Министерство образования и науки Российской Федерации

**Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический университет»**

Е.Н. Малыгин

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИЧЕСКИХ РАСЧЁТАХ

*Утверждено Учёным советом университета в
качестве учебного пособия для студентов,
обучающихся по направлению 240800 «Энерго- и ресурсосберегающие
процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии»,
специальности 240801 «Машины и аппараты химических производств»*

Тамбов
Издательство ГОУ ВПО ТГТУ
2010

УДК 67.05:519.711.3
ББК Л363
М20

Р е ц е н з е н т

Доктор технических наук, профессор
заведующий кафедрой компьютерного и математического моделирования
института математики, физики и информатики
Тамбовского государственного университета им. Г.Р. Державина

А.А. Арзамасцев

Доктор физико-математических наук, профессор
заведующий кафедрой распределённых вычислительных систем
ГОУ ВПО ТГТУ

С.М. Дзюба

Малыгин Е.Н.

М20 Математические методы в технических расчётах : учебное пособие / Е.Н. Малыгин. – Тамбов : Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 80 с. – 100 экз.
ISBN 978-5-8265-0949-4.

Рассмотрены методологические аспекты постановок задач в различных технических приложениях, применении математического моделирования технических объектов, теории оптимального управления, системного анализа, методов решения уравнений математических моделей.

Предназначено для учащихся магистратуры по направлению 240800 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии», специальности 240801 «Машины и аппараты химических производств», а также аспирантов, проводящих исследования в области оптимального проектирования и управления техническими объектами.

УДК 67.05:519.711.3
ББК Л363

ISBN 978-5-8265-0949-4

Учебное издание

МАЛЫГИН Евгений Николаевич

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИЧЕСКИХ РАСЧЁТАХ

Учебное пособие

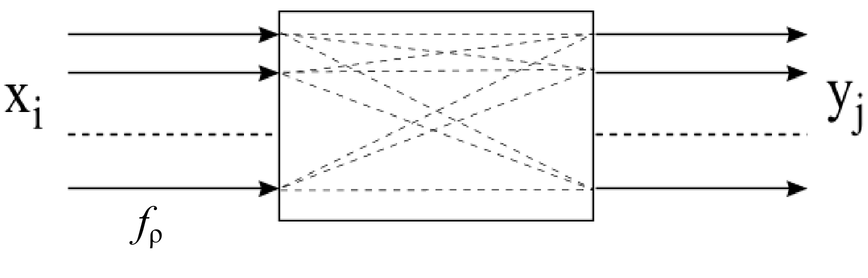
Редактор З.Г. Чернова
Инженер по компьютерному макетированию М.С. Анурьева

Подписано в печать 20.10.2010
Формат 60 × 84 /16. 4,65 усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ № 514.

Издательско-полиграфический центр ГОУ ВПО ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

Е.Н. Малыгин

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ТЕХНИЧЕСКИХ РАСЧЁТАХ



Тамбов
♦Издательство ГОУ ВПО ТГТУ♦
2010

ВВЕДЕНИЕ

Современный уровень создания технических систем требует от разработчика умения формулировать (ставить) задачу исследования и осуществлять разработку такой системы, которая отвечала бы высоким техническим показателям, должна быть экономически обоснована, конкурентноспособна на рынке аналогичной технической продукции.

Выполнение таких требований обязывает разработчика не только иметь быстродействующие системы исследования, разработки и выпуска технической системы, но и наличия двух-трёх, а может быть и более, вариантов аналогичного технического изделия, находящегося в различных стадиях разработки. Только в этом случае можно выдержать конкурентную борьбу на рынке.

Решение подобной задачи невозможно без использования современных достижений в области классической математики, математического моделирования, теории оптимального управления, системного анализа, современных информационных технологий и средств вычислительной техники.

При создании (проектировании) технической системы необходимы знания фундаментальных основ процессов, протекающих в объёме исследования, в тех прикладных областях, для которых разрабатывается техническая система. Без ясного и чёткого понимания процессов, которые протекают в технической системе её создание невозможно. Кроме этого, разработка технической системы должна отвечать требованиям минимума материалоёмкости и энергозатрат, заданным требованиям эксплуатационных характеристик, включая техническое обслуживание, и, наконец, утилизацию после выработки заданного срока эксплуатации.

Сократить время исследования и разработки технических систем в настоящее время можно только одним способом – уходом в область протекания технологических процессов в технической системе, представленных в форме математических отношений и реализуемых (решаемых) на быстродействующих средствах вычислительной техники. Другими словами, если время протекания конкретного процесса в технической системе составляет часы, то решение уравнения, описывающего такой процесс на компьютере, составляет доли секунды, т.е. анализ и синтез технической системы может осуществляться в другом, более скоротечном и удобном для разработчика временном масштабе.

Однако при этом разработчик должен иметь значительно большую «науковооружённость» и, в первую очередь, это касается использования математических методов общего и специального назначения, о которых ниже и пойдёт речь.

Анализ литературных источников позволяет сделать ряд выводов о некорректном применении классических и специальных математических методов при разработке и исследовании технических систем. В первую очередь это связано с неумением или нежеланием корректно осуществить постановку задачи исследования, а именно этот этап определяет, какие конструктивные и режимные характеристики объекта исследования подлежат определению, что является мерой оптимальности этих величин, какие процессы, протекающие в объекте исследования, необходимо учитывать, есть ли основания для описания таких процессов известными и проверенными зависимостями или есть необходимость изучения процессов на специальных лабораторных стендах, какие требования предъявляются к математической модели объекта исследования, которая в дальнейшем будет использоваться для поиска режимных и конструктивных характеристик объекта и т.д.

Естественно, что осуществить одномоментную постановку задачи чрезвычайно трудно, чаще всего невозможно. Поэтому процесс постановки является многоэтапным – от простейшего вербального до окончательно формализованного, когда исходная задача представлена в строгой математической форме, пригодной для её решения.

Зачастую в публикуемых работах предлагается математическая модель объекта исследования и не объясняется, для какой постановки задачи она пригодна, не уточняется область определения модели, её адекватность объекту исследования, а при тщательном анализе выявляется, что исследователь искажает понятие самого объекта исследования.

Если объект исследования (техническая система) достаточно сложен, то необходима декомпозиция поставленной задачи на систему взаимосвязанных задач, для которых также необходимы постановки задачи, выбор метода её решения и обоснование сходимости решения системы локальных задач к решению глобальной (исходной) задачи.

Современное состояние теории оптимального управления и средств вычислительной техники позволяет осуществлять постановку задач в экстремальной форме, что позволяет исследователю находить единственное, лучшее в смысле выбранного критерия оптимальности, решение.

Представление задачи исследования и проектирования технической системы в экстремальной форме позволяет получать минимальные затраты сырья, материалов на изготовление технической системы, энергетических ресурсов на её эксплуатацию, предельно точно обеспечивать выполнение технологического регламента при функционировании и обслуживании технической системы.

Подобный подход правомерен, если в конкретной прикладной области есть необходимый минимум знаний для построения математической модели объекта исследования для конкретной постановки задачи. Однако такая ситуация бывает далеко не всегда. Может быть так, что отдельные процессы в объекте исследования недостаточно изучены и не могут быть с требуемой для практики точностью формализованы, т.е. описаны в математической форме. При этом появляются специфические особенности постановки таких задач и методов их решения. В этом случае постановка задачи изменяется – в алгоритм её решения вводится лицо, принимающее решение (ЛПР), т.е. эксперт, который компенсирует отсутствие необходимых для решения задачи знаний. В этом случае мы говорим об интеллектуальной системе поддержки принятия решения. Получаемое при этом решение носит условно-оптимальный характер.

Далее будут рассмотрены этапы постановки и решения задач в технической сфере с использованием классических и специальных математических методов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Современное состояние разработки и исследования технических систем невозможно без использования классических и специальных математических методов. Суть применения математических методов заключается в упорядоченном использовании современных достижений в области системного анализа, математического моделирования, теории оптимального управления, методов решения уравнений математических моделей технических объектов, современных информационных технологий и средств вычислительной техники.

Принципы, на которых базируется применение математических методов при разработке и исследовании технических систем, заключается в следующем:

- декомпозиция исходной задачи на систему взаимосвязанных задач с применением в дальнейшем методов системного анализа;
- применение методов математического моделирования для описания процессов в технических системах;
- применение теории оптимального управления и имитационного моделирования на завершающем этапе исследования;
- применение современного информационного обеспечения и средств вычислительной техники для реализации решения задач разработки и исследования технических систем.

Применение указанных выше принципов при разработке и исследовании технической системы в конкретной прикладной области даёт возможность на современном уровне проводить как изучение поведения процессов в объекте исследования при различном его конструктивном оформлении, так и определять его оптимальные режимные и конструктивные характеристики.

1.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Любое творческое начало в деятельности человека в любой сфере его деятельности должно начинаться с определения целей исследования и способов их достижения. Чем яснее и чётче исследователь ведёт себя на этом этапе, тем качественнее получаемые результаты и меньше вероятность получения неточных, а зачастую ошибочных результатов.

Цель исследования и способ её достижения формулируется в постановке задачи исследования. Очевидно, что одномоментно сформулировать постановку задачи невозможно. Вначале постановка задачи формулируется в простейшем варианте, далее происходит уточнение различных факторов, определяющих решение задачи, анализ имеющихся статистических данных, принятие допущений и т.п.

Однако даже формулировка задачи в простейшей вербальной форме требует от исследователя мобилизации всех знаний, используемых в дальнейшем для решения поставленной задачи. Словесная (вербальная) постановка задачи может звучать так: «… необходимо разработать техническую систему для реализации технологического регламента (системы технологических процессов) так, чтобы обеспечивались заданная производительность, качество производимой продукции, удобство эксплуатации, безопасность для окружающей среды и обслуживающего персонала, минимальные капитальные, эксплуатационные расходы и себестоимость получаемой продукции. При этом процесс исследования, проектирования, монтажа и выхода на проектную мощность не должен превышать заданных сроков».

Так может формулироваться постановка задачи на её начальной стадии. Далее требуется уточнять, что представляет собой технологический процесс, который будет реализован в технической системе, насколько он отвечает тем знаниям в конкретной предметной области, на основании которых можно будет получить желаемые результаты, какие будут приняты допущения, в каком виде будут представлены конструктивные и режимные характеристики технической системы, обеспечивающие наилучшее протекание технологического процесса, в каких интервалах будет осуществляться поиск конструктивных и режимных характеристик технической системы, как будут оцениваться капитальные и эксплуатационные затраты, какие методы будут применяться при решении поставленной задачи и т.п.

Так, например, варьируемые (искомые) величины x_i обосновываются при постановке задачи. Из условий физической реализуемости они ограничиваются минимальными и максимальными значениями:

$$x_{\min} \le x_i \le x_{i\max} .$$

Границы интервала задаются исследователем. Чем уже интервал $[x_{\min}, x_{\max}]$, тем проще найти оптимальное значение $x_i^{\text{опт}}$. Однако при уменьшении интервала может возникнуть следующая ситуация, когда $x_i^{\text{опт}} > x_{i\max}$ или $x_i^{\text{опт}} < x_{i\min}$ т.е. $x_i^{\text{опт}}$ будет находиться вне заданного исследователем интервала. В этом случае истинное значение $x_i^{\text{опт}}$ не будет найдено, а вместо него будет получена одна из границ интервала. Из приведённого выше примера ясно, насколько важна роль исследователя при задании границ применения искомых параметров.

Если рассматривать решение задачи проектирования «с конца», то завершающей стадией получения проектных решений будут средства вычислительной техники – компьютер. Представить информацию для компьютера можно только в строгой математической формулировке, т.е. задача должна быть формализована. Это формализованное математическое представление решаемой задачи и будет завершающим этапом постановки задачи, когда процесс сбора, анализа и представления информации завершён и можно начинать собственно вычислительные операции.

Этапу окончательной постановки задачи предшествует этап разработки математической модели объекта исследования, когда в соответствии с постановкой задачи осуществляется формализация процессов, протекающих в объекте с требуемой для практического использования точностью.

Последнее предопределяет адекватность математической модели исследуемому объекту в области её использования (определения) в соответствии с постановкой задачи.

Отсюда следует важный вывод – применение компьютера до окончательной постановки задачи в формализованном виде не требуется. Исключением является этап реализации метода решения уравнений математической модели и проверки её адекватности.

До окончательной постановки задачи действия исследователя должны быть сосредоточены на анализе постановки задачи исследования, обосновании искомых параметров объекта, допущениях, которые принимает исследователь, изучении процессов, протекающих в объекте, выбора метода их описания и на основании этого разработке адекватной модели объекта. На этих этапах исследователь должен максимально мобилизовать свои мыслительные способности и отдавать себе отчёт в том, что компьютер позволяет только ускорить процесс принятия решения по той программе, которую заложит в него исследователь.

Ещё один вывод, который можно сделать, заключается в том, что постановка задачи однозначно определяет структуру математической модели и область её определения. Другими словами, постановка задачи является техническим заданием на разработку математической модели объекта.

Иногда на этом этапе исследователю требуются дополнительные экспериментальные данные, дополнительные исследования, статистическая информация, которые на начальном этапе постановки задачи были неочевидны. Следует отметить, что большинство статистических данных есть не что иное, как результаты эксперимента на реальном, физически существующем объекте при определённых условиях проведения эксперимента. Процесс постановки задачи исследования завершается тогда, когда можно в окончательном варианте осуществить запись решаемой задачи в формализованном виде, т.е. в форме математических выражений.

Таким образом, постановка задачи исследования сводится к процедуре последовательного уточнения формулировки задачи до тех пор, пока задачу можно будет решать. Можно сделать вывод о целесообразности осуществлять постановку задачи в терминах теории оптимального управления, т.е. в терминах экстремальных задач. В этом случае научно-исследовательская задача в любой предметной области может быть сведена к следующей постановке:

- необходимо найти такие варьируемые параметры, чтобы критерий оптимальности (зависящий от этих параметров) достигал своего экстремума (максимума или минимума) при ограничениях в форме равенств и неравенств.

Под выражением «равенства и неравенства» будем понимать совокупность уравнений (алгебраических, дифференциальных с обыкновенными или частными производными, интегральных, логических условий и т.п.), описывающих объект исследования при принятых исследователем допущениях, а также неравенств, ограничивающих интервально, как варьируемые переменные, так и ряд переменных, входящих в уравнения.

Совокупность (система) уравнений и неравенств позволяет получить математическую модель объекта исследования и область её определения, т.е. границы использования модели, в которых математическая модель описывает исследуемый объект с достаточной для практики точностью.

Наличие математической модели объекта позволяет осуществлять имитацию различных условий функционирования объекта, используя математические методы решения уравнений модели и средства современной вычислительной техники. При исследовании и проектировании технических систем уравнения математических моделей, как правило, носят нелинейный характер, имеют высокую размерность, т.е. получение аналитического решения возможно только в простейших случаях. Чаще всего для решения уравнений математической модели используют различные модификации численных методов (методы Эйлера, Кунге-Кутта, разностные схемы).

Часто математическая модель в окончательной постановке задачи используется только для имитационного моделирования, задача оптимизации при этом не решается. Суть имитационного моделирования заключается в исследовании различных характеристик процессов, протекающих в объекте, с целью выявления новых или уточнения ряда известных характеристик, не нашедших до настоящего времени отражения в конкретной предметной области.

Применение методов математического моделирования исследуемых объектов позволяет существенно сократить время, за которое могут быть получены результаты математического моделирования по сравнению с физическим, так как процессы анализа ведутся в другом временном масштабе. И масштаб этот определяется быстродействием средств вычислительной техники.

Кроме того математическое моделирование не требует экономических затрат на проведение эксперементальных исследований на реально существующем объекте.

Естественно, что такие рассуждения будут правомерны при условии, что математическая модель адекватна исследуемому объекту в рамках условий физической реализуемости (области применения математической модели), для конкретно поставленной задачи.

Следует также отметить, что применение математических методов и, в частности, метода математического моделирования требуют от исследователя большого объёма знаний как о процессах, протекающих в объекте исследования, так и о собственно математических и инструментальных методах.

Таким образом, в границах области определения, используя математическую модель исследуемого объекта, можно осуществлять имитацию реальных процессов, протекающих в объекте, задавая при этом различные сочетания искомых величин.

Упорядочивание имитационных процессов осуществляется с помощью теории оптимального управления, когда ставится цель получения самого лучшего, оптимального решения поставленной задачи.

Суть применения оптимального управления заключается в следующем: с помощью математической модели исследователь вычисляет значение критерия оптимальности в некоторой заранее заданной им точке пространства искомых величин, определяется направление движения к экстремуму критерия и в этом направлении делается рабочий шаг, вычисляется новое значение критерия оптимальности, и процедура повторяется до достижения экстремального значения критерия. Таким образом, выполняется принцип оптимальности Беллмана: независимо от того, как Вы попали в данную точку пространства (искомых, исследуемых величин), дальнейшее движение должно осуществляться по оптимальной траектории.

Учитывая сказанное выше, структура исследований с применением математических методов, может быть представлена блок-схемой, рис. 1.

Постановка задачи исследования является определяющим этапом в исследовании и, в частности, применении математических и инструментальных методов в исследованиях технического характера.

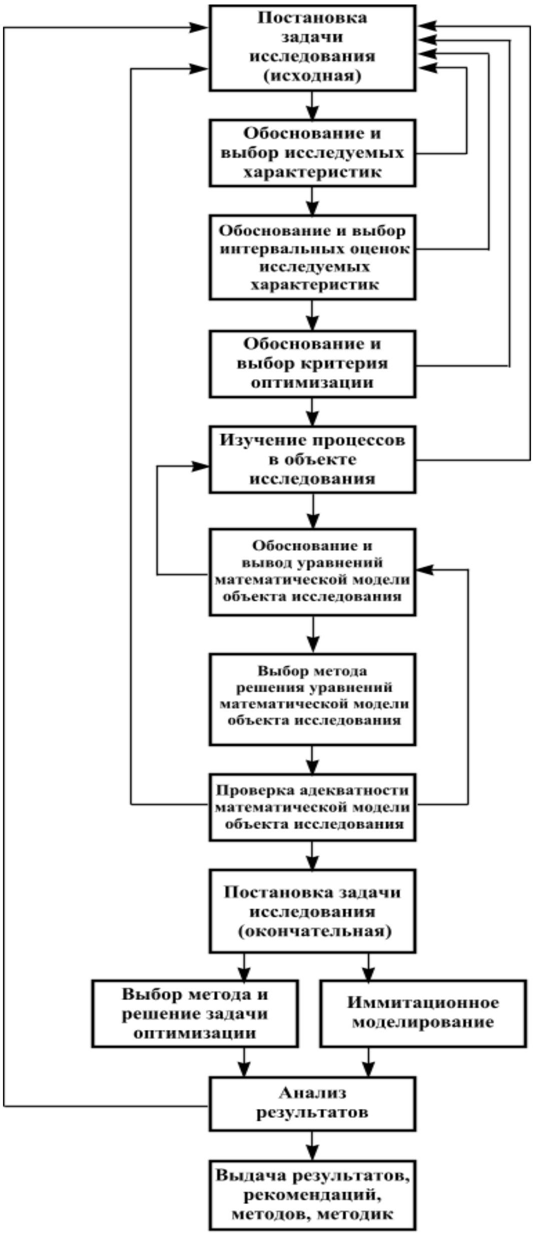


Рис. 1. Блок-схема исследований с применением математических методов

Процесс реализации постановки задачи в соответствии с блок-схемой уточняется, обрастает деталями вплоть до завершения идентификации математической модели исследуемого объекта и проверки её адекватности. Следует отметить, что нередко в опубликованных исследованиях как раз такого раздела методологии применения математических методов и не хватает. Иногда только в конце проводимой работы удаётся осмыслить, что хотел сделать автор и насколько корректно он это делает.

Поэтому постановка задачи обязательна, многоэтапна, в значительной степени определяет все последующие действия, в частности, какая должна быть математическая модель объекта, какова её область определения, какие математические методы используются для решения уравнений модели, какие методы используются для поиска оптимального решения поставленной задачи, какие цели ставятся при имитационном моделировании.

Наиболее распространенная ошибка исследователя заключается в следующем: «предложена математическая модель…», и ни слова о том, для каких целей эта модель используется, какова её область определения, адекватна ли она объекту исследования и что из себя представляет этот объект, какие процессы в нём протекают, почему некоторые процессы не отражены в математической модели и т.п.

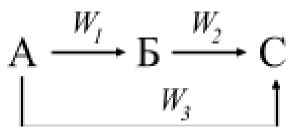
Совершенно ясно, что в такой ситуации какие-либо действия с использованием математического моделирования приводят, мягко выражаясь, к некорректным результатам, а часто и просто к ошибкам.

Ситуация применения математических методов осложняется тем, что все исследователи хотят быть на современном уровне использования как средств вычислительной техники и специализированных программных средств, так и собственно математических методов: теории математического моделирования, решения экстремальных задач, теории системного анализа. Если к этому добавить знания в прикладной области, то вырисовывается картина, которая не по силам каждому исследователю.

