

Министерство образования и науки Российской Федерации  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Тамбовский государственный технический университет»**

# **ГИДРОГАЗОДИНАМИКА**

Рекомендовано Учёным советом в качестве учебного пособия  
для студентов очной и заочной форм обучения  
направления подготовки 140100 – «Теплоэнергетика и теплотехника»  
(профиль – «Энергообеспечение предприятий»)



---

Тамбов  
Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ»  
2011

УДК 621.221-62/075.5/  
ББК В253.33я73  
Ж86

Р е ц е н з е н т ы:

Доктор технических наук, профессор  
заместитель директора ВИИТИН по научной работе  
*С.А. Нагорнов*

Доктор технических наук, профессор  
заведующий кафедрой «Прикладная механика и  
сопротивление материалов» ФГБОУ ВПО «ТГТУ»  
*В.Ф. Першин*

**Жуков, Н.П.**

Ж86      Гидрогазодинамика : учебное пособие / Н.П. Жуков. –  
Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2011. – 92 с. – 100 экз.  
ISBN 978-5-8265-1032-2.

Представлены методические материалы, в которых изложены общие теоретические сведения, необходимые для изучения дисциплины «Гидрогазодинамика», а также варианты заданий, исходные данные к ним, схемы, вопросы для самопроверки и др.

Предназначено для студентов очной и заочной форм обучения направления подготовки 140100 – «Теплоэнергетика и теплотехника» (профиль – «Энергообеспечение предприятий»).

УДК 621.221-62/075.5/  
ББК В253.33я73

**ISBN 978-5-8265-1032-2**

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет» (ФГБОУ ВПО «ТГТУ»), 2011

## ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Учебное пособие составлено в соответствии с ФГОС по направлению подготовки бакалавров 140100 – «Теплоэнергетика и теплотехника» (профиль – «Энергообеспечение предприятий») по курсу «Гидрогазодинамика».

Курс включает следующие разделы: вводные сведения; основные физические свойства жидкостей и газов; общие законы и уравнения статики, кинематики и динамики жидкостей и газов; силы, действующие в жидкостях; абсолютный и относительный покой (равновесие) жидких сред; модель идеальной (невязкой) жидкости; общая интегральная форма уравнений количества движения и момента количества движения; подобие гидромеханических процессов; общее уравнение энергии в интегральной и дифференциальной форме; одномерные потоки жидкостей и газов; плоское (двумерное) движение идеальной жидкости; уравнение движения для вязкой жидкости; пограничный слой; сопротивление тел, обтекаемых вязкой жидкостью; сопротивление при течении жидкости в трубах; местные сопротивления; турбулентность и её основные характеристики; уравнение Навье – Стокса и Рейнольдса; сверхзвуковые течения; скачки уплотнений; особенности двухкомпонентных и двухфазных течений; течение жидкости при фазовом равновесии; тепловой скачок и скачок конденсации.

Для изучения курса рекомендуются следующие учебники и учебные пособия:

1. Валуева, Е.П. Введение в механику жидкости : учебное пособие / Е.П. Валуева, В.Г. Свиридов. – М. : Изд-во МЭИ, 2001. – 212 с. : ил.
2. Жуков, Н.П. Техническая гидромеханика (гидравлика) : учебное пособие / Н.П. Жуков. – Изд-во ТГТУ, 1999. – с. 136.
3. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – 6-е изд. – М. : Наука, 1987.
4. Емцев, Б.Т. Техническая гидромеханика / Б.Т. Емцев. – 2-е изд. – М. : Машиностроение, 1987.
5. Преображенский, В.П. Теплотехнические измерения и приборы / В.П. Преображенский. – М. : Энергия, 1987.
6. Дейч, М.Е. Техническая газодинамика / М.Е. Дейч. – 4-е изд. – М. : Энергия, 1974.

Для облегчения работы студентов заочной формы обучения университет организует обзорные лекции, семинарские занятия и консультации. Обзорные лекции организуются в период проведения экзаменационных сессий. Консультации проводятся в течение всего учебного года по заранее утверждённому графику преподавателями кафедры «Гидравлика и теплотехника». Может быть использована также дистанционная форма консультаций (с использованием Internet по e-mail кафедры: [teplotehnika@nnn.tstu.ru](mailto:teplotehnika@nnn.tstu.ru)).

Теоретический курс необходимо прорабатывать последовательно по отдельным темам в соответствии с прилагаемой программой. Особенно важно помнить о принятых допущениях, сделанных при выводе формул, так как они ограничивают применимость полученных закономерностей.

Работа с учебной литературой обязательно должна сопровождаться решением задач по изучаемому разделу курса. Задачи следует решать самостоятельно. В ходе решения задач лучше усваивается и закрепляется теоретический материал.

Выполненные контрольные работы студент заочной формы обучения направляет в деканат, где они регистрируются и направляются для проверки на кафедру «Гидравлика и теплотехника». Если студентом допущены грубые и существенные ошибки, работа ему возвращается для исправления. Исправленную контрольную работу студент повторно отсылает в университет, обязательно прилагая первый вариант своего решения задач с замечаниями преподавателя. Контрольные работы следует отправлять в университет не позднее чем за 10 дней до начала экзаменационной сессии. Работы, отправленные позже, подлежат проверке после экзаменационной сессии.

Лабораторные работы проводятся в период экзаменационной сессии. Выполненные работы студент должен оформить в соответствии с существующими требованиями и защитить.

Для сдачи зачёта (или экзамена) студент допускается после успешной защиты контрольных и лабораторных работ.

## ВВЕДЕНИЕ

*Гидрогазодинамика* (гидравлика) представляет собой теоретическую дисциплину, изучающую вопросы, связанные с механическим движением жидкости в различных природных и техногенных условиях. Поскольку жидкость (и газ) рассматривается как непрерывные и неделимые физические тела, то гидравлику часто рассматривают как один из разделов механики так называемых сплошных сред, к каковым принято относить и особое физическое тело – жидкость. По этой причине гидравлику часто называют механикой жидкости или гидромеханикой.

Предметом её исследований являются основные законы равновесия и движения жидкостей и газов. Как в классической механике, в гидравлике можно выделить общепринятые составные части: гидростатику, изучающую законы равновесия жидкости; кинематику, описывающую основные элементы движущейся жидкости и гидродинамику, изучающую основные законы движения жидкости и раскрывающую причины её движения.

Гидравлику можно назвать базовой теоретической дисциплиной для обширного круга прикладных наук, с помощью которых исследуются процессы, сопровождающие работу гидравлических машин, гидроприводов. С помощью основных уравнений гидравлики и разработанных ею методов исследования решаются важные практические задачи, связанные с транспортом жидкостей и газов по трубопроводам, а также с транспортом твёрдых тел по трубам и другим руслам. Гидравлика также решает важнейшие практические задачи, связанные с равновесием твёрдых тел в жидкостях и газах, т.е. изучает вопросы плавания тел.

Широкое использование в практической деятельности человека различных гидравлических машин и механизмов ставят гидравлику в число важнейших дисциплин, обеспечивающих научно-технический прогресс.

Большой практический интерес к изучению механики жидкости вызван рядом объективных факторов. Во-первых, наличие в природе значительных запасов жидкостей, которые легко доступны человеку. Во-вторых, жидкие тела обладают рядом полезных свойств, делающих их удобными рабочими агентами в практической деятельности человека. Немаловажным следует считать и тот фактор, что большинство жизненно важных химических реакций обмена протекают в жидкой фазе (чаще всего в водных растворах). По этим причинам особый интерес человек проявил к жидкостям на самой ранней стадии своего развития. Вода и воздух (иначе жидкость и газ) были отнесены к числу основных стихий природы уже первобытным человеком.

Первым же научным трудом по гидравлике следует считать трактат Архимеда «О плавающих телах» (250 г. до н.э.). Однако в дальнейшем на протяжении нескольких столетий в развитии человечества наступила эпоха всеобщего застоя, когда развитие знаний и практического опыта находились на весьма низком уровне. В последующую за этим эпоху возрождения началось бурное развитие человеческих знаний, науки, накопление практического опыта. Наравне с развитием других наук начала развиваться и наука об изучении взаимодействия жидких тел.

Первыми крупными работами в этой области следует считать работы Леонардо да Винчи (1548 – 1620) – в области плавания тел, движения жидкостей по трубам и каналам. В работах Галилео Галилея (1564 – 1642) были сформулированы основные принципы равновесия и движения жидкости. Работы Эванджеллиста Торичелли (1604 – 1647) были посвящены решению задач по истечению жидкости из отверстий, а Блез Паскаль (1623 – 1727) исследовал вопросы по передаче давления в жидкости. основополагающие и обобщающие работы в области механики физических тел, в том числе и жидких, принадлежат гениальному английскому физика Исааку Ньютону (1643 – 1727), который впервые сформулировал основные законы механики, закон всемирного тяготения и закон о внутреннем трении в жидкостях при их движении.

Развитию гидромеханики (гидравлики) как самостоятельной науки в значительной степени способствовали труды русских учёных Даниила Бернулли (1700 – 1782), Леонарда Эйлера (1707 – 1783), М.В. Ломоносова (1711 – 1765). Работы этих великих русских учёных обеспечили настоящий прорыв в области изучения жидких тел: ими впервые были опубликованы дифференциальные уравнения равновесия и движения жидкости (уравнения Эйлера), закон сохранения энергии Ломоносова, уравнение запаса удельной энергии в идеальной жидкости (уравнение Бернулли).

Развитию гидравлики как прикладной науки и сближению методов изучения теоретических и практических вопросов, используемых гидравликой и гидромеханикой, способствовали работы французских учёных Дарси, Буссинэ и др., а также работы Н.Е. Жуковского. Благодаря трудам этих учёных, а также более поздним работам Шези, Вейсбаха, Прандля удалось объединить теоретические исследования гидромеханики с практическими и экспериментальными работами, выполненными в гидравлике. Работы Базена, Пуазейля, Рейнольдса, Фруда, Стокса и других учёных развили учение о динамике реальной (вязкой жидкости). Дифференциальное уравнение Навье – Стокса позволило описать движение реальной жидкости как функцию парамет-

ров этой жидкости в зависимости от внешних условий. Дальнейшие работы в области теоретической и прикладной гидромеханики были направлены на развитие методов решения практических задач, развитие новых методов исследования, новых направлений (теория фильтрации, газо- и аэродинамика и др.).

При решении практических вопросов гидравлика оперирует всеми известными методами исследований: методом анализа бесконечно малых величин, методом средних величин, методом анализа размерностей, методом аналогий, экспериментальным методом.

*Экспериментальный метод* является основным методом изучения, если другие методы по каким-либо причинам не могут быть применены. Этот метод также часто используется как критерий для подтверждения правильности результатов полученных другими методами.

# 1. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ГИДРОГАЗОДИНАМИКИ

*Определение (понятие) жидкости, газа. Понятие сплошности. Критерий сплошности.*

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Как было указано выше, *гидрогазодинамикой* называют один из разделов механики – механику жидкостей и газов.

Механика жидкости и газа включает:

- *кинематику жидкости*, в которой изучают изменение формы, размеров и пространственного расположения жидких объёмов (отвлекаясь от причин их вызвавших);
- *гидростатику*, в которой изучают условия равновесия жидкости в силовом поле;
- *динамику*, в которой изучают законы движения жидкости.

Динамика, в свою очередь, подразделяется на гидродинамику – динамику несжимаемой жидкости и газодинамику – динамику сжимаемой жидкости.

Жидкостью в теории *гидродинамики* называют среду, действуя на которую малые силы могут вызывать конечные деформации. В противоположность этому твёрдыми называют тела, деформация которых мала при приложении малой силы. При этом следует отметить, что чётких и жёстких границ между твёрдыми, жидкими и газообразными телами нет. Имеется большая группа тел занимающих промежуточное положение между твёрдыми телами и жидкостями и между жидкостями и газами. Вообще говорить о состоянии вещества можно только при вполне определённых внешних условиях. В качестве стандартных условий приняты условия при температуре 20 °С и атмосферном давлении. Стандартные (нормальные) условия вполне соотносятся с понятием благоприятных внешних условий для существования человека. Понятие о состоянии вещества необходимо дополнить. Так, при увеличении кинетической энергии молекул вещества (нагрев вещества) твёрдые тела могут перейти в жидкое состояние (плавление твёрдого тела) и твёрдые тела приобретут при этом некоторые свойства жидкостей. Подобно этому увеличение кинетической энергии молекул жидкого вещества может привести жидкость в газообразное состояние (парообразование) и при этом жидкость будет иметь свойства, соответствующие газам. Аналогичным способом можно превратить расплавленное твёрдое тело в пар, если в большей степени увеличить кинетическую энергию колебательного движения молекул первоначально твёрдого вещества. Уменьшение кинетической энергии молекул



(охлаждение вещества) приведёт к протеканию процесса в обратном направлении. Газ может быть превращён в жидкое, а затем и в твёрдое состояние.

Кроме того, существуют среды, занимающие промежуточное положение между жидкостями и твёрдыми телами. Например, краски, которые ведут себя как твёрдые тела, если долгое время находились в покое, но если их интенсивно перемешать, то они начинают вести себя как жидкости. В некоторых полимерных растворах одновременно проявляются свойства жидкости и твёрдого тела.

Гидрогазодинамика изучает движение ньютоновских жидкостей.

При изучении движения жидкостей и газов последние часто рассматриваются как жидкости с присущими им некоторыми особыми свойствами. В связи с этим принято различать две категории жидкостей: капельные жидкости (практически несжимаемые тела, или собственно жидкости) и сжимаемые жидкости (газы).

Газы легче деформируются, чем жидкости, и поэтому их также можно рассматривать как ньютоновские жидкости. До тех пор пока в жидкости не происходит вскипание, а плотность газов изменяется незначительно (например, не более чем на 5%), их движение определяется общими закономерностями, изучаемыми гидродинамикой.

При значительном изменении плотности газа (особенно при больших скоростях, сравнимых со скоростью звука в конкретной среде) закономерности движения газа не только количественно, но и качественно отличаются от закономерностей движения жидкости. Закономерности движения газов при больших скоростях изучаются *газодинамикой*.

При изучении закономерностей движения жидкостей и газов последние рассматриваются как сплошные (непрерывные, неразрывные) среды, несмотря на то что размеры молекул (особенно газов) малы в сравнении с расстояниями между ними. Определяется это тем обстоятельством, что размеры объектов, изучаемых в газодинамике, и даже таких тонких измерительных инструментов, как нить термоанемометра, велики в сравнении с длиной свободного пробега молекул.

Таким образом, взаимодействие измерительного прибора происходит с большим числом молекул, и прибор определяет осреднённые характеристики течения. Другими словами, принимаемая гипотеза сплошной среды справедлива до тех пор, пока длина свободного пробега молекул мала в сравнении с размером измерительного инструмента. В разреженных газах указанное условие не выполняется, и поэтому законы газодинамики оказываются неприменимыми.

Критерием сплошности может служить значение числа Кнудсена  $K_n$ , определяемого из выражения

$$K_n = \frac{l}{L},$$

где  $l$  – длина свободного пробега молекул;  $L$  – характерный размер объекта (тела).

Для сплошной среды должно выполняться условие

$$K_n \ll 1.$$

Область течений, в которой длина свободного пробега молекул соизмерима с размерами объекта, изучается специальным разделом механики – *газодинамикой разреженных сред*.

Задачей гидродинамики является изучение полей скоростей и давлений, а также напряжений, возникающих при обтекании жидкостями тел или движение жидкости в каналах. Знание соответствующих закономерностей позволяет найти оптимальные формы тел, обеспечивающие минимальное сопротивление или заданное воздействие на поток. Это особенно важно при разработке насосов и турбин, а также различных аппаратов, в которых требуется создание определённого поля скоростей, обеспечивающего максимальную интенсивность процессов горения, перемешивания или требуемой химической реакции.

## 2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

*Основные физические свойства жидкостей и газов. Сжимаемость. Температурное расширение. Вязкость. Поверхностное натяжение. Модель идеальной жидкости. Неньютоновские жидкости.*

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

В рамках гипотезы о сплошности состояние движущейся среды в каждой точке потока можно охарактеризовать *макропараметрами*. Такими параметрами в механике жидкости и газа являются:

- вектор скорости  $\mathbf{u}(x, y, z, \tau)$ ;
- давление  $p(x, y, z, \tau)$ ;
- температура  $t(x, y, z, \tau)$ ;
- плотность  $\rho(x, y, z, \tau)$ ;
- динамический коэффициент вязкости  $\mu = \mu(x, y, z, \tau)$ ;
- кинематический коэффициент вязкости  $\nu = \nu(x, y, z, \tau)$ ,

где  $x, y, z$  – пространственные координаты;  $\tau$  – время.

**Плотность.** К основным физическим свойствам жидкостей следует отнести те её свойства, которые определяют особенности поведения жидкости при её движении. Такими являются свойства, характеризующие концентрацию жидкости в пространстве, свойства, определяющие процессы деформации жидкости, определяющие величину внутреннего трения в жидкости при её движении, поверхностные эффекты. Важнейшим физическим свойством жидкости, определяющим её концентрацию в пространстве, является *плотность жидкости*.

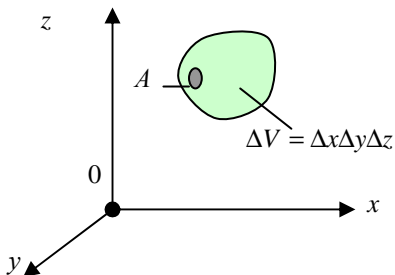
Плотностью (массовой плотностью)  $\rho$  сплошной среды в точке  $A$  (рис. 2.1) называется масса единицы объёма, т.е. отношение массы  $\Delta M$  к её объёму  $\Delta V$  :

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V} \text{ при } \Delta V \rightarrow 0, \text{ кг/м}^3,$$

где  $\Delta V$  – объём в окрестности точки  $A$ ;  $\Delta M$  – масса, содержащаяся в  $\Delta V$ .

Понятие плотности, таким образом, можно ввести *только в сплошной среде*.

Величины плотности реальных капельных жидкостей в стандартных условиях изменяются в широких пределах от  $700 \text{ кг/м}^3$  до  $1800 \text{ кг/м}^3$  (система единиц СИ), а плотность ртути, например, достигает  $13\,550 \text{ кг/м}^3$ , плотность чистой воды составляет  $998 \text{ кг/м}^3$ . В системе единиц СГС пределы изменения плотности жидкости от  $0,7 \text{ г/см}^3$  до  $1,8 \text{ г/см}^3$ , плотность чистой воды  $0,998 \text{ г/см}^3$ .



**Рис. 2.1.** К определению понятия плотности сплошной среды

Величины плотности газов меньше плотности капельных жидкостей приблизительно на три порядка, т.е. в системе единиц СИ плотности газов при атмосферном давлении и температуре 0 °С изменяются в пределах от 0,09 кг/м<sup>3</sup> до 3,74 кг/м<sup>3</sup>, плотность воздуха составляет 1,293 кг/м<sup>3</sup>. Ниже приведены значения плотности некоторых наиболее применяемых жидкостей и газов (табл. 2.1.).

Кроме абсолютной величины плотности капельной жидкости на практике пользуются и величиной её *относительной плотности*, которая представляет собой отношение величины абсолютной плотности жидкости к плотности чистой воды при температуре 4 °С. Относительная плотность жидкости – величина безразмерная.

**Таблица 2.1.**

Плотность капельных жидкостей при стандартных условиях, кг/м <sup>3</sup>		Плотность газов при атмосферном давлении и температуре 0 °С, кг/м <sup>3</sup>	
Азотная кислота	1510	Азот	1,251
Анилин	1020	Аммиак	0,771
Ацетон	791	Аргон	1,783
Бензин	680...720	Ацетилен	1,173
Бензол	879	Водород	0,090
Бром	3120	Воздух	1,293
Вода	998	Гелий	0,178
Вода тяжёлая	1109	Кислород	1,429
Глицерин	1260	Криптон	3,740
Морская вода	1010...1030	Неон	0,900
Нефть	760...995	Озон	2,139
Серная кислота	1830	Углекислота	1,977
Этиловый спирт	790	Хлор	3,220

**Удельный вес.** О плотности жидкости (газа) косвенно можно судить по весовому показателю – *удельному весу*. Под удельным весом жидкости (газа) понимается вес единицы объёма:

$$\gamma = \frac{G}{V}, \text{ Н/м}^3,$$

где  $G$  – вес жидкости (газа), Н;  $V$  – объём, занимаемый жидкостью (газом), м<sup>3</sup>.

Связь между плотностью и удельным весом такая же, как и между массой тела и её весом:

$$\gamma = \rho g .$$

Удельный вес чистой воды составляет 9810 Н/м<sup>3</sup>. Аналогично вводится понятие об относительном удельном весе жидкости.

На практике величина плотности жидкости определяется с помощью простейшего прибора – ареометра. По глубине погружения прибора в жидкость судят о величине её плотности.

**Сжимаемость.** Капельные жидкости относятся к категории плохо сжимаемых тел. Причины незначительных изменений объёма жидкости при увеличении давления очевидны, так как межмолекулярные расстояния в капельной жидкости малы и при деформации жидкости приходится преодолевать значительные силы отталкивания, действующие между молекулами, и даже испытывать влияние сил, действующих внутри атома. Тем не менее сжимаемость жидкостей в 5 – 10 раз выше, чем сжимаемость твёрдых тел, т.е. можно считать, что все капельные жидкости обладают упругими свойствами.

Жидкость способна сохранять свой объём и этим она схожа с твёрдым телом, но не способна самостоятельно сохранять свою форму, что сближает её с газом. Все жидкости при изменении давления и температуры изменяют свой объём. Жидкости сжимаются незначительно. Например, при повышении давления от 0,1 до 10 МПа объём воды уменьшается лишь на 0,5%. Поэтому чаще всего в гидравлических расчётах жидкости считаются несжимаемыми. Однако при рассмотрении ряда вопросов (например, гидравлического удара) сжимаемость жидкости следует учитывать. Количественно это свойство оценивается величиной *коэффициента объёмного сжатия*  $\beta_p$ , определяемого из выражения (закон Гука для модели объёмного сжатия)

$$\beta_p = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta p}, \text{ 1/Па},$$

где  $V_0$  – первоначальный объём жидкости, м<sup>3</sup>;  $\Delta V = V_0 - V_{\text{кон}}$  – изменение объёма, м<sup>3</sup>;  $\Delta p = p_{\text{кон}} - p_{\text{нач}}$  – изменение давления, Па.

