают главные линии поляризатора и анализатора скрещено, и отмечают отсутствие прохождения света через оптическую систему. Подав напряжение на конденсатор с жидкостью, отмечают прохождение света через оптическую систему, так как разность фаз между интерферирующими волнами достигает значения $\delta = \pi$. Другими словами, жидкость под действием поля $\vec{E}_{\text{вн}}$ становится анизотропной и выполняет роль пластинки $\frac{\lambda}{2}$, которая поворачивает линию поляризации света на угол $\alpha = 90^\circ$, что и позволяет уверенно иллюстрировать данное явление.

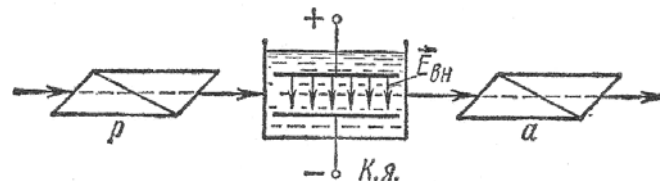


Рис. 290

3. Коттон Э. и Мутон А. в 1907 году исследовали явление возникновения оптической анизотропии у изотропного вещества под влиянием сильного магнитного поля (*эффект Коттона–Мутона*). Разность показателей преломления вещества для необыкновенной и обыкновенной волн, распространяющихся перпендикулярно направлению оптической оси, т.е. вектору $\vec{H}_{\text{вн}}$ однородного магнитного поля, выражается формулой, аналогичной формуле (4.18.4) для эффекта Керра

$$n_e - n_o = C\lambda H_{\text{вн}}^2, \quad (4.18.5)$$

где C – постоянная Коттона–Мутона, зависящая от природы вещества, длины волны λ и температуры. Эффект Коттона–Мутона наблюдался в жидкостях, стеклах и коллоидах.

Явление Коттона–Мутона можно исследовать в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн, если в качестве образца использовать ферриты, которые по своим электрическим и магнитным свойствам изотропны. Однако при внесении их в постоянное магнитное поле $\vec{H}_{\text{вн}}$ они становятся анизотропными. При этом главная "оптическая" ось совпадает с направлением вектора $\vec{H}_{\text{вн}}$. Прибор для исследования данного явления состоит из клистронного К-19 генератора 1 сантиметровых электромагнитных волн, нагруженного цилиндрическим волноводом из меди (рис. 291). Внутренний диаметр волновода равен 23 мм. С одной стороны волновод закорочен подвижным плунжером 3, а с другой – оканчивается конической антенной 4. Ферритовый стержень 5 длиной $d = 50$ мм закрепляется с помощью кольца из пенопласта по центру цилиндрического волновода 2. Для создания постоянного поперечного магнитного поля $\vec{H}_{\text{вн}}$ волновод помещается в области феррита между

полюсами электромагнита. В качестве электромагнита используется ярмо от разборного универсального трансформатора с двумя обмотками на 220 В. Обмотки электромагнита, соединенные последовательно, питаются постоянным током от выпрямителя ВС-24. Для лучшего наблюдения интерференции поляризованных волн в намагниченном феррите необходимо, чтобы электрический вектор \vec{E} электромагнитной волны, падающей на феррит, составлял с вектором $\vec{H}_{вн}$ магнитного поля, т.е. с главной осью намагниченного феррита, угол $\alpha = 45^\circ$. Для этого четвертьволновой штырёк клистрона, являющийся источником электромагнитных волн, должен составлять угол $\alpha = 45^\circ$ с вектором $\vec{H}_{вн}$ постоянного магнитного поля. В качестве анализатора волны, прошедшей через феррит, используется приёмная рупорная антенна, соединённая с осциллографом или микроамперметром.

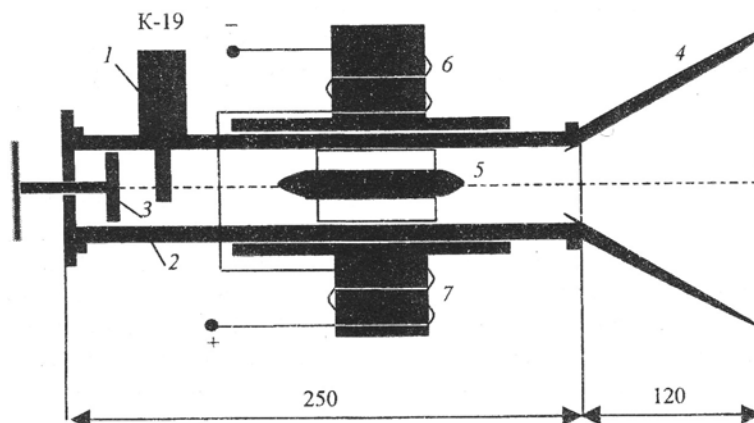


Рис. 291

Для наблюдения эффекта Коттона-Мутона устанавливают главные линии поляризации источника и приёмника перпендикулярно друг другу. В отсутствие внешнего магнитного поля ($\vec{H}_{вн} = 0$) отмечают, что интенсивность принимаемого сигнала равна нулю, так как феррит анизотропен. При подаче напряжения на катушки электромагнита феррит становится анизотропным и наблюдается приём электромагнитных волн, что объясняется интерференцией поляризованных волн. Приём волн максимален, когда разность фаз между обыкновенной и необыкновенной волнами достигает значения равного $\delta = \pi$, т.е. когда разность хода интерферирующих волн равна $\Delta = \frac{\lambda}{2}$. Интерференцию поляризованных волн в намагниченном феррите можно наблюдать при параллельных главных осях поляризатора и анализатора.

Известно, что когерентные волны (обыкновенная и необыкновенная) с ортогональными линиями поляризации в зависимости от разности фаз δ образует результирующую волну с эллиптической поляризацией, которая может вырождаться в волну с круговой или линейной поляризацией. Для исследования этих волн снимают полярную диаграмму $I = I(\varphi)$ линейно поляризованной волны, падающей на феррит при внешнем магнитном поле $\vec{H}_{вн} = 0$. Полярная диаграмма волны, падающей на феррит, представляет собой "гантель" с "талией", равной нулю. При токе 0,8 А, создающем слабое магнитное поле, полярная диаграмма волны, выходящей из намагниченного феррита, представляет собой "гантель" с "талией" не равной нулю, так как результирующая волна является эллиптически поляризованной. При токе 1,1 А полярная диаграмма волны, выходящей из намагниченного феррита, ближе к круговой и так далее.

4.19. ОПТИЧЕСКИ АКТИВНЫЕ ВЕЩЕСТВА И МАГНИТООПТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ

Араго Д. обнаружил (1811), что при прохождении линейно поляризованного света сквозь кристалл кварца вдоль его оптической оси линия поляризации света поворачивается вокруг направления луча. Если плоскопараллельную пластинку кварца, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместить между скрещенными поляризатором и анализатором, то поле зрения анализатора просветляется. Чтобы поле зрения затемнить, необходимо анализатор повернуть вокруг луча на некоторый угол φ равный углу поворота линии поляризации света в пластинке кварца. Такое же явление наблюдается во многих других веществах, называемых *оптически активными*. Оптически активны не только двоякопреломляющие кристаллы, но и оптически изотропные кристаллы, а также чистые жидкости, например, скипидар, никотин и другие и некоторые растворы, например, камфары в бензине, водные растворы сахара, глюкозы и так далее.

В оптически активных кристаллах и чистых жидкостях угол поворота линии поляризации света прямо пропорционален толщине ℓ слоя вещества, пройденное светом:

$$\varphi = \alpha \ell, \quad (4.19.1)$$

где α – *удельное вращение*, которое показывает, на какой угол поворачивается линия поляризации света при прохождении единичного отрезка пути.

Удельное вращение зависит от природы вещества, температуры и длины волны λ света в вакууме. Для большинства оптически активных кристаллов обнаружено существование двух модификаций, осуществляющих вращение линии поляризации по часовой стрелке и против, для наблюдателя, смотрящего навстречу лучу. Первая модификация называется правовращающей или положительной ($\varphi > 0$), вторая – левовращающей или отрицательной ($\varphi < 0$). Для левовращающих и правовращающих модификаций одного и того же вещества удельное вращение α отличается только знаком.

Как показал Ж. Био, для растворов закон (4.19.1) принимает вид

$$\varphi = \alpha c \ell = \alpha \rho k \ell, \quad (4.19.2)$$

где c – объёмно-массовая концентрация оптически активного вещества в растворе; ρ – плотность раствора;

$k = \frac{c}{\rho}$ – долевая концентрация по массе, т.е. отношение массы активного вещества к массе всего раствора.

Коэффициент пропорциональности α , зависящий от природы оптически активного вещества и растворителя, температуры и длины волны света, называется *удельным вращением раствора*.

На основе формулы (4.19.2) разработан точный метод быстрого определения концентрации оптически активного вещества, например, сахара или глюкозы в водном растворе. Применяемые для этой цели приборы называются *поляриметрами* или *сахариметрами*.

Причиной вращения линии поляризации аморфными веществами является асимметричное строение молекул, при котором молекулы не обладают зеркальной симметрией, т.е. они не могут быть совмещены со своим зеркальным изображением. Этому условию удовлетворяют в частности спиралевидные молекулы сахара.