Введём понятие жизненного цикла формирования постановки задачи исследования, который может быть представлен в виде рис. 2.

Следование жизненному циклу формирования постановки задачи исследования (проектирования) позволяет целенаправленно следовать этапам постановки задачи, создавать адекватные математические модели объекта исследования и избегать ошибок и неточностей.

В качестве иллюстрации формирования постановки задачи исследования приведём оценку теоретически возможного выхода целевого продукта в трубчатом реакторе с последовательно-параллельным кинетическим механизмом:



где А, Б, С – реагенты; W_1, W_2, W_3 – скорости химических реакций по маршрутам кинетического механизма; А – сырьё; С – побочный продукт; Б – целевой продукт.

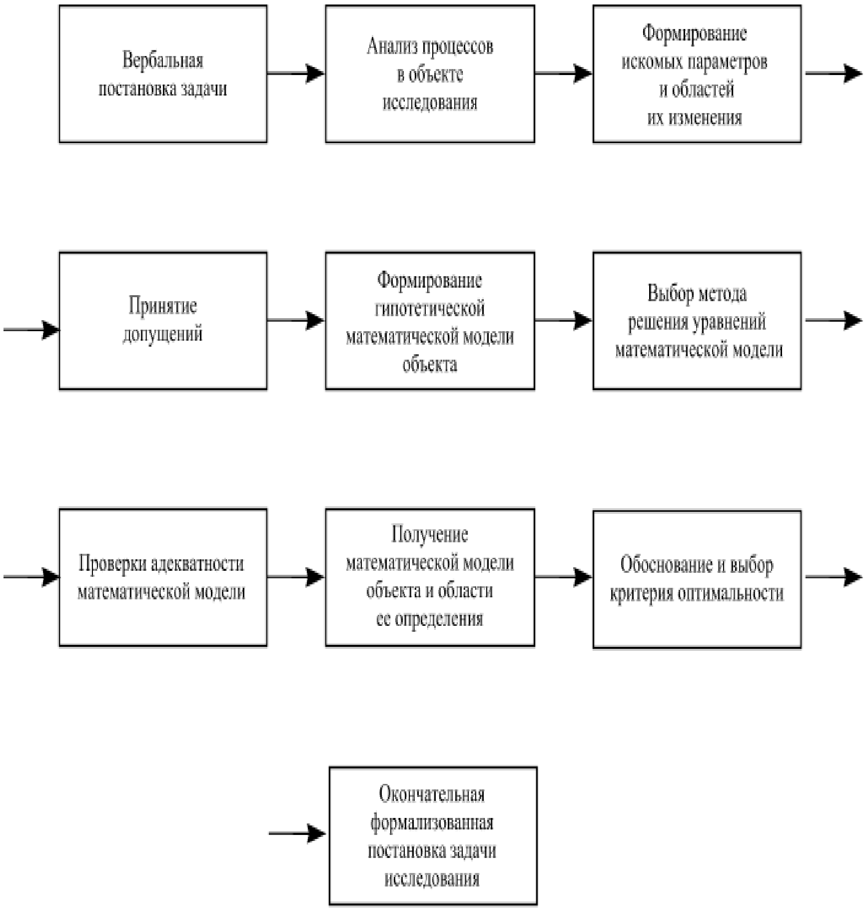


Рис. 2. Жизненный цикл формирования постановки задачи исследования

Вербальная постановка рассматриваемой задачи имеет следующий вид:

- «… для заданного кинетического механизма необходимо найти максимальный, теоретически возможный выход целевого продукта в трубчатом реакторе».

Формализованная постановка задачи будет выглядеть так:

- «… необходимо найти такие $C_{A0}, G, T(l), L, d$, что критерий оптимальности $C_Б(L)[C_{A0}, G, T(l), L, d]$ достигает максимума при выполнении условий:

$$\frac{dC_A(l)}{dl} = -\frac{SF}{G}(W_1 + W_3);$$

$$\frac{dC_Б(l)}{dl} = \frac{SF}{G}(W_1 - W_2);$$

$$C_A(0) = C_{A0};\ \ C_Б(0) = 0;\ \ 0 \le l \le L;$$

$$T_{\min} \le T(l) \le T_{\max};\ \ C_{A0\min} \le C_{A0} \le C_{A0\max}; \qquad (1)$$

$$G_{\min} \le G \le G_{\max};\ \ d \in \{d_n\},\ \ n = \overline{1,m};$$

$$W_1 = K_1 \frac{C_Б^{\nu}}{1 + bC_A^{c}};\ \ W_2 = K_2 C_A;\ \ W_3 = K_3 \frac{C_Б^{\gamma}}{1 + bC_A^{c}};$$

$$K_i = K_{i0} \exp\left(\frac{-E_i}{RT}\right),\ \ i = \overline{1,3}.$$

где $C_A, C_Б$ – концентрация сырья и целевого продукта; W_1, W_2, W_3 – скорости химических реакций, $i = \overline{1,3}$; L – длина реакционной зоны; d – диаметр трубки; S – удельная поверхность катализатора; F – площадь поперечного сечения трубки; G – расход сырья; T – температура; c, γ, ν –стехиометрические коэффициенты; K_{i0} – предэкспоненциальный множитель; E_i – энергия активации i-й реакции; R – универсальная газовая постоянная; b – константа.

Система (1) – математическая модель трубчатого реактора для постановки задачи поиска максимального, теоретически возможного выхода целевого продукта в трубчатом реакторе.

Рассмотренная задача является вариационной задачей, так как в число аргументов критерия оптимизации входит функция – зависимость температуры от длины реакционной зоны $T(l)$.

Далее рассмотрим различные постановки проектирования трубчатого реактора и методы их решения.

2. ДЕКОМПОЗИЦИЯ ГЛОБАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Постановка и решение достаточно сложных задач исследования и проектирования технической системы осуществляется с применением метода декомпозиции и использования в дальнейшем методологии системного анализа.

Процесс декомпозиции основан на разделении исходной (глобальной) задачи исследования на множество взаимосвязанных локальных задач, совместное решение которых должно обеспечивать экстремальное значение критерия оптимальности глобальной задачи.

Декомпозиция глобальной задачи целиком зависит от исследователя, основывается на опыте предшественников, функциональной завершённости получаемых в результате декомпозиции задач, наличия исполнителей и ряда других факторов.

При декомпозиции не следует «мельчить», каждая локальная задача должна быть логически обоснована и на стадии решения каждой задачи результат должен быть функционально обоснованным. Например, при декомпозиции ёмкостного аппарата целесообразно выделить следующие локальные задачи: расчёт рабочего объёма аппарата, расчёт теплообменных устройств, расчёт перемешивающего устройства, привода, прочностные расчёты элементов аппарата и т.п.

При этом каждая из рассмотренных задач может быть поставлена как экстремальная, однако на входе каждой задачи будет фиксированный сигнал (сигналы), значение которого нужно будет всегда учитывать при решении экстремальной задачи. Этот сигнал передаёт информацию о том, что решаемая задача является зависимой от других задач системы. Наиболее наглядно этот факт просматривается в системе задач, получаемых после декомпозиции, когда её результат представлен в виде иерархической многоуровневой системы.

Рассмотрим задачу проектирования ёмкостного аппарата с перемешивающим устройством.

Так на рис. 3 стрелкой вверх ↑ обозначается информационный сигнал, который содержит результаты решения задач нижнего уровня.

Стрелка вниз ↓ обозначает координирующий сигнал, который вырабатывается на верхнем уровне для каждой из задач нижнего уровня. Задачи нижнего уровня непосредственно между собой не связаны. «Увязка» результатов решения задач нижнего уровня как раз и осуществляется заданием координирующих сигналов, величина которых выбирается на верхнем уровне, исходя из экстремума критерия оптимальности глобальной задачи. Итерационный процесс решения задач нижнего уровня и вычисления значения глобального критерия на верхнем уровне завершается, когда на двух соседних итерациях результаты решения задач нижнего уровня не будут отличаться друг от друга на небольшую положительную, заранее заданную величину, называемую точностью проведения расчёта.

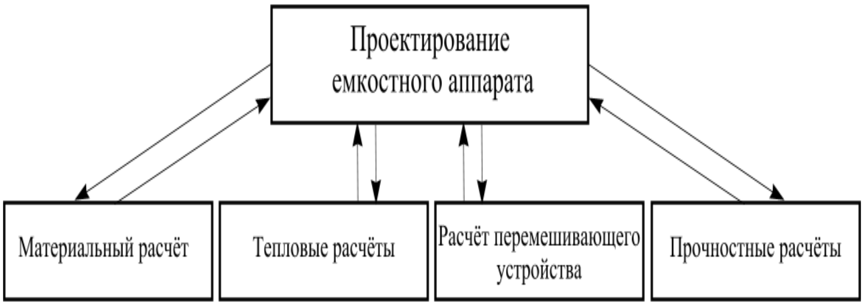


Рис. 3. Иерархия проведения расчётных работ при проектировании емкостного аппарата

Часто декомпозицию приходится уточнять, «укрупняя» или наоборот «уменьшая» локальные задачи системы. Во всех ситуациях эти функции лежат на исследователе (проектировщике), который выполняет роль системного аналитика.

Результаты декомпозиции задачи создания многоассортиментного малотоннажного производства красителей, полупродуктов, добавок к полимерным материалам, синтетических душистых веществ, лекарственных препаратов и т.п. приведён на рис. 4.

Следует отметить, что правомерность декомпозиции не может быть получена путём строгого доказательства. Доказательством правомерности принятой декомпозиции является получение согласованных между собой решений локальных задач системы, обеспечивающих экстремальное значение глобального критерия оптимизации.

Совершенно не обязательно, что все локальные задачи системы, получаемой после декомпозиции, будут поставлены в форме экстремальных задач.

Ещё раз подчеркивая, что декомпозиция полностью определяется исследователем, можно предположить о наличии задач, которые при подаче на её вход исходных данных однозначно выдают конечный результат.

Так же не обязательно получать после декомпозиции систему задач в виде многоуровневой иерархической системы. Система задач может быть представлена в форме блок-схемы. В качестве примера можно привести блок-схему на рис. 1.

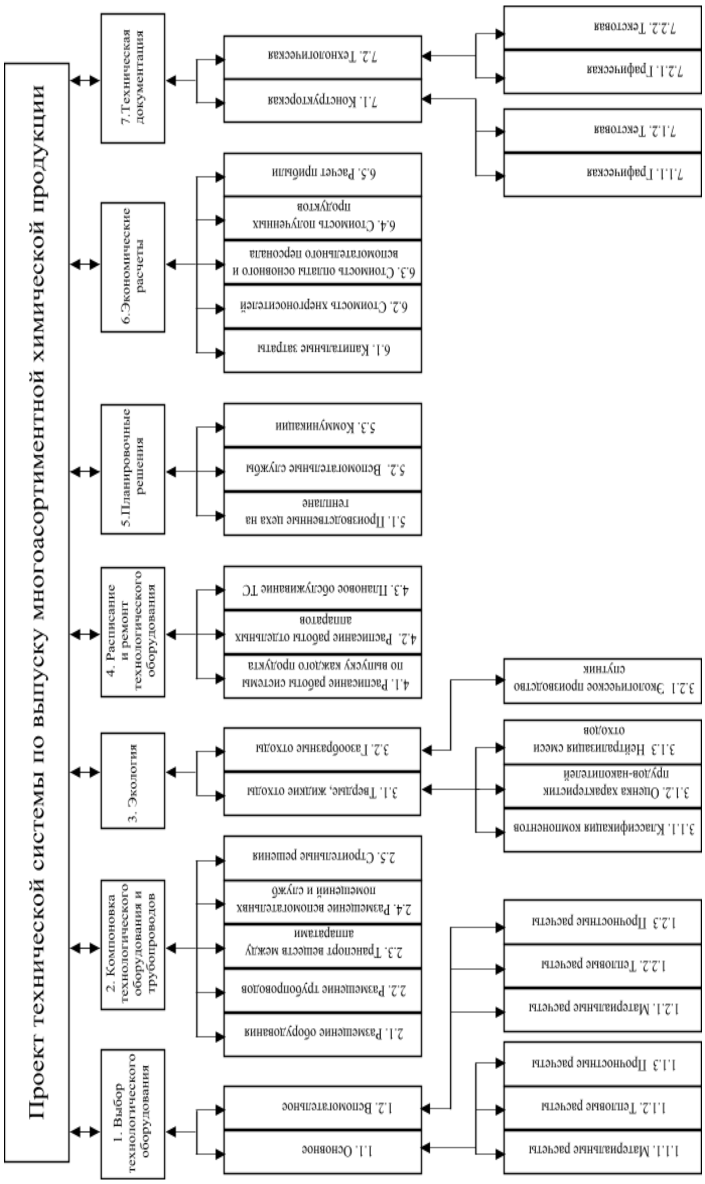


Рис. 4. Иерархическая многоуровневая система проектирования (исследования) многоассортиментных химических производств

Таким образом, после декомпозиции глобальной задачи исследователь получает систему взаимосвязанных локальных задач, для каждой из которых нужно определить искомые параметры, интервальные оценки их применения, построить математическую модель локального объекта исследования, адекватную этому объекту, осуществить формализованную постановку задачи исследования, выбрать метод и осуществить её решение.

3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

3.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Этому разделу предшествует постановка задачи исследования объекта, анализ входных и выходных координат и их интервальных оценок, а также методика оценки численных значений выходных координат.

Итак, исследователю известно, какие входные координаты объекта исследования он будет изменять (варьировать) и в каких пределах, а также какие выходные координаты будут зависеть от изменения выходных.

Кроме этого исследователю известно, как он будет оценивать интересующую его по постановке задачи исследования совокупность выходных координат численно, используя критерий оптимальности.

Рассмотрим более подробно этап построения математической модели объекта исследования.

Для проведения исследований на объекте необходимо установить связь между входом и выходом объекта, т.е.

$$\overline{y} = F(\overline{x}),$$

где $\overline{y} = \{y_1, y_2, ..., y_n\}$, $\overline{x} = \{x_1, x_2, ..., x_m\}$, $\overline{F} = \{f_1, f_2, ..., f_k\}$ – множество входных, выходных координат объекта исследования и множество операторов, отображающих входную величину объекта в выходную, соответственно; $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$, $g = \overline{1,k}$; *n, m, k* – число выходных, входных координат объекта и операторов, связывающих эти координаты.

Функционально это можно представить в виде рис. 5.

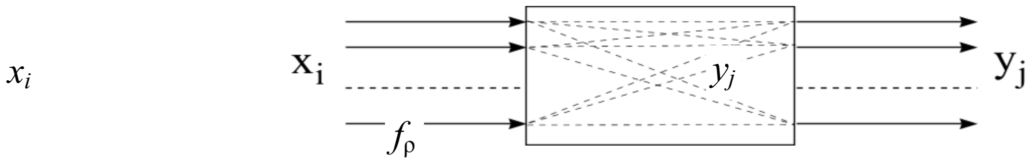


Рис. 5. Математическая модель объекта

Следует отметить, что входные, выходные координаты объекта исследователь выбирает сам, следуя постановке задачи исследования. Он же устанавливает способ вычисления выходных координат по входным в зависимости от природы протекающих в объекте исследования процессов, т.е. от вида оператора *F*. При этом возможны следующие ситуации:

- объект исследования существует физически с рабочими разме-рами;
- объект исследования существует физически с уменьшенными размерами;
- объект исследования заменяется совокупностью формализованных описаний процессов, протекающих в объекте, в форме математических выражений.

Таким образом, в первых двух подходах осуществляется физическое моделирование различных ситуаций на реальном объекте или его уменьшенной физической модели, а в третьем – исследование осуществляется по математической модели путём изменения начальных условий уравнений модели, коэффициентов уравнений, вида уравнений и т.д.

В общем случае оператор *F* может иметь вид алгебраических, дифференциальных, интегральных математических форм, быть непрерывным, принимать дискретные значения, быть кусочно-постоянным, логическим и т.п. Вид, структура, коэффициенты оператора *F* полностью определяются, с одной стороны, глубиной проработки процессов, протекающих в объекте исследования; с другой, постановкой задачи исследования, когда исследователь, принимая те или иные допущения, решает, насколько точно нужно описывать каждый процесс и нужно ли его учитывать вообще.

Применительно к химической технологии при построении математической модели технологического оборудования, такие допущения как режимы идеального вытеснения или смешения, турбулентность или ламинарность потоков, отсутствие фазовых переходов, кинетическая или диффузионная область протекания процессов и другие, коренным образом меняют вид математической модели объекта. Обоснованность принятых допущений упрощает математическую модель не искажая постановку задачи исследования.

Все три подхода к формированию оператора *F* объединяет следующий факт – поведение объекта в задаваемых исследователем интервалах изменения входных величин должно с заданной для поставленной задачи точностью осуществлять воспроизведение выходных координат. В этом случае оператор *F* будет адекватен исследуемому объекту с приемлемой точностью для конкретно поставленной задачи и будет являться модельным представлением объекта исследования.

Из сказанного выше следует вывод – моделирование объекта исследования осуществляется в двух направлениях: физическое моделирование и математическое.

При физическом моделировании осуществляется воспроизведение объекта исследования в полной мере (первый подход формирования оператора *F*) или на «уменьшенной» подобной модели (второй подход формирования оператора *F*). Оба подхода наглядны, характеризуются достаточной точностью воспроизведения объекта исследования, однако при втором подходе требуется доказательство подобия модели и объекта в рамках поставленной задачи. Физическое моделирование достаточно затратно, так как требуется выполнение всех нормативов, отнесённых к реальным объектам – затраты материалов, сырья, энергии, обслуживание и ремонт, выполнение правил техники безопасности и т.п.

Особо следует подчеркнуть, что протекание процессов в физических моделях осуществляется в том же временном масштабе, как и процессы в реальном объекте исследования.

Основной отличительной чертой математического моделирования является перевод моделируемых в объекте исследования процессов в другое временное пространство, где скорость протекания реальных процессов в объекте исследования соизмерима со скоростью решения математических форм (уравнений, неравенств, логических условий и т.п.), составляющих математическую модель объекта.

Следует отметить, что при математическом моделировании объектов исследования так же, как и при втором подходе к формированию оператора F, требуется специальное доказательство (адекватность, область определения математической модели) правомерности такого подхода.

Уход в другое временное пространство и, как следствие, получение значительного количества «свободного» времени, которое исследователь использует для анализа различных ситуаций по режимному и конструктивному оформлению протекания процессов в технической системе является основным достоинством метода математического моделирования. Кроме этого, применение математического моделирования не требует материальных, сырьевых, энергетических затрат, как это бывает при реализации (физическом моделировании) процессов в объекте исследования.

И вот тут встаёт вопрос – если всё так хорошо при реализации метода математического моделирования, почему этот метод применяется в полной мере не так уж часто, почему при применении этого метода выявляется множество некорректных действий исследователя и почему результаты, получаемые с «благими» намерениями, зачастую являются ошибочными.

Выясняется следующая ситуация. Ответ на перечисленные выше вопросы прост и однозначен – у исследователя нет необходимых для применения метода математического моделирования знаний (всех или части). Ситуация осложняется ещё и тем, что глубина проработки кинетических закономерностей процессов в объекте исследования в конкретной прикладной области для конкретной постановки задачи может быть недостаточной или отсутствовать вообще. В этом случае этап построения математической модели объекта совмещается с изучением (уточнением) кинетических закономерностей процессов, протекающих в объекте – кинетического механизма, выражений для скоростей протекания процессов по маршрутам кинетического механизма, в которые в явной форме входят режимные и конструктивные характеристики исследуемой (проектируемой) технической системы. В идеале в кинетические уравнения должны входить только режимные характеристики. Примером тому может служить химия, где в соответствии с законом действующих масс и уравнением Аррениуса скорость химической реакции зависит только от температуры и концентрации реагентов и инвариантна к конструкции технологического оборудования.

В ряде других прикладных областей оценку кинетических процессов, протекающих в объекте исследования, осуществляют на экспериментальных установках с фиксированными конструктивными характеристиками, которые в явной или неявной форме входят в кинетические уравнения. Естественно, что такие кинетические выражения сужают область определения разрабатываемой математической модели и должны чётко отслеживаться исследователем.

Следует отметить, что процесс построения математической модели объекта исследования наиболее трудоёмок и ответственен при исследовании и проектировании технических систем. Именно на этом этапе исследователем допускаются просчёты, которые могут существенно исказить искомые характеристики технической системы.

Построение математической модели начинается с анализа процессов, протекающих в объекте исследования (проектирования). А прежде чем анализировать процессы, нужно установить, что из себя представляет объект исследования. Применительно к химической технологии в качестве объектов исследования и проектирования можно выделить химико-технологическую систему (ХТС) – совокупность стадий, аппаратов, маршрутов передачи веществ между аппаратами; пространственное размещение аппаратов, трубопроводов, средств транспортировки веществ между аппаратами ХТС, вспомогательных служб в производственном помещении; размещение цехов и коммуникаций на генплане предприятия; расписание работы технологического оборудования с учётом графика планово-предупредительных ремонтов и др. Будем в дальнейшем такие объекты называть макрообъектами, а их математические модели – макромоделями. В отличие от макромоделей в химической технологии микромодели описывают (моделируют) поля определяющих параметров технологического оборудования, т.е. распределения температур, концентраций, давлений, скоростей, напряжений по пространственным координатам рабочих зон, узлов, отдельных элементов оборудования и во времени.