**Температурное расширение.** С увеличением температуры жидкости расширяются, например, при повышении температуры воды с 4 до 100 °С её объём увеличивается приблизительно на 4%. Количественно это свойство оценивается величиной *коэффициента температурного расширения*  $\beta_t$ , определяемого из формулы Д.И. Менделеева

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta t}, \frac{1}{^\circ\text{C}},$$

где  $\Delta t = t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}}$  – изменение температуры, °С.

**Вязкость.** Свойство жидкости оказывать сопротивление сдвигу (или скольжению) соприкасающихся слоёв называется *вязкостью*. Вязкость приводит к появлению сил внутреннего трения между смежными слоями жидкости, движущимися с различными скоростями. Она характеризует степень текучести жидкости, подвижности её частиц. Вода принадлежит к наименее вязким жидкостям. Вязкость эфира и спирта ещё меньше. Наименьшей вязкостью обладает жидкая углекислота. Её вязкость в 50 раз меньше вязкости воды.

С повышением давления вязкость жидкости увеличивается. Однако зависимость вязкости от давления существенна только при больших перепадах давления, измеряемых десятками МПа. Во всех других случаях влияние давления на вязкость можно не учитывать.

При увеличении температуры вязкость жидкости заметно уменьшается. Следует отметить, что вязкость газов с повышением температуры увеличивается. Пока жидкость не движется, вязкость не проявляется, поэтому при решении задач равновесия жидкостей её не надо принимать во внимание. При движении же жидкости необходимо учитывать силы трения, которые проявляются из-за вязкости и подчиняются закону Ньютона.

Количественно это свойство оценивается *коэффициентами кинематической  $\nu$  или динамической  $\mu$  вязкости*, которые связаны между собой соотношением

$$\mu = \rho \nu, \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Зависимость вязкости газа от давления ничем не отличается от аналогичной зависимости для капельных жидкостей. Ниже приводятся значения коэффициента динамической вязкости некоторых жидкостей и газов (табл. 2.2).

Размерность коэффициента динамической вязкости:

- в системе единиц СИ – Па · с;
- в системе единиц СГС – (дин/см<sup>2</sup>) · с.

Последняя размерность носит название пуаза (П). Таким образом, П = (дин/см<sup>2</sup>) · с, а соотношение между единицами вязкости – 1П = 0,1 Па · с.

Таблица 2.2.

Коэффициент динамической вязкости жидкостей и газов			
Капельные жидкости (при 18 °С)		Газы (при 0 °С)	
Анилин	0,00460	Азот	0,0000167
Ацетон	0,00034	Аммиак	0,0000093
Бром	0,00102	Водород	0,0000084
Вода	0,00105	Воздух	0,0000172
Глицерин	1,39300	Кислород	0,0000192
Масло машинное	0,11300	Метан	0,0000104
Нефть	0,0080 – 0,1000	Углекислота	0,0000140
Спирт этиловый	0,00122	Хлор	0,0000129

В системе единиц СИ коэффициент кинематической вязкости измеряется в м<sup>2</sup>/с, в системе единиц СГС – в Стоксах (Ст), т.е. 1 Ст = 1 см<sup>2</sup>/с.

Соотношение между Ст и сантистоксом (сСт):

$$1 \text{ Ст} = 10^2 \text{ сСт.}$$

Измерение вязкости жидкостей осуществляется с помощью вискозиметров, работающих на принципе истечения жидкости через малое калиброванное отверстие. Вязкость вычисляется по скорости истечения.

**Поверхностное натяжение.** Когда мы говорим о жидкости как о сплошной среде, это вовсе не означает, что эта среда бесконечна и безгранична. Жидкое тело всегда имеет границы (это либо твёрдые стенки каналов, либо границы раздела с газообразной средой, либо это граница раздела между различными несмешивающимися жидкостями). Такие границы можно с полным правом называть естественными границами. В некоторых случаях границы могут выделяться условно внутри самой движущейся жидкости. На естественных границах в пограничном слое жидкости между молекулами самой жидкости и молекулами окружающей жидкости среды существуют силы притяжения, которые, в общем случае, могут оказаться неравными. В то же время силы взаимодействия между остальными молекулами жидкости, находящимися внутри объёма, ограниченного пограничным слоем, взаимно уравновешены. Таким образом, остаются неуравновешенными силы взаимодействия между молекулами, находящимися лишь во внешнем (пограничном слое). Молекулы, располагающиеся на поверхности жидкости, подвергаются притяжению находящихся ниже молекул. Тогда в пограничном слое возникают напряжения, которые автоматически балансируют несбалансированные силы притяжения. Такие напряжения называются *поверхностным натяжением* жидкости. Этому натяжению

будут соответствовать силы поверхностного натяжения. Под действием этих сил малые объёмы жидкости принимают сферическую форму (форму капли), соответствующую минимуму внутренней энергии; в трубках малого диаметра жидкость поднимается (или опускается) на некоторую высоту по отношению к уровню покоящейся жидкости. Этим объясняется так называемый «капиллярный эффект». Если жидкость смачивает твёрдые стенки, с которыми она соприкасается, то происходит капиллярное поднятие (например, вода в стеклянной трубке), если не смачивает – опускание жидкости (например, ртуть в стеклянной трубке). Это свойство жидкостей следует учитывать при использовании трубок малого диаметра для измерения уровня или давления жидкости.

Количественно поверхностное натяжение оценивается *коэффициентом поверхностного натяжения*  $\sigma$ , определяемого из выражения

$$\sigma = \frac{hr}{2} \rho g, \text{ Н/м,}$$

где  $h$  – высота столба жидкости, м;  $r$  – радиус кривизны мениска, м;  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Силы поверхностного натяжения малы и проявляются при малых объёмах жидкости.

Величина напряжений на границе раздела зависит от температуры жидкости; при увеличении температуры внутренняя энергия молекул возрастает и, естественно, уменьшается напряжение в пограничном слое жидкости и, следовательно, уменьшаются силы поверхностного натяжения.

**Растворимость газов в капельных жидкостях.** В реальных жидкостях всегда находится газ в растворённом состоянии. Это может быть воздух, азот, углеводородный газ, углекислота, сероводород и др. Наличие газа, растворённого в жидкости, может оказывать как благоприятное воздействие (снижается вязкость жидкости, плотность и т.д.), так и неблагоприятные факторы. Так, при снижении давления из жидкости выделяется свободный газ, который может стать источником такого нежелательного явления, как кавитация; выделяющийся газ может оказаться не безопасным для окружающей среды, огнеопасным и взрывоопасным (углеводородный газ). Газ, растворённый в жидкости, как и газ в свободном состоянии может также способствовать коррозии стенок труб и оборудования, вызывать химические реакции, ведущие к образованию отложений твёрдых солей на стенках труб, накипей и др. По этой причине знание особенностей и законов растворения газа в жидкости крайне желательно.



Количество газа, которое может раствориться в капельной жидкости, зависит от физико-химических свойств самой жидкости и растворимого в ней газа, а также от температуры и давления. Максимальное количество газа, которое может быть растворено в данной жидкости, носит название предельной газонасыщенности для данного газа  $s_0$ . Естественно, что величины предельной газонасыщенности для разных газов будут разными. Другой характеристикой процесса растворения газа в жидкости является давление насыщения  $p_{\min}$ , это такое минимальное давление в жидкости, при котором достигается насыщение капельной жидкости газом. При невысоких давлениях, значительно уступающих величине давления насыщения, справедлив закон растворимости Генри.

Количество газа, растворимого в единице объёма жидкости, пропорционально давлению.

**Многокомпонентные жидкости.** В природе химически чистых жидкостей нет, технических рафинированных тоже немного. Обычно в основной жидкости всегда имеются незначительные или весьма существенные добавки (примеси). Для капельной жидкости примесями могут быть другие жидкости, газы и твёрдые тела. В таких случаях жидкость с примесями может образовать *гомогенную или гетерогенную смесь*.

Гомогенные смеси образуются в тех случаях, когда в основной жидкости (в таких случаях эта жидкость называется растворителем) примеси распределяются по всему объёму растворяющей жидкости равномерно на уровне молекул. В таких случаях смесь физически представляет собой однородную среду, называемую раствором. Сами же примеси носят название компонент. Физические свойства такой гомогенной смеси (плотность и удельный вес) можно определить по компонентному составу

$$\rho_{\text{см}} = \frac{\sum k_i \rho_i}{\sum k_i}, \text{ кг/м}^3,$$

где  $\rho_{\text{см}}$  – плотность смеси,  $\text{кг/м}^3$ ;  $k_i$  – количество  $i$ -й компоненты;  $\rho_i$  – плотность  $i$ -й компоненты.

Величины других параметров смеси (вязкость и др.) зависят от многих физико-химических факторов, что является самостоятельным объектом изучения.

В тех случаях, когда примеси в основной жидкости находятся не на молекулярном уровне, а в виде частиц, представляющих собой многочисленные ассоциации молекул вещества примеси, то такие смеси не

могут считаться однородными растворами. Физические свойства таких смесей (включая плотность и удельный вес) будут зависеть от того, какое вещество будет находиться в точке измерения. Такие смеси будут неоднородными (гетерогенными) смесями. В литературе такие смеси часто называют многофазными жидкостями. Отличительной особенностью многофазных жидкостей является наличие в них внутренних границ раздела между фазами, вдоль этих поверхностей раздела действуют силы поверхностного натяжения, которые могут оказывать значительными при большой площади поверхности границ между фазами. Силы поверхностного натяжения вкуче с другими силами, действующими в многофазной жидкости, увеличивают силы сопротивления движению жидкости.

Примеров многофазных жидкостей в природе достаточно: эмульсии – смеси двух и более нерастворимых друг в друге жидкостей; газированные жидкости – смеси жидкости со свободным газом; окклюзии – смеси жидких и газообразных углеводородов; суспензии и пульпы – смеси жидкостей и твёрдых частиц, находящихся в жидкости во взвешенном состоянии и т.д.

**Идеальная жидкость, идеальный газ.** Для упрощения рассмотрения законов механики жидкостей Л. Эйлер ввёл понятие *идеальной жидкости*, т.е. такой воображаемой жидкости, которая является абсолютно подвижной (невязкой) и обладающей отсутствием изменения объёма при внешнем воздействии. При движении идеальной жидкости в ней не проявляются силы внутреннего трения (вязкость) и отсутствуют процессы теплопроводности и теплопереноса.

*Идеальный газ* – модель, характеризующаяся изотропностью всех физических свойств и абсолютной сжимаемостью.

*Реальный газ* – модель, при которой на сжимаемость газа при условиях близких к нормальным условиям существенно влияют силы взаимодействия между молекулами.

**Неньютоновские жидкости.** Многокомпонентные жидкости, как гомогенные так и гетерогенные, в большей степени могут содержать в своём составе компоненты, значительно изменяющие вязкость жидкости, и даже кардинально меняющие саму физическую основу и природу внутреннего трения. В таких жидкостях гипотеза вязкостного трения Ньютона (пропорциональность напряжений градиенту скорости относительного движения жидкости) не применима. Соответственно такие жидкости принято называть *неньютоновскими жидкостями* или аномальными (например, нефтепродукты при температуре, близкой к температуре застывания, масляные краски и смазочные масла при низких температурах, коллоидные растворы, глинистый раствор и др.).

Среди неньютоновских жидкостей принято выделять *вязкопластичные, псевдопластичные и дилатантные*.

Для *вязкопластичных жидкостей* характерной особенностью является то, что они до достижения некоторого критического внутреннего напряжения  $\tau_0$  ведут себя как твёрдые тела и лишь при превышении внутреннего напряжения выше критической величины начинают двигаться как обычные жидкости. Причиной такого явления является то, что вязкопластичные жидкости имеют пространственную жёсткую внутреннюю структуру, сопротивляющуюся любым внутренним напряжениям меньшим критической величины, это критическое напряжение в литературе называют статическим напряжением сдвига. Для вязкопластичных жидкостей справедливы следующие соотношения Бингама

$$\frac{du}{dy} = 0 \text{ при } \tau \leq \tau_0;$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\mu} (\tau - \tau_0) \text{ при } \tau > \tau_0,$$

или 
$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{du}{dy}.$$

Для *псевдопластичных жидкостей* зависимость между внутренним напряжением сдвига и градиентом скорости относительного движения слоёв жидкости в логарифмических координатах оказывается на некотором участке линейной. Угловый коэффициент соответствующей прямой линии заключён между 0 и 1. Поэтому зависимость между напряжением и градиентом скорости можно записать в следующем виде:

$$\tau = k \left( \frac{du}{dy} \right)^n \text{ при } n < 1,$$

где  $k$  – мера консистенции жидкости;  $n$  – показатель, характеризующий отличие свойств псевдопластичной жидкости от ньютоновской.

Для псевдопластичных жидкостей полезно ввести понятие кажущейся вязкости жидкости:

$$\mu_* = \frac{\tau}{du/dy},$$

тогда  $\mu_* = \lambda \left( \frac{du}{dy} \right)^{n-1}$ , т.е. величина кажущейся вязкости псевдопластичной жидкости убывает с возрастанием градиента скорости.

*Дилатантные жидкости* описываются тем же самым уравнением, что и псевдопластичные жидкости, но при показателе  $n > 1$ . У таких жидкостей кажущаяся вязкость увеличивается при возрастании градиента скорости. Такая модель жидкости может быть применена при описании движения суспензий.

Неньютоновские жидкости обладают ещё одним свойством – их вязкость существенным образом зависит от времени. По этой причине (например, для вязкопластичных жидкостей) величина статического напряжения сдвига зависит от предыстории: чем более длительное время жидкость находилась в состоянии покоя, тем выше величина её статического напряжения сдвига. Если прервать движение такой жидкости (остановить её), то для начала движения такой жидкости потребуется развить в жидкости меньшее напряжение, чем в том случае, когда она находилась в покое длительное время. Следовательно, необходимо различать величину начального статического напряжения сдвига и динамическую величину этого показателя. Жидкости, которые обладают такими свойствами, называются *миксотропными*. Жидкости, у которых наоборот динамические характеристики выше, чем начальные, называются *реопектическими* неньютоновскими жидкостями. Такие явления объясняются тем, что внутренняя структура таких жидкостей способна упрочняться с течением времени, или (в другом случае) для восстановления начальных свойств им требуется некоторое время.

### 3. ГИДРОСТАТИКА

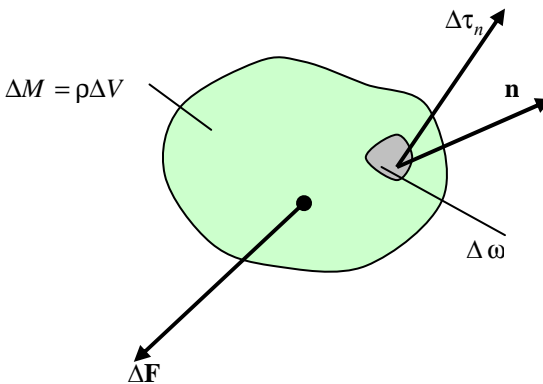
*Силы, действующие в жидкости. Свойства давления в покоящейся жидкости. Поверхности равного давления. Свободная поверхность жидкости. Уравнения Эйлера равновесия жидкости. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля. Силы суммарного давления жидкости, действующего на плоские и криволинейные поверхности. Относительный покой (равновесие) жидкости. Приборы для измерения давления.*

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Силы, действующие в жидкости, делятся на *массовые, объёмные и поверхностные*.

*Массовые силы* (силы, пропорциональные массе жидкости) – силы, действие которых обусловлено внешним силовым полем (например, полем силы тяжести, электрическим, магнитным и т.д.). Поле массовых сил является внешним по отношению к потоку. Действие этих сил на данный объём не зависит от того, окружён ли этот объём другими жидкими объёмами. Массовые силы действуют одинаково на каждую материальную точку жидкой частицы, следовательно, не могут вызвать её деформацию, а только ускорение (замедление) частицы. Количественно массовая сила характеризуется *вектором напряжения массовой силы*  $\mathbf{f}$  и определяется как предел отношения массовой силы  $\Delta \mathbf{F}$ , действующей на частицу, к массе частицы  $\Delta M$  (рис. 3.1)

$$\mathbf{f}(x, y, z, \tau) = \lim_{\Delta M \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta M} \text{ при } \Delta M \rightarrow 0, \text{ м/с}^2.$$



**Рис. 3.1.** Массовые и поверхностные силы, действующие на жидкую частицу (Вектор массовой силы  $\Delta \mathbf{F}$  приложен к центру масс частицы)

В гидрогазодинамике чаще всего массовой силой является сила тяжести

$$\mathbf{f} = \mathbf{g} = \text{const} ,$$

где  $\mathbf{g}$  – вектор ускорения силы тяжести (ускорения свободного падения),  $\text{м/с}^2$ .

Силу, действующую на конечный объём  $V$ , можно вычислить интегрированием

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{f} \rho dV .$$

*Объёмные силы* (силы, пропорциональные объёму жидкости).

Массовые и объёмные силы имеют одинаковое значение, если во всех точках исследуемого объёма среды её плотность не изменяется.

Поэтому при исследовании равновесия или движения среды всегда необходимо уточнять изменение её плотности по объёму. В данном курсе, если это не указано, следует считать, что плотность среды по всему объёму постоянна  $\rho = \text{const}$ .

*Поверхностные силы* (силы, пропорциональные поверхности, на которую они действуют) – силы воздействия окружающей жидкости на рассматриваемый объём. К поверхностным силам относятся силы давления и вязкости.

Количественно поверхностная сила характеризуется *вектором напряжения поверхностной силы*  $\boldsymbol{\tau}_n$ . Например, если на площадку  $\Delta\omega$  с нормалью  $\mathbf{n}$  действует поверхностная сила  $\Delta\boldsymbol{\tau}_n$  (рис. 3.1), то вектор напряжения поверхностной силы  $\boldsymbol{\tau}_n$  равен

$$\boldsymbol{\tau}_n = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta\boldsymbol{\tau}_n}{\Delta\omega} \text{ при } \Delta\omega \rightarrow 0 , \text{ Н/м}^2 .$$

Для поверхностной силы давления  $\Delta P_n$  имеем

$$p_n = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\Delta P_n}{\Delta\omega} \text{ при } \Delta\omega \rightarrow 0 , \text{ Н/м}^2 .$$

Гидростатическое давление  $p_n$  обладает двумя свойствами:

- 1) гидростатическое давление всегда направлено по внутренней нормали к поверхности, на которую оно действует;
- 2) гидростатическое давление в любой точке объёма жидкости по всем направлениям имеет одинаковое значение.

Гидростатика изучает законы равновесия жидкости. Она рассматривает распределение давления в покоящейся жидкости, определение направления и точки приложения силы давления жидкости на плоские и криволинейные поверхности, численное определение этой силы.

Часто жидкость сверху соприкасается с газом. Поверхность раздела между жидкостью и газообразной средой называется *свободной поверхностью жидкости*.

Различают абсолютное давление  $p_{аб}$ , манометрическое (или избыточное)  $p_m (p_{изб})$  и вакуум  $p_{вак}$ .

Между указанными давлениями существуют следующие зависимости:

$$\begin{aligned} p_m (p_{изб}) &= p_{аб} - p_{ат}; \\ p_{вак} &= p_{ат} - p_{аб}; \\ p_{вак} &= -p_m (p_{изб}), \end{aligned}$$

где  $p_{ат}$  – атмосферное давление, Па.

Вакуум не может быть больше атмосферного давления.

Жидкость давит на поверхность, с которой она соприкасается. При определении силы гидростатического давления, как правило, оперируют манометрическим или вакуумметрическим давлением, так как атмосферное давление действует на рассматриваемый объём со всех сторон и поэтому его можно не принимать во внимание. При определении силы давления часто используется так называемая пьезометрическая плоскость или плоскость атмосферного давления – горизонтальная плоскость, проходящая через уровень жидкости в пьезометре, мысленно присоединённом к резервуару (пьезометром называют простейшее устройство для определения давления в месте его подключения). Поверхность жидкости на уровне пьезометрической плоскости подвергается лишь воздействию атмосферного давления (т.е.  $p_m = 0$ ). Если резервуар с жидкостью открыт (соединён с атмосферой), то пьезометрическая плоскость совпадает со свободной поверхностью жидкости. В случае же герметично закрытого резервуара она может располагаться выше или ниже свободной поверхности. В общем случае расстояние по вертикали до пьезометрической плоскости  $h_n$  (пьезометрическая высота) определяется из выражения

$$h_n = \frac{p_{изб}}{\rho g}, \text{ м,}$$

где  $p_{изб}$  – манометрическое давление (или вакуум) в рассматриваемой точке объёма жидкости, Па;  $\rho$  – плотность жидкости,  $\text{кг/м}^3$ ;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\text{м/с}^2$ ;

Расстояние  $h$  откладывается от той точки жидкости, давление в которой равно  $p$ , вверх, если оно манометрическое, и вниз – в случае вакуума.

Жидкость находится в равновесии только тогда, когда система массовых сил, действующих на неё, будет иметь потенциал. Это состояние системы характеризуется уравнением равновесия (*уравнением Эйлера*):

$$\rho(Xdx + Ydy + Zdz) = dp,$$

где  $X, Y, Z$  – проекции массовых сил, отнесённых к единице массы, на соответствующие направления,  $\text{м/с}^2$ ;  $dp$  – полный дифференциал давления, Па.

Рассмотрим наиболее важный для практики частный случай равновесия элементарного объёма жидкости, находящейся под действием только сил тяжести (*закон Паскаля*). Для данного случая уравнение равновесия выглядит следующим образом:

$$P_{\text{абс}} = p_0 + \rho gh, \text{ Па},$$

где  $P_{\text{абс}}$  – абсолютное давление, Па;  $p_0$  – давление над свободной поверхностью жидкости, Па;  $h$  – глубина погружения рассматриваемого элементарного объёма жидкости, м.