Моделью оптически активной или гиротропной среды для сантиметровых электромагнитных волн является искусственная среда, состоящая из металлических винтовых спиралей, которые могут быть изготовлены из медной проволоки с изоляцией диаметром 1 мм. Длина каждой винтовой спирали выбирается равной $\ell = 1,5 \dots 2,0$ см, а её диаметр $D = 0,5$ см. Изготовленные таким образом правовинтовые спирали запрессовываются с небольшим усилием в лунках или отверстиях листа пенопласта толщиной 2 см и размером 20×20 см. Общее число спиралей не менее 200. Пенопласт для сантиметровых электромагнитных волн не обладает гиротропными и анизотропными свойствами, имеет показатель преломления близкий к единице, практически не поглощает радиоволны.

Перед проведением опыта источник и приёмник радиоволн как поляризатор и анализатор устанавливают на темноту. Установив между ними модель гиротропной среды, отмечают приём электромагнитных волн. Вращая приёмную антенну вокруг продольной оси, добиваются отсутствия приёма волн и определяют угол φ поворота линии поляризации волны, проходящей через "оптически" активную среду.

Феноменологическая теория вращения линии поляризации состоит в следующем. Световая линейно поляризованная волна, характеризуемая вектором \vec{E} , может быть представлена как суперпозиция двух когерентных волн с круговыми поляризациями, в которых электрические векторы $\vec{E}_{\text{пр}}$ и $\vec{E}_{\text{л}}$ вращаются с одинаковой скоростью в противоположные стороны. При этом амплитуды волн с круговыми поляризациями

одинаковы и равны $E_{\text{пр}} = E_{\text{л}} = \frac{E}{2}$ (рис. 292, а). При этом в каждый момент времени $\vec{E}_{\text{пр}} = \vec{E}_{\text{л}} = \vec{E}$. В оптически

активном веществе волны с круговыми поляризациями распространяются с различной фазовой скоростью $V_{\text{пр}}$ и $V_{\text{л}}$. Следовательно, оптически активное вещество обладает различным показателем преломления для волн с

круговыми поляризациями: $n_{\text{пр}} = \frac{c}{V_{\text{пр}}}$; $n_{\text{л}} = \frac{c}{V_{\text{л}}}$, где c – скорость света в вакууме. При прохождении волнами с

круговыми поляризациями в оптически активной среде отрезка длиной L между ними возникает разность фаз δ , равная

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} L (n_{\text{пр}} - n_{\text{л}}). \quad (4.19.3)$$

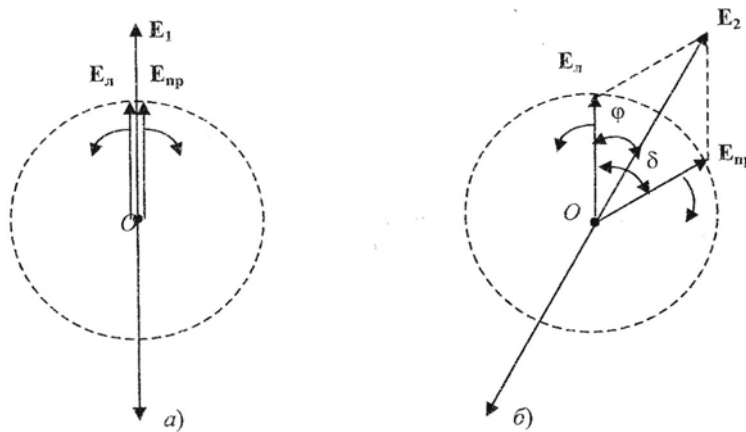


Рис. 292

Найдём соотношение между разностью фаз δ и углом поворота φ линии поляризации в оптически активной среде. Пусть фазы волн $\vec{E}_{\text{пр}}$ и $\vec{E}_{\text{л}}$ с круговыми поляризациями, падающими на оптически активную среду совпадают между собой (рис. 292, а). Линия поляризации линейно поляризованной волны в этом случае совпадает с направлением вектора \vec{E}_1 . Пройдя оптически активную среду, между волнами $\vec{E}_{\text{пр}}$ и $\vec{E}_{\text{л}}$ с круговыми поляризациями возникнет разность фаз δ (рис. 292, б), при этом для простоты считается, что вектор $\vec{E}_{\text{л}}$ волны с круговой поляризацией совершил в анизотропной среде целое число оборотов. Линия поляризации линейно поляризованной волны на выходе из оптически активной среды совпадает с направлением вектора \vec{E}_2 .

Из рисунка 292, б легко видеть, что

$$\delta = 2\varphi. \quad (4.12.4)$$

На основании формул (4.19.2) и (4.19.3) можно найти соотношение

$$\varphi = \frac{\pi}{\lambda} L(n_{\text{пр}} - n_{\text{л}}). \quad (4.12.5)$$

Справедливость феноменологического подхода к объяснению вращения линии поляризации волны гиротропной средой можно показать следующим наглядным опытом в сантиметровом диапазоне электромагнитных волн. Модель искусственной среды состоит из прямоугольных волноводов двух типов (рис. 293). Волноводы первого типа имеют поперечное сечение $a_{x1} = 19,3$ и $a_{y1} = 23$ мм. Волноводы второго типа имеют поперечные размеры $a_{x2} = 31$ и $a_{y2} = 23$ мм. Длина волноводов, образующих искусственную среду, равна $d = 53$ мм. При облучении модели линейно поляризованной волной, электрический вектор \vec{E} которой составляет со стенками волноводной структуры угол $\alpha = 45^\circ$, из волноводов каждого типа выходят волны с круговыми поляризациями, но имеющие противоположное направление вращения электрических векторов, так как широкие стенки прямоугольных волноводов двух типов взаимно перпендикулярны. Так как поперечные сечения волноводов двух типов не одинаковы, то циркулярно поляризованные волны на выходе искусственной среды имеют определённую разность фаз, что и приводит к повороту линии поляризации результирующей линейно поляризованной волны на угол 45° по отношению к линии поляризации волны, падающей на искусственную среду. Столь большой угол поворота линии поляризации волны легко фиксируется приёмной антенной.

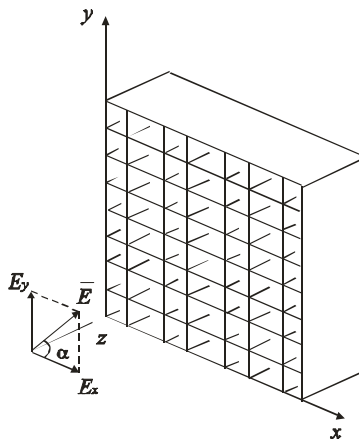


Рис. 293

Покажем, что из волноводов каждого типа выходят волны с круговыми поляризациями, в которых электрические векторы вращаются в противоположных направлениях. При указанном способе облучения волноводов ($\alpha = 45^\circ$) линейно поляризованная волна \vec{E} в волноводах первого типа распадается на две волны с ортогональными амплитудами $E_{x1} = E_{y1} = E \sin \alpha$, которые имеют, соответственно, показатели преломления

$$n_{x1} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_{y1}}\right)^2} = 0,71, \quad n_{y1} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_{x1}}\right)^2} = 0,56.$$

Разность фаз между этими ортогональными компонентами равных амплитуд на выходе волноводов равна $\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_{x1} - n_{y1}) = \frac{\pi}{2}$ при $\lambda = 3,2$ см. Следовательно, из

волноводов первого типа выходит правоциркулярно поляризованная волна ($\delta_1 > 0$). При указанном облучении ($\alpha = 45^\circ$) линейно поляризованная волна \vec{E} в волноводах второго типа также распадается на две ортогональные компоненты равных амплитуд $E_{x2} = E_{y2}$, которые имеют, соответственно, показатели

$$\text{преломления } n_{x2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_{y2}}\right)^2} = 0,71 \text{ и } n_{y2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_{x2}}\right)^2} = 0,86.$$

Разность фаз между этими компонентами на выходе волноводов равна $\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_{x2} - n_{y2}) = -\frac{\pi}{2}$. Следовательно, из волноводов второго типа выходит

левоциркулярно поляризованная волна ($\delta_2 < 0$). Эти две волны с круговыми поляризациями, которые на выходе из волноводной структуры имеют значительную разность фаз, приводят к образованию результирующей линейно поляризованной волны, электрический вектор \vec{E} которой оказывается повернутым на угол 45° по отношению к вектору \vec{E} волны, падающей на волноводную структуру. Рассмотрим это более подробно. Учитывая, что между параллельными компонентами $E_{y1} = E_{y2}$ линейно поляризованных волн,

выходящих из волноводов разных типов, возникает разность фаз, равная $\delta_y = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_{y1} - n_{y2}) = -\pi$, то эти

волны за счёт интерференции дают на выходе волноводов результирующую линейно поляризованную волну с амплитудой $E_{yp} = E_{y1} - E_{y2} = 0$. Учитывая, что между параллельными компонентами E_{x1} и E_{x2} на выходе

волноводов различных типов возникает разность фаз, равная $\delta_x = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_{x1} - n_{x2}) = 0$, то за счёт интерференции

этих волн и образуется результирующая линейно поляризованная волна с амплитудой $E_{xp} = E_{x1} + E_{x2} \neq 0$, не равной нулю. Таким образом, в результате сложения двух циркулярно поляризованных волн образуется результирующая линейно поляризованная волна E_{xp} , электрический вектор которой ориентирован только по оси x , так как $E_{yp} = 0$. Этим и обеспечивается поворот линии поляризации в опыте на угол 45° .

