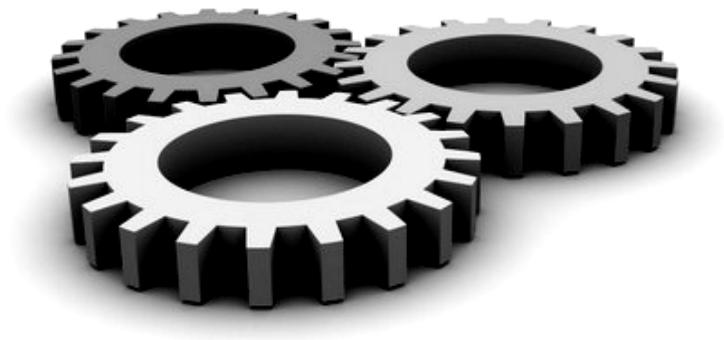


# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН



◆ ИЗДАТЕЛЬСТВО ФГБОУ ВПО «ТГТУ» ◆

Учебное издание

# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Лабораторные работы

Составители:

ГАЛКИН Павел Александрович,  
ЧЕРВЯКОВ Виктор Михайлович

Редактор И.В. Калистратова  
Инженер по компьютерному макетированию Т.Ю. Зотова

Подписано в печать 19.10.2011  
Формат 60 × 84/16. 1,86 усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ № 451

Издательско-полиграфический центр ФГБОУ ВПО «ТГТУ»  
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Тамбовский государственный технический университет»

# ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Лабораторные работы  
для студентов 2, 3 курсов дневного и заочного отделений  
направлений подготовки 151900, 151000, 280700, 241000, 110800, 190600  
и специальности 151700



---

Тамбов  
Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ»  
2011

УДК 531.8.(076)  
ББК К412я73-5  
Г161

Рекомендовано Редакционно-издательским советом университета

Рецензент

Доктор технических наук, профессор,  
заведующий кафедрой «Прикладная механика  
и сопротивление материалов» ФГБОУ ВПО «ТГТУ»  
*В.Ф. Першин*

Составители:

*П.А. Галкин, В.М. Червяков*

Г161 Теория механизмов и машин : лабораторные работы / сост. :  
П.А. Галкин, В.М. Червяков. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО  
«ТГТУ», 2011. – 32 с. – 100 экз.

Даны описания объектов исследования, последовательность выполнения лабораторных работ, расчётные зависимости и контрольные вопросы.

Предназначены для студентов 2, 3 курсов дневного и заочного отделений, обучающихся по направлениям 151900, 151000, 280700, 241000, 110800, 190600 и специальности 151700.

УДК 531.8.(076)  
ББК К412я73-5

© Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего  
профессионального образования  
«Тамбовский государственный технический  
университет» (ФГБОУ ВПО «ТГТУ»), 2011

## **ВВЕДЕНИЕ**

Лабораторные работы составлены на основе существующих образовательных стандартов.

1. Выполнение лабораторных работ производится в соответствии с графиком, который устанавливается и объявляется кафедрой.

2. Студенты должны быть ознакомлены с правилами и нормами техники безопасности перед выполнением лабораторной работы. Инструктаж проводит преподаватель, который руководит выполнением работы. Прохождение инструктажа заверяется подписью каждого студента в специальном журнале, хранящемся на стенде лаборатории кафедры.

3. Студенты также должны ознакомиться с конструкцией лабораторного оборудования, используя рекомендуемую литературу и данные методические указания.

4. Отчёт по лабораторным работам выполняется в соответствии с СТП ТГТУ 07–97 и предоставляется к защите. В состав отчёта входит:

- название и цель лабораторной работы;
- схема лабораторной установки с позициями и спецификацией;
- таблицы с экспериментальными и расчётными данными;
- обработка экспериментальных данных;
- графики полученных экспериментальных зависимостей;
- выводы по результатам работы.

Результаты выполнения согласовываются с преподавателем. При защите студент отвечает на контрольные вопросы.

5. Пропущенная лабораторная работа выполняется с разрешения преподавателя по отдельному графику.

# Лабораторная работа 1

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ МЕТОДОМ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ (Метод профессора А.К. Зайцева)

*Цель работы:* ознакомиться с одним из методов экспериментального определения коэффициента трения скольжения пары материалов.

### Объект и средства исследования

Объектом исследования являются два контактирующих тела, которые совершают относительное движение. При этом на поверхности их соприкосновения возникает сила трения, направленная противоположно скорости относительного движения.

Трение скольжения может быть нескольких видов. При сухом трении между трущимися поверхностями совершенно нет смазки. При жидкостном трении смазка полностью разделяет трущиеся поверхности. Если смазывающая жидкость не полностью разделяет трущиеся поверхности, то трение будет полусухим или полужидкостным в зависимости от того, какой из первых двух видов преобладает. Смазка значительно снижает силы трения.

При движении тела по поверхности (рис. 1.1), прижатого к ней силой  $Q$ , под действием горизонтальной силы  $P$  возникает сила трения  $F$ , приложенная к телу и препятствующая его движению. Сила трения пропорциональна нормальной реакции  $F = fN$ .

Коэффициент пропорциональности  $f$  называется коэффициентом трения. Он зависит в основном от материалов трущихся тел, шероховатости трущихся поверхностей, наличия смазки, величины нормальной реакции и относительной скорости.

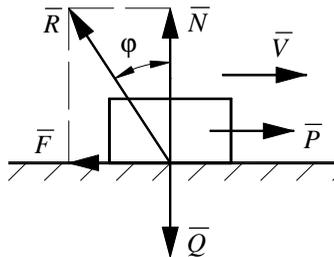


Рис. 1.1. Трение скольжения на горизонтальной плоскости

В поступательной кинематической паре реакция со стороны одного звена на другое отклоняется от нормали к плоскости касания элементов пары на угол  $\varphi$ , который называется углом трения. Отклонение реакции происходит в противоположную сторону относительно движения тела по поверхности. Из рисунка 1.1 очевидно, что  $\operatorname{tg}\varphi = \frac{F}{N} = f$ .

Определение коэффициента трения скольжения методом гармонических колебаний основывается на следующих положениях. Возьмём прямоугольный брус весом  $G$  и установим его горизонтально на два цилиндрических диска, вращающихся с угловой скоростью  $\omega$  в противоположных направлениях относительно неподвижных горизонтальных осей (рис. 1.2).

При симметричном расположении бруса относительно дисков  $A$  и  $B$  его центр масс  $S$  лежит на оси симметрии  $Y$ . Реакции  $R_A$  и  $R_B$  на брус со стороны дисков равны между собой  $R_A = R_B = G/2$ . Силы трения, прикладываемые в точках касания, направлены навстречу друг другу по оси  $X$ .

$$F_A = f_A R_A ; \quad F_B = f_B R_B .$$

Если материалы, из которых выполнены дорожки дисков одинаковы, то коэффициенты трения равны между собой. Соответственно равны между собой силы трения. Таким образом, брус уравновешен и находится в состоянии покоя.

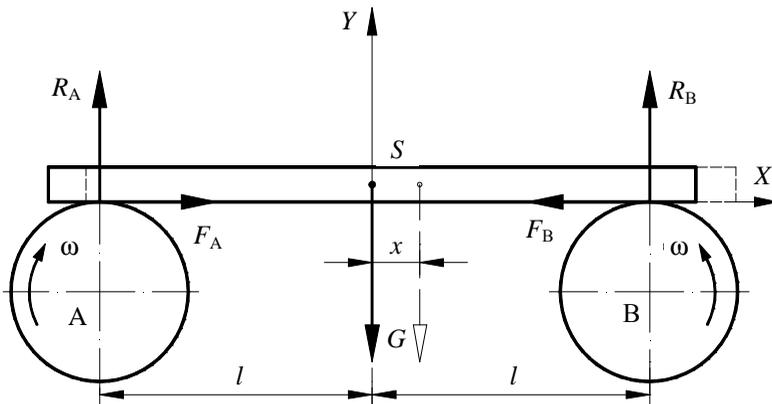


Рис. 1.2. Схема расположения сил (смещение бруса показано пунктиром)

Если центр масс бруса  $S$  сместить относительно оси  $Y$  на величину  $x$  (показано пунктиром), то реакции со стороны дисков на брус следует записать в виде

$$R_A = G \frac{l-x}{2l}; \quad R_B = G \frac{l+x}{2l}.$$

Равнодействующая сила трения приводит брус в движение и равна разности сил  $F_A$  и  $F_B$

$$F = F_B - F_A = fg \frac{x}{l}.$$

Брус начинает совершать гармонические колебания описываемые дифференциальным уравнением

$$F + \frac{G}{g} \frac{d^2x}{dt^2} = 0,$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Подставим в это уравнение значение  $F$

$$\frac{G}{g} \frac{d^2x}{dt^2} + fg \frac{x}{l} = 0, \text{ откуда } \frac{d^2x}{dt^2} + fg \frac{x}{l} = 0.$$

Запишем это уравнение в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{fg}{l}x = -k^2x,$$

где  $k = \sqrt{f \frac{g}{l}}$  – круговая частота колебания бруса.