Для случая, когда рассматривается равновесие двух и более элементарных объёмов в покоящейся жидкости, это условие имеет вид (*основное уравнение гидростатики*)

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} = z_i + \frac{p_i}{\rho g} = H_{\text{ст}} = \text{const}, \text{ м},$$

где  $z_i$  – расстояние от плоскости сравнения до рассматриваемой точки (высота положения), м;  $p_i$  – манометрическое давление в данной точке, Па;  $\frac{p_i}{\rho g}$  – пьезометрическая высота, м;  $H_{\text{ст}}$  – гидростатический напор, м.

Сила суммарного давления, действующего на плоскую поверхность, определяется как аналитическим, так и графоаналитическим методами.

В случае *аналитического метода* сила суммарного давления  $\sum P_n$  определяется из выражения

$$\sum P_n = p_c \omega, \text{ Н},$$



где  $p_c$  – гидростатическое давление в центре тяжести плоской фигуры (поверхности), Па;  $\omega$  – площадь фигуры, м<sup>2</sup>.

При *графоаналитическом методе* строят эпюры давления, выражающие закон распределения давления на рассматриваемый элементарный объём, погружённый в жидкость.

Сила суммарного давления, действующего на криволинейную поверхность, определяется тремя взаимно перпендикулярными составляющими:  $\Delta P_x$ ,  $\Delta P_y$ ,  $\Delta P_z$ . Горизонтальные составляющие  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  определяются как силы давления на плоскую поверхность, равную проекции данной криволинейной поверхности на соответствующую вертикальную плоскость. Для определения вертикальной составляющей  $\Delta P_z$  строят тело давления. При этом криволинейная поверхность проектируется вертикально на пьезометрическую плоскость.

*Телом давления* называется тело, с одной стороны ограниченное криволинейной поверхностью, с другой – пьезометрической плоскостью, а со сторон – вертикальной проектирующей поверхностью. Сила  $\Delta P_z$  равна весу жидкости, занимающей объём тела давления  $V_{\text{тд}}$

$$\Delta P_z = \rho g V_{\text{тд}}, \text{ Н.}$$

При определении сил суммарного давления жидкости, действующего на сложные поверхности, целесообразно сначала графически суммировать эпюры, а также тела давления, построенные для отдельных частей рассматриваемой поверхности.

Покой жидкости относительно стенок резервуара, движущегося вместе с жидкостью, называется *относительным её покоем (относительным равновесием)*. При этом отдельные частицы жидкости не смещаются одна относительно другой и вся масса жидкости движется как одно твёрдое тело. В данном случае к силе тяжести добавляется ещё другая – сила инерции, и поверхность жидкости, чаще всего, перестаёт быть горизонтальной. В относительном покое может рассматриваться, например, жидкость в перемещающейся цистерне, топливо в баке движущейся машины, жидкость во вращающемся сосуде и т.п.

Например, при вращении жидкости вместе с цилиндрическим сосудом радиусом  $R$  относительно его вертикальной оси симметрии с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , её поверхность под воздействием центробежных сил принимает форму параболоида вращения  $ABC$  (рис. 3.2), высота  $H$  которого определяется из выражения

$$H = \frac{\omega^2 R^2}{2g}, \text{ м,}$$

а объём параболоида вращения  $V_n$  будет равен

$$V_n = \frac{\pi R^2 H}{2}, \text{ м}^3.$$

Когда при вращении жидкости её свободная поверхность пересекает дно резервуара (рис. 3.3), показанный объём жидкости  $V$  определяется из выражений

$$V = \frac{\pi(R^2 - R_1^2)h}{2}, \text{ м}^3 \text{ или } V = \frac{\pi g h^2}{\omega^2}, \text{ м}^3.$$

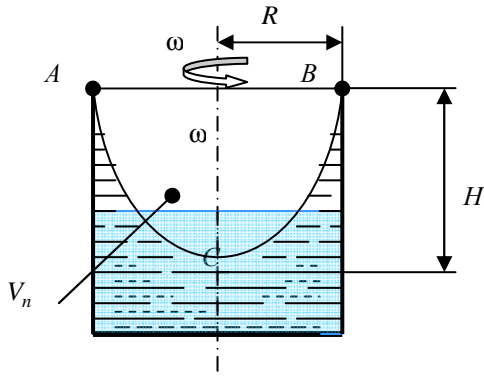


Рис. 3.2. К определению объёма  $V_n$  параболоида вращения

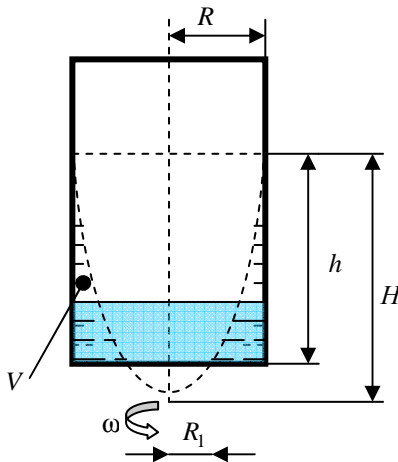


Рис. 3.3. К определению объёма  $V$

Для измерения давления применяется большое количество различных устройств и приборов. Тип и конструкция их зависит от величины измеряемого давления и той точности, которая должна быть обеспечена в результате измерений. Все приборы, служащие для измерения давления, разделяются на три группы:

- 1) пьезометры;
- 2) манометры;
- 3) вакуумметры.

## 4. КИНЕМАТИКА ЖИДКОСТИ. ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ, ЛИШЁННОЙ ВЯЗКОСТИ

*Основные понятия кинематики жидкости: траектория, линия тока, элементарная струйка, трубка тока, живое сечение, элементарный расход. Поток жидкости. Средняя скорость. Виды движения жидкости. Одномерные потоки жидкостей и газов. Дифференциальное уравнение движения идеальной жидкости (уравнение Эйлера). Плоское (двумерное) движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли для установившегося движения идеальной жидкости. Подобие гидромеханических процессов. Число Рейнольдса. Общая интегральная форма уравнений количества движения и момента количества движения.*

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

*Траекторией* называется перемещение частицы в пространстве и времени.

*Линией тока* называется векторная линия поля вектора скорости, т.е. линия, касательная к которой в любой её точке совпадает с вектором скорости частицы, находящейся на этой линии.

Часть жидкости, ограниченная поверхностью, образованной траекториями, проходящими через замкнутый контур (*живые сечения*), называется *элементарной стружкой*.

Часть заполненного жидкостью пространства, ограниченного поверхностью, образованной линиями тока, проходящими через замкнутый контур (например, живые сечения), называется *трубкой тока*.

*Живыми сечениями* называются сечения, перпендикулярные линиям тока.

Если течение стационарное, элементарная струйка совпадает с трубкой тока.

*Поток жидкости* складывается из множества элементарных струек (или трубок тока).

Различают следующие виды движения: неустановившееся, установившееся, неравномерное, равномерное, безнапорное, напорное.

*Неустановившееся* движение характеризуется зависимостью параметров движения от времени и пространства, т.е., например, для давления  $p$

$$p = p(x, y, z, \tau).$$

*Установившееся* движение характеризуется зависимостью параметров движения только от пространства, т.е., например, для давления  $p$

$$p = p(x, y, z).$$

*Неравномерным* называется движение, для которого характерно

$$v_1 \neq v_2 \neq \dots \neq v_n,$$

$$\omega_1 \neq \omega_2 \neq \dots \neq \omega_n,$$

но при этом

$$v_i \omega_i = Q = \text{const},$$

(например, движение жидкости в конической трубе), где  $v_i$  – средняя скорость потока.

*Равномерным* называется такой вид установившегося движения, для которого характерно

$$v_1 = v_2 = \dots = v_n;$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_n,$$

например, движение жидкости по трубам.

*Напорным* называется движение без свободной поверхности, т.е. когда жидкость занимает весь внутренний объём трубопровода или движение под действием перепада давления (например, движение воды в системе водоснабжения, движение теплоносителя в системах теплоснабжения).

*Безнапорным* называется движение со свободной поверхностью или движение под действием силы тяжести (например, движение воды в реке).

В отличие от видов движения жидкости различают режимы течения жидкости: ламинарный и турбулентный.

*Ламинарным (последовательным)* называется режим течения, когда силы вязкости соизмеримы с силами инерции и для которого характерно отсутствие обмена частиц между слоями (перемешивание жидкости по сечению потока), т.е. доля частиц двигающихся в поперечном направлении составляет не более 1...3% от общего числа частиц.

*Турбулентным* называется режим течения, когда силы инерции преобладают над силами вязкости и для которого характерен интенсивный обмен частиц между слоями (более 90% от общего числа).

*Объёмный расход* жидкости для потока определяется из выражения

$$Q = \sum_{\omega} dq, \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $dq$  – элементарный расход (расход трубки тока),  $\text{м}^3/\text{с}$ .

## Одномерные течения

Если рассматривается течение идеальной жидкости в канале с прямолинейной осью и достаточно плавными обводами, то в этом случае проекции скоростей  $u_y$  и  $u_z$  весьма малы в сравнении с продольной скоростью (проекцией  $u_x$ ). В этом случае можно принять

$$u_y \approx u_z \approx 0$$

и задачу следует рассматривать как *одномерную*. Однако поле скоростей в поперечном сечении канала неравномерно, что обусловлено влиянием сил вязкости. Несмотря на это, при решении практических задач допустимо рассматривать задачу как одномерную, вводя в расчёт осреднённые параметры. К таким задачам относятся задачи о течении в трубах, каналах, некоторых струйных течениях.

*Дифференциальное уравнение движения идеальной жидкости (уравнение Эйлера)* может быть получено из дифференциального уравнения равновесия той же жидкости, если, согласно принципу Д'Аламбера, к действующим силам присоединить силы инерции, т.е.

$$\rho(Xdx + Ydy + Zdz) = dp + \frac{\rho}{2} du^2,$$

где  $u$  – скорость движения частицы жидкости, м<sup>2</sup>/с.

### Определение и особенности плоского движения

**Плоское движение** – это движение жидкости, при котором все её частицы перемещаются параллельно некоторой одной плоскости, причём во всех плоскостях, параллельных этой плоскости, поля скорости, давления и плотности тождественно одинаковы. Например, обтекание крылового профиля (рис. 4.1).

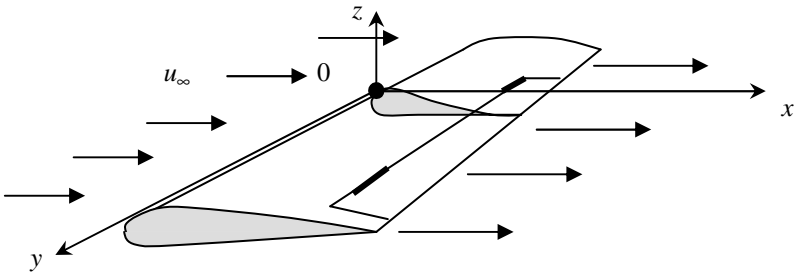


Рис. 4.1. Пример плоского (двумерного) течения

При *плоском течении* задача является *двумерной*. Здесь движение будет плоским в плоскости  $x - 0 - z$ .

Для случая, когда на жидкость извне действует только сила тяжести, получим уравнение энергии для установившегося движения элементарной струйки (трубки тока) идеальной жидкости в интегральной форме (уравнение Бернулли):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} = H_{\text{дин}} = \text{const}.$$

Данная зависимость устанавливает связь между скоростью движения, давлением и геометрическим положением частиц.

Если для двух потоков около (или внутри) геометрически подобных тел картины линий тока также геометрически подобны, то такие потоки называются *механически подобными*.

Основным условием осуществления механического подобия является одинаковое отношение величин  $\frac{\rho v^2}{l}$  и  $\frac{\mu v}{l^2}$ , т.е.

$$\frac{\rho v^2}{l} : \frac{\mu v}{l^2} = \frac{\rho v l}{\mu} = \text{Re}.$$

Поскольку это отношение представляет собой отношение двух сил, отнесённых к единице объёма, т.е. двух величин с одинаковой размерностью, оно является отвлечённым (безразмерным) числом.

Число  $\frac{\rho v l}{\mu} = \text{Re}$ , характеризующее отношение силы инерции к силе трения, называется числом Рейнольдса  $\text{Re}$  (в честь английского учёного Осборна Рейнольдса, открывшего выведенный закон подобия).

Для случая движения жидкости по трубам режим течения оценивается по величине числа Рейнольдса, определяемого из выражения

$$\text{Re} = \frac{v d}{\nu},$$

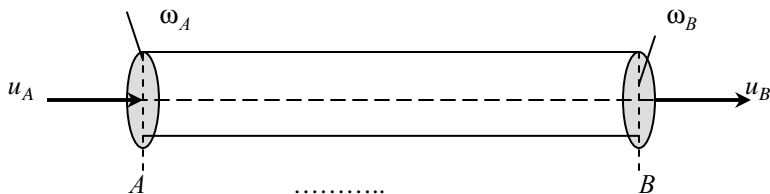
или

$$\text{Re} = \frac{v d}{\mu} \rho.$$

Для ламинарного режима течения  $\text{Re} \leq 2320$ , для турбулентного режима течения  $\text{Re} > 2320$ .

Согласно теореме *о количестве движения* изменение количества движения во времени, т.е. его производная по времени равна результирующей всех сил, приложенных к выделенной массе жидкости.

Рассмотрим жидкую элементарную струйку (рис. 4.2).



**Рис. 4.2.** Пояснение к теореме о количестве движения

Следует отметить, что жидкая струйка всё время должна состоять из одних и тех же частиц жидкости (в противном случае нельзя будет основываться на теореме общей механики о количестве движения системы). Это означает, что поверхности, ограничивающие выделенную массу жидкости, должны перемещаться вместе с жидкостью, т.е. они должны быть жидкими поверхностями. Таким образом, в жидкой струйке её концевые поперечные сечения должны перемещаться вместе с жидкостью, первоначально заключённой в жидкой струйке.

Полное изменение количества движения в единицу времени  $dt$  около сечения  $B$  равно

$$\frac{dm}{dt} u_B = \rho \omega_B u_B^2,$$

где  $dm$  – масса частицы, кг;  $\omega_B$  – площадь сечения  $B$ , м<sup>2</sup>;  $u_B$  – скорость частицы, м<sup>2</sup>/с.

Аналогично для сечения  $A$

$$\frac{dm}{dt} u_A = \rho \omega_A u_A^2.$$

Векторную сумму этих изменений количества движения, отнесённых к единице времени, необходимо приравнять к результирующей всех внешних сил, действующих на выделенную массу жидкости.

Согласно теореме *о моменте количества движения* производная по времени от момента количества движения относительно какой-либо точки равна главному моменту относительно той же точки всех внешних сил, приложенных к массе.



## 5. ДИНАМИКА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

*Уравнение Бернулли для потока реальной (вязкой) жидкости. Физический смысл уравнения Бернулли (геометрическое и энергетическое толкование). Уравнение расхода. Коэффициент Кориолиса. Общие сведения о гидравлических потерях. Виды гидравлических потерь. Движение газов: условие применимости законов гидравлики к движению газов. Пограничный слой. Дифференциальное уравнение пограничного слоя.*

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

*Уравнение Бернулли для установившегося движения потока реальной (вязкой) жидкости образуется из уравнения Бернулли для трубки тока идеальной жидкости (когда из массовых сил на жидкость действуют только силы тяжести). Его составляют для двух характерных живых сечений. Например, для напора и сечений 1–1 и 2–2 уравнение имеет следующий вид (рис. 5.1)*

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum \Delta h_w = H_{\text{дин}} = \text{const}, \text{ м},$$

где  $z$  – геометрический напор или высота положения – расстояние от произвольно выбранной горизонтальной плоскости сравнения до центра тяжести рассматриваемого сечения (геометрический смысл) или удельная (т.е. отнесённая к единице массы жидкости) потенциальная энергия положения (энергетический смысл), м;  $p$  – давление в центре

тяжести сечения, Па;  $\frac{p}{\rho g}$  – пьезометрический напор, т.е. вертикальное

расстояние между центром тяжести рассматриваемого сечения и уровнем жидкости в пьезометре (удельная потенциальная энергия давления), м;  $v$  – средняя скорость потока в сечении, м/с;  $\alpha$  – коэффициент Кориолиса (отношение действительной кинетической энергии потока к условной кинетической энергии, вычисленной по средней скорости потока);  $\frac{\alpha v^2}{2g}$  – скоростной напор (удельная кинетическая энергия), м;

$\sum \Delta h_w$  – гидравлические потери напора (часть удельной механической энергии, которую жидкость теряет на преодоление сопротивлений на участке потока между сечениями 1–1 и 2–2);  $H_{\text{дин}}$  – динамический напор, м.

Уравнение Бернулли выражает собой закон сохранения энергии в механической форме.

Как видно, уравнение Бернулли выражает связь между тремя разными величинами потока: высотой положения  $z$ , давлением  $p$  и средней скоростью  $v_{cp}$  потока жидкости для выбранных характерных сечений.

При решении практических задач вместе с уравнением Бернулли применяется и уравнение постоянства расхода (уравнение движения в интегральной форме), т.е. равенства расхода  $Q$  во всех сечениях установившегося движения потока жидкости (принимается, что отсутствуют разрывы сплошности среды)

$$Q = \omega v_{cp}, \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $v_{cp} = \sum_{i=1}^n u_i$  – средняя скорость движения частиц жидкости в сечении

потока, м/с;  $u_i$  – скорости движения частиц по сечению потока, м/с.

Все гидравлические потери складываются из потерь на трение по длине и потерь в местных сопротивлениях. Для гидравлических потерь напора  $\sum \Delta h_w$  имеем:

– потери напора по длине трубопровода вследствие наличия трения (потери на трение по длине)  $\sum \Delta h_l$ ;

– потери напора в местных сопротивлениях (например, внезапное сужение или расширение потока, кран (вентиль), изгибы и др.)  $\sum \Delta h_m$ , т.е.

$$\sum \Delta h_w = \sum \Delta h_l + \sum \Delta h_m, \text{ м}.$$

Потери напора на трение по длине на  $i$ -м участке определяются из формулы Дарси – Вейсбаха

$$\Delta h_{li} = \lambda_i \frac{l_i}{d_i} \frac{v_i^2}{2g}, \text{ м},$$

где  $\lambda_i$  – коэффициент гидравлического сопротивления;  $l_i$  – длина участка, м;  $d_i$  – диаметр трубы, м;  $v_i$  – средняя скорость движения частиц жидкости, м/с.

Потери напора в местных сопротивлениях определяются из формулы Вейсбаха

$$\Delta h_{mi} = \zeta \frac{v_i^2}{2g}, \text{ м},$$

где  $\zeta$  – коэффициент местного сопротивления (выбирается из справочной литературы для конкретного типа гидравлического сопротивления).

Наибольшую сложность при определении  $\Delta h_i$  вызывает коэффициент  $\lambda_i$ . Его величину находят в зависимости от скорости движения жидкости. Весь интервал изменения скорости от 0 до  $\infty$  разделён на четыре *зоны сопротивления*. Для каждой зоны сопротивления автор предлагает эмпирические зависимости по определению коэффициента гидравлического сопротивления на трение  $\lambda$ :

1. Первая зона – *зона ламинарного режима течения*.

Для этой зоны сопротивления  $0 < Re \leq 2320$ ,  $\Delta h \propto v^1$ ,  $\lambda = f(v)$ .

Предлагается одно из эмпирических выражений по определению  $\lambda$

$$\lambda = \frac{64}{Re}.$$

2. Вторая зона – *зона гладкостенного скольжения (или зона гидравлически гладких труб)*.

Для этой зоны сопротивления  $2320 < Re < 56 \frac{d}{\Delta}$ ,  $\Delta h \propto v^{[1+1,75)}$ ,

$\lambda = f(v)$ . Одно из эмпирических выражений по определению  $\lambda$

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}},$$

где  $\Delta$  – шероховатость внутренней поверхности трубы, м.

3. Третья зона – *зона доквадратичного режима течения*.

Для этой зоны сопротивления  $56 \frac{d}{\Delta} < Re < 500 \frac{d}{\Delta}$ ,  $\Delta h \propto v^{[1,75+2)}$ ,

$\lambda = f(v, \Delta)$ . Одно из эмпирических выражений по определению  $\lambda$

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{68}{Re} + \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}.$$

4. Четвёртая зона – *зона квадратичного режима течения*.

Для этой зоны сопротивления  $Re > 500 \frac{d}{\Delta}$ ,  $\Delta h \propto v^2$ ,  $\lambda = f(\Delta)$  и

$$\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}.$$

*Основным условием применимости уравнений гидравлики к движению газов является соотношение возникающей при движении газа разности давлений к величине абсолютного давления газа. Если при движении газа (или пара) возникают разности давлений, небольшие по сравнению с абсолютным давлением газа (пара), то изменения объема получаются очень незначительными и такие потоки газа можно считать в первом приближении как несжимаемые. Следовательно, для их исследования можно применять законы, выведенные для движения несжимаемой жидкости. Но в тех случаях, когда движение газа (или пара) сопровождается образованием больших разностей давлений, изменения объема получаются значительными, и рассматривать газ как несжимаемую среду уже нельзя.*

### *Понятие пограничного слоя*

Рассмотрим обтекание тела стационарным плоским потоком вязкой несжимаемой жидкости с постоянными свойствами (рис. 5.1). Пренебрегая кривизной поверхности тела, запишем систему безразмерных уравнений Навье – Стокса и неразрывности в прямоугольной системе координат

$$U_x \frac{\partial U_x}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial Y} = \frac{\partial Eu}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial Y^2} \right); \quad (5.1)$$

$$U_x \frac{\partial U_y}{\partial X} + U_y \frac{\partial U_y}{\partial Y} = \frac{\partial Eu}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_y}{\partial Y^2} \right); \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial X} + \frac{\partial U_x}{\partial Y} = 0. \quad (5.3)$$

Здесь в качестве масштаба длины выбран характерный размер обтекаемого тела  $l$ , а масштаба скорости и начала отсчета давления – параметры набегающего потока вдали от обтекаемого тела (на бесконечности)

$$U_x = \frac{u_x}{u_\infty}; \quad U_y = \frac{u_y}{u_\infty}; \quad Eu = \frac{p - p_\infty}{\rho u_\infty^2}; \quad X = \frac{x}{l}; \quad \text{Re} = \frac{u_\infty l}{\nu}.$$

Уравнения (5.1) – (5.3) представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа, решение которой является весьма сложной задачей. Принимая некоторые допущения, приводят эти уравнения к линейному виду, что упрощает их решение:

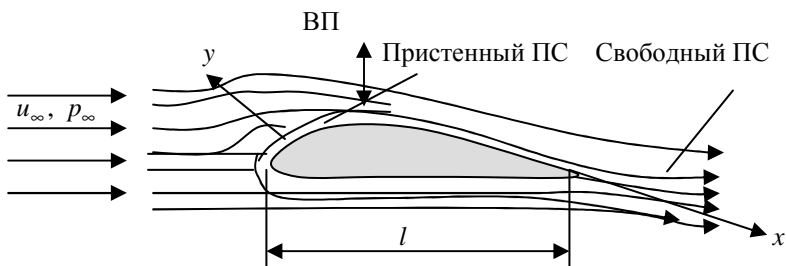


Рис. 5.1. Пограничный слой (ПС) и внешний поток (ВП)

1. При малых числах Рейнольдса ( $Re \ll 1$ ) силы инерции малы по сравнению с силами вязкости. Однако случай малых значений  $Re$  (*ползущие течения*), когда скорости малы, а вязкость велика, имеет ограниченную область практического применения (гидродинамическая теория смазки).