При разработке микромоделей объектов химической технологии описание процессов, протекающих в объекте, осуществляется с использованием кинетических закономерностей, которые отражены для химических превращений в законе действующих масс и законе Аррениуса, теплопередачи в уравнении Фурье-Кирхгофа, движении сред в уравнении Навье-Стокса, распределении нагрузок на элементах оборудования в законе Пуассона и т.д.

Подобная классификация объектов химической технологии и соответствующим им математическим моделям целесообразна, так как в каждом классе есть свои специфические особенности. Так полноценная микромодель для объектов химической технологии представляется в виде нестационарной системы уравнений в частных производных, решение которой может иметь серьёзные трудности. При принятии обоснованных по постановке задачи допущений микромодель объекта исследования может быть сведена к стационарному виду, частные производные заменятся обыкновенными, а в некоторых случаях микромодель будет представлена даже в виде системы алгебраических уравнений.

Микрообъекты химической технологии – это оборудование ХТС, расчёт конструктивных и режимных характеристик в которых ведётся с использованием кинетики химических превращений, массо- и теплообмена, гидродинамики движения сред, нагруженности элементов оборудования. Перечисленные выше расчёты ведутся для отдельно взятого аппарата ХТС, исходя из постановок конкретных задач для данного вида оборудования. При этом находятся все режимные и все конструктивные параметры аппарата, кроме определяющего геометрического размера – рабочей поверхности или рабочего объема (в зависимости от типа аппарата).

Нахождение определяющих геометрических размеров аппаратов, входящих в ХТС, осуществляется при решении макрозадачи – выбора основного технологического оборудования, (см. рис. 4). При решении этой задачи кроме определяющих геометрических размеров находятся число стадий ХТС, число аппаратов на каждой стадии, размер партии продукта и время её обработки на каждой стадии, время выпуска каждого вида продукции (для многоассортиментных производств) и ряд других характеристик.

Таким образом, благодаря введённой классификации исследователь (проектировщик, конструктор) имеет дело с двумя видами технологических систем – макро- и микросистемами.

В микросистему входит отдельно взятый аппарат с протекающими в нём процессами и элементы аппарата – узлы, детали. В макросистему входят совокупности технологических аппаратов, технологических коммуникаций, совокупность основных производственных единиц (цехов) и вспомогательных (склады, внешние магистрали, службы отопления, освещения, вентиляции, контрольно-измерительной техники и т.п.). В макросистеме протекают свои свойственные конкретному макрообъекту макропроцессы, без знания которых невозможно определить оптимальные конструктивные и режимные характеристики таких систем.

Если в микросистемах понятие процессов, протекающих в объекте исследования (проектирования, конструирования) и их микрокинетических закономерностей являются достаточно устоявшимися, то в макросистемах химико-технологического профиля подобные представления являются нечёткими, а зачастую просто отсутствуют.

Отсюда некорректные постановки задач разработки таких макросистем, некорректные математические модели, исследование которых приводит к некорректным, а иногда и ошибочным результатам, достаточно вольная, плохо обоснованная терминология.

Из сказанного выше следует вывод: разработка технической системы в любой прикладной области (для нас – химическая технология) сводится к поиску режимных и конструктивных характеристик объекта исследования (проектирования, конструирования) на основании анализа протекающих в объекте процессов, описание которых осуществляется на основе их кинетических закономерностей. И это не зависит от того, является ли техническая система микро- или макросистемой. Конкретный набор режимных и конструктивных характеристик технической системы определяется постановкой задачи. Постановка задачи определяет объект исследования и его математическую модель, адекватную объекту в области определения, устанавливаемой опять же постановкой задачи исследования (проектирования, конструирования).

Если проектировщик (конструктор, исследователь) будет придерживаться такой методологии и применять современные достижения в области теории оптимального управления, системного анализа, математического моделирования, информационных технологий и средств вычислительной техники, то успех ему гарантирован (при условии, что он обладает такими знаниями).

Теперь рассмотрим ситуацию, когда поставленная (в вербальной форме) задача трудноречаема и её нужно декомпозировать на систему взаимосвязанных локальных задач. В этом случае исследователь ограничивается тем, что исходный объект исследования заменяется системой локальных объектов (в соответствии с проведённой декомпозицией), формирует критерий оптимальности исходной (глобальной) задачи и приступает к постановке локальных задач и дальнейшим действиям в соответствии с изложенной выше методикой до того момента, как будут окончательно поставлены все локальные задачи полученной системы и появится возможность приступить как к непосредственному решению локальных задач, так и согласованию этих решений, доставляющее экстремум критерию оптимальности глобальной задачи. Методы решения локальных задач, поставленных в экстремальной форме и вопросы согласования этих решений будут рассмотрены ниже, а пока вернёмся к вопросам построения математических моделей объектов исследования.

3.2. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Из приведённых выше рассуждений следуют два вывода - математическая модель объекта должна строго соответствовать постановке задачи исследования и основой математической модели являются процессы, протекающие в объекте и представленные в виде формализованных кинетических характеристик.

Рассмотрим методы построения математических моделей объектов исследования. В зависимости от постановки задачи исследования в математической модели могут быть представлены все процессы, протекающие в объекте (случай 1), часть процессов (случай 2) и ни одного процесса (случай 3).

В первый момент такое предположение может показаться странным. Рассмотрим эту ситуацию подробно.

Учёт всех процессов, протекающих в объекте (имеются в виду процессы, существенно влияющие на свойства объекта), необходим при решении задачи проектирования технической системы. Чем полнее будут описаны значимые для определения конструктивных и режимных характеристик объекта процессы, тем точнее будет результат проектных работ. В то же время, при постановке задачи проектирования может возникнуть ситуация, когда предусмотрено применение типового, серийно выпускаемого оборудования. В этом случае конструктивные характеристики будут фиксированы, а определению подлежат только режимные характеристики, что приведёт к упрощению математической модели.

Может также быть и такая ситуация, когда некоторые процессы в объекте не исследованы и не могут быть описаны в модели объекта.

И, наконец, может быть такая ситуация, когда исследователя не интересуют процессы, протекающие в объекте. Говорят, что в этом случае объект представляет собой «чёрный ящик» и исследователя интересует формальное поведение объекта, не требующее знания протекающих в нём процессов.

Такие проблемы возникают при оценке инерционности объекта или времени и характера перехода из одного статического состояния в другое. Подобная необходимость возникает при разработке систем управления технической системой. В этом случае, независимо от природы протекающих в объекте процессов, объект представляется в виде звена чистого запаздывания, интегрирующего, дифференцирующего, пропорционального или апериодического звена первого или второго порядка или сочетания таких звеньев.

Существуют три метода построения математических моделей технической системы: экспериментальный, аналитический и экспериментально-аналитический (ЭАМ) [1].

Суть экспериментального метода заключается в следующем. На вход объекта исследования подаётся известный испытателю сигнал и фиксируется поведение выходной координаты объекта. При снятии динамических характеристик объекта рассматривается временной промежуток от подачи испытательного сигнала до установившегося значения выходной координаты и характер изменения выходной координаты во времени. Статические характеристики объекта соответствуют парам: вход-выход при установившемся значении выходной координаты.

Результаты эксперимента представляются в виде таблиц или непрерывных зависимостей выходной координаты объекта. Аппроксимация экспериментальных значений осуществляется любой, наиболее пригодной для дальнейшего применения математической формой.

В качестве примера можно привести полиномиальную зависимость изменения выходной координаты объекта во времени:

$$y(t) = \sum_{i=0}^{n} a_i t^i, \quad i = \overline{0,n}. \tag{2}$$

Коэффициенты a_i находятся из условия: при

$$x^{\text{р}}(t) \equiv x^{\text{э}}(t), \quad \left| y^{\text{э}}(t) - y^{\text{р}}(t) \right| \le \delta,$$

где $x^{\text{р}}(t)$, $x^{\text{э}}(t)$ – расчётное и экспериментальное значения входной координаты объекта; $y^{\text{э}}(t)$, $y^{\text{р}}(t)$ – экспериментальное и полученное по аппроксимирующей форме значения выходной координаты объекта; δ – точность. Координаты a_i не имеют физического смысла и аппроксимирующее выражение (2) формально описывает реакцию объекта на испытательный сигнал.

Метод прост, имеет высокую точность описания объекта, однако область применения таких моделей ограничена.

Очевидно, что полученная математическая модель объекта не может быть использована для целей проектирования.

Аналитический метод построения математической модели объекта предусматривает описание процессов, протекающих в объекте, в форме кинетических зависимостей, вытекающих из фундаментальных законов, описывающих эти процессы. Коэффициенты уравнений математической модели, полученной аналитическим методом, имеют чёткий физический смысл и находятся из справочной литературы.

Применение аналитического метода затруднительно, если процессы в объекте плохо изучены. Неучёт таких процессов в математической модели приводит к низкой точности получаемых результатов, а иногда модель объекта исследования и вообще нельзя получить.

Однако, если аналитический метод построения математических моделей применим, т.е. знания о процессах, протекающих в объекте достаточны для его применения, то получаемая математическая модель объекта наиболее пригодна для определения конструктивных и режимных характеристик объекта, т.е. для целей проектирования.

Компромиссом между аналитическим и экспериментальным методом является экспериментально-аналитический метод (ЭАМ), суть которого заключается в следующем. В соответствии с постановкой задачи все хорошо изученные процессы, протекающие в объекте, представлены в виде формализованных математических зависимостей. Этот этап применения ЭАМ аналогичен аналитическому методу.

На втором этапе применения ЭАМ осуществляется уточнение параметров уравнений модели, полученных на первом этапе, по результатам эксперимента на реальном объекте. Определение (уточнение) коэффициентов уравнений модели осуществляется из условия: при

$$x^{\text{р}} \equiv x^{\text{э}}, \quad \left| y^{\text{э}}(x^{\text{э}}) - y^{\text{р}}(x^{\text{р}}, a_i) \right| \le \delta, \quad i = \overline{1,n}, \tag{3}$$

где $x^{\text{р}}$, $x^{\text{э}}$ – расчётное и экспериментальное значения входной координаты объекта; $y^{\text{э}}(x^{\text{э}})$, $y^{\text{р}}(x^{\text{р}}, a_i)$ – значения выходной координаты объекта, полученные в результате эксперимента и рассчитанное по математической модели объекта; n – число коэффициентов уравнений математической модели; δ – заданная точность.

В качестве начальных приближений при определении a_i служат истинные значения коэффициентов, полученных аналогично аналитическому методу из справочной литературы. Значения a_i, найденные из условия (3) могут существенно отличаться от известных в литературе значений. Подобное расхождение как раз и компенсирует то отсутствие знаний о процессах, протекающих в объекте исследования, которые были неизвестны исследователю при осуществлении первого этапа применения ЭАМ.

Таким образом, математическая модель объекта исследования, полученная с использованием ЭАМ, включает в себя описание всех процессов, известных исследователю и необходимых по постановке задачи. Степень «незнания» части процессов уточняется определением коэффициентов уравнений математической модели. ЭАМ обладает достаточно высокой точностью воспроизведения процессов в объекте исследования, но область определения математических моделей, полученных этим методом, ограничивается теми однотипными объектами, на которых был проведён эксперимент. Очевидно, что и для целей проектирования модели, полученные ЭАМ, имеют ограниченное применение.

Подводя итог описания методов построения математических моделей объекта исследования, следует сказать, что экспериментальный метод, обладая высокой точностью описания поведения объекта, имеет узкую область применения, ограниченную решением задач определения параметров систем управления. Экспериментально-аналитический метод позволяет учитывать ту часть свойств объекта, которая хорошо изучена, имеет достаточно высокую точность их описания, однако пригоден только для узкого класса однотипных объектов, на которых проводится эксперимент по определению коэффициентов уравнений модели.

Аналитический метод требует для своего применения знаний о всех процессах, протекающих в объекте в соответствии с постановкой задачи. Незнание каких-либо процессов или отдельных параметров уравнений, описывающих эти процессы, ведёт к потере точности. Однако именно этот метод построения математических моделей наилучшим образом подходит для целей проектирования или исследований влияния конструктивных и режимных характеристик объекта на поведение технической системы.

3.3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МОДЕЛИ. АДЕКВАТНОСТЬ МОДЕЛИ

Математическая модель будет окончательно разработана только после того, как будет выбран метод решения уравнений модели и доказана её адекватность объекту исследования.

В зависимости от того, что из себя представляет объект исследования и какова постановка задачи уравнения математической модели могут быть системой алгебраических, дифференциальных с обыкновенными или частными производными интегральных уравнений, системой логических условий в форме булевой алгебры и т.п., быть линейными или нелинейными, иметь высокую размерность, быть представленными в форме задачи Коши или краевой задачи. Словом, набор математическим форм чрезвычайно разнообразен. И несмотря на это, есть один показатель, общий почти для всех форм моделирования технических объектов – аналитическое решение систем уравнений математической модели возможно только в простейших случаях.

Аналитическое решение может быть получено для систем линейных алгебраических уравнений невысокой размерности, дифференциальных уравнений с обыкновенными производными, опять же линейных, чаще – однородных с постоянными коэффициентами [2].

В остальных случаях используются численные методы с применением средств вычислительной техники. Так для решения достаточно сложных систем алгебраических уравнений используется метод Гаусса [2], для систем дифференциальных уравнений с обыкновенными производными – численные методы Эйлера, Рунге-Кутта, Адамса [2, 3]. Для решения уравнений с частными производными – различные модификации явных и неявных сеточных методов, например, метод Кранка-Никольсона [3] и т.д.

Как правило, исследователям крайне редко приходится разрабатывать собственные программные продукты для решения уравнений математических моделей. Существуют стандартные программные продукты ведущих мировых фирм, предлагающие хорошо отработанные программно-математические комплексы для решения различных видов систем нелинейных уравнений высокой размерности. Так что неразрешимые проблемы в этом плане у исследователя могут возникнуть крайне редко. С учётом последнего можно считать, что исследователь всегда может подобрать стандартный метод решения уравнений математической модели объекта исследования.

И вот здесь стоит задать вопрос: «А можно ли называть математической моделью ту систему уравнений, которую создал исследователь для конкретной постановки задачи, выбрал метод решения уравнений модели и довёл его до практической реализации?»

Строго говоря, несмотря на то, что модель «заработала», её можно называть только гипотетической математической моделью объекта исследования. Освободиться от названия «гипотетической» можно только после того, как будет доказано, что математическая модель в области её определения адекватна объекту моделирования. Другими словами, математическая модель пригодна для решения поставленной задачи. И ещё более точная формулировка: для любых сочетаний режимных и конструктивных характеристик проектируемого (исследуемого) объекта математическая модель должна воспроизводить поведение реального объекта с заданной точностью для конкретной постановки задачи. А «любые сочетания» конструктивных и режимных характеристик объекта определяются интервальными оценками, которые задаются исследователем для каждого искомого параметра.

Остановимся подробнее на том, что нужно сделать, чтобы доказать адекватность математической модели в области её определения по постановке задачи реальному объекту.

Для математических моделей, построенных экспериментальным или экспериментально-аналитическим методами, проверка адекватности осуществляется следующим образом: при

$$x_i^{\text{р}} \equiv x_i^{\text{э}}, \quad \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|y_i^{\text{э}} - y_i^{\text{р}}\right|}{n} \le \delta, \quad i = \overline{1,n}, \tag{4}$$

где $x_i^{\text{р}}, x_i^{\text{э}}$ – расчётное и экспериментальное значения входной координаты объекта в i-м эксперименте; $y_i^{\text{р}}, y_i^{\text{э}}$, – расчётное по модели и экспериментальное значение выходной координаты объекта в в i-м эксперименте; n – число экспериментов.

Используемые для проверки адекватности математической модели экспериментальные данные не должны совпадать с экспериментальными данными, применяемыми ранее для определения коэффициентов уравнений математической модели.

Таким образом, проверка адекватности математических моделей, построенных по экспериментальному и экспериментально-аналитическому методам, осуществляется на основании сравнения результатов независимых экспериментов с аналогичными результатами, полученными по математической модели.

Иначе обстоит вопрос о проверке адекватности при использовании для разработки модели аналитического метода. Отсутствие реального объекта не позволяет провести экспериментальную проверку. Адекватность модели оценивается по косвенным показателям – достоверности фундаментальных законов, описывающих протекание отдельных процессов в объекте исследования, использовании проведённых ранее зависимостей, значений констант и т.п.

Проверка адекватности и установление факта соответствия области определения математической модели постановке задачи исследования (проектирования) являются завершающим этапом постановки задачи. Теперь, когда в соответствии с постановкой задачи установлены параметры объекта (конструктивные и режимные характеристики), подлежащие определению, заданы интервальные оценки их изменения, получена математическая модель объекта, имитирующая его поведение с заданной точностью, выбран критерий оптимизации искомых характеристик объекта, остаётся только выбрать метод решения экстремальной задачи и осуществить его реализацию.

4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЖИМНЫХ И КОНСТРУКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Как было указано в предыдущих разделах, под технической системой применительно к области химической технологии будем понимать систему технологического оборудования, установку (основной аппарат и вспомогательное оборудование), отдельный технологический аппарат, его узел. Конструктивные и режимные характеристики технической системы определяются, исходя из оптимальных условий протекания технологического процесса, который осуществляется в технической системе. Технологический процесс, как правило, состоит из совокупности локальных процессов, порождающих распределение концентраций, температур, напряжений, скоростей движения сред и т.п. по пространственным координатам элементов технической системы и изменения этих характеристик во времени. Естественно, что протекание таких процессов ограничивается допустимыми интервальными оценками, число сочетаний допустимых конструктивных и режимных характеристик технической системы при этом огромно. Проектировщику необходимо получение только одного, зато самого лучшего сочетания. Очевидно, что получение такого результата возможно только в случае решения задачи совместного поиска режимных и конструктивных характеристик технической системы в форме экстремальной задачи с применением методов математического моделирования, системного анализа, современных информационных технологий и средств вычислительной техники.

Аналогичный подход применяется и для других объектов химической технологии – пространственного размещения оборудования и технологических трубопроводов в производственном помещении, размещение цехов и вспомогательных объектов на генплане предприятия, расписании работы технологического оборудования с определением графика планово-предупредительного ремонта и др. В объектах этой группы также присутствуют процессы, которые необходимо представить в математической модели в формализованном виде. Объект проектирования (исследования) также характеризуется набором режимных и конструктивных характеристик. Так при размещении оборудования и трубопроводов в производственном помещении в качестве конструктивных параметров используются координаты размещённых аппаратов и трубопроводов, в качестве режимных характеристик – воздействие массы аппарата и рабочей среды на элементы строительной конструкции и т.п.

Следует отметить, что в объектах этой группы, понятия «процесс» и тем более, «скорость его протекания», выделяются редко, чаще всего об этом просто умалчивают, что приводит к многочисленным методическим погрешностям. Понятия «процесс» и «скорость его протекания» в объекте моделирования должны быть едиными для любых объектов в любой прикладной области. Только с использованием таких понятий удаётся методически правильно осуществлять разработку математической модели для конкретной постановки задачи и получить с её помощью решение экстремальных задач.

Исходя из вышеизложенного, принципы определения конструктивных и режимных характеристик технической системы сводятся к следующему:

- поиск конструктивных и режимных характеристик технической системы должен осуществляться совместно;
- постановка исходной (глобальной) задачи поиска режимных и конструктивных характеристик технической системы должна быть сформулирована в терминах экстремальных задач;
- поиск оптимальных режимных и конструктивных характеристик объекта проектирования должен осуществляться с применением метода математического моделирования;
- исходная (глобальная) задача поиска режимных и конструктивных характеристик, за исключением простейших случаев, должна быть декомпозирована в систему взаимосвязанных локальных задач, при этом декомпозиция целиком зависит от проектировщика (главного инженера проекта);
- системный подход, используемый при поиске режимных и конструктивных характеристик технической системы, по желанию проектировщика может быть реализован или в форме многоуровневой иерархической системы, или в форме блок-схемы;
- постановка каждой локальной задачи полученной системы должна (по крайней мере крайне желательно) быть осуществлена в форме экстремальной задачи;
- при постановке каждой локальной задачи системы следует выяснить: какие процессы в локальном объекте нужно учитывать при построении его математической модели, какова область определения математической модели объекта, какие режимные и конструктивные характеристики объекта находятся в результате решения задачи, какой вид критерия оптимальности;
- формирование исходной информации для каждой локальной задачи в соответствии с принятой системой декомпозиции, осуществляется с использованием современных информационных технологий.

Реализация перечисленных выше принципов определения конструктивных и режимных характеристик технических систем в области химической технологии позволяет учесть опыт проектировщиков, современное состояние науки и технические возможности проведения расчётов.