Тогда период колебаний бруса равен

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{fg}}.$$

Получив из наблюдений время одного периода колебаний  $T$  и зная, расстояние между осями дисков равно  $2l$ , можно определить коэффициент трения

$$f = \frac{4\pi^2 l}{gT^2}.$$

Зависимость коэффициента трения от относительной скорости и удельного давления определяет появление дополнительного малого возмущения при колебаниях бруса. Коэффициент трения несколько падает с увеличением скорости и возрастает при значительном увеличении удельного давления.

Диск, окружная скорость которого направлена в сторону, противоположную движению бруса, будет иметь большую относительную скорость скольжения и, соответственно, меньший коэффициент трения, чем второй диск. Следовательно, неравенство коэффициентов трения в двух парах трения определит появление вторичной возмущающей силы, имеющей то же направление, что и вектор скорости бруса. Эта сила имеет положительную мощность и следствием этого может явиться возрастание амплитуды колебаний.

В данном случае вынужденные колебания бруса поддерживаются силой, вызываемой его движением. Такие колебания называются самовозбуждающимися или автоколебаниями, а устройство, в котором происходят автоколебания – автоколебательной системой.

Установка для определения коэффициента трения скольжения методом гармонических колебаний (рис. 1.3) состоит из цилиндров 1 и 2, имеющих три дорожки, выполненные из стали, чугуна и бронзы. Цилиндры, соединённые с валами 3, установлены в подшипниковых опорах 4. Валы 3 соединяются при помощи конической одноступенчатой зубчатой передачи 5 с распределительным валом 6, на котором установлен грибовидный вариатор 7, соединённый с валом электродвигателя 8. Изменение положения рабочих элементов вариатора 7 осуществляется при помощи маховика 9. На левом цилиндре установлен магнитоиндукционный тахометр 10. На правом цилиндре установлен стробоскопический тахометр 11. На дорожки цилиндров устанавливается брус прямоугольного сечения 12, грани которого выполнены из различных материалов: бронзы, стали, чугуна и текстолита.

Установка работает следующим образом. Электродвигатель 8 приводит во вращение вал грибовидного вариатора 7, передающего вращение на распределительный вал 6 и далее через коническую передачу 5 на валы 3 и цилиндры 1 и 2. Вращая маховик 9, устанавливают заданную частоту вращения цилиндров по тахометру 10. Для более точной регулировки частоты вращений служит стробоскопический тахометр 11. Точную частоту вращения устанавливают, добиваясь неподвижного положения меток на стробоскопическом диске. Брус 12 устанавливают на цилиндры 1 и 2. Время колебаний бруса измеряют секундомером.

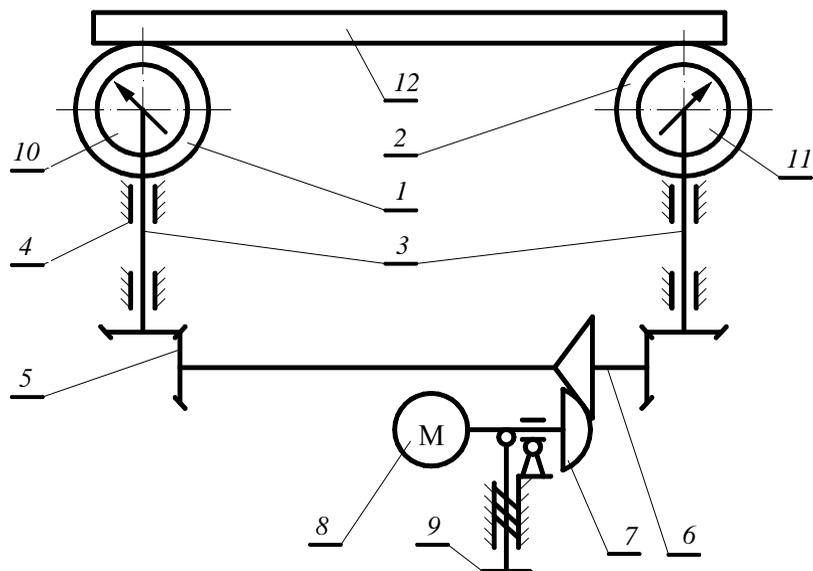


Рис. 1.3. Кинематическая схема лабораторной установки

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с устройством и принципом работы установки.
2. Получить задание у преподавателя для выполнения работы: испытуемую пару материалов и число оборотов цилиндров.
3. Установить брус симметрично на заданные дорожки цилиндров. Для этого необходимо совместить риску на брус с указателем на корпусе установки.
4. Включить электродвигатель.
5. Маховиком вариатора установить целое число оборотов цилиндров по тахометру 10.
6. Скорректировать частоту вращения цилиндров, добиваясь неподвижного положения меток на диске стробоскопического тахометра 11.
7. Сместить брус из положения равновесия в любую сторону вдоль дорожек цилиндров. Величина смещения не должна превышать 100 мм и измеряется от риски на брус до указателя на корпусе установки. Брус начинает совершать гармонические колебания.
8. Замерить по секундомеру время десяти полных колебаний бруса  $T_{10}^I$ . Выключить электродвигатель. Определить время одного полного колебания  $T_1^I = T_{10}^I/10$ .

9. Выполнить пункты с 3 по 8 ещё два раза и получить три значения времени одного полного колебания бруса.

10. Определить среднее значение времени одного полного колебания бруса по формуле

$$T_1 = \frac{T_1^I + T_1^{II} + T_1^{III}}{3}.$$

11. Рассчитать коэффициент трения скольжения для заданной пары материалов по формуле

$$f = \frac{4\pi^2 l}{gT_1^2},$$

где  $l = 0,275$  м – половина межцентрового расстояния цилиндров;  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения

12. Определить коэффициент трения скольжения для другой пары материалов по описанной методике.

13. Занести полученные данные в табл. 1.1, оформить отчёт по лабораторной работе.

### 1.1. Результаты измерений и расчётов

Исследуемая пара материалов				Исследуемая пара материалов			
брус		дорожки цилиндров		брус		дорожки цилиндров	
время десяти полных колебаний		время одного полного колебания		время десяти полных колебаний		время одного полного колебания	
$T_{10}^I$		$T_1^I$		$T_{10}^I$		$T_1^I$	
$T_{10}^{II}$		$T_1^{II}$		$T_{10}^{II}$		$T_1^{II}$	
$T_{10}^{III}$		$T_1^{III}$		$T_{10}^{III}$		$T_1^{III}$	
Среднее значение одного полного колебания		$T_1 =$		Среднее значение одного полного колебания		$T_1 =$	
Коэффициент трения скольжения		$f =$		Коэффициент трения скольжения		$f =$	

## Контрольные вопросы

1. Перечислите виды трения и дайте определения.
2. Проведите анализ сил, действующих на тело, скользящее по поверхности.
3. Дайте понятие коэффициента трения скольжения.
4. Что понимают под углом трения?
5. От каких факторов зависит величина коэффициента трения?

## Лабораторная работа 2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КПД И ПРИВЕДЁННОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ В ВИНТОВОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПАРЕ

*Цель работы:* экспериментально определить КПД и приведённый коэффициент трения скольжения в винтовой кинематической паре, ознакомиться с геометрическими параметрами резьбы.