2. При  $Re \gg 1$  (когда силы инерции велики по сравнению с силами вязкости) получим уравнения Эйлера для идеальной жидкости, которые не позволяют рассчитать касательные напряжения на поверхности обтекаемого тела и силу сопротивления, действующую на тело, обтекаемое потоком вязкой (реальной) жидкости.

Отсюда следует, что *не везде в потоке* жидкости можно пренебречь вязкими членами в уравнении движения. *Вблизи стенки* есть область течения, где вязкостью пренебречь нельзя.

Согласно подходу Прандтля вся область течения разбивается на две области: пограничный слой (ПС) и внешний поток (ВП) (рис. 5.2).

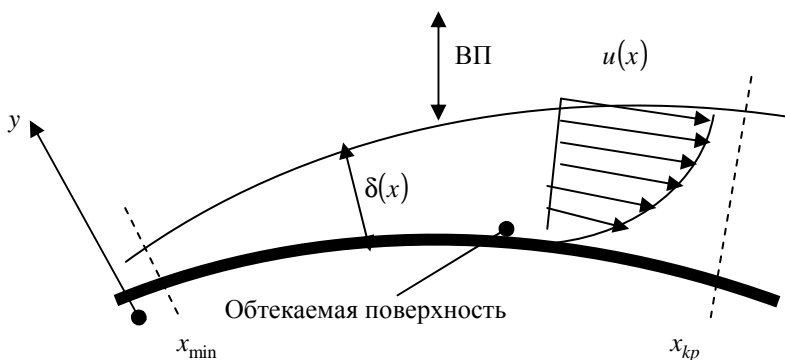


Рис. 5.2. К выводу уравнений пограничного слоя

## Определения

*Пограничным слоем* называется область течения, где силы вязкости соизмеримы с силами инерции.

Различают *пристенный пограничный слой (ПС)* – слой жидкости, непосредственно прилегающий к твёрдой поверхности, и *свободный ПС* – аэродинамический след за обтекаемым телом, в котором силы вязкости существенны.

*Внешний поток* – область течения, где можно пренебречь силами вязкости и считать жидкость идеальной.

Уравнения, описывающие движение жидкости во внешнем потоке, более простые, чем уравнения Навье – Стокса, уравнения Эйлера.

### Уравнения пограничного слоя

Теория пограничного слоя разработана Прандтлем (1904). Уравнения движения в пограничном слое можно упростить, если принять ряд допущений:

1. Толщина пограничного слоя мала по сравнению с характерным размером  $l$ , т.е.  $\frac{\delta}{l} = \epsilon \ll 1$ .

Это предположение выполняется при  $Re \gg 1$  и на достаточно большом расстоянии от передней кромки ( $x > x_{\min}$ ).

Область  $x < x_{\min}$  не рассматривается.

2. Порядок производных в уравнениях (5.1) – (5.3) равен отношению соответствующих масштабов.

3. Значение поперечной составляющей скорости на несколько порядков меньше её продольной составляющей, т.е.  $u_y \ll u_x$ .

Из определения пограничного слоя, в котором силы инерции и силы вязкости одного порядка, получим

$$\frac{\delta}{l} = \frac{1}{\sqrt{Re}}.$$

При условии  $l \approx x$  получим закон нарастания толщины ламинарного пограничного слоя

$$\frac{\delta}{x} = \frac{1}{\sqrt{Re_x}}, \quad (5.4)$$

где

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu}.$$

Выражение (5.4) называется *первым основным свойством пограничного слоя*.

Постоянство давления поперек пограничного слоя называется *вторым свойством пограничного слоя*.

В результате получим уравнения следующего вида

$$\left. \begin{aligned} u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Выражения (5.5) называются уравнениями *пограничного слоя*.

## 6. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ

*Классификация отверстий и основные характеристики истечения. Истечение жидкости через отверстия в тонкой стенке (незатопленные и затопленные отверстия). Гидравлический расчёт отверстий. Насадки. Классификация и область применения. Гидравлический расчёт насадков. Истечение жидкости при переменном напоре (опорожнение резервуара, опорожнение сообщающихся сосудов).*

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

В инженерной практике часто приходится рассматривать вопросы истечения жидкости через отверстия различных форм и размеров, через различные короткие патрубки (насадки). При этом истечение жидкости может происходить в атмосферу (незатопленные отверстия) или под уровень (затопленные отверстия) при постоянном или переменном напоре (опорожнение резервуара).

В гидравлике различают истечение через отверстия в тонкой и толстой стенке (насадке). В зависимости от условий сжатия струи бывают отверстия с совершенным и несовершенным, а также полным и неполным сжатием.

*Отверстием в тонкой стенке* называется такое отверстие, края которого имеют острую кромку, причём толщина стенки не влияет на форму и условия истечения струи. Следовательно, при протекании жидкости через отверстие в тонкой стенке возникают только местные потери энергии, аналогичные потерям энергии при внезапном сужении потока (рис. 6.1).

На расстоянии  $\sim 0,5 d_{\text{отв}}$  от стенки (сечение  $C - C$ ) образуется так называемое сечение  $\omega_C$ , имеющее наименьшую площадь и практически параллельно-струйное течение. Далее струя деформируется и под действием сил тяжести падает. Это явление носит название инверсии струи.

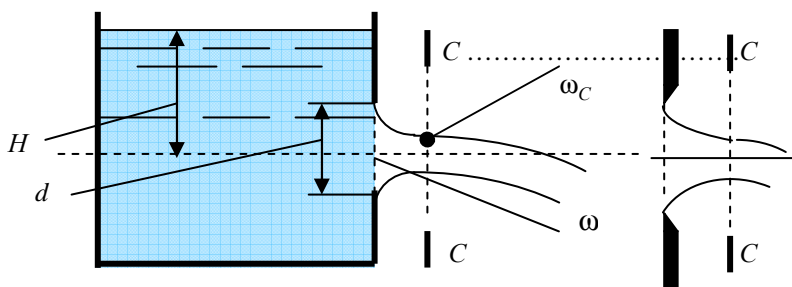


Рис. 6.1. Истечение жидкости из отверстия в тонкой стенке



*Отверстием с совершенным сжатием* называется такое отверстие, границы которого удалены от границ жидкости в резервуаре и стенок на расстоянии не менее  $3d_{\text{отв}}$ , причём стенки резервуара не влияют на условия сжатия струи.

*Отверстием с несовершенным сжатием* называется такое отверстие, одна или несколько сторон которого находятся на расстоянии менее  $3d_{\text{отв}}$  от поверхности жидкости или стенок резервуара. На рисунке 6.2 отверстие I – с совершенным сжатием, а отверстие II – с несовершенным.

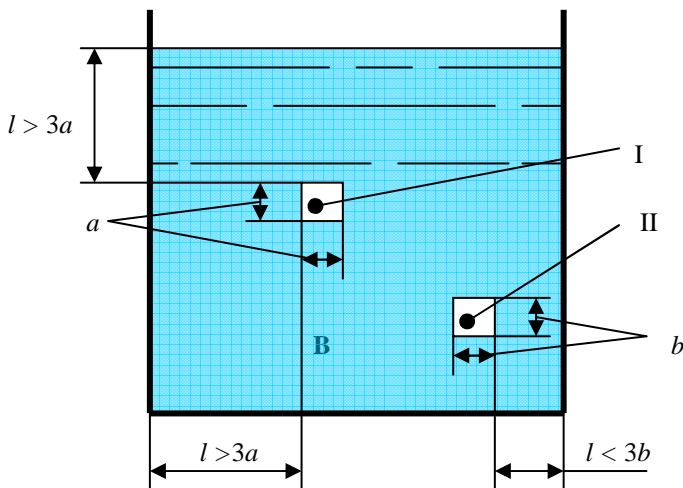
*Отверстием с полным сжатием* называется такое отверстие, в котором струя испытывает сжатие со всех сторон.

*Отверстием с неполным сжатием* называется такое отверстие, в котором струя не имеет сжатия с одной или нескольких сторон. На рисунке 6.3 струя испытывает сжатие с трёх сторон.

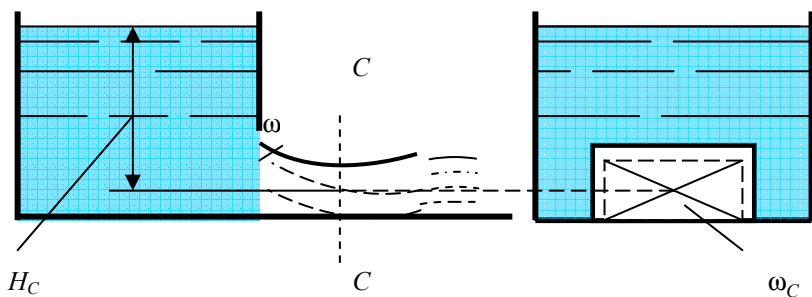
Для оценки степени сжатия струи в гидравлике применяется понятие о *коэффициенте сжатия струи*. Коэффициентом сжатия струи  $\epsilon$  называется отношение площади сжатого сечения  $\omega_C$  к площади отверстия  $\omega$

$$\epsilon = \frac{\omega_C}{\omega} .$$

Опытом установлено, что для малых отверстий с острыми кромками  $\epsilon = 0,64 \dots 0,60$  и является достаточно постоянным.



**Рис. 6.2. Отверстия с совершенным (I) и несовершенным (II) сжатием струи**



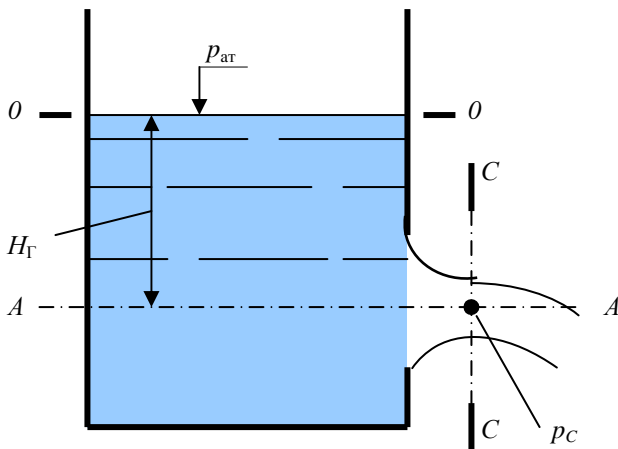
**Рис. 6.3. Отверстие с неполным сжатием струи**

Для отверстий больших размеров он изменяется в зависимости от ряда факторов (напора, размеров отверстия).

*Истечение через незатопленное отверстие. Истечение жидкости через малое отверстие в вертикальной тонкой стенке при постоянном напоре.*

Малым считается такое отверстие, для которого все параметры истечения по сечению отверстия являются постоянными. Отверстием в тонкой стенке считается такое отверстие, для которого выполняется следующее соотношение (рис. 6.4)

$$\delta \leq 0,2 d_{\text{отв}}, \text{ м.}$$



**Рис. 6.4. Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой вертикальной стенке**

Уравнение Бернулли для сечения  $0-0$  (свободная поверхность) и сжатого сечения  $C-C$

$$H_{\Gamma} + \frac{p_{\text{ат}}}{\rho g} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g} = \frac{p_C}{\rho g} + \frac{\alpha_C v_C^2}{2g} + \xi \frac{v_C^2}{2g},$$

где  $v_0$  и  $v_C$  – скорости в соответствующих сечениях, м;  $\xi$  – коэффициент местного сопротивления, учитывающий потери энергии в пределах отверстия.

Ввиду малого сечения  $p_{\text{ат}} = p_C$ .

Полный напор над центром тяжести отверстия  $H_0$  будет равен

$$H_0 = H_{\Gamma} + \frac{\alpha_0 v_0^2}{2g}.$$

Отсюда выражение для средней скорости в сжатом сечении  $C - C$

$$v_C = \sqrt{\frac{1}{\alpha_C + \xi}} \sqrt{2gH_0} = \varphi \sqrt{2gH_0},$$

где  $\varphi = \sqrt{\frac{1}{\alpha_C + \xi}}$  – коэффициент скорости отверстия.

Объёмный расход жидкости

$$Q = \omega_C v_C = \omega \epsilon \varphi \sqrt{2H_0}, \text{ м}^3/\text{с}.$$

Обозначив  $\epsilon \varphi = \mu_0$ , получим окончательное выражение объёмного расхода жидкости при истечении через малое отверстие

$$Q = \mu_0 \omega \sqrt{2gH_0}, \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $\mu_0$  – коэффициент расхода отверстия, определяемый опытным путём.

Для малых отверстий в тонкой стенке с совершённым сжатием коэффициент расхода  $\mu_0$  является устойчивым и колеблется в пределах  $\mu = 0,62 \dots 0,60$ .

Поэтому малые отверстия часто используются как водомеры.

Для больших отверстий коэффициент расхода колеблется в широких пределах вследствие многочисленных факторов, влияющих на его значение (размеры и форма отверстия, напор, условия подхода, несовершенство и неполнота сжатия, характер обработки кромок и т. д.).

В таблице 6.1 приведены данные о коэффициентах расхода при истечении жидкости через большие отверстия.

Таблица 6.1

Типы отверстий	$\mu_0$
Отверстия средних размеров со сжатием струи со всех сторон при отсутствии направляющих стенок	0,65
Большие отверстия с несовершенным, но всесторонним сжатием	0,70
Донные отверстия без сжатия по дну со значительным влиянием бокового сжатия	0,65...0,70
Донные отверстия без сжатия по дну с уменьшенным влиянием бокового сжатия	0,70...0,75
То же без сжатия по дну и с весьма плавными боковыми подходами	0,80...0,85
То же без сжатия по дну и с весьма плавными боковыми подходами к отверстию со всех сторон	0,90

*Истечение жидкости через затопленное отверстие*

При истечении из отверстия в тонкой стенке под уровень в области выхода струи из отверстия образуется сжатое сечение  $C-C$ , в котором давление подчиняется гидростатическому закону (рис. 6.5).

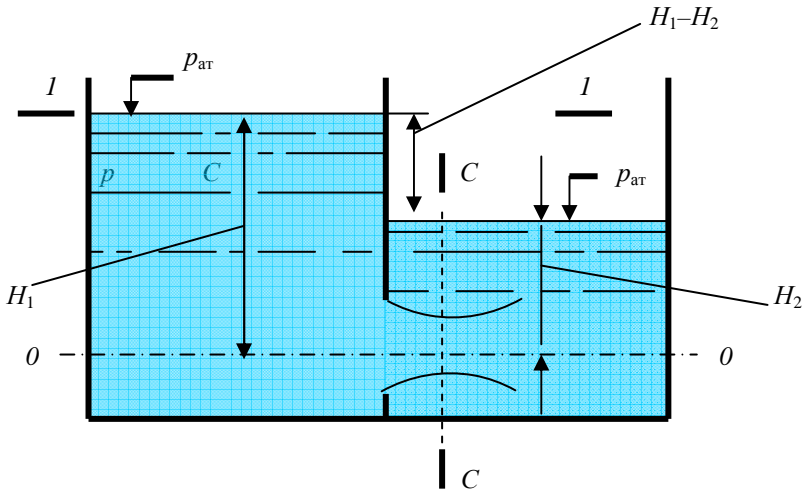


Рис. 6.5. Истечение жидкости через затопленное отверстие

Для такого случая также можно применить уравнение Бернулли. Если считать движение установившимся, то для сечений 1-1 и C-C (плоскость сравнения 0-0 проходит через центр тяжести отверстия) имеем

$$\frac{p_{\text{ат}}}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + H_1 = \frac{p_C}{\rho g} + \frac{\alpha_C v_C^2}{2g} + \xi \frac{v_C^2}{2g}, \text{ м.}$$

Пренебрегая членом  $\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g}$  вследствие его малости и определяя давление в сечении C-C как

$$p_C = p_{\text{ат}} + \rho g H_2, \text{ Па,}$$

получим

$$\frac{p_{\text{ат}}}{\rho g} + H_1 = \frac{p_{\text{ат}}}{\rho g} + H_2 + (\alpha_C + \xi) \frac{v_C^2}{2g}, \text{ м,}$$

или

$$(\alpha_C + \xi) \frac{v_C^2}{2g} = H_1 - H_2, \text{ м.}$$

Следовательно, скорость в сжатом сечении C-C будет равна

$$v_C = \sqrt{\frac{1}{\alpha_C + \xi}} \sqrt{2g(H_1 - H_2)} = \varphi \sqrt{2g(H_1 - H_2)}, \text{ м,}$$

где  $\varphi$  – коэффициент скорости отверстия.

Определяя расход жидкости в сжатом сечении, получим выражение для расхода при истечении через затопленное отверстие

$$Q = \omega_C v_C = \varepsilon \omega v_C = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2g(H_1 - H_2)} = \mu \omega \sqrt{2g(H_1 - H_2)}, \text{ м}^3/\text{с,}$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода отверстия.

Полученное выражение аналогично формуле для расхода жидкости при истечении через незатопленное отверстие. Многочисленными исследованиями установлено, что коэффициенты расхода жидкости через затопленные и незатопленные отверстия практически одинаковы. Поэтому при расчёте затопленных отверстий следует пользоваться указанными коэффициентами расходов для незатопленных отверстий.

*Насадком называется короткий патрубок длиной от трёх до четырёх диаметров отверстия, присоединённый к отверстию в тонкой стенке. Насадки делятся на три основных типа: цилиндрические, конические и конoidalные.*

*Цилиндрические насадки делятся на (а) внешние и (б) внутренние (рис. 6.6).*

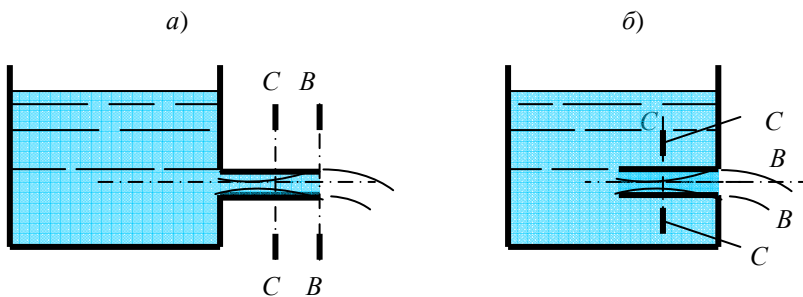


Рис. 6.6. Цилиндрические насадки

При движении жидкости через насадок образуется сжатое сечение  $C-C$ , в области которого наблюдается пониженное давление. Это непосредственно следует из уравнения Бернулли потому, что величина скорости в сжатом сечении больше, чем в сечении  $B-B$  на выходе из насадка и давление в сжатом сечении будет меньше атмосферного, т.е.

$$v_C > v_B, \text{ то } p_C < p_{\text{ат}}.$$

В связи с образованием вакуума насадок увеличивает пропускную способность отверстия.

*Конические насадки* бывают двух типов: (а) расходящиеся (диффузоры) и (б) сходящиеся (рис. 6.7).

В конических насадках, как и в цилиндрических, при истечении жидкости создаётся вакуум, но бóльшей величины. При этом величина вакуума возрастает с увеличением угла конусности. Однако при больших углах конусности может произойти отрыв струи от стенок насадка и, следовательно, срыв вакуума. Оптимальный угол конусности для конического сходящегося насадка составляет  $5...7^\circ$ .

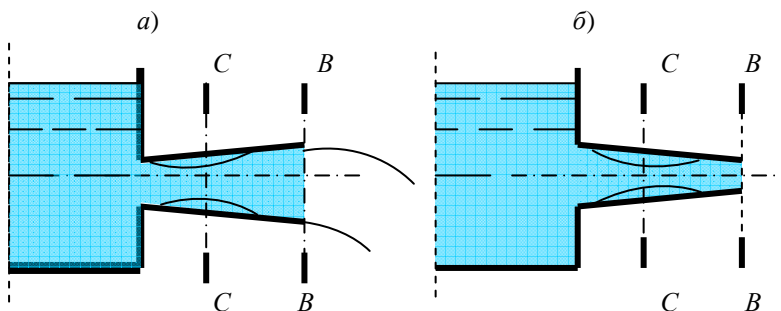


Рис. 6.7. Конические насадки

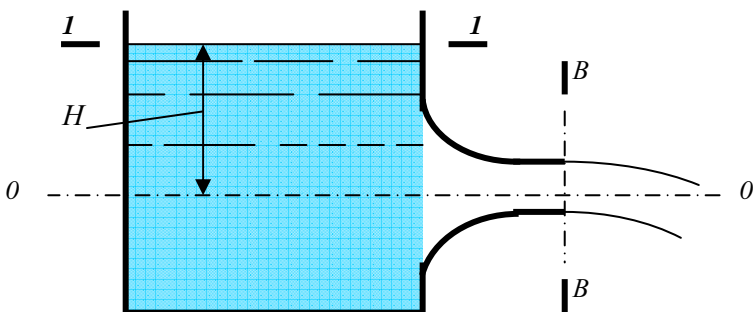


Рис. 6.8. Коноидальный насадок

Итак, отличительными особенностями *конических расходящихся насадков* являются: значительный вакуум, большая пропускная способность, малые скорости выхода жидкости. Оптимальный угол конусности для них составляет  $11\dots 13^\circ$ .