В 1846 году Фарадей обнаружил, что оптически неактивные вещества под действием внешнего постоянного магнитного поля $H_{вн}$ становятся оптически активными, т.е. приобретают способность вращать линию поляризации света, распространяющегося вдоль направления внешнего магнитного поля $H_{вн}$. Это явление получило название эффекта Фарадея или магнитного вращения линии поляризации световой линейно поляризованной волны. Схема наблюдения эффекта Фарадея в оптическом диапазоне волн изображена на рис. 294. Исследуемое прозрачное вещество M помещается между полюсами электромагнита, питаемого источником постоянного тока. В веществе создаётся продольное постоянное магнитное поле с напряжённостью $H_{вн}$. Свет от источника S , пройдя через поляризатор Π , распространяется в веществе вдоль магнитного поля $H_{вн}$. С помощью анализатора A , имеется возможность определить угол поворота φ линии поляризации световой волны, прошедшей намагниченное вещество. Угол поворота φ линии поляризации зависит от величины напряжённости магнитного поля $H_{в}$, длины L пути, проходимого светом в веществе, и свойств вещества

$$\varphi = VLH_{вн}, \quad (4.19.6)$$

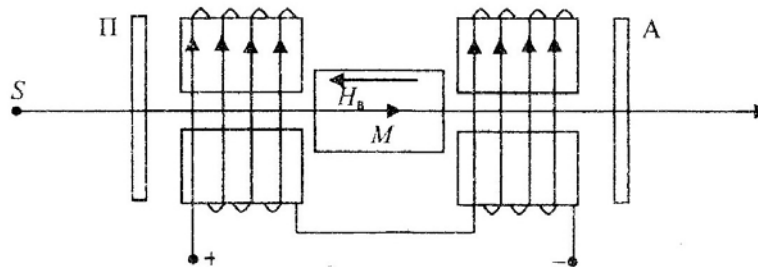


Рис. 294

где V – постоянная Верде, характеризующая свойства вещества и зависящая от частоты света и температуры. Углы поворота φ невелики. Для большинства твёрдых тел при напряжённости поля $H_{вн} = 1$ МА/м и $L = 0,1$ м угол поворота составляет $1...2^\circ$, для газов – ещё меньше.

Феноменологическая теория объяснения магнито-оптического эффекта сводится к тому, что линейно поляризованная волна может быть представлена как суперпозиция двух когерентных волн равных амплитуд с круговыми поляризациями, в которых направление вращения электрических векторов осуществляется в противоположные стороны. Правозакрученно поляризованная и левозакрученно поляризованная волны в намагниченной среде распространяются с различными фазовыми скоростями, что и приводит к появлению между ними определённой разности фаз, а, следовательно, и к повороту линии поляризации результирующей волны.

Причина различной скорости распространения волн с круговыми поляризациями в намагниченной среде состоит в следующем. В отсутствие внешнего поля ($H_{вн} = 0$) электроны в атомах вещества вращаются по окружности с частотой ω_0 . При наложении внешнего магнитного поля перпендикулярно к плоскостям орбит электронов частота вращения электронов становится в зависимости от направления вращения равной

$$\omega_{пр} = \omega_0 + \Delta\omega \quad \text{и} \quad \omega_{л} = \omega_0 - \Delta\omega,$$

где $\Delta\omega = eB/2m$ – ларморовская частота.

Поскольку частоты $\omega_{пр}$ и $\omega_{л}$ для различного направления вращения векторов \vec{E} различны, то будет различна и скорость волн с круговыми поляризациями, распространяющихся вдоль направления магнитного поля.

Известно, что ферриты изотропны по своим электрическим и магнитным свойствам. Однако при внесении в постоянное магнитное поле $H_{вн}$ ферриты становятся "оптически" активными для сантиметровых электромагнитных волн ($\lambda = 3,2$ см). Установка для исследования эффекта Фарадея состоит из клистронного генератора 1 сантиметровых электромагнитных волн, нагруженного цилиндрическим волноводом 2, выполненным из меди (рис. 295). Внутренний диаметр волновода равен 23 мм. С одной стороны волновод закорочен плунжером 3, а с другой оканчивается конической антенной 4. Ферритовый стержень 5 закрепляется с помощью кольца из пенопласта по центру цилиндрического волновода 2. Для исключения отражения волн ферритовый стержень заострен с обоих концов. Для создания постоянного магнитного поля $H_{вн}$ на волновод в области ферритового стержня надевается соленоид с большим числом витков N медного провода диаметром 1 мм.

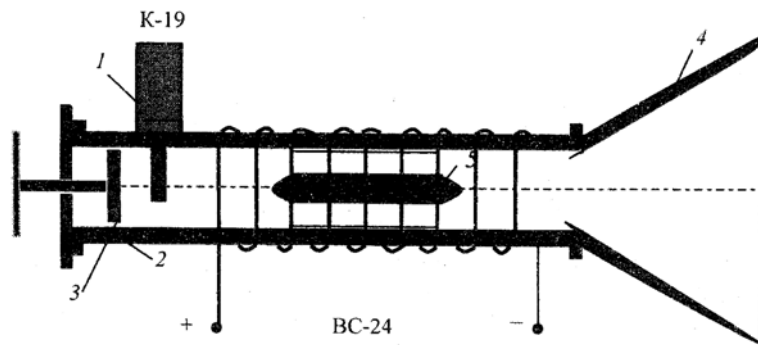


Рис. 295

Соленоид питается постоянным током. Напряжённость магнитного поля соленоида можно рассчитать по формуле

$$H_{вн} = \frac{NI}{d}, \quad (4.19.7)$$

где d – длина обмотки соленоида ($d = 150$ мм); I – сила тока; N – общее число витков в соленоиде ($N = 2000$).

Для качественного наблюдения эффекта Фарадея в намагниченном феррите устанавливают генератор радиоволн и приёмную рупорную антенну напротив друг друга так, чтобы их линии поляризации были взаимно перпендикулярны. Отмечают отсутствие приёма волн. Подают напряжение на соленоид и намагничивают

феррит. Регистрируют приём радиоволн, что объясняется поворотом линии поляризации волны прошедшей через намагниченный феррит.

При небольших токах угол поворота линии поляризации в продольно намагниченном феррите составляет $5...15^\circ$. Для более точного определения угла поворота φ линии поляризации по экспериментальным данным строят полярные диаграммы линейно поляризованных волн (зависимость интенсивности принимаемой волны от угла поворота приёмной антенны, как анализатора) при магнитном поле $H_{\text{вн}} = 0$ и $H_{\text{вн}} \neq 0$. Зная силу тока I в соленоиде и угол поворота φ линии поляризации, по формулам (4.19.6) и (4.19.5) можно найти постоянную Верди и разность показателей преломления ($n_{\text{пр}} - n_{\text{л}}$) для волн с круговыми поляризациями.

4.20. ОПЫТ ФАБРИ И САНЬЯКА

Из волновой теории следует, что фокусирующее действие идеальной собирающей линзы сводится к тому, что вторичные волны, приходящие от всех элементарных участков линзы в точку фокуса,



Рис. 296

оказываются в одинаковой фазе или оптические пути всех вторичных волн становятся одинаковыми, т.е. вторичные волны таухронны. Другими словами, линза компенсирует геометрическую разность хода вторичных волн, проходящих в фокус, и делает их синфазными. С точки зрения теории дифракции (§ 3.7) линза преобразует плоский волновой фронт в сферический, что достигается превращением спирали векторной диаграммы вторичных волн от плоского фронта в прямую линию (рис. 296). С одной стороны, это приводит к тому, что амплитуда \bar{E}_p результирующей волны, приходящей в фокус, значительно больше амплитуды \bar{E}_0 волны, приходящей в ту же точку от плоского волнового фронта в отсутствие линзы. С другой стороны, фаза результирующей волны \bar{E}_p в фокусе отличается на $\frac{\pi}{2}$ от фазы волны \bar{E}_0 , падающей на линзу.

Очевидно, что фаза результирующей волны на расстояниях от линзы значительно больших фокусного расстояния будет отличаться от фазы волны, падающей на линзу, на π .

Для доказательства изменения фазы волны на противоположную при прохождении фокуса оптической системы Фабри и Саньяк изготовили анизотропную собирающую линзу из исландского шпата, которая имела два пространственно разделённых фокуса, один для обыкновенной, а другой – для необыкновенной волн.

Опишем опыты Фабри и Саньяка в сантиметровом диапазоне радиоволн ($\lambda = 3,2$ см). Анизотропная двоякопреломляющая собирающая линза (рис. 297) состоит из прямоугольных волноводов сечением $a_x = 18$ мм и $a_y = 23$ мм. Ось x расположена горизонтально, ось y – вертикально. Радиус кривизны сферической поверхности волноводной линзы $R = 27$ см. За главную "кристаллографическую" ось анизотропной линзы принимается направление, перпендикулярное к широким стенкам волноводов. Для обыкновенной и необыкновенной волн

эквивалентный показатель преломления, соответственно, равен $n_o = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_x}\right)^2} = 0,46$; $n_e = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a_y}\right)^2} = 0,73$.

Согласно формуле геометрической оптики $\frac{1}{f} = (1-n)\frac{1}{R}$ фокусные расстояния линзы для обыкновенной и необыкновенной волн, соответственно, равны $f_o = 50$ см; $f_e = 100$ см.

Располагают источник и приёмник радиоволн на расстоянии 2...3 м друг от друга и облучают линзу волной, электрический вектор \bar{E} которой составляет с главной "кристаллографической" осью угол $\alpha = 45^\circ$. При таком облучении в линзе образуются две волны (обыкновенная и необыкновенная) равных амплитуд

$E_o = E_e = \frac{E}{\sqrt{2}}$. Первая из них проходит через первый фокус f_o , а вторая – через второй f_e . Устанавливают

линзу непосредственно перед приёмной рупорной антенной. Вращая приёмную антенну как анализатор, убеждаются, что результирующая волна непосредственно за линзой линейно поляризована, причём её линия поляризации совпадает с направлением колебаний вектора \bar{E} волны, падающей на анизотропную линзу. Следовательно, непосредственно за линзой обыкновенная и необыкновенная волны имеют одинаковые фазы, а их разность фаз $\delta = 0$.

Устанавливают приёмную рупорную антенну между первым и вторым фокусом линзы на расстоянии 75 см от неё. Вращая приёмную антенну как анализатор, убеждаются, что результирующая волна за первым фокусом линейно поляризована, но её линия поляризации повернута на угол $2\alpha = 90^\circ$ по отношению к линии поляризации волны, падающей на линзу. Следовательно, между обыкновенной и необыкновенной волнами за первым фокусом имеется разность фаз $\delta = \pi$. Появление этой разности фаз доказывает, что обыкновенная волна при прохождении своего фокуса f_o изменяет фазу на π . При этом фаза необыкновенной волны остаётся неизменной, так как эта волна ещё не проходит свой фокус f_e при данном положении приёмной антенны. Устанавливают приёмную рупорную антенну на расстоянии больше, чем $f_e = 100$ см. Вращая приёмную антенну, как анализатор, убеждаются, что результирующая волна за вторым фокусом линейно поляризована, но её линия поляризации совпадает с направлением колебаний электрического вектора \vec{E} волны, падающей на линзу. Следовательно, фазы обыкновенной и необыкновенной волн за вторым фокусом одинаковы, так как обе волны, пройдя свои фокусы f_o и f_e , изменяют фазы на π .

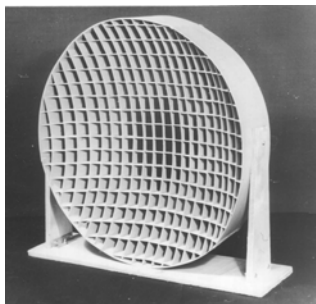


Рис. 297

Опыт Фабри и Саньяка можно осуществить, воспользовавшись металлоленточной собирающей линзой (рис. 127), которая имеет фокусное расстояние для обыкновенной волны $f_o = 50$ см, а для необыкновенной – $f_e = \infty$, так как $n_o = 0,46$, $n_e = 1$. Обыкновенная волна, проходя свой фокус, изменяет фазу на π , а необыкновенная волна фазу не изменит на любом расстоянии от линзы. Поэтому линия поляризации волны при $\alpha = 45^\circ$ непосредственно за линзой совпадает с линией поляризации волны, падающей на неё, а на расстояниях, больших f_o – указанные линии поляризации взаимно перпендикулярны. При этом необходимо, чтобы электрический вектор \vec{E} волны, падающей на линзу, составлял с её главной "кристаллографической" осью угол $\alpha = 45^\circ$.

Глава 5

ДИСПЕРСИЯ, ПОГЛОЩЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ ВОЛН

5.1. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА И РАДИОВОЛН

Световая волна в вакууме распространяется с постоянной скоростью $2,9979 \cdot 10^8$ м/с, которая не зависит от частоты света. Это обстоятельство установлено с достаточной точностью из астрономических и астрофизических наблюдений. При распространении света в некоторой среде он испытывает изменение скорости, причём для различных частот скорость света в одной и той же среде оказывается различной. Так как показатель преломления вещества определяется скоростью света V в данной среде $n = \frac{c}{V}$, где c – скорость света в вакууме, то его значение также зависит от частоты или длины волны. Данную зависимость показателя преломления вещества от частоты света или его длины волны принято называть *дисперсией*. Следует заметить, что первоначальная электромагнитная теория Максвелла, которая воедино связала электромагнитные и оптические явления, не смогла объяснить явление дисперсии. Действительно, важнейшим выводом теории Максвелла было положение о том, что скорость света в веществе и показатель преломления связаны с константами среды: диэлектрической и магнитной проницаемостями:

$$n = \frac{c}{V} = \sqrt{\epsilon\mu}. \quad (5.1.1)$$

Константы ϵ и μ в теории Максвелла имеют феноменологический характер, т.е. они считаются постоянными для всех частот и длин волн. Это обстоятельство в некоторых случаях приводит к существенным противоречиям. Действительно, так для воды мы имеем показатель преломления $n=1,33$ и, следовательно, согласно формуле (5.1.1) для диэлектрической проницаемости имеем значение $\epsilon = n^2 = 1,75$ при $\mu \approx 1$. Электростатические же измерения, как известно для воды дают $\epsilon = 81$. Это обстоятельство наводит на мысль о том, что константы вещества ϵ и μ для одной и той же среды будут различными в зависимости от частоты электромагнитных волн. Нашей задачей в дальнейшем и будет нахождение зависимости ϵ и μ , а, следовательно, и n от частоты или длины волны света.

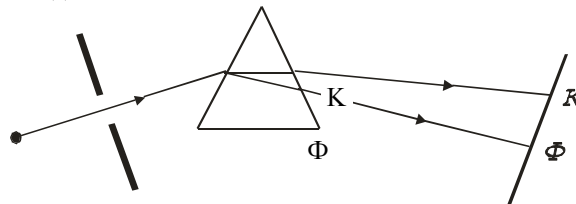


Рис. 298

По сути дела любой метод, который применяется для определения показателя преломления, может быть использован для выяснения зависимости $n = f(\lambda)$, будь то преломление в призме, или интерференционные или дифракционные явления. Первые экспериментальные исследования дисперсии света, которые принадлежат Ньютону (1672), были выполнены по способу преломления в призме. Этот способ и ныне хорош для наглядной демонстрации этого явления. Пучок белого света, проходя узкую щель, падает на грань стеклянной призмы (рис. 298). Из опыта видно не только отклонение луча от первоначального направления, но и вследствие зависимости показателя преломления от длины волны на экране наблюдается цветная полоска, называемая *спектром*. Измеряя показатель преломления для различных длин волн, можно найти функциональные зависимости: $n = f(\lambda)$ или $n = f(\nu)$, где ν – частота света. Для стекла функции являются нелинейными (рис. 299). Показатель преломления растёт с увеличением частоты и уменьшается с ростом длины волны. Такая дисперсия света называется *нормальной*. Она наблюдается для большинства прозрачных веществ. Для нормальной дисперсии справедливы соотношения

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0; \quad \frac{dn}{d\nu} > 0.$$

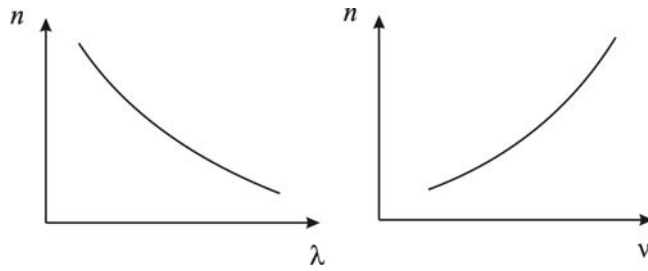


Рис. 299

Более поздние исследования XIX века показали, что если вещество непрозрачно и поглощает какие-нибудь длины волн спектра, то в области, где происходит поглощение света, наблюдается рост показателя преломления с увеличением длины волны или уменьшение его с ростом частоты света. Такая дисперсия света называется *аномальной*. Для аномальной дисперсии справедливы соотношения

$$\frac{dn}{d\lambda} > 0; \quad \frac{dn}{d\nu} < 0.$$

В остальной части спектра, где нет поглощения света, для этих веществ наблюдается нормальная дисперсия.

Итак, в общем случае для непрозрачных веществ, обладающих поглощательными свойствами некоторой части непрерывного спектра, зависимости $n = f(\lambda)$ и $n = f(\nu)$ имеют вид представленный на рис. 300. Участки *AB* и *CD* характеризуются нормальной дисперсией, а участок *BC* – аномальной. В области $\lambda_2 - \lambda_1$ вещество наиболее сильно поглощает свет.