#### Объект и средства исследования

Объектом исследования является винтовая кинематическая пара, при рассмотрении трения в которой делают ряд допущений. Во-первых, так как закон распределения давлений по винтовой нарезке неизвестен, то условно считают, что давление гайки на винт приложено по средней линии нарезки, расположенной на расстоянии  $d_2/2$  от оси винта (рис. 2.1).

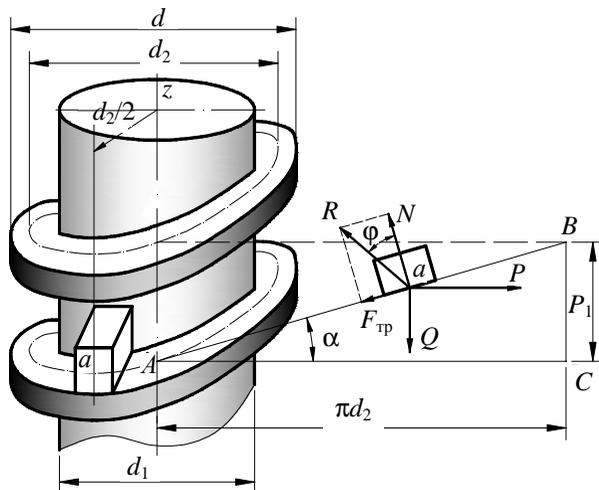


Рис. 2.1. Схема действия сил в винтовой кинематической паре

Во-вторых предполагают, что действие сил в винтовой паре может быть сведено к действию сил на ползун, перемещающийся по наклонной плоскости. То есть, развёртывая среднюю линию винтовой нарезки на плоскость, сводят пространственную задачу к плоской. Считаем, что на гайку  $a$  действует некоторая осевая сила  $Q$  и пара сил в плоскости, перпендикулярной к оси винта  $z$ . Для равномерного перемещения гайки вдоль оси  $z$  в направлении, противоположном направлению силы  $Q$ , необходимо, чтобы внешний момент  $M$  равнялся моменту силы  $P$  относительно оси  $z$

$$M = P \frac{d_2}{2}. \quad (1)$$

В этом уравнении  $P$  – сила, необходимая для равномерного перемещения гайки по наклонной плоскости (рис. 2.1), угол подъёма которой равняется углу подъёма винтовой линии нарезки. Известно, что при перемещении груза по наклонной плоскости величина этой силы ( $P$ ) равна

$$\text{при подъёме } P = Q \operatorname{tg}(\alpha + \varphi), \quad (2)$$

$$\text{при опускании } P = Q \operatorname{tg}(\alpha - \varphi). \quad (3)$$

где  $\alpha$  – угол подъёма наклонной плоскости;  $\varphi$  – угол трения в паре ползун–наклонная плоскость или винт–гайка.

Следовательно, момент трения равен

$$M_T = Q \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi) \frac{d_2}{2}. \quad (4)$$

При движении гайки по направлению, совпадающему с направлением силы  $Q$  в формуле (4) берётся перед  $\varphi$  знак (–), в противном случае – знак (+).

При  $\alpha < \varphi$  в винтовом механизме возможно самоторможение при движении гайки вниз, т.е. в направлении действия силы  $Q$ .

Полученными уравнениями можно пользоваться при исследовании винтовых пар с прямоугольной нарезкой. При остроугольной нарезке резьбы (рис. 2.2) считают, что движение гайки аналогично движению клинчатого ползуна по жёлобу, у которого угол между вертикалью и стенками жёлоба равен  $90^\circ - \beta$ . Тогда приведённый коэффициент трения равен

$$f^* = \frac{f}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{f}{\cos \beta}, \quad (5)$$

а приведённый угол трения

$$\operatorname{tg}\phi' = \frac{\operatorname{tg}\phi}{\cos\beta}. \quad (6)$$

Так как  $\phi' > \phi$ , то трение в винтовой паре с остроугольной нарезкой больше, чем в винтовой паре с прямоугольной нарезкой.

Для приближённых расчётов коэффициента полезного действия винтового механизма пользуются формулой (перемещение гайки вверх)

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \phi)}, \quad (7)$$

где  $\phi$  – угол трения резьбы винта;  $\alpha$  – угол подъёма средней винтовой линии резьбы.

Угол  $\alpha$  определяется из прямоугольного треугольника  $ABC$  развёртки витка (рис. 2.1):

$p_1$  – ход винта (поступательное перемещение гайки вдоль оси винта, соответствующее полному обороту);

$d = 0,5(d + d_1)$  – средний диаметр резьбы.

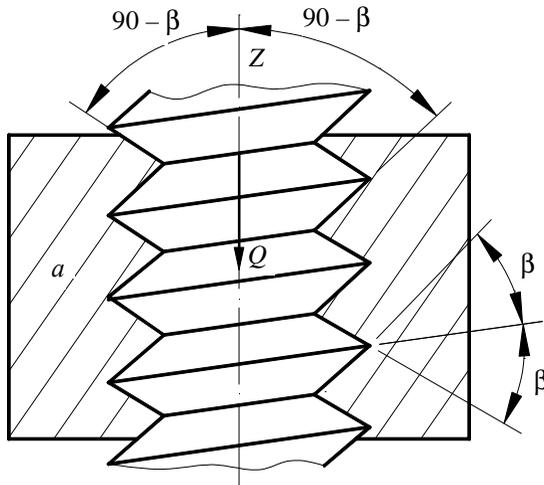


Рис. 2.2. Винтовая пара с остроугольной нарезкой

При развёртывании цилиндрической поверхности винтовая линия обратится в наклонную прямую  $AB$  с углом подъёма  $\alpha$ , который определяется из формулы

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{p_1}{\pi d_2} . \quad (8)$$

Для многозаходных винтов следует отличать шаг  $p$  винта от его хода  $p_1$ . Шаг  $p$  – расстояние по образующей между одноимёнными точками соседних витков, а ход  $p_1$  – расстояние по образующей между одноимёнными точками витка одной нитки резьбы. Если число заходов (ниток) равно  $n$ , то ход винта  $p_1 = np$ . Для однозаходного винта шаг и ход совпадают.

Угол трения  $\varphi$  связан с коэффициентом трения  $f$  зависимостью

$$\operatorname{tg}\varphi = f . \quad (9)$$

Величину  $\operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi)$  определяют опытным путём на лабораторной установке путём измерения момента трения. Таким образом, имея все необходимые величины из формулы (7), найдём значение КПД в винтовой кинематической паре, а затем и коэффициент трения по формуле

$$f = \operatorname{tg}\varphi, \text{ где } \varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{2M_T}{Qd_2}\right) - \alpha . \quad (10)$$

Работа выполняется на лабораторной установке, схема которой представлена на рис. 2.3. Установка состоит из винта 1, расположенного в подшипниковых опорах 2 и гайки со сменными вкладышами 3. Вертикальная нагрузка на гайку создаётся с помощью подвески 4 и груза 5. Винт приводится во вращение мотор-редуктором 6, который установлен в опорах таким образом, что может поворачиваться вокруг своей оси. При

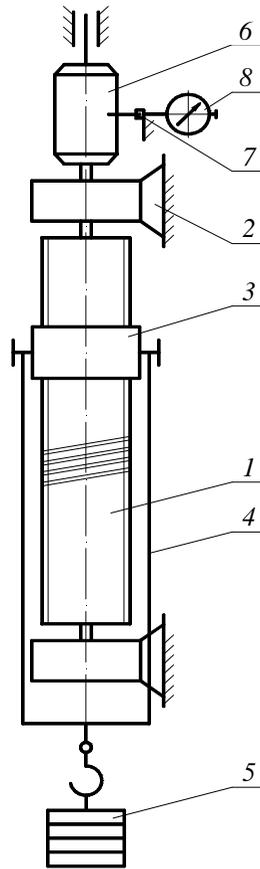


Рис. 2.3. Схема лабораторной установки

этом он упирается плоскую пружину 7 и вызывает её деформацию, которая пропорциональна моменту трения в винтовой паре. Величина деформации пружины измеряется индикатором часового типа 8.

### Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с конструкцией лабораторной установки.
2. Определить (путём измерения и расчёта) геометрические параметры винта: тип резьбы, число заходов ( $n$ ), шаг ( $p$ ), ход ( $p_1$ ), наружный ( $d$ ), внутренний ( $d_1$ ) и средней ( $d_2$ ) диаметры резьбы, угол подъёма ( $\alpha$ ) средней винтовой линии по формуле (10). Результаты занести в табл. 2.1.
3. Приложить к винту осевую нагрузку  $Q$ , и включить установку на подъём при нижнем положении гайки. Снять показания индикатора. Опыт повторить три раза.
4. Повторить опыты при опускании гайки, при прочей нагрузке и другом материале вкладыша гайки. Результаты занести в табл. 2.2.
5. Подсчитать среднее значение показаний индикатора для каждого опыта  $n_{\text{ср}}$ .
6. В соответствии со значениями  $n_{\text{ср}}$  для каждого опыта определить моменты трения в винтовой паре  $M_T = 0,0006n_{\text{ср}}$ .
7. Вычислить по формулам (4), (8), и (10) значения  $\text{tg}(\alpha \pm \varphi)$ ,  $\text{tg}\alpha$ , угол трения  $\varphi$  и коэффициент трения  $f$ .
8. По формуле (7) определить коэффициент полезного действия винтовой кинематической пары в режиме перемещения гайки вверх.
9. Результаты расчётов занести в табл. 2.3, оформить отчёт по лабораторной работе.

#### 2.1. Параметры винта

Наименование параметра	Величина
Тип резьбы	
Число заходов, $n$	
Шаг, $p$	
Ход, $p_1$	
Наружный диаметр, $d$	
Внутренний диаметр, $d_1$	
Средний диаметр, $d_2$	
Угол подъёма, $\alpha$	

## 2.2. Результаты измерений

Вес груза $Q_1$ , кг	Подъём груза				Опускание груза			
	Показания индикатора							
	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_{cp}$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_{cp}$
Момент трения $M_T$ , кг·м								
Вес груза $Q_2$ , кг	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_{cp}$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_{cp}$
Момент трения $M_T$ , кг·м								

## 2.3. Результаты расчётов

Подъём груза		Подъём груза	
$Q_1$		$Q_2$	
Угол трения $\varphi$		Угол трения $\varphi$	
Коэффициент трения $f$		Коэффициент трения $f$	
КПД $\eta$		КПД $\eta$	

### Контрольные вопросы

1. Дайте понятие коэффициента полезного действия.
2. Что понимают под цикловым КПД механизма?
3. Что понимают под мгновенным КПД механизма?
4. В каких пределах изменяется КПД реальных машин?
5. Что понимают под приведённым коэффициентом трения?
6. Каковы пути повышения КПД механизмов?
7. Как определяется общий КПД механизмов, соединённых в кинематическую цепь последовательно или параллельно?

## Лабораторная работа 3

### БАЛАНСИРОВКА ВРАЩАЮЩИХСЯ МАСС

*Цель работы:* ознакомиться с методикой и оборудованием для проведения динамической балансировки роторов, осуществить её на лабораторной установке.

#### Объект и средства исследования

При изготовлении и сборке вращающихся звеньев машины возможны отклонения в симметричном размещении масс относительно оси вращения, в результате чего возникают неуравновешенные силы  $P_{и}$  и моменты  $M_{и}$  сил инерции. Это вызывает добавочные динамические давления на опоры вращения ротора, что может привести к выдавливанию смазки в подшипниках, явиться причиной их ускоренного износа. Кроме того, неуравновешенные силы и моменты сил инерции в связи с их знакопеременностью вызывают колебания самих машин и фундаментов, расшатывая отдельные соединения, снижая усталостную прочность, создавая остаточные деформации и даже поломки деталей машин.

Для предотвращения этих явлений проводят уравнивание вращающихся масс, т.е. неуравновешенных сил и моментов сил инерции, которое осуществляется как расчётным путём на стадии проектирования, так и опытным путём в процессе сборки машины. Как правило, первое не исключает необходимость проведения опытного уравнивания, которое принято называть балансировкой.

Объектом исследования является вращающийся ротор. В зависимости от конструкции ротора балансировку подразделяют на статическую и динамическую. Если ширина  $B$  ротора (рис. 3.1) значительно меньше его диаметра  $D$ , считают, что вся масса звена расположена в одной плоскости и ограничиваются уравниванием только главного вектора центробежных сил инерции  $\bar{P}_{и}$ . Это достигается статической балансировкой.

При вращении ротора с постоянной угловой скоростью  $\omega$  на каждый элемент его массы  $dm$  действует элементарная сила инерции

$$d\bar{P}_{и} = -\bar{a}^n dm.$$

Интегрируя это выражение, получим значение полной неуравновешенной силы инерции

$$\bar{P}_{и} = -\bar{a}_S^n m = \omega^2 m \bar{r}_S,$$

где  $\bar{r}_S$  – расстояние от оси вращения до центра масс  $S$  неуравновешенного звена.

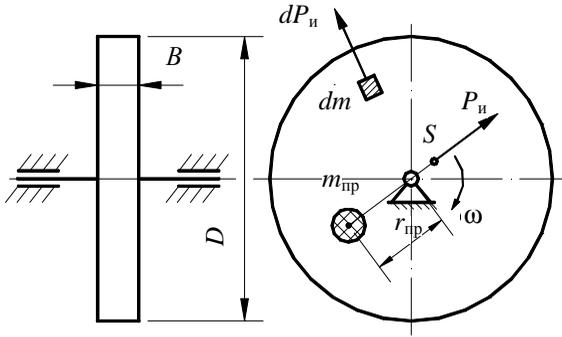


Рис. 3.1

Для полной статической уравновешенности подбирают противовес, который будучи закреплён на диске ротора в диаметрально противоположном направлении от положения центра масс, во время вращения создаёт дополнительную силу инерции  $\bar{P}_{инр}$ , равную по величине неуравновешенной силе инерции  $\bar{P}_и$ . Таким образом, при статической балансировке добиваются выполнения условия  $\sum \bar{P}_и = 0$ , что равносильно условию совмещения центра масс ротора  $S$  с геометрической осью вращения.

Статическую балансировку выполняют на горизонтальных параллелях, на балансировочных установках, снабжённых дисками (роликами) или на специальных балансировочных весах.

Когда ширина ротора соизмерима или больше его диаметра, необходимо уравновешивание как вектора  $\bar{P}_и$ , так и момента сил инерции  $\bar{M}_и$ . Процесс полного уравновешивания в этом случае называется динамической балансировкой.

Главный момент  $\bar{M}_и$  можно представить в виде пары сил  $P'_1 = P_1 = \frac{M_и}{l}$  (рис. 3.2). Точку приложения одной из пары сил  $\bar{P}'_1$  берут в плоскости II, где расположен главный вектор сил инерции  $\bar{P}_и$ , а другая сила пары  $\bar{P}_1$  располагается в плоскости I. Складывая силы  $\bar{P}_и$  и  $\bar{P}'_1$  в плоскости II, получаем результирующую силу  $\bar{P}_2 = \bar{P}_и + \bar{P}'_1$ . Таким образом, инерционные силы вращающегося звена приводят к двум скрещивающимся силам:  $\bar{P}_2$  – в плоскости II и  $\bar{P}_1$  – в плоскости I. Плоскости I и II называют плоскостями исправления. Они могут выбираться произвольно, при этом  $\bar{P}_1$  и  $\bar{P}_2$  изменяются.