*Конические сходящиеся насадки.* Их основное назначение – увеличивать скорость истечения жидкости для создания в струе большой кинетической энергии. Кроме того, струя, выходящая из насадка, отличается компактностью и способностью сохранять свою форму на длительном расстоянии. Поэтому конические сходящиеся насадки применяются в качестве сопел гидромониторов и активных гидравлических турбин, наконечников пожарных брандспойтов, в эжекторах и инжекторах для создания вакуума.

Коэффициент расхода насадка зависит от угла конусности  $\Theta$  и достигает своего максимального значения при угле  $\Theta 13^\circ 24'$  (когда площадь сжатого сечения оказывается равной площади выходного сечения). При дальнейшем увеличении угла конусности происходит затрата энергии на сжатие струи на выходе из насадка и в связи с этим некоторое уменьшение коэффициента расхода.

*Коноидальный насадок* (рис. 6.8) представляет собой усовершенствованный конически сходящийся насадок. Он имеет форму вытекающей струи из отверстия (форму коноида). Такая форма насадка устраняет сжатие струи и сводит до минимума все потери энергии в вытекающей струе.

#### Гидравлический расчёт насадков

Гидравлический расчёт насадков заключается в определении выражений для скорости и расхода. Применяя уравнение Бернулли для выбранных характерных сечений схемы на примере цилиндрического насадка (рис. 6.9), получим

$$\frac{p_{ат}}{\rho g} + H + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_{ат}}{\rho g} + \frac{v_B^2}{2g} + \sum \xi \frac{v_B^2}{2g}, \text{ м,}$$

или

$$H_0 = \frac{v_B^2}{2g} \left( 1 + \sum \xi \right), \text{ м,}$$

где  $H_0 = H + \frac{v_1^2}{2g}$  – полный напор (полная удельная энергия) над центром тяжести насадка, м;  $v_B$  – средняя скорость в выходном сечении  $B-B$ , м/с;  $\sum \xi$  – суммарный коэффициент сопротивления, учитывающий все местные потери энергии, а также потери по длине

$$\sum \xi = \xi_c + \xi_p + \xi_l,$$

где  $\xi_c$  – коэффициент местного сопротивления (внезапное сужение);  $\xi_p$  – коэффициент местного сопротивления (внезапное расширение);  $\xi_l$  – коэффициент сопротивления (эквивалентен потерям энергии по длине насадка  $\lambda \frac{l}{d}$ ).

Коэффициент местного сопротивления при внезапном расширении  $\xi_p$  определяется по формуле

$$\xi_p = \left( \frac{\omega_B}{\omega_C} - 1 \right)^2 = \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right)^2 = \left( \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \right)^2.$$

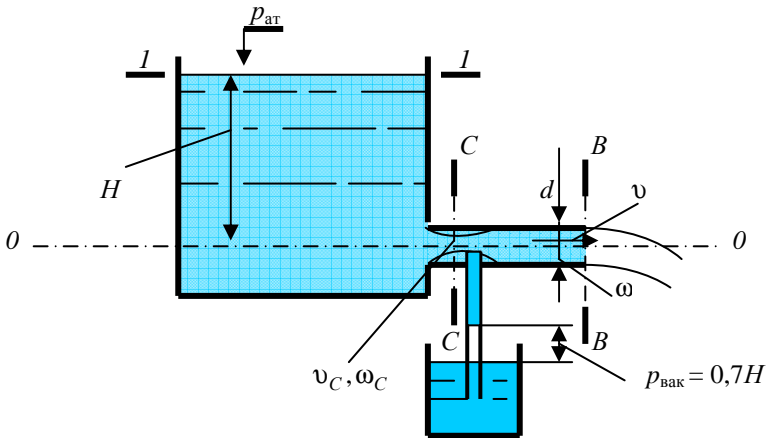


Рис. 6.9. К гидравлическому расчёту насадка



Коэффициент сопротивления, учитывающий потери по длине, определяется по зависимости

$$\xi_l = \lambda \frac{l}{d}.$$

Конечное выражение по определению скорости истечения жидкости из насадка  $v_B$  имеет вид

$$v_B = \sqrt{\frac{1}{\xi_c + \xi_p + \xi_l}} \sqrt{2gH_0} = \varphi \sqrt{2gH_0}, \text{ м/с},$$

где  $\varphi$  – коэффициент скорости для насадка

$$\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \xi_c + \left(\frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon}\right)^2 + \lambda \frac{l}{d}}}.$$

Выражение для расхода жидкости, проходящей через цилиндрический насадок, имеет вид

$$Q = \omega_B v_B = \varphi \omega_B \sqrt{2gH_0}, \text{ м}^3/\text{с}. \quad (6.1)$$

Следовательно, для насадков имеем

$$\mu = \varepsilon \varphi = \varphi,$$

т.е. коэффициент скорости насадка равен коэффициенту расхода насадка.

При выводе формулы (5.1) не было принято никаких допущений и ограничений, которые были бы характерны только для цилиндрического насадка. Поэтому эта зависимость справедлива для насадков всех типов, а также отверстий в толстой стенке.

### *Истечение жидкости при переменном напоре*

Истечение жидкости при переменном напоре представляет собой один из случаев неустановившегося движения жидкости, относится к сложному виду истечения в инженерной практике. В данном курсе рассматривается несколько простейших случаев, когда инерционным напором можно пренебречь без особого ущерба для точности получаемых результатов.

### Опорожнение резервуара

Рассмотрим опорожнение резервуара, имеющего постоянную площадь поперечного сечения. Истечение происходит через отверстие площадью  $\omega$ , находящееся в дне резервуара, начальный напор над центром тяжести которого равен  $H_1$ , а конечный –  $H_2$  (рис. 6.10). Предположим, что за время опорожнения резервуар жидкостью заполняться не будет.

Расчёт заключается в определении времени опорожнения резервуара. Когда отверстие открыто, то за время  $dt$  из резервуара вытекает количество жидкости, равное  $dV$

$$dV = \mu \omega \sqrt{2gz} dt, \text{ м}^3,$$

где  $z$  – напор над центром тяжести отверстия в момент времени  $dt$ .

Одновременно уровень жидкости в резервуаре опустится на величину, определяемую из выражения

$$dz = \frac{dV}{\Omega}, \text{ м},$$

где  $\Omega$  – площадь поперечного сечения резервуара (дна),  $\text{м}^2$ .

Следовательно,

$$-dz\Omega = \mu \omega \sqrt{2gz} dt, \text{ м}^3$$

(знак минус означает, что напор уменьшается).

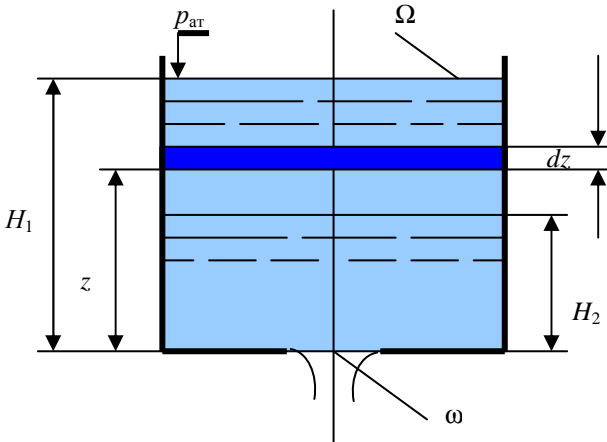


Рис. 6.10. К расчёту времени опорожнения резервуара

После интегрирования по напору от  $H_1$  до  $H_2$  получим выражение по времени опорожнения

$$t = \frac{2\Omega(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2})}{\mu\omega\sqrt{2g}}, \text{ с.}$$

При выполнении условия  $H_2 = 0$  время полного опорожнения резервуара определится из выражения

$$t = \frac{2\Omega\sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}} = \frac{2\Omega H_1}{\mu\omega\sqrt{2g}H_1} = \frac{2V}{Q}, \text{ с,}$$

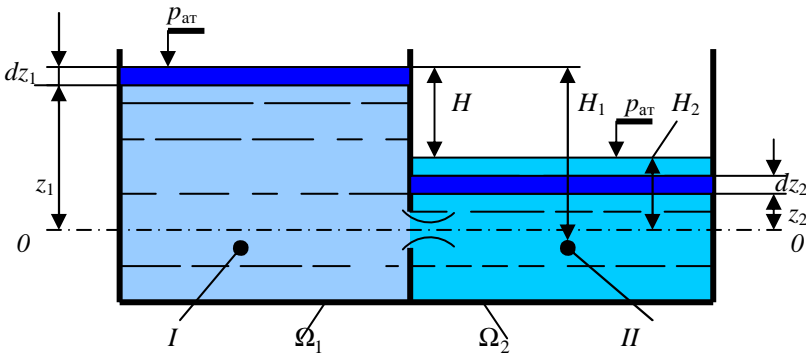
где  $V$  – объём резервуара,  $\text{м}^3$ ;  $Q$  – расход жидкости при начальном напоре  $H_1$ ,  $\text{м}^3/\text{с}$ .

Таким образом, время полного опорожнения резервуара при переменном напоре в два раза больше времени, которое требуется для вытекания из резервуара жидкости при начальном напоре в количестве, равном первоначальному объёму.

### *Истечение в сообщающихся резервуарах*

Рассмотрим случай выравнивания уровней жидкости в сообщающихся резервуарах *I* и *II* (рис. 6.11).

Определим время, в течение которого уровни в резервуарах выравниваются.



**Рис. 6.11.** Истечение жидкости под уровень при переменном напоре

За время  $dt$  в результате перетекания жидкости из резервуара  $I$  в резервуар  $II$  напор над центром тяжести отверстия со стороны первого резервуара уменьшится на величину  $dz_1$ , а со стороны второго резервуара, наоборот, увеличится на величину  $dz_2$ . При этом объём жидкости в первом резервуаре уменьшится на величину

$$-\Omega_1 dz_1 = \mu\omega\sqrt{2gH} dt, \text{ м}^3,$$

откуда

$$dt = -\frac{\Omega_1}{\mu\omega\sqrt{2gH}} dz_1, \text{ с.}$$

С другой стороны, объём жидкости во втором резервуаре увеличится на величину  $\Omega_2 dz_2$ .

Очевидно

$$-\Omega_1 dz_1 = \Omega_2 dz_2, \text{ м}^3.$$

Откуда

$$dz_2 = -\frac{\Omega_1}{\Omega_2} dz_1, \text{ м.}$$

Так как

$$dH = dz_1 - dz_2, \text{ м,}$$

или

$$dH = dz_1 + \frac{\Omega_1}{\Omega_2} dz_1 = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{\Omega_2} dz_1, \text{ м.}$$

Следовательно,

$$dz_1 = \frac{\Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2} dH, \text{ м.}$$

Окончательно имеем

$$dt = -\frac{\Omega_1 \Omega_2}{\Omega_1 + \Omega_2} \frac{dH}{\mu\omega\sqrt{2gH}}, \text{ с.}$$

Проинтегрировав это выражение в пределах разности напоров  $H_1$  и  $H_2$ , получим выражение для времени выравнивания уровней жидкости в резервуарах

$$t = \frac{2\Omega_1 \Omega_2 \sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}(\Omega_1 + \Omega_2)}, \text{ с.}$$

## 7. ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ И НЕВЯЗКОГО (ИДЕАЛЬНОГО) ГАЗА

*Скорость распространения возмущений. Метод малых возмущений. Гидравлический удар. Прямой скачок уплотнения. Характеристики одномерного течения. Движение идеального газа в канале переменного сечения (сопло Лаваля). Сверхзвуковые течения. Косой скачок уплотнения. Особенности двухкомпонентных и двухфазных течений. Течение жидкости при фазовом равновесии. Тепловой скачок и скачок конденсации.*

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Определение скорости распространения малых возмущений в неподвижной газовой среде.

Пусть по какой-либо причине в трубе образовалась волна, движущаяся влево со скоростью  $u$  (рис. 7.1 а). Причиной образования такой волны может быть, например, ускоренное или замедленное движение поршня. Чтобы изучить стационарное течение, сообщим системе скорость  $-u$ . Тогда волна окажется неподвижной, слева от волны газ будет двигаться со скоростью  $u$  (вправо), а справа – со скоростью  $u + \Delta u$  (рис. 7.1 б).

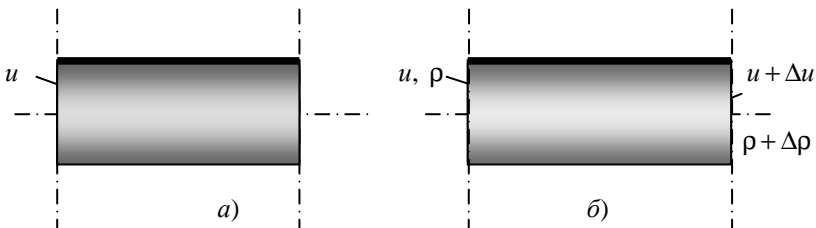
Единственное принимаемое допущение – малое значение  $\Delta u$  по сравнению с  $u$ , т.е.

$$\frac{\Delta u}{u} \ll 1.$$

Другими словами, рассматриваются волны с конечным, но малым изменением параметров.

Чтобы установить связь между параметрами газа до и после волны, применим уравнение неразрывности и количества движения

$$\left. \begin{aligned} \rho u &= (\rho + \Delta \rho)(u + \Delta u); \\ \rho u^2 + p &= (\rho + \Delta \rho)(u + \Delta u)^2 + p + \Delta p. \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$



**Рис. 7.1. К расчёту скорости распространения малых возмущений**

Совместное решение уравнений (7.1) при условии  $\frac{\Delta u}{u} \ll 1$  позволяет найти зависимость между изменением давления и плотности в волне ( $\Delta p$  и  $\Delta \rho$ ) и скоростью распространения волны  $u$

$$u = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}}, \text{ м/с.} \quad (7.2)$$

*Скоростью звука* называют скорость распространения волны очень малой интенсивности, т.е.

$$a = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_S}, \text{ м/с.} \quad (7.3)$$

При малой интенсивности волны потери в ней отсутствуют и поэтому распространение звуковой волны (а практически – и волн конечной, но малой интенсивности) можно рассматривать как *изоэнтропическое течение*. Соответственно этому индекс  $S$  в формуле (7.3) подчёркивает, что производная  $\frac{dp}{d\rho}$  должна браться при постоянной энтропии.

Известно, что скорость звука зависит от температуры газа. Эту зависимость легко установить, воспользовавшись уравнением

$$\frac{p}{\rho_k} = \text{const}$$

и уравнением состояния. Легко убедиться, что

$$a = \sqrt{kzRT}, \text{ м/с.}$$

Таким образом, скорость звука зависит от физических свойств газа и его температуры.

Наряду со скоростью звука  $a$ , важную роль играет *критическая скорость*. Смысл введения критической скорости становится ясным, если воспользуемся уравнением энергии

$$i_2^* - i_1^* = Q + H$$

при условии отсутствия подвода энергии и тепла ( $Q = H = 0$ ), т.е.

$$i_2^* = i_1^*, \text{ Дж/кг,}$$

или

$$i + \frac{u^2}{2} = i^* = \text{const.} \quad (7.4)$$

Выполним несложные преобразования:

$$i = c_p T = \frac{k}{k-1} zRT = \frac{a^2}{k-1}$$

и

$$i^* = c_p T^* = \frac{k}{k-1} zRT^* = \frac{a_0^2}{k-1}.$$

где  $a_0$  – скорость звука при температуре торможения  $T^*$ .

Реально с такой скоростью звук будет распространяться в резервуаре, из которого происходит истечение газа (и в котором  $T = T^*$ ), т.е.

$$\frac{a^2}{k-1} + \frac{u^2}{2} = \frac{a_0^2}{k-1}. \quad (7.5)$$

При движении газа возможен случай, когда скорость  $u$  станет равной местной скорости звука  $a$ . В этом случае её называют *критической скоростью* и обозначают  $a_*$

$$u = a = a_*, \text{ м/с.}$$

Из выражения (7.5) следует зависимость

$$a_* = \sqrt{\frac{2}{k+1}} a_0 = \sqrt{\frac{2kzRT^*}{k+1}}, \text{ м/с.} \quad (7.6)$$

Для определения скорости звука в жидкости воспользуемся зависимостью между коэффициентом объёмного сжатия  $\beta_c$ , равного относительному изменению объёма жидкости, поделенному на вызвавший это изменение перепад давления, т.е.

$$\beta_c = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}, \text{ 1/Па.}$$

Но согласно уравнению неразрывности имеем

$$\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta p}{\rho}$$

и, следовательно,

$$\beta_c = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta p}{\Delta p}, \text{ 1/Па.} \quad (6.7)$$

Из выражений (7.2) и (7.7) получим

$$a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \text{ м/с,} \quad (6.8)$$

где  $E = \frac{1}{\beta_c}$  – модуль объёмной упругости жидкости, Па.

Выражение (7.8) определяет скорость звука в жидкости. Скорость звука в воде при обычной температуре почти в четыре раза больше, чем в воздухе. Из формулы (7.8) следует, что в абсолютно несжимаемой жидкости возмущения распространяются мгновенно ( $a = \infty$ ).

*Гидравлическим ударом* называется явление повышения давления в трубопроводе при резком нанесении возмущения. Такое возмущение может быть вызвано резким открытием или закрытием задвижки. В неблагоприятном случае гидравлический удар может быть причиной разрыва трубопровода.

Метод расчёта гидравлического удара, впервые предложенный Н.Е. Жуковским, заключается в определении величины повышения давления внутри трубопровода в момент возникновения гидроудара.

Повышение давления  $\Delta p$ , вызванное гидроударом, можно определить, используя уравнение неразрывности

$$\Delta p = -u^2 \Delta \rho - 2\rho r \Delta u, \text{ Па.}$$

Принимая  $u = a$ , и, учитывая, что согласно уравнению неразрывности

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta u}{a},$$

получим формулу Жуковского

$$\Delta p = -\rho a \Delta u, \text{ Па,} \quad (7.9)$$

где  $\rho$  – плотность среды, кг/м<sup>3</sup>;  $a$  – скорость звука в данной среде при данных условиях, м/с;  $\Delta u$  – разность скоростей до и после волны гидроудара, м/с.

$$\Delta u = u_2 - u_1, \text{ м.}$$



Важность изучения явления гидравлического удара следует потому, что, например, если скорость воды в трубопроводе равна 5 м/с, то при скорости звука 1430 м/с повышение давления согласно формуле (7.9) составит более  $7 \cdot 10^6$  Па (около 70 атм.). При диаметре трубы  $d = 0,1$  м гидравлический удар вызывает осевое усилие около 5,5 т.

Выражение (7.8) даёт максимальное значение скорости звука, поскольку оно не учитывает деформацию трубопровода во время гидравлического удара.

Сильные возмущения в газе, вызванные взрывом или сверхзвуковым обтеканием тела, также вызывают ударную волну. Ударная волна при обтекании тел или в канале называется скачком уплотнения.

Расчёт параметров скачка уплотнения производят с помощью уравнений неразрывности и движения, однако в данном случае приращение плотности и скорости нельзя считать малыми:

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2;$$

$$\rho_1 u_1^2 + p_1 = \rho_2 u_2^2 + p_2.$$

Добавив к этим уравнениям уравнение энергии

$$i + c_p T = \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho},$$

получим замкнутую систему уравнений, позволяющую найти  $p_2$ ,  $\rho_2$ ,  $u_2$ :

$$\left. \begin{aligned} u_1 u_2 &= a_*^2; \\ \rho_2 u_2 &= \rho_1 u_1; \\ \frac{p_2}{p_1} &= \frac{\frac{k+1}{k-1} \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1}{\frac{k+1}{k-1} \frac{\rho_2}{\rho_1}} \end{aligned} \right\} \quad (7.10)$$

Следует также отметить, что зависимость (7.10) получена Ранкиным в 1870 г.

#### *Характеристики одномерного течения*

Наряду с двумя характерными скоростями – скоростью звука  $a$  и критической скоростью  $a_*$  (см. стр. 54, 55), существует ещё одна характерная скорость – максимальная скорость  $u_{\max}$ , достигаемая при

истечении газа в пустоту. Скорость  $u_{\max}$  можно определить из уравнения энергии в форме (7.5), приняв  $a = 0$  ( $T = 0$ )

$$u_{\max} = \sqrt{\frac{2}{k-1}} a_0 = \sqrt{\frac{2kzRT^*}{k-1}}, \text{ м/с.} \quad (7.11)$$

Сопоставляя (7.11) и (7.6), получим

$$\frac{u_{\max}}{a_*} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}.$$

Соответственно трём характерным скоростям вводятся безразмерные характеристики течения:

- число Маха  $M$ ;
- безразмерную скорость  $\Theta$ ;
- безразмерную скорость  $\Psi$ ;

$$M = \frac{u}{a};$$

$$\Theta = \frac{u}{a_*};$$

$$\Psi = \frac{u}{u_{\max}}.$$

Любая из этих безразмерных характеристик может рассматриваться как *основной критерий подобия* течений газа с большими скоростями, так как между ними существует однозначная связь. Например, между  $M$  и  $\Theta$  существует зависимость

$$\Theta^2 = \frac{(k+1)M^2}{2 + (k-1)M^2}. \quad (7.12)$$

Принято, однако, считать основным критерием подобия число Маха  $M$ , так как оно непосредственно и простым образом связано с некоторыми важными характеристиками течения.

На практике предпочитают пользоваться безразмерной скоростью  $\Theta$ , так как для течений без теплообмена и подвода энергии  $a_* = \text{const}$  и, следовательно, величина  $\Theta$  пропорциональна скорости течения  $u$ .

Диапазон изменения чисел  $M$ ,  $\Theta$ ,  $\Psi$  очевиден:

$$0 < M < \infty ;$$

$$0 < \Theta < \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} ;$$

$$0 < \Psi < 1.$$

Связь между безразмерной температурой  $\tau$  и числом Маха  $M$ , безразмерной скоростью  $\Theta$  и безразмерной скоростью  $\Psi$  следующая:

$$\tau = \frac{T}{T^*} = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} ; \quad (7.13)$$

$$\tau = 1 - \frac{k-1}{k+1} \Theta^2 ; \quad (7.14)$$

$$\tau = 1 - \Psi^2 . \quad (7.15)$$

*Движение идеального газа в канале переменного сечения.*

*Сопло Лаваля*

Рассмотрим закономерности стационарного движения идеального газа в канале переменного сечения. Воспользуемся уравнениями неразрывности и Бернулли

$$\rho \omega u = \text{const} ; \quad (7.16)$$

$$u du = \frac{dp}{\rho} . \quad (7.17)$$

Прежде всего установим прямую связь между скоростью и площадью проходного сечения. Для этого из уравнения (7.16) найдём приращения функций

$$\frac{du}{u} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\omega}{\omega} = 0 . \quad (7.18)$$

Далее выполним следующие преобразования

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{a^2} \frac{dp}{\rho} , \quad (7.19)$$

или, воспользовавшись уравнением Бернулли, получим

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{u}{a^2} du . \quad (7.20)$$

Подставив (7.18), (7.19) в уравнение неразрывности, окончательно получим

$$(M^2 - 1) \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dx}. \quad (7.21)$$

Уравнение (7.21) показывает, что характер изменения скорости в канале переменного сечения зависит от числа  $M$ .

Для анализа характера изменения скорости истечения преобразуем выражение (7.21) следующим образом

$$\frac{du}{u} = \frac{d\omega/\omega}{M^2 - 1}.$$

Если течение дозвуковое, то  $M^2 - 1 < 0$  и отрицательной производной  $\frac{d\omega}{\omega}$  соответствует положительная производная  $\frac{du}{u}$ . Другими словами, в случае истечения газа при дозвуковых скоростях, как и в случае несжимаемой жидкости, уменьшение площади проходного сечения вызывает увеличение скорости истечения. Отличия по сравнению с течением несжимаемой жидкости только количественные (рис. 7.2).

При сверхзвуковом течении  $M^2 - 1 > 0$  и положительной производной  $\frac{d\omega}{\omega}$  соответствует положительная производная  $\frac{du}{u}$ , т.е. увеличение площади проходного сечения канала вызывает также увеличение скорости истечения газа или жидкости (рис. 7.3).

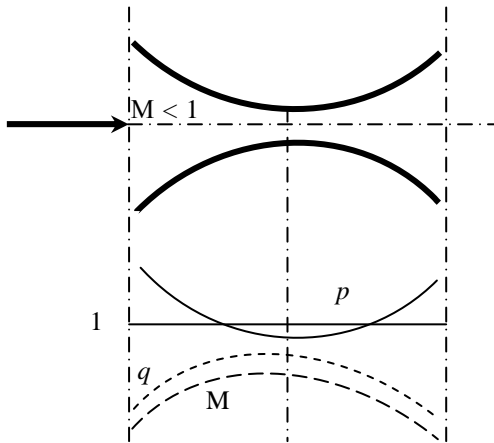
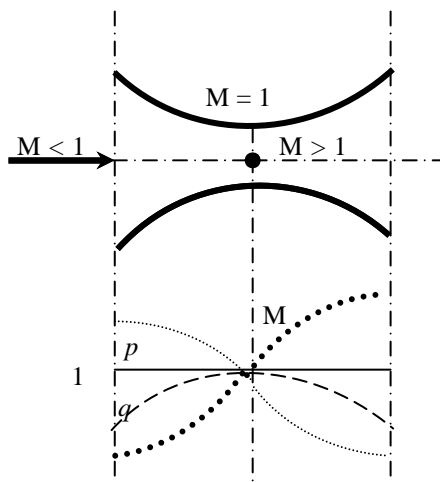


Рис. 7.2. Дозвуковое течение



**Рис. 7.3. Сверхзвуковое течение**

Таким образом, в диффузоре дозвуковой поток замедляется, а сверхзвуковой – ускоряется, т.е. число Маха  $M = 1$  является границей, начиная с которой наблюдается изменение в характере течения.

Рассмотрим условие достижения критической скорости. Если  $M = 1$ , то согласно уравнению (7.21)  $\frac{d\omega}{dx} = 0$ . Итак, критическая скорость достигается в самом узком сечении канала. Поэтому такое сечение называется критическим. В критическом сечении параметры газа и газодинамические функции принимают следующие значения:

$$M = \Theta = \Psi = 1;$$

$$\tau_* = \frac{T_*}{T} = \frac{2}{k+1};$$

$$\pi_* = \frac{p_*}{p} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}};$$

$$\epsilon_* = \frac{\rho_*}{\rho} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

(знак \* сверху относится к параметрам торможения) и где:  $\pi_*$  и  $\epsilon_*$  – давление и плотность соответственно в безразмерном виде.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Номера контрольных работ студент выбирает по последней цифре (табл. 1), а числовые значения исходных данных в каждой контрольной работе – по предпоследней цифре шифра зачётной книжки студента (прил.).

В условиях контрольных работ не всегда указываются все цифровые значения параметров, необходимых для решения задач (например, может быть не указана плотность, коэффициент вязкости или др.). Недостающие параметры студент выбирает из таблиц, помещённых в прил. В ряде случаев можно пользоваться также данными других источников (справочников), при этом в каждом случае указывая в своей контрольной работе название источника.

**Таблица 1**

Последняя цифра шифра	Номера задач при выполнении контрольной работы
0	1, 16, 19, 28, 30, 34
1	3, 14, 20, 27, 31, 33
2	5, 12, 21, 26, 32, 35
3	7, 10, 22, 25, 31, 33
4	8, 9, 23, 24, 30, 34
5	6, 11, 23, 24, 35, 40
6	3, 22, 25, 36, 39, 41
7	2, 15, 21, 26, 32, 37
8	17, 18, 20, 27, 36, 38
9	19, 28, 29, 37, 39, 40

## ЗАДАЧИ

**Задача 1.** Автоклав объёмом 25,0 л наполнен жидкостью и закрыт герметически. Коэффициент температурного расширения жидкости  $\alpha$ , её модуль упругости  $E$ . Определить повышение давления в автоклаве при увеличении температуры жидкости на величину  $T$ . Объёмной деформацией материала автоклава пренебречь.

**Задача 2.** Определить скорость  $v$  равномерного скольжения прямоугольной пластины  $a \times b \times c$  (рис. 1) по наклонной плоскости под углом  $\alpha = 12^\circ$ , если между пластиной и плоскостью находится слой масла толщиной  $\delta$ . Температура масла  $30^\circ\text{C}$ , плотность материала пластины  $\rho$ .

**Задача 3.** Зазор между валом и втулкой заполнен маслом (рис. 2), толщина слоя которого равна  $\delta$ . Диаметр вала  $D$ . Длина втулки  $L$ . Вал вращается равномерно под воздействием вращающего момента  $M$ . Определить частоту вращения вала, если температура масла равна  $40^\circ\text{C}$ .

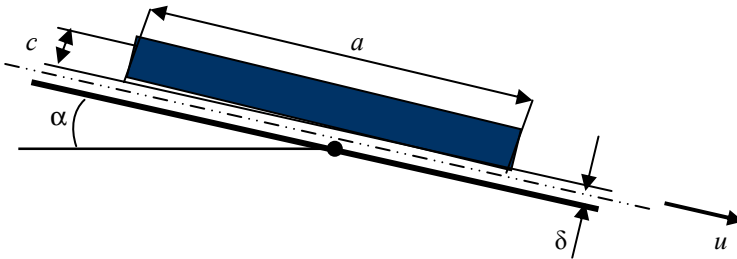


Рис. 1

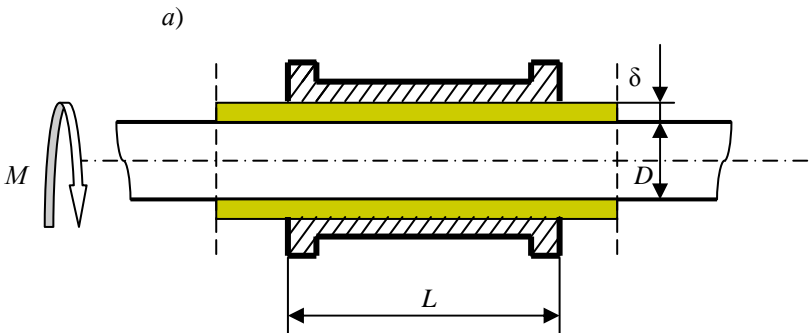
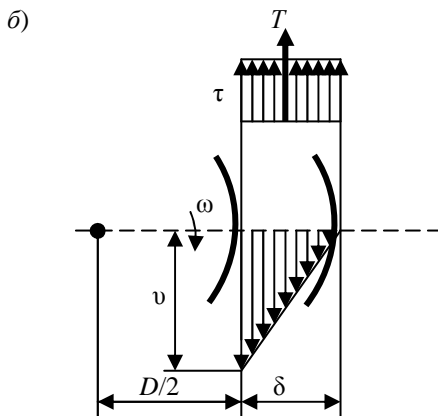


Рис. 2



Продолжение рис. 2

**Задача 4.** Закрытый резервуар (рис. 3) заполнен дизельным топливом, температура которого  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . В вертикальной стенке резервуара имеется прямоугольное отверстие ( $D \times b$ ), закрытое полуцилиндрической крышкой, которая может поворачиваться вокруг горизонтальной оси  $A$ . Показание мановакуумметра  $MV$  равно  $p_m$  (манометрическое давление) или  $p_v$  (вакуум). Высота столба топлива над крышкой равна  $H$ . Определить усилие  $F$ , которое необходимо приложить к нижней части крышки, чтобы она не открывалась. Силой тяжести крышки пренебречь. На схеме показать векторы действующих сил.

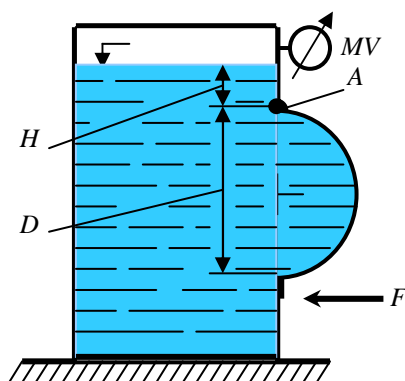


Рис. 3



**Задача 5.** Вертикальная цилиндрическая цистерна (рис. 4) с полу-сферической крышкой до самого верха заполнена жидкостью, плотность которой  $\rho$ . Диаметр цистерны  $D$ , высота её цилиндрической части  $H$ . Манометр  $M$  показывает манометрическое давление  $p_m$ . Определить силу, растягивающую болты  $A$ , и горизонтальную силу, разрывающую цистерну по сечению  $I-I$ . Силой тяжести крышки пренебречь. На схеме показать векторы сил.

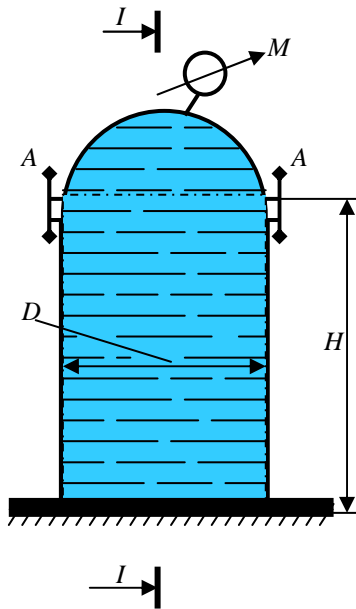


Рис. 4

**Задача 6.** Круглое отверстие между двумя резервуарами (рис. 5) закрыто конической крышкой с размерами  $D$  и  $L$ . Закрытый резервуар заполнен водой, а открытый – жидкостью Ж. К закрытому резервуару сверху присоединён мановакуумметр  $MV$ , показывающий манометрическое давление  $p_m$  или вакуум  $p_v$ . Температура жидкостей в резервуарах  $20^\circ\text{C}$ . Высота столба жидкости до вершины конической крышки в каждом резервуаре  $h$  и  $H$  соответственно. Определить силу, срезающую болт  $A$ , и горизонтальную силу, действующую на крышку. Силой тяжести крышки пренебречь. Векторы сил показать на схеме.

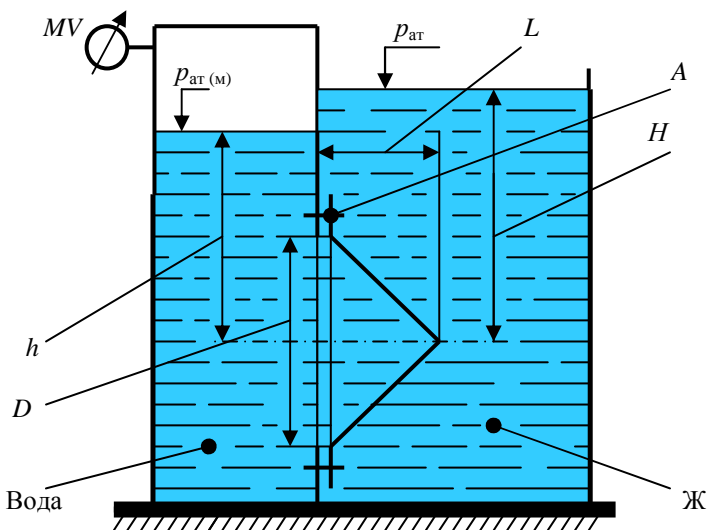


Рис. 5

**Задача 7.** Цилиндрическая цистерна (рис. 6) заполнена бензином, температура которого  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Диаметр цистерны  $D$ , длина  $L$ . Высота столба бензина в горловине  $h = 0,2\text{ м}$ , её диаметр  $d = 0,3\text{ м}$ .

Определить силы давления на плоские торцевые стенки  $A$  и  $B$  цистерны в двух случаях:

- 1) когда цистерна не движется;
- 2) при движении цистерны горизонтально с положительным ускорением  $a$ .

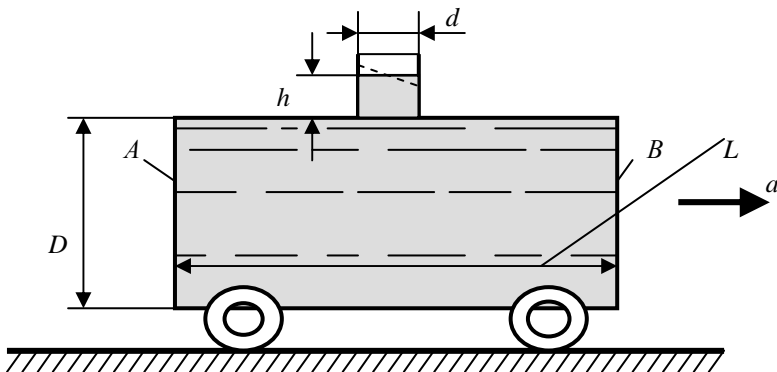


Рис. 6

**Задача 8.** Открытый цилиндрический резервуар (рис. 7) заполнен жидкостью Ж до высоты  $0,8H$ . Диаметр резервуара  $D$ , температура жидкости  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Определить:

1) объём жидкости, сливающейся из резервуара при его вращении с частотой  $n$  вокруг его вертикальной оси;

2) силу давления на дно резервуара и горизонтальную силу, разрывающую резервуар по сечению  $I-I$  при его вращении.

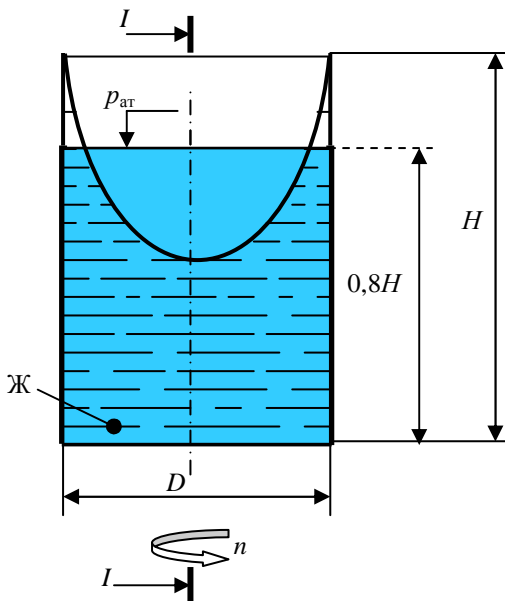


Рис. 7

**Задача 9.** Цилиндрический сосуд (рис. 8) диаметром  $D$  и высотой  $H$  полностью заполнен водой, температура которой  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Диаметр отверстия сверху сосуда равен  $d$ .

Определить:

1) с какой предельной частотой можно вращать сосуд около его вертикальной оси, чтобы в сосуде осталось 75% первоначального объёма воды;

2) силу давления на дно сосуда и горизонтальную силу, разрывающую сосуд по сечению  $I-I$  при его вращении с определённой частотой.

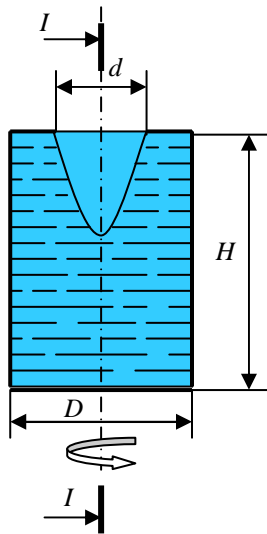


Рис. 8

**Задача 10.** По сифонному трубопроводу длиной  $l$  жидкость Ж при температуре  $20\text{ }^\circ\text{C}$  сбрасывается из отстойника  $A$  в отводящий канал  $B$  (рис. 9).

Какой должен быть диаметр  $d$  трубопровода, чтобы обеспечить сбрасывание жидкости в количестве  $Q$  при напоре  $H$ ?

Трубопровод снабжён приёмным клапаном с сеткой ( $\xi_{\text{кл}}$ ). Плавные повороты имеют углы  $45^\circ$  радиусом закругления  $R = 2r$ . Эквивалентная шероховатость внутренней поверхности трубопровода равна  $\Delta_s$ . Построить пьезометрическую и напорную линии.

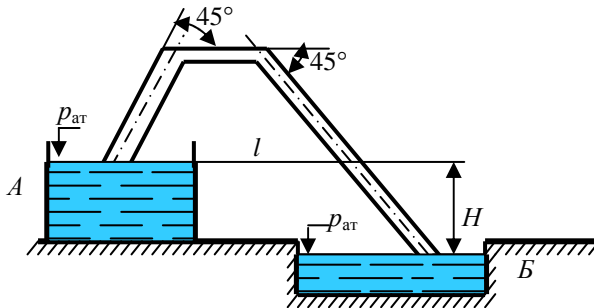


Рис. 9

**Задача 11.** В баке  $A$  жидкость подогревается до температуры  $50\text{ }^\circ\text{C}$  и самотёком по трубопроводу длиной  $l$  попадает в производственный цех (рис. 10). Напор в баке  $A$  равен  $H$ .

Каким должен быть диаметр трубопровода, чтобы обеспечивалась подача жидкости в количестве  $Q$  при манометрическом давлении в конце трубопровода не ниже  $p_m$ ? Построить пьезометрическую и напорную линии.

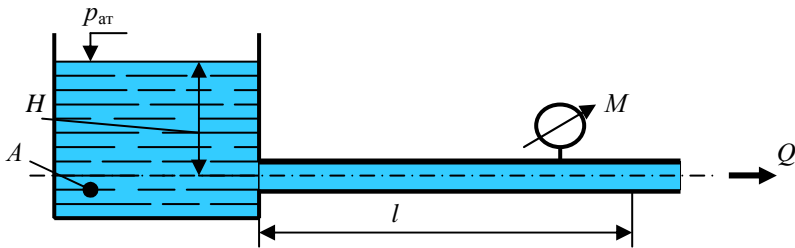


Рис. 10

**Задача 12.** Из большого закрытого резервуара  $A$ , в котором поддерживается постоянный уровень жидкости, а давление на поверхности жидкости равно  $p_1$ , по трубопроводу, состоящему из двух последовательно соединённых труб разного диаметра, жидкость Ж при температуре  $20\text{ }^\circ\text{C}$  течёт в открытый резервуар  $B$  (рис. 11). Разность уровней жидкости в резервуарах равна  $H$ . Длина труб  $l_1$  и  $l_2$ , диаметры труб участков  $d_1$  и  $d_2$ , а эквивалентная шероховатость  $\Delta_s$ .

Определить расход  $Q$  жидкости, протекающей по трубопроводу. В расчётах принять, что местные потери напора составляют 20% от потерь напора по длине.

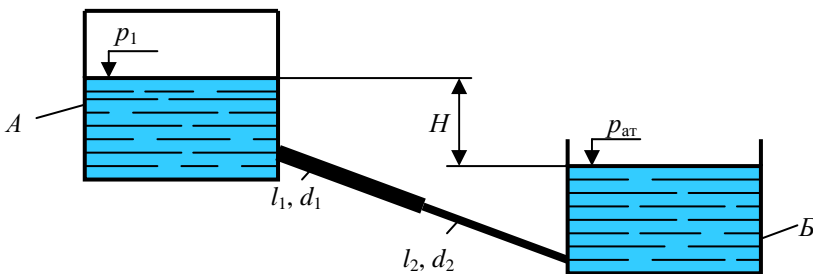


Рис. 11

**Задача 13.** Из большого закрытого резервуара  $A$  (рис. 12), в котором поддерживается постоянный уровень жидкости, а давление на поверхности её равно  $p_1$ , по трубопроводу, состоящему из двух параллельно соединённых труб одинаковой длины  $l_1$ , но разных диаметров  $d_1$  и  $d_2$ , жидкость  $Ж$  при температуре  $50^\circ\text{C}$  течёт в открытый резервуар  $B$ . Разность уровней жидкости в резервуарах равна  $H$ . Эквивалентная шероховатость труб  $\Delta_3$ .

Определить расход жидкости, протекающей в резервуар  $B$ . В расчётах принять, что местные потери напора составляют 10% от потерь напора по длине.

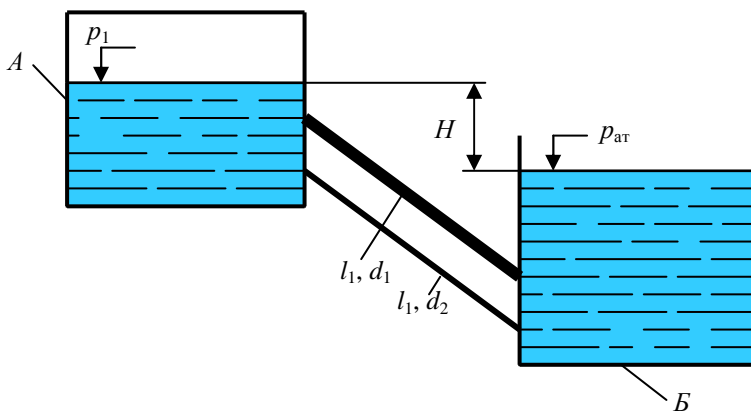


Рис. 12

**Задача 14.** Из большого резервуара  $A$  (рис. 13), в котором поддерживается постоянный уровень жидкости, по трубопроводу, состоящему из трёх труб, длина которых  $l_1$  и  $l_2$ , диаметры  $d_1$  и  $d_2$ , а эквивалентная шероховатость  $\Delta_3$ , жидкость  $Ж$  при температуре  $20^\circ\text{C}$  течёт в открытый резервуар  $B$ . Разность уровней жидкости в резервуарах равна  $H$ .

Определить расход  $Q$  жидкости, протекающей в резервуар  $B$ . В расчётах принимать, что местные потери напора составляют 20% от потери напора по длине.

**Задача 15.** В бак, разделённый перегородкой на два отсека (рис. 14), подаётся жидкость  $Ж$  в количестве  $Q$ . Температура жидкости  $20^\circ\text{C}$ . В перегородке бака имеется цилиндрический насадок, диаметр которого  $d$ , а длина  $l = 3d$ . Жидкость из второго отсека через отверстие диаметром  $d_1$  поступает наружу, в атмосферу.

Определить высоты  $H_1$  и  $H_2$  уровней жидкости.

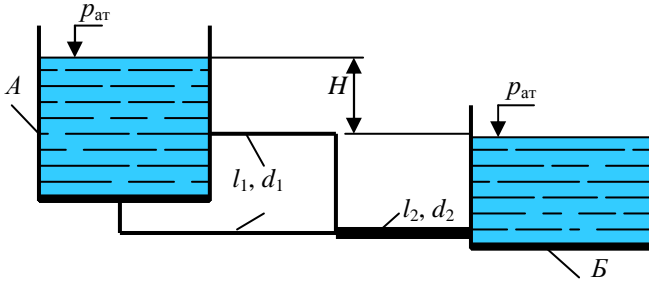


Рис. 13

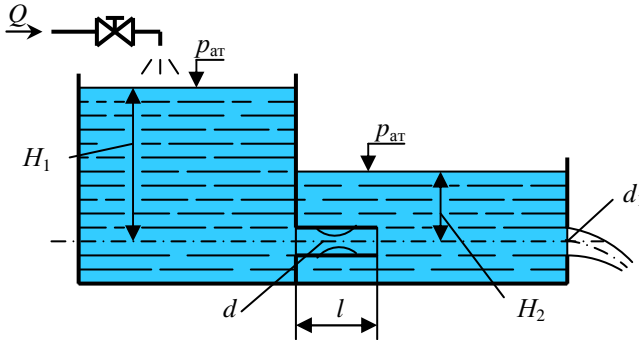


Рис. 14

**Задача 16.** В бак, разделённый перегородками на три отсека (рис. 15), подаётся жидкость Ж в количестве  $Q$ . Температура жидкости  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . В первой перегородке бака имеется коноидальный насадок, диаметр которого равен  $d$ , а длина  $l = 3d$ . Во второй перегородке бака – цилиндрический насадок с диаметром  $d$  и длиной  $l = 3d$ . Жидкость из третьего отсека через отверстие диаметром  $d_1$  поступает наружу, в атмосферу.

Определить  $H_1$ ,  $H_2$  и  $H_3$  уровней жидкости.

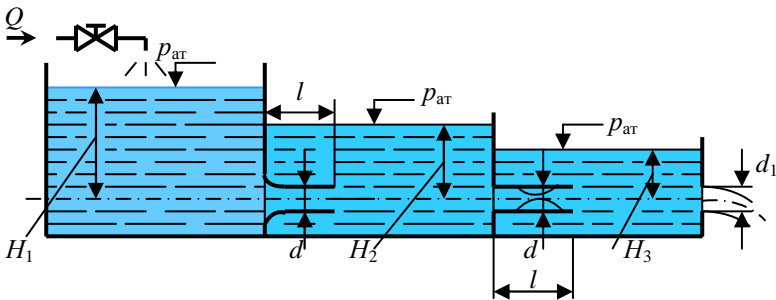


Рис. 15

**Задача 17.** В бак, разделённый на две секции перегородкой, в которую установлен цилиндрический насадок диаметром  $d$  и длиной  $l = 4d$ , поступает жидкость Ж с объёмным расходом  $Q$  при температуре  $20^\circ\text{C}$  (рис. 16). Из каждой секции жидкость самотёком через отверстия диаметром  $d$ , выполненные в днище каждого отсека, вытекает в атмосферу.

Определить распределение расходов, вытекающих через левый отсек  $Q_1$  и правый отсек  $Q_2$ , если течение является установившимся (в левой секции напор поддерживается постоянным).

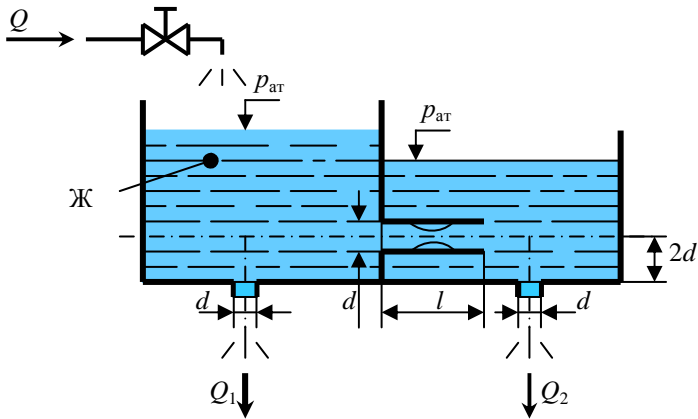


Рис. 16

**Задача 18.** Во избежание переполнения водой резервуар А снабжён поплавковым клапаном В, перекрывающим отверстие С диаметром  $d$  в дне резервуара (рис. 17).

Определить диаметр  $D$  цилиндрического поплавка  $E$  высотой  $h$ , при котором максимальный уровень воды в резервуаре не будет превышать  $H$ . Вес клапана  $G$  (весом поплавка пренебречь).

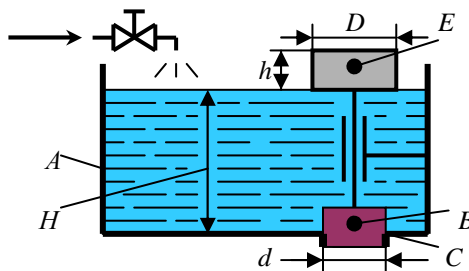


Рис. 17



**Задача 19.** Сообщающиеся сосуды *A* и *B* заполнены водой и жидкостью *Ж* соответственно (рис. 18).

Определить плотность жидкости *Ж*, если высота столба воды в сосуде *A* равна *H*, а разность уровней жидкости в сосудах *h* (плотность воды принять равной  $1000 \text{ кг/м}^3$ ).

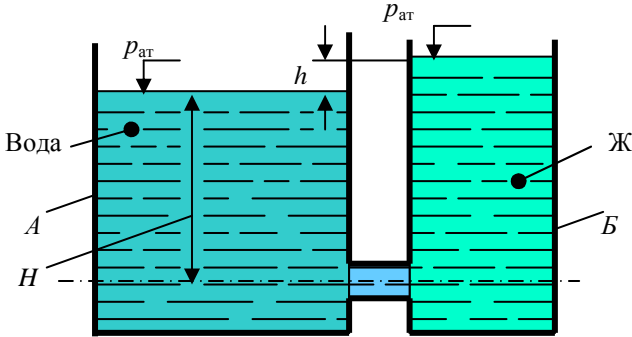


Рис. 18

**Задача 20.** Стальной трубопровод длиной  $l$  и диаметром  $d$  испытывается на прочность гидравлическим способом.

Определить объём воды, который дополнительно подать в трубопровод за время испытания для подъёма давления от  $p_1$  до  $p_2$ . Расширением трубопровода не учитывать. Объёмный модуль упругости воды равен  $E = 2060 \text{ МПа}$ .

**Задача 21.** Объём части ледяной горы, возвышающейся над поверхностью моря, равен  $W$  (рис. 19).

Определить общий объём ледяной горы и глубину её погружённой части  $h$ , если в плане она имеет форму прямоугольника  $a \times b$ . Плотность льда принять равной  $\rho_{л} = 920 \text{ кг/м}^3$ , плотность воды –  $\rho_{в} = 1030 \text{ кг/м}^3$ .

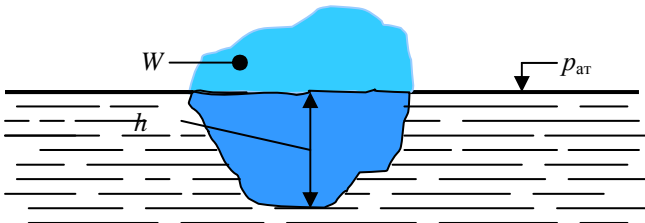


Рис. 19

**Задача 22.** При гидравлическом испытании внутренних систем водоснабжения допускается падение испытательного давления в течение 10 минут на  $\Delta p \approx 4,9 \cdot 10^4$  Па.

Определить допустимую величину утечки  $\Delta W$  в течение 10 минут при гидравлическом испытании системы вместимостью  $W$ . Коэффициент объёмного сжатия воды принять равным  $\beta_p = 0,5 \cdot 10^{-9}$  Па.

**Задача 23.** Определить, насколько уменьшится давление масла в закрытом объёме  $V_0$  гидропривода, если утечки масла составили  $\Delta V$ , а коэффициент объёмного сжатия масла  $\beta_p$ . Деформацией элементов объёмного гидропривода пренебречь.

**Задача 24.** По трубе диаметром  $d$  течёт жидкость Ж. Температура жидкости  $t$ , кинематический коэффициент вязкости  $\nu$ , объёмный расход равен  $Q$ .

Определить режим течения жидкости.

**Задача 25.** Определить силу суммарного давления  $F$  воды на плоский щит, перекрывающий канал, и усилие  $T$ , которое необходимо приложить для подъёма щита (рис. 20). Ширина канала  $b$ , глубина воды в нём  $H$ , вес щита  $G$ , коэффициент трения щита по опорам равен  $f$ .

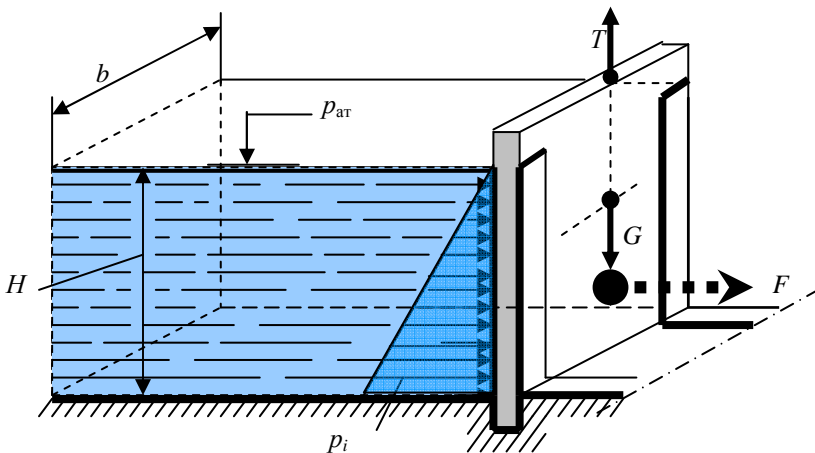


Рис. 20

**Задача 26.** Определить давление в резервуаре  $p_0$  и высоту подъёма уровня воды  $h_1$  в трубке 1, если показания ртутного манометра  $h_2$  и  $h_3$  (рис. 21).

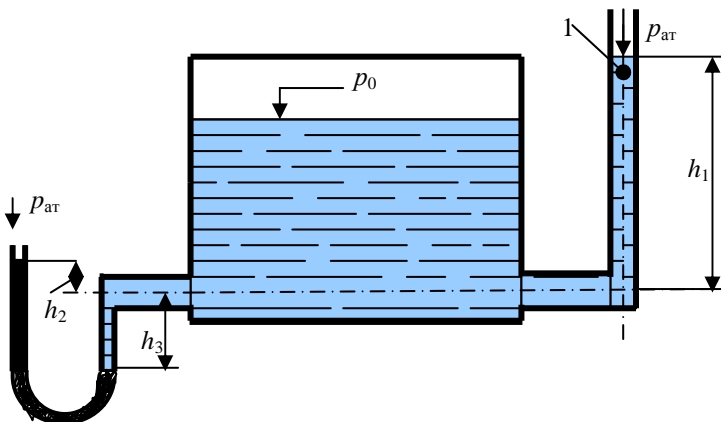


Рис. 21

**Задача 27.** Определить плотность жидкости, полученной смешиванием  $n_1$  литров жидкости плотностью  $\rho_1$  и  $n_2$  литров жидкости плотностью  $\rho_2$ .

**Задача 28.** Определить повышение давления, при котором начальный объём жидкости  $Ж$  уменьшится на  $k$  %.

**Задача 29.** Определить среднюю толщину солевых отложений  $\delta_{отл}$  в герметическом водоводе внутренним диаметром  $d$  и длиной  $l$ . При выпуске воды в количестве  $\Delta W$  давление в водоводе падает на величину  $\Delta p$ . Отложения по диаметру и длине водовода распределены равномерно. Коэффициент объёмного сжатия принять равным  $\beta_p$ .

**Задача 30.** В отопительной системе (котёл, радиаторы, трубопроводы) жилого дома содержится  $W$  воды. Сколько воды дополнительно войдёт в расширительный бак при нагревании её от  $t_1$  до  $t_2$ ?

**Задача 31.** Определить давление пара  $p$  в цилиндре поршневого парового насоса  $A$ , необходимое для подачи воды поршневым водяным насосом  $B$  на высоту  $H$  (рис. 22). Диаметры цилиндров парового насоса и насоса для подачи воды равны  $D$  и  $d$  соответственно.

**Задача 32.**

В отопительный котёл поступает объём воды  $W$  при температуре  $t_1$ . Какой объём воды  $W_1$  будет выходить из котла при нагреве воды до температуры  $t_2$ ? Коэффициент температурного расширения для воды принять равный  $\beta_t = 600 \cdot 10^{-6} (^\circ\text{C})^{-1}$ .

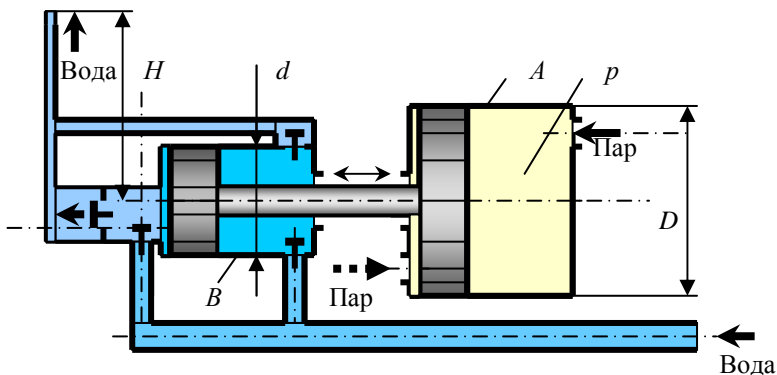


Рис. 22

**Задача 33.** Определить давление масла  $p_1$ , подводимого в поршневую полость гидроцилиндра (рис. 23), если избыточное давление в штоковой полости  $p_2$ , усилие на штоке  $P_3$ , сила трения поршня о цилиндр  $F$ , диаметр поршня  $D$ , диаметр штока  $d$ .

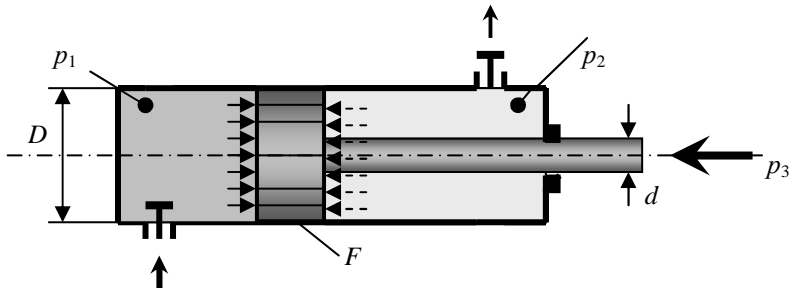


Рис. 23

**Задача 34.** По трубе диаметром  $d$  течёт жидкость Ж. Коэффициент кинематической вязкости равен  $\nu$ , температура Ж  $20^\circ\text{C}$ . Объёмный расход равен  $Q$ .

Определить режим течения жидкости.

**Задача 35.** Определить объём воды, который необходимо дополнительно подать в водовод диаметром  $d$  и длиной  $l$  для повышения давления до  $\Delta p$ . Водовод подготовлен к гидравлическим испытаниям и заполнен водой при атмосферном давлении. Коэффициент объёмного сжатия воды принять равным  $\beta_p = 0,5 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$ . Деформацией трубопровода можно пренебречь.

**Задача 36.** Щит, перекрывающий канал, расположен под углом  $45^\circ$  к горизонту и закреплён шарнирно к опоре над водой (рис. 24).

Определить усилие  $T$ , которое необходимо приложить к тросу для открывания щита, если ширина щита  $b$ , глубина воды перед щитом  $H_1$ , а после щита  $H_2$ . Шарнир расположен над высоким уровнем воды на расстоянии  $H_3$ . Весом щита и трением в шарнире пренебречь.

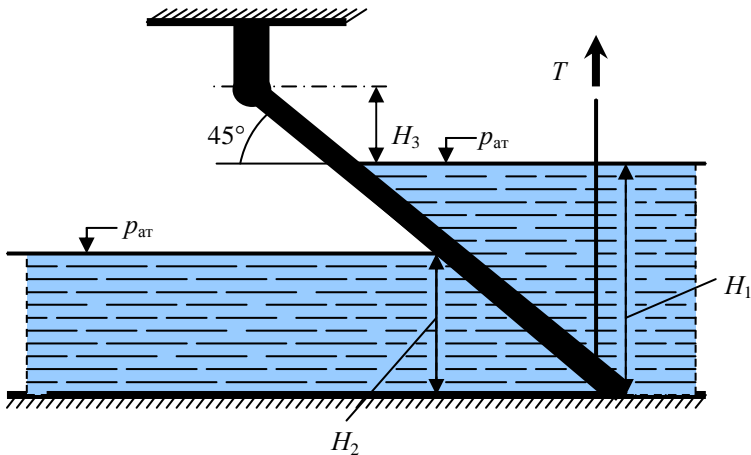


Рис. 24

**Задача 37.** В канале, подводящем воду к очистным сооружениям, установлен пневматический уровнемер с самопишущим прибором (рис. 25). Нижний конец трубки 1 погружён в воду на глубину  $H_2$  ниже самого низкого уровня воды в канале. В верхний конец трубки 1 по трубке 2 подаётся небольшой объём воздуха под давлением, достаточным для выхода воздуха в воду через нижний конец трубки 1.

Определить глубину воды  $H$  в канале, если давление воздуха в трубке 1 по показаниям самопишущего прибора 3 равно  $h'$  и  $h''$ . Расстояние от дна канала до нижнего конца трубки равно  $H_1$ .

**Задача 38.** Жидкость при постоянном напоре  $H$  вытекает из резервуара  $A$  по трубопроводу, состоящему из двух последовательно соединённых участков труб диаметром  $d_1$  и  $d_2$  и длиной  $l_1$  и  $l_2$  соответственно (рис. 26). Шероховатость внутренней поверхности труб –  $\Delta$ . Область гидравлического сопротивления принять квадратичной.

Определить расход жидкости  $Q$ . Построить пьезометрическую и напорную линии.

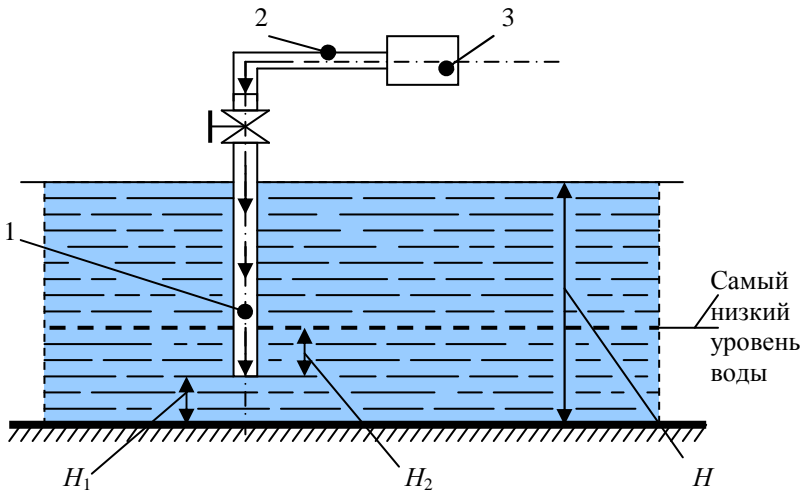


Рис. 25

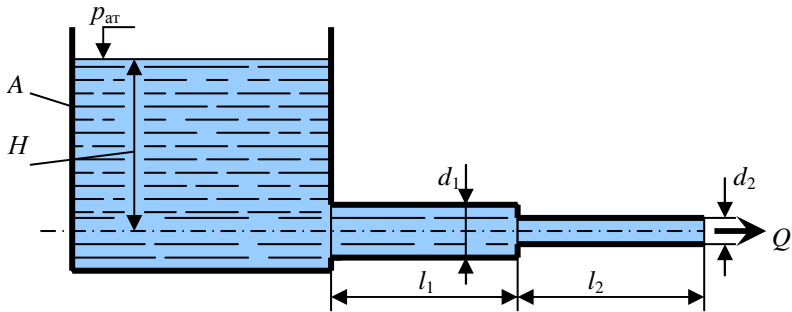


Рис. 26

**Задача 39.** Жидкость из открытого резервуара  $A$  вытекает в атмосферу по вертикальной трубе, состоящей из двух последовательно соединённых участков труб  $B$  и  $C$  диаметром  $d_1$  и  $d_2$  длиной  $l_1$  и  $l_2$  соответственно, между которыми установлен вентиль  $D$  (рис. 27). Уровень жидкости в резервуаре поддерживается постоянным и равным  $H$ . Коэффициенты гидравлического сопротивления на трение по длине на участках  $B$  и  $C$  равны  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Коэффициент местного сопротивления вентиль равен 0,5. Сопротивлением входа жидкости в трубу пренебречь.