4.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЖИМНЫХ И КОНСТРУКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Анализ задач определения режимных и конструктивных характеристик технических систем позволяет осуществить следующую классификацию объектов:

- объекты с сосредоточенными параметрами;
- объекты с распределёнными параметрами;
- стационарные объекты;
- нестационарные объекты.

Применительно к химико-технологическому оборудованию объекта с сосредоточенными параметрами характеризуются постоянством режимных характеристик по рабочим зонам аппарата – объёму или поверхности.

Таким образом, распределения концентраций, температуры, давления и т.п. по координатам рабочей зоны аппарата отсутствуют. Так, например, в ёмкостном аппарате, в котором осуществляется режим идеального перемешивания, каждая точка рабочего объёма имеет одинаковые режимные характеристики. Другими словами – градиент режимных характеристик такого аппарата в любой точке рабочего объёма равен нулю. Отсюда следует вывод, что решение некоей математической формы, описывающей значения режимных характеристик в объёме аппарата, есть число. Следовательно, такая форма представлена алгебраическим уравнением.

Если рабочая зона аппарата представляет собой цилиндр, где $L/d \geq 100$, L – длина, d – диаметр цилиндра (длинная, тонкая трубка – трубчатый реактор, кожухотрубчатый теплообменник), то имеет место режим идеального вытеснения. В этом случае градиент режимных характеристик таких аппаратов по радиусу трубки будет равен нулю (постоянство режимных характеристик по поперечному сечению трубки), а вот по длине трубки градиент режимных характеристик будет отличен от нуля, т.е. будет иметь место распределение режимных характеристик по длине рабочей зоны аппарата. В этом случае решение уравнения, описывающего такие распределения, будет иметь вид функций, что является решением дифференциальных уравнений с обыкновенными производными режимных характеристик по длине рабочей зоны аппарата.

Если $L/d < 100$, то режим идеального вытеснения нарушается – возникает градиент режимных характеристик по радиусу трубки, т.е. имеет место распределение режимных характеристик аппарата по длине и радиусу рабочей зоны (не забываем, что длина и радиус рабочей зоны – конструктивные характеристики аппарата!), т.е. каждая режимная характеристика в рабочей зоне представлена в виде функции двух переменных – длины и размера рабочей зоны и является решением дифференциального уравнения с частными производными.

Рассмотренные примеры являются стационарными, т.е. наблюдается постоянство режимных характеристик объекта во времени. Если объект нестационарен, то описание нестационарного режима работы объекта с сосредоточенными параметрами описывается дифференциальным уравнением с обыкновенными производными, а объекта с распределёнными параметрами – уравнениями с частными производными, решением которых будут функции двух или трёх переменных.

Например, $T(l, t)$ или $T(l, z, t)$, где T – температура; L – длина; $0 \leq l < L$; t – время.

Таким образом для конкретной постановки задачи исследования (проектирования, конструирования) и принятых при построении математической модели объекта допущениях мы имеем задачу поиска режимных и конструктивных характеристик технической системы (объекта исследования, проектирования, конструирования), доставляющих экстремум (максимум или минимум) критерию оптимальности в виде функции или функционала многих переменных с ограничениями в форме систем алгебраических, дифференциальных с обыкновенными или частными производными уравнений и систем неравенств – интервальных оценках, которые ограничивают изменение искомых режимных и конструктивных характеристик.

Если конструктивные и режимные характеристики технической системы имеют вид параметров (чисел), то такая задача относится к классу задач математического программирования (не путать с понятием – составление программ для ЭВМ). Искомые величины могут быть представлены внутри интервальных ограничений в виде непрерывных или дискретных значений. В первом случае – это отрезок вещественной оси, во втором – значения искомого параметра меняются скачкообразно, например, характеристики типового, серийно выпускаемого оборудования. Как правило, непрерывный характер изменения внутри заданного по постановке задачи интервала имеют режимные характеристики, в то время как конструктивные характеристики могут изменяться как непрерывно, так и принимать дискретные значения.

В зависимости от характера изменения искомых параметров задачи носят название задач непрерывного, дискретного (целочисленного) или смешанного (непрерывно-целочисленного) программирования. А вот уравнения математической модели могут быть линейными или нелинейными. Тогда и классификация решаемых задач усложняется: линейное или нелинейное математическое программирование, которое в свою очередь делится на непрерывное, дискретное или смешанное программирование (рис. 6).

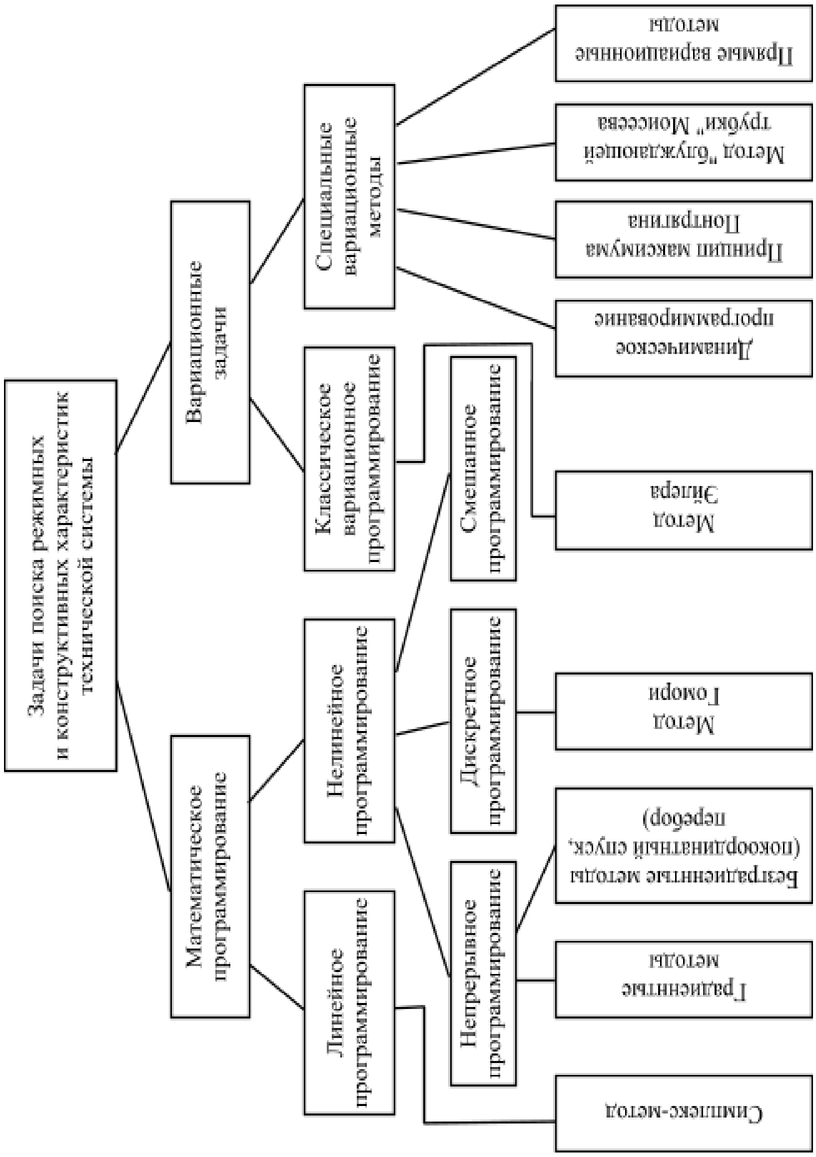


Рис. 6. Методы решения задач поиска режимных и конструктивных характеристик технической системы

В зависимости от того, к какому классу относится поставленная исследователем (проектировщиком) задача выбирается один из методов её решения (рис. 6). Так для решения задач нелинейного, непрерывного программирования часто используется одна из разновидностей градиентного метода – метод градиента, метод наискорейшего спуска, метод Ньютона или один из безградиентных методов – метод покоординатного спуска (метод Гаусса-Зейделя), метод перебора, метод случайного поиска [1].

Алгоритмически все эти методы очень похожи друг на друга, основное различие заключается в способе нахождения направления движения. Суть методов сводится к следующему: выбирается начальная точка в пространстве искомых параметров (режимных и конструктивных характеристик технической системы) и с использованием математической модели объекта вычисляется значение критерия оптимальности. Далее с использованием понятия градиента критерия оптимальности или каким-либо другим способом (движение по координатным осям, использование метода случайных направлений и т.п.), определяется направление наискорейшего возрастания или убывания критерия оптимальности (в зависимости от постановки задачи) и в этом направлении делается рабочий шаг. Определяется новая точка в пространстве варьируемых параметров, вычисляется новое значение критерия оптимальности и процедура повторятся до тех пор, пока на двух соседних итерациях поиска значения критерия оптимальности, значения искомых параметров не будут отличаться на небольшую, заранее заданную положительную величину, называемую точностью расчёта.

Для решения нелинейных задач целочисленного программирования используется метод Гомори [4], а для задач линейного программирования применяется симплекс-метод [5].

Для решения вариационных задач (напомним, что вариационная задача возникает в случае, когда хотя бы один из аргументов критерия оптимальности представлен в виде функции) используется классический вариационный метод Эйлера [6] или один из специальных методов – динамическое программирование, принцип максимума Понтрягина, метод «блуждающей трубки» Моисеева, прямой вариационный метод [6, 7].

Следует заметить, что применение методов математического программирования, за исключением метода перебора, обеспечивает получение только локального экстремума критерия оптимальности. Рассмотрим простейший пример, когда число аргументов критерия оптимальности равно единице (рис. 7).

Если в качестве начальных приближений исследователь задаёт значения a_1^0 и a_2^0, то применение, например градиентного метода, обеспечивает нахождение локального максимума критерия и соответственно значения $a_{лок}^*$. Исследователь может принять подобную ситуацию за окончательное решение и допустить ошибку. И только задание начального приближения a_3^0 из области «притяжения» глобального экстремума $[a_{\min}, a_{гр}^0]$ обеспечит получение истинного решения, т.е. значения $a_{гл}^*$. Начальные приближения a_1^0 и a_2^0 находятся в области «притяжения» локального экстремума и поэтому поиск из точек a_1^0 и a_2^0 приводит к $f(a_л^*)$, в то время как истинным решением будет $f(a_{гл}^*)$.

а)

б)

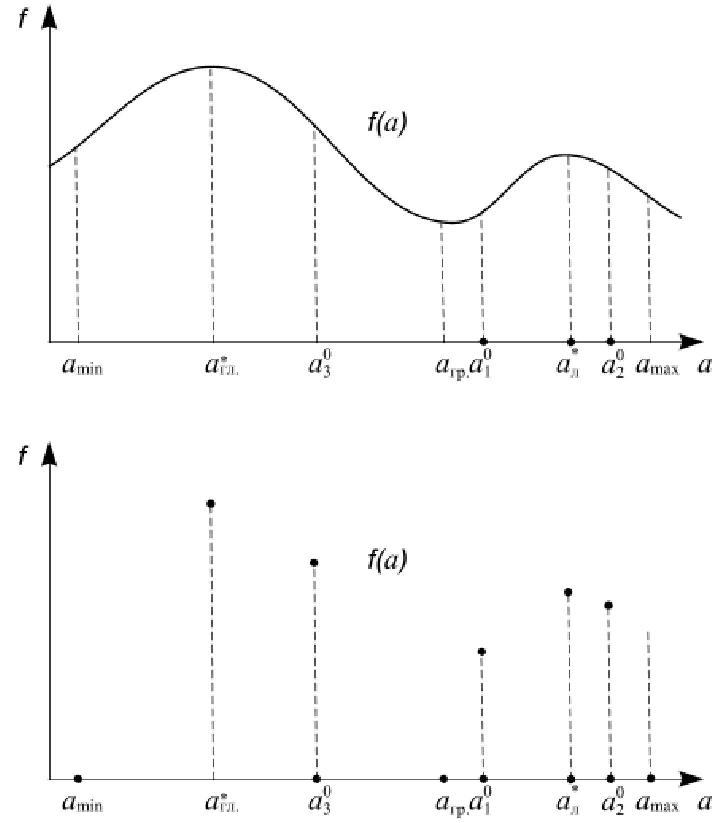


Рис. 7. Иллюстрации к поиску максимума функции *f*(*a*)

Подобные рассуждения легко проводить, когда известен вид *f*(*a*) – рис. 7, *а*, а это как раз исследователю неизвестно. Реальная картина поиска $f(a_{гл}^*)$ приведена на рис. 7, *б*. Исследователю неизвестны ни вид *f*(*a*), ни граница областей «притяжения» экстремумов $f(a_л^*)$ и $f(a_{гл}^*)$, ни число экстремумов. Следует также отметить, что интервальные оценки $a_{\min}$ и $a_{\max}$ исследователь также назначил сам. И какая неопределённость в поиске экстремума функции только одного переменного! А реально, исследователь должен определять несколько десятков режимных и конструктивных характеристик объекта.

Многие затруднения можно снять, если использовать для решения задач поиска экстремума функции нескольких переменных с ограничениями метод перебора. Этот метод гарантирует получение глобального экстремума, если число искомых параметров сравнительно невелико, время вычислительных операций на быстродействующей ЭВМ допустимо для конкретной задачи.

Из приведенного выше анализа следует исключительно важный вывод – при решении задач исследования и проектирования реальных объектов (технических систем) в любой прикладной области залогом успеха является сочетание использования современных математических методов (математическое моделирование, теория оптимального управления и т.п.), средств вычислительной техники, с одной стороны, и искусства их применения и интуиции исследователя, с другой.

Примерно так же обстоит дело и с решением вариационных задач. Принцип максимума Понтрягина, метод «блуждающей трубки» Моисеева дают возможность получения локального экстремума критерия оптимальности (функционала). Динамическое программирование Беллмана, хотя и позволяет найти глобальный экстремум функционала, редко используется при решении практических задач из-за серьёзных трудностей при реализации (сложность вычислительных процедур, большие затраты времени). Классический метод Эйлера имеет ограниченную область применения и редко используется при решении реальных задач.

Наиболее часто при решении вариационных задач в технических расчётах находит применение прямых вариационных методов. Применение прямых вариационных методов позволяет свести задачу поиска экстремума функционала к задаче поиска экстремума функции многих переменных.

Рассмотрим применение прямых вариационных методов на примере задачи поиска теоретически возможного выхода целевого продукта в трубчатом реакторе. Постановка такой задачи приведена в разделе 1.1 настоящей работы (1).

Постановка задачи сводится к следующему:

- необходимо найти такие $T(l), G, C_{\text{А}}(0), L$ что критерий оптимальности (функционал) $I[T(l), G, C_{\text{А}}(0), L] = C_{\text{Б}}(L)$ достигает максимума при выполнении условий (1).

Зададим искомую экстремаль $T(l)$ в какой-либо форме, удобной для дальнейшего применения, например, в виде степенного полинома:

$$T(l) = \sum_{i=o}^{n} a_i\, l^i, \quad i = \overline{1, n}. \tag{5}$$

С учётом ограничения $\text{T}_{\min} \le T(l) \le \text{T}_{\max}$, выражение (5) примет следующий вид:

$$T(l) = \begin{cases} T_{\max}, & \text{если } T(l) \ge T_{\max}; \\ \sum\limits_{i=0}^{n} a_i\, l^i, & \text{если } \text{T}_{\min} < T(l) < T_{\max}; \\ T_{\min}, & \text{если } T(l) \le T_{\min}. \end{cases} \tag{6}$$

Тогда критерий оптимальности, в форме функционала, $I[T(l), G, C_{\text{А}}(0), L]$ будет иметь вид функции многих переменных, т.е.

$$I[T(l), G, C_{\text{А}}(0), L] = I[G, C_{\text{А}}(0), L, a_i, n], \quad i = \overline{1, n}.$$

Таким образом, вариационная задача сводится к задаче математического программирования:

- необходимо найти такие $G, C_{\text{А}}(0), L,\ a_i, n;\ i = \overline{1, n}$, что критерий оптимальности $I[G, C_{\text{А}}(0), L, a_i, n] = C_{\text{Б}}(L)$ достигает максимума при выполнении условий (1), (6).

Решение этой задачи может быть проведено одним из методов непрерывного нелинейного математического программирования, например методом наискорейшего спуска. При этом $T(l)$ находится как в классе непрерывных функций, условие (6), так и в классе кусочно-постоянных функций. В последнем случае выражение (6) преобразуется к виду

$$T(l) = \begin{cases} T_{\max}, & \text{если } 0 \le l \le l_{\text{пер}}; \\ T_{\min}, & \text{если } l_{\text{пер}} < l \le L; \end{cases} \tag{7}$$

или

$$T(l) = \begin{cases} T_{\min}, & \text{если } 0 \le l \le l_{\text{пер}}; \\ T_{\max}, & \text{если } l_{\text{пер}} < l \le L; \end{cases} \tag{8}$$

При этом критерий оптимальности примет вид

$$I[C_{\text{А}}(0), G, L, l_{\text{лер}}] = C_{\text{б}}(L), \tag{9}$$

а постановка задачи сведётся к следующему:

- необходимо найти такие $C_{\text{А}}(0), G, L, l_{\text{лер}}$, что критерий (9) достигает максимума при выполнении условий (1), (7), (8).

Решение поставленной задачи приведено на рис. 8.

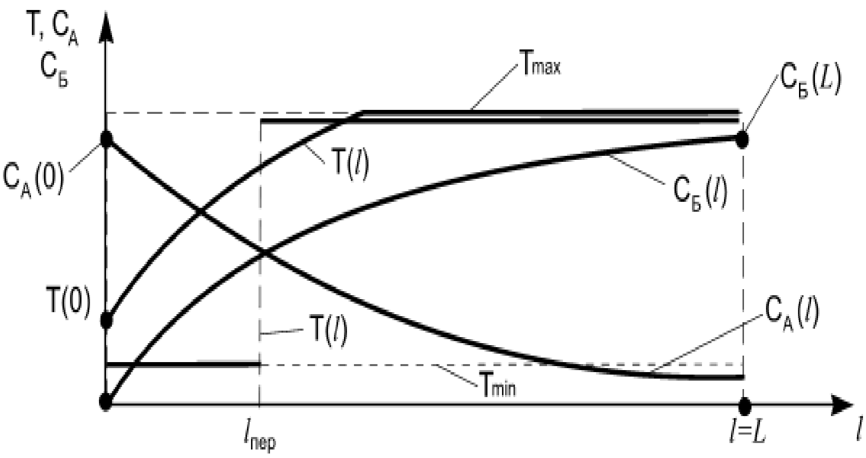


Рис. 8. Результаты решения задачи теоретической оптимизации

Решение задачи теоретической оптимизации позволяет получить верхнюю оценку выхода целевого продукта $C_б(L)$ в трубчатом реакторе с заданным кинетическим механизмом протекания химических превращений. Наличие такого решения позволяет проектировщику знать, насколько близко он находится к теоретически возможному выходу $C_б(L)$ при решении реальной задачи.

Постановка задач реализации имеет следующий вид:

- необходимо найти такие $d, L, C_А(0), G, T(0), T_x(0), G_x$, что критерий оптимальности $I = C_Б(L)[d, L, C_А(0), G, T, T_x(0), G_x]$ достигает максимума при выполнении условий типа равенств и неравенств, т.е. условий математической модели.

Рассмотрим вид этих условий. Искомые параметры из условий физической реализуемости должны быть ограничены:

$$d_{\min} \le d \le d_{\max},$$

$$L_{\min} \le L \le L_{\max},$$

$$C_А(0)_{\min} \le C_А(0) \le C_А(0)_{\max},$$

$$G_{\min} \le G \le G_{\max},$$

$$T(0)_{\min} \le T(0) \le T(0)_{\max}, \tag{10}$$

$$T_x(0)_{\min} \le T_x(0) \le T_x(0)_{\max},$$

$$G_{x\min} \le G_x \le G_{x\max}.$$

Все три реакции экзотермичны, при превращении (расходовании, получении) одного моля реагента образуется Q_i количество тепла, $i = \overline{1,3}$. Таким образом, в процессе получения веществ Б и С в реакционной зоне имеются внутренние источники тепла.

С учётом принятых допущений, уравнения, описывающие изменение концентраций и температур в зоне реакции и межтрубном пространстве, можно представить в следующем виде:

$$\frac{dC_А(l)}{dl} = -\frac{SF}{G}(W_1 + W_3);$$

$$\frac{dC_Б(l)}{dl} = \frac{SF}{G}(W_1 - W_2);$$

$$\frac{dT(l)}{dl} = -\frac{SF}{GC}\sum_{i=1}^{3} W_i Q_i - \frac{K_T П}{\mathrm{GC}}(T - T_x); \tag{11}$$

$$\frac{dT_x(l)}{dl} = \frac{K_t П}{\mathrm{G_x} C_x}(T - T_x);$$

$$C_А(0) = C_{А0};\ C_Б(0) = 0;\ T(0) = T_0;\ T_x(0) = T_{x0};\ 0 \le l \le L;$$

$$W_1 = K_1 \frac{C_Б^{\nu}}{1 + bC_А^{c}};\quad W_2 = K_2 C_А;\quad W_3 = K_3 \frac{C_Б^{\gamma}}{1 + bC_А^{c}};$$

$$K_i = K_{i0}\exp\left(\frac{-E_i}{RT}\right),\quad i = \overline{1,3},$$

где C, C_x – теплоёмкость сырья и хладоагента; K_T – коэффициент теплопередачи; c, γ, ν – порядки реакций; F – площадь поперечного сечения трубки реактора; S_0 – удельная поверхность катализатора; b – константа, остальные обозначения приведены ранее. Для решения уравнений может быть использован метод Эйлера или Рунге-Кутта.