Явление дисперсии света обусловлено взаимодействием электромагнитной волны с заряженными частицами вещества. Поэтому феноменологическая теория Максвелла не могла объяснить это явление. Классическая электронная теория дисперсии была разработана Лоренцем на основе электронной теории строения вещества. Лоренц исходил из гипотезы о существовании внутри атомов и молекул электронов, связанных с ними квазиупругими силами. Если электрон вывести из положения равновесия, то он начинает колебаться с собственной частотой, излучая при этом электромагнитные волны. Потеря энергии электронами приводит к затуханию колебаний. Падающий на вещество свет, как электромагнитная волна, взаимодействует с электронами атомов. На электроны действуют переменные электрические F_k и магнитные F_l силы.

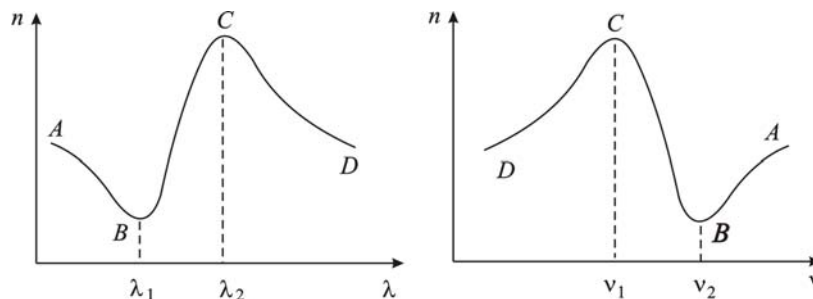


Рис. 300

Как показывают расчёты, электрическая составляющая силы F_k больше магнитной силы Лоренца F_l . Поэтому при взаимодействии света с веществом мы будем учитывать только силу, действующую со стороны электрического поля. Рассмотрим более подробно взаимодействие света с веществом. Для этого напишем уравнение движения электрона

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F + F_k + F_c, \quad (5.1.2)$$

где $F = eE_0 \cos \omega t$ – сила, действующая на электрон со стороны внешнего поля волны; $F_k = -kx$ – квазиупругая сила; $F_c = -r \frac{dx}{dt}$ – сила сопротивления, которая пропорциональна скорости электрона. Следовательно, уравнение движения электрона имеет вид

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = eE_0 \cos \omega t,$$

где ω – частота воздействующего излучения.

Перепишем полученное уравнение в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{e}{m} E_0 \cos \omega t. \quad (5.1.3)$$

Для решения этого уравнения введём обозначения

$$\frac{r}{m} = 2\beta, \quad \frac{k}{m} = \omega_0^2,$$

где ω_0 – собственная частота колебаний электрона в атоме; β – коэффициент затухания.

Следовательно, уравнение (5.1.3) приводится к виду

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} E_0 \cos \omega t. \quad (5.1.4)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$x = x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = x_0 \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right). \quad (5.1.5)$$

Дифференцируя это выражение, получаем

$$\frac{dx}{dt} = \omega x_0 \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (5.1.6)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega^2 x_0 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \quad (5.1.7)$$

Подставляя полученные выражения в (5.1.4), находим

$$\begin{aligned} \omega^2 x_0 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) + 2\beta \omega x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) + \\ + \omega_0^2 x_0 \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{e}{m} E_0 \cos \omega t; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega^2 \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) + 2\beta \omega \cos(\omega t + \varphi_0) + \\ + \omega_0^2 \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{e}{m x_0} E_0 \cos \omega t. \end{aligned}$$

Для анализа полученного уравнения воспользуемся методом векторных диаграмм. При $t = 0$ векторная диаграмма имеет вид, показанный на рис. 301. Из полученной диаграммы на основании теоремы Пифагора получаем

$$\frac{e^2 E_0^2}{m^2 x_0^2} = 4\beta^2 \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2,$$

откуда максимальное смещение электрона от положения равновесия равно

$$x_0 = \frac{e E_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (5.1.8)$$

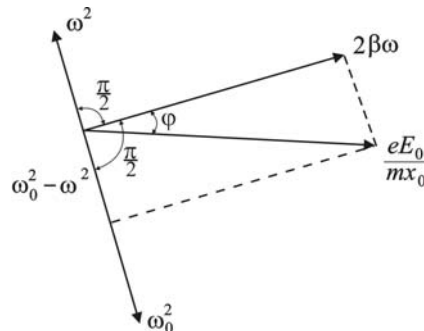


Рис. 301

Считая, что у атома один электрон, его дипольный момент равен $p = ex_0$. Вектор поляризации для рассматриваемого диэлектрика, в котором распространяется свет, имеет значение

$$P = N_0 p = eN_0 x_0,$$

где N_0 – число диполей в единице объёма вещества.

На основе выражения (5.1.8) для вектора поляризации получаем выражение

$$P = \frac{e^2 N_0 E_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}.$$

Учитывая, что относительная диэлектрическая проницаемость вещества связана с вектором поляризации соотношением

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E_0},$$

получаем

$$\varepsilon = 1 + \frac{e^2 N_0}{m \varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (5.1.9)$$

На основании формулы (5.1.1) при $\mu = 1$ находим показатель преломления вещества

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 + \frac{e^2 N_0}{m \varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}}. \quad (5.1.10)$$

Таким образом, мы получили теоретическую зависимость показателя преломления вещества от частоты света. Чтобы построить эту зависимость в виде графика, допустим, что затухание электронов очень мало, т.е. членом $4\beta^2 \omega^2$ можно пренебречь. Тогда

$$n^2 = 1 + \frac{e^2 N_0}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (5.1.11)$$

и, следовательно, график имеет вид, представленный на рис. 302 (пунктирная линия). Из полученного графика видно, что в точке $\omega = \omega_0$ показатель преломления испытывает бесконечно большой скачок, от $+\infty$ до $-\infty$, что физически лишено смысла. Этот результат получился из-за того, что мы при построении графика решили не учитывать затухание электронов. Если это учесть, то график согласно формуле (5.1.10) будет иметь вид, изображённый на рис. 302 сплошной линией. В области $\omega_2 - \omega_1$, когда частота света близка к собственной частоте колебаний электронов в веществе, наблюдается аномальная дисперсия. В областях далёких от собственной частоты колебаний электронов в веществе наблюдается нормальная дисперсия.

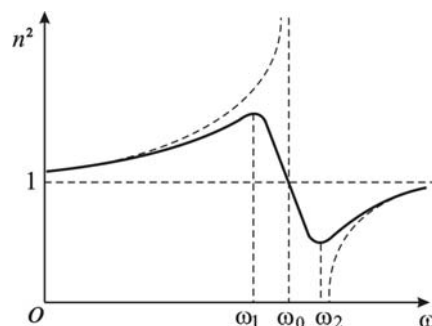


Рис. 302

Рассмотренная теория справедлива не только для электронов, но и для *ионов*. До сих пор мы предполагали, что у каждого вещества имеется только одна характерная для него циклическая частота ω_0 свободных колебаний оптических электронов. Как показывает опыт, при прохождении света сквозь любое газообразное вещество наблюдается целый ряд характерных для этого вещества линий поглощения. Следовательно, в классической теории дисперсии принимается, что вещество состоит из частиц двух типов – электронов и ионов,

которые ведут себя как затухающие осцилляторы с различными собственными частотами ω_{0k} . Формула (5.1.11) принимает вид

$$n^2 = 1 + \sum_k \frac{e_k^2 N_{0k}}{m_k \epsilon_0 (\omega_{0k}^2 - \omega^2)}, \quad (5.1.12)$$

где N_{0k} , m_k , e_k , ω_{0k} – концентрация, масса, заряд и собственная частота осциллятора k -го типа, а суммирование ведётся по всем k .

Каждой собственной частоте соответствует своя линия поглощения, вблизи которой показатель преломления меняется аномально. Зависимость показателя преломления от частоты схематично показана на рис. 303. По ходу дисперсионной кривой можно оценить, какие заряды e_k и массы m_k фигурируют в формуле

(5.1.12), т.е. определить, какие элементы атома участвуют в явлении дисперсии. Оказывается, что значения $\frac{e_k}{m_k}$

в области высоких частот (видимая и ультрафиолет) соответствуют данным для электронов, а в области низких частот (инфракрасная область) величина $\frac{e_k}{m_k}$ соответствует ионам вещества.

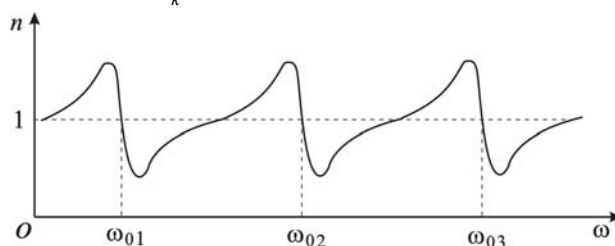


Рис. 303

Кроме дисперсии, связанной с вынужденными колебаниями электронов и ионов, существует дисперсия, которая обусловлена наличием *полярных молекул*, что характерно для жидкостей. В отсутствие электрического поля дипольные моменты полярных молекул изотропной среды ориентируются в пространстве по всем направлениям с равной вероятностью, т.е. хаотически. При наложении электрического поля дипольные моменты молекул стремятся ориентироваться вдоль поля, чему препятствует тепловое движение молекул. В результате в среде возникает электрическая поляризация. Если электрическое поле изменяется с частотой ω , то с этой частотой будет меняться эта "ориентационная" поляризация и обусловленная ею диэлектрическая проницаемость среды. Амплитуда вынужденных вращений полярных молекул зависит от частоты ω изменения электрического поля. С этим связана *вращательная дисперсия* электрической проницаемости и показателя преломления.

В полях низких частот успевает установиться такая же мгновенная поляризация среды, как и в статических полях. При низких частотах величины ϵ и n практически постоянны и не зависят от частоты. Если к тому же дипольные моменты полярных молекул велики, как, например, у воды и спиртов, то в этой области частот значения ϵ и n будут велики. Так, для воды $\epsilon = 81$, $n = \sqrt{\epsilon} = 9$.

В случае высоких частот и сверхвысоких частот дипольные моменты молекул не успевают заметно поворачиваться в соответствии с изменениями электрического поля. При столь больших частотах нет вынужденных вращений молекул и нет дисперсии, связанной с вращением полярных молекул. Поэтому величины ϵ и n при высоких частотах и сверхвысоких частотах уменьшаются до величин, которые они имеют в оптической области спектра. Этим объясняется резкое расхождение между показателем преломления воды n в оптической области или в области СВЧ, от значений в области низкочастотных электрических колебаний включая электростатику.

Этим же объясняется, почему в оптике и СВЧ магнитную проницаемость μ почти всегда можно считать равной единице для всех веществ. Действительно, механизм намагничивания – такой же, как и поляризация полярных диэлектриков. Он состоит в ориентации магнитных моментов атомов и молекул во внешнем магнитном поле. При высоких частотах магнитные моменты атомов и молекул не успевают ориентироваться в магнитном поле, не возникает и намагниченность вещества, что приводит к тому, что $\mu \rightarrow 1$.

Следует заметить, если частота ω велика по сравнению со всеми собственными частотами электронов ω_{0k} , то в формулах (5.1.11) и (5.1.12) величинами ω_{0k}^2 можно пренебречь по сравнению с частотой ω^2 . Это справедливо для области *мягкого рентгеновского излучения*. Формула (5.1.11) принимает вид

$$n^2 = 1 - \frac{e^2 N_0}{\epsilon_0 m_0 \omega^2}, \quad (5.1.13)$$

т.е. показатель преломления здесь меньше единицы, хотя и мало отличается от него. Так, для стекла при $\lambda = 0,1279$ нм показатель преломления $n = 0,999995$. При увеличении жёсткости рентгеновского излучения резонансные явления могут проявляться на электронах *внутренних оболочек* атомов.

Дисперсия в диапазоне СВЧ наиболее сильно выражена для искусственных сред – металлоленточных структур. Для электромагнитной волны, линия поляризации которой параллельна лентам структуры, эквивалентный показатель преломления согласно формуле (2.4.6) равен

$$n = \frac{c}{V_\Phi} = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}, \quad (5.1.14)$$

где a – расстояние между лентами структуры $\left(\frac{\lambda}{2} < a < \lambda\right)$; λ – длина волны в свободном пространстве.

Из формулы (5.1.14) следует, что с ростом длины волны показатель преломления уменьшается $\left(\frac{dn}{d\lambda} < 0\right)$,

т.е. для металлоленточной структуры характерна *нормальная дисперсия*. При переходе к частоте получим

$$n = \sqrt{1 - \frac{c^2}{4a^2 v^2}}. \quad (5.1.15)$$

Отсюда видно, что $\frac{dn}{dv} > 0$, т.е. с ростом частоты показатель преломления увеличивается. На рисунке 304

показана теоретическая кривая дисперсии для металлоленточной структуры, для которой расстояние между лентами $a = 20$ мм.

Покажем, что волны различной частоты испытывают различное преломление в металлоленточной призме (рис. 12), расстояние между лентами которой постоянно и равно $a = 20$ мм. Угол при вершине призмы $\alpha = 45^\circ$. Для получения радиоволн различной частоты от 8 до 12 ГГц используется генератор Г4-109, который нагружается стандартным прямоугольным волноводом 23×10 мм с рупорной антенной.

Установка и ход лучей в призме показан на рис. 13. Из закона преломления волн на гипотенузной грани призмы $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$ следует, что

$$n = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}. \quad (5.1.16)$$

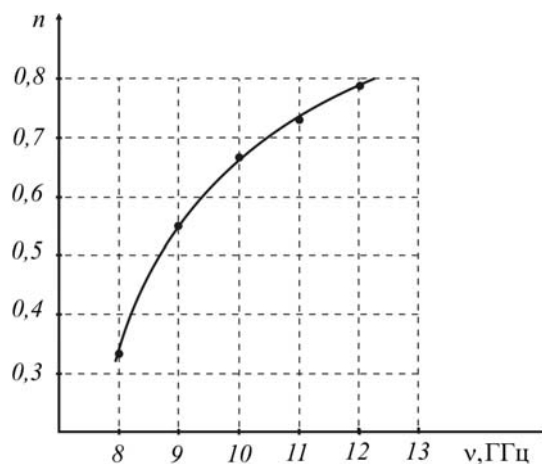


Рис. 304

Так как угол γ отклонения лучей призмой от прямолинейного направления распространения равен $\gamma = \alpha - \beta$ или $\beta = \alpha - \gamma$, получим

$$n = \frac{\sin(\alpha - \gamma)}{\sin \alpha}. \quad (5.1.17)$$

При облучении призмы волной с частотой $\nu_1 = 8,5$ ГГц угол отклонения волн $\gamma_1 = 25^\circ$, а при частоте $\nu_2 = 11,5$ ГГц – $\gamma_2 = 13^\circ$. В первом случае согласно формуле (5.1.17) получаем $n_1 = 0,48$; а во втором – $n_2 = 0,75$. Полученные экспериментальные значения показателей преломления согласуются с их

теоретическими значениями, рассчитанными по формуле (5.1.15). Описанная установка позволяет получить экспериментальную кривую дисперсии металлоленточной структуры и сравнить её с теоретической зависимостью (рис. 304).

5.2. ПОГЛОЩЕНИЕ ВОЛН

Если частота света, падающего на вещество, оказывается близкой к собственной частоте колебаний электронов в атомах, то наступает явление резонанса. При этом энергия падающего света расходуется на возбуждение атомов вещества, что в свою очередь приводит к расходованию энергии излучения, т.е. к поглощению света. Как показывают соответствующие опыты, наиболее сильное поглощение как раз наблюдается в области аномальной дисперсии. Избирательное поглощение различными веществами различных частот видимого спектра используется для изготовления различных световых фильтров.

Поглощение электромагнитных волн диапазона СВЧ можно моделировать, исследуя прохождение сантиметровых волн через решётку резонансных диполей (рис. 42). Размеры решётки 25×25 см. Длина диполей (6 см) кратна длине волны $\lambda = 3$ см. Диполи образуют решётку с трансляциями $a = 10$ мм $b = 70$ мм. Решётка облучается электромагнитной волной, частота которой изменяется от 8 до 12 ГГц, а амплитуда практически остаётся неизменной. Для постановки опыта используется измеритель комплексных коэффициентов передачи Г4-36. Блок-схема установки приведена на рис. 305.

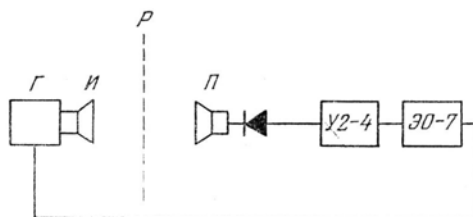


Рис. 305

Генератор качающейся частоты G через рупорный волновод I излучает в пространство линейно поляризованную волну, частота которой периодически меняется с частотой 12,5 Гц в диапазоне 8...12 ГГц. Излучение волны дополнительно модулировано по амплитуде низкой частоты 10 кГц. Приёмником Π служит рупор с широкополосной детекторной секцией. Отдетектированный сигнал низкой частоты, пройдя через усилитель У2-4, поступает на вертикальный вход осциллографа ЭО-7. Горизонтальная развёртка луча осциллографа осуществляется пилообразным напряжением, управляющим частотой генератора качающейся частоты. Таким образом, горизонтальное смещение луча на экране осциллографа пропорционально частоте даваемой генератором качающейся частоты, от 8 до 12 ГГц, а по вертикали смещение луча пропорционально амплитуде волны, поступающей в приёмник в том же диапазоне частот.

Если между источником и приёмником волн нет поглощающей среды, амплитуда принимаемых волн во всем диапазоне частот 8...12 ГГц одинакова (рис. 306). Поместим между источником и приёмником волн решётку P из металлических диполей так, чтобы диполи были параллельны электрическому вектору \vec{E} электромагнитной волны, падающей на них. Так как длина диполей (6 см) кратна длине волны $\lambda = 3$ см, которой соответствует частота 10 ГГц, то на этой частоте происходит интенсивное возбуждение диполей. Вследствие этого на этой частоте происходит заметная потеря энергии и минимальное прохождение волн через решётку (рис. 307). Впервые этот опыт был предложен профессором Н.Н. Маловым.