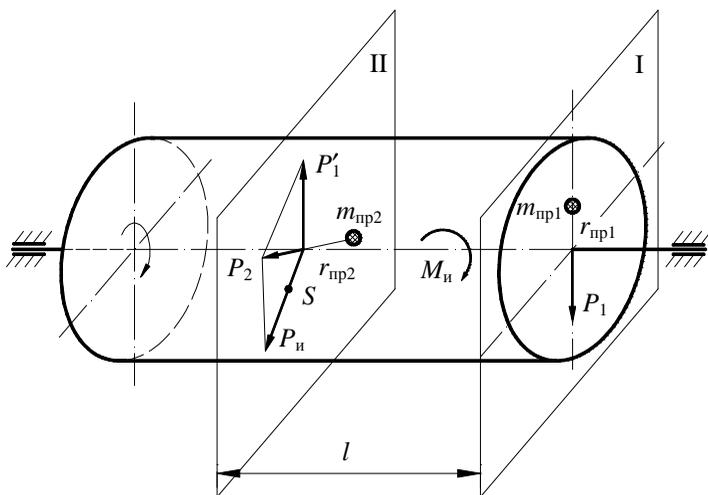


Рис. 3.2

Для полного уравновешивания вращающегося звена нужно так подобрать противовесы  $m_{пр1}$  и  $m_{пр2}$  в плоскостях I и II на радиусах  $r_{пр1}$  и  $r_{пр2}$  соответственно, чтобы их центробежные силы инерции свели к нулю  $\bar{P}_1$  и  $\bar{P}_2$ . При этом главная центральная ось инерции ротора совмещается с его осью вращения.

Динамическую балансировку проводят на специальных балансировочных станках. На рисунке 3.3 представлена схема балансировочного станка системы Б.В. Шитикова.

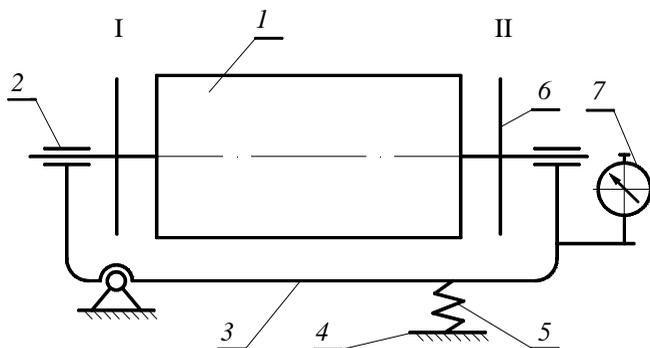


Рис. 3.3. Схема балансировочного станка

Балансируемый ротор 1 устанавливается в подшипниках качения 2 на раме 3, шарнирно закреплённой на неподвижном основании 4. Ось шарнира рамы 3 перпендикулярна к оси вращения ротора и представляет собой вращательную кинематическую пару V класса, обеспечивающую возможность вращения рамы только в вертикальной плоскости. Горизонтальное положение рамы обеспечивается упругой связью её с неподвижным основанием при помощи пружины 5. Плоскости исправления 6 представляют собой планшайбы в виде дисков с радиальными прорезями для закрепления. Радиус установки противовесов фиксируется по нанесённой на планшайбу шкале. Одна из плоскостей исправления (на схеме плоскость I) проходит через ось вращения рамы 3. Планшайбы могут поворачиваться на валу ротора и закрепляться в любом положении при помощи винтов. Положение планшайбы фиксируется по имеющейся на валу ротора шкале в градусах.

Привод ротора осуществляется от электродвигателя, с помощью фрикционной передачи. Во время вращения ротора рама установки 3 под действием приведённой ко второй плоскости исправления неуравновешенной силы инерции  $\bar{P}_2$  будет совершать угловые колебания. Из теории колебаний известно, что при совпадении частот вынужденных колебаний (в данном случае частоты знакопеременности силы инерции  $\bar{P}_2$  в вертикальном направлении, т.е. угловой скорости вращения ротора) и собственных колебаний рамы вместе с ротором (величина собственных колебаний определяется геометрией масс подвижной системы и упругостью пружины), наступает явление резонанса, характеризующееся максимальной амплитудой колебаний. С достаточной точностью можно считать, что возмущающая сила  $\bar{P}_2$  во время резонанса пропорциональна амплитуде колебаний. Для регистрации амплитуд колебаний рамы лабораторная установка оснащена индикатором линейных перемещений часового типа 7 со шкалой, имеющей цену деления 0,01 мм.

Балансировку начинают с определения величины амплитуды колебаний от исходной неуравновешенной силы инерции  $\bar{P}_2$ , предварительно установив планшайбу плоскости исправления II в такое положение, чтобы риска на её ступице совпала с нулевым делением шкалы на валу ротора. Разгоняют ротор электродвигателем посредством включения фрикционной передачи до скорости, превышающей по величине резонансную частоту колебаний. Отключив двигатель и фрикционную передачу, обеспечивают возможность вращения ротора в режиме выбега. По мере расхода

накопленной во время разгона ротора кинетической энергии на преодоление работы сил трения в подшипниках и сопротивления воздуха происходит снижение угловой скорости его вращения. Когда скорость вращения ротора снизится до частоты собственных колебаний подвижной системы установки, наступит резонанс, амплитуду  $X_0$  при этом регистрируют по индикатору 7. Далее устанавливают в одну из прорезей планшайбы плоскости исправления II так называемый корректирующий груз массой  $m_k$  на расстояние от оси вращения  $r_k$ . Масса корректирующего груза во время вращения ротора будет обуславливать появление дополнительной силы инерции  $\bar{P}_{ик}$ , величина которой во время резонанса будет пропорциональна амплитуде  $X_k$ . Измерив резонансную амплитуду  $X_1$  колебаний после установки корректирующего груза, можно записать следующее векторное равенство:

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_0 + \bar{X}_k. \quad (7)$$

Далее, повернув планшайбу плоскости исправления II на  $180^\circ$ , измеряют получающуюся после этого резонансную амплитуду  $X_2$  колебаний рамы установки. Так как при этом сила инерции корректирующего груза изменит свое направление на  $180^\circ$ , то векторное равенство (7) для этого случая будет

$$\bar{X}_2 = \bar{X}_0 + (-\bar{X}_k) = -\bar{X}_k + \bar{X}_0. \quad (8)$$

В результате балансировки следует подобрать такой противовес, чтобы возникающая после его установки сила инерции  $\bar{P}_{ипр}$  была равна по величине, но противоположна по направлению силе инерции  $\bar{P}_2$ .

С учётом этого замечания можно записать следующую пропорцию:

$$\frac{P_{ик}}{P_2} = \frac{P_{ик}}{P_{ипр}}.$$

А так как сила инерции пропорциональна соответствующим амплитудам колебаний, перепишем эту пропорцию в следующем виде:

$$\frac{X_k}{X_0} = \frac{P_{ик}}{P_{ипр}} = \frac{m_k r_k}{m_{пр} r_{пр}}.$$

Откуда

$$m_{пр} r_{пр} = \frac{m_k r_k}{X_k} X_0, \quad (9)$$

где  $m_{\text{пр}}$  – масса противовеса;  $r_{\text{пр}}$  – расстояние от оси вращения ротора до центра массы противовеса.

Зная величину произведения  $m_{\text{пр}} r_{\text{пр}}$  и задаваясь величиной  $r_{\text{пр}}$ , можно определить необходимую массу противовеса  $m_{\text{пр}}$ . Но прежде необходимо определить значение  $X_{\text{к}}$ .

В соответствии с силовой картиной (рис. 3.4, а) равенства (7) и (8) можно представить в виде двух векторных треугольников (рис. 3.4, б). После совмещений этих треугольников (рис. 3.4, в) заметим, что значения внешних сторон полученного треугольника нам известны из проведённых во время опыта измерений. Такой векторный треугольник легко построить. Для этого в произвольном масштабе на одной прямой откладывают отрезок, численно равный  $2X_0$ , а из концов этого отрезка методом засечек в том же масштабе строят две другие стороны треугольника, численно равные  $X_1$  и  $X_2$ . Соединив середину первого отрезка с точкой пересечения дуг, т.е. вершиной треугольника, получают в выбранном масштабе значение искомой величины  $X_{\text{к}}$ .