Таким образом математическая модель трубчатого реактора с последовательно-параллельным кинетическим механизмом получения целевого продукта Б, предназначенная по постановке задачи для поиска основных конструктивных и режимных характеристик аппарата, может быть представлена системой (10), (11).

Формализованная постановка задачи поиска режимных и конструктивных характеристик реактора выглядит так:

- необходимо найти такие $d, L, n, C_{\text{А}}(0), G, T(0), T_x(0), G_x$,что критерий оптимальности $I = C_{\text{Б}}(L)[d, L, n, C_{\text{А}}(0), G, T(0), T_x(0), G_x]$ достигает максимума при выполнении условий (10), (11).

Здесь n – число трубок реактора, которое определяет его производительность. Далее расчёт будет осуществляться для одной трубки.

Поставленная задача относится к классу задач непрерывного математического программирования и может решаться одним из градиентных или безградиентных методов.

Результаты решения задачи реализации находят практическое применение при дальнейшей проработке условий функционирования реактора.

Возникает вопрос: полученное при решении задачи реализации решение действительно самое лучшее?

Чтобы ответить на этот вопрос, который будет крайне интересовать проектировщика, как раз необходимо поставить и решить задачу теоретической оптимизации трубчатого реактора, т.е. задачу (1), (7) – (9).

Максимально возможное значение $C_{\text{Б}}(L)$, полученное при решении задачи теоретической оптимизации, определено при произвольном распределении температуры в зоне реакции без ограничений на условия реализации. Этот показатель при любых ухищрениях проектировщика, связанных с конструкцией аппарата не может быть превышен. С другой стороны, этот результат даёт проектировщику возможность оценить свои действия и знать, насколько он приблизился к верхней оценке выхода целевого продукта.

В результате решения задачи реализации получены следующие результаты (рис. 9): максимальное значение $C_{\text{Б}}(L)$, величины $C_{\text{А}}(0), T(0), G, G_x, T_x(0), d$, проскок сырья $C_{\text{А}}(L)$, распределения $T(l), T_x(l), C_{\text{А}}(l), C_{\text{Б}}(l)$ по длине реакционной зоны, предельное значение температуры в зоне реакции, длина реакционной зоны L. Температурный «выброс» в начале реакционной зоны объясняется экзотермическим характером всех трёх реакций кинетического механизма, полученные результаты правомерны для фиксированного диаметра трубки. Как правило, рассматриваются 3–4 – диаметра трубки по ГОСТу и выбирается лучший вариант. Число трубок определяется требуемой производительностью реактора.

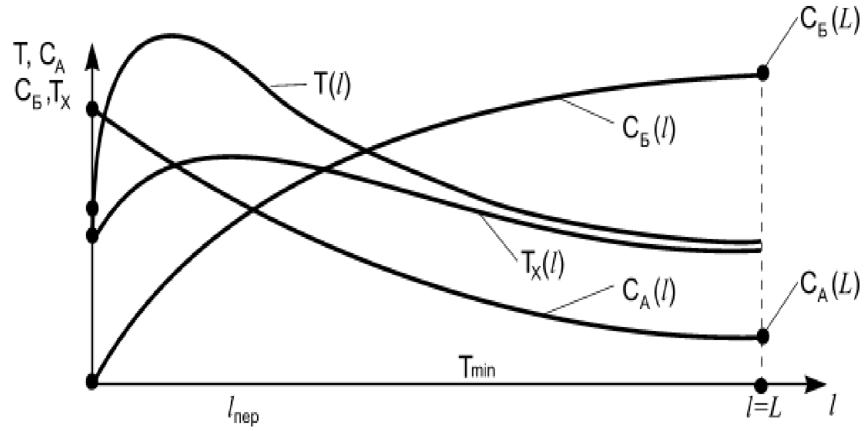


Рис. 9. Решение задачи реализации режимных и конструктивных характеристик трубчатого реактора

Решение задачи реализации учитывает реальные условия теплообмена. Как частный случай решения задач теоретической оптимизации и реализации можно осуществлять при фиксированной, т.е. задаваемой заранее проектировщиком длине реакционной зоны.

Подводя итог применения методов оптимального поиска режимных и конструктивных характеристик объектов химической технологии следует отметить следующее: если решаемая задача относится к классу задач математического программирования, то исследователь располагает большим набором хорошо отработанных методов поиска экстремума функции многих переменных с ограничениями. Особо следует выделить метод перебора, который кроме достижения глобального экстремума и исключительной простоты алгоритма реализации, в ближайшей перспективе с развитием мощных вычислительных комплексов, может находить применение и для задач высокой размерности искомых параметров критерия оптимальности.

При решении вариационных задач наибольшее применение на практике находят прямые вариационные методы.

При решении задач теоретической оптимизации и реализации для трубчатого реактора в качестве варьируемых величин использовались концентрации сырья, температуры реакционной смеси и хладоагента на входе в реактор, их расходы, длина реакционной зоны и её диаметр, число трубок и т.д. Рассмотрим ситуацию, когда кроме перечисленных выше параметров, в качестве варьируемой величины используется распределённая по длине реакционной зоны активность катализатора. Подобный подход позволяет устранить перегрев в реакционной зоне, что может отрицательно влиять на выход целевого продукта при сложных кинетических механизмах. Естественно, что осуществить загрузку катализатора с различной активностью на практике, при числе трубок 6 – 10 тысяч штук затруднительно, а порой невозможно. Поэтому постановку задачи поиска режимных и конструктивных характеристик трубчатого реактора будем осуществлять в классе непрерывных и кусочно-постоянных функций, которые характеризуют изменение активности катализатора по длине реакционной зоны.

Введём понятие функции распределения активности катализатора по длине реакционной зоны:

$$\varphi(l), \quad 0 \le l \le L, \quad 0 \le \varphi(l) \le 1. \tag{12}$$

За меру активности катализатора в рассмотренных выше примерах использовалась удельная поверхность *S*. Тогда

$$S = S_0\varphi(l), \quad 0 \le l \le L\ , \tag{13}$$

где S_0 – удельная поверхность катализатора при загрузке; *S* – текущее значение удельной поверхности катализатора.

Если $\varphi(l)$ непрерывная функция, то её вид может быть следующим:

$$\varphi(l) = \sum_{i=0}^{K} b_i\, l^i, \quad i = \overline{1, K}. \tag{14}$$

Тогда постановка задачи поиска режимных и конструктивных характеристик трубчатого реактора примет следующий вид:

- необходимо найти такие $T(l), \varphi(l), G, C_\text{A}(0), L, d, n$,что критерий оптимальности $I[T(l), \varphi(l), G, C_\text{A}(0), L, d, n] = C_\text{б}(L)$ достигает максимума при выполнении условий (1), (6), (12), (13), (14).

Приведённая выше постановка задачи (вариационной) позволяет найти теоретически возможный выход целевого продукта $C_\text{б}(L)$ при произвольном, независящим от условий реализации $T(l)$ и $\varphi(l)$, изменении этих величин.

Осуществить найденное распределение активности катализатора по длине реакционной зоны при загрузке катализатора практически невозможно.

В реальных условиях число зон с различной активностью катализатора может колебаться от двух до трёх–пяти, так как в промышленном реакторе (6000 … 10 000 трубок) провести более мелкое разбиение рабочей зоны трубки крайне трудно, да и решение такой задачи показало, что число зон в пределах 2 … 5 вполне достаточно для практики.

Таким образом, постановка задачи реализации условий теплопередачи и распределения активности катализатора по длине реакционной зоны сводится к следующему:

- необходимо найти такие $T(0), C_\text{A}(0), G, T_x(0), G_x, L, d, n, \varphi_1, l_\text{пер}$, что критерий оптимальности

$$I[T(0), C_\text{A}(0), G, T_x(0), G_x, L, d, n, \varphi_1, l_\text{пер}] = C_\text{A}(L) \tag{15}$$

достигает максимума при выполнении условий – математической модели трубчатого реактора, учитывающей реальное распределение $T(l)$ и $\varphi(l)$ по длине реакционной зоны.

Таким образом функция $\varphi(l)$ ищется в классе кусочно-постоянных функций. Представим $\varphi(l)$ в следующем виде:

$$\varphi(l) = \begin{cases} \varphi_1, & \text{если } 0 \le l \le l_\text{пер}; \\ 1, & \text{если } l_\text{пер} < l \le L, \end{cases}$$

или (16)

$$\varphi(l) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \le l \le l_\text{пер}; \\ \varphi_1, & \text{если } l_\text{пер} < l \le L. \end{cases}$$

Условие (16) записано для случая, когда число зон с различной активностью катализатора равно двум. Для трёх зон условие (16) примет следующий вид:

$$\varphi(l) = \begin{cases} \varphi_1, & \text{если } 0 \le l \le l_\text{пер1}; \\ \varphi_2, & \text{если } l_\text{пер1} < l \le l_\text{пер2}; \\ 1, & \text{если } l_\text{пер2} < l \le L, \end{cases}$$

или (17)

$$\varphi(l) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \le l \le l_\text{пер1}; \\ \varphi_1, & \text{если } l_\text{пер1} < l \le l_\text{пер2}; \\ \varphi_2, & \text{если } l_\text{пер2} < l \le L. \end{cases}$$

Аналогично можно записать условие определения $\varphi(l)$ при четырёх или пяти зонах.

В условиях (16), (17) верхняя запись представляет возрастающую функцию $\varphi(l)$, нижняя – убывающую. Использование той или другой формы записи для определения $\varphi(l)$ зависит от характера тепловых эффектов реакций и конструкции теплообменных устройств реактора.

Уточним условия, входящие в математическую модель реактора, в соответствии с поставленной задачей.

Математическая модель трубчатого реактора для приведенной выше постановки задачи примет следующий вид:

$$\frac{dC_{\text{А}}(l)}{dl} = -\frac{SF}{G}(W_1 + W_3);$$

$$\frac{dC_{\text{Б}}(l)}{dl} = \frac{SF}{G}(W_1 - W_2);$$

$$\frac{dT(l)}{dl} = \frac{SF}{GC}\sum_{i=1}^{3} W_i\, Q_i - \frac{K_T \Pi}{\text{GC}}(T - T_x);$$

$$\frac{dT_x(l)}{dl} = \frac{K_t \Pi}{\text{G}_x C_x}(T - T_x); \tag{18}$$

$$C_{\text{А}}(0) = C_{\text{А}0};\ C_{\text{Б}}(0) = 0;\ T(0) = T_0;\ T_x(0) = T_{x0};\ 0 \le l \le L;$$

$$W_1 = K_1 \frac{C_{\text{Б}}^{\nu}}{1 + bC_{\text{А}}^{\text{c}}};\quad W_2 = K_2 C_{\text{А}};\quad W_3 = K_3 \frac{C_{\text{Б}}^{\gamma}}{1 + bC_{\text{А}}^{\text{c}}};$$

$$K_i = K_{i0}\exp\left(\frac{-E_i}{RT}\right),\quad i = \overline{1,3}.$$

$$\varphi(l) = \begin{cases} \varphi_1, & \text{если } 0 \le l \le l_{\text{пер}}; \\ 1, & \text{если } l_{\text{пер}} < l \le L, \end{cases}$$

$$d_{\min} \le d \le d_{\max};\quad L_{\min} \le L \le L_{\max};\quad C_{\text{А}}(0)_{\min} \le C_{\text{А}}(0) \le C_{\text{А}}(0)_{\max};$$

$$G_{\min} \le G \le G_{\max};\quad T(0)_{\min} \le T(0) \le T(0)_{\max};\quad C_{x\min} \le C_x \le C_{x\max};$$

$$T_x(0)_{\min} \le T_x(0) \le T_x(0)_{\max};\quad 0 \le \varphi_1 \le 1;\quad 0 \le l_{\text{пер}} \le L.$$

При разработке математической модели (18) сделано дополнительное допущение, что число зон с различной активностью катализатора равно двум, а функция $\varphi(l)$ – возрастающая.

Таким образом, формализованная (окончательная) постановка задачи поиска конструктивных и режимных характеристик трубчатого реактора сводится к следующему:

- необходимо найти такие $T(0), C_{\text{А}}(0), G, T_x(0), G_x, L, d, m, \varphi_1, l_{\text{пер}}$, что критерий оптимальности (15) достигает своего максимума при ограничениях (18).

Решение подобной задачи позволяет «разгрузить» лобовой слой катализатора при сильно экзотермических реакциях и упростить систему теплоотвода. Кроме этого была установлена возможность повышения $C_{\text{Б}}(L)$, так как реакции прямого разложения сырья по маршруту 3 (кинетический механизм) и реакция горения целевого продукта (маршрут 2) при снижении температуры в зоне перегрева замедлились.

Кроме этого количество катализатора, необходимое для загрузки в реактор, снизилось. Выравнивание температурного режима и снижение количества катализатора в реакционной зоне способствует снижению себестоимости готовой продукции.

Завершающей задачей поиска оптимальных и конструктивных характеристик трубчатого реактора будет ситуация, когда активность катализатора изменяется во времени (катализатор стареет).

При построении математической модели реактора делается допущение о том, что при протекании каждой химической реакции происходит выход из строя некоторой части активной поверхности катализатора. Вводится понятие удельной поверхности катализатора, выводимой из строя при образовании (расходовании) одного моля вещества по каждой реакции.

Уравнение, описывающее изменение активности (старение) катализатора, имеет следующий вид:

$$\frac{dS}{dt} = -S_0(W_1\alpha_1 + W_2\alpha_2 + W_3\alpha_3),$$

где $\alpha_i, i = \overline{1,3}$ – удельная поверхность катализатора, выводимая из строя образованием (расходованием) одного моля вещества по i-й реакции.

Тогда математическая модель трубчатого реактора с изменяющейся активностью катализатора будет иметь следующий вид:

$$\frac{dC_А(l)}{dl} = -\frac{SF}{G}(W_1 + W_3);$$

$$\frac{dC_Б(l)}{dl} = \frac{SF}{G}(W_1 - W_2);$$

$$\frac{dT(l)}{dl} = \frac{SF}{GC}\sum_{i=1}^{3} W_i Q_i - \frac{K_T \Pi}{\text{GC}}(T - T_x);$$

$$\frac{dT_x(l)}{dl} = \frac{K_t \Pi}{\text{G}_x C_x}(T - T_x); \qquad (19)$$

$$\frac{dS}{dt} = -S_0(W_1\alpha_1 + W_2\alpha_2 + W_3\alpha_3);$$

$$W_1 = K_1 \frac{C_Б^{\nu}}{1 + bC_А^{\text{c}}}; \quad W_2 = K_2 C_А; \quad W_3 = K_3 \frac{C_Б^{\gamma}}{1 + bC_А^{\text{c}}};$$

$$K_i = K_{i0} \exp\left(\frac{-E_i}{RT}\right), \quad i = \overline{1,3}, \quad 0 \le l \le L, \quad 0 \le t \le t_{\max};$$

$$C_А(0) = C_{А0}; \quad C_Б(0) = 0; \quad T(0) = T_0; \quad T_x(0) = T_{x0}; \quad S(0) = S_0.$$

Обозначения соответствуют приведённым ранее.

Решения уравнений (19) осуществляется методом сеток. Применение нестационарной модели трубчатого реактора (19) позволяет осуществлять выбор режимных и конструктивных характеристик реактора с учётом суммарного количества произведённого целевого продукта за интервал времени, в течение которого эксплуатация оборудования может осуществляться без замены катализатора.

Приведённые выше примеры определения основных режимных и конструктивных характеристик трубчатого реактора показывают, что для одного и того же аппарата, в зависимости от постановки задачи, математические модели имеют различный вид, решаемые экстремальные задачи могут относиться как к классу задач математического программирования, так и к классу вариационных задач, что определяет метод их решения.

Далее будут рассмотрены примеры постановок задач для определения режимных и конструктивных характеристик различных объектов химической технологии.

Ещё раз следует отметить, что это только основные характеристики объекта, которые находятся при решении рассматриваемых задач. Полный набор режимных и конструктивных характеристик объекта будет получен при совместном решении всей системы задач (см. рис. 4).

4.2. ПРИМЕРЫ ПОСТАНОВОК ЗАДАЧ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЖИМНЫХ И КОНСТРУКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

4.2.1. Постановка задачи определения аппаратурного оформления многоассортиментной химико-технологической системы

Задачу определения аппаратурного оформления (АО) многоассортиментной химико-технологической системы (ХТС) можно сформулировать следующим образом [9]:

- найти определяющие геометрические размеры V_j и число n_j аппаратов стадий технологической системы, размеры партий продуктов W_i и длительностей циклов выпуска продуктов $T_{\text{ц}i}$, i = 1, ..., I, продолжительности циклов обработки партий продуктов на стадиях фильтрования и сушки t_{ij}, i = 1, ..., I; $x_j > 0$, при которых капитальные затраты на оборудование ХТС

$$Z = \sum_{j=1}^{J} n_j a_j V_j^{\beta j}, \qquad (20)$$

достигают минимума и выполняются нижеследующие условия, представляющие собой математическую модель выбора основного оборудования многопродуктовой ХТС.

1. Ограничения на значения определяющих размеров основных аппаратов стадий ХТС (конструкционные характеристики):

$$\frac{g_{ij}W_i}{\varphi_j^*} \le V_j \le \frac{g_{ij}W_i}{\varphi_{*j}}, \quad i \in R_j, x_j = 0;$$

$$V_j \ge \frac{g_{ij}W_i}{\delta_{ij}}, \quad i \in R_j, \quad x_j = 1; \tag{21}$$

$$V_j \ge \frac{g_{ij}W_i}{a_{ij}t_{ij}^*}, \quad i \in R_j, \quad x_j > 1;$$

$$V_j \in VS_j, \quad j = 1, \dots, J.$$

2. Ограничения на значения характеристик режима функционирования ХТС:

$$t_{ij}^* = \begin{cases} \dfrac{T_{\text{ц}i} n_j - \max\{t_{i,\, j\pm 1}\}}{h_{ij}}, & \text{если } T_{\text{ц}i} n_j > \max\{t_{i,\, j\pm 1}\}, \\ T_{\text{ц}i} n_j, & \text{если } T_{\text{ц}i} n_j \le \max\{t_{i,\, j\pm 1}\}, \end{cases} \quad x_j > 1;$$

$$\sum_{i=1}^{I} T_i \le T; \tag{22}$$

$$W_i = \frac{Q_i}{b_i}, \quad i = 1, \dots, I;$$

$$b_i = \begin{cases} \dfrac{T_i - \sum\limits_j t_{ij}}{T_{\text{ц}i}} + 1, & \theta_j = 24; \\ \left\lfloor \dfrac{T_i - \sum\limits_j t_{ij}}{\theta_j} \right\rfloor \left\lfloor \dfrac{\theta_j}{T_{\text{ц}i}} \right\rfloor + 1, & \theta_j < 24; \end{cases}$$

$$T_{\text{ц}i} = \max_{j=1,\dots,J} \{p_{ij}\}, \quad i = 1, \dots, I;$$

$$T_{\text{ц}i} = \max_{j=1,\dots,J} \{p_{ij}\}, \quad i = 1 \dots, I \quad t_{ij} = \begin{cases} t_{ij}^0, \ x_j = 0; \\ \dfrac{m_{ij}\delta_{ij}}{g_{ij}a_{ij}}, & x_j = 1; \\ \dfrac{W_i g_{ij}}{V_j a_{ij}}, & x_j > 0. \end{cases}$$

3. Ограничения на значения искомых величин:

$$1 \le n_j \le N, \quad j = 1, \dots, J;$$

$$0 < w_i \le Q_i, \quad i = 1, \dots, I;$$

$$\min_j \left\{ \frac{t_{ij}}{n_j} \right\} \le T_{\text{ц}i} \le \sum_j t_{ij}, \quad i = 1, \dots, I; \tag{23}$$

$$t_{ij} = \text{const}, \quad \text{при } x_j = 0;$$

$$0 \le t_{ij} \le T_{\text{ц}i} \quad i = 1, ..., I \quad \text{при } x_j > 0\,.$$

Здесь α_j, β_j – коэффициенты зависимостей стоимостей аппаратов стадий ХТС от их материала и определяющего размера;

g_{ij}, m_{ij} – материальные индексы стадии j при выпуске i-го продукта (массовый и основной);

W_i, $T_{\text{ц}\,i}$ – размер партии i-го продукта и продолжительность цикла работы ХТС при его выпуске;

φ_{j*}, φ_j* – граничные значения допустимой степени заполнения основных аппаратов стадии j ХТС;

a_{ij}, t_{ij} – удельная производительность аппарата стадии j при выпуске i-го продукта и продолжительность обработки одной партии этого продукта на стадии j ХТС;

x_j, VS_j – тип аппарата стадии j ($x_j = 0$ – ёмкость, $x_j = 1$ – фильтр-пресс, выделяющий твёрдую фазу суспензии; $x_j = 2$ – ёмкостной фильтр периодического действия и т.д.) и ряд стандартных размеров аппаратов этого типа, которые могут быть установлены на стадии j;

δ_{ij} – толщина осадка i-го продукта в фильтр-прессе, выделяющим твёрдую фазу суспензии;

h_{ij}, p_{ij} – доля основных операций от общего времени занятости фильтра или сушилки стадии j переработкой партии i-го продукта и продолжительность цикла переработки одной партии этого продукта на стадии j (определяется значением t_{ij} и способом взаимодействия основных аппаратов соседних стадий ХТС);

Q_i, T_i – плановый объём выпуска i-го продукта и продолжительность его выпуска;

b_i, θ_j – число партий i-го продукта, выпускаемое за одни сутки, и суточный фонд рабочего времени оборудования стадии j.