Определить расход жидкости  $Q$ . Построить пьезометрическую и напорную линии.

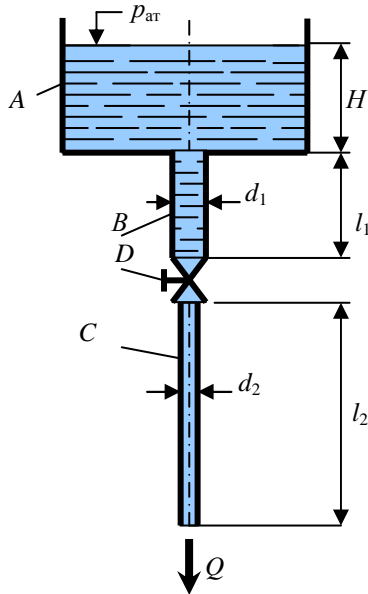


Рис. 27

**Задача 40.** Силовой гидравлический цилиндр (рис. 28) нагружен силой  $F$  и делает  $n$  двойных ходов в минуту. Длина хода поршня  $S$ , диаметр поршня  $D$ , диаметр штока  $d$ .

Определить давление масла  $p$  и потребительную подачу  $Q$ , среднюю скорость поршня  $v$ . Механический КПД гидроцилиндра  $\eta_m$  принять равным 0,95, объёмный КПД  $\eta_Q$  равен 0,98.

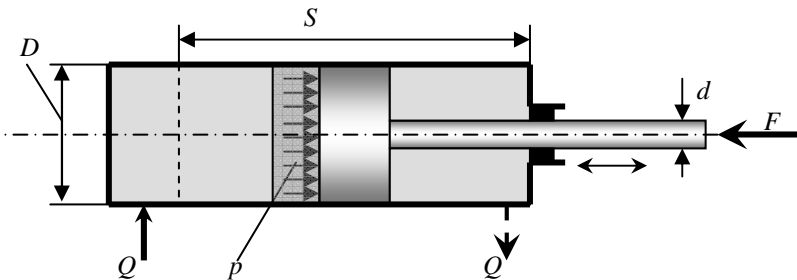


Рис. 28

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучение вопросов гидродинамики и конвективного теплообмена занимает большое место в подготовке студентов технических вузов по учебному направлению «Теплоэнергетика и теплотехника».

Настоящее учебное пособие является результатом многолетней работы автора при чтении курса лекций по дисциплине «Гидрогазодинамика» студентам очной и заочной форм обучения направления подготовки 140100 – «Теплоэнергетика и теплотехника» (профиль «Энергообеспечение предприятий»).

Учебное пособие построено таким образом, что изучение и закрепление материала по общепрофессиональной дисциплине «Гидрогазодинамика» студенту приходится фактически начинать с нуля.

Особенностью пособия является и то, что очень коротко изложен раздел газовой динамики. Это объясняется тем, что «Газодинамика» – это наука о движении сжимаемого газа при относительно высоких скоростях и является одним из важнейших самостоятельных направлений механики жидкости и газа. Поэтому проблемы газодинамики должны составлять содержание отдельного курса.

Другой особенностью данного учебного пособия является и то, что значительная его часть посвящена течениям вязких жидкостей – ламинарным и турбулентным. Это обусловлено его направленностью на проблемы энергетики. Действительно, только в рамках модели вязкой жидкости можно решать задачи о гидравлических сопротивлениях участков теплоэнергетических установок.

Автор выражает уверенность, что данное учебное пособие «Гидрогазодинамика» будет полезным студентам – будущим специалистам в области энергообеспечения предприятий.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гидравлика, гидромашины и гидропривод / Т.М. Башта, С.С. Руднев, Б.Б. Некрасов и др. – М. : Машиностроение, 1982. – 423 с.
2. Альтшуль, А.Д. Гидравлические сопротивления / А.Д. Альтшуль. – Л., Недра, 1970. – 215 с.
3. Жуков, Н.П. Техническая гидромеханика (гидравлика) : учебное пособие. – Тамбов : Тамб. гос. техн. ун-т, 1998. – 136 с.
4. Шерстюк, А.Н. Турбулентный пограничный слой / А.Н. Шерстюк. – М. : Энергия, 1974. – 272 с.
5. Шерстюк, А.Н. Газодинамика : учебное пособие / А.Н. Шерстюк. – М., МИХМ, 1979. – 80 с.
6. Чугаев, Р.Р. Гидравлика : учебное пособие / Р.Р. Чугаев. – Л. : Энергоиздат, 1982. – 672 с.
7. Шерстюк, А.Н. Двухмерные задачи газодинамики : учебное пособие / А.Н. Шерстюк. – М. : МИХМ, 1982. – 72 с.
8. Примеры расчётов по гидравлике / А.Д. Альтшуль, В.И. Калицун, Ф.Г. Майрановский и др. – М., Стройиздат, 1976. – 252 с.
9. Емцев, Б.Т. Техническая гидромеханика / Б.Т. Емцев. – 2-е изд. – М. : Машиностроение, 1987. – 440 с.
10. Штеренлихт, Д.В. Гидравлика / Д.В. Штеренлихт. – М. : Энергоатомиздат, 1984, 640 с.
11. Трошкин, О.А. Техническая гидромеханика : учебное пособие / О.А. Трошкин, В.А. Юрченко, Л.А. Тарасова. – МГАХМ, – М., 1994. – 84 с.
12. Шерстюк, А.Н. Теория размерностей в гидродинамике и теплопередаче с дифференциацией линейных размеров / А.Н. Шерстюк. – М. : ВНИИМП, 1997. – 44 с.
13. Самойлович, Г.С. Газодинамика / Г.С. Самойлович. – М. : Машиностроение, 1990. – 384 с.
14. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – 6-е изд. – М. : Наука, 1987. – 904 с.
15. Турбулентность: сборник / под ред. П. Брэдшоу. – М. : Машиностроение, 1984. – 246 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

№ задания	Параметр и его величина	Предпоследняя цифра номера зачётной книжки студента											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
1	$\alpha \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ $E, 10^9 \text{ Па}$ $T, ^\circ\text{C}$	649 1,58 40,5	832 1,95 11,0	698 1,67 38,5	351 2,08 45,0	956 1,48 19,9	735 1,72 32,0	187 24,6 5,5	536 4,08 21,0	150 2,06 39,5	653 1,75 32,5		
2	Масло	Индустриальное ное 12	Турбинное	Индустриальное ное 50	Трансформаторное	АМГ-10	Индустриальное ное 20	Касторовое	Веретённое АУ	Индустриальное ное 30	Турбинное		
	$a, \text{ мм}$ $b, \text{ мм}$ $c, \text{ мм},$ $\delta \text{ мм}$ $\rho, \text{ кг/ м}^2$	580 450 12 0,4 800	400 250 43 0,7 240	590 300 10 1,1 680	530 260 13 0,5 450	470 290 20 0,4 260	630 440 1,1 0,9 640	310 140 15 1,2 1100	850 740 7 0,6 2500	720 570 6 0,5 2100	450 280 35 0,9 270		
3	Масло	Индустриальное ное 50	Касторовое	Индустриальное ное 30	Турбинное	Индустриальное ное 12	Веретённое АУ	Индустриальное ное 20	АМГ-10	Трансформаторное	Индустриальное		
	$M, \text{ Нм}$ $\delta, \text{ мм}$ $D, \text{ мм}$ $L, \text{ мм}$	520 3,3 480 1400	1,35 0,8 100 300	9,20 2,2 180 700	4,50 1,5 470 1200	2,65 1,1 270 780	3,30 1,7 400 640	15,5 2,8 250 1300	6,10 2,1 340 850	1,65 1,4 230 590	8,50 1,9 200 630		

4	$p_M$ , кПа	11,4	0,00	–	4,68	–	7,66	–	0,00	13,2	–
	$p_B$ , кПа	–	–	2,85	–	3,42	–	8,45	–	–	4,26
5	$D$ , м	0,94	1,40	0,86	0,90	1,10	0,68	0,82	1,20	1,0	0,96
	$b$ , м	1,70	2,65	1,42	1,67	1,75	1,10	1,45	2,30	1,80	1,63
	$H$ , м	0,96	1,65	0,76	0,52	0,95	1,15	1,15	1,50	0,85	0,93
6	$D$ , м	2,40	1,70	2,80	2,00	1,80	2,60	2,10	1,60	2,20	1,90
	$H$ , м	4,10	3,00	5,30	3,70	3,40	4,80	4,30	3,20	4,50	3,80
	$p_M$ , кПа	32,3	18,6	0,00	19,1	0,00	26,7	21,4	0,00	16,2	14,2
	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	980	930	890	1090	1130	950	970	998	1220	1000
7	Ж	Бензин	Керосин Т-1	Дизель-ное топливо	Глицерин	Бензин	Дизель-ное топливо	Нефть тяжёлая	Керосин Т-2	Нефть лёгкая	Глицерин
	$D$ , мм	700	620	450	570	640	500	390	600	520	550
7	$L$ , мм	550	560	410	470	530	420	360	540	440	460
	$h$ , м	2,40	1,96	1,48	2,10	2,15	1,40	1,69	1,82	1,10	1,50
	$H$ , м	3,20	2,35	1,70	2,60	2,75	1,60	1,90	2,25	1,40	1,75
	$p_M$ , кПа	0,00	–	0,00	27,9	–	0,00	–	37,5	–	16,2
	$p_B$ , кПа	–	24,1	–	–	28,9	–	–	–	–	–
7	$D$ , мм	2,24	2,10	1,90	1,82	1,74	1,68	1,52	1,46	1,20	1,72
	$L$ , мм	4,08	3,80	3,68	3,48	3,26	3,06	2,84	2,64	2,40	3,20
	$a$ , м/с <sup>2</sup>	7,20	8,43	6,25	5,86	4,37	9,81	7,75	6,70	3,26	5,20

№	Параметр и его величина	Предпоследняя цифра номера зачётной книжки студента											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
8	Ж	Глицерин	Нефть лёгкая	Трансформаторное масло	Бензин	Вода	Дизельное топливо	Глицерин	Нефть тяжёлая	Вода	Керосин Т-1		
	$D$ , м	1,16	1,28	1,40	1,20	1,00	1,30	1,26	1,10	1,70	1,30		
	$H$ , м	1,60	1,55	2,45	2,80	2,00	2,35	1,80	1,45	1,60	1,64		
	$n$ , 1/с	1,38	1,32	2,00	2,10	1,69	1,75	1,41	1,72	1,85	1,43		
9	$D$ , см	20	24	30	46	26	34	42	38	28	22		
	$H$ , см	28	36	32	50	30	40	52	45	34	26		
	$d$ , см	16	20	24	36	22	28	34	32	22	18		
10, 11	Ж	Вода	Керосин Т-1	Керосин Т-2	Дизельное топливо	Бензин	Нефть лёгкая	Вода	Керосин Т-1	Керосин Т-2	Дизельное топливо		
	$Q$ , л/с	1,2	1,4	1,7	2,3	2,6	3,1	3,4	1,9	2,1	2,7		
	$H$ , м	4,00	4,30	4,70	5,10	3,80	4,20	4,60	4,80	5,00	4,50		
	$l$ , м	12,0	12,8	13,2	14,0	12,6	13,3	13,7	14,1	14,8	14,7		
	$\Delta_s$ , мм	0,060	0,070	0,120	0,030	0,050	0,060	0,070	0,120	0,045	0,070		
	$P_{\text{м}}, \text{кПа}$	78,2	72,0	68,0	63,0	66,2	69,0	73,0	75,6	79,0	67,0		
	$\xi_{\text{к}}$	6,0	6,4	7,0	7,2	6,8	6,6	6,5	7,4	7,7	7,9		

12, 13, 14	Ж	Керосин Т-2	Дизельное топливо	Вода	Керосин Т-1	Дизельное топливо	Вода	Керосин Т-1	Дизельное топливо	Бензин	Вода
		син Т-2	топливо		Т-1	топливо		Т-1	топливо		Т-1
	$H$ , м	6,00	6,40	6,80	6,20	5,80	5,60	5,30	4,90	4,70	4,50
	$l_1$ , м	10,0	9,7	9,3	9,0	8,7	8,9	9,2	9,6	9,7	9,9
	$l_2$ , м	6,0	6,1	8,3	8,1	7,7	7,4	7,1	6,8	7,3	7,5
	$d_1$ , мм	60	55	50	65	70	60	65	60	55	50
	$d_2$ , мм	45	45	40	45	50	50	45	45	40	40
	$p_1$ , кПа	24,2	27,0	32,6	35,0	37,2	41,0	38,0	31,0	29,6	28,0
	$\Delta$ , мм	0,070	0,060	0,030	0,050	0,060	0,035	0,0454	0,065	0,120	0,045
15, 16, 17	Ж	Вода	Керосин Т-1	Вода	Керосин Т-2	Вода	Керосин Т-1	Вода	Керосин Т-1	Вода	Керосин Т-1
	$Q$ , л/с	1,9	2,2	2,4	2,7	3,1	3,4	2,9	3,2	3,5	2,8
	$d$ , мм	32	40	32	45	40	40	25	25	40	25
	$d_1$ , мм	25	32	25	40	32	32	20	20	35	20
18	Вода										
	$H$ , м	1,0	1,3	2,0	1,6	2,6	2,1	1,8	3,0	1,1	2,5
	$G$ , Н	10	12	10,5	11,1	12,5	13	13,4	11,9	11,5	10,3
	$d$ , мм	50	55	60	45	70	65	45	40	50	75
	$h$ , мм	100	110	150	120	200	145	145	200	105	175

№ задачи	Параметр и его величина	Предпоследняя цифра номера зачётной книжки студента											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
19	Ж	Бензин	Керосин Т-1	Дизельное топливо	Бензин	Керосин Т-2	Нефть лёгкая	Дизельное топливо	Керосин Т-2	Бензин	Дизельное топливо	Дизельное топливо	
	$h$ , мм	150	100	120	200	100	120	100	120	100	100	250	
	$a$ , мм	60	65	70	90	65	60	80	100	50	50	50	
20	$l$ , м	300	350	400	450	500	550	600	700	800	1000		
	$d$ , мм	500	550	510	450	475	575	600	650	600	650		
	$p_1$ , МПа	0,1	0,15	0,12	0,2	0,17	0,15	0,1	0,12	0,25	0,3		
	$p_2$ , МПа	5	5,5	4	4,5	3	6	5	5	7	8		
21	$W$ , м <sup>3</sup>	12,5	13	13,5	18	20	13	14	14,5	25	14,5		
	$a$ , м	3	4	5	3,5	5	5,5	3,5	4	8	5		
	$e$ , м	2	3	2,5	4	4	5	4	4	3	4		
22	$W$ , м <sup>3</sup>	80	85	90	54	54	96	38	50	60	70		

23	Масло	Индустриальное	Индустриальное 50	АМГ-10	Веретённое АУ	Трансформаторное	Веретённое АУ	Касторовое	Трансформаторное	Веретённое АУ	Турбинное
	$V_0$ , л	200	100	180	150	250	210	200	120	150	280
	$\Delta V$ , л	0,5	0,1	0,2	0,3	0,4	1,0	0,4	0,2	0,4	0,5
	$\beta_p \cdot 10^{-10}$ , Па <sup>-1</sup>	7,5	7,0	8,0	7,0	6,0	7,5	8,0	7,5	7,5	6,5
24	$Q$ , л/с	1	2	1,5	3	4	5	10	7	2,5	15
	$d$ , мм	60	70	50	80	90	75	30	55	100	60
	$t$ , °С	20	25	30	30	40	30	50	25	20	30
	$\nu$ , см <sup>2</sup> /с	0,01	0,015	0,006	0,006	0,005	0,006	0,005	0,015	0,01	0,006
25	$\epsilon$ , м	1,8	2,0	2,2	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
	$H$ , м	2,2	2,5	3,0	3,0	3,0	5,0	3,5	3,5	2,0	2,5
	$G$ , кН	15	20	25	20	25	30	15	21	40	50
	$f$	0,25	0,2	0,3	0,15	0,2	0,25	0,15	0,20	0,15	0,28
26	$h_2$ , мм	0,15	0,2	0,3	0,1	0,4	0,2	0,5	0,35	0,7	0,25
	$h_3$ , мм	0,8	0,7	0,9	0,8	1,0	0,8	1,5	0,86	3,0	0,75
27	$n_1$ , л	10	20	25	30	40	50	15	70	56	5
	$n_2$ , л	20	30	35	10	20	10	25	30	32	30
	$\rho_1$ , кг/м <sup>3</sup>	900	800	700	500	850	800	900	950	960	670
	$\rho_2$ , кг/м <sup>3</sup>	870	700	800	700	600	900	700	740	670	890

№ задания	Параметр и его величина	Предпоследняя цифра номера зачётной книжки студента											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
28	Ж	Вода	Керосин Т-1	Бензин	Дизельное топливо	Керосин Т-2	Нефть лёгкая	Керосин Т-1	Нефть лёгкая	Керосин Т-2	Нефть лёгкая		
	$V_0, \%$	1	1,2	1,3	1,7	1,2	1,5	1	1,4	1,1	1,5		
	$\beta_p \cdot 10^{10}, \text{Па}^{-1}$	4,85	4,56	4,50	4,82	4,90	5,01	4,80	5,0	4,89	4,91		
29	$l, \text{км}$	2	3	5	4	2,5	10	3	2,5	3	4		
	$d, \text{м}$	0,3	0,4	0,5	0,45	0,5	0,35	0,4	0,5	0,4	0,45		
	$\Delta W, \text{м}^3$	0,05	0,07	0,055	0,065	0,055	0,059	0,05	0,075	0,07	0,065		
	$\Delta p \cdot 10^{-6}, \text{Па}$	1	1,1	1,05	1,15	1,05	1,2	1,05	1,05	1,1	1,15		
30	$W, \text{м}^3$	0,4	0,5	1,5	0,6	0,5	0,7	0,35	0,5	0,5	0,5		
	$t_1, \text{°C}$	20	25	25	35	25	45	25	15	20	25		
	$t_2, \text{°C}$	90	95	95	85	90	90	95	95	75	75		
31	$H, \text{м}$	58	50	68	98	38	50	58	70	58	80		
	$D, \text{м}$	0,3	0,3	0,25	0,3	0,4	0,4	0,4	0,40	0,35	0,35		
	$d, \text{м}$	0,18	0,28	0,18	0,18	0,18	0,20	0,28	0,18	0,20	0,28		
32	$W, \text{м}^3$	50	30	40	70	30	80	30	60	55	45		
	$t_1, \text{°C}$	70	80	80	80	80	80	85	82	80	75		
	$t_2, \text{°C}$	90	90	90	90	100	90	90	90	87	95		



33	$p_2$ , кПа $P_3$ , кПа $F$ , кН $D$ , мм $d$ , мм	80 10 0,4 125 70	Вода	Керосин Т-1	70 15 0,5 100 60	Бензин	75 20 0,6 120 80	Дизель- ное топливо	90 25 0,4 105 60	Керосин Т-2	100 30 0,7 115 80	Нефть лёгкая	85 35 0,65 135 50	Керосин Т-1	50 40 0,55 150 60	Нефть лёгкая	30 45 0,45 155 40	Керосин Т-2	95 50 0,35 125 55	Нефть лёгкая	105 60 0,4 160 75
34	Ж																				
35	$d$ , мм $Q$ , л/с $\nu$ , см <sup>2</sup> /с	30 0,5 0,010			40 1,0 0,025	45 0,7 0,0073	50 0,55 0,28	700	100	60 1,5 0,010	Керосин Т-2	100 3 6	Нефть лёгкая	250 4 6,5	Керосин Т-1	350 5 7,5	450	800	800 6 8	550 7 5,8	
36	$e$ , м $H_1$ , м $H_2$ , м $H_3$ , м	2 2,5 1,5 1			300 2 5,5	600 1,5 5,1	3,5 2,5 2,0 1,1	700	100	2,7 2,1 1,8 1,2	Керосин Т-2	2,7 2,1 1,8 1,2	Нефть лёгкая	3,5 2,5 1,9 2,1	Керосин Т-1	4,0 3,5 2,1 2,15	4,5	4,1	4,1 2,5 1,0 2,0	3,4 2,9 1,2 2,1	
37	$H_1$ , м $H_2$ , м $h'$ , мм рт. ст. $h''$ , мм рт. ст.	1 3 80 29			1,5 4 85 19	1,2 1 90 20	1,1 1,5 70 23	1,1	0,8	2	Керосин Т-2	0,8 2 82 34	Нефть лёгкая	0,9 2,5 87 25	Керосин Т-1	2 2,8 80 29	3	2,5 1 100 29	2,5 3 100 28	1 3 120 21	



## СОДЕРЖАНИЕ

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ .....	3
ВВЕДЕНИЕ .....	5
1. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ГИДРОГАЗОДИНАМИКИ .....	8
2. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ .....	11
3. ГИДРОСТАТИКА .....	21
4. КИНЕМАТИКА ЖИДКОСТИ. ДИНАМИКА ЖИДКОСТИ, ЛИШЁННОЙ ВЯЗКОСТИ .....	28
5. ДИНАМИКА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ .....	33
6. ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ИЗ ОТВЕРСТИЙ И НАСАДКОВ .....	40
7. ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ И НЕВЯЗКОГО (ИДЕАЛЬНОГО) ГАЗА .....	53
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ .....	62
ЗАДАЧИ .....	63
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	82
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	80
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	81

Учебное издание

ЖУКОВ Николай Павлович

# ГИДРОГАЗОДИНАМИКА

Учебное пособие

Редактор Л.В. Комбарова

Инженер по компьютерному макетированию М.С. Анурьева

Подписано в печать 27.10.2011.

Формат 60 × 84 / 16. 5,35 усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ № 476

Издательско-полиграфический центр ФГБОУ ВПО «ТГТУ»  
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14