Найдём закон поглощения света. Пусть на слой вещества толщиной l падает свет с интенсивностью I_0 . Разобьём рассматриваемый слой вещества на элементарные слои dl , в пределах которых интенсивность света можно считать постоянной (рис. 308). Изменение интенсивности света dI в слое толщиной dl пропорционально как величине этого слоя, так и самой интенсивности, т.е.

$$dI = -kI dl, \quad (5.2.1)$$

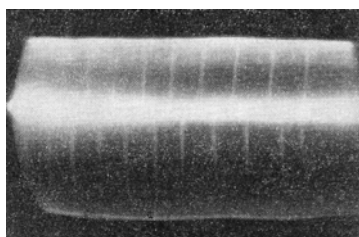


Рис. 306

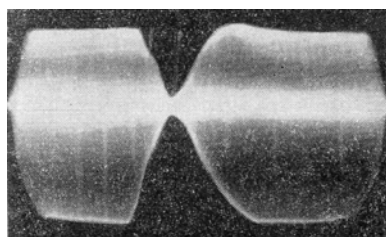


Рис. 307

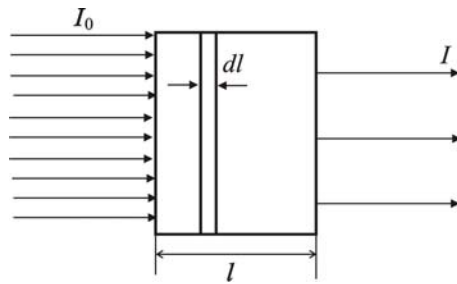


Рис. 308

где k – постоянная величина, зависящая от свойств вещества, называется коэффициентом поглощения. Знак "минус" в полученной формуле присутствует потому, что изменение величин dI и dl имеет противоположный характер. Проинтегрируем полученное выражение

$$\int_{J_0}^J \frac{dI}{I} = -k \int_0^l dl,$$

откуда

$$\ln \frac{I}{I_0} = -kl.$$

Переходя от логарифмов к числам, находим

$$I = I_0 e^{-kl}. \quad (5.2.2)$$

Это есть *закон поглощения света* (закон Бугера–Ламберта). Согласно этому закону интенсивность света убывает в поглощающем слое вещества по экспоненциальному закону, график которого показан на рис. 309.

При $l = \frac{1}{k}$ интенсивность света I , прошедшая через вещество, оказывается в e раз меньше чем интенсивность J_0 падающего света. Следовательно, коэффициент поглощения есть величина, обратная толщине слоя, при прохождении которого интенсивность света убывает в e раз.

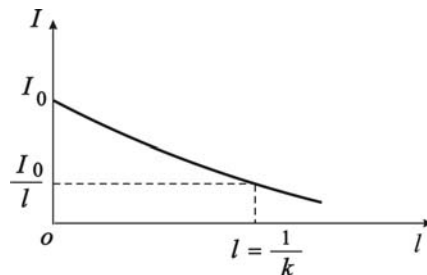


Рис. 309

Согласно классической электронной теории коэффициент поглощения зависит от частоты света и свойств вещества. Для газов и паров коэффициент поглощения близок к нулю и лишь для очень узких спектральных областей обнаруживает резкие максимумы. Эти максимумы поглощения соответствуют резонансным частотам атомов и молекул в данном веществе. Твёрдые тела, жидкости и газы, находящиеся при очень высоких давлениях, дают широкие полосы поглощения. Это объясняется взаимодействием атомов и молекул в веществе. Структура полос поглощения определяется составом и строением атомов и молекул. Поэтому изучение спектров поглощения веществ является одним из основных методов экспериментального исследования строения молекул. Эти задачи решаются так называемым спектральным анализом, нашедшим широкое применение в науке и технике.

Избирательным поглощением света объясняется так же окраска различных материалов, что в частности используется для изготовления различных светофильтров оптических приборов.

В 1940 году советский физик Фабрикант показал, что возможно осуществить такое неравновесное состояние вещества, когда коэффициент поглощения света будет отрицательным. В этом случае закон поглощения света (5.2.2) будет иметь вид

$$I = I_0 e^{-(-kl)} = I_0 e^{kl},$$

и интенсивность света, прошедшего через вещество не уменьшится, а возрастет, т.е. возможно усиление света. Однако, осуществить данную идею Фабриканту не удалось. Лишь с созданием в 60-х годах квантовых усилителей появилась такая возможность. Неравновесное состояние вещества, обладающее отрицательным

коэффициентом поглощения, характеризуется тем, что в ней число актов поглощения света, пропорциональное количеству невозбуждённых атомов, меньше числа актов вынужденного излучения, пропорциональное числу возбуждённых атомов.

5.3. РАССЕЯНИЕ ВОЛН

При прохождении света через мутные среды часть его рассеивается, благодаря чему излучение становится видимым при наблюдении с боку. Под *мутными средами* понимают среды, содержащие микроскопические неоднородности, беспорядочно расположенные и отстоящие друг от друга на расстоянии сравнимом с длиной волны света. К мутным средам относят: туман, дым, жидкости со взвешенными частицами и т.д.

Рассеяние света обусловлено тем, что вторичные волны, излучаемые рассеивающими частицами размером $(0,1 \dots 0,2)\lambda$, имеют произвольные начальные фазы и частоты, а следовательно, они некогерентны. Это приводит к тому, что вторичное излучение не гасится во всех направлениях. Экспериментальные исследования показывают, что частота рассеянного света совпадает с частотой первичного излучения. Этот факт находит естественное объяснение на основе электронной теории. Согласно электромагнитной теории амплитуда волны, излучаемая элементарным диполем, пропорциональна квадрату частоты колебаний. Следовательно, интенсивность рассеянного излучения пропорциональна четвертой степени частоты

$$I \sim \nu^4 \quad \text{или} \quad I \sim \frac{1}{\lambda^4}, \quad (5.3.1)$$

где λ – длина волны света. Это соотношение установлено экспериментально Рэлеем и носит его имя.

Закон Рэлея позволяет объяснить ряд оптических явлений в атмосфере. Так при прохождении белого света через мутную среду рассеянное излучение кажется голубоватым, так как по закону Рэлея синяя (коротковолновая) часть видимого спектра рассеивается больше, чем красная часть спектра. Этим объясняется голубой цвет неба. Белый свет, проходящий через мутную среду, становится красноватым, так как он обедняется из-за рассеяния коротковолновыми волнами. Этим объясняется красноватый цвет солнца на восходе и заходе.

В случае рассеяния естественного света интенсивность I_θ света, рассеянного под углом θ к направлению первичного пучка, зависит от угла следующим образом:

$$I_\theta = I_{\pi/2} (1 + \cos^2 \theta), \quad (5.3.2)$$

где $I_{\pi/2}$ – интенсивность света, рассеиваемого под углом $\theta = \frac{\pi}{2}$, т.е. перпендикулярно направлению первичного пучка. Если молекулы рассеивающего вещества электрически изотропны (неполярные молекулы), то свет, рассеиваемый под углом θ , полностью поляризован. При $\theta = \frac{\pi}{2}$ рассеянное излучение полностью поляризовано в плоскости перпендикулярной падающему первичному лучу.

Проиллюстрировать закономерности рассеянного излучения можно с помощью установки, изображенной на рис. 310. Она состоит из источника СВЧ 1 и двух приёмных рупорных антенн 2 и 3 , расположенных по трём взаимно перпендикулярным направлениям. Роль "мутной" среды выполняет куб из пенопласта размером $20 \times 20 \times 20$ см, в котором располагаются хаотичным образом 300 металлических диполей.

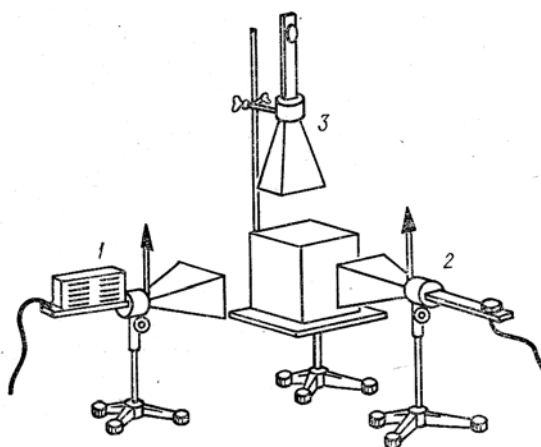


Рис. 310

Для иллюстрации рассеяния "естественного света" облучают модель мутной среды волной с круговой поляризацией. Это эквивалентно использованию естественного излучения. Наиболее интенсивно возбуждаются диполи, лежащие в плоскости рассеяния (плоскость, перпендикулярная к первичному лучу). Установив

приёмники так, чтобы их главные линии поляризации лежали в плоскости рассеивания, демонстрируют приём рассеянного излучения. Повернув приёмные антенны вокруг своих продольных осей на 90° , наблюдают отсутствие приёма волн. Из опыта делается вывод о том, что рассеянное излучение естественного света одинаково интенсивно по всем направлениям в плоскости рассеивания и линейно поляризовано в ней.

Для иллюстрации рассеянного излучения линейно поляризованного "света" устанавливают приёмные антенны так, чтобы их главные линии поляризации лежали в плоскости рассеяния. Облучают мутную среду волной, вектор \vec{E} которой расположен вертикально (рис. 310). Обнаруживают существование рассеянного излучения лишь в направлении антенны 2. При таком облучении возбуждаются лишь диполи, ориентированные вертикально. Они максимально излучают в силу радиальной несимметричности поля лишь в горизонтальной плоскости и совсем не излучают вдоль себя. Повернув источник СВЧ вокруг продольной оси на 90° , наблюдают рассеяние только в направлении антенны 3. Равномерно вращая источник вокруг его продольной оси, демонстрируют попеременное рассеяние то в направлении антенны 2, то в направлении антенны 3. Поворачивают приёмные антенны вокруг продольных осей на 90° . Вращая, как прежде, источник, демонстрируют отсутствие приёма излучения. Из опытов делается вывод, что линейно поляризованный "свет" рассеивается в направлении, определяемом поляризацией первичной волны. Рассеянное излучение и в этом случае линейно поляризовано в плоскости рассеяния.

По мере увеличения размеров d неоднородностей в мутной среде указанные выше закономерности рассеяния света постепенно искажаются. При $d > \lambda$ зависимость (5.3.2) I_θ от θ имеет сложную форму, причём

интенсивность рассеяния вперед, т.е. в направлении $\theta < \frac{\pi}{2}$, больше, чем назад. Это явление называется

эффектом Ми. Свет, рассеянный под углом $\theta = \frac{\pi}{2}$, поляризован лишь частично. Закон Рэлея (5.3.1) также

нарушается. При $d \gg \lambda$ спектральный состав рассеянного света практически совпадает со спектральным составом падающего света. Этим объясняется, например, белый цвет облаков.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Излагая студентам физику, в том числе оптику, следует развивать их физическое мышление, т.е. стремиться к тому, чтобы за формальными математическими формулами они видели реальные физические явления и процессы, происходящие в окружающем нас мире, науке и технике. Для интеллектуального развития обучаемых на занятиях по физике обязательно должен использоваться современный лекционный эксперимент, который обеспечивает тесную связь теории и практики. Учебный физический эксперимент позволяет исследовать явления в реальных условиях и с разных сторон, что и обеспечивает глубину и прочность полученных знаний. Формализм в знаниях обучаемых появляются именно тогда, когда на занятиях нет реального учебного эксперимента, а преобладает "меловая" физика. Во-первых, это приводит к тому, что возникает разрыв между уровнем знаний фактического материала и умением применять эти знания на практике; во-вторых, студенты теряют интерес к физике и научным экспериментальным исследованиям.

В книге мы стремились обеспечить прочную связь волновой теории с реальными учебными физическими исследованиями как в оптике, так и радиодиапазоне электромагнитных волн. Большая часть учебных опытов в диапазоне СВЧ предназначена для лекций по волновой оптике. Демонстрации как в оптическом, так и радиофизическом диапазоне волн могут служить или исходным элементом в изложении изучаемого материала, или иллюстрацией к нему, или подтверждением изложенного. Физический эксперимент позволяет на занятиях создать проблемные ситуации, организовать проектную деятельность студентов. Исследование сложных явлений волновой оптики в диапазоне СВЧ рекомендуется использовать в лабораторном физическом практикуме, который организован в ТГТУ.

В книге даются конкретные рекомендации по изготовлению нового оборудования для постановки эксперимента, а также приводятся некоторые рекомендации по методике их проведения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борн, М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М. : Наука, 1970.
2. Горелик, Г.С. Колебания и волны / Г.С. Горелик. – М. : ГИФМЛ, 1955.
3. Калитеевский, Н.И. Волновая оптика / Н.И. Калитеевский. – М. : Наука, 1971.
4. Крауфорд, Ф. Волны: Берклевский курс физики / Ф. Крауфорд. – М. : Наука, 1974. – Т. 3.
5. Ландсберг, Г.С. Оптика / Г.С. Ландсберг. – М. : Наука, 1976.
6. Поль, Р.В. Оптика и атомная физика / Р.В. Поль. – М. : Наука, 1966.
7. Сивухин, Д.В. Общий курс физики: Оптика / Д.В. Сивухин. – М. : Наука, 1980.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Глава 1. ВВЕДЕНИЕ В ГЕОМЕТРИЧЕСКУЮ И ВОЛНОВУЮ ОПТИКУ	5
1.1. Предмет оптики	5
1.2. Понятие о геометрической оптике	6
1.3. Обоснование законов геометрической оптики	9
1.4. Прохождение света и радиоволн через призмы и линзы	13
1.5. Полное внутреннее отражение	22
1.6. Распространение волн в неоднородных средах	27
1.7. Понятие о поляризации света и радиоволн	34
1.8. Формулы Френеля. Явление Брюстера	44
Глава 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ВОЛН	55
2.1. Общие сведения об интерференции света	55
2.2. Временная и пространственная когерентность волн	62
2.3. Интерференционная теория волноводов	72
2.4. Искусственные среды для радиоволн	78
2.5. Лабораторные методы наблюдения интерференции	82
2.6. Интерференция в тонких плёнках	89
2.7. Интерферометры	97
2.8. Многолучевая интерференция	103
2.9. Эффект Доплера и явление интерференции	110
2.10. Обобщенный эффект Доплера–Михельсона	118
2.11. Опыт Саньяка	125
Глава 3. ДИФРАКЦИЯ ВОЛН	128
3.1. Понятие о дифракции света. Принцип Гюйгенса–Френеля	128
3.2. Метод зон Френеля и доказательство прямолинейного распространения света с точки зрения волновой теории	130
3.3. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске	135
3.4. Зонные пластинки, работающие на отражение, и фокусировка волн	140
3.5. Зонные пластинки, работающие на прохождение, и фокусировка волн	145
3.6. Углубление метода зон Френеля	147
3.7. Строгая теория фокусировки волн	153
3.8. Фокусирующие и рассеивающие системы с переменным показателем преломления	165
3.9. Дифракция света от прямолинейного края непрозрачного экрана	173
3.10. Дифракция Фраунгофера на щели и управление дифракционной картиной	178
3.11. Дифракция Фраунгофера на трех щелях. Дифракционная решётка	186
3.12. Фазовые дифракционные решётки	197
3.13. Дифракция рентгеновского излучения	200
3.14. Дифракция света на неперриодических структурах. Принцип Бабинне	210
Глава 4. КРИСТАЛЛООПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ	212
4.1. Двойное лучепреломление и поляризация света при прохождении через кристалл исландского шпата	212

4.2. Оптическая анизотропия кристаллов. Эллипсоид диэлектрической проницаемости	215
4.3. Оптические свойства анизотропной среды. Лучевая и нормальная скорость волн	220
4.4. Распространение плоской линейно поляризованной волны в одноосном кристалле. Волновые поверхности для обыкновенной и необыкновенной волн	222
4.5. Искусственные анизотропные среды для сантиметровых электромагнитных волн	226
4.6. Искусственные двоякопреломляющие призмы для сантиметровых радиоволн	233
4.7. Построение Гюйгенса для различных случаев двойного лучепреломления на поверхности кристалла	238
4.8. Поляризационные двоякопреломляющие призмы для электромагнитных волн	246
4.9. Моделирование опытов Гюйгенса с двумя двоякопреломляющими кристаллами	250
4.10. Сложение двух когерентных волн с взаимно перпендикулярными линиями поляризации. Анализ поляризованного света и теория интерференции поляризованных волн в кристаллах	255
4.11. Свойства комбинации фазовых двоякопреломляющих пластинок и понятие о компенсаторах	276
4.12. Структура волн с круговой поляризацией и исследование их отражения от зеркала	289
4.13. Наблюдение интерференции поляризованного света и образование интерференционных коноскопических фигур	294
4.14. Взаимодействие двух когерентных волн с произвольной ориентацией их линий поляризации. Опыт Френеля и Араго	301
4.15. Взаимодействие двух когерентных волн с эллиптическими, круговыми или линейными поляризациями	311
4.16. Экспериментальное исследование анизотропных свойств модели одноосного кристалла	327
4.17. Исследование анизотропии отражения электромагнитных волн от модели одноосного кристалла	332
4.18. Искусственная оптическая анизотропия	342
4.19. Оптически активные вещества и магнитооптический эффект Фарадея	348
4.20. Опыт Фабри и Саньяка	355
Глава 5. ДИСПЕРСИЯ, ПОГЛОЩЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ ВОЛН	359
5.1. Дисперсия света и радиоволн	359
5.2. Поглощение волн	369
5.3. Рассеяние волн	372
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	376
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	377

Учебное издание

МОЛОТКОВ Николай Яковлевич,
ЛОМАКИНА Ольга Владимировна,
ЕГОРОВ Андрей Анатольевич

ОПТИКА И КВАЗИОПТИКА СВЧ

Учебное пособие

Редактор З.Г. Чернова
Инженер по компьютерному макетированию М.Н. Рыжкова

Подписано в печать 21.12.2009.
Формат 60 × 84/16. 22,09 усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ № 589

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14