N – максимально возможное число основных аппаратов на стадии ХТС.

Таким образом, постановка задачи определения аппаратурного оформления многоассортиментной ХТС сводится к следующему:

- необходимо найти такие $V_j, n_j, w_i, T_{\text{ц}i}$, что критерий оптимальности (19) достигает минимума при выполнении условий (20) – (22).

Эта задача относится к классу задач дискретно-нелинейного программирования. Главной проблемой её решения является разделение заданного периода выпуска продукции T на части T_i, $i = 1, …, I$ – продолжительности производства продуктов ассортимента I в требуемых объёмах, причём необходимо выбрать такой вариант разделения, который обеспечивал бы возможность переработки партий всех продуктов в аппаратах одного и того же размера на всех стадиях ХТС.

Предлагается следующий способ решения этой проблемы: сформировать и решить вспомогательную задачу поиска значений размеров партий продуктов, которые минимизируют разброс операционных индексов продуктов, проходящих каждую стадию ХТС: $y_{ij}\, W_i\, c_{ij}$, $i = 1, ..., I, j = 1, ..., J$, где

$$y_{ij} = \begin{cases} v_{ij}, x_j \le 1; \\ g_{ij}, x_j > 1; \end{cases} \quad c_{ij} = \begin{cases} 1, \quad x_j \le 1; \\ \dfrac{1}{a_{ij}}, \quad x_j > 1. \end{cases}$$

Задача формулируется следующим образом:

- необходимо найти значения W_i, $i = 1, …, I$, доставляющие минимум функции

$$f(W_1, W_2, ..., W_I) = \sum_{j=1}^{J} \left[\frac{\max_i (y_{ij} W_i c_{ij}) - \min_i (y_{ij} W_i c_{ij})}{\max_i (y_{ij} W_i c_{ij})} \right]^2,$$

при выполнении ограничений:

$$K_T T \le \sum_{i=1}^{I} \frac{Q_i\, T_{\text{ц}\,i}}{W_i} \le T;$$

$$\frac{Q_i T_{\text{ц}\,i}}{W_i} \ge \sum_{j=1}^{J} p_{ij}, \quad i = 1, ..., I.$$

Значение K_T следует принимать близким к единице (0,95 … 0,99). Последнее ограничение показывает, что продолжительность выпуска продукта не может быть меньше суммы длительностей всех стадий обработки одной его партии.

Вспомогательная задача является задачей нелинейного программирования. Для её решения можно применить известные методы поиска экстремума функции многих переменных при наличии ограничений.

Наилучшим с точки зрения капитальных затрат на оборудование и его обслуживание, а также с точки зрения энергопотребления, потерь сырья и промежуточных продуктов является вариант АО ТС, предусматривающий установку на её стадиях минимально возможного числа основных аппаратов. Поэтому предлагается следующий алгоритм решения задачи определения АО совмещенной ХТС:

1. Зафиксировать значения $n_j = 1, j = 1, \ldots, J$.
2. Определить значения $T_{цi}$, $i = 1, \ldots I$ с учётом стадий, для которых $x_j \leq 1$. Найти значения t^*_{ij}.
3. Решить вспомогательную задачу и выбрать минимальные значения размеров стандартных аппаратов, удовлетворяющих ограничениям.
4. Если для каких-либо стадий подобрать подходящие размеры аппаратов не удастся, изменить выбранный способ взаимодействия аппаратов стадий или (и) изменить принятые значения n_j, $j = (1, \ldots, J)$.
5. Определить значения t_{ij}, $i = 1, ..., I$, $j = 1, ..., J$ и вновь рассчитать значения $T_{цi}$, $i = 1, \ldots I$. Вернуться к п 3 алгоритма, если отклонение новых значений от первоначальных превышает заданную точность.

4.2.2. Постановка задачи оптимального расчёта теплообменников типа «труба в трубе»

Примем следующие допущения: для первого потока (продукта) известны состав (вещество) X_1, массовый расход G_1, начальная $T_{1н}$ и конечная $T_{1к}$ температура; схема движения потоков противоточная; движение потоков не сопровождается фазовыми переходами; теплообменник находится в стационарном режиме; теплофизические свойства каждого из потоков берутся при средних температурах $t_{1ср}$, $t_{2ср}$ каждого из потоков; материал кожуховой (внешней) и теплообменной (внутренней) трубы теплообменника одинаков; потери тепла в окружающую среду пренебрежимо малы.

Тогда задачу проектирования (конструирования) теплообменника типа «труба в трубе» можно сформулировать следующим образом: необходимо найти такие конструкционные (материал теплообменной трубы $X_{тепл}$, диаметр $d_{тепл}$ и толщину стенки $\delta_{тепл}$ теплообменной трубы, диаметр $d_{кож}$ кожуховой трубы) и режимные характеристики теплообменника (состав X_2, массовый расход G_2 и начальную $T_{2н}$ температуры второго потока (теплоносителя/хладагента)), при которых критерий оптимальности $F_ц$ (приведённые затраты) (1) достигают минимума:

$$F_ц(X_{тепл}, d_{кож}, d_{тепл}, \delta_{тепл}, X_2, G_2, T_{2н},) = \frac{S_{кап}}{T_{н.о}} + S_{эксп}, \tag{24}$$

где $S_{кап}$ – капитальные затраты; $T_{н.о.}$ – нормативный срок окупаемости капитальных затрат; $S_{эксп}$ – эксплуатационные затраты;

$$Q = G_1|T_{1н} - T_{1к}|c_1 = G_2|T_{2н} - T_{2к}|c_2, \tag{25}$$

где c_1 – удельная теплоёмкость продукта; c_2 – удельная теплоёмкость теплоносителя/хладагента, Q – тепловая нагрузка аппарата;

- поверхность теплообменника

$$F = \frac{Q}{\Delta T_{ср} K_t}; \tag{26}$$

- среднелогарифмический температурный напор (движущая сила теплопередачи)

$$\Delta T_{ср} = \frac{(\Delta T_{вх} - \Delta T_{вых})}{\ln\left(\frac{\Delta T_{вх}}{\Delta T_{вых}}\right)}; \tag{27}$$

- разность температур потоков на входе в теплообменник

$$\Delta T_{вх} = |T_{1н} - T_{2к}|; \tag{28}$$

- конечная температура теплоносителя/хладагента

$$T_{2к} = \frac{G_1|T_{1н} - T_{1к}|c_1}{G_2 c_2} + T_{2н}; \tag{29}$$

- разность температур потоков на выходе из теплообменника]

$$\Delta T_{вых} = |T_{2н} - T_{1к}|; \tag{30}$$

- коэффициент теплопередачи

$$K_t = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_{\text{тепл}}}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}\ , \qquad (31)$$

где λ – коэффициент теплопроводности материала труб; α_1 – коэффициент теплоотдачи для продукта; α_2 – коэффициент теплоотдачи для теплоносителя/хладагента;

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0{,}021\dfrac{\lambda_1}{d_{\text{тепл}}}\mathrm{Re}_1^{\,0,8}\,\mathrm{Pr}_1^{\,0,43}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_1}{\mathrm{Pr}_{1cm}}\right)^{0,25}, & \mathrm{Re}_1 \ge 10000; \\ 0{,}0015\dfrac{\lambda_1}{d_{\text{тепл}}}\mathrm{Re}_1^{\,1,09}\,\mathrm{Pr}_1^{\,0,43}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_1}{\mathrm{Pr}_{1cm}}\right)^{0,25}, & 2300 \le \mathrm{Re}_1 < 10000; \\ 0{,}17\dfrac{\lambda_1}{d_{\text{тепл}}}\mathrm{Re}_1^{\,0,33}\,Gr_1^{\,0,1}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_1}{\mathrm{Pr}_{1cm}}\right)^{0,25}, & \mathrm{Re}_1 < 2300, \end{cases}\ , \qquad (32)$$

где λ_1 – коэффициент теплопроводности продукта;

$$\alpha_2 = \begin{cases} 0{,}021\dfrac{\lambda_2}{d_{\text{кож}}}\mathrm{Re}_2^{\,0,8}\,\mathrm{Pr}_2^{\,0,43}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_2}{\mathrm{Pr}_{2cm}}\right)^{0,25}, & \mathrm{Re}_2 \ge 10000; \\ 0{,}0015\dfrac{\lambda_2}{d_{\text{кож}}}\mathrm{Re}_2^{\,1,09}\,\mathrm{Pr}_2^{\,0,43}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_2}{\mathrm{Pr}_{2cm}}\right)^{0,25}, & 2300 \le \mathrm{Re}_2 < 10000; \\ 0{,}17\dfrac{\lambda_2}{d_{\text{кож}}}\mathrm{Re}_2^{\,0,33}\,\mathrm{Gr}_2^{\,0,1}\left(\dfrac{\mathrm{Pr}_2}{\mathrm{Pr}_{2cm}}\right)^{0,25}, & \mathrm{Re}_2 < 2300, \end{cases} \qquad (33)$$

где λ_2 – коэффициент теплопроводности теплоносителя/хладагента;

- критерий Рейнольдса для продукта

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{u_1 S_{\kappa\_\text{тепл}} \rho_1}{\mu_1}\ , \qquad (34)$$

где ρ_1 – плотность продукта, кг/м^3; μ_1 – динамическая вязкость продукта;

- скорость течения продукта по теплообменной трубе

$$u_1 = \frac{G_1}{\rho_1 S_{\kappa\_\text{тепл}}}\ ; \qquad (35)$$

- площадь поперечного сечения канала теплообменной трубы

$$S_{\kappa\_\text{тепл}} = \frac{\pi d_{\text{тепл}}^{\ \ 2}}{4}\ ; \qquad (36)$$

- критерий Прандля для продукта

$$\mathrm{Pr}_1 = \frac{c_1 \mu_1}{\lambda_1}\ ; \qquad (37)$$

- критерий Грасгофа для продукта

$$\mathrm{Gr}_1 = \frac{g \beta_1 d_{\text{тепл}}^{\ \ 3} \rho_1^{\ 2}}{\mu_1^{\ 2}} \Delta t_1\ , \qquad (38)$$

где β_1 – коэффициент объёмного расширения продукта; g – ускорение свободного падения, 9,807;

- разность между средней температурой и температурой стенки со стороны продукта

$$\Delta t_1 = \begin{cases} t_{1\text{ср}} - t_{1\text{ст}}, \text{если } t_{1\text{ср}} > t_{2\text{ср}}; \\ t_{1\text{ст}} - t_{1\text{ср}}, \text{иначе}, \end{cases} \qquad (39)$$

где $t_{1\text{ст}}$ – температура стенки (перегородки) со стороны продукта;

- критерий Рейнольдса для теплоносителя/хладагента

$$\mathrm{Re}_2 = \frac{u_2 S_{к\_кож} \rho_2}{\mu_2} \ , \tag{40}$$

где ρ_2 – плотность теплоносителя/хладагента; μ_2 – динамическая вязкость теплоносителя/хладагента;

- скорость течения теплоносителя/хладагента по кожуховой трубе

$$u_2 = \frac{G_2}{\rho_2 S_{к\_кож}} \ ; \tag{41}$$

- площадь поперечного сечения канала кожуховой трубы

$$S_{к\_кож} = \frac{d_{кож}{}^2 - (d_{тепл} + 2\delta_{тепл})^2}{4} \ ; \tag{42}$$

- критерий Прандля для теплоносителя/хладагента

$$\mathrm{Pr}_2 = \frac{c_2 \mu_2}{\lambda_2} \ ; \tag{43}$$

- критерий Грасгофа для теплоносителя/хладагента

$$\mathrm{Gr}_2 = \frac{g \beta_2 d_{кож}{}^3 \rho_2{}^2}{\mu_2{}^2} \Delta t_2 \ , \tag{44}$$

где β_2 – коэффициент объемного расширения теплоносителя/хладагента; g – ускорение свободного падения;

- разность между средней температурой и температурой стенки со стороны теплоносителя/хладагента, °С

$$\Delta t_2 = \begin{cases} t_{2ст} - t_{2ср}, \text{ если } t_{1ср} > t_{2ср}; \\ t_{2ср} - t_{ст2}, \text{ иначе,} \end{cases} \tag{45}$$

где $t_{2ст}$ – температура стенки (перегородки) со стороны теплоносителя/хладагента;

$$S_{эксп} = N_{ПР} K_Э \tau_{Т.А} \ , \tag{46}$$

где $К_Э$ – стоимость электроэнергии; $\tau_{ТА}$ – время эксплуатации;

- суммарная мощность на прокачивание теплоносителей в теплообменной и кожуховой трубе

$$N_{ПР} = G_1 \frac{\Delta P_{тепл}}{\rho_1} + G_2 \frac{\Delta P_{кож}}{\rho_2} \ ; \tag{47}$$

- потери давления в теплообменной трубе

$$\Delta P_{тепл} = \xi_{тепл} \frac{L}{d_{тепл}} \frac{\rho_1 u_1{}^2}{2} \tag{48}$$

- коэффициент трения в теплообменной трубе

$$\zeta_{тепл} = \begin{cases} \zeta_{тепл\_т}, \ \mathrm{Re}_1 > 10000; \\ \chi_{тепл} + \dfrac{\zeta_{тепл\_л}}{\zeta_{тепл\_т}} (1 - \chi_{тепл}), \ 2300 \le \mathrm{Re}_1 \le 10000; \\ \zeta_{тепл\_л}, \ \mathrm{Re}_1 < 2300; \end{cases} \tag{49}$$

- коэффициент трения в круглой теплообменной трубе для турбулентного режима

$$\zeta_{тепл\_т} = \frac{0{,}316}{\mathrm{Re}_1{}^{0{,}25}} \ ; \tag{50}$$

- коэффициент трения в круглой теплообменной трубе для ламинарного режима

$$\zeta_{\text{тепл\_л}} = \frac{64}{\mathrm{Re}_1} \; ; \tag{51}$$

- коэффициент перемежаемости для теплообменной трубы

$$\chi_{\text{тепл}} = 1 - \exp(1 - \mathrm{Re}_1/2300) \; ; \tag{52}$$

- потери давления в кожуховой трубе

$$\Delta P_{\text{кож}} = \xi_{\text{кож}} \frac{L}{4S_{к\_\text{кож}} / \pi(d_{\text{кож}} + d_{\text{тепл}} + 2\delta_{\text{тепл}})} \frac{\rho_2 u_2^2}{2} \; ; \tag{53}$$

- коэффициент трения в кольцевом канале кожуховой трубы

$$\zeta_{\text{кож}} = \begin{cases} \zeta_{\text{кож\_т}}, \ \mathrm{Re}_2 > 10000; \\ \chi_{\text{кож}} + \dfrac{\zeta_{\text{кож\_л}}}{\zeta_{\text{кож\_т}}}(1 - \chi_{\text{кож}}), \ 2300 \le \mathrm{Re}_2 \le 10000; \\ \zeta_{\text{кож\_л}}, \ \mathrm{Re}_2 < 2300; \end{cases} \tag{54}$$

- коэффициент трения в кольцевом канале кожуховой трубы для турбулентного режима

$$\zeta_{\text{кож\_т}} = \frac{0{,}316}{\mathrm{Re}_2^{\,0{,}25}} \; ; \tag{55}$$

- коэффициент трения в кольцевом канале кожуховой трубы для ламинарного режима

$$\zeta_{\text{кож\_л}} = \frac{96}{\mathrm{Re}_2} \; ; \tag{56}$$

- коэффициент перемежаемости для кожуховой трубы

$$\chi_{\text{кож}} = 1 - \exp(1 - \mathrm{Re}_2/2300) \; . \tag{57}$$

Для расчёта критериев Прандля $\mathrm{Pr}_{1\text{ст}}$ и $\mathrm{Pr}_{2\text{ст}}$, а также критериев Грасгофа необходимо знать температуры стенки (перегородки) $t_{1\text{ст}}$ и $t_{2\text{ст}}$ со стороны каждого из потоков. Эти температуры определяются путём решения системы уравнений теплового баланса:

$$\begin{cases} \alpha_1 \Delta t_1 = \alpha_2 \Delta t_2 \, ; \\ \alpha_2 \Delta t_2 = \dfrac{\lambda}{\delta_{\text{тепл}}} \Delta t_{\text{ст}} \, , \end{cases} \tag{58}$$

где разность между температурами стенок со стороны продукта и теплоносителя/хладагента, °С

$$\Delta t_{\text{ст}} = \begin{cases} t_{1\text{ст}} - t_{2\text{ст}}, \text{ если } t_{1\text{ср}} > t_{2\text{ср}} \, ; \\ t_{2\text{ст}} - t_{1\text{ст}}, \text{ если } \; t_{1\text{ср}} \le t_{2\text{ср}} \, ; \end{cases} \tag{59}$$

$$S_{\text{кап}} = S_{1\_kg} V_{\text{ТР}} \rho_{\text{мат}} \, , \tag{60}$$

где S_{1_kg} – цена одного килограмма материала труб; $\rho_{\text{мат}}$ – плотность материала труб;

- общий объём материала труб

$$V_{\text{ТР}} = (S_{\text{кож}} + S_{\text{тепл}})L \; ; \tag{61}$$

- площадь поперечного сечения кожуховой трубы

$$S_{\text{кож}} = \frac{\pi}{4}(D_{\text{кож}} - d_{\text{кож}}) \; ; \tag{62}$$

- внешний диаметр кожуховой трубы

$$D_{\text{кож}} = d_{\text{кож}} + 2\delta_{\text{кож}} \;, \tag{63}$$

где $\delta_{\text{кож}}$ – толщина стенки кожуховой трубы.

- площадь поперечного сечения теплообменной трубы

$$S_{\text{тепл}} = \frac{\pi}{4}\left(D_{\text{тепл}} - d_{\text{тепл}}\right) \;; \tag{64}$$

- внешний диаметр теплообменной трубы

$$D_{\text{тепл}} = d_{\text{тепл}} + 2\delta_{\text{тепл}} \;, \tag{65}$$

где $\delta_{\text{тепл}}$ – толщина стенки теплообменной трубы.

- требуемая длина труб теплообменника

$$L = \frac{F}{\pi D_{\text{тепл}}} \;, \tag{66}$$

$$X_{\text{тепл}} \in \left\{X_{\text{тепл}}^{\text{доп}}\right\}, \tag{67}$$

$$d_{\text{кож}} \in \left\{d_{\text{кож}}^{\text{доп}}\right\}, \tag{68}$$

$$d_{\text{тепл}} \in \left\{d_{\text{тепл}}^{\text{доп}}\right\}, \tag{69}$$

$$\delta_{\text{тепл}} \in \left\{\delta_{\text{тепл}}^{\text{доп}}\right\}, \tag{70}$$

$$X_2 \in \left\{X_2^{\text{доп}}\right\}, \tag{71}$$

$$G_2^{\min} \le G_2 \le G_2^{\max} \;, \tag{72}$$

$$T_{2\text{н}}^{\min} \le T_{2\text{н}} \le T_{2\text{н}}^{\max} \;. \tag{73}$$

Таким образом, постановка задачи поиска конструктивных и режимных характеристик теплообменника «труба в трубе» сводится к следующему:

- необходимо найти такие $X_{\text{тепл}}$, $d_{\text{тепл}}$, $\delta_{\text{тепл}}$, $d_{\text{кож}}$, X_2, G_2, $T_{2\text{н}}$, при которых критерий оптимальности (24) достигает минимума при выполнении условий (25) … (73).

4.2.3. Постановка задачи поиска оптимального календарного планирования работы совокупности технических средств многоассортиментного цеха в условиях ограниченности количества ремонтного персонала

Необходимо найти множества следующих векторов [10]:

- состояний функционирования технических средств (ТС) цеха $\tilde{q}$

$$\begin{aligned} \tilde{q} = \Big\{ &\left\langle i_1^1, i_2^1, \ldots, i_\alpha^1, \ldots, i_{A_1}^1 \right\rangle, \\ &\left\langle i_1^2, i_2^2, \ldots, i_\alpha^2, \ldots, i_{A_2}^2 \right\rangle, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ &\left\langle i_1^n, i_2^n, \ldots, i_\alpha^n, \ldots, i_{A_n}^n \right\rangle, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ &\left\langle i_1^N, i_2^N, \ldots, i_\alpha^N, \ldots, i_{A_N}^N \right\rangle \Big\}; \end{aligned} \tag{74}$$

- продолжительностей состояний функционирования

$$\widetilde{\sigma} = \Big\{ \Big\langle \lambda_1^1, \lambda_2^1, ..., \lambda_\alpha^1, ..., \lambda_{A_1}^1 \Big\rangle, \\ \Big\langle \lambda_1^2, \lambda_2^2, ..., \lambda_\alpha^2, ..., \lambda_{A_2}^2 \Big\rangle, \\ ...., \\ \Big\langle \lambda_1^n, \lambda_2^n, ..., \lambda_\alpha^n, ..., \lambda_{A_n}^n \Big\rangle, \\ ...., \\ \Big\langle \lambda_1^N, \lambda_2^N, ..., \lambda_\alpha^N, ..., \lambda_{A_N}^N \Big\rangle \Big\}; \tag{75}$$

- последовательности проведения планово-предупредительных ремонтов

$$\widetilde{r} = \Big\{ \Big\langle r_1^{1j}, r_2^{1j}, ..., r_\beta^{1j}, ..., r_{B_1}^{1j} \Big\rangle, \\ \Big\langle r_1^{2j}, r_2^{2j}, ..., r_\beta^{2j}, ..., r_{B_2}^{2j} \Big\rangle, \\ ...., \\ \Big\langle r_1^{nj}, r_2^{nj}, ..., r_\beta^{nj}, ..., r_{B_n}^{nj} \Big\rangle, \\ ...., \\ \Big\langle r_1^{Nj}, r_2^{Nj}, ..., r_\beta^{Nj}, ..., r_{B_N}^{Nj} \Big\rangle \Big\}; \tag{76}$$

- последовательности их совмещения с расписанием

$$\widetilde{c} = \Big\{ \Big\langle c_1^{1j}, c_2^{1j}, ..., c_\beta^{1j}, ..., c_{B_1}^{1j} \Big\rangle, \\ \Big\langle c_1^{2j}, c_2^{2j}, ..., c_\beta^{2j}, ..., c_{B_2}^{2j} \Big\rangle, \\ ...., \\ \Big\langle c_1^{nj}, c_2^{nj}, ..., c_\beta^{nj}, ..., c_{B_n}^{nj} \Big\rangle, \\ ...., \\ \Big\langle c_1^{Nj}, c_2^{Nj}, ..., c_\beta^{Nj}, ..., c_{B_N}^{Nj} \Big\rangle \Big\}, \tag{77}$$

при которых «условная» прибыль достигает максимума:

$$\{\widetilde{q}^*, \widetilde{\sigma}^*, \widetilde{r}^*, \widetilde{c}^*\} = \arg\max_{\widetilde{q}, \widetilde{\sigma}, \widetilde{r}, \widetilde{c}} P(\widetilde{q}, \widetilde{r}, \widetilde{c}, Z^{\text{с}}, Q_i^n, \Delta Q_{ij}^n, h_i^n) ;$$

$$P = S - Z^{\text{С}} - Z^{\text{Э}} - Z^{\text{П}} - Z^{\text{Ш}} - Z^{\text{РЕМ}} = \\ = \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{I_n} (Q_{i0}^n + Q_i^n) C_{\text{П}i}^n - \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{I_n} \sum_{m=1}^{M} (R_{im}^n C_{\text{С}m}) Q_i^n - \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{I_n} \sum_{j=1}^{J} z_{ij}^{\text{Эп}} L_{ij}^n Q_i^n - \tag{78}$$

$$- \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{I_n} \sum_{j=1}^{J} \{ (\Delta Q_{ij}^n L_{ij}^n C_{\text{П}i}^n + z_{\text{П}ij}^n L_{ij}^n) \sum_{i=1}^{I_n} T_{il}^n \} - \sum_{n=1}^{N} \sum_{i=1}^{I_n} (Q_{\text{ПЛ}i}^n - Q_i^n) h_i^n - \sum_{\beta=1}^{B} \sum_{g=1}^{G} C_{g\beta}^{\text{З.Ч.}} .$$

При выполнении уравнений связи в виде математических моделей выпуска продукции и автоматизированного построения графика ремонтных работ ТО, а также следующих ограничений на:

- производительность ТС

$$Q_{i0}^n + Q_i^n \le Q_{\text{ПЛ}i}^n ; \tag{79}$$

- наличие сырья

$$S_{m\text{ИЗР}} \le S_{m\text{ИЗР}}^{\text{п}} + (S_m^0 - S_{m\text{ИЗР}}^0), \quad m = \overline{1, M} ; \tag{80}$$

- хранение готового продукта

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{i=1}^{I_n}(Q_i^n - Q_{\text{ПЛ}i}^n) \le D \;; \qquad (81)$$

- число ремонтных рабочих цеха

$$\forall t: \quad g(t) \le G \;; \qquad (82)$$

- проведение планово-предупредительных ремонтов

$$r_\beta^{\text{норм}} - \Delta_\beta t_\beta \le r_\beta^{nj} \le r_\beta^{\text{норм}} + \Delta_\beta t_\beta \,. \qquad (83)$$

Обозначения:

i_α^n – состояние функционирования n-й ТС с порядковым номером α ;

A_n – число состояний функционирования n-й ТС;

λ_α^n – продолжительность состояния функционирования n-ой ТС с порядковым номером α;

β – порядковый номер ремонта;

n – номер ТС, на которой проводится ремонт;

j – номер ремонтируемого аппарата;

$r_\beta^{nj} = 1$ – текущий ремонт;

$r_\beta^{nj} = 2$ – капитальный ремонт;

c_β^{nj} – представляет собой «приоритет» ремонта r_β^{nj} и определяет порядковый номер его совмещения с календарным планом работы совокупности ТС цеха $\tilde{q}$;

S – сумма, полученная от реализации продукции;

$C_{\text{П}i}^n$ – цена i-го продукта, выпускаемого на n-й ТС;

Q_{i0}^n – запас i-го продукта n-й ТС на начало планируемого периода;

Q_i^n – выпуск i-го продукта n-й ТС за планируемый период;

$Z^{\text{С}}$ – затраты на сырьё;

R_{im}^n – расходная норма m-го компонента сырья на 1 т i-го продукта n-й ТС;

$C_{\text{С}m}$ – цена сырья;

$Z^{\text{Э}}$ – эксплуатационные затраты;

$z_{ij}^{\text{Эп}}$ – затраты на эксплуатацию аппарата при выпуске i-го продукта;

$Z^{\text{П}}$ – экономические потери при переходе с продукта на продукт;

ΔQ_{ij}^n – потери i-го продукта n-й схемы при промывке аппарата j-й стадии;

L_{ij}^n – число параллельных аппаратов на j-й стадии n-й ТС при выпуске партии i-го продукта;

T_{il}^n – количество переходов с выпуска i-го продукта на l-й продукт на n-й ТС;

$Z^{\text{Ш}}$ – штрафные выплаты за несвоевременную поставку продукции;

$Q_{\text{ПЛ}i}^n$ – плановое задание по выпуску i-го продукта на n-й ТС;

h_i^n – сумма штрафа за недопоставку 1 т i-го продукта n-й ТС;

$Z^{\text{РЕМ}}$ – суммарные затраты на покупку запасных частей при проведении ремонтов;

$C_{g\beta}^{\text{З.Ч}}$ – стоимость запасной части g при проведении ремонта β;

Q_{i0}^n – начальный запас i-го продукта;

D – ёмкость хранилища.

4.2.3.1. Математическая модель выпуска продукции

Введём основные допущения, принимаемые при построении математической модели выпуска продукции МХП в условиях ограниченности количества ремонтного персонала.

1. МХП функционирует в режиме с частичным перекрытием циклов обработки партий продуктов в аппаратах различных стадий.
2. В состав аппаратурного оформления схемы входят аппараты периодического и непрерывного действия.
3. Маршруты обработки партий продуктов фиксированы.
4. Продолжительности физико-химических превращений в аппаратах периодического действия не зависят от размеров партий, являются постоянными и превышают время подготовительных операций на любой стадии для данного продукта.
5. При переходе с выпуска одного продукта на другой не допускается одновременный выпуск разных продуктов в параллельных аппаратах.
6. Суточный фонд работы оборудования для всех стадий одинаков.
7. Число ремонтников цеха строго ограничено.
8. Число свободных ремонтников является переменной величиной от времени.
9. Время промывки аппаратов при переходе с выпуска одного продукта на другой является различным и зависит от конкретного перехода.

Соотношения математической модели:

- время цикла выпуска продукции

$$T_{Li} = \max_j \frac{e_{ij} + p_{i(j-1)} + \tau_{ij} + p_{ij}}{L_{ij}}; \tag{84}$$

- число и размер партий продукции, выпускаемых за сутки

$$b_i = \frac{\theta}{T_{ij}}, \quad W_i = \min_j \frac{V_j \varphi_j^*}{g_{ij}}; \tag{85}$$

- время обработки партии продукта

$$\tau_{ij} = \frac{W_i}{a_{ij} F_j}, \quad j \in J_s; \tag{86}$$

- время цикла выпуска продукции при выходе из строя одного из параллельно работающих аппаратов со сдвигом

$$T_{Li}^* = \max_j \frac{e_{ij} + p_{i(j-1)} + \tau_{ij} + p_{ij}}{L_{ij} - L_{ij}^*}; \tag{87}$$

- время подготовки оборудования при смене ассортимента

$$E_{klj_l} = o_{kj_l} + e_{lj_l}; \tag{88}$$

- время перехода с выпуска одного вида продукции на другой

$$\Delta t_{kl} = (t_{lj_l} + p_{lj_l}) - (t_{kJ_k^*} + p_{kJ_k^*}); \tag{89}$$

$$J_k^* = \max_j j_k \quad \text{при} \quad z_{j_s}^k = z_{j_s}^l = 1, \quad j_k = \overline{1, J_k}; \quad j = \overline{1, J}; \quad s = \overline{1, S};$$

Продолжительность состояния α:

$$\lambda_\alpha = \begin{cases} t_н, & \alpha = 1; \alpha = \overline{1, A}; \\ T_{Li_\alpha}, & i_{\alpha-1} = i_\alpha; i_{\alpha-1}, i_\alpha \le I; \\ \Delta t_{i_{\alpha-1} i_\alpha}, & i_{\alpha-1} \ne i_\alpha; i_{\alpha-1}, i_\alpha \le I; \\ t_{i_\alpha}, & (i_{\alpha-1} > I) \vee (i_{\alpha+1} > I); \\ \max(\lambda'_\alpha, \lambda'_\alpha + \Delta t_\beta(g(t)) + t_{kj_l} + p_{kj_l} - t_{l(j_l-1)}), & \exists i_\alpha \in \Delta_\beta; i_\alpha > I. \\ \Delta t_\beta(g(t)) - (T_{Li} - T_{ij}), & \exists i_\alpha \notin \Delta_\beta; i_\alpha > I; \end{cases} \tag{90}$$

Обозначения:

$\left\| z_{js}^{i} \right\|, i=\overline{1,I},\ j=\overline{1,J_i},\ s=\overline{1,S}$ – матрицы описания маршрутов обработки партий продуктов;

s – номер аппарата;

S – количество аппаратов МХП,

J_i – количество стадий при производстве i-го продукта, J_l – последняя стадия при наработке l-го продукта;

J_k^* – последняя стадия обработки партии k-го продукта, в аппарате которой обрабатывается партия l-го продукта;

Δ_β – максимально возможное смещение β -го ремонта;

t_{kj_l} – время начала выгрузки k-го продукта со стадии проведения ППР j_l ;

p_{kj_l} – продолжительность выгрузки k-го продукта со стадии проведения ППР;

$t_{l(j_l-1)}$ – время поступления l-го продукта на стадию проведения ППР;

T_{Li} – время цикла обработки i-го продукта;

T_{ij} – время пребывания i-го продукта на j-й стадии;

4.2.3.2. Математическая модель автоматизированного построения графика планово-предупредительных ремонтов технологического оборудования

Введём следующие допущения для создания математической модели автоматизированного построения графика ППР:
1. На всех МХП цеха продукты нарабатываются последовательно и для них действуют допущения, принятые выше.
2. График ППР включает сроки проведения текущих и капитальных ремонтов.
3. Аппараты для каждой отдельной стадии имеют одинаковую наработку.
4. ППР могут переноситься в пределах допустимой нормативами окрестности.
5. ППР не проводятся во время ожидания оборудования при заполненном аппарате.

Соотношения математической модели:

– число и сроки проведения капитальных и текущих ремонтов аппаратов:

$$K_j^n = \left[\frac{T_j^n + t_{0j}^n}{\Delta t_{Цj}^n} \right],$$

$$M_j^n = \left[\frac{\Delta t_{Цj}^n - t_{0j}^n}{\Delta t_{Пj}^n} \right] + \left[\frac{T_j^n + t_{0j}^n - \Delta t_{Цj}^n}{\Delta t_{Пj}^n} \right],$$

$$t_{КР1\,j}^n = \Delta t_{Ц\,j}^n - t_{0\,j}^n, \tag{91}$$

$$t_{ТР1j}^n = t_{КР1j}^n - \left[\frac{\Delta t_{Цj}^n - t_{0j}^n}{\Delta t_{Пj}^n} \right] \Delta t_{Пj}^n,$$

$$t_{КРyj}^n = t_{КР1j}^n + (y-1)\Delta t_{Цj}^n, \quad y = \overline{2, K_j^n},$$

$$t_{ТРxj}^n = t_{ТР1j}^n + (x-1)\Delta t_{Пj}^n, \quad x = \overline{2, M_n^j};$$

– время, необходимое для проведения ремонта с учётом ограниченности количества ремонтного персонала:

$$\forall n, j, i_\alpha > I \quad \left\{ \begin{array}{l} t = t_{kj_l}^n + p_{kj_l}^n;\ d = 0 \\ \left. \begin{array}{l} t = t + h \\ \left. \begin{array}{l} g(t) = g(t) + \eta_\beta^{nj} \\ d = d + h \end{array} \right\} \quad g(t) + \eta_\beta^{nj} < G \end{array} \right\} \quad d < \tau_\beta^{nj} \\ \Delta t_\beta^{nj} = t - t_{kj_l}^n - p_{kj_l}^n + h \end{array} \right. . \tag{92}$$

Обозначения:

K_j^n – число капитальных ремонтов (КР) за планируемый период;

M_j^n – число текущих ремонтов (ТР) за планируемый период;

$\Delta t_{Цj}^n, \Delta t_{Пj}^n$ – межремонтный цикл и период для j-го аппарата n-й ТС;

$[a]$ – ближайшее к a целое число, не превышающее a;

y и x указывают на порядковый номер КР и ТР соответственно;

$t^n_{kj_l}$ – время завершения обработки последней партии k-го продукта, нарабатываемого на n-й ТС, после выгрузки которого размещается во времени ремонт r^{nj}_β;

$p^n_{kj_l}$ – продолжительность выгрузки k-го продукта;

τ^{nj}_β и η^{nj}_β – общее число часов и количество ремонтного персонала, необходимых для проведения ремонта r^{nj}_β;

$g(t)$ – функция суммарных трудозатрат ремонтного персонала цеха;

G – число ремонтных рабочих цеха;

t – время от начала проведения ремонта;

d – время, затраченное на ремонт;

h – произвольная дискретность времени (часы, минуты и т.п.).

Таким образом, постановка рассмотренной выше задачи сводится к следующему:

- необходимо найти такие (74) – (77), что критерий оптимальности (78) достигает максимума при выполнении условий (79) – (92).

4.2.4. Постановка и решение задачи выбора исполнения корпуса вертикального ёмкостного аппарата

Наиболее часто в многоассортиментных производствах используются вертикальные ёмкостные аппараты с механическими перемешивающими устройствами. При конструировании этих аппаратов из стандартных элементов чаще всего используются корпуса следующих исполнений [11, 12]:

- 11 – аппарат с эллиптическим днищем, отъёмной эллиптической крышкой, приварной цилиндрической рубашкой;
- 21 – аппарат с коническим днищем (угол при вершине днища равен 90°), отъёмной эллиптической крышкой, приварной цилиндрической рубашкой;
- 41 – аппарат с эллиптическим днищем, отъёмной плоской крышкой, приварной цилиндрической рубашкой.

Корпуса подавляющего большинства вертикальных ёмкостных аппаратов изготавливаются из сталей, титановых сплавов и чугуна, и их стоимость, в основном, определяется величиной материалоёмкости. Поэтому в качестве критерия оптимальности выбора исполнения стандартного корпуса аппарата предлагается использовать суммарный объём элементов корпуса (без учёта отверстий), т.е.

$$Z_\text{А} = V_\text{о} + V_\text{д} + V_\text{к} + V_\text{ор} + V_\text{др}\,, \tag{93}$$

где $V_\text{о} = 0{,}25\pi L[(D + 2\delta_\text{к})^2 - D^2]$ – объём цилиндрической обечайки аппарата, м^3; $\delta_\text{к}$ – исполнительная толщина стенки корпуса, м; $V_\text{д}$ – объём днища аппарата:

- для эллиптического –

$$V_\text{д} = \frac{1}{6}\pi[(D + 2\delta_\text{к})^2(H_\text{эд} + \delta_\text{к}) - D^2 H_\text{эд}],$$

- для конического с углом при вершине $2\alpha = 90^\circ$ –

$$V_\text{д} = \frac{1}{6}\pi[(D + 2\delta_\text{к})^3 - D^3];$$

$V_\text{к}$ – объём крышки аппарата (для эллиптической определяется аналогично днищу);

- для плоской –

$$V_\text{пк} = 0{,}25\pi D^2_\text{рк}\delta_\text{пк}\text{, м}^3;$$

$V_\text{ор} = 0{,}25\pi L_\text{р}[(D_\text{р} + 2\delta_\text{р})^2 - D_\text{р}{}^2]$ – объём цилиндрической обечайки рубашки аппарата, м^3; $L_\text{р}$, $D_\text{р}$, $\delta_\text{р}$ – исполнительная длина, диаметр и исполнительная толщина стенки рубашки; $V_\text{др}$ – объём днища рубашки аппарата;

- для конического –

$$V_\text{др} = \frac{1}{6}\pi[(D_\text{р} + 2\delta_\text{р})^3 - D^3],$$

- эллиптического –

$$V_\text{др} = \frac{1}{6}\pi[(D_\text{р} + 2\delta_\text{р})^2(H_\text{эр} + \delta_\text{р}) - D_\text{р}^2 H_\text{эр}],$$

$H_\text{эр}$ – высота эллиптического днища рубашки, м.

Таким образом, постановка задачи выбора исполнения корпуса вертикального ёмкостного аппарата заданного объёма предусматривает определение значений D, L, $\delta_к$, $D_р$, $L_р$, $\delta_р$, $H_{эд}$ и $H_{эр}$ (для эллиптических днищ и крышек), $\delta_{пк}$ (для плоской крышки), при которых критерий (93) достигает минимума и выполняются ограничения:

- на толщину стенки корпуса аппарата

$$\delta_к \ge \max\{\delta_о, \delta_д, \delta_{кр}\}, \tag{94}$$

где необходимая исполнительная толщина стенки обечайки $\delta_о$ определяется по соотношениям (98) – (100), (109), исполнительная толщина стенки днища $\delta_д$ – по соотношениям (101) – (103) или (106) – (109) в зависимости от его конструкции, исполнительная толщина крышки $\delta_{кр}$ – по соотношениям (101), (102) или (104), (105);

- на толщину стенки рубашки

$$\delta_р \ge \max\{\delta_{ор}, \delta_{др}\}, \tag{95}$$

где необходимая исполнительная толщина стенки обечайки рубашки $\delta_{ор}$ определяется по соотношениям (98), (99), (109), а исполнительная толщина стенки днища рубашки $\delta_{др}$ – по соотношениям (101), (102) или (106), (107) в зависимости от его конструкции;

- на толщины стенок элементов корпуса аппарата с учётом условий укрепления одиночных отверстий, см. (110), (112), при фиксированных размерах штуцеров и накладных колец

$$\delta_э \ge \frac{l_j^{нр}\delta_j^{р}\chi_j^1 - l_j^{кр}\delta_j^{к}\chi_j^2 - l_j^{вр}(\delta_j - 2c_j)\chi_j^1}{l_j^{нр}\chi_j^1 - 0{,}5(d_j^{р} - d_j^{э})} + c,\ j \in (1, ..., J_э), \tag{96}$$

где индекс э может принимать значения: о, д, кр, ор, др;

- на толщины стенок элементов корпуса аппарата с учётом условий прочности перемычек между взаимовлияющими отверстиями, см. (92), (93)

$$\delta_э \ge \frac{p(D_j^{р} + D_k^{р})}{8[\sigma]\varphi V - 2Vp} + c,\ \ j, k \in (1, ..., J_э),\ э \in [о, д, кр, ор, др]. \tag{97}$$

Основными элементами стандартных корпусов вертикальных ёмкостных аппаратов являются цилиндрические обечайки, эллиптические и плоские крышки (приварные или отъёмные), приварные эллиптические, конические и плоские днища.

Основными определяемыми параметрами расчёта на прочность и устойчивость этих элементов являются [13]:

1. Толщина стенки гладкой цилиндрической обечайки

$$\delta_о \ge \delta_о^{р} + c, \tag{98}$$

где расчётная толщина стенки при внутреннем давлении определяется как

$$\delta_о^{р} = \frac{pD}{2[\sigma]\varphi_о - p}, \tag{99}$$

а при наружном давлении – из условия

$$p \ge \frac{p_п(\delta_о^{р})\, p_E(\delta_о^{р})}{\sqrt{p_п^2(\delta_о^{р}) + p_E^2(\delta_о^{р})}}. \tag{100}$$

Здесь $c = c_1 + c_2 + c_3$ – прибавка к расчётной толщине стенки (для компенсации коррозии, минусового допуска и технологическая); D – внутренний диаметр аппарата, м; p – расчётное избыточное давление (внутреннее либо наружное), Па; $[\sigma]$ – допускаемое напряжение материала корпуса аппарата при расчётной температуре, Па; $\varphi_о$ – коэффициент прочности сварного шва обечайки; $p_п(\delta_о^{р}) = \dfrac{2[\sigma]\delta_о^{р}}{D + \delta_о^{р}}$ – допускаемое давление из условия прочности, Па; $p_E(\delta_о^{р}) = 2{,}08\dfrac{ED}{n_y B(\delta_о^{р}) l}\left(\dfrac{\delta_о^{р}}{D}\right)^{2,5}$ – допускаемое давление из условия устойчивости, Па; E – модуль продольной упругости материала корпуса при расчётной температуре, Па; n_y – коэффициент запаса устойчивости (для рабочих условий принимается равным 2.4); $l = L + 2l_п$– расчётная длина обечайки, м; L – исполнительная длина обечайки, м; $l_п$ – длина примыкающего элемента (для эллиптических днищ и крышек – $H_{эд}/3$, для плоских – 0, для конических днищ – $D/[6\text{tg}(\alpha)]$, м); $H_{эд}$ – высота выпуклой части эллиптического днища, м; α – половина угла при вершине конического днища, град.;

$$B(\delta_о^{р}) = \min\left\{1{,}0;\ 0{,}945\frac{D}{l}\sqrt{\frac{D}{\delta_о^{р}}}\right\}.$$

Формулы (98) – (100) применимы, если $\delta_{\text{о}}^{\text{р}} \le 0{,}1D$.

2. Толщина стенки эллиптического днища (крышки)

$$\delta_{\text{эд}} \ge \delta_{\text{эд}}^{\text{р}} + c, \tag{101}$$

где при внутреннем давлении расчётная толщина стенки днища

$$\delta_{\text{эд}}^{\text{р}} = \begin{cases} \dfrac{pD^2}{4H_{\text{эд}}(2[\sigma]\varphi_{\text{д}} - 0{,}5p)}, \text{ если } h_{\text{д}} \le 0{,}8\sqrt{D\delta_{\text{о}}^{\text{р}}}; \\ \max\left\{\dfrac{pD^2}{4H_{\text{эд}}(2[\sigma]\varphi_{\text{д}} - 0{,}5p)}, \delta_{\text{о}}^{\text{р}}\right\}, \text{ иначе,} \end{cases} \tag{102}$$

а при наружном давлении –

$$\delta_{\text{эд}}^{\text{р}} = \max\left\{\frac{pD^2}{8H_{\text{эд}}[\sigma]},\ \ 0{,}441\frac{D^2}{H_{\text{эд}}}\sqrt{\frac{n_{\text{у}}p}{E}}\right\}. \tag{103}$$

Здесь $h_{\text{д}}$ – высота цилиндрической части днища (отбортовки), м; $\varphi_{\text{д}}$ – коэффициент прочности сварного шва днища.

Применение формул (101) – (103) допускается, если $0{,}2D \le H_{\text{эд}} \le 0{,}5D$ и $\delta_{\text{эд}}^{\text{р}} \le 0{,}1D$.

3. Толщина стенки плоской крышки (днища)

$$\delta_{\text{пк}} \ge \delta_{\text{пк}}^{\text{р}} + c, \tag{104}$$

где расчётная толщина стенки крышки

$$\delta_{\text{пк}}^{\text{р}} = KK_{\text{о}}D_{\text{рк}}\sqrt{\frac{p}{[\sigma]\varphi_{\text{пк}}}}. \tag{105}$$

Здесь $D_{\text{рк}}$ – расчётный диаметр крышки (для отъёмной крышки это диаметр расположения отверстий под болты, для приварной – диаметр аппарата), м; K – коэффициент конструкции (для отъёмной крышки $K = 0{,}4$; для приварной – $K = 0{,}41$); $K_{\text{о}} = \dfrac{1}{D_{\text{рк}}}\sqrt{\dfrac{D_{\text{рк}}^3 - h_{\text{о}}^3}{D_{\text{рк}} - h_{\text{о}}}}$ – коэффициент ослабления крышки отверстиями; $h_{\text{о}}$ – максимальная сумма длин хорд отверстий в диаметральном сечении крышки, м; $\varphi_{\text{пк}}$ – коэффициент прочности сварного шва крышки.

Формулы (83), (84) можно применять, если $\delta_{\text{пк}}^{\text{р}} \le 0{,}11D_{\text{рк}}$.

4. Толщина стенки конического днища ($\alpha \le 70^{\circ}$)

$$\delta_{\text{кд}} \ge \delta_{\text{кд}}^{\text{р}} + c, \tag{106}$$

где расчётная толщина стенки днища при внутреннем давлении

$$\delta_{\text{кд}}^{\text{р}} = \frac{pD}{(2[\sigma]\varphi_{\text{д}} - p)\cos(\alpha)}, \tag{107}$$

а при наружном давлении определяется из условия

$$p \ge \frac{p_{\text{п}}(\delta_{\text{кд}}^{\text{р}})p_E(\delta_{\text{кд}}^{\text{р}})}{\sqrt{p_{\text{п}}^2(\delta_{\text{кд}}^{\text{р}}) + p_E^2(\delta_{\text{кд}}^{\text{р}})}}. \tag{108}$$

Здесь

$$p_{\text{п}}(\delta_{\text{кд}}^{\text{р}}) = \frac{2[\sigma]\delta_{\text{кд}}^{\text{р}}}{\dfrac{D_{\text{к}}}{\cos(\alpha)} + \delta_{\text{кд}}^{\text{р}}}$$

– допускаемое давление из условия прочности, Па; $D_{к} = D - 0{,}98\sin(\alpha)\sqrt{\dfrac{D}{\cos(\alpha)}\delta_{о}^{р}}$ – расчётный диаметр днища, м; $p_E(\delta_{кд}^{р}) = 2{,}08\dfrac{ED_E(\delta_{кд}^{р})}{n_y B_E(\delta_{кд}^{р}) l_E}\left(\dfrac{\delta_{кд}^{р}}{D_E(\delta_{кд}^{р})}\right)^{2,5}$ – допускаемое давление из условия устойчивости, Па; $l_E = \dfrac{D - D_1}{2\sin(\alpha)}$ – эффективная длина днища, м; $D_E(\delta_{кд}^{р}) = \max\left\{\dfrac{D + D_1}{2\cos(\alpha)}, \dfrac{D}{\cos(\alpha)} - 0{,}31(D + D_1)\sqrt{\dfrac{D + D_1}{\delta_{кд}^{р}}\mathrm{tg}(\alpha)}\right\}$ – эффективный диаметр днища, м; D_1 – диаметр меньшего основания днища, м; $B_E(\delta_{кд}^{р}) = \min\left\{1{,}0;\ 0{,}945\dfrac{D_E}{l_E}\sqrt{\dfrac{D_E}{\delta_{кд}^{р}}}\right\}$. Условие применимости формул (106) – (108) – $0{,}001D \le \delta_{кд}\cos(\alpha) \le 0{,}05D$.

Для конических днищ дополнительно определяется толщина стенки перехода от днища к цилиндрической обечайке

$$\delta_{ко} = \frac{pD\beta}{2[\sigma]\varphi_{о} - p} + c,$$

где β – коэффициент формы, определяемый по диаграмме черт. 27 [13], а если этот элемент исполнением корпуса аппарата не предусмотрен, должно выполняться условие

$$\delta_{ко} \le \delta_{о}. \tag{109}$$

Если в элементах корпуса аппарата имеются отверстия, необходимо проверить выполнение условий их укрепления [14]:

1. Признак необходимости укрепления отверстий

$$d_j^{р} \ge d_j^{э},\ j = (1, ..., J_{э}), \tag{110}$$

где $J_{э}$ – число отверстий в рассматриваемом элементе корпуса; $d_j^{р}$ – расчётный диаметр j-го отверстия: для цилиндрической обечайки и конического днища $d_j^{р} = d_j + 2c_j$, для эллиптической крышки и днища $d_j^{р} = d_j + 2c_j \Big/ \sqrt{1 - \left(\dfrac{2x_j}{D_j^{р}}\right)^2}$, м; c_j – сумма прибавок к расчётной толщине стенки штуцера, м; d_j – диаметр j-го отверстия, м; x_j – расстояние между осью этого отверстия и осью элемента, м; $D_j^{р}$ – расчётный диаметр элемента для j-го отверстия: для цилиндрической обечайки $D_j^{р} = D_{э}$, для конического днища $D_j^{р} = \dfrac{2x_j}{\cos(\alpha)}$, для эллиптической крышки и днища $D_j^{р} = \dfrac{1}{2H_{эд}}\sqrt{D_{э}^4 - 4x_j^2\left(D_{э}^2 - 4H_{эд}^2\right)}$, м; $D_{э}$ – внутренний диаметр элемента, м; $d_j^{э} = 2\left(\dfrac{\delta_{э} - c}{\delta_{э}^{р}} - 0{,}8\right)\sqrt{D_j^{р}(\delta_{э} - c)}$ – расчётный диаметр j-го отверстия, не требующего укрепления, м; $\delta_{э}$, $\delta_{э}^{р}$ – исполнительная и расчётная толщина стенки элемента, м. При проверке выполнения признака (110) необходимо проверять и условие его применимости

$$d_j^{р} \le 0{,}6D_{э} + 2c_j,\ j = \overline{1, J_{э}}. \tag{111}$$

Если условие (110) не выполняется, соответствующее отверстие не требует укрепления (достаточно укреплено толщиной стенки рассматриваемого элемента корпуса аппарата).

2. Условие укрепления одиночных отверстий в элементе корпуса. Поскольку, наиболее популярными укрепляющими элементами отверстий в корпусах вертикальных ёмкостных аппаратов являются штуцера и накладные кольца, это условие чаще всего записывается в форме

$$l_j^{нр}(\delta_{э} - c - \delta_j^{р})\chi_j^1 + l_j^{кр}\delta_j^{к}\chi_j^2 + l_j^{вр}(\delta_j - 2c_j)\chi_j^1 \ge 0{,}5(d_j^{р} - d_j^{э})\delta_{э}^{р} \tag{112}$$

где $\delta_j^{р} = \dfrac{p(d_j + 2c_j)}{2[\sigma]_j\varphi_j - p}$ – расчётная толщина стенки штуцера j-го отверстия, м; $[\sigma]_j$ – допускаемое напряжение его материала при расчётной темпера-туре, Па; φ_j – коэффициент прочности продольного сварного шва штуцера; $\delta_j = \delta_j^{р} + c_j$ – исполнительная толщина стенки штуцера j-го отверстия, м; $l_j^{нр} = \min\left\{l_j^{н},\ 1{,}25\sqrt{(d_j - c_j)\delta_j^{р}}\right\}$ – расчётная длина наружной части штуцера j-го отверстия, м; $l_j^{н}$ – её исполнительная длина, м; $l_j^{вр} = \min\left\{l_j^{в},\ 0{,}5\sqrt{(d_j - c_j)(\delta_j - 2c_j)}\right\}$ – расчётная длина внутренней части штуцера j-го отверстия, м; $l_j^{\text{в}}$ – её исполнительная длина, м; $l_j^{\text{кр}} = \min\left\{ l_j^{\text{к}}, \sqrt{D_j^{\text{р}}(\delta_j^{\text{к}} + \delta_{\text{э}} - c)} \right\}$ – расчётная ширина накладного кольца для j-го отверстия, м; $l_j^{\text{к}}, \delta_j^{\text{к}}$ – исполнительная ширина и толщина кольца, м;

$$\chi_j^1 = \min\left\{1, \frac{[\sigma]_j}{[\sigma]}\right\}, \ \chi_j^2 = \min\left\{1, \frac{[\sigma]_j^{\text{к}}}{[\sigma]}\right\},$$

где $[\sigma]_j^{\text{к}}$ – допускаемое напряжение материала накладного кольца j-го отверстия при расчётной температуре, Па.

3. Условие взаимного влияния отверстий, выполненных в одном и том же элементе корпуса аппарата

$$b_{jk} \le \sqrt{D_j^{\text{р}}(\delta_{\text{э}} - c)} + \sqrt{D_k^{\text{р}}(\delta_{\text{э}} - c)}, \ j,k \in (1, \ldots, J_{\text{э}}), \tag{113}$$

где b_{jk} – минимальное расстояние между наружными кромками j-го и k-го отверстий. Если условие (92) не выполняется, рассматриваемые отверстия считаются одиночными.

4. Условие прочности перемычек между взаимовлияющими отверстиями в элементе корпуса аппарата

$$\frac{8(\delta_{\text{э}} - c)[\sigma]\varphi}{(D_j^{\text{р}} + D_k^{\text{р}}) + 2(\delta_{\text{э}} - c)V} V \le p, \tag{114}$$

где

$$V = \min\left\{1, \frac{1 + \dfrac{\sum\limits_{i=j,k} l_i^{\text{нр}}(\delta_i - c_i)\chi_i^1 + l_i^{\text{кр}}\delta_i^{\text{к}}\chi_i^2 + l_i^{\text{вр}}(\delta_i - 2c_i)\chi_i^1}{b_{jk}(\delta_{\text{э}} - c)}}{0{,}8 + \dfrac{d_j^{\text{р}} + d_k^{\text{р}}}{2b_{jk}} + 2\left(\dfrac{d_j + 2c_j}{D_j^{\text{р}}}\dfrac{\varphi}{\varphi_j}\dfrac{l_j^{\text{нр}}}{b_{jk}} + \dfrac{d_k + 2c_k}{D_k^{\text{р}}}\dfrac{\varphi}{\varphi_k}\dfrac{l_k^{\text{нр}}}{b_{jk}}\right)}\right\} -$$

коэффициент понижения прочности.

Главной целью проверки выполнения условий (110), (112), (114) является ответ на вопрос: приведёт ли ослабление элементов корпуса аппарата отверстиями, с учётом их укрепления штуцерами и накладными кольцами, к необходимости увеличения толщин стенок элементов, удовлетворяющих условиям (98), (101), (106), (109). При положительном ответе на этот вопрос (невыполнении условий (112), (114) для какого либо элемента корпуса аппарата) принятое значение толщины его стенки должно быть увеличено. Заметим, что ослабление плоской крышки (днища) отверстиями учитывается соотношением (105), поэтому условия укрепления отверстий для этих элементов не проверяются.

Таким образом, постановка задачи выбора типа и исполнения корпуса вертикального ёмкостного аппарата сводится к следующему:

- необходимо найти такие $D, L, \delta_K, D_{\text{р}}, L_{\text{р}}, \delta_{\text{р}}, H_{\text{эд}}, H_{\text{эр}}, \delta_{3K}$ при которых критерий оптимальности (93) достигает максимума и выполняются условия математической модели (94) – (114).

5. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Применение математических методов при разработке (исследовании) технических систем в соответствии с блок-схемой (см. рис. 1) далеко не всегда заканчивается решением экстремальной задачи. Ситуация может сложиться так, что некоторая часть процессов, протекающих в объекте исследования, не может быть описана в форме кинетических закономерностей в силу того, что теоретическая сторона этих процессов или не изучена совсем, или информация о таких процессах противоречива и недостаточна для того, чтобы осуществить их запись на основе фундаментальных законов предметной области.

Очевидно, что в этом случае построить адекватную модель объекта исследования невозможно. Требуются дополнительные исследования на физических моделях (экспериментальных установках) таких процессов и представление их в форме кинетических зависимостей. Подобный подход требует значительного времени и серьёзных экономических затрат.

Имитационное моделирование позволяет в значительной мере ускорить изучение таких процессов и даже обогатить теорию прикладной области новыми результатами. Ситуация может сложиться так, что эксперт (экспертная система) берёт на себя принятие решения, когда не все процессы, протекающие в объекте исследования известны.

Таким образом, эксперт (исследователь) становится как бы частью математической модели объекта. При этом можно выделить два режима работы эксперта.

В первом случае он анализирует информацию, получаемую по известной части математической модели при различных сочетаниях входных величин модели и делает окончательный вывод (принимает решение). В этом случае говорят о системе поддержки принятия решения (известная часть модели).

Во втором случае исследователь (эксперт) выдвигает гипотезу о форме представления неизвестного (слабоизученного) процесса (процессов) и проводит имитацию по полученной модели. Далее следует анализ результатов, полученных с использованием выдвинутой гипотезы. Гипотеза уточняется или выдвигается новая, вновь осуществляется анализ получаемых результатов и этот процесс продолжается до тех пор, пока исследователь не найдёт приемлемой формы описания неизвестного процесса или убедиться, что все выдвинутые гипотезы не подтвердились.

В этом случае строится новая стратегия выдвижения гипотез, и процесс имитационного моделирования продолжается.

Естественно, что для реализации подобного подхода нужна быстродействующая компьютерная система, а исследователь должен быть всесторонне хорошо подготовлен в области исследования подобных процессов, протекающих в объекте и уметь максимально быстро доводить выдвигаемые гипотезы до компьютерной реализации. Кроме соответствующей научной подготовки исследователь должен быть творческой личностью. Только такое сочетание приводит при использовании имитационного моделирования к успеху.

Таким образом контакт исследователя (человека) осуществляется с изучаемой средой на уровне программного кода.

В ряде научных публикаций приводятся примеры, когда контакт человека с изучаемой средой осуществляется не на уровне программных сред, а на уровне различных ощущений исследователя – визуальных, слуховых, сенсорных, частоты пульса, артериального давления, температуры различных участков тела и т.п. В этом случае человек является неотъемлемой частью исключительно сложной имитационной системы и «изнутри» воспринимает происходящее в ней.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение изложенных в работе методов математического моделирования, теории оптимального управления, системного анализа, имитационного моделирования в соответствии с предложенной методологией многоэтапной постановки и решения задачи исследования (проектирования) различных технических объектов показало высокую эффективность предлагаемого подхода. Методологические аспекты позволили грамотно обосновать границы применения методов решения экстремальных задач поддержки принятия решений в ситуациях, когда для решения поставленной задачи не хватает знаний в предметной области или существуют строгие ограничения на время решения задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакирев, В.С. Оптимальное управление химической технологии / В.С. Балакирев, В.М. Володин, А.М. Цирлин. – М. : Химия, 1978. – 412 с.
2. Корн, Г. Справочник по математике / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1978. – 831 с.
3. Самарский, А.А. Численные методы / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М. : Наука, 1989. – 427 с.
4. Болтянский, В.Г. Оптимальное управление дискретными системами / В.Г. Болтянский. – М. : Наука, 1973. – 447 с.
5. Булавский, В.А. Численные методы линейного программирования / В.А. Булавский. – М. : Наука, 1977. – 367 с.
6. Янг, Л. Лекции по вариационному исчислению и теории оптимального управления / Л. Янг. – М. : Мир, 1974.
7. Кротов, Ф.В. Основы теории оптимального управления / В.Ф. Кротов. – М. : Высшая школа, 1990.
8. Малыгин, Е.Н. О применении методов оптимизации в химической технологии / Е.Н. Малыгин, В.В. Провоторов // Труды Московского института химического машиностроения. – М. : 1975. – Вып. 64. – С. 134 – 141.
9. Карпушкин, С.В. Выбор оборудования много ассортиментных химических производств / С.В. Карпушкин. – М. : Машиностроение-1, 2006. – 139 с.
10. Краснянский, М.Н. Надёжность функционирования процессов и аппаратов много ассортиментных химических производств / М.Н. Краснянский. – М. : Машиностроение, 2010. – 115 с.
11. Васильцов, Э.А. Аппараты для перемешивания жидких сред : справочное пособие / Э.А. Васильцов, В.Г. Ушаков. – Л. : Машиностроение, 1979. – 272 с.
12. ОСТ 26-01-1246–75. Корпуса стальные сварные вертикальных аппаратов с механическими перемешивающими устройствами. Типы, параметры, конструкция и основные размеры ; Введ. с 01.01.1978. – М., 1975. – 34 с.
13. ГОСТ 14249–89. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчёта на прочность ; Введ. с 01.01.1990. – М., 1989. – 80 с.
14. ГОСТ 24755–89. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчёта на прочность укрепления отверстий ; Введ. с 01.01.1990. – М., 1989. – 31 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