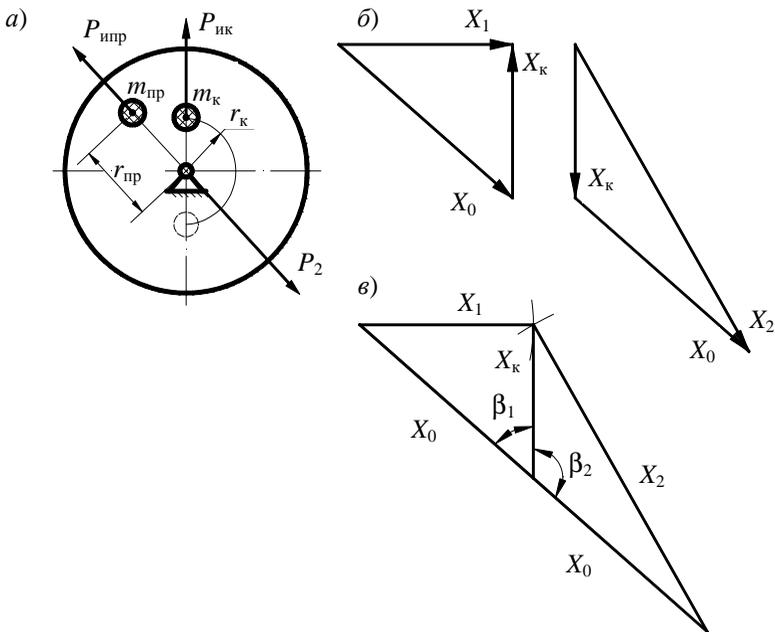


Рис. 3.4

Таким образом, получаем возможность определить произведение  $m_{\text{пр}} r_{\text{пр}}$  по зависимости (9).

Кроме того, получающиеся при построении плана амплитуд углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  между векторами  $X_0$  и  $X_k$  (рис 3.4, в), соответствующие углам между векторами силовой картины (рис. 3.4, а), позволяют определить угол установки противовеса, т.е. угол, на который надлежит повернуть планшайбу после установки в одной из её прорезей противовеса  $m_{\text{пр}}$ .

Возможное различие в положении исходной неуравновешенной силы инерции  $\bar{P}_2$  и силы инерции  $\bar{P}_{\text{ик}}$  (они могут располагаться в одной или разных четвертях планшайбы), а также неопределённость в отсчёте углов (по ходу или против хода движения часовой стрелки) позволяют определить четыре варианта значения этого угла  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $(360^\circ - \beta_1)$  и  $(360^\circ - \beta_2)$ . Однако действительным является только одно из их значений, которое определяется путём перебора всех четырёх возможных вариантов. Для этого, установив на планшайбе противовес, поворачивают её на один из возможных углов и измеряют получающуюся после этого амплитуду колебаний. Повторяя опыты, определяют действительное значение угла по наименьшей амплитуде.

Теоретически для точно рассчитанного противовеса и правильно выбранного угла амплитуда колебаний рамы установки уравновешенного ротора должна быть равна нулю. Практически в результате погрешностей измерений и геометрических построений эта амплитуда не равна нулю, а её минимальное значение определяет точность балансировки, т.е. величину остаточного дисбаланса.

Для полного динамического уравновешивания ротора следует определить величину и место установки противовеса на другой планшайбе, установленной в плоскости исправления I. Эту операцию выполняют аналогично, предварительно изменив установку ротора на подвижной раме.

### **Порядок выполнения работы**

1. Подготовить станок к работе:

- а) проверить по уровню горизонтальность рамы;
- б) планшайбу плоскости исправления II (с правой стороны) установить на нуль и закрепить в этом положении;
- в) шкалу индикатора измерения амплитуд колебаний установить на нуль.

2. Произвести измерение амплитуды  $X_0$  при резонансе от исходной неуравновешенности ротора. Амплитуду измерить три раза и затем вычислить среднее её значение.

3. Закрепить корректирующий груз  $m_k$  в одной из прорезей правой планшайбы. Три раза измерить амплитуду  $X_1$  и вычислить её среднее значение. Занести полученные данные в табл. 3.1.

4. Повернуть планшайбу на  $180^\circ$ . Три раза измерить амплитуду  $X_2$  и вычислить её среднее значение. Занести полученные данные в табл. 3.1.

5. Выбрать масштаб и построить план амплитуд (см. рис. 3.4, в). Измерить на построенном плане с учётом принятого масштаба амплитуду  $X_k$  и углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

6. По формуле (9) рассчитать значение произведения  $m_{пр} r_{пр}$ , задаваясь  $m_{пр}$ , определить величину  $r_{пр}$ , которая должна быть в пределах от 40 до 80 мм.

7. Снять с планшайбы корректирующий груз и установить выбранный груз  $m_{пр}$  на вычисленном радиусе  $r_{пр}$ .

8. Поворачивая планшайбу поочередно на угол  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $(360^\circ - \beta_1)$  и  $(360^\circ - \beta_2)$ , закрепляя её в этих положениях, измерить амплитуды колебаний  $X_3$ ,  $X_4$ ,  $X_5$ ,  $X_6$ . Минимальная величина амплитуды (не должна превышать 0,05 мм) будет указывать правильное положение противовеса.

9. Занести полученные данные в табл. 3.2, оформить отчёт по лабораторной работе.

### 3.1. Результаты измерений

$m_k =$ $r_k =$	Значения амплитуд		
	$X_0$	$X_1$	$X_2$
№ п/п			
1			
2			
3			
среднее			

### 3.2. Результаты расчётов

$\beta_1$	$\beta_2$	$(360^\circ - \beta_1)$	$(360^\circ - \beta_2)$	$X_k$	$r_{пр}$ , мм	$m_{пр}$ , г
$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$			

### Контрольные вопросы

1. Что является задачей статической балансировки?
2. Что является задачей динамической балансировки?
3. При каких условиях в колебательной системе возникает явление резонанса?
4. На каком оборудовании проводят статическую и динамическую балансировки?
5. Какое влияние оказывает появление неуравновешенных сил инерции на работу машины?

## Лабораторная работа 4

### ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ МЕТОДОМ ОБКАТКИ

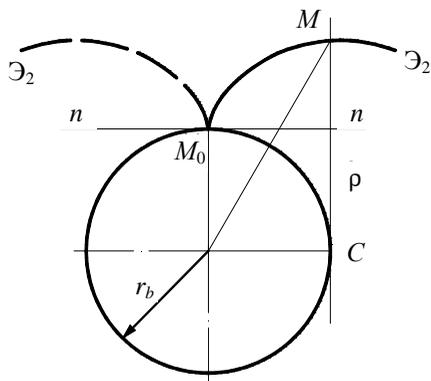
*Цель работы:* ознакомиться с одним из методов изготовления зубчатых колес с эвольвентным профилем.

#### 1. Эвольвента и её свойства

В современном машиностроении преимущественно используется эвольвентное зацепление, в котором профили зубьев очерчены эвольвентами окружностей.

Эвольвентой окружности называется траектория любой точки  $M$  прямой линии ( $n-n$ ), перекатываемой без скольжения по окружности (рис. 4.1).

Окружность радиуса  $r_b$ , по которой перекатывается прямая  $n-n$ , образующая эвольвенту, называется основной окружностью. Из условия образования эвольвенты вытекают следующие её свойства:



**Рис. 4.1.** Схема образования эвольвентного профиля

- эвольвента начинается на основной окружности и имеет правую и левую ветви;
- нормаль к эвольвенте в любой её точке является касательной к основной окружности, причём точка касания – центр кривизны, а расстояние по нормали от точки касания до эвольвенты – радиус кривизны эвольвенты в данной точке ( $\rho = CM$ );
- длина касательной  $CM$  равна длине дуги  $M_0C$ ;
- форма эвольвенты зависит только от радиуса основной окружности.

## 2. Геометрические параметры зубчатого колеса

Основными геометрическими параметрами зубчатого колеса (рис. 4.2) являются: окружности впадин  $r_f$ , выступов  $r_a$ , основная  $r_b$ , делительная  $r$ , шаг зацепления  $p$ , модуль  $m$ , высота головки зуба  $h_a$ , высота ножки зуба  $h_f$ .

Эвольвентный профиль зуба и окружность впадин соединяются переходной кривой.

Расстояние между одноимёнными профилями соседних зубьев по любой окружности называется шагом зацепления по этой окружности ( $p$ ). Шаг складывается из толщины зуба и ширины впадины:  $p = S + e$ . Число зубьев колеса должно быть целым, поэтому шаг зацепления должен быть кратным длине окружности, по которой он откладывается.

Пусть  $r$  – радиус делительной окружности;  $p$  – шаг по этой окружности;  $z$  – число зубьев колеса, тогда

$$2\pi r = z p; \quad r = \frac{pz}{2\pi} = \frac{mz}{2}.$$

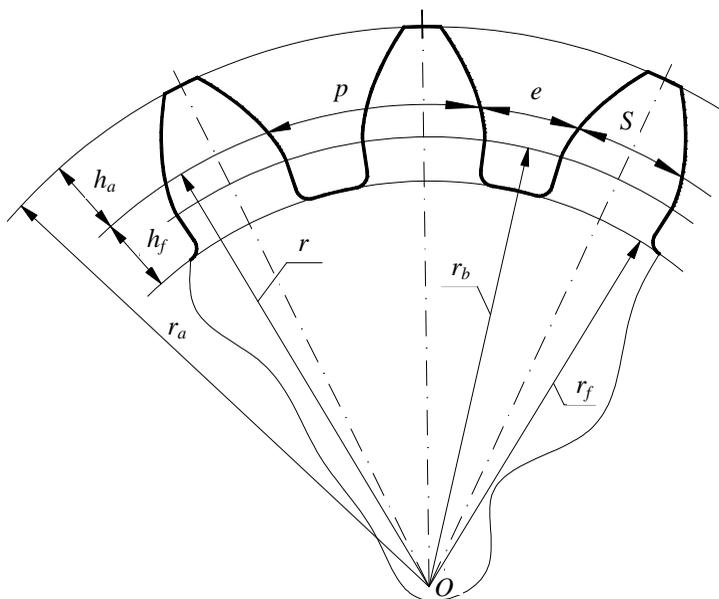


Рис. 4.2. Геометрические параметры зубчатого колеса

Величина  $m = \frac{p}{\pi}$  называется *модулем*. Модуль измеряется в милли-

метрах и служит основным параметром, определяющим размеры зубчатого колеса и его элементов. Значения модуля определены ГОСТом 9563–80, Окружность зубчатого колеса, по которой шаг равен стандартному шагу, называется делительной.

Часть зуба, заключённая между окружностью вершин и делительной окружностью, называется головкой зуба. Высота головки зуба равна  $h_a = r_a - r$ .

Часть зуба, заключённая между делительной окружностью и окружностью впадин, называется ножкой зуба. Высота ножки зуба равна  $h_f = r - r_f$ .

### 3. Геометрия инструментальной рейки

Существуют два принципиально отличающихся друг от друга метода изготовления цилиндрических эвольвентных колес – метод копирования и метод обкатки (огибания).

При изготовлении колес методом копирования профиль впадины нарезаемого колеса представляет собой копию профиля режущей части ин-

струмента. К этому методу относится, например, фрезерование модульной дисковой (рис. 4.3, б) или пальцевой фрезой (рис. 4.3, а). Метод копирования – малопроизводительный и неточный, требует большого комплекта инструментов.

Более распространено изготовление зубчатых колес методом обкатки. Для этого применяют специальный режущий инструмент – долбяк (колесо с зубьями эвольвентного профиля), рейку с прямолинейными профилями зубьев или червячную фрезу.

При изготовлении зубчатых колес методом обкатки инструмент и заготовка имеют такое относительное движение, как и два зубчатых колеса, находящихся в зацеплении (рис. 4.3, в, г).

Преимущества метода обкатки – высокая производительность, точность, возможность нарезания колес с различными числами зубьев одним инструментом данного модуля.

Для унификации изготовления зубчатых колес и обеспечения сопряжённости их профилей, нарезание зубьев производят инструментами на основе так называемого исходного контура. Он имеет форму рейки (рис. 4.4).

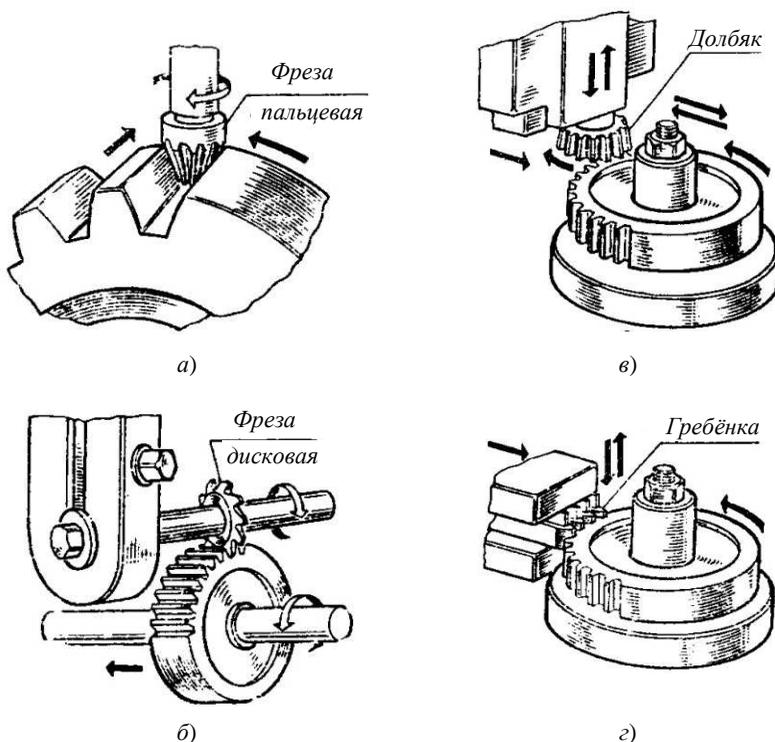
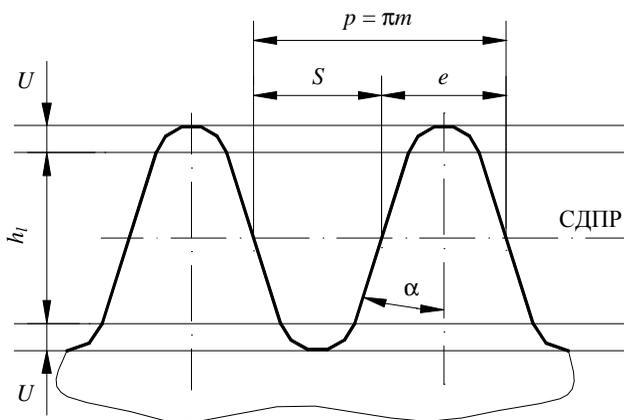


Рис. 4.3. Способы изготовления зубчатых колес



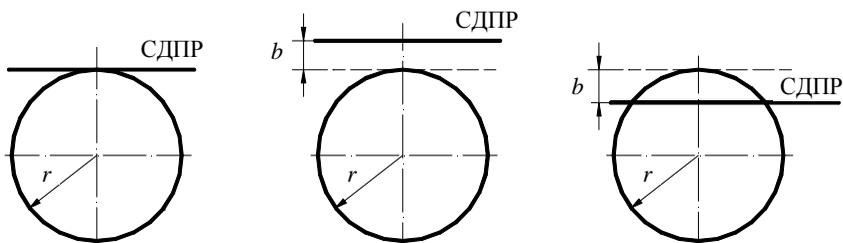
**Рис. 4.4. Исходный контур рейки**

ГОСТ 13755–81 устанавливает следующие значения параметров исходного контура; профильный угол  $\alpha = 20^\circ$ ; модуль  $m$ ; коэффициент высоты головки зуба  $h_a^* = 1$ ; глубина захода  $h_f = 2h_a^*m$ ; коэффициент радиально-го зазора  $c^* = 0,25$ ; радиальный зазор  $c = c^*m$ ; радиус закругления у основания зуба  $\rho = 0,384m$ ; шаг зубьев  $p = \pi m$  (расстояние между одноимёнными профилями соседних зубьев рейки по делительной или другой, параллельной ей прямой).

Рейка представляет собой частный случай зубчатого колеса, у которого число зубьев обращается в бесконечность, а все окружности – в соответствующие прямые.

Прямая, делящая зуб рейки по высоте пополам, называется средней делительной прямой рейки (СДПР). В пределах высоты  $2h_a^*m$  профиль зубьев рейки прямолинейный. Эвольвентная часть зуба колеса формируется только этим участком, а переходная кривая между эвольвентой и окружностью впадин создаётся скруглённым участком зубьев рейки.

Номинальной считается такая установка инструментальной рейки, при которой её СДПР касается делительной окружности нарезаемого колеса. В этом случае нарезается нулевое (нормальное) колесо. Если же в станочном зацеплении (зацеплении колеса и рейки) делительной окружности колеса касается любая другая прямая, параллельная СДПР (такая прямая называется начальной), то нарезается колесо со смещением (корректированное). Делительная окружность колеса и начальная прямая являются центроидами в относительном движении. Они перекатываются друг по другу без скольжения. Поэтому только по делительной окружности шаг и модуль зубьев колеса соответственно равны шагу и модулю зуборезной рейки.



**Рис. 4.5. Смещение инструмента относительно заготовки:**

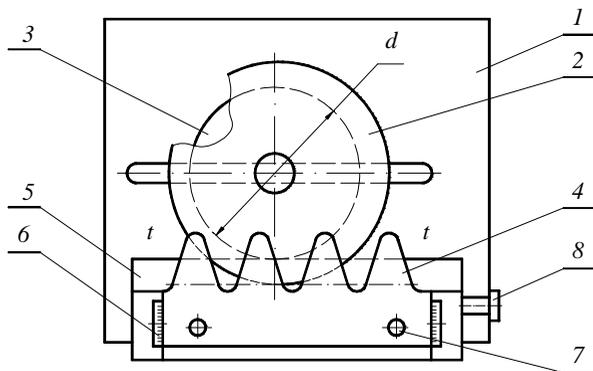
$a$  – нулевое;  $b$  – положительное;  $\bar{b}$  – отрицательное

Расстояние между средней делительной прямой рейки и делительной окружностью представляет собой смещение  $b$  исходного контура от номинального положения (рис. 4.5). Отношение смещения исходного контура к модулю называется коэффициентом смещения исходного контура  $x$ .

#### 4. Описание прибора для вычерчивания профилей зубьев методом обкатки

Работа проводится на специальном приборе, схема которого представлена на рис. 4.6. На основании  $1$  установлены двойной диск и рейка. Верхняя часть диска  $2$  выполнена из оргстекла и представляет собой круг с диаметром, равным диаметру заготовки колеса, на котором крепится лист бумаги. Нижняя часть диска  $3$  имеет окружность, соответствующую делительной окружности нарезаемого колеса.

С помощью гибкой связи диск  $3$  обкатывается по прямой  $t-t$ , соответствующей делительной прямой рейки и принадлежащей неподвижной планке  $5$ . Рейка  $4$ , перемещаясь по направляющим планки  $5$ , может занимать относительно прямой  $t-t$  различные положения, фиксируемые винтами  $7$ . На планке  $5$  нанесены шкалы  $6$ , а на рейке две риски, что позволяет определить положение рейки относительно планки.



**Рис. 4.6. Схема прибора для вычерчивания профилей зубьев**

При совпадении рисок с нулевым делением шкалы происходит построение профиля зуба нулевого колеса, так как прямая  $t-t$  совпадает с модульной (средней) прямой рейки. При сдвиге рейки к центру диска нарезается отрицательное колесо, от центра – положительное. За исходное положение диска при вычерчивании принимается его крайнее левое положение.

На верхней плоскости рейки указаны основные данные прибора:  $m$  – модуль; угол профиля рейки  $\alpha = 20^\circ$  и диаметр делительной окружности –  $d$ .

Для построения зубьев эвольвентного профиля на диск накладывается круг из чертёжной бумаги с диаметром, равным диаметру заготовки колеса, после чего диск отводится в крайнее левое положение.

В результате последовательных поворотов диска на ряд небольших углов (перекатывание диска без скольжения по прямой  $t-t$ ) и обвода зубьев рейки остриём карандаша образуются полные профили двух–трёх зубьев колеса.

## 5. Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с устройством прибора и работой с ним.
2. Установить риски рейки против нулевых делений шкал (для вычерчивания зубьев нулевого колеса).
3. Занести в таблицу отчёта номер прибора и заданные величины: модуль, угол профиля рейки, диаметр делительной окружности.
4. Разделить бумажный круг на четыре квадранта.
5. Отвести диск в крайнее левое положение.
6. Закрепить бумажный круг на диске таким образом, чтобы один из диаметров деления круга на квадранты упирался в крайний левый профиль зуба рейки. Контур профилей зубьев рейки, оказавшихся в I квадранте, очерчивается карандашом на заготовке.
7. Повернуть диск на небольшой угол и вновь очертить контур зубьев рейки. Так делается до тех пор, пока зубья рейки не выйдут из первого квадранта.
8. Вычислить размеры нулевого колеса. Установить наличие подрезания ножки зуба.
9. Вычислить коэффициент смещения рейки  $x$ , необходимый для избегания подреза, и величину смещения рейки  $b$ . Освободить винты 7, отодвинуть рейку от оси заготовки на величину рассчитанного смещения и вновь закрепить.
10. Поворотом винта 8 диск с бумажным кругом освободить и установить таким образом, чтобы следующий диаметр круга упирался в крайний левый профиль зуба рейки. Диск закрепляется. Контур профилей зубьев рейки, оказавшихся во II квадранте, очерчивается карандашом на заготовке.
11. Далее повторяется пункт 7 до тех пор, пока зубья рейки не выйдут из II квадранта.

12. По аналогии с вышеописанным вычерчиваются профили зубьев с положительным ( $b = 8...10$  мм) и отрицательным ( $-b = 8...10$  мм) смещениями в III и IV квадрантах.

13. Снять бумажный круг.

14. Рассчитать размеры зубчатых колес по формулам, приведённым в таблице.

15. Нанести на заготовку рассчитанные окружности колеса: делительную, основную, головок, ножек.

16. По хордам делительной и основной окружностей измерить толщину зубьев и сверить полученные величины с расчётными.

17. Занести полученные данные в табл. 4.1, оформить отчёт по лабораторной работе.

#### 4.1. Расчёт размеров зубчатых колёс

Наименование параметров	Расчётная формула	Размеры колеса с коэффициентом смещения			
		$x = \frac{17-z}{17}$	$x = 0$	$x = -\frac{b}{m}$	$x = \frac{b}{m}$
Модуль рейки, мм	$m$				
Диаметр делительной окружности, мм	$d$				
Число зубьев колеса	$z = \frac{d}{m}$				
Диаметр основной окружности, мм	$d_b = d \cos \alpha$				
Шаг зацепления, мм	$p = \pi m$				
Смещение рейки, мм	$b = xm$				
Диаметр окружности выступов, мм	$d_a = m(z + 2) \pm 2b$				
Диаметр окружности впадин, мм	$d_f = m(z - 2,5) \pm 2b$				
Толщина зуба по делительной окружности, мм: а) расчётная; б) измеренная по хорде	$S = \frac{\pi m}{2} \pm 2xm \operatorname{tg} \alpha$ $S =$				
Толщина зуба по основной окружности, мм: а) расчётная; б) измеренная по хорде	$S_b = d_b \left( \frac{S}{d} + \operatorname{inv} \alpha \right)$ $S_b =$				

### **Контрольные вопросы**

1. Дайте определение эвольвенты и укажите её свойства.
2. Перечислите основные геометрические параметры зубчатого колеса.
3. Каково назначение зубчатого механизма?
4. В чём заключается подрез ножки зуба и его недостаток? Как устранить подрезание ножки зуба?
5. В чём заключается заострение зуба? Как устранить заострение?

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Фролов, К.В. Теория механизмов и механика машин : учебник для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов и др. ; под ред. К.В. Фролова. – М. : Высш. шк., 2005. – 496 с.
2. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин: учебник для вузов / И.И. Артоболевский. – 4-е изд. перераб. и доп. – М. : Наука, 1988. – 640 с.
3. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин : курс лекций / Г.А. Тимофеев. – М. : Высшее образование, 2009. – 352 с.
4. Воробьев, Ю.В. Теория механизмов и машин химических и других производств : лекции к курсу / Ю.В. Воробьев, Л.Х. Никитина, М.А. Промтов. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. – 164 с.