Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет»

В.Г. МАТВЕЙКИН, Б.С. ДМИТРИЕВСКИЙ, И.С. ПАНЧЕНКО, М.В. КОКОРЕВА

СИСТЕМЫ ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Утверждено Учёным советом университета
в качестве учебного пособия для студентов 5 курса
специальности 080801.65 «Прикладная информатика (в экономике)»,
4 курса бакалавриата и 1 курса магистратуры по направлениям
220400 «Управление в технических системах»,
220100 «Системный анализ и управление»,
080500 «Бизнес-информатика»

Тамбов
Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
2013

УДК 658.512(075.8)
ББК В183.5я73
М336

Рецензенты:

Доктор педагогических наук, профессор ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
Н.В. Молоткова

Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой информационных технологий управления
ФГБОУ ВПО «ВГУ»
М.Г. Матвеев

М336 Системы диспетчеризации и управления : учебное пособие / В.Г. Матвейкин, Б.С. Дмитриевский, И.С. Панченко, М.В. Кокорева. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. – 96 с. – 100 экз. – ISBN 978-5-8265-1200-5.

Посвящено вопросам использования теории расписаний в системах диспетчеризации и управления для сложных экономических и технических объектов.

Предназначено для студентов 5 курса специальности 080801.65 «Прикладная информатика (в экономике), 4 курса бакалавриата и 1 курса магистратуры по направлениям 220400 «Управление в технических системах», 220100 «Системный анализ и управление», 080500 «Бизнес-информатика».

УДК 658.512(075.8)
ББК В183.5я73

ISBN 978-5-8265-1200-5

ВВЕДЕНИЕ

Качество функционирования современного производства во многом определяется качеством решений, принимаемых на этапах календарного планирования. Качество управления непосредственно влияет на объём и издержки производства, на себестоимость продукции и в конечном счёте определяет эффективность работы предприятия в целом. Расширение номенклатуры, увеличение сложности и сменяемости выпускаемой продукции, развитие рыночных механизмов усложняют решение задач диспетчеризации и управления.

Основу этих задач составляет планирование процессов производства. Временная увязка всего множества необходимых действий, необходимых для достижения заданной цели, уже сама по себе сложная задача. Если же речь идёт о построении наилучшего календарного плана, да ещё и в кратчайший срок, то сложность задачи возрастает неизмеримо. Применение математических методов и вычислительной техники значительно помогает в преодолении возникших затруднений.

Теоретические основы решения задачи диспетчеризации и управления производством сформировались в прошлом столетии. Однако, как показывает имеющийся отечественный и зарубежный опыт в данной области, поиск методов и средств построения систем диспетчеризации и управления, математических моделей производства остаётся актуальным и в настоящее время. Это объясняется тем, что для большинства практически важных задач отсутствуют эффективные методы решения, а их чёткая математическая формулировка зачастую вызывает существенные трудности.

Круг вопросов, связанных с построением наилучших календарных планов, изучается в рамках теории расписаний, посвящённой разработке методов оптимизации оперативно-календарного планирования. Трудоёмкость алгоритмов значительно возрастает в определённых условиях. В связи с этим особую практическую ценность имеют алгоритмы, позволяющие за приемлемое время получать оптимальное расписание.

Теория расписаний использует характерный для исследования операций модельный подход. Разнообразие моделей, степень их общности и универсальности постепенно увеличиваются. По мере усложнения моделей усложняются и методы принятия решений. Задачи теории расписаний – один из видов задач исследования операций, объединяемых в классе задач упорядочения. Они состоят в определении оптимальной очерёдности обработки изделий на различных станках или других рабочих местах, составлении программы диспетчера для управления производством.

Для решения задач используется ряд методов линейного программирования, дискретного программирования, методы ветвей и границ, сетевого планирования и управления и др. Типовая задача состоит в составлении плана изготовления всех изделий, в котором не нарушались бы технологические ограничения, ограничения по мощности оборудования, а также сроки запуска и выпуска продукции.

1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМОЙ

1.1. АНАЛИЗ РАБОТ ПО ПЛАНИРОВАНИЮ РЕСУРСОВ И УПРАВЛЕНИЮ В ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМАХ

Модель производственной системы. Рассматривается модель производственной системы (ПС) [1], содержащая элементы, которые фиксируют основные показатели результатов её функционирования.

В данной работе производится попытка разработки универсальной модели ПС, отражающей инфраструктуру, свойственную большинству предприятий, и моделирования производственных ситуаций в зависимости от задаваемых внутренних связей и начальных условий.

Модель ПС должна позволить исследовать зависимость работы предприятия при изменении начальных условий и моделировать некоторые условия функционирования.

Модель ПС включает следующие элементы:

1. Сырьё (материалы и комплектующие) отражает наличие на складе материальных ресурсов (1.1), поступающих от поставщика, а затем передаваемых в производство.
2. Незавершённое производство учитывает притоки и оттоки материальных ресурсов (1.2).
3. Оборудование производит заданное количество операций.

На основе представленной модели можно записать следующую систему уравнений:

$$M_{i+1} = M_i + (m_+)_i - (m_-)i\,; \tag{1.1}$$

$$H_{i+1} = H_i + (m)_i + A_i^N + (\text{ЗЗ/П})_i^N + \text{З}_i^N - n_i\,, \tag{1.2}$$

где $(m_+)_i$ – приток сырья от поставщика в день i; $(m_-)_i$ – отток сырья со склада в производство; A_i^N – начисленная и списанная на себестоимость продукции амортизация; $(\text{ЗЗ/П})_i^N$ – заработная плата (с начислениями), отнесенная на себестоимость; З_i^N – все прочие затраты, списываемые на себестоимость; n_i – себестоимость готовой продукции, ушедшей в день i из производства на склад готовой продукции.

Недостатки модели ПС, представленной в данной работе.

1. При построении модели приняты следующие допущения:

– предложение о выпуске предприятием одного вида изделий;

– использование ограниченного числа параметров, описывающих структуру ПС.

2. Расчёт уравнений модели производится с минимальным шагом во времени, равным одному дню.

3. В основу модели положен «бухгалтерский принцип» учёта активов, пассивов, материальных и финансовых потоков, протекающих через ПС. Сбор информации осуществляется раз в сутки на основе бухгалтерской отчётности, следовательно, решения и корректировка планов производства производится не оперативно.

Достоинства представленной модели ПС

1. Моделирование материальных и финансовых потоков, протекающих через предприятие, в динамике.

2. Наличие стационарного решения в системе показывает, что рассматриваемая ПС способна работать в режиме простого воспроизводства и при этом генерировать прибыль. Расчёты на модели с отклонением параметров от заданных (в том числе с различными начальными условиями) должны показать, насколько это решение устойчиво и каковы траектории выхода на это решение.

3. Рассмотренная модель содержит довольно много параметров, что позволяет не просто исследовать зависимость работы ПС при изменении одного из них, но и моделировать некоторые условия функционирования.

4. В расчётах задействованы как физические, так и стоимостные (количественные) показатели.

5. Модель позволяет работать с каждым элементом отдельно, преобразовывать информацию и передавать её для дальнейшей обработки.

Данную модель можно использовать для моделирования загрузки производства, варьируя параметр, который определяет материальный поток. Однако в финансовых показателях точная пропорция не соблюдается, поскольку, например, амортизационные начисления, включаемые в себестоимость продукции, постоянны внутри каждого периода и от загрузки производства не зависит.

Представленная модель ПС способна отобразить широкий спектр процессов, анализировать результаты, к которым приводят те или иные изменения параметров функционирования (как задаваемые внешние условия, так и реализующиеся в результате решений, принимаемых руководством (директором)), требует дальнейшего совершенствования и расширения в части управления интеллектуальными потоками.

1.2. СИСТЕМА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОСНОВНЫХ ПРОЦЕССОВ ЖИЗНЕННОГО ЦИКЛА ИЗДЕЛИЯ

Рассматривается система математических моделей процессов жизненного цикла изделия [2].

Данная система математических моделей (рис. 1.1) должна быть пригодна для имитационного исследования и решения задачи оптимального планирования основной деятельности инновационного предприятия.

Данная система включает следующие элементы:

1. Маркетинг.
2. Управление предприятием.
3. НИОКР.
4. Производство.

Построенная модель процессов полного жизненного цикла изделия состоит из двух частей: модели «внешней» и «внутренней» среды по отношению к предприятию. Модель «внешней» среды описывает статистику поведения субъектов рынка.

Информационно-логическая модель «внешней среды» построена для нахождения множества заказов $\Omega' \subset \psi$ на плановый период $[t_0, t_T]$.

Рис. 1.1. Процессы управления наукоёмким предприятием

Элемент ψ_{smt} может входить в портфель заказов $\psi_{smt} \in \Omega'$, если время заключения сделки попадает в плановый период $t_0 \le t_{smt} \le t_T$. Количество элементов в портфеле заказов на плановый период – z.

Модель «внутренней» среды содержит модели ресурсов ПС, модели технологий изготовления изделий и статистическую информацию выполнения процессов жизненного цикла за предыдущие периоды.

Модель описания ресурсов представлена кортежем $R = < R^M, R^L, R^E >$, где R^M – множество сырья; R^L – множество персонала; R^E – множество оборудования. Элементы кортежа R представляют собой множество векторов, которое устанавливает стоимость эксплуатации ресурса в условных единицах.

Задача планирования заключается в распределении q_0^O во времени для реализации объёма заказов Ω', принятого на плановый период $[t_o, t_T]$. Для формализации расписания (распределения) используются динамические множества: временной интервал выполнения процессов $\tau_{ot}^O = [t_1, t_2]_{ot}^O$, где t_1 – начало интервала; t_2 – его окончание, которое задаёт выполнение процесса o. Множество интервалов выполнения процессов $\left\{\tau_{ot}^O\right\}$ называется расписанием. Интервалы построены так, что в течение интервала процесс, для которого он задан, не изменяет своих свойств (выполняется одним сотрудником с использованием одного оборудования). Для интервала введено обозначение: $\left|t_2 - t_1\right|_{ot}^O = (t_2)_{ot}^O - (t_1)_{ot}^O$, которое определяет продолжительность временного интервала τ_{ot}^O. Для установления динамического соответствия интервалам выполнения операций ресурсов предприятия используются булевы трёхмерные матрицы: $D^{DE} = \left\{d_{oet}^{DE}\right\}, d_{oet}^{DE} = 1 -$ процесс o выполняется на оборудовании e в интервал $\left\{\tau_{ot}^O\right\}$; $D^{DE} = \left\{d_{oet}^{DE}\right\}, d_{oet}^{DE} = 1$ – процесс o выполнялся сотрудником 1 в интервал $\left\{\tau_{ot}^O\right\}$. Описанная система моделей процессов жизненного цикла изделия предназначена для решения задачи поддержки принятия решения при разработке всех видов планов основной деятельности предприятия.

В работах [3 – 11] моделируется движение изделий по её узлам обработки для технологической линии (ТЛ) дискретного производства. Приводятся постановка задачи и метод оптимального управления материальными потоками в условиях структурно перенастраиваемого производства.

Используется представление производственного процесса в виде движения материального потока, составленного из изделий, проходящих через узлы обработки протяжённой ТЛ.

Рассматривается следующая задача управления для случая обобщённой модели ТЛ дискретного производства: каждый узел (УО) ТЛ в процессе функционирования подвергается воздействиям различного рода возмущений, которые могут вызывать нежелательные последствия – сбои. Ими являются возмущения, приводящие к браку в производстве, т.е. выходу части числа изделий $D_i(t)$ из процесса производства вследствие их непригодности по каким-либо причинам для дальнейшей обработки; приводящие к изменению пропускной способности $A_i(t)$ в отдельном i-м УО, связанные, например, с выходом из строя оборудования, падением производительности труда, изменением качества сырья, недостатком энергии

$$0 \le u_i(t) \le A_i(t), \;\; i = \overline{1, n}\,.$$

Обобщённо, каждый элемент ТЛ представляется складом для изделий, подлежащих обработке и следующим за ним обрабатывающим центром. Состояние склада характеризуется количеством изделий, находящихся на нем и выраженных в единицах трудоёмкости $W_i(t)$ и ёмкостью склада $W_i^c(t)$. Обрабатывающий элемент характеризуется интенсивностью обработки $u_i(t)$ и максимальной пропускной способностью $A_i(t)$. Производственные элементы дополнены переменными, характеризующими возмущение – брак (различные варианты) $D_i(t)$, поставку изделий на ТЛ (различные способы задания) $u_0(t)$. В ряде случаев элементом возмущения является потребление потока готовых изделий на выходе ТЛ $u_n(t)$.

Обрабатывающие узлы соединены между собой в ТЛ связями: интенсивность обработки i-го узла является интенсивностью поставки изделий на входной склад $(i + 1)$-го узла, количество изделий на ограниченном складе $(i + 1)$-го узла и его ёмкость передаётся в качестве информации для корректировки производительности i-го узла. Структурно модели производства отражают четыре вида топологий: прямоточное производство; ветви притока и оттока изделий на другие ТЛ; сложные микроструктуры собственной ТЛ (сборка, слияние, разделение, петли) и многономенклатурное производство (параллельное или последовательное), объединённое общностью используемых ресурсов.

Базовое уравнение модели – уравнение сохранения труда, связывающее между собой формы существования себестоимости (живого труда и труда, выраженного в изделии).

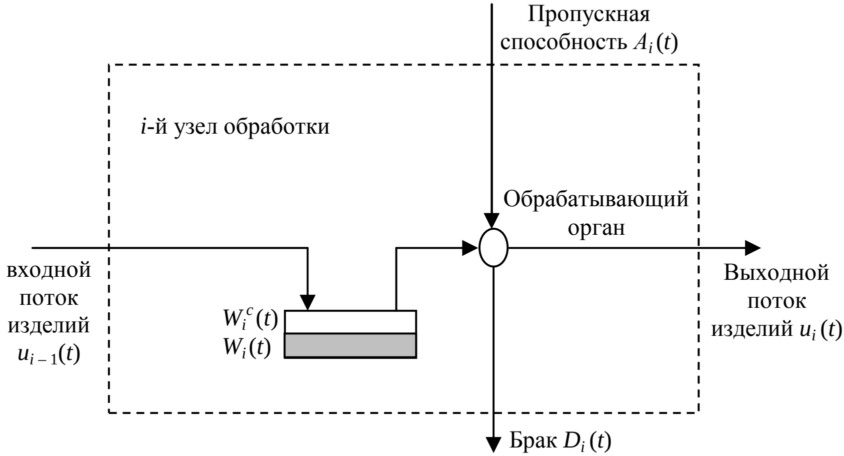

Рис. 1.2. Структура узла обработки

В качестве критериев управления предлагается рассматривать: величину незавершённого производства P_2 (1.3) и неравномерность его распределения вдоль ТЛ P_3 (1.4), отклонения от программы выпуска продукции на последнем УО ТЛ $P_4(t)$ (1.5), ритмичность производства $P_5(t)$ (1.6), отношение интенсивности обработки к величине незавершённого производства P_6 (1.7):

$$P_2 = W_1(t) + W_2(t) + \ldots + W_n(t)\,; \tag{1.3}$$

$$P_3 = |W_1(t) - W_2(t)| + |W_2(t) - W_3(t)| + \ldots + |W_{n-1}(t) - W_n(t)|\,; \tag{1.4}$$

$$P_4 = \int\limits_{t=1}^{T} \left(u_n(t) - u_p(t)\right)^2 dt\,; \tag{1.5}$$

$$P_5 = |u_1(t) - u_2(t)| + |u_2(t) - u_3(t)| + \ldots + |u_{n-1}(t) - u_n(t)|\,; \tag{1.6}$$

$$P_6 = \frac{u_1 + u_2 + \ldots + u_n}{W_1 + W_2 + \ldots + W_n}\,. \tag{1.7}$$

1.1. Математические модели УО ТЛ дискретного типа

Узел обработки	Математическая модель
Основной закон сохранения	$\frac{dW}{dt} = u_p(t)\,ed(W_p(t)) - u(t)\,ed(W(t)) - D(t)$
Ограниченный склад	$\frac{dW}{dt} = u_p(t)\,ed(W_p(t))\,ed(W_c - W) - u(t)\times$ $\times ed(W(t))\,ed(W_{rc} - W_r)$
Операция сборки потоков	$\frac{dW_1}{dt} = u_{p1}(t)\,ed(W_{p1}(t)) - k_1\,u_1\,ed(W_1(t))\,ed(W_i(t));$ $\frac{dW_j}{dt} = u_{p2}(t)\,ed(W_{p2}(t)) - k_j\,u_1\,ed(W_1(t))\,ed(W_i(t);$ $\frac{dW}{dt} = u_1\,ed(W_1(t))\,ed(W_j(t)) - u_i(t)\,ed(W_i(t))$
Поступление внешнего потока на вход линии	$\frac{dW}{dt} = u_0(t) - u(t)\,ed(W(t))$
Операция слияния потоков	$\frac{dW}{dt} = u_{p1}(t)\,ed\,(W_{p1}(t)) + u_{p2}(t)\,ed(W_{p2}(t)) -$ $- u(t)\,ed(W(t))$
Операция разделения потоков	$\frac{dW_1}{dt} = u_{1-1}\,ed(W_{1-1}) - u_1\,ed(W_1);$ $\frac{dW_j}{dt} = u_1\,sl_j\,ed(W_1) - u_j\,ed(W_j);$ $\frac{dW_i}{dt} = u_1\,sl_i\,ed(W_1) - u_i\,ed(W_i)$
Обработка партиями	$\frac{dW_i}{dt} = u_{i-1}\,ed(W_{i-1} - M_{i-1}) - u_i\,ed(W_i - M_i)$

1.2. Составные элементы задачи оптимального управления

Синтезированная математическая запись элемента	Роль элемента
$J = J_0 + J_1 \to \min$; $J_0 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{n+1}(W_i(T) - W_i^n(T))^2$; $J_1 = \alpha_{n+1}\int_0^T \sum_{i=2}^{n}(W_i - W_{i-1})^2 dt$	Показатели неравномерности незавершённого производства J_0 и выполнения плана J_1
$\frac{dW_i(t)}{dt} = u_{i-1}(t)\, ed(W_{i-1}(t)) - u_i(t)\, ed$, $i = \overline{1,\ n}$	Модель технологической линии
$0 \le u_i(t) \le A_i(t), \quad i = \overline{1,\ n}$	Ограничения на вектор управления – ограничение пропускной способности i-го узла обработки; A_i – заданное возмущение
$W_i(0),\ W_i^n(T),\ T$	Начальные и краевые условия
$L = \frac{1}{nT}\sum_{i}^{n}\sum_{j}^{T} A_{ij}$	Ресурс производительности обработки
$Z = C\,L$	Затраты за предоставляемый ресурс

Где $W_i(t)$ – количество изделий, находящихся на складе i-го узла обработки в момент времени t, выраженное в единицах трудоёмкости; W_c – ёмкость склада; k – индекс узла технологической линии смежного i-му узлу обработки; j – индекс условия, ограничивающего интенсивность работы i-го узла обработки со стороны смежного k-го узла; $ed(\cdot)$ – единичная функция Хевисайда; $u_i(t)$ – интенсивность работы i-го узла обработки; $D_i(t)$ – интенсивность выпуска бракованных изделий на i-м узле обработки; n – число узлов обработки в составе ТЛ.

Результатом расчёта являются значения производительности каждого ОУ ТЛ в каждый момент дискретного времени $u_i(t)$ и соответствующие им состояния складов линии $W_i(t)$, обеспечивающие экстремум критерия J.

Достоинства представленной модели ПС. Рассматривается в динамике движение материального потока.

На основе полученной модели предоставляется возможность получения множества оптимальных решений и их исследования.

Недостатки представленной модели ПС.

1. Ограниченное количество параметров для моделирования и имитации производственных процессов, близких к реальности.
2. Отсутствие контура обратной связи для корректировки результата и интерактивного внесения изменений в процесс.
3. Используемые ограничения не учитывают всех особенностей производства изделий.

Рассматриваются задачи моделирования и проектирования ПС, в которых требуется выбрать наиболее выгодное оборудование для создаваемой системы при заданных ограничениях на условия её функционирования и стоимость включаемого в её состав оборудования [12].

С помощью разработанных моделей удаётся оптимально выбрать состав оборудования проектируемой системы, наиболее выгодную производственную программу и технологию её изготовления при заданных ограничениях на стоимость включаемого в систему оборудования и прибыль (без учёта налогов), которая будет получена при обработке этой программы.

В задачах проектирования ПС требуется в соответствии с заданными критериями выбрать тип и количество обрабатывающего оборудования, структуру транспортной системы для обслуживания этого оборудования, определить объёмы складов и накопителей для межоперационного хранения деталей, необходимое количество паллет (устройство для закрепления деталей) и технологической оснастки, а также выбрать детали из заданной номенклатуры, которые целесообразно производить в проектируемой системе.

Можно выделить следующие элементы ПС:

1) оборудование;
2) склад;
3) накопитель для межоперационного хранения деталей;
4) сырьё и материалы;
5) транспортная сеть.

Для определения типов и необходимого количества обрабатывающего оборудования в оптимизационную модель должны быть включены ограничения каждого доступного для создания ПС типа, но это не позволяет выделять требуемое количество оборудования одного типа для параллельной обработки различных партий деталей.

Для определения этих затруднений предлагается включать в оптимизационную модель ограничения баланса по времени использования как групп оборудования тех типов, которые доступны для создания ПС, так и каждой единицы включенного в ПС оборудования (1.8 – 1.16).

$$\sum_{i=1}^{L}\sum_{k=1}^{K_i}\left\{\tilde{\theta}_{ijl}^{k}\, n_i\, t_{ij}^{k} + \check{\theta}_{ijl}^{k}\, \tau_{ij}^{k}\right\} + \check{t}_{il} \le y_{jl}\, \tilde{V}_{jl}\,, \;\; j=\overline{1,\, m}, \;\; l=\overline{1,\, M_j}\,; \quad (1.8)$$

$$\sum_{l=1}^{M_j}\tilde{\theta}_{ijl}^{k} = \theta_i^k, \;\; i=\overline{1,\, L}, \;\; j\in J_i^k, \;\; k=\overline{1,\, K_i}\,; \quad (1.9)$$

$$\check{\theta}_{ijl}^{k} - \check{\theta}_{ijlk}^{k} \ge 0, \; i=\overline{1, L}, \;\; j\in J_i^k, \;\; k=\overline{1,\, K_i}, \;\; l=\overline{1,\, M_j}\,; \quad (1.10)$$

$$\sum_{k=1}^{K_i}\theta_i^k \le 1, \;\; i=\overline{1,\, L}\,; \quad (1.11)$$

$$\sum_{i=1}^{L}\sum_{k=1}^{K_i}\left\{\check{\theta}_{ijo}\, n_i\, t_{ij}^{k} + \check{\theta}_{ijo}\, \tau_{ij}^{k}\right\} \le y_j V_{jo}\mu_j, \;\; j=\overline{1,\, m}\,; \quad (1.12)$$

$$\beta\, \tilde{y}_{jl} - y_j \ge 0, \;\; j=\overline{1,\, m}, \;\; l=\overline{1,\, M_j}\,; \quad (1.13)$$

$$\sum_{i=1}^{L} n_i \sum_{k=1}^{K_i}\theta_i^k (c_i - \check{c}_i^k) \ge D\,; \quad (1.14)$$

$$P = \sum_{j=1}^{m}\sum_{l=1}^{M_j}(\tilde{y}_{jl}\tilde{d}_j + \bar{c}\,\check{\eta}_{jl}) + \sum_{j=1}^{m} y_j \tilde{d} + y_{m+1}\tilde{d}_{m+1} + \tilde{c}U + y_{m+2}\tilde{d}_{m+1}\,; \quad (1.15)$$

$$C_{ir} = \sum_{j\in J_i^{gr}} d_{ij}^{gr} = \hat{D}_r + \hat{d}_{ir}\sum_{j\in \hat{J}} d_{ij}^{gr}, \;\; i\in \tilde{I}_r, \;\; r=\overline{1,\, N}\,. \quad (1.16)$$

Критерий оптимизации для задачи управления имеет вид (1.17):

$$\sum_{l=1}^{M_j}(\tilde{y}_{jl}b_j + \bar{b}\eta_{jl}) + \sum_{l=1}^{M_j}\theta_{ijl}^{k}\tilde{b}_{ij}^{k}\sum_{j\in J_r}(b_{jr}\tilde{u}_{jr} + \sum_{i\in \tilde{I}_r}\sum_{l=1}^{M_j}\theta_{ijl}^{gr}\tilde{b}_{ij}^{gr}) +$$

$$+\sum_{j\in J_{ri}}\sum_{i\in \tilde{I}_r}\sum_{l=1}^{M_j}\theta_{ijl}^{gr}\tilde{b}_{ij}^{gr} - \alpha_4\sum_{j=1}^{m}y_i b_j - \sum_{k\in K_i} - \alpha_3\sum_{r=1}^{N}; \tag{1.17}$$

$$J = \alpha_1\sum_{i=1}^{L}n_i\sum_{k=1}^{K_i}\theta_i^k(c_i - c_i^k) - \alpha_2\sum_{j=1}^{m},$$

где L – количество типов деталей, из которых формируется производственная программа проектируемой системы; K_i – количество технологических маршрутов, по которым может быть изготовлена i-я деталь; n_i – средний размер партии деталей i-го типа; t_{ij}^k – время обработки i-й детали на оборудовании j-го типа для обработки i-х деталей по k-му технологическому маршруту; τ_{ij}^k – время переналадки оборудования j-го типа для обработки i-х деталей по k-му технологическому маршруту; $\check{t}_{jl}$ – вспомогательные параметры; $\tilde{y}_{jl}$ – целочисленные переменные типа $\{0, 1\}$; V_{jl} – ресурс времени работы l-го оборудования j-го типа в течение планируемого периода T; m – количество типов обрабатывающего оборудования, из которого создаётся производственная система; M_j – количество единиц j-го оборудования, которое следует включить в проектируемую систему; $\tilde{\theta}_{ijl}^k$ – переменные ($0 \le \tilde{\theta}_{ijl}^k \le 1$); β – достаточно большая постоянная величина, обеспечивающая требуемое значение y_i при $\tilde{y}_{jl} = 1$. Величина β может быть выбрана, например, из условия $\beta = \max\limits_j \frac{\tilde{D}}{\tilde{d}_j}$, где $\tilde{D}$ – финансовые средства, выделенные на создание ПС, а $\tilde{d}_j$ – стоимость j-го оборудования; c_i – цена i-й детали (отпускная на предприятии); $\bar{c}$ – стоимость одного накопителя для межоперационного хранения деталей; $\check{\eta}_{jl}$ – количество накопителей, которые следует разместить перед l-м оборудованием j-го типа; $\tilde{c}$ – стоимость одной ячейки склада; U – объём склада проектируемой системы; $\tilde{d}_{m+1}$ – стоимость транспортного средства; y_{m+1} – количество используемых транспортных средств; y_{m+2} – количество используемых паллет для размещения деталей; $\tilde{d}_{m+2}$ – стоимость одной паллеты; J_i^{gr} – множество типов оборудования, которое используется для изготовления i-й детали по групповому маршруту обработки r-й группы; d_{ij}^{gr} – стоимость проектирования технологической оснастки и инструмента для обработки i-й детали по групповому маршруту обработки r-й группы деталей; $\hat{d}_{ir}$ – стоимость разработки индивидуальной части оснастки, которая используется при обработке i-й детали по групповому маршруту r-й группы на общей для всей группы части оборудования, $\hat{J}_r$, $\hat{J}_{ir}$ – множества типов оборудования, которое используется только при обработке i-й детали по групповому маршруту r-й группы; $\tilde{I}_r$ – множество типов деталей, которые могут по некоторому маршруту обрабатываться в r-й группе. α_i – весовые коэффициенты ($\alpha_i \geq 0,\ i = 1, ..., 17$); b_j – стоимость обслуживания j-го оборудования с учётом амортизационных отчислений (АО); $\tilde{b}_{ij}^k$ – стоимость хранения и обслуживания технологической оснастки для обработки деталей i-го типа на j-м оборудовании по k-му технологическому маршруту с учётом АО; $\hat{b}_{jr}$ – стоимость хранения и обслуживания общей части технологической оснастки для обработки деталей r-й группы на j-м оборудовании по групповому маршруту с учётом АО; b_u – стоимость обслуживания ячейки склада с учётом АО.

Достоинства представленной модели ПС

1. При проектировании и моделировании ПС учитываются:

– проблема согласования производительности системы для основных типов выпускаемых изделий на различных операциях обработки. Это вызвано необходимостью сократить простои оборудования в ожидании поступления сырья, предотвратить скопление изделий на каких-либо процессах;

– проблема согласования производительности рассматриваемой ПС с производительностью смежных производственных участков;

– учёт надёжности используемого оборудования и средств автоматизации, часто используемых для оснащения стандартного оборудования с целью повышения его возможностей.

2. При выборе технологии изготовления изделий, включенных в производственную программу проектируемой системы, необходимо учитывать принципы групповой технологии. Во многих случаях это позволит

существенно сократить затраты на изготовление технологической оснастки и инструментов.

3. Рассмотренная модель позволяет решать проблему выбора группы, к которой следует отнести то или другое изделие, и оптимально разделять изделия на группы с учётом обрабатываемой программы и возникающей при этом загрузке оборудования.

Предлагается строить двухуровневые системы проектирования ПС. На первом уровне подобных систем должно производиться проектирование набора альтернативных схем создаваемой ПС, из которого будет выбираться наиболее подходящая схема. Набор таких схем необходим, поскольку качество проектирования значительно возрастает, когда производится анализ и сравнение различных проектов одного и того же изделия или объекта. Проектирование каждой из альтернативных схем производится в соответствии с имеющимися исходными данными. Затем на втором уровне такой системы проектирования генерируется модель управления или планирования работы полученной схемы. С помощью модели управления «отрабатывается» оптимальная стратегия управления проверяемой схемой при поступлении различных заказов и выходе из строя на определённое время части её оборудования.

На основе сравнения результатов такой модельной проверки работы различных схем проектируемой системы делается выбор окончательного варианта. В случае неудовлетворительного результата с учётом возникших претензий проектируются новые схемы ПС, и этот процесс повторяется.

В общем виде модель выбора оборудования ПС содержит значительное количество ограничений и переменных, что несколько затрудняет проведение расчётов модели. С другой стороны, это позволяет с использованием данной модели определить оптимальные значения для большого количества параметров проектируемой системы. В результате расчёта модели при постоянных значениях параметров выбирается оптимальный состав оборудования создаваемой системы, количество мест в накопителях, которые целесообразно установить перед каждым оборудованием, необходимое количество комплектов технологической оснастки и инструментов, наиболее выгодная производственная программа из некоторого заданного множества изделий и технологические маршруты обработки изделий, включенных в эту программу. Кроме того, выбирается необходимое количество транспортных средств для обеспечения оборудования материальными ресурсами, определяются объёмы складов для хранения изделий и необходимое количество паллет для размещения на них заготовок. При этом учитывается возможность группирования изделий и оборудования в соответствии с принципами групповой технологии, и осуществляется согласование производительности проектируемой системы по заданным типам деталей с производительностью смежных ПС.

1.3. ЗАДАЧИ ПЛАНИРОВАНИЯ И ВЫБОРА МАРШРУТОВ ОБРАБОТКИ

Рассматриваются задачи теории расписаний, в которых требуется выбрать из некоторого множества наиболее выгодные изделия для изготовления в течение заданного интервала времени и задачи планирования работы ПС [13].

Рассматриваются следующие задачи:

Задача Джонсона. Пусть имеется L деталей, которые должны быть последовательно обработаны на двух станках, причём каждая деталь обрабатывается сначала на первом станке, а потом на втором. Времена обработки любой детали i – на каждом из станков $t_{1,\,i}$ и $t_{2,\,i}$ ($i = 1, \ldots, L$) известны.

Требуется определить порядок обработки L деталей на двух станках таким образом, чтобы общее время обработки всех деталей было минимальным.

Модифицированная версия задачи Джонсона отличается от описанной выше тем, что для каждой детали ещё известна и прибыль от обработки $c_i (i = 1, \ldots, L)$. В задаче требуется выбрать детали, обработка которых в течение заданного интервала времени T принесёт наибольшую прибыль, а также определить порядок обработки выбранных деталей.

Задача планирования работы производственного участка: Пусть известны состав оборудования производственного участка и множество заказов, которое составляет партии деталей различных типов и из которого требуется выбрать наиболее выгодные для обработки на этом участке в течение заданного интервала времени T и определить порядок обработки выбранных партий. При этом каждая партия деталей состоит из заданного количества однотипных деталей, обрабатывается по одному технологическому маршруту и может быть включена для обработки только целиком.

Под технологическим маршрутом обработки детали здесь понимается последовательность и время обработки детали на всех используемых типах оборудования.

Рассматриваются следующие постановки задачи выбора оптимальных маршрутов обработки:

***Задача 1*.** Пусть известны состав оборудования производственного участка и множество заказов, которое составляют партии деталей различных типов. Для каждой партии деталей известны размер, цена, количество технологических маршрутов, по которым она может быть обработана, и стоимость её обработки по этим маршрутам.

В задаче требуется выбрать такие партии деталей, порядок и технологический маршрут обработки каждой выбранной партии, чтобы прибыль от их изготовления в течение интервала времени T была максимальной. При этом каждая партия деталей должна быть обрабатываться целиком по одному выбранному маршруту.

Задача 2. Пусть выполнены все условия задачи 1. Требуется выбрать такие партии деталей, технологические маршруты обработки отдельных подпартий каждой партии деталей и порядок их обработки, чтобы прибыль от изготовленных в течение заданного интервала времени T деталей была максимальной.

Здесь каждая партия деталей может быть разбита на подпартии, размер которых требуется также определить, и каждая партия будет обрабатываться по своему технологическому маршруту.

Для выбора наиболее выгодных деталей, которые следует обрабатывать последовательно на двух станках в течение заданного интервала времени T, строится оптимизационная модель следующего вида.

Критерий оптимизации для поставленной задачи управления имеет следующий вид:

$$J = \sum_{i=1}^{L} c_i x_i \ , \tag{1.18}$$

где $x_i (i = \overline{1, L})$ – целочисленные переменные типа $\{0, 1\}$. При $x_i = 1$ i-ю деталь следует обрабатывать, а при $x_i = 0$ её следует исключить из обработки.

Для выбора наиболее выгодных деталей в модель включаются балансовые ограничения по времени следующего вида:

$$\sum_{i=1}^{L} x_i t_{ij} + \overset{\vee}{t}_j \le T, \quad j = 1, 2 \ , \tag{1.19}$$

где t_{ij} – время обработки i-й детали на j-м станке; $\overset{\vee}{t}_j$ – вспомогательные параметры.

В данной модели можно выделить следующие элементы:

1. Сырьё.
2. Оборудование.

В предлагаемом подходе с помощью параметров $\overset{\vee}{t}_j$ изменяется время, отведённое на обработку деталей в ограничениях (1.19). Затем с использованием оптимизационной модели (1.18)–(1.19) определяется наиболее выгодная для этого набора параметров $\overset{\vee}{t}_j$ номенклатура обрабатываемых деталей. После этого строится оптимальное расписание обработки выбранных деталей и определяется минимальное время окончания их обработки. Если это время оказывается больше T, то по определённым правилам производится пересчёт параметров $\check{t}_j$ и весь описанный выше процесс повторяется. В противном случае выбранные детали будут составлять допустимую производственную программу. Из допустимых программ и выбирается оптимальная программа, т.е. программа, позволяющая получить максимальную прибыль от обработки выбранных деталей за время T.

Оптимизационная модель для решения задачи планирования работы производственного участка.

Критерий оптимизации данной задачи управления имеет следующий вид:

$$J = \sum_{i=1}^{L} c_i x_i n_i \,, \tag{1.20}$$

где n_i – размер i-й партии деталей.

Балансовые ограничения по времени могут быть представлены в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^{L} x_i \left\{ n_i t_{ij} + z_{ij} \tau_{ij} \right\} + \check{t}_j \le y_j T, \quad j = 1, \ldots, m \,, \tag{1.21}$$

где τ_{ij} – время переналадки j-го оборудования на обработку деталей i-го типа; z_{ij} – количество оборудования j-го типа, которое будет использовано для обработки деталей i-го типа; y_j – количество единиц j-го оборудования, которое входит в состав производственного участка.

В случаях, когда величину z_{ij} точно определить весьма сложно, а распределение каждой партии деталей по оборудованию одного типа требуется произвести наиболее выгодным образом оптимизационная модель изменяется и балансовые ограничения в ней принимают следующий вид (1.22) – (1.25):

$$\sum_{i=1}^{L} \left\{ \tilde{u}_{ij}^{l} t_{ij} + \tilde{x}_{ij}^{l} \tau_{ij} \right\} + \check{t}_{jl} \le T, \quad j = \overline{1,\, m}, \quad l = \overline{1,\, y_j} \,; \tag{1.22}$$

$$\sum_{l=1}^{y_j} \tilde{u}_{ij}^{l} = x_i n_i, \quad i = \overline{1,\, L}, \quad j = \overline{1,\, m} \,; \tag{1.23}$$

$$\sum_{l=1}^{y_j} \tilde{x}_{ij}^{l} \le \tilde{z}_{ij}, \quad i = \overline{1,\, L}, \quad j = \overline{1,\, m} \,; \tag{1.24}$$

$$n_i\tilde{x}_{ij}^l - \tilde{u}_{ij}^l \geq 0, \quad l=\overline{1,\ y_j}, \quad i=\overline{1,\ L}, \quad j=\overline{1,\ m}. \qquad (1.25)$$

Критерий оптимизации для такой модели имеет вид (1.26):

$$J = \alpha_1 \sum_{i=1}^{L} c_i n_i x_i - \alpha_2 \sum_{i=1}^{L} \sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1}^{y_j} d_{ij} \tilde{x}_{ij}^l \ , \qquad (1.26)$$

где $\tilde{z}_{ij}$ – максимальное количество оборудования j-го типа, которое может быть выделено для обработки деталей i-го типа; $\tilde{u}_{ij}^l$ – определяют, какое количество деталей из i-й партии будет обрабатываться на l-м оборудовании j-й группы; α_1 и α_2 – весовые коэффициенты; d_{ij} – стоимость подготовки и установки одного комплекта технологической оснастки и инструмента для обработки деталей i-го типа на j-м оборудовании.

В результате расчёта этой модели можно определить не только наиболее выгодные партии деталей для текущего набора параметров $\check{t}_{jl}$, но и наиболее выгодное распределение деталей из каждой партии для параллельной обработки на оборудовании одного типа.

В работах [19–20] рассматривается задача составления расписания по критерию равномерного использования ресурсов. Для решения задачи предлагается геометрический метод, согласно которому решение сводится к определению кратчайшей траектории в некоторой области, которая строится на основе сетевого графика.

Рассматривается задача равномерного распределения ресурсов по множеству работ, для каждой из которых задан интервал (множество периодов), в котором она должна быть выполнена (предлагается, что работа может быть выполнена в течение одного периода). Для формальной постановки вводим переменные $X_{ik},\ i=\overline{1,\ n},\ k=\overline{1,\ T}$, где n – число работ, T – число периодов времени. Положим $X_{ik}=1$, если i-я работа выполняется в k-м периоде, $X_{ik}=0$ – в противном случае. Обозначим также: R_i – номеров периодов, в которых допускается выполнение i-й работы, Q_k – множество работ, которые могут выполняться в k-м периоде. Задача заключается в определении $\{X_{ik}\}$, таких, что $\sum_{k \in R_i} X_{ik}=1,\ i=\overline{1,\ n}$ и величина критерия $\psi=\sum_{k=1}^{T}\left(\sum_{i \in Q_k} X_{ik}\right)^2=\sum_{k=1}^{T} Y_k^2,\ \ Y_k=\sum_{i \in Q_k} X_{ik}$ принимает минимальное значение. Минимум критерия достигается, если $Y_k = n/T$.

Очерёдность выполнения процессов задана в виде графа (сети), вершины которого соответствует работам, а дуги отражают очерёдность выполнения работ. Выделяются два типа зависимостей. В первом случае (i, j) означает, что работа i должна закончиться не позже, чем работа j.

Зависимость первого типа. В управлении проектами это соответствует зависимостям между операциями типа «финиш–финиш» (операция j не может закончиться раньше операции i), которые слабо исследованы.

Операцию изменения интервалов проводим для всех зависимых пар (i, j) присутствует в сетевом графике. Преобразование R_i и R_j, описанное выше, приводит к тому, что если можно назначить работу j, то можно назначить работу i (если она ещё не назначена). Более того, работа i всегда будет иметь величину b_i меньше или равную, чем b_i. Таким образом, работа i всегда будет иметь приоритет в назначении перед работой j.

Методы составления расписания для случая, когда зависимости между работами относятся к типу «финиш–старт» (операция j не может начинаться, пока не закончена операция i). В этом случае задача становится сложной комбинаторной задачей оптимизации, точные методы решения которой связаны с большим перебором. Поэтому для решения задачи предлагается алгоритм, являющийся модификацией описанного выше геометрического подхода. На первом этапе производится корректировка интервалов R_i для каждой пары зависимых операций.

После завершения этапа корректировки интервалов строим область допустимых траекторий и определяем кратчайшую траекторию, нагрузку Y_k в периодах.

В работе [21] приводится способ математического описания задач распределения однородного ограниченного ресурса в многоуровневых иерархических системах.

Задача заключается в определении на заданный период планирования (месяц, квартал) плана производства для подразделений предприятия в объёмных показателях (нормо-часы, рубли, условные тонны). Особенностью рассматриваемых систем является то, что показатели искомого плана делятся на два типа: «жёсткие» и «желательные». Отсюда рассматриваемая задача является многокритериальной (учёт «желательных» показателей), ограничения которой (учёт «жёстких» показателей) в рассматриваемой модели предполагаются линейными.

Пусть $i = \overline{1, m}$ – номера подразделений предприятия, $j = \overline{1, n}$ – номера заказов, $k = \overline{1, s}$ – номера изделий. К началу планируемого периода предполагаются известными a_{ijk} – объёмы работ по k-му изделию j-го заказа, которые остались невыполненными в i-м подразделении. К показателям искомого плана могут относиться, например, величины: A_j – объём работ, который должен быть выполнен всеми подразделениями по всем изделиям j-го заказа; B_{jk} B_{jk} – объём работ, который должен быть выполнен по k-му изделию j-го заказа; C_{ij} – объём работ, который должен быть выполнен по j-му заказу в i-м подразделении. Тогда задача объёмного планирования формулируется следующим образом. Требуется определить такие величины x_{ijk} (объём работ, который будет выполнен в планируемом периоде в i-м подразделении по k-му изделию j-го заказа), для которых выполняются следующие соотношения (1.32) – (1.34):

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{s} x_{ijk} \ge A_j, \quad j=\overline{1,\,n}; \tag{1.32}$$

$$\sum_{k=1}^{s} x_{ijk} \ge C_{ij},\, i=\overline{1,m}, \quad j=\overline{1,\,n}; \tag{1.33}$$

$$0 \le x_{ijk} \le a_{\mathrm{ijk}}, \quad i=\overline{1,\,m}, \quad j=\overline{1,\,n}, \quad k=\overline{1,\,s} \tag{1.34}$$

и принимают минимальные значения критерии

$$f_i\left(\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{s} x_{ijk},\, D_i\right) \quad \text{и} \quad \varphi_{jk}\left(\sum_{i=1}^{m} x_{ijk},\, B_{jk}\right). \tag{1.35}$$

Здесь функции f_i и φ_{jk} являются функциями оценок отклонения объёмов выполняемых работ от заданных величин B_{jk} и D_i .

Рассматривается следующая задача: распределение однородного ограниченного ресурса осуществляется в k-уровневой иерархической системе, которая моделируется (k – 1)-индексной системой линейных алгебраических неравенств транспортного типа с двусторонними ограничениями. Каждое неравенство определяет некоторый элемент системы – его предельные потребности в ресурсе. Центр системы моделируется двусторонним неравенством, в котором суммирование происходи по всем (k – 1) индексам, а левая и правая границы определяют соответственно минимальный и максимальный объёмы ресурса, который распределяется в системе. Перенумеровав переменные от 1 до N, можно рассмотреть одноиндексную задачу, в которой каждому ν-му элементу иерархической системы соответственно будет неравенство

$$A_\nu^- \le \sum_{j \in Q_\nu} x_j \le A_\nu^+, \quad \vec{x} \in R^N, \ \nu = \overline{1, q}, \tag{1.36}$$

где Q_ν – множество индексов, соответствующих ν-му элементу системы, $Q_\nu \subseteq \{1, 2, ..., N\}$; A_ν^- и A_ν^+ (1.36) – соответственно минимальный и максимальный объёмы потребления ресурса ν-м элементом, $0 \le A_\nu^- \le A_\nu^+ \le \infty$.

Среди всех элементов иерархической системы выделим «контролируемые», т.е. те, для которых необходимо ввести оценки отклонения ресурса, полученного этим элементом, от заданных объёмов. Для каждого контролируемого элемента ν вводится совокупность из $p+1$ вложенных друг в друга интервалов

$$S_\nu^{(t)}, \ t = \overline{0, p}, \ p \ge 1, \ S_\nu^{(t)} \subset S_\nu^{(t+1)}, \ S_\nu^{(p)} = \left[A_\nu^-, A_\nu^+\right]. \tag{1.37}$$

Рассмотрим функцию

$$\psi_\nu\left(\sum_{j \in Q_\nu} x_j, S_\nu^{(0)}, S_\nu^{(1)}, ..., S_\nu^{(p)}\right), \tag{1.38}$$

принимающую значение t, $t = \overline{0, p}$, если $\sum_{j \in Q_\nu} x_j \in S_\nu^t$ и

$$\sum_{j \in Q_\nu} x_j \notin S_\nu^{(t-1)}. \tag{1.39}$$

Пусть для определённости контролируемыми являются элементы $\nu = \overline{1, q_0}$, $q_0 \le q$, тогда общая задача распределения однородного ограниченного ресурса в q-уровневой иерархической системе ставится следующим образом.

Задана система линейных алгебраических неравенств транспортного типа с двусторонними ограничениями (1.35)

$$A_\nu^- \le \sum_{j \in Q_\nu} x_j \le A_\nu^+, \ \nu = \overline{1, q}. \tag{1.40}$$

Требуется найти такой набор $\vec{x} \in R^N$, для которого выполняются условия (1.35) и достигают экстремальных значений функции, определённые для «контролируемых» элементов:

$$\psi_v\left(\sum_{j\in Q_v} x_j,\ S_v^{(0)},\ S_v^{(1)},\ ...,\ S_v^{(p)}\right)\to \min,\quad v=\overline{1,\ q_0}\ . \qquad (1.41)$$

В данной модели можно выделить следующие документы:

1. Заказы.
2. Материальные ресурсы.
3. Склады.

Предложенная модель позволяет описывать широкий класс практически важных прикладных задач, решение которых может быть осуществлено с использованием разработанных программных средств.

Рассматривается задача: необходимо сформировать процесс получения достоверных сведений о технологических параметрах и ущербах в условиях неопределённости [23 – 26]. С целью снижения её влияния следует объединить всю информацию, представленную как накопленной статистикой, так и экспертными оценками.

Допустим технологический процесс, для которого определен центр технологической безопасности $\tilde{s}_O$, находящийся в области технологической безопасности, т.е. области функционирования процесса, в которой значения технологических параметров процесса и ущербов p_i и $d_j \in X$ находятся в заданном диапазоне.

Пусть в начальный момент времени t_0 рабочей точке процесса соответствует ситуация $\tilde{s}^0,\ s\in S$, характеризуемая состоянием процесса p^0 и ущербом d^0, $d\in X$. И пусть имеем однозначное отображение $f: X\times U\to X$, где S – множество возможных ситуаций; X – множество возможных состояний процесса; U – множество возможных значений управляющих параметров.

Вектор управления $\bar{u} =< u_1, u_2, K, u_w >$ переводит технологический процесс из одного состояния в другое, причём такое функционирование системы, т.е. её переходы из состояния в состояние, описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} p_t = f(p_{t-1},\ u_{t-1}),\ t\in[t_0,\, t_K], \\ d_t = f(d_{t-1},\ u_{t-1}),\ t\in[t_0,\, t_K]. \end{cases} \qquad (1.42)$$

Состоянию процесса (т.е. определённому набору технологических параметров и ущербов) в любой момент времени $p_t,\ t = 0,1,\ K,\ t_K$ будет соответствовать нечёткая ситуация $\tilde{s}^t$.

При таком подходе задача управления технологическим процессом будет заключаться в том, чтобы определить такой вектор управления процессом $\overline{u}^D$, который переводит рабочую точку процесса $\widetilde{s}^*$ в область технологической безопасности.

Задача управления технологическим процессом заключается в выборе управления $\overline{u}^D$, осуществляющего переход к ситуации, имеющей минимальный индекс риска.

В ходе решения по измененным входным параметрам модель управления технологическим процессом формирует оптимальный с точки зрения технологической безопасности вектор управления. Координаты данного вектора являются установками задания при расчёте изменения соответствующих управляющих параметров процесса.

В работе [27] рассматривается задача: для заданного множества допустимых работ P , множества соответствующих процессов O , матрицы предшествования D и множества ресурсов E^P требуется построить варианты графиков выполнения процессов T , которые обеспечат выполнение работ, заданных множеством требующих выполнения работ Z . При этом должны быть соблюдены следующие условия:

– каждый производственный ресурс в один момент времени может использоваться для выполнения только одного процесса;

– соблюдается последовательность выполнения процессов;

– учитывается выработка ресурсов предшествующих процессов.

Сложность задачи заключается в том, что принимаемые решения и выбираемые стратегии деятельности ПС должны учитывать как текущую ситуацию, так и возможные будущие ситуации, которые могут иметь место при реализации решений, поэтому рассмотренная задача детализируется на следующие: введение множества ситуаций, идентификация ситуации и прогнозирование изменения ситуаций.

Введение множества ситуаций в интегрированной среде функционирования ПС включает следующие этапы: выделение возможных состояний компонентов, формирование множества ситуаций, которые оказывают существенное влияние на принимаемые решения.

В ходе решения задачи необходимо рассматривать разные варианты решения, что позволит проанализировать выполнение работ в различных условиях и сделать вывод о наиболее эффективном способе функционирования ПС.

Рассматривается задача управления технологическим процессом, которая заключается в выборе вектора управления, осуществляющего переход к ситуации, имеющий максимальный индекс безопасности.

Пусть состояние технологического процесса описывается ситуацией $\tilde{s}^*$. Вектор управления будем рассматривать как набор управляющих параметров: $u = < u_1, u_2, ..., u_m >$.

Сформируем новый вектор управления следующим образом: дадим некоторое приращение одной из координат вектора управления δ_k, $k = 1, ..., m$. Тогда $u = < u_1, u_2, ..., u_k + \delta_k, ..., u_m >$. Соответствующее приращение можно дать как одной, так и сразу нескольким координатам вектора управления. Множество векторов управления, сформированных различными комбинациями приращений, определит некоторое множество альтернатив $A_U \subseteq U$ на множестве возможных значений управления.

Каждый вектор управления, сформированный таким образом, будет осуществлять перевод процесса в соответствующую ситуацию. Конечное множество таких ситуаций совместно с текущей ситуацией $\tilde{s}^*$ образуют множество альтернатив на множестве возможных ситуаций процесса $A_S \subseteq \tilde{s}$. Из множества альтернативных ситуаций выберем ситуацию, имеющую максимальный индекс безопасности. Таким образом, вектор управления из множества альтернатив, приводящий к данной ситуации, максимально приблизит состояние процесса к области центра технологической безопасности.

На следующем шаге для текущей ситуации аналогичным образом строится множество альтернатив, из которых выбирается ситуация, имеющая максимальный индекс безопасности.

Процесс итераций считается законченным, когда улучшения ситуации не происходит и дальнейшее уменьшение приращений координат вектора управления невозможно.

1.4. КЛАССИФИКАЦИЯ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ СИСТЕМАМИ

В ходе анализа работ выделен класс задач – задачи планирования и управления распределением материальных и финансовых потоков во времени.

Задачи данного класса заключаются в нахождении оптимального распределения материальных и финансовых потоков, выборе из некоторого множества наиболее выгодных заказов в течение некоторого интервала времени и планирования работы ПС.

Целью задач данного класса является построение математической модели ПС, которая позволит составить оптимальное расписание выполнения всех планируемых заказов в заданный промежуток времени.

Данный класс задач особенно актуален, так как в состав современных ПС входят оборудование, склад, транспорт, накопители для межоперационного хранения деталей и т.д. В соответствии с заданным критерием требуется выбрать тип и количество обрабатывающего оборудования, определить объёмы складов и накопителей для межоперационного хранения деталей и технологической оснастки, а также выбрать детали из заданной номенклатуры, которые целесообразно производить в проектируемой системе. При этом на выбираемые параметры проектируемых систем накладываются ограничения.

Из анализа задач рассматриваемого класса можно сделать следующий вывод, что модели данного класса не решают поставленных перед ними задач управления. По этой причине необходим ввод новых элементов в модель ПС с полным их описанием и управлениями. В части работ присутствуют элементы ПС, которые позволят смоделировать ресурсную динамику ПС, отследить переходные процессы, выход предприятия на стационарный режим работы и определить параметры нормального функционирования ПС.

Контрольные вопросы

1. В чём заключаются задачи планирования и управления?
2. Какие элементы включают рассматриваемые модели ПС?
3. В чём состоят недостатки представленных моделей ПС?
4. Каковы достоинства представленных моделей ПС?
5. Какие этапы включает введение ситуаций в интегрированной среде функционирования ПС?

Интерактивные творческие задания

1. Провести аналитический обзор математических моделей в задачах диспетчеризации и управления производственными системами.
2. Обосновать необходимость использования новой модели производственной системы, включающей идентифицирующую и прогнозную составляющие для оценки состояния.
3. Провести анализ особенностей инновационно-производственной системы.
4. Поставить задачу управления инновационно-производственной системой.
5. Рассмотреть возможные постановки задач теории расписаний.

2. ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ УПОРЯДОЧЕНИЯ РАБОТ

2.1. ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПИСАНИЯ

Задачи упорядочения работ – это задачи оптимального распределения ограниченных ресурсов во времени. Математические модели и методы упорядочения работ изучаются в рамках теории расписаний. Рассматриваемые в теории расписаний задачи обычно формулируются в терминах обслуживания требований в системе, состоящей из одного либо нескольких обслуживающих приборов. Под термином «требования» подразумеваются обрабатываемые детали, вычислительные программы, проекты, транспортные средства и т.п. Под термином «приборы» подразумеваются станки, вычислительные машины, группы исполнителей проектов, участки дорог и т.п. Приборы являются одним из ограниченных ресурсов. Требованиям сопоставляются некоторое множество приборов, каждый из которых может или должен обслуживать данное требование. Если каждое требование может быть полностью обслужено любым из этих приборов, то обслуживающая система называется одностадийной (с одним или несколькими приборами). Если требование должно быть обслужено последовательно несколькими приборами, то говорят о многостадийных системах обслуживания. Многостадийные системы, в свою очередь, подразделяются на три основных типа: системы flow-, job- и open-shop, описание которых приведено ниже.

При групповых технологиях обслуживания предполагается, что требования обслуживаются группами либо партиями и при переходе от обслуживания требования одной группы (партии) к обслуживанию требования другой группы (партии) необходима переналадка прибора.

Построить расписание означает тем или иным способом указать для каждой пары «требование–прибор» интервал времени, в котором этот прибор обслуживает данное требование. При этом должен быть соблюден ряд ограничений, например, требование не может обслуживаться двумя и более приборами одновременно; на множество требований может быть задано отношение частичного порядка, которое нельзя нарушать, и т.п.

Интерес обычно представляет построение не любых, а лишь тех из них, которые являются оптимальными относительно того или иного критерия. Критерием может быть, например, минимальное значение общего момента завершения обслуживания всех требований, среднего времени пребывания требований в системе, суммарных затрат, суммарного либо максимального отклонения моментов завершения обслуживания требований от заданных директивных сроков и т.п.

Одна из наиболее общих постановок задачи построения оптимального расписания состоит в следующем. Имеется множество, состоящее из n требований, которое должно быть обслужено *m* приборами. Обслуживание требования прибором может происходить с *прерываниями* или *без прерываний*. В первом случае процесс обслуживания требования прибором может быть прерван и затем возобновлен в более поздний момент времени. Во втором случае такие действия запрещены. Каждый прибор может обслуживать не более одного прерывания в каждый момент времени. Каждое требование может обслуживаться не более чем одним прибором в каждый момент времени.

Поскольку, с точки зрения построения оптимального расписания, природа требований безразлична, сопоставим им числа, $j = 1, \ldots, n$, которые далее будем использовать в качестве их идентификаторов. Аналогично предположим, что приборам сопоставлены числа $l = 1, \ldots, m$.

Для требования j задана *длительность* его *обслуживания* p_{lj} прибором l, $j = 1, \ldots, n$, числа $l = 1, \ldots, m$. Кроме того, могут быть заданы другие характеристики, такие как *момент поступления* r_j, ранее которого обслуживание требования не может быть начато, *директивный срок* d_j, к которому необходимо либо желательно завершить обслуживание этого требования, *весовой коэффициент* (*вес*) w_j, характеризующий относительную важность требования j, и неубывающий функционал $f_j(t)$, определяющий *стоимость* обслуживания этого требования при условии, что это обслуживание завершается в момент времени t.

Предполагается, что эти и другие числовые параметры и значения функций являются целыми неотрицательными числами.

На множестве требований может быть определено *отношение предшествования* (*порядка*) – бинарное, транзитивное, антирефлексивное отношение. Если требование i предшествует требованию j, то обслуживание требования j не может быть начато до завершения обслуживания i.

Мы ограничиваемся рассмотрением ситуаций, в которых все параметры обслуживающей системы и требований являются *детерминированными*, т.е. заранее определёнными. Все числовые параметры и значения $f_j(t)$ предполагаются неотрицательными целыми числами.

Под *расписанием* понимается функция, которая каждому прибору l и моменту времени t сопоставляет требование, обслуживаемое прибором l в момент времени t, либо указывает, что прибор l в момент времени t простаивает. С целью корректного определения моментов завершения обслуживания требований, эта функция является полунепрерывной слева по t. Поскольку существуют различные формы представления функций, формы представления расписаний также различаются. Ими могут быть формулы, таблицы, графики и т.п. Наиболее известной графической формой представления расписаний является *диаграмма Ганнта*.

Критерием оптимальности расписания является соблюдение требованиями заданных директивных сроков, либо минимизация некоторого функционала стоимости, зависящего от моментов завершения обслуживания требований.

Задачи построения оптимальных расписаний могут быть условно разделены на несколько классов в зависимости от типа обслуживающей системы. Различают следующие типы обслуживающих систем.

Одностадийные системы. Каждое требование может быть полностью обслужено одним из m имеющихся приборов, о которых говорят, что они работают параллельно.

Многостадийные системы. Каждое требование должно быть последовательно обслужено несколькими приборами. Предполагается, что после окончания обслуживания требование немедленно освобождает прибор. Кроме того, время перехода требования с одного прибора на другой мало и им можно пренебречь. Процесс обслуживания требования прибором называется *операцией*. Момент завершения обслуживания требования равен моменту завершения выполнения последней операции этого требования. Многостадийные системы, в свою очередь, разделяются на следующие:

– *система «flow–shop»*. Каждое требование должно быть обслужено каждым из приборов $1, \ldots, m$ в порядке $1, \ldots, m$, т.е. до начала обслуживания прибором $l + 1$ обслуживание этого требования должно завершиться на приборе l, $l = 1, \ldots, m - 1$.

– *система «open–shop»*. Каждое требование должно быть обслужено каждым из приборов $1, \ldots, m$, проходя их в произвольном порядке. Маршруты прохождения приборов требованиями являются частью принимаемого решения.

– *система «job–shop»*. В этой системе требования имеют заданные, не обязательно одинаковые маршруты прохождения приборов $1, \ldots, m$, в которых приборы могут повторяться.

2.2. ПОСТРОЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ ПРИБЛИЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ

Рассмотрим задачу минимизации целевого функционала $F(x)$ на множестве X. Обозначим $F^* = \min\{F(x)|x \in X\}$. Предположим, что $F^* > 0$.

Пусть приближенный алгоритм H отыскивает элемент множества X со значением F^H целевого функционала. Введём в рассмотрение величину $\Delta_H = F^H/F^*$. Эта величина зависит от алгоритма H и от набора входных данных задачи. В данном разделе под гарантированной оценкой точности решения, получаемого при помощи H, будем понимать верхнюю оценку величины Δ_H при любом наборе входных данных задачи.

Построение эффективных приближенных алгоритмов с гарантированными оценками точности имеет смысл для NP-трудных в сильном смысле задач и NP-трудных задач, для которых не известны быстродействующие ε-приближенные алгоритмы.

В дальнейшем обозначении F^*, F^H и Δ_H используются при рассмотрении конкретных задач и конкретных приближенных алгоритмов. Смысл этих обозначений не изменяется.

Параллельные приборы. Минимизация $\sum w_j C_j$. Рассмотрим NP-трудную в сильном смысле задачу $P//\sum w_j C_j$. В этой задаче расписание однозначно определяется разбиением множества требований на подмножества $N_1, \ldots, .N_m$, где требования множества N_l обслуживается прибором l, и указанием порядка обслуживания требований в каждом подмножестве. При помощи перестановочного приёма нетрудно показать, что достаточно ограничиться рассмотрением расписаний, при которых требования каждого подмножества упорядочены по правилу SWPT, т.е. по неубыванию значений p_j/w_j. Таким образом, расписание однозначно определяется разбиением множества требований на m подмножеств.

Опишем приближенный алгоритм A решения задачи $P//\sum w_j C_j$, который состоит в следующем. Перенумеруем требования в порядке SWPT так, что $p_1/w_1 \le \ldots \le p_n/w_n$. Организуем m подмножеств $N_1, \ldots, N_m$, полагая вначале $N_1 = \ldots = N_m = \varnothing$. Будем последовательно, начиная с первого, распределять требования $1, \ldots, n$ по подмножествам.

Пусть требования $0, \ldots, k$, $k < n$, распределены, где 0 – фиксированное требование, соответствующее начальной ситуации $p_0 = 0$. Требование $k + 1$ назначается следующим образом. Обозначим $P_l = \sum_{j \in N^l} p_j$, $l = 1, \ldots, m$. Находим такое подмножество N_l, что $P_l = \min_{1 \le h \le m} P_h$. Полагаем $N_l = N_l \cup \{k+1\}$ и, если $k + 1 \neq n$, переходим к назначению требования $k + 2$.

Обозначим через $\overline{F_1^*}$ и $\overline{F_n^*}$ минимальное значение функционала $\sum w_j C_j$ при $m = 1$ и $m = n$, соответственно. Очевидно, что

$$F_1^* = \sum\nolimits_{j=1}^{n} w_j \sum\nolimits_{i=1}^{j} p_i \quad \text{и} \quad F_n^* = \sum\nolimits_{j=1}^{n} w_j p_j \ .$$

Найдём верхнюю и нижнюю оценки значения F^*. Очевидно, что $F^* < F^A$. Поскольку на итерации j алгоритма A выполняется

$$P_l = \min_{1 \le h \le n} \{P_h\} \le \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{j-1} p_i \ .$$

Имеем

$$F^A \le \sum_{j=1}^{n} w_j \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{j-1} p_i + p_j \right) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{n} w_j \sum_{i=1}^{j} p_i + \left(1 - \frac{1}{m}\right) \sum_{j=1}^{n} w_j p_j = \frac{1}{m} F_1^* + \frac{m-1}{m} F_n^* \ .$$

Для получения нижней оценки значения F^* понадобится ряд вспомогательных утверждений.

Рассмотрим NP-трудную в сильном смысле задачу об упаковке в контейнеры, которая в терминах теории расписаний может быть сформулирована следующим образом. В условиях задачи $P/d_j = d/C_j \le d_j$ предполагается, что $m = n$, $d \ge \max_l p_j$ и требуется отыскать минимальное число приборов и соответствующее расписание, при котором все требования будут обслужены к заданному директивному сроку d.

Приведем описание четырёх приближенных алгоритмов решения задачи об упаковке в контейнеры. В алгоритмах рассматривается некоторая перестановка π требований, требования последовательно выбираются из этой перестановки и назначаются на приборы в соответствии с некоторыми правилами. Резервом времени прибора l, обозначаемым R_l, называется разница между d и суммарной длительностью обслуживания требований, назначенных на прибор l.

В алгоритмах B1 и B2 перестановка π является произвольной. На шаге k алгоритма B1 или B2 выбирается требование, расположенное на месте k в перестановке π. В алгоритме B1 это требование назначается на прибор с наименьшим номером среди приборов с достаточным резервом времени для завершения этого требования в срок. В алгоритме B2 это требование назначается на прибор с наименьшим достаточным резервом времени.

Алгоритмы B3 и B4 отличаются от алгоритмов B1 и B2 соответственно лишь тем, что требования в перестановке π расположены в порядке LPT невозрастания значений p_j.

Алгоритм B1 должен быть реализован за время $O(n\log m_i)$, где m_i – количество приборов, найденное этим алгоритмом. Каждый из приборов обслуживает хотя бы одно требование. Очевидно, что $m_i \le n$, $i = 1, 2, 3, 4$.

Оценим точность полученных при помощи алгоритмов B1 – B4 решений. Не ограничивая общности, будем считать, что $d = 1$ и $p_j \le 1$, $j = 1, \ldots, n$.

Докажем ряд вспомогательных утверждений для алгоритмов B1 и B2. Введём в рассмотрение функцию $\varphi(x)$, $x \in [0, 1]$:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \frac{5}{5}x, & x \in [0, 1/6], \\ \frac{9}{5}x - 1/10, & x \in (1/6, 1/3], \\ \frac{6}{5}x + 1/10, & x \in (1/3, 1/2], \\ 1, & x \in (1/2, 1]. \end{cases}$$

Далее будем рассматривать расписания, построенные по алгоритмам B1 либо B2.

2.3. ЗАДАЧИ УПОРЯДОЧЕНИЯ РАБОТ

Многие задачи упорядочения работ, методы решения которых уже известны, являются, по существу, частными случаями известной задачи составления графика (расписания) выполнения работ производственным участком. Впервые процесс выполнения работ производственным участком был всесторонне проанализирован в работе [37].

Фундаментальным элементом процесса выполнения работ производственным участком является операция. Действительно, любая работа может быть представлена как конечный набор необходимых операций. При этом каждая операция должна выполняться определённой машиной и за определённое время (время обслуживания), специфическое для данных работы и машины.

Производственный участок – это машины, которые предназначены для выполнения заданного множества работ, или, что то же самое, множества операций. Понятие процесса выполнения работ производственным участком включает машины, работы, операции и формулировку физических ограничений, определяющих, какие операции могут быть выполнены каждой машиной.

Обобщённая задача планирования графика выполнения работ производственным участком заключается в нахождении порядка работ, при котором достигается минимизация или максимизация некоторой измеримой функции такого порядка при условии, что операции выполняются каждой машиной производственного участка в соответствии с техническими требованиями, предъявляемыми к процессу выполнения работ на данном участке (равно как и любыми другими ограничениями). В любом случае для решения задачи необходимо выполнение по крайней мере следующих условий:

– каждая машина эксплуатируется в течение непрерывного периода времени, т.е. исключается остановка или поломка машины;

– последовательность операций строго упорядочена, т.е. существует, самое большее, ещё только одна операция как непосредственно до, так и непосредственно после данной операции;

– каждая операция может выполняться только машиной одного типа из имеющихся на участке;

– на участке имеется только одна машина данного типа;

– процесс выполнения операций некоторой машиной должен быть непрерывен, т.е. следующая операция на этой же машине может выполняться только после полного завершения предыдущей;

– любая работа в каждый момент времени может выполняться только одной машиной;

– каждая машина в данный момент времени выполняет не более одной операции.

На практике любое из этих условий (ограничений) может не выполняться, и поэтому большая часть аналитических результатов теории календарного планирования отражает идеальную ситуацию.

Помимо перечисленных ранее показателями процесса выполнения работ производственным участком являются также любые дополнительные характеристики работ и операций (например, количество работ, способ их поступления на выполнение); любые дополнительные характеристики машин (например, их количество); дополнительные ограничения на порядок выполнения операций машинами; критерии оценки расписания. Именно в соответствии с данными показателями и проводятся классификация задач упорядочения работ и разработка методов их решения. При этом предполагается, что указанные условия (или ограничения) имеют место во всех рассматриваемых случаях.

Следует иметь в виду, что понятие «процесс выполнения работ производственным участком» не ограничивает наше рассмотрение планированием деятельности только промышленных предприятий, выполняющих производственные заказы, или деятельности предприятия бытового обслуживания.

В зависимости от характера, показателей процесса выполнения работ производственным участком задачи упорядочения работ могут быть разделены на детерминированные и стохастические (рис. 2.1).

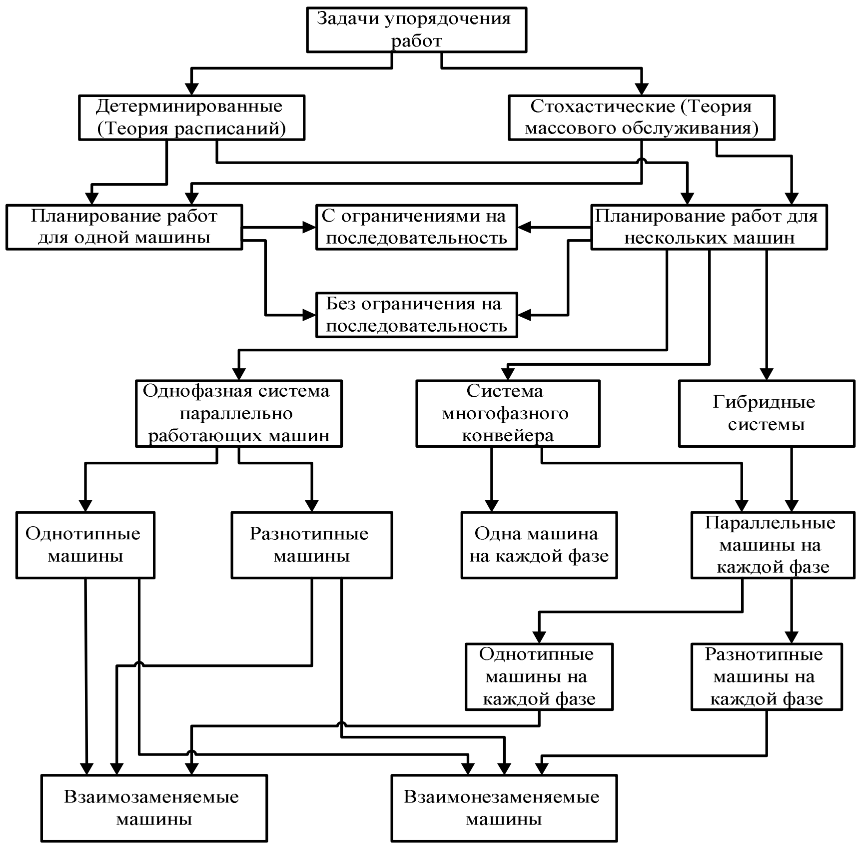

Рис. 2.1. Схема классификации задач упорядочения работ

В первом случае все параметры системы (число работ, моменты их готовности к выполнению, длительность выполнения на машинах, технологические маршруты и т.д.) и все показатели производственного участка (число машин, их доступность и т.д.) постоянны и заранее известны. Во втором случае каждый параметр системы и показатель производственного участка могут меняться случайным образом.

При использовании нескольких машин можно выделить следующие основные задачи упорядочения работ:

– все работы требуют выполнения только одной операции, которая может быть выполнена любой из имеющихся машин (главным образом однофазная система параллельно работающих машин);

– все работы состоят из одних и тех же операций, последовательность которых строго фиксирована для всех работ (многофазная система или конвейер);

– все прочие (так называемые гибридные системы). Последующая классификация задач упорядочения работ в соответствии с используемым критерием оценки графика работ. Планирование производственного процесса при наличии одной машины имеет ряд особенностей и будет рассмотрено позже.

2.4. ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ УПОРЯДОЧЕНИЯ

Основное различие между детерминированными и стохастическими задачами теории расписаний состоит в том, что в первом случае параметры системы считаются известными. В результате большинство детерминированных задач теории расписаний сводятся к задачам упорядочения. Это означает, что если задача подобного типа, то достаточно знать момент начала первой операции из работ и последовательность выполнения операций каждой машиной. Если предположить, что каждая операция начинает выполняться тотчас, как только это становиться возможным, то расписание работ может быть определено однозначно. Именно по этой причине детерминированные задачи теории расписаний называются в литературных источниках детерминированными задачами упорядочения.

На первый взгляд подобные задачи слишком элементарны. Тем не менее, их изучение представляет определённый интерес, особенно если принять во внимание следующие факторы. Во-первых, всегда существует вероятность того, что результаты анализа простой задачи могут оказаться полезными при решении более общих, сложных задач теории расписаний.

Следует отметить, что при решении задач упорядочения чаще всего предполагается, что все подлежащие упорядочению работы поступают в систему одновременно. Подобное предположение оказывается оправданным и в том случае, когда одна машина выполняет работы, время поступления которых в систему различно. В этом случае [37] требуется рассматривать прерывания операций или простои. Однако, если прерванные операции могут быть возобновлены с момента прерывания, то задача упорядочения, по существу, сводится к задаче упорядочения для случая одновременного поступления всех работ.

Решение некоторых детерминированных задач упорядочения работ, выполняемых одной машиной, довольно просты: выбор оптимального порядка работ сводится к упорядочению работ по некоторому набору значений показателей этих работ. Перечислим наиболее важные выводы, полученные в результате анализа таких задач.

Если перечень работ составлен в порядке неубывания времени выполнения каждой работы, то минимизируются такие показатели, как среднее время прохождения работы, среднее время задержки работы, среднее время ожидания, минимальное время прохождения работы, минимальное время завершения работы, минимальное время ожидания и средний объём незавершённого производства. Подобная дисциплина упорядочения обычно называется правилом «наименьшего времени обслуживания».

Если перечень работ составлен в порядке невозрастания установленных сроков выполнения каждой работы, то минимизируются такие параметры, как максимальное время задержки и максимальное время запаздывания.

Если каждой работе приписывается весовой множитель и перечень работ составлен в порядке неубывания отношения времени выполнения каждой работы к её весовому множителю, то минимизируются такие показатели, как взвешенное среднее время запаздывания и взвешенное среднее время ожидания.

Естественно, что возможны и более сложные задачи упорядочения работ, выполняемых одной машиной. В частности, такая задача возникает при выполнении смежных работ. Если выполнение смежных работ требует переналадки оборудования, то для этого необходимо вполне определённое время (время простоя). Поскольку время простоя будет зависеть не только от характера работы, но и от её места в перечне работ, то, следовательно, критерий оценки расписания будет функцией не одной переменной. В этом случае главной целью упорядочения является минимизация общего времени простоя (переналадок). Для решения этой задачи, которая, по существу, является вариантом известной «задачи коммивояжера», был разработан целый ряд методов, таких, как динамическое программирование [38, 39] и метод ветвей и границ [40]. Для решения одной частной задачи создали эффективный алгоритм неявного перебора [41, 42], основанный на построении дерева решений.

Ниже перечисляются наиболее интересные задачи упорядочения работ для одной машины и указываются дополнительные ограничения, накладываемые на процесс выполнения работ производственным участком.

- Минимизация времени прохождения при заданных связанных фиксированных последовательностях работ (называемых «цепочками») [43].
- Минимизация времени прохождения при ограничениях на последовательность выполнения работ [37].
- Минимизация общего штрафа при выполнении «взаимосвязанных» работ [44].
- Минимизация общих затрат на обработку, если машина характеризуется одним общим параметром состояния [45].
- Минимизация общих потерь при невыполнении работ в установленные сроки при условии, что стоимость задержки есть произвольная неубывающая линейная функция времени задержки для данной работы [44, 46, 47].
- Минимизация числа переналадок при условии, что работами являются партии продукции, размеры которых определяются графиком спроса [48].
- Минимизация общих потерь при невыполнении работ в установленные сроки при условии, что эти потери являются непрерывной, ограниченной, неубывающей функцией времени выполнения работы [42].
- Минимизация максимальных потерь при невыполнении работ в установленные сроки [49].
- Минимизация общих затрат на производство и хранение запасов при условии, что работы представляют собой партии продукции, размер которых определяется графиком спроса [50 – 59].
- Минимизация числа работ, которые не выполняются в установленные сроки [49].
- Минимизация общего времени задержки работ [60].
- Минимизация взвешенного общего времени задержки и взвешенного общего времени прохождения работ [61].

Вариантами задач упорядочения работ, выполняемых одной машиной, являются вырожденные случаи однофазной системы параллельно работающих машин, а также многофазной системы машин.

Обобщённой задачей упорядочения работ, выполняемых одной машиной, является случай, когда все работы состоят только из одной операции, но имеется несколько машин, которые могут выполнять каждую работу. При решении этой задачи предполагается, что все работы поступают в систему одновременно и выполняются перечисленные ранее условия, за исключением, естественно, условия, согласно которому на производственном участке имеется только одна машина данного типа.

Наиболее простой вариант рассматриваемой задачи, т.е. использование идентичных машин, был проанализирован в работе [46], автор которой показал, что в данном случае упорядочение может быть осуществлено по правилу «наименьшего времени обслуживания». Если число m машин больше числа n работ, то n работ назначаются на любые m машин. В противном случае сначала составляется перечень работ в порядке неубывания времени выполнения каждой работы, а затем назначаются первые n работ из этого перечня на первые m машин (предполагается, что машины пронумерованы произвольным образом). Последующие работы, включённые в перечень, назначаются на освобождающиеся машины. При таком подходе минимизируются среднее время прохождения работы, среднее время ожидания, среднее время задержки и среднее запаздывания. Однако это вовсе не означает, что обязательно минимизируется максимальное время прохождения и средний объём незавершённого производства.

Следует отметить, что в [56] не только предложено назначать работы на любые из m имеющихся идентичных машин, но и заложены основы для составления расписания, минимизирующего суммарные штрафы за задержку выполнения работ. Однако, если все плановые сроки равны нулю, подобное назначение исключается.

Определению нижнего уровня минимальных потерь при невыполнении работ в установленные сроки посвящена статья [62], авторы которой пришли к следующему важному выводу: при наличии m идентичных машин уровень общих потерь при невыполнении работ в заданные сроки будет ниже, если при упорядочении работ предполагается, что они назначаются не на m имеющихся идентичных машин, а на одну машину. По-видимому, именно этим можно объяснить тот факт, что при решении задач упорядочения работ, выполняемых параллельно работающими машинами, главное внимание уделяется минимизации потерь, связанных с невыполнением работ в установленные сроки.

На основе результатов, полученных в работе [46], для решения данной проблемы разработан ряд сложных алгоритмов. Ниже перечисляются некоторые задачи упорядочения работ, выполняемых параллельно работающими машинами, для которых получены алгоритмы решения.

- Минимизация общих потерь при невыполнении работ в установленные сроки при условии, что время прохождения для всех работ одинаково [63].
- Минимизация общего времени задержки при условии, что плановые сроки выполнения работ одинаковы [64].
- Минимизация суммы потерь, связанных с невыполнением работ в установленные сроки, затрат на переналадку оборудования и на обработку в случае, когда время выполнения каждой из работ может быть разным для всех машин [65].
- Минимизация суммы потерь, связанных с невыполнением работ в установленные сроки, затрат на переналадку и обработку [66].
- Минимизация взвешенного общего времени прохождения работ [67].
- Минимизация суммарного штрафа за задержку выполнения работ при условии, что все работы поступают в систему одновременно, плановые сроки их выполнения одни и те же, а штрафы являются линейной функцией времени задержки [68].
- Минимизация суммы (линейной) затрат на прохождение и ожидание [69].
- Минимизация длительности производственного цикла при одинаковой длительности выполнения работ [70].
- Минимизация длительности производственного цикла при одинаковой длительности выполнения всех работ и заданных ограничениях на последовательность их выполнения [71 – 74].

Следует ещё упомянуть работы [75–76], в которых исследовалась задача определения допустимых расписаний при назначении n работ на m идентичных машин при наличии ограничений на последовательность выполнения работ, а также на имеющиеся в распоряжении ресурсы. Ряд исследований [77–78] посвящён проблеме определения минимальной длительности производственного цикла.

Результаты многочисленных исследований алгоритмов решения задач упорядочения для параллельно работающих машин приводятся в работе [79].

В тех случаях, когда для выполнения определённой работы необходимо осуществить более чем одну операцию, то такую работу называют упорядочение работ на конвейере. Задачам подобного типа уделялось большое внимание, по многим из предложенных методов их решения являются эвристическими и не гарантируют оптимального решения с учётом возможностей ЭВМ. При детерминистическом подходе к решению таких задач предполагается, что все работы поступают в систему одновременно, целью упорядочения работ является минимизация производственного цикла максимальной длительности.

Следует отметить, что в основе почти всех задач упорядочения работ на конвейере лежит одно из наиболее интересных, с точки зрения исследователя систем, свойство такого производства. Оказывается, что при упорядочении работ m-фазного конвейера при выполнении всех необходимых условий достаточно рассмотреть только расписание, согласно которому устанавливается одинаковый порядок работ для 1-й и 2-й машин и одинаковый порядок работ для $(n - l) - l$ и m-й машин (номера машин соответствуют заданной последовательно операции). Следовательно, для конвейера с числом фаз не более трёх оптимальная последовательность операций на всех машинах обязательно будет одна и та же. Это показывает, что достаточно исследовать множество перестановок работ, не рассматривая возможность существования оптимальных последовательностей операций на каждой машине.

Если количество фаз больше трёх, то число потенциально оптимальных расписаний резко возрастает, поскольку следует рассматривать последовательность работ на каждой машине. Например, задача с 5 машинами и 10 работами требует рассмотрения (10!) возможных расписаний. В результате для решения таких m-фазных задач при $m \geq 4$ используются эвристические методы ограниченного перебора, аналогичные методам поиска приближенного решения.

Таким образом, для решения проблемы упорядочения работ многофазной статистической системы имеются простые методы, обеспечивающие точное решение для двух- и трёхфазных задач. Методы, применяемые к m-фазным ($m \geq 4$) системам, обычно используют специальные предложения и являются либо неэффективными с вычислительной точки зрения, либо дают только приближенное решение. Конечно, многие из методов, предложенных для m-фазных систем, могут применяться для двух- и трёхфазных систем, хотя первоначально они были разработаны для систем большой размерности.

Работа Джонсона [80], явилась прелюдией к интенсивным исследованиям задач упорядочения работ подобного типа. Прежде чем привести результаты, полученные Джонсом при решении задачи упорядочения работ, выполняемых двумя последовательно работающими машинами, введём следующие обозначения: A_j – время выполнения (включая настройку, если она необходима) первой операции i-й работы и B_i – время выполнения (включая настройку, если она необходима) второй операции i-й работы. Тогда, если все работы поступают в систему одновременно и целью упорядочения работ является минимизация длительности производственного цикла, то оптимальная последовательность (напомним, что она должна быть одинаковой на обеих машинах) удовлетворяет условию $\min(A_j, B_{j+1}) < \min(A_{j+1}, B_j)$ для любой пары j-й и $(j - 1)$-й смежных работ данной последовательности. По-видимому, логически оправданным было бы распространить этот результат на случай трёх машин, тем более что оптимальная последовательность работ должна быть одинаковой на всех трёх машинах. Однако, как показал Джонсон, это справедливо только тогда, когда выполняется условие $\min(A_j + B_j, C_{j+1} + B_{j+1}) < \min(A_{j+1} + B_{j+1}, C_j + B_j)$ и $\min A_j > \max B_j$ (C_j – время выполнения j-й работы на третьей машине). Поскольку последнее условие ни в коем случае нельзя считать тривиальным, то именно это и побудило многих исследователей искать иное решение данной проблемы. К наиболее выдающимся работам в этой области можно отнести работу [81], в которой дается модель целочисленного программирования, и работы, авторы которых разработали алгоритмы метода ветвей и границ [82 – 84].

Необходимо подчеркнуть ещё раз тот факт, что если число последовательно работающих машин больше трёх, то задача упорядочения работ практически не имеет точного решения. Согласно опубликованным данным, для её решения используются в основном три подхода: комбинаторный анализ, математическое программирование и управляемый перебор по методу ветвей и границ. Фактически все исследования сводятся к минимизации длительности производственного цикла. Поскольку почти во всех случаях предполагается, что последовательности выполнения работ на всех машинах одинаковы (т.е. «обгон» запрещён), то, естественно, это исключает возможность оптимального решения, так как подобное предположение справедливо только для системы, состоящей менее чем из четырёх последовательно работающих машин.

Предложено комбинаторное решение рассматриваемой задачи [75], которое, однако, оказалось исключительно сложным. В связи с этим Кэращ [86], а затем Смит и Дудек [87] попытались найти другое решение. Разработанный ими алгоритм действительно был более эффективным, но, к сожалению, не менее сложным, чем разработанный в работе [86].

Возможность решения данной задачи как задачи целочисленного программирования была проанализирована в работе [88]. Последующие исследования в этом направлении показали, что при таком подходе практически невозможно реализовать разработанные модели из-за громоздкости и сложности вычислительных процедур.

На основе метода ветвей и границ разработано не менее шести алгоритмов [89 – 92], результаты сравнения пяти из которых после их реализации на ЭВМ приведены в работе [89]. На основе полученных данных (в частности, затраченного машинного времени) был сделан вывод о предпочтительности метода, предложенного в работе [93]. Висмер [94], Сальвадор [95] показали, что если промежуточное накопление работ между смежными фазами запрещено, то задача упорядочения работ может быть сведена к задаче коммивояжера. Кембелл и другие [96] предложили разделить задачу на $p(p \leq m - 1)$ вспомогательных подзадач для m работ и двух машин, для которых может быть применен алгоритм Джонсона. Гупта [97] разработал алгоритм решения, который использует метод, называемый «лексиграфическим поиском».

Все эти методы, однако, используют предположение о сохранении последовательности работ на всех машинах. Критерием оценки расписания является минимизация длительности производственного цикла. На первый взгляд создаётся впечатление, что это предположение делается для удобства, например, чтобы уменьшить число возможных расписаний с $(n!)^m$ и сделать возможным применения комбинаторных методов и схемы прямого перебора или составить расписание, более удобное с точки зрения его реализации, но всё это можно сделать только за счёт потери оптимальности. Подобные рассуждения не являются полностью неоправданными, так как отклонение этого предположения действительно делает задачу неразрешимой с точки зрения любых практических целей. Тем не менее, исследования Хеллера [98] показали, что такое предположение может быть не только удобным, но и даёт также возможность получать решения, близкие к оптимальным.

Для системы из десяти последовательных машин Хеллер сгенерировал случайным образом 100 работ, время выполнения которых на каждой машине представляет собой целое число в диапазоне от 0 до 9 ед. Затем, используя только первые 20 работ из 100, он формировал 9037 расписаний с независимыми перестановками целых чисел от 1 до 20, определяющих порядок прохождения каждой работы на каждой машине, и нанес на график длительность производственного цикла для каждого расписания. Далее он составил ещё 12 000 расписаний для этих же 20 работ с произвольно заданным одинаковым порядком выполнения работ на каждой машине. Оказалось, что при сохранении заданной последовательности работ не только уменьшается длительность производственного цикла, но и разница между максимальной длительностью производственного цикла для первого случая и минимальной длительностью для второго составляет более 400 ед. времени. Полученный результат, безусловно, является веским аргументом в пользу обоснованности предположения о сохранении последовательности выполнения работ на многофазной системе, не говоря уже о том, что он наглядно демонстрирует практическую целесообразность такого предположения.

Наибольший интерес с точки зрения изучения гибридных систем представляет обобщённая задача упорядочения работ на многофазном конвейере с параллельными машинами на каждой фазе. При этом все работы характеризуются одинаковым числом и одинаковой последовательностью операций, каждая из которых может выполняться на одной из нескольких машин (их число не обязательно одинаково для каждой операции). Оптимальное решение подобной задачи при условии, что все работы поступают в систему одновременно, ни одна из них не может задерживаться между фазами и последовательность работ на выходе фазы одна и та же для всех фаз, было получено в работе. Соответствующий алгоритм основан на использовании методов ветвей и границ и динамического программирования. Хотя результаты вычислений оказались не слишком обнадеживающими для больших производственных систем, тем не менее этот метод был успешно применен в обрабатывающей и химической промышленности.

Каждая работа имеет специфический набор операций, которые должны быть выполнены, и имеется только одна машина, способная выполнять операцию каждого вида. Решение задачи для производственного участка с двумя машинами, когда ни одна работа не содержит более двух операций, было дано Джексоном [99]. Существует также графический метод решения задачи для двух работ и *n* машин, впервые предложенный в [100]. Более эффективное решение предложено в [101–102].

Алгоритмы для решения общей задачи планирования работ участка без ограничений были сформулированы как модели целочисленного программирования [103–104], а алгоритмы, основанные на методе ветвей и границ, были даны в работе [105]. К сожалению, для задач достаточно большой размерности все эти алгоритмы оказались не очень эффективными.

По-видимому, единственными методами решения детерминированной задачи упорядочения работ производственного участка, в общем случае дающими какую-либо надежду на получение практических (не обязательно оптимальных) результатов, являются эвристические методы, из которых наиболее известным и популярным является метод построения графика Гантта.

Другие подобные методы используют правила диспетчирования, которые в своей основе довольно разумны для локальных задач упорядочения работ, например, для планирования операций, выполняемых на одной машине, либо просто операций, относящихся к одной работе, при котором оптимизируется некоторая локальная оценка расписания. Более сложные процедуры предусматривают составление локальных расписаний во взаимодействии с человеком, принимающим участие в их создании.

Для выяснения потенциальных возможностей различных процедур построения расписаний хотя бы с точки зрения приближенной оптимизации, были проведены обширные исследования с помощью моделирования. Результаты оказались слишком громоздкими, чтобы их можно было изложить достаточно подробно.

2.5. АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ЗАДАЧ

Согласно результатам большинства исследований, детерминированное планирование использует известные априори показатели, характеризующие работы и машины, то множество последовательностей, из которого должно быть выбрано расписание, также известно и фиксировано. Как отмечает автор работы [44], выбор оптимального или «близкого» к оптимальному расписанию до сих пор осуществляется с помощью одного из четырёх подходов: комбинаторного, математического программирования, эвристического и статистического моделирования.

Комбинаторный подход в данном случае сводится к целенаправленной взаимной перестановке пар работ в некоторой исходной последовательности, пока не будет получено оптимальное решение. Основы этого подхода получили дальнейшее развитие [106 – 108].

Что касается методов математического программирования, то они включают линейное, динамическое, квадратичное, выпуклое, целочисленное программирование, а также некоторые методы теории сетей и метод неопределённых множителей Лагранжа.

Наиболее перспективными, по-видимому, являются эвристические методы, использующие направленный перебор, также как метод ветвей и границ. Подобные методы обычно находятся ближе к процедурам полного перебора всех возможных последовательностей, которые, очевидно, являются наименее эффективными для получения оптимальной последовательности. Однако они обладают единственным в своем роде свойством, позволяющим с помощью определения границ критерия оценки допустимости или доминирования исключать из рассмотрения определённые последовательности ещё до того, как для этих последовательностей был вычислен критерий оценки расписания.

Последний из указанных методов – это случайный поиск потенциально оптимальной последовательности с помощью статистического моделирования. Хеллер использовал этот метод и сформировал 3000 случайных последовательностей для участка с десятью последовательно работающими машинами. В случае, когда время выполнения операций на каждой машине предполагалось распределенным по равномерному закону, длительность производственного цикла оказалась нормально распределенной. Хотя случайная длительность операций – это прерогатива стохастической теории расписаний, тем не менее, как показано в работе [44], подобный метод может быть полезен в детерминированных задачах упорядочения работ общего вида благодаря использованию статистических свойств последовательностей (как, например, распределения длительности производственного цикла) для управления итеративным процессом выбора решения. Объём выборки можно было бы ограничивать таким заранее заданным числом испытаний, которое позволило бы делать статистически достоверные выводы относительно величины производственного цикла для выбранной последовательности, он мог бы определяться некоторым фактором, таким, как стоимость статистического моделирования. Когда предельные затраты на моделирование превышают предельную величину выигрыша от улучшения расписания, используется расписание с наименьшей длительностью производственного цикла, выбранное до этого момента. В зависимости от назначения конкретной задачи упорядочения работ можно было бы использовать другие «правила остановки».

Естественно, что необходимы методы решения, которые дают «хорошие» расписания относительно эффективным способом. Из указанных выше подходов только два последних подают в этом отношении какую-то надежду.

Основные принципы этих подходов предполагают следующую последовательность действий при анализе детерминированных задач упорядочения работ, точное решение которых либо невозможно, либо затруднительно.

- Сокращение множества всех допустимых последовательностей выполнения работ обеспечивается за счёт исключения явно недопустимых последовательностей. Многие прикладные задачи связаны с такими процессами, в которых технологические ограничения автоматически исключают определённые последовательности. Некоторые из них очевидны (например, нельзя нарезать резьбу в отверстии до того, как его просверлили), а другие не настолько тривиальны (например, химические ограничения процесса окраски). В некоторых случаях нетрудно построить множество допустимых последовательностей (вместо того, чтобы выявлять недопустимые), если ограничения достаточно строгие. Если сокращенное число последовательностей невелико, то можно прибегнуть к полному перебору.
- Исключение последовательностей с явно плохими значениями критерия оценки расписания. Для этого определяется нижняя граница меры оптимального расписания, подобно тому, как это было сделано для случая параллельно работающих машин. Так же как и в предыдущем случае, желательно, хотя и не всегда возможно, построить потенциально оптимальные последовательности. Джонсон предложил подобное решение для задач упорядочения работ, выполняемых двумя и тремя последовательно работающими машинами.
- Опробование какой-либо схемы направленного перебора, типа метода ветвей и границ или общего метода [109], если ни одна из указанных выше операций не позволяет избежать полного перебора, т.е. число допустимых решений остаётся всё ещё очень большим. Последовательно-

сти могут систематически оцениваться таким образом, чтобы можно было неявно отбрасывать большое число последовательностей путём исследования немногих. Подобные схемы иногда легко реализуются ввиду особенностей рассматриваемых задач.

- Использование менее строгих или введение дополнительных ограничений. Наиболее ярким примером такого подхода является конвейер из четырёх и более машин. Так, чтобы сделать задачу более обозримой, предположили, что последовательность выполнения работ на каждой машине должна быть одинаковой, хотя для получения оптимального решения это не обязательно.

Также было показано [95], что в практических задачах упорядочения работ, выполняемых на конвейере, делает задачу разрешимой и приводит к улучшению расписаний значительно снижает объём капиталовложений, исключение потребности в межоперационных запасах. Следовательно, прежде всего, необходимо установить, какие из существующих ограничений следует ослабить либо какие новые ограничения наложить, чтобы сделать задачу более просто решаемой. Далее надо определить условия (например, ограничения на длительность операций), необходимые для того, чтобы выполнялись (или нарушались) ослабленные ограничения либо вновь вводимые ограничения. Иногда эти условия соответствуют реально существующим, что оправдывает изменение постановки задачи.

- Разложение задачи на подзадачи. Например, можно рассмотреть возможность поиска оптимальных расписаний для каждой машины в отдельности или для некоторых подгрупп машин.
- Построение расписания с помощью случайного поиска, т.е. формирование случайным образом множества всех возможных последовательностей, или, что более предпочтительно, только множества допустимых последовательностей, если можно выделить. При помощи вычислительной машины можно легко оценить тысячи расписаний и составить статистику оценок расписания. Затем можно, используя метод статистического моделирования, как это описывалось ранее, построить приемлемые расписания. К подобному методу прибегают в тех случаях, когда все перечисленные ранее способы не дают желаемого результата.

2.6. СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ УПОРЯДОЧЕНИЯ РАБОТ И АЛГОРИТМЫ ИХ РЕШЕНИЯ

В отличие от детерминированных задач, в которых все параметры системы известны априори, стохастические задачи упорядочения работ относятся к системам, параметры которых меняются случайным образом, т.е. по некоторым законам распределения вероятностей. При анализе подобных задач не накладываются никакие ограничения, хотя, как правило, исследуются задачи со случайным моментом поступления работ и неопределённым временем их выполнения. Кроме того, могут быть случайными размер производственного участка (число машин), технологические маршруты работ и плановые сроки окончания.

Одно из существенных различий между детерминированным и стохастическим подходами к решению задач упорядочения работ состоит в выборе критерия оценки эффективности расписания. Если в первом случае управляющие переменные, относящиеся к работам и производственному участку, могут быть измерены точно и целью планирования является оптимизация некоторого обобщённого показателя, то во втором случае эти обобщённые показатели работ и производственного участка выражаются в статистических терминах и процедура оптимизации имеет совершенно иную природу. При решении стохастических задач упорядочения работ сначала получают распределение вероятности интересующего нас обобщённого показателя, например времени прохождения работы, а затем оценивают характеристики этого распределения, например среднее время прохождения. Кроме того, стохастические модели упорядочения работ являются в основном дескриптивными, тогда как в детерминированном случае желательно строить нормативные модели. Заметим, однако, что последние достижения в приложении теории оптимизации к задачам теории массового обслуживания привели также к появлению нормативных вероятностных моделей.

Кроме того, существенно отличаются методы построения расписания. Для детерминированных задач определяется последовательность поступления работ на машины. В стохастическом случае, когда работы поступают случайным образом, обычно имеют дело с постоянной очередью работ, ожидающих выполнения на каждой машине. Последовательность, в которой эти работы должны обрабатываться машиной, может быть определена только некоторой дисциплиной выбора из очереди (этот термин часто используется в теории массового обслуживания наряду с термином «правило приоритетов»), определяющей, какая одна из работ, ожидающих в очереди, должна обрабатываться, когда данная машина доступна для обработки. Следует иметь в виду, что стохастические задачи упорядочения работ, по определению, являются задачами теории массового обслуживания. Результаты исследований стохастических задач приводятся ниже в соответствии с представленной ранее схемой классификации.

Исследованию задач упорядочения работ, выполняемых одной машиной, или, используя терминологию теории массового обслуживания, одноканальной системы массового обслуживания, посвящено довольно большое число работ [37 – 110].

Основная масса исследований по теории расписаний обычно придерживается ограничений простого процесса выполнения работ производственным участком, о котором говорилось ранее, за исключением тех моделей, при разработке которых делаются различного рода допущения о возможности прерывания работ.

Ниже перечислены дисциплины обслуживания очереди (последовательности работ), представляющие наибольший интерес для стохастической задачи упорядочения работ при использовании одной работы. Здесь также даются ссылки на соответствующие работы. В некоторых случаях приводятся формулы для моментов результирующих распределений вероятностей времени ожидания, времени прохождения и числа работ в системе.

- Обслуживание в порядке поступления, т.е. прямой порядок обслуживания («первым прибыл – первым обслужен»): первой выполняется работа с большим временем ожидания.

- Обслуживание в обратном порядке («первый прибыл – последним обслужен»): первой выполняется работа, которая ожидает меньше всего. При этой дисциплине обслуживания среднее время ожидания и среднее время прохождения такие же, как и в предыдущем случае.

- Обслуживание в соответствии с установленным приоритетом работ без их прерывания: работы, поступающие в систему, относятся к одному из конечного числа классов по приоритету; первой выполняется работа, которая из класса с наивысшим приоритетом имеет наименьшее время ожидания [111].

- Дисциплина обслуживания кратчайшей заявки: работы, поступающие в систему, относятся к одному из классов по приоритету, который устанавливается в зависимости от распределения времени выполнения данной работы; первой выполняется работа с наивысшим приоритетом (с наименьшим ожидаемым временем выполнения) [104].

- Обслуживание в соответствии с установленным приоритетом с прерыванием и возобновлением обслуживания: если поступает работа с более высоким приоритетом, чем работа, которая выполняется, выполнение последней прерывается и она возвращается в начало очереди своего класса [112 – 115].

- Обслуживание в соответствии с установленным приоритетом с прерыванием и возобновлением прерванной работы с точки прерывания [115 – 117].

- Обслуживание по принципу «наименьшего оставшегося времени обслуживания»: прерывание допускается, и длительность обслуживания после прерывания работы равна лишь времени, необходимому для её завершения [118].

Ниже приводятся наиболее интересные результаты, полученные при сравнении приведённых дисциплин по среднему времени прохождения с помощью моделирования. Эксперименты проводились при различных скоростях поступления работ и экспоненциальном и равномерном распределении времени их выполнения.

Дисциплина обслуживания по принципу наименьшего оставшегося времени обслуживания во всех случаях обеспечивает минимум среднего времени прохождения. Другие дисциплины, зависящие от времени выполнения, по-видимому, также позволяют сократить среднее время прохождения до значений более низких, чем при прямом порядке обслуживания.

Дисциплины с прерыванием обслуживания не обладают особыми преимуществами по сравнению с другими дисциплинами, и к тому же трудны для реализации на практике.

Из дисциплин, по крайней мере, с двумя классами приоритетов в случае экспоненциального распределения времени выполнения работы дисциплины без прерывания, даёт лучшие показатели, чем дисциплина с прерыванием. Ситуация меняется при возрастании числа классов.

При прямом порядке обслуживания и экспоненциальном распределении времени выполнения работ среднее время прохождения всегда больше, чем при равномерном распределении времени выполнения.

Анализ плановых сроков окончания работ, который приводит к рассмотрению запаздывания и задержек, значительно более сложен, чем любой из приведённых до сих пор результатов [118 – 120].

Стохастическая задача упорядочения работ для параллельно работающих машин до сих пор подробно не исследовалась. Это справедливо и в отношении эквивалентной проблемы теории массового обслуживания – однофазной многоканальной системы массового обслуживания. Судя по имеющимся результатам, большинство авторов исследовали рассматриваемую задачу при прямом порядке обслуживания очереди, т.е. когда на освободившуюся машину назначается первая из очереди работа.

Более интересной является задача назначения работ в одну из нескольких очередей к машинам с возможным изменением очереди перед выполнением. При решении задач подобного типа, как правило, предполагается существование общей очереди, прямой дисциплины обслуживания, наличие идентичных машин с отрицательным экспоненциальным распределением времени выполнения работ.

Важнейшим результатом немногочисленных исследований стохастической задачи планирования выполнения работ на многофазном конвейере является метод декомпозиции [121], разработанный в предположении, что выполняются следующие условия:

- работы поступают к машинам либо извне (в соответствии с пуассоновским распределением), либо от машины, выполнявшей предыдущую операцию;
- работа с известной вероятностью может покинуть производственный участок после любой машины;
- дисциплина выбора из очереди для любой машины зависит от времени прохождения.

При выполнении этих условий каждую машину участка можно рассматривать независимо от других. Интенсивность пуассоновского потока поступления работы на каждую машину определяется как композиция интенсивности потока поступления работ извне и вероятностей их вывода из системы.

Поскольку перечисленные условия не являются необычными для стохастических систем, то метод декомпозиции позволяет использовать для анализа многофазного конвейера методы планирования работ для одной машины.

Основным методом решения общей стохастической задачи упорядочения работ является метод декомпозиции, который был разработан Джексоном в предположении, что «сеть массового обслуживания» или гибридная стохастическая система удовлетворяют следующим условиям.

- Работы поступают на производственный участок из внешнего источника в соответствии с пуассоновским распределением.
- Время прохождения для каждой машины имеет экспоненциальное распределение.
- Работы распределяются между машинами либо покидают производственный участок в соответствии с заданным набором вероятностей.
- Дисциплина обслуживания очереди для любой машины не зависит от времени прохождения.

При выполнении этих условий можно считать, что для каждой машины на производственном участке имеется независимая задача упорядочения работ (массового обслуживания) с одной машиной. Соответственно при анализе гибридной системы, удовлетворяющей этим условиям, можно полностью использовать результаты, полученные для многочисленных моделей с одной машиной.

Так же как и в случае стохастического конвейера, возможность декомпозиции приводит к тому, что сложный гибридный производственный участок практически всегда анализируется по частям.

В силу природы стохастических задач упорядочения работ зависимость между различными дисциплинами обслуживания очереди и критериями оценки расписания, за исключением случая, когда рассматривается одна машина, не может быть установлена аналитически. Экспериментальное определение подобной зависимости связано со значительными затратами денежных средств и времени, поэтому единственным эффективным методом исследования таких задач оказывается комплексное моделирование, в частности статистическое моделирование с использованием ЭВМ для хранения, обработки и поиска данных. Статистическое моделирование, как правило, предполагает выполнение следующих основных (сравнительно простых) операций.

- Все переменные состояния системы хранятся в ЭВМ. В число переменных входят, например, состояние каждой работы (где она «находится»), число работ в очереди к машине и определяющие их характеристики, время, когда освободится каждая машина, и общее время ожидания для каждой работы.
- Процесс наступления случайных событий, таких, как поступление работы в систему, завершение выполнения работы и распределение работы на следующие машины, моделируется с помощью случайного выбора в соответствии с функцией распределения вероятностей, описывающей действительный процесс возникновения этих событий.
- Наступление детерминированных событий, таких, как выбор из очереди к машине, когда машина становится доступной, контролируется с помощью хронологического перечня этих событий. Этот перечень постоянно обновляется при возникновении моделируемых случайных событий и изменении переменных состояния системы. Данные события осуществляются просто путём обновления переменных состояния системы в соответствии с влиянием, которое события оказывают на систему. Например, когда машина становится доступной, некоторая работа выбирается из очереди в соответствии с заданной дисциплиной обслуживания. Затем пересчитывается время ожидания для этой работы, время, когда машина освободится в следующий раз, и т.д.

Когда такой процесс заканчивается, переменные состояния системы, соответствующие определённому интервалу времени, будут содержать интересующую исследователя информацию, например среднее время прохождения работ, среднее число работ в очереди, среднее время задержки работ, для которых установлены плановые сроки и т.д.

При решении задачи обычно принимается предположение относительно простого процесса выполнения работ на производственном участке, пуассоновского распределения времени поступления работ в систему и вероятности выбора каждой машины на участке в качестве «следующей» для выполнения работы. Благодаря общности этого подхода отсутствуют какие-либо ограничения на показатели работ и производственный участок, которые могут изменяться случайным образом, а также на моделируемую дисциплину обслуживания очереди или контролируемый критерий оценки расписания.

2.7. КЛАССИФИКАЦИЯ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ УПОРЯДОЧЕНИЯ

Результатом многочисленных исследований в области упорядочения работ являются модели, алгоритмы, процедуры, и т.п., включая простейшие графики Гантта и сложнейшие модели оптимизации. Очевидно, что круг теоретических проблем, обусловленных этими исследованиями, столь же обширен. Поскольку, однако, большинство задач упорядочения является по своей природе комбинаторными, то и методы их решения оказываются громоздкими, как правило, итеративными и дорогими, требующими больших затрат машинного времени. Не исключено, что некоторые из этих «решений» никогда не будут реализованы.

Согласно результатам работ по «теории сложности», определённые комбинаторные задачи могут быть подразделены на задачи «P-временные» и «NP-временные» в зависимости от того, ограничено их «время» решения полиномиальной функцией или нет. Применяя эту теорию к задачам упорядочения, Брукер и другие показали, что некоторые из этих задач относятся к NP-многообразию, следовательно, в данном случае оправданы только методы решения, основанные на переборе в виде обобщённого метода ветвей и границ.

Очевидно, что разработка и использование аналогичных методов является наиболее перспективным направлением дальнейших исследований в области упорядочения. Нам представляется, что поиск наиболее эффективных методов определения «хороших» графиков, а не самых неэффективных из числа возможных, но обещающих оптимальное решение, – вот основная задача, стоящая перед исследователями систем, на успешное решение которой так надеются практики.

В общем случае статистические методы связаны с n-кратным моделированием, в частности, календарных планов. С увеличением n возрастает «точность» решения задачи, но величина n ограничена возможностями ЭВМ и располагаемым для решения задачи временем. Статистические методы как методы случайного поиска применяются для решения различных задач оптимизации, особенно сложных задач большой размерности с произвольным заданием целевой функции и ограничений, когда регулярные методы неприменимы.

В процессе функционирования метода случайного поиска расписания можно выделить два важных этапа: 1) моделирование последовательности случайных расписаний A_1, A_2, …, причём любое A_i может моделироваться многократно; 2) выделение из случайных реализаций наилучшего расписания, которое является приближением к оптимальному. При этом, как и выше, различают: а) ненаправленный равновероятный случайный поиск; б) направленный случайный поиск без самообучения; в) направленный случайный поиск с самообучением.

Ненаправленный случайный поиск. Ненаправленный случайный поиск, или так называемый метод Монте-Карло, заключается в построении последовательности независимых случайных расписаний при условиях равномерного распределения в области D (здесь – без функций предпочтения). Далее определяются значения $T(A_i)$ и находится $T(A_i) = \min T(A_i)$. Если p – вероятность получения оптимального плана при одном испытании, то вероятность обнаружить оптимальный план хотя бы в одном из k испытаний есть $p_k = 1 - (1 - p)^k$. Если задать уровень вероятностей p_k, то легко подсчитать число необходимых испытаний. Это обстоятельство приводит к всевозможным модернизациям методов ненаправленного случайного поиска, к разработке специальных методов с предпочтительным характером поиска, используются сочетания методов Монте-Карло и всевозможных правил приоритетов и т.д.

Методы направленного случайного поиска. Другой характер носят методы направленного случайного поиска без самообучения. Под этим названием подразумевают группу методов, где улучшение сходимости достигается за счёт разумной организации поиска, при которой отдельные испытания становятся более зависимыми между собой, т.е. результаты уже проведенных испытаний используются для формирования последующих. Примерами направленного случайного поиска без самообучения могут служить алгоритмы поиска с возвратом и поиска с перерасчётом. В первом случае моделируется следующая случайная точка (расписание) и определяется $\Delta T = T(A_i) - T(A_{i-1})$. Если $\Delta T < 0$, то шаг считается удачным. Если $\Delta T > 0$, то возвращаемся в исходную точку и моделируем новое расписание. Во втором случае после неудачной попытки делается новый шаг из новой (плохой) точки, сравнение показателя качества производится с ранее рассчитанным (лучшим) показателем.

Направленный случайный поиск с самообучением предполагает более полное использование информации о прошлом. Если в предыдущих методах связь между последовательными шагами либо вовсе отсутствовала, либо была достаточно определённой, то в методах с самообучением характер этой связи всё время меняется. Самообучение проявляется в перестройке вероятностных характеристик поиска с целью воздействия на последующий случайный выбор аналогично рассмотренному выше. Для составления расписаний случайный поиск с самообучением, как было указано ранее, сочетается с эвристическими методами.

Контрольные вопросы

1. Что означает «Построить расписание»?
2. В чём суть задачи об упаковке в контейнеры?
3. В чём заключается обобщённая задача планирования графика выполнения работ производственным участком?
4. Каково различие между детерминированными и стохастическими задачами теории расписаний?
5. Каковы достоинства эвристических методов?
6. Что представляет собой график Гантта?

Интерактивные творческие задания

1. Обсудить общую постанову задачи построения оптимального расписания.
2. Провести анализ приближенных алгоритмов с гарантированными оценками точности.
3. Поставить задачу планирования графика выполнения работ производственным участком.
4. Провести анализ особенностей составления расписаний с помощью одного из четырёх подходов: комбинаторного, математического программирования, эвристического и статистического моделирования.
5. Исследовать стохастическую задачу упорядочения работ для параллельно работающих машин.

3. ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПИСАНИЯ

3.1. ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО РАСПИСАНИЯ ЗАДАННОГО НАБОРА РАБОТ НА ИМЕЮЩЕМСЯ ОБОРУДОВАНИИ

Выбор оптимального расписания заданного набора работ на имеющемся оборудовании исследуется уже давно, но оптимальные решения получены лишь для простейших случаев. Алгоритмы построения расписаний без проведения полного или частичного перебора вариантов являются решающими эвристическими правилами и играют важную роль в прикладной теории расписаний. Однако эвристические алгоритмы основаны на приёме, который называется «снижением требований». Он заключается в отказе от поиска оптимального решения и нахождения вместо этого «хорошего решения» за приемлемое время. Методы, применяемые для построения алгоритмов такого типа, сильно зависят от специфики задачи, т.е. универсального алгоритма не существует и использование того или иного эвристического правила нужно начинать после того, как конкретная производственная задача была решена разными методами и выбрано более подходящее решение, согласно экспертным оценкам с учётом требуемых ограничений и критериев оптимальности.

Научное направление Natural Computing, интенсивно развивающееся в последнее время, основано на принципах природных механизмов принятия решений и включает генетические алгоритмы, нейросетевые вычисления, клеточные автоматы, муравьиные алгоритмы, метод роящихся частиц, табуированный поиск и др.

Генетические алгоритмы, используя аналогию между естественным отбором и процессом выбора наилучшего решения из множества возможных, являются одним из самых распространённых вариантов реализации эволюционных алгоритмов. Моделируя отбор лучших планов как процесс эволюции в популяции особей, можно получить решение задачи оптимизации, задав начальные условия эволюционного процесса. В современных условиях локальный поиск на базе генетических алгоритмов реализуется достаточно просто. Преимуществом генетических алгоритмов перед другими является простота их реализации, относительно высокая скорость работы, параллельный поиск решения сразу несколькими особями, позволяющий избежать попадания в «ловушку» локальных оптимумов (нахождения первого попавшегося, но не самого удачного оптимума). Недостаток – сложность выбора схемы кодирования, т.е. выбора параметров и вида их кодирования в «хромосомах», возможность вырождения популяции, сложность описания ограничений планирования. В силу этих факторов, генетические алгоритмы нужно рассматривать как инструмент научного исследования, а не средство анализа данных.

Метод роящихся частиц (particle swarm) наиболее простой и один из самых молодых методов эволюционного программирования. Группа исследователей пришла к выводу о возможности решения задач оптимизации с помощью моделирования поведения групп животных. Этот алгоритм благодаря своей простоте (менее десяти строк кода) и скорости считается очень перспективным для задач планирования.

Табуированный поиск (Tabu Search) представляет собой вариацию известного метода градиентного спуска с памятью. В процессе поиска ведётся список табуированных (запрещённых для перехода) позиций из числа уже рассчитанных. Критическими параметрами алгоритма является диапазон запретов. В процессе поиска осуществляются операции включения в запрещённый список состояний вокруг текущего состояния, что добавляет фактор случайности в процесс поиска.

С целью уменьшения времени ожидания обработки для всех деталей или узлов заказа, простоев оборудования, а также сокращения времени всего производственного цикла выполнения заказа решение задачи оптимизации производственного процесса можно выполнять в соответствии со следующими критериями:

1) минимизация времени ожидания обслуживания, т.е. обеспечение комплектного выпуска деталей, улучшение структуры штучно-калькуляционного времени;

2) минимизация простоев оборудования (максимальная загрузка);

3) минимизация времени выполнения всех работ по комплекту деталей.

Сущность оперативно-календарного планирования отражает критерий оптимальности – минимизация длительности выполнения плана или суммарного времени ожидания обслуживания деталей (изделий). Таким образом, поиск оптимального плана – это сведение к минимуму не столько простоя оборудования, сколько времени, в течение которого детали ожидают обработки. Сведение к минимуму времени ожидания обеспечивается расчётом времени обработки всех деталей, при котором наилучшим образом синхронизируется длительность технологических операций и повышается загрузка оборудования. В единичном производстве возникают частые простои оборудования из-за сложности оперативного управления, которое включает построение календарных планов на короткие промежутки времени (неделя, сутки, смена). При разработке планов необходимо учитывать состояния всех элементов производственной системы: работоспособность оборудования, обеспеченность материалами, наличие необходимых инструментов.

Многие реальные производственные задачи формулируются как поиск оптимального значения, где значение – это сложная функция, зависящая от многих входных параметров. Оптимизация многопараметрических функций – наиболее популярное приложение генетических алгоритмов. При формировании расписания некоторые параметры имеют случайный характер, что влияет на ход производства и исполнение плана. Расписание является идеализацией технологического процесса. В реальных условиях возникают отклонения, которые могут быть связаны с поломками оборудования или инструмента, отсутствием сырья на складах, браком какой-либо детали. Возникает необходимость внесения изменений в расписание. Поэтому качество составленного в процессе перепланирования расписания зависит от того, какие данные можно ввести в систему в рамках контроля отклонений и сколько на это потребуется времени. Перепланирование является одним из важных элементов поддержания расписания в актуальном состоянии.

Использование эволюционных методов, например, муравьиного алгоритма, позволяет решить задачу минимизации переналадки и простоев оборудования при большом числе станков. Процесс переналадки занимает важное место в системе планирования, так как он занимает значительную часть общего календарного времени (от нескольких часов до целой смены). Чем чаще требуется переналадка (по условиям производства), тем больше оказываются потери времени. Поэтому одной из основных задач является совершенствование систем переналадки оборудования, а также использование методов, которые позволяют получить оптимальную последовательность обработки деталей на станках с минимальными потерями времени на переналадку. По сравнению с другими методами данный алгоритм даёт наилучшие решения, но требует больше времени на вычисления, чем, например, табуированный поиск, который находит хорошее решение (но не оптимальное) в пять раз быстрее. Использование генетического алгоритма для решения задачи распределения заказов по станкам и равномерной их загрузки позволяет получить решение, почти такое же, как и муравьиный алгоритм. При этом время поиска решения на 15% меньше, результат отличается не более чем на 2%. При малых объёмах задачи дают одинаковые результаты. Сравнивая муравьиный алгоритм с точными методами, например динамическим программированием или методом ветвей и границ, можно сказать, что он находит близкие к оптимальному решению за значительно меньшее время даже для задач небольшой размерности.

Вышеописанные алгоритмы оптимизации для составления детальных производственных расписаний относятся к классу APS-систем (Advanced Planning & Scheduling), относительно молодому направлению корпоративных информационных систем. Являясь инструментами имитационного моделирования производственной деятельности, APS-системы применяются для поддержки принятия решений при оперативном управлении предприятием.

В результате анализа существующих систем планирования выявлены следующие недостатки:

– разработанные модели не позволяют учитывать многие факторы, влияющие на ход производства, которые для разных предприятий могут быть индивидуальны;

– использование только математических методов ограничивается невозможностью быстрого реагирования на возникающие ситуации, требующие немедленной корректировки планов.

Для исключения недостатков подобных разработок необходимо использовать эволюционные методы, которые позволили бы получать оптимальные решения проблем реальных производственных ситуаций за малое время. При решении такие методы рассматривают систему планирования как чёрный ящик, когда на входе задаются различные значения параметров планирования, после чего оценивается эффективность получаемых расписаний с точки зрения ключевых показателей эффективности.

На основе анализа существующих разработок в области эволюционных методов перспективным решением сложных комбинаторных задач оптимизации является гибридное использование генетического и муравьиного алгоритмов. Это позволит существенно улучшить систему оперативного планирования, тем самым сократив время получения оптимальных или приемлемых производственных расписаний. Также при появлении случайных событий, влияющих на процесс производства, позволит быстро реагировать на изменение и внесение корректив в исходные данные.

Метод комбинирования эвристик заключается в применении на каждом шаге синтеза расписаний наилучшей из множества быстрых эвристик, каждая из которых строит допустимое расписание, а поиск оптимальной комбинации эвристик реализуется с помощью генетических алгоритмов.

В основном варианте алгоритма хромосома (запись) состоит из N (полей). Значениями генов являются номера эвристик. В начале алгоритма формируется исходное поколение, т.е. случайным образом генерируются значения генов в хромосомах. Для каждого экземпляра хромосомы по заданным в ней номерам эвристик определяется расписание и для него рассчитывается значение функции пригодности. Далее организуется циклический процесс смены поколений. На каждом витке цикла многократно выполняются следующие операторы:

– выбор пары родительских хромосом, при этом вероятность выбора l-й хромосомы P зависит от значения $P_n(r)$, чем выше пригодность, тем выше вероятность выбора хромосомы l;

– кроссовер, заключающийся в разрыве родительских хромосом в случайно выбранной позиции и в образовании хромосом-потомков путём рекомбинации частей хромосом;

– вычисление значений функции пригодности $F(p)$ для потомков;

– селекция – выбор среди хромосом родителей и потомков кандидатов на включение в новое поколение (например, включение только лучшего из двух потомков).

Вместо кроссовера с некоторой вероятностью может производиться мутация – присвоение в выбранной хромосоме одному или более генам случайных значений. Способы выполнения операторов селекции, кроссовера, мутации могут варьироваться.

Специфика рассматриваемой задачи отражена в эвристиках построения расписания. Каждая эвристика включает в себя правило выбора очередной работы и правило её назначения на определённую машину, например:

– выбирается работа с наименьшим временем окончания обслуживания на предыдущей стадии;

– выбирается работа с наименьшим значением директивного срока $К_i$;

– выбирается машина, на которой обслуживание данной работы закончится раньше, чем на других машинах;

– выбирается машина, на которой обслуживание будет самым дешёвым.

3.2. ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАГРУЗКИ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Базовый вариант задачи оптимизации загрузки взаимозаменяемого оборудования соответствует производственной системе (участку), предназначенной для выполнения одной технологической операции и оснащённой взаимозаменяемым производственным оборудованием (рис. 3.1).

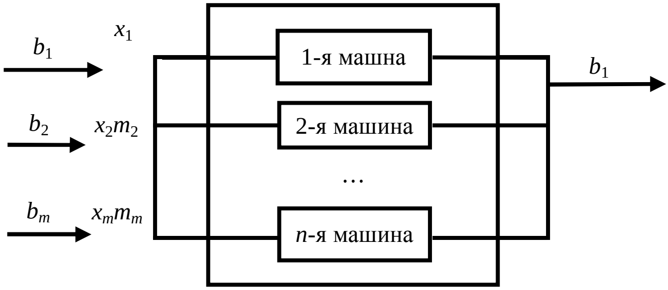

Рис. 3.1. Структурная схема производственной системы с взаимозаменяемым оборудованием

Задачу оптимизации загрузки взаимозаменяемого оборудования сформулируем следующим образом. На участке, оснащённым m разнотипными взаимозаменяемыми машинами, планируется обработка n заказов. Известны фонды машинного времени (ч) для каждой машины a_i, i = 1, …, m; производственные задания (уч. ед.) по каждому заказу b_j, j = 1, …, n; время, затраченное на обработку одной учётной единицы каждого заказа на каждой машине t_{ij}, i = 1, …, m, j = 1, …, n. Кроме того, определены удельные затраты (в ден.ед/уч.ед.), связанные с обработкой заказов на разных машинах c_{ij}, i = 1, …, m, j = 1, …, n.

Требуется распределить заказы на машины, чтобы минимизировать суммарные затраты на выполнение производственных заданий по всем заказам, обеспечивая при этом работу каждой машины в пределах располагаемого фонда машинного времени.

В данном случае, с позиции обобщения модели академика Л.В. Канторовича, имеет место производственная система с накапливаемыми и потребляемыми ингредиентами. К накапливаемым ингредиентам относятся обрабатываемые заказы, потребляемым – машинное время используемого оборудования. Общее число ингредиентов равно $m + n$. Способы функционирования рассматриваемой системы определяются видами заказов, обрабатываемых на разных машинах. Общее число способов функционирования равно mXn. Для обозначения интенсивностей способов функционирования рассматриваемой системы удобно применять переменные с двумя индексами: x_{ij}, i = 1, …, m, j = 1, …, n. Первый индекс указывает тип машины, второй – вид заказа, а в целом x_{ij} обозначает число учётных едениц j-го заказа, обрабатываемых на i-й машине.

Математическая модель задачи оптимизации загрузки взаимозаменяемого оборудования имеет вид:

найти min $f=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij},\, x_{ij}$ при условиях

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} t_{ij}x_{ij} \le a_i, \;\; i=1, \vec{m}; \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} x_{i,\, j+1}} = \dfrac{k_j}{k_{j+1}}, \;\; j=1, \vec{n}-1; \\ x_{ij} \ge 0, \;\; i=1, \vec{m}, \;\; j=1, \vec{n}. \end{cases}$$

В качестве целевой функции в экономико-математической модели задачи оптимизации загрузки взаимозаменяемого производственного оборудования могут использоваться:

– суммарное время занятости оборудования $f=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij},\, x_{ij}$, которое минимизируется;

– суммарная прибыль от реализации изготовленной продукции $f=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}p_{ij},\, x_{ij}$, где p_{ij}, i = 1, …, m, i = 1, …, n – прибыль от реализации продукции i-го вида, изготовленной на m-й машине; суммарная прибыль P максимизируется при поиске оптимального плана загрузки оборудования.

Если должно быть выполнено требование комплектности производимой продукции и максимизируется количество изготовленных комплектов продукции X, экономико-математическая модель рассматриваемой задачи преобразуется в следующий вид:

найти max $X=f=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}x_{ij}$ при условиях

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} t_{ij}x_{ij} \le a_i, \;\; i=1, \vec{m}; \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} x_{i,\, j+1}} = \dfrac{k_j}{k_{j+1}}, \;\; j=1, \vec{n}-1; \\ x_{ij} \ge 0, \;\; i=1, \vec{m}, \;\; j=1, \vec{n}, \end{cases}$$

где k_j, $j = 1, \ldots, n$ – количество единиц продукции j-го вида, включаемых в один комплект продукции.

Возвращаясь к базовой экономико-математической модели задачи оптимизации загрузки взаимозаменяемого производственного оборудования, отметим, что в литературе по математическому программированию подобные оптимизационные задачи называются распределительными. Частным случаем распределительных задач является транспортная задача.

Постановка транспортной задачи сводится к следующему. В пунктах отправления (у поставщиков) сосредоточено a_i, $i = 1, \ldots, m$ – единиц однородного груза, который следует доставить в пункты назначения (потребителям) с потребностями в грузе b_j, $j = 1, \ldots, n$. В базовой (закрытой) модели транспортной задачи предполагается, что суммарные запасы груза в пунктах отправления равны суммарным потребностям в грузе пунктов назначения:

$$\sum\nolimits_{i=1}^{m} b_i =: \sum\nolimits_{j=1}^{n} b_j \ .$$

Известны затраты на перевозку единицы груза из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения: c_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$. Необходимо составить план перевозки груза, при котором весь груз будет вывезен из пунктов отправления, в каждый пункт назначения будет доставлено требуемое число единиц груза и при этом общие за траты на перевозку груза будут минимальны.

Обозначим x_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$ – число единиц груза, подлежащих перевозке из i-го пункта отправления в j-й пункт назначения, f – суммарные затраты на перевозку груза. Математическую модель закрытой транспортной задачи запишем в виде:

найти min $f = \sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} c_{ij},\ x_{ij}$ при условиях

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i,\ i = 1, \vec{m}; \\ \sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j,\ j = 1, \vec{n} - 1; \\ x_{ij} \geq 0,\ i = 1, \vec{m},\ \ j = 1, \vec{n}. \end{cases}$$

Данная модель представляет собой каноническую задачу линейного программирования с$m \times n$ неизвестными и $(m + n)$ ограничениями. Первая группа ограничений (первые m уравнений) соответствуют условиям вывоза груза из каждого пункта отправления во все пункты назначения в количестве, равном запасу груза данном пункте отправления. Вторая группа ограничений (последние уравнения) соответствует условиям доставки груза в каждый пункт назначения из всех пунктов отправления в количестве равном потребности грузе данного пункта назначения.

Если суммарные запасы груза в пунктах отправления превышают суммарные потребности пунктов назначения или, наоборот, меньше суммарных потребностей, имеет место открытая модель транспортной задачи. В первом случае ограничения первой группы, связанные с пунктами отправления, а во втором случае ограничения второй группы, связанные с пунктами назначения, записываются в виде неравенств.

Частным случаем транспортной задачи является задача о назначениях. Имеется n должностей и претендентов на эти должности. Известна полезность каждого претендента при назначении на каждую из должностей, т.е. задана матрица c_{ij}, i, j = 1,…, n. Требуется провести назначение каждого претендента на одну из должностей, обеспечив при этом максимальную суммарную полезность назначений.

Обозначим x_{ij}, i, j = 1, …, n неизвестные, которые будут принимать значение, равное единице, если i-й претендент получает назначение на j-ю должность, и нулю – в противном случае; через f обозначим суммарную полезность назначений. Тогда математическая модель задачи о назначениях запишется в виде:

найти max $f = k_j \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij}, \; x_{ij}$ при условиях

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \; i = 1, \vec{m}; \\ \sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \; j = 1, \vec{n} - 1; \\ x_{ij} \geq 0, \; i = 1, \vec{m}, \; j = 1, \vec{n}. \end{cases}$$

Переменные, которые могут принимать одно из двух значений: ноль или единица, называют булевыми переменными. Задача о назначениях является задачей с булевыми неизвестными – частным случаем задачи целочисленного линейного программирования.

Одно из свойств транспортной задачи состоит в том, что при целочисленных значениях запасов груза в пунктах отправления и потребностей в грузе пунктов назначения оптимальный план перевозок груза также будет целочисленным (если транспортная задача имеет не один, а множество оптимальных планов, при целочисленных значениях запасов и потребностей хотя бы один из оптимальных планов будет целочисленным). Поэтому для решения задачи о назначениях применимы методы решения транспортной задачи.

Рассматриваемая ниже методика решения и пост оптимизационного анализа задачи оптимизации загрузки производственного оборудования может быть применена и для таких важных приложений, как транспортная задача и задача о назначениях.

3.3. ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ЗАГРУЗКИ НЕВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОГО ОБОРУДОВАНИЯ

При решении задачи о загрузке невзаимозаменяемого оборудования в качестве производственной системы рассматривается цех, включающий k участков, на k-м участке ($k – 1, \ldots, q$) выполняется одна технологическая операция по обработке заказов. Для этого используется m_k единиц взаимозаменяемого оборудования. Для каждой единицы оборудования (машины) каждого участка определен эффективный фонд машинного времени a_{ki}, $k = 1, \ldots, q$, $i = 1, \ldots, m_k$ в часах (ч). Требуется произвести обработку n заказов в заданных объёмах b_j, $j = 1, \ldots, n$, (уч. ед.) последовательно на каждом из участков. Определены нормы времени на обработку учётной единицы каждого заказа на каждой машине каждого участка t_{kij}, $k = 1, \ldots, q$, $i = 1, \ldots, m_k$, $j = 1, \ldots, n$ в ч/уч.ед. и удельные затраты участка c_{kij}, $k = 1, \ldots, q$, $i = 1,\ldots, m_k$, $j = 1, \ldots, n$ на выполнение каждой операции в ден. ед./уч. ед.

Для рассматриваемой производственной системы необходимо рассчитать такой план загрузки машин, чтобы в пределах имеющихся фондов машинного времени обеспечить обработку всех заказов в заданных объёмах на каждом участке и минимизировать при этом суммарные издержки производства.

Если оптимизация плана загрузки машин каждого участка проводится независимо от загрузки машин на других участках, имеет место трёхиндексная модель задачи о загрузке невзаимозаменяемого оборудования. Неизвестными в этой модели являются участки x_{kij}, $k = 1,\ldots, q$, $i = 1, \ldots, m_k$, $j = 1 ,\ldots, n$-интенсивности (k, i, j)-х детале-операций. Их общее число равно $n \sum_{k=1}^{q} m_k$.

Математическая модель задачи имеет вид

найти min $f = \sum_{k=1}^{q} \sum_{i=1}^{mk} \sum_{j=1}^{n} c_{kij}, x_{kij}$ при условиях

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1,\ i = 1, \vec{m}; \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1,\ j = 1, \vec{n}; \\ x_{ij} = 0 \text{ или } 1,\ m,\ j = 1, \vec{n}. \end{cases}$$

Часто по организационно-технологическим соображениям производят обработку заказов партиями. При этом, как правило, каждая партия проходит обработку на одной из машин участка, т.е. выделяется определённый технологический маршрут для каждой партии изделий. Для каждого заказа может быть выделено несколько маршрутов, поэтому возникает задача о выборе оптимальных технологических маршрутов, обеспечивающих выполнение заказов с минимальными издержками. Введём обозначения:

n_m – общее число технологических маршрутов;

μ – индекс маршрута (μ = 1, …, n_m);

M^{j}, j = 1, n – множество индексов маршрутов, связанных обработкой i-го заказа;

M^{ki}, k = 1, …, q, i = 1, …, m_k – множество индексов маршрутов, связанных с использованием m-й машины k-го участка;

'x_{μ}, μ = 1, …, n_m – количество учётных единиц заказа, обрабатываемых с использованием p-го технологического маршрута;

τ_{kji}, k = 1, …, q, i = 1,…, m_k, μ = 1, …, n_m – затраты машинного времени m-й машины k-го участка при обработке одной учётной единицы продукции на μ -м технологическом маршруте;

s_{μ}, μ = 1, …, n – затраты на обработку одной учётной единицы продукции на μ-м технологическом маршруте;

$z_{k\mu}$, k = 1, …, q, μ = 1, …, n_m – затраты на обработку одной учётной единицы продукции на k-м участке для μ-го технологического маршрута.

Сохраняя остальные обозначения, запишем в следующем виде математическую модель задачи выбора оптимальных технологических маршрутов:

найти min f= $f = \sum_{i=1}^{mm} s_{\mu}$, x_{μ} s_{μ} при условии

$$\begin{cases} \sum_{\mu \in M^{ki}} \tau_{i\mu} x_{\mu} \le a_{ki},\ k = 1, q,\ i = 1, \vec{m}_k; \\ \sum_{\mu \in M^{j}} x_{\mu},\ j = 1, \vec{n}; \\ x_{\mu} = 0, \mu = 1, \vec{n}_m. \end{cases}$$

3.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЗАПУСКА ЗАКАЗОВ В ПРОИЗВОДСТВО

Задача определения оптимальной последовательности запуска заказов в производство формулируется следующим образом. В плановый период необходимо выполнить n-заказов, каждый из которых должен пройти последовательную обработку на m видах оборудования различного производственного назначения. Известно время обработки каждого заказа на каждом виде оборудования. Необходимо определить такую последовательность запуска заказов в производство, при которой обеспечивается минимальная длительность производственного цикла обработки всей партии заказов, иными словами, минимизируются простои оборудования.

Алгоритм Джонсона позволяет найти оптимальную последовательность обработки произвольного числа заказов на двух машинах. Пусть $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, \ldots, b_n$ – продолжительности обработки заказов на первой и второй машинах соответственно. Тогда для минимизации общего времени от начала обработки на первой машине первого запущенного в производство заказа до конца обработки на второй машине последнего запущенного в производство заказа (следовательно, для минимизации простоев второй машины) должно соблюдаться следующее правило: $M1$ заказ должен запускаться в производство раньше j-го, если $\min(a_i, b_j) < \min(a_j, b_i)$.

Для реализации этого правила составляют таблицу, в первую строку которой записываются значения b_j, $j = 1, n$, во вторую строку – значения a_i , $i = 1, \ldots, n$. На первом шаге – во всей таблице, на последующих шагах – среди непомеченных столбцов отыскивается минимальный элемент. Если он принадлежит первой строке, соответствующий ему столбец меняется местами с первым из непомеченных столбцов, а затем отмечается. Если минимальный элемент принадлежит второй строке, соответствующий ему столбец меняется местами с последним из непомеченных ранее столбцов, после чего помечается. При наличии равных минимальных элементов в обеих строках выполняются обе указанные операции. Перестановка столбцов заканчивается, когда непомеченным остаётся единственный столбец.

В общем случае для трёх и большего числа машин может быть рекомендован метод случайного поиска оптимальной последовательности обработки заказов. С помощью генератора случайных чисел формируется последовательность запуска заказов в производство и для неё подсчитывается общее время обработки заказов, которое сравнивается с лучшим результатом предыдущих шагов поиска. Если время обработки заказов на текущем шаге оказалось меньшим лучшего из ранее выполненных реализаций, оно запоминается вместе с соответствующей ему очерёдностью обработки заказов. Проведя достаточно большое число шагов поиска, можно найти близкую к оптимальной последовательность обработки заказов.

Опишем алгоритм случайного поиска оптимальной последовательности обработки n заказов на m машинах при следующих предпосылках. Каждый заказ должен пройти последовательную обработку на каждой машине. Известна матрица T_{mxn} затрат машинного времени каждой машины на обработку каждого заказа: t_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$ – продолжительность обработки i-го заказа на m-й машине. Требуется найти такую последовательность обработки заказов, которой соответствует минимальная длительность производственного цикла Q, т.е. минимальное время от начала обработки на первой машине первого запущенного в производство заказа до конца обработки на m-й машине последнего запущенного в производство заказа.

Рассмотрим вспомогательную матрицу Z_{mxn}, (i, j)-й элемент которой z_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$ равен времени от начала производственного цикла до окончания обработки на 1-й машине заказа, запущенного в производство. Таким образом, длительность производственного цикла $Q = z_{mxn}$.

Значения матрицы Z зависят от значений матрицы T и выбранной последовательности обработки заказов. Если проведена перестановка столбцов матрицы T в соответствии с выбранной последовательностью запуска заказов в производство, значения матрицы Z определяются следующим образом:

1. $z_{11} = t_{11}^{*}$

$z_{1j} = z_{ij-1} + t_{1j}$, $j = 2, \ldots, n$ – в связи с тем, что при любой последоваельности обработки заказов имеет место непрерывная загрузка первой машины;

2. $z_{ij} = z_{i-1} + t_{i-1}$, $i = 2, \ldots, m$ – в связи с тем, что первый запущенный в производство заказ непрерывно обрабатывается на всех машинах (без задержек);

3. Остальные значения матрицы вычисляются по формуле

$$z_{ij} = \max\{z_{ij-1}, z_{i-1j}\} + t_{ij},\ i = 2, \ldots, m, j = 2, n,$$

$z_{ij} > z_{i-j1}$ означает, что 1-я машина освобождается от обработки предыдущего заказа позже, чем заканчивается обработка заказа на предыдущей машине; $z_{ij-1} < z_{i-1j}$, означает, что обработка заказа на предыдущей машине заканчивается позже, чем i-я машина освобождается от обработки предыдущего заказа. На рисунке 3.2 представлена блок-схема алгоритма случайного поиска оптимальной последовательности обработки n заказов на m машинах. Параметр p задаёт число шагов поиска.

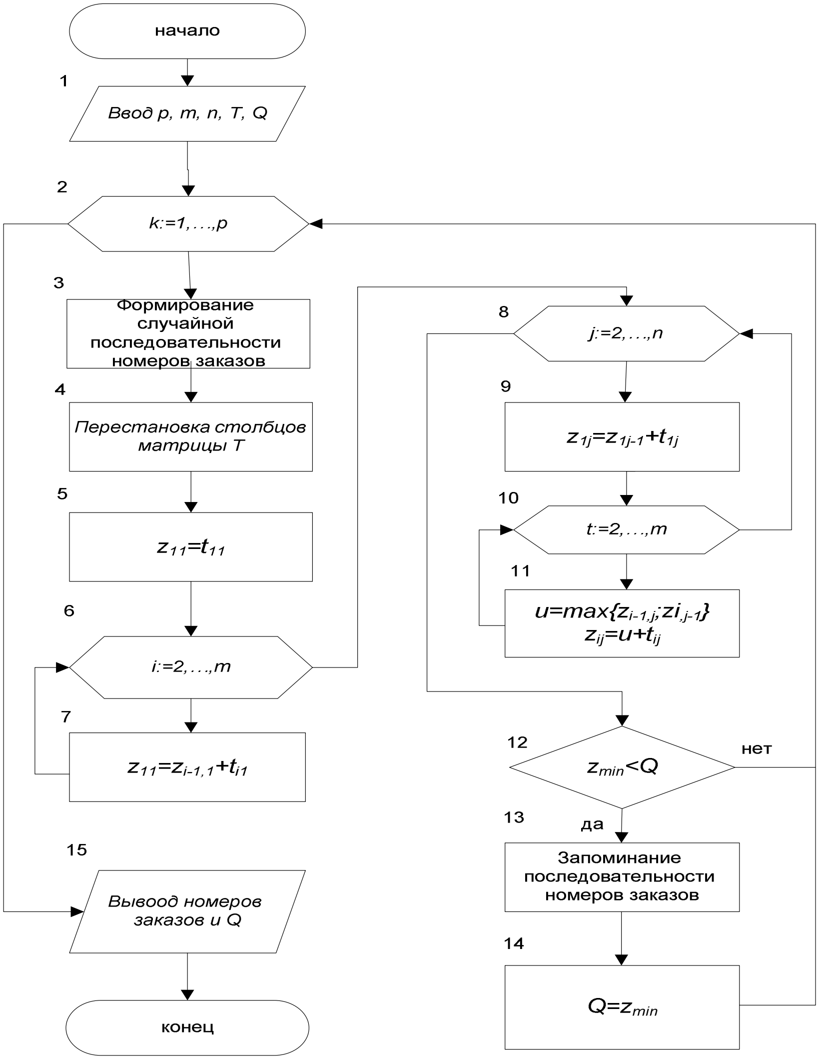

Рис. 3.2. Алгоритм случайного поиска оптимальной последовательности обработки заказов

3.5. КРИТЕРИИ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПИСАНИЯ

При решении любой задачи упорядочения работ фактором более критичным, чем ограничения, накладываемые на процесс выполнения работ производственным участком, является способ (критерий) оценки выбранного решения (в данном случае – графика или расписания). Тем не менее, обычно в первую очередь учитываются ограничения, т.е. возможность реализации предполагаемого расписания, а не его эффективность с точки зрения критерия оценки. Следует отметить, что возможность реализации расписания часто более необходима, чем оценка его эффективности.

Критерий оценки эффективности графика, как правило, выражается через показатели работы, значения которых определяются конкретным графиком или дисциплиной обслуживания. К числу показателей, характеризующих работу, относятся следующие:

1) время завершения, т.е. момент времени, к которому должна быть завершена последняя операция;
2) время прохождения, т.е. общее время, в течение которого работа «находится» в пределах производственного участка;
3) время ожидания, т.е. часть времени прохождения, в течение которого работа «ожидает» выполнения операций;
4) время задержки, т.е. разность между фактическим и плановым сроками завершения работы;
5) время запаздывания, т.е. время, эквивалентное времени задержки, если оно положительное, и равное нулю – в противном случае.

Из показателей, характеризующих производственный участок, рассматриваются, как правило, только два, а именно коэффициент использования (или загрузки) машин, т.е. отношение времени, в течение которого машина занята выполнением работы, к общему времени, в течение которого эта машина может быть использована (это время обычно предполагается равным максимальному времени выполнения работ), и незавершённое производство, т.е. объём работ, процесс выполнения которых ещё не завершен (эта величина может измеряться различными способами, в частности числом работ, выполняемых производственных участком, и общей продолжительностью выполнения всех работ на участке).

Независимо от того, включает критерий оценки расписания один или несколько из перечисленных показателей, конкретная задача состоит в минимизации или максимизации среднего, общего, максимального или минимального значения этих показателей, обусловленного расписанием. Наиболее распространённой задачей является минимизация длительности производственного цикла, т.е. минимизация максимального времени прохождения работ. Другая, не менее распространённая задача – это минимизация времени запаздывания, так как большинство реальных задач упорядочения работ имеет дело с работами, сроки выполнения которых строго фиксированы, и за нарушение этих сроков (или задержку) налагаемся штраф. Если основной интерес представляют затраты, связанные с данным расписанием, то задача сводится к минимизации таких затрат. В этом случае для оценки эффективности расписания каждому показателю приписываются постоянные удельные затраты, и критерий эффективности, за редким исключением, выражается как линейная сумма таких оценок. Например, при решении задач минимизации незавершённого производства, максимизации использования машин и минимизации общих задержек в качестве критерия оценки используются затраты, которые в этих случаях прямо пропорциональны перечисленным выше показателям.

Можно показать, что между различными критериями оценки графика работ существует определённая зависимость [44]. Так, например, среднее время прохождения работы прямо пропорционально среднему объёму незавершённого производства, измеряемому числом работ; среднее время прохождения работы отличается от среднего времени запаздывания и среднего времени ожидания на постоянную величину. Расписание, удовлетворительное с точки зрения среднего времени прохождения одной работы, среднего времени доступности работы (равного разности между плановым сроком и временем её поступления на производственный участок, которое в статистическом случае равно нулю), числа машин или среднего коэффициента их использования является одновременно удовлетворительным и с точки зрения других показателей. Расписание, согласно которому минимизируется среднее время прохождения работы, обеспечивает также минимизацию среднего объёма незавершённого производства (измеряемого числом работ). Однако подобная взаимосвязь не всегда очевидна. Например, расписание, согласно которому минимизируется среднее время прохождения работы, обеспечивает и минимизацию среднего времени запаздывания, а расписание, согласно которому минимизируется максимальное время прохождения работ, не обязательно обеспечивает минимизацию максимального времени запаздывания.

Примеры целевых функций:

$C_{\max} = \max\limits_{i=1,\ldots,n} c_i$ – время окончания всех работ;

$L_{\max} = \max\limits_{i=1,\ldots,n} (c_i - d_i)$ – запаздывание относительно директивных сроков;

$D_{\max} = \max\limits_{i=1,\ldots,n} (c_i - d_i)$ – отклонение от директивных сроков;

$F_{\max} = \max\limits_{i=1,\ldots,n} (\max\{0; c_i - d_i\})$ – опережение директивных сроков;

$\sum\limits_{i=1}^{n} w_i c_i$ – взвешенная сумма окончания работ.

3.6. ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Наиболее эффективным подходом для решения задач теории расписаний являются методы искусственного интеллекта.

Применение этих методов основано на использовании решающих или приоритетных правил, которые весьма похожи на продукционные правила.

Использование таких правил для решения задач теории расписаний можно весьма удобно пояснить с помощью схемы, представленной на рис. 3.3.

Приоритетные правила условно можно разделить на два класса – простые и сложные.

К простым правилам относят правила с одним предусловием. Предусловия простых правил нельзя представить в виде совокупности нескольких предусловий.

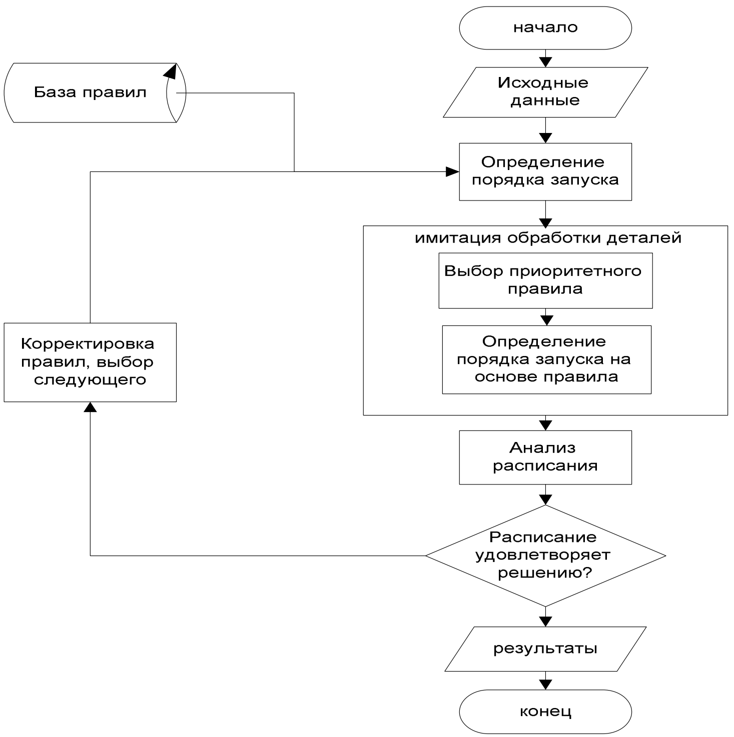

Рис. 3.3. Схема построения расписания с помощью решающих правил

Комбинированные приоритетные правила имеют предусловия, которые представляют собой комбинацию простых предусловий. Комбинированные приоритетные правила обычно применяются в том случае, когда невозможен однозначный выбор по простому правилу или когда необходимо расширить количество учитываемых параметров и характеристик обработки.

В настоящее время известно более нескольких тысяч приоритетных правил. В данном курсе нет возможности рассматривать большое количество различных приоритетных правил, поэтому рассмотрим десять наиболее известных из них.

Простые приоритетные правила. Правило RANDOM – случайный выбор. Используется датчик случайных чисел. Порядок запуска деталей на обработку определяется с помощью датчика случайных чисел. Это обеспечивает однозначный выбор порядка запуска. Однако в этом правиле не учитываются знания и информация об особенностях работы производственной системы и условиях обработки деталей.

Данное правило используется в тех случаях, когда применение других правил не даёт хорошего результата. Прекращение имитационных экспериментов с использованием этого правила происходит как по критерию построения расписания, так и по времени моделирования.

Правило FCFS (First Come First Service). Если первым пришел, то первым обслуживается.

Правило SPT (Shortest ProcessingTime) – правило кратчайшей операции. Если время обработки детали на данной операции минимально, то эта деталь обрабатывается в первую очередь.

Данное правило может быть использовано как для отдельного оборуования, так и для всей производственной системы.

Правило LPT (Longest ProcessingTime) – максимально длинной операции. Если время обработки детали на данной операции максимально, то эта деталь обрабатывается в первую очередь.

Это правило также может быть использовано как для отдельного оборудования, так и для всей системы.

Такие правила, т.е. правила 3 и 4, при выполнении условий которых детали обрабатываются либо первыми, либо последними называются антитетическими правилами.

Их использование основано на идее того, что, если одно правило, задающее какой-то порядок обработки, не привело к хорошему результату, то антитетическое правило, задающее противоположный порядок обработки, скорее приведёт к хорошему результату, чем другие правила.

Правило LUKR – выбор работы, для которой длительность всех оставшихся операций минимальна. Если длительность всех оставшихся операций обработки для детали минимальна, то данная деталь обрабатывается первой. Данное правило может быть использовано как для отдельного оборудования, так и для всей системы.

Правило MWKR – выбор детали, для которой длительность оставшихся операций максимальна. Если у данной детали длительность всех оставшихся операций по обработке максимальна, то она обрабатывается первой. Данное правило также может быть использовано как для отдельного оборудования, так и для производственного участка.

Правило FOPNR – минимального числа оставшихся невыполненных операций. Если количество невыполненных операций по обработке детали минимально, то эта деталь обрабатывается первой. Данное правило также может быть использовано как для отдельного оборудования, так и для всего участка.

Правило максимального количества оставшихся невыполненных операций.

Если количество невыполненных операций по обработке детали максимально, то эта деталь обрабатывается первой. Правило может быть использовано как для отдельного оборудования, так и для всего производственного участка.

Правило DDATE – правило плановых сроков.

Приоритет отдается деталям, плановые сроки готовности которых наступят раньше. Если директивный срок готовности детали наиболее ранний, то деталь обрабатывается первой. Правило может быть использовано как для отдельного оборудования, так и для всего участка.

Правило OPNDD – поэтапных плановых сроков. Приоритет определяется путём деления планового срока на длительность выполнения операции, т.е. $\frac{T_{inn} - T_{\text{тех}}}{t_{ij}} = \tau_{ij}$.

Возможны два варианта правила.

Если величина τ_{ij} минимальна, то i-я деталь обрабатывается на j-м оборудовании первой.

Если величина τ_{ij} максимальна, то i-я деталь обрабатывается на j-м оборудовании первой.

Как видно из приведённых выше правил на их основе может быть построено большое количество новых правил. Кроме того, из этих правил видно, что они могут не давать однозначного порядка запуска деталей.

Для построения однозначного порядка запуска деталей после применения первого простого правила может быть применено второе правило, которое из множества альтернатив (выбранных первым правилом) выбирает одну. В качестве такого правила, дающего однозначный порядок запуска, можно привести следующее.

Если номер детали минимальный, то она обрабатывается первой.

В качестве примеров комбинаторных правил рассмотрим следующие правила.

1. Если время обработки детали на данной операции меньшее и при этом её номер меньше, то эта деталь обрабатывается в первую очередь.
2. Если длительность всех оставшихся операций по обработке данной детали максимальна и при этом её номер меньше, то эта деталь обрабатывается первой.
3. Если количество невыполненных операций по обработке детали максимально и для таких деталей время оставшихся операций минимально и номер детали меньше, то эта деталь обрабатывается первой.

Для определения порядка запуска деталей на обработку может быть использован следующий алгоритм, в котором порядок запуска деталей на обработку определяется в соответствии с несколькими решающими правилами, а имитация обработки деталей производится всего один раз. По каждому решающему правилу в таком алгоритме определяется порядок запуска деталей на обработку. Полученный порядок для каждого правила заносится в таблицу, которая для двух правил представлена в виде табл. 2. Каждое правило может иметь свой рейтинг. Более эффективные правила имеют больший рейтинг.

Эффективность правила оценивается обычно по результатам его работы. После определения порядка запуска деталей на обработку по каждому правилу оценивается рейтинг детали по этому правилу. Чем раньше деталь запускается на обработку, тем выше её рейтинг.

Обычно рейтинг первой по порядку запуска детали полагается равным количеству обрабатываемых деталей L, рейтинг второй по порядку запуска детали полагается равным L-1, третьей – L-2 и т.д. Рейтинг последней по порядку запуска детали полагается равным 1.

Если рейтинг правила отличен от единицы, то рейтинг каждой детали умножается на рейтинг правила и результат помещается в соответствующий столбец таблицы.

Затем рейтинги каждой детали, полученные по различным правилам, складываются и помещаются в таблицу, структура которой аналогична структуре табл. 3.1. После определения суммарного рейтинга каждой детали определяется окончательный порядок запуска деталей на обработку.

Таблица 3.1

№	Правило 1 Рейтинг правила: 1		Правило 2 Рейтинг правила: 1		Выбор порядка запуска	
	Порядок запуска	Рейтинг детали	Порядок запуска	Рейтинг детали	Рейтинг детали	Порядок запуска
1.						
2.						
…						
L						

Первой запускается та деталь, суммарный рейтинг которой оказался больше. Остальные детали запускаются в порядке убывания суммарного рейтинга детали. Чем больше суммарный рейтинг детали, тем раньше она запускается на обработку. Если рейтинги нескольких деталей оказываются равными, то используются традиционные методы решения конфликтных ситуаций. Например, из множества деталей с равными рейтингами первой запускается та деталь, номер которой меньше. Существуют также другие методы решения конфликтных ситуаций.

Контрольные вопросы

1. В чём сущность генетических алгоритмов?
2. Каковы критерии оптимальности составления расписаний?
3. В чём состоит задача оптимизации загрузки производственного оборудования?
4. Какова сущность метода комбинирования эвристик?
5. В чём смысл использования решающих или приоритетных правил?

Интерактивные творческие задания

1. Провести аналитический обзор нейросетевых алгоритмов, муравьиных алгоритмов, методов роящихся частиц.
2. Обосновать необходимость использования математической модели задачи выбора оптимальных технологических маршрутов.
3. Провести анализ базового варианта задачи оптимизации загрузки взаимозаменяемого оборудования.
4. Рассмотреть Алгоритм Джонсона.
5. Построить расписание с помощью решающих правил.

4. ОБСЛУЖИВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ

4.1. ОДНОСТАДИЙНЫЕ ОБСЛУЖИВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ

В данном разделе рассматриваются обслуживающие системы, состоящие из одного либо нескольких параллельных приборов. Каждое требование может быть полностью обслужено любым из приборов.

Поскольку функции стоимости неубывающие, случай $r_j = 0$ и $m \geq n$ является тривиальным, и достаточно назначить каждое требование на отдельный прибор.

Один прибор. Максимальный штраф. Рассмотрим задачу $1/\mathrm{prec}/f_{\max}$. Поскольку моменты поступления требований равны нулю и прерывания процесса обслуживания запрещены, расписание однозначно определяется последовательностью требований.

Пусть отношения предшествования заданы ориентированным бесконтурным графом $G_n(O_n, Y)$, где O_n – исходное множество требований. Следующий алгоритм предложен Е. Лоулером.

Обозначим через $N^{-}(C^{n})$ множество всех висячих вершин графа G_n, т.е. множество всех требований не имеющих потомков в графе O_n. Вычислим момент завершения обслуживания всех требований $P_n = \sum_{j=1}^{n} P_j$.

Очевидно, что обслуживание одного из требований множества $N^{-}(G_n)$ завершается в момент времени P_n. Если этим требованием является требование i, то стоимость его обслуживания равна $f_i(P_n)$ Поскольку функции стоимости являются неубывающими, нетрудно убедиться, что последним обслуживаемым требованием в оптимальной перестановке является такое требование $i \in N^{-}(G_n)$, что значение $f_i(p_n)$ минимального пути in является таким требованием. Тогда момент завершения обслуживания оставшихся требований равен $P_{n-1} = P_n - p_{in}\, i$. Построим график G_{n-1}, определим вершину (требование) G_n вершины аналогично тому, как была определена вершина i_n. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет построена последовательность $(i_{1,\, \dots,}\, i_n)$, являющаяся оптимальным решением задачи $1/\mathrm{prec}/f_{\max}$.

Задание. Решить задачу $1/\mathrm{prec}/f_{\max}$, в которой имеется 10 требований. Требование 3 предшествует требованию 4, которое, в свою очередь, предшествуют требованиям 1, 7, 9. Длительности обслуживания p_j и директивные сроки d_j заданы в таблице.

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_j	4	2	3	5	7	4	1	2	9	1
dj	14	23	17	25	17	14	10	7	9	24

Ответ: (8, 3, 4, 9, 7, {1, 6}, 5, 2, 10).

4.2. МНОГОСТАДИЙНЫЕ ОБСЛУЖИВАЮЩИЕ СИСТЕМЫ

В данном разделе рассматриваются обслуживающие системы flow-, open- и job-shop.

Обслуживающая система flow-shop. В системе How-whop каждое требование обслуживается приборами 1, 2 …, m и этой последовательности. Обслуживание требования прибором $\boldsymbol{l}$ + 1 может быть начато не ранее завершения его обслуживания прибором $\boldsymbol{l}$.

Обслуживающая система open-shop. В системе open-shop каждое требование обслуживается приборами 1, 2, …, $\boldsymbol{m}$ в произвольной последовательности. Напомним, что в любой момент времени каждое требование обслуживается не более чем одним прибором и любой прибор обслуживает не более одним требованием.

Задачи для системы open-shop обладают симметрией, приборы и требования можно поменять ролями без изменения существа зачади.

Рассмотрим задачу **02//$\boldsymbol{C}_{\max}$**. Как и ранее, обозначим $a_j = p_{1j}$ и $b_j = p_{2j}$.

Для любого расписании справедлива следующая оценка снизу значения $\boldsymbol{C}_{\max}$:

$$C_{\max} \geq \max\{\textstyle\sum_j a_j,\ \sum_j b_j,\ \max\{a_j + b_j\}\}.$$

Построим расписание, для которого приведённая оценка достижима. Следовательно, такое расписание является оптимальным.

Как и в задаче flow-shop с двумя приборами, множество требований N разобьём на два подмножества: $N_1 = \{j|a_j \leq b_j\}$ и $N_2 = N\backslash N_1$. Если эти множества не пусты, выберем требования $\boldsymbol{k}$ и $\boldsymbol{r}$ такие, что

$$a_k = \max\{a_j|j \in N_1\},\ b_r = \max\{b_j|j \in N_2\}.$$

Доказано, что расписание, для которого значение $\boldsymbol{C}_{\max}$ совпадает с приведённой нижней оценкой, является одним из следующих двух расписаний S и S'. Каждое из этих расписаний описывается последовательностями π^1 и π^2 требований на приборах 1 и 2 соответственно. Для S имеем

$$\pi^1 = (k, \pi_{N1\backslash k}, \pi_{N2\backslash r}, r);$$
$$\pi^2=(r, k, \pi_{N1\backslash k}, \pi_{N2\backslash r}, r)$$

а для S' имеем

$$\pi^1 = (\pi_{N1\backslash k}, \pi_{N1\backslash r}, r, k);$$
$$\pi^2 = (k, \pi_{N1\backslash k}, \pi_{N2\backslash r}, r).$$

Здесь π_X –произвольная перестановка множества X.

4.3. ГРУППОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОБСЛУЖИВАНИЯ

В данном разделе изучаются задачи построения оптимальных расписаний обслуживания требований партиями.

Многие современные производственные системы обслуживают схожие либо идентичные требования партиями. Требования одной и той же партии обслуживаются прибором непосредственно друг за другом либо одновременно. Такая технология приводит к значительному снижению затрат на переналадки.

Общая постановка задачи обслуживания требований партиями состоит в следующем. Имеется множество, состоящее из n требований, которое разбито на g попарно не пересекающиеся группы, исходя из некоторых технологических соображений. Эти требования должны быть объединены *парами*, и обслужены m приборами. Образование партий – это разбитие множества требований на попарно непересекающиеся подмножества, каждое из которых может включать лишь требования одной и той же группы. Партия – это подмножество в таком разбиении. Требования одной и той же партии обслуживаются прибором непосредственно друг за другом либо одновременно. Предполагается, что разбиение множества требований на партии одинаково для всех. Кроме того, обслуживание требования прибором происходит без прерываний. Такие предположения являются причинами для большинства практических ситуаций обслуживания требований партиями и известно лишь незначительное число результатов для задач, где допускается формирование различных партий на разных приборах либо допускается прерывание обслуживания различных партий на разных приборах либо допускается прерывание обслуживания требований.

Непосредственно перед началом обслуживания каждой партии необходима переналадка прибора. Возможны два типа переналадок. Если переналадка может начаться лишь после того, как хотя бы одно требование соответствующей партии поступило на прибор, то переналадка является *не упреждающей*. В противном случае она является упреждающей. В дальнейшем если не оговорено особо, предполагается, что все переналадки являются упреждающими.

Каждый прибор может обслуживать не более одной партии в каждый момент времени и может обслуживать требования во время выполнения переналадки. Каждое требование может обслуживаться не более чем одним прибором в каждый момент времени, если не оговорено обратное.

На множестве групп также как и на множестве требований может быть определено отношение предшествования (порядок). Под моментом завершения обслуживания группы понимается момент завершения обслуживания всех её требований.

Положим, что группа J состоит из q_j требований, $J = 1, \ldots, g$. Длительность переналадки для партии группы J равна $s\frac{(i)}{Ij}$, если эта партия обслуживается непосредственно после партии группы I на приборе l. Если партии группы J являются первой партией, обслуживаемой прибором l, то длительность соответствующей переналадки (наладки) равна $s\frac{(i)}{0j}$. Предполагается, что длительность переналадок удовлетворяет неравенству треугольника для каждого прибора, т.е.

$$s\frac{(i)}{Ij} \leq s\frac{(i)}{Ik} + s\frac{(i)}{kj},\ l = 1, \ldots, m,$$

для всех групп I, K и J, включая случай $I = 0$.

Переналадки называются *независимыми от прибора*, если $s\backslash^{L}J = SIJ$. i, для $I = 1, \ldots, m$ и *зависящими от прибора* в противном случае. Переналадки называются *не зависящими от последовательности*, если $s_{IJ}^{(i)} = s_J^{(i)}$ для $I, J = 0, 1, \ldots, g$, $l = 1, \ldots, m$, и зависимыми от последовательности в противном случае.

Под *расписанием* понимается пара «разбиение–функция». Здесь разбиение – это разбиение множества требований на партии, а функция это отображение, которое каждому прибору l и моменту времени l сопоставляет требования партии, обслуживаемой прибором l в момент времени t. либо указывается, что прибор l в момент t простаивает или выполняется его переналадка. Для ряда задач расписание полностью определяется разбитием множества требований на партии, последовательностями этих партий на приборах и порядком обслуживания требований каждой партии.

Критерием оптимальности расписания является соблюдение требованиями заданных директивных сроков, либо минимизация некоторого функционала стоимости, зависящего от моментов завершения обслуживания требований.

4.4. РАСПИСАНИЕ ОБСЛУЖИВАНИЯ ТРЕБОВАНИЙ ПАРТИЯМИ

Задачи построения оптимальных расписаний обслуживания требований партиями могут быть условно разделены на несколько классов, в зависимости от того покидают ли требования одной и той же партии прибор одновременно или нет, как происходит обслуживание партии и имеется ли ограничение на максимальный размер партии. Изучаются следующие классы задач.

Индивидуальное завершение обслуживания. В задачах этого класса предполагается, что требование покидает прибор в момент, когда прибор завершает работу по его обслуживанию.

Отдельно рассматривается важный подкласс таких задач, в которых предполагается, что все требования одной и той же группы всегда образуют одну партию. Следует отметить, что в общем случае обслуживание требований каждой группы единой партией не всегда является наилучшей стратегией решения задачи. Разбиение требований часто приводит к существенному улучшению качества обслуживания. Например, рассмотрим линию для разлива безалкогольных напитков, где в соответствии с заявками заказчиков заполняются различные типы бутылок. Предполагается, что заполненные бутылки сразу же покидает линию разлива. Для переключения линии с одного типа бутылок на другой требуется переналадка (в силу различных размеров, объёма, расположения этикетки и т.д.). Бутылки могут рассматриваться как требования заявки, включающие бутылки одного типа, как группы требований. В напряженный летний период может возникнуть ситуация, когда все заявки не могут быть выполнены в запланированные сроки. Однако если продукция не поступит на рынок вовремя, это приведёт к нежелательному снижению количества продаж. Если бутылки привозиться не будут до тех пор, пока не будет выполнена вся заявка, то другие заказчики могут исчерпать запасы в ожидании поставки. Качество обслуживания заказчиков значительно улучшится, если часть заявок будет произведена в ближайшем будущем с целью покрытия немедленных запросов и остальная часть будет удовлетворена в более раннее время. Таким образом, разбиение групп на партии приводит к лучшему расписанию с точки зрении качества обслуживания.

Ещё одним примером практической ситуации, в которой возникает задача рассматриваемого класса, является трансляция набора заданий для ЭВМ, написанных на различных языках программирования. В том случае задания, написанные на одном и том же языке, образуют группу. Длительность переналадки связана с загрузкой соответствующего транслятора. В случае однопроцессорной вычислительной системы задача состоит в определении последовательности, в которой необходимо загружать трансляторы и выполнять соответствующие задания.

Фиксированные партии. Это подкласс класса задач с индивидуальным завершением обслуживания требований, который характеризуется дополнительным ограничением требования одной и той же группы всегда образовывать одну партию.

В качестве примера рассмотрим линию для производства цветного пластика должен быть выполнен ряд заявок, включающих пластики различных цветовых оттенков. Эти заявки могут быть разбиты на основные цветовые группы, такие как красные, синие и т.д. Длительности переналадок между цветами одной и той же группы являются небольшими, поскольку при производстве естественно переходить от более светлых к более тёмным оттенкам. Однако более значительные переналадки необходимы при переключении на новую цветовую группу, так как между цветами различных групп необходима; тщательная очистка производственной линии. Поэтому максимальная эффективность работы линии достигается при непрерывном производстве пластика, относящегося к одной и гой же цветовой группе, с последующим переходом к группе другого цвета. Таким образом, разбиение групп на более мелкие партии не происходит, т.е. каждая группа образует одну партию.

Одновременное завершение обслуживания. В задачах данного класса предполагается, что все требования партии покидают прибор одновременно в момент, когда прибор завершает работу по обслуживанию всех требований партии. Таким образом, момент завершения обслуживания требования некоторой партии прибором совпадает с моментом, когда прибор завершает работу по обслуживанию «последнего» требования этой партии.

Задачи данного класса возникают при планировании работы производственных систем, и которых изделия перемещаются между обрабатывающими устройствами в контейнерах. Множество изделий, назначенных в один и тот же контейнер, рассматривается как партия. Устройство не начинает обслуживание новой партии до тех пор, пока не завершено обслуживание предыдущей партии. Все изделия одной и той же партии покидают устройства одновременно в момент завершения обработки последнего изделия этой партии. Переналадка необходима для удаления предшествующей партии и установки новой.

Последовательное обслуживание. В задачах этого класса говорится, что требования каждой партии обслуживаются последовательно, и длительность обслуживания партии равна сумме длительностей обслуживания входящих в неё требований. Последовательное обслуживание требований является естественным для систем, в которых прибор не может обслуживать более одного требования в каждый момент времени.

Параллельное обслуживание. Требования одной и той же партии обслуживаются прибором одновременно (параллельно) и длительность обслуживания партии равна максимальной из длительностей обслуживания входящих в неё требований.

Контрольные вопросы

1. Какие различают типы обслуживающих систем?
2. В чём сущность задач параллельного обслуживания?
3. В чём сущность обслуживающей системы flow-shop?
4. В чём сущность обслуживающей системы open-shop?
5. В чём сущность задач последовательного обслуживания?

Интерактивные творческие задания

1. Рассмотрение примеров задач параллельного обслуживания.
2. Рассмотрение примеров задач фиксированных партий.
3. Рассмотрение примеров задач последовательного обслуживания.
4. Рассмотрение примеров задач индивидуального завершения обслуживания.
5. Рассмотрение примеров задач одновременного завершения обслуживания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен ряд задач теории расписаний, используемых в системах диспетчеризации и управлении сложными экономическими и техническими объектами, как с точки зрения теории, так и с точки зрения практического их решения, представлены принципиальные вопросы разработки алгоритмов. Большое внимание уделено усвоению и закреплению студентами практических навыков по решению данного типа задач.

Трудности, с которыми приходится сталкиваться при разработке систем управления сложными объектами, стимулируют в последнее время разработку математических моделей основных процессов жизненного цикла изделия. Именно поэтому в работе были представлены новые модели.

Изложение представленного материала не перегружено математическими выкладками, выходящими за рамки математики для бакалавриата. Для более глубокого изучения рассматриваемых в учебном пособии вопросов, надо использовать источники, приведённые в списке литературы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Батищев, Д.И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач : учеб. пособие / Д.И. Батищев. – Воронеж : гос. техн. ун-т; Нижегородский гос. ун-т., 1995. – 69 с.

2. Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М. : ИЛ, 1960.

3. Гери, М. Вычислительные машины и трудно решаемые задачи / М. Гери, Д. Джонсон. – М. : Мир, 1982.

4. Романов, А.Д. Математическое моделирование и оптимальное планирование процессов полного жизненного цикла изделия в рамках инновационного предприятия : автореф. дис. … канд. техн. наук / А.Д. Романов. – Тамбов : ТГТУ – 2004. – 16 с.

5. Серов, Ю.А. Действующая компьютерная модель производственного предприятия / Ю.А. Серов, А.В. Сморгонский // Экономика и математические методы. – 2009. – Т. 45, № 3. – С. 40 – 47.

6. Мухин, О.И. Автоматизация процессов производства на основе разработки универсальной объектно-модельной технологии. Ч. 1. Теоретические и методологические основы моделирования и автоматизации процессов производства / О.И. Мухин. – Пермь : УрО РАН, 2001.

7. Мухин, О.И. Решение задач оптимального управления на обобщённой динамической модели структурно перенастраиваемого дискретного производства / О.И. Мухин // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2005. – № 12. – С. 6 – 8.

8. Советов, Б.Я. Модели управления технологической линией дискретного производства / Б.Я. Советов, О.И. Мухин // Известия ЛЭТИ. – Ленинград : ЛЭТИ, 1984. – № 4.

9. Советов, Б.Я. Модель управления технологической линией дискретного типа / Б.Я. Советов, О.И. Мухин // XI Всесоюзное совещание по проблемам управления. – М. : Институт проблем управления, 1983.

10. Конвей, Р.В. Теория расписаний / Р.В. Конвей, В.Л. Максвелл, Л.В. Миллер. – М. : Наука. 1975.

11. Мухин, О.И. Автоматизация процессов производства на основе разработуи универсальной объектно-модельной технологии. Ч.2. Моделирование процессов производства средствами объектно-ориентированной технологии и среды моделирования / О.И. Мухин. – Пермь : УРО РАН, 2001.

12. Мухин, О.И. Моделирование производственных объектов и автоматизированное проектирование АСУТП и АСУП. ПГТУ / О.И. Мухин. – Пермь : ГосНИИУМС, 2001.

13. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М. : Мир, 1973.

14. Мухин, О.И. Модели производственных объектов в системах управления распределёнными технологическими линиями дискретного типа / О.И. Мухин // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2005. – № 11. – С. 1 – 3.

15. Мухин, О.И. Автоматизированное управление структурно перестраиваемыми технологическими линиями на обобщённой иерархической модели дискретного производства / О.И. Мухин // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2006. – № 1. – С. 2 – 5.

16. Мухин, О.И. Методика структурного и параметрического синтеза производственных технологических линий средствами объектного компьютерного моделирования и опыт её применения / О.И. Мухин, М.В. Теплоухова // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2003.

17. Метод декомпозиций для решения комбинаторных задач упорядочения и распределения ресурсов / Д.И. Батищев, Э.Д. Гудман, И.П. Норенков, М.Х. Прилуцкий // Информационные технологии. – 1997. – № 1. – С. 29 – 33.

18. Хоботов, Е.Н. Использование оптимизационно-имитационного похода для моделирования и проектирования производственных систем / Е.Н. Хоботов // Автоматика и телемеханика. – 1999. – № 8.

19. Хоботов, Е.Н. Использование оптимизационно-имитационного подхода для решения задач планирования и выбора маршрутов обработки / Е.Н. Хоботов // Автоматика и телемеханика. – 1996. – № 12. – С. 121 – 128.

20. Федоров, Ю.В. Многокритериальная задача использования ресурсов в условиях неопределённости / Ю.В. Федоров, // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2004. – № 11. – С. 54 – 62.

21. Искандеров, А.А. Оптимальное управление распределением однородных ресурсов в разветвленных системах обеспечения / А.А. Искандеров // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2002. – № 2. – С. 63 – 70.

22. Кубанов, М.Г. Некоторые принципы создания оптимального функционирования АСУТР оросительных систем / М.Г. Кубанов, Г.Ю. Верешагин // Тр. Сев НИИГиМ. Автоматизация гидромелиоративных систем. – 1983.

23. Лазарев, А.А. Доказательство NP-трудности частного случая задачи минимизации суммарного запаздывания для одного прибора / А.А. Лазарев, Е.Р. Гафаров // Теория и системы управления. – 2006. – № 3. – С. 120 – 128.

24. Лазарев, А.А. Теория расписаний. Минимизация суммароного запаздывания / А.А. Лазарев, Е.Р. Гафаров. – Типография ВЦ РАН, 2006. – 137 с.

25. Лазарев, А.А., Кварацхелия А.Г., Гафаров Е.Р. Алгоритмы решения NP-трудной проблемы минимизации суммарного запаздывания для одного прибора / А.А. Лазарев, А.Г. Кварацхелия, Е.Р. Гафаров // Доклады АН. Математика.

26. Лазарев А.А. Графический подход к решению задач комбинаторной оптимизации / А.А. Лазарев // Автоматика и телемеханика.

27. Лукьянов, М.Г. Оптимизация распределения потоков в сети с потерями / М.Г. Лукьянов, А.А. Первозванский // Автоматика и телемеханика. – 1983. – № 1.

28. Норенков, И.П. Комбинированные и генетические алгоритмы составления расписаний в задачах проектирования / И.П. Норенков // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 1995. – № 2. – С. 36 – 43.

29. Искандеров, А.А. Расчёт расходов на внешних источниках резерва для компенсации возмущений в разветвленных оросительных системах / А.А. Искандеров // Известия АН Азербайджана. – Баку, 1999. – Т. XIX, № 3, 4.

30. Буркова, И.В. Геометрический метод составления расписания в управлении проектами / И.В. Буркова, В.Н.Колпачев, А.М.Потапенко // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 12. – С. 144 – 158.

31. Бурков, В.Н. Модели и методы мультипроектного управления / В.Н. Бурков, О.Ф. Квон, Л.А. Цитович. – М. : Ин-т проблем управления, 1997.

32. Прилуцкий, М.Х. Многокритериальное распределение однородного ресурса в иерархических системах / М.Х. Прилуцкий // Автоматика и телемеханика. – 1996. – № 2. – С. 139 – 146.

33. Морозов, И.Н. Управление технологическим процессом каталитической очитки газов на основе оценки индекса риска : автореф. дис. … канд. техн. наук / И.Н. Морозов. – Тверь, 2010.

34. Танаев, В.С. Введение в теорию расписаний / В.С. Танаев, В.В. Шкурба. – М. : Наука, 1975.

35. Танаев, В.С. Теория расписаний. Одностадийные системы / В.С. Танаев, В.С. Гордон, Я.Н. Шафранский. – М.: Наука, 1984.

36. Танаев, В.С. Теория расписаний. Многостадийные системы / В.С. Танаев, Ю.Н. Сотсков, В.А. Струсевич. – М. : Наука, 1989. – 328 с.

37. Танаев, В.С. Теория расписаний. Групповые технологии / В.С. Танаев, М.Я. Ковалев, Я.М. Шафранский. – Минск : ИТК НАН Беларуси, 1998.

38. Морозов, И.Н. Итеративный алгоритм ситуационного управления технологическим процессом / И.Н. Морозов, А.Г. Кулаков, А.Е. Колесник // Прикладные проблемы управления макросистемами // Труды Института системного анализа Российской академии наук (ИСА РАН) ; под ред. Ю.С. Попкова, В.А. Путилова.– М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2008. – Т. 39. – С. 353 – 361.

39. Компьютерное моделирование переходных процессов в детерминированной и нечёткой системах регулирования / И.Н. Морозов, Ю.В. Соболева, В.Н. Богатиков, А.Э. Кириченко // Информационные технологии в региональном развитии : сб. науч. трудов ИИММ КНЦ РАН. – Апатиты : Изд-во КНЦ РАН, 2009. – Вып. IX. – С. 84 – 87.

40. Управление технологической безопасностью процессов на основе оценки рисков принимаемых решений / И.Н. Морозов, Ю.В. Соболе-

ва, В.Н. Богатиков, А.Е. Пророков // Информационные технологии в региональном развитии : сб. научных трудов ИИММ КНЦ РАН. – Апатиты : Изд-во КНЦ РАН, 2009. – Вып. IX. – С. 87 – 90.

41. Модель управления безопасностью функционирования технологического процесса / И.Н. Морозов, Ю.В. Соболева, В.Н. Богатиков, А.Е. Пророков, А.Г. Кулаков // Информационные технологии в региональном развитии : сб. научных трудов ИИММ КНЦ РАН. – Апатиты : Изд-во КНЦ РАН, 2009. – Вып. IX. – С. 90 – 94.

42. Явник, Р.М. Разработка и организация функционирования информационной системы поддержки принятия решений наукоёмкого производства : автореф. дис. … канд. техн. наук / Р.М. Явник. – Тамбов : ТГТУ, 2004, – 16 с.

43. Явник, Р.М. Методы повышения качества управления предприятием / Р.М. Явник, А.А. Соколов // Современные проблемы информатизации в непромышленной сфере и экономике : труды IX Междунар. науч. конф. – Воронеж, 2004. – С. 55–56.

44. Матвейкин, В.Г. Информационная система предприятия: построение моделей и поиск оптимального управления / В.Г. Матвейкин, А.Д. Романов, Р.М. Явник // Вестник ТГТУ. – Тамбов, 2003. – № 4. – С. 638 – 645.

45. Явник, Р.М.Информационные технологии в управлении планированием в НПО / Р.М. Явник // Математические методы в технике и технологиях : труды XV Междунар. науч. конф. – Тамбов, 2002. – С. 286 – 288.

46. Кулаков, А.Г. Ситуационное управление технологической безопасностью процесса измельчения (на примере измельчения апатито-нефелиновых руд) : автореф. дис. … канд. техн. наук / А.Г. Кулаков. – М., 2008. – 16 с.

47. Построение модели инновационно-производственной системы / В.Г. Матвейкин, С.И. Татаренко, Б.С. Дмитриевский, И.С. Панченко // Информационные технологии в образовании, науке и производстве : сб. трудов 4 Междунар. конф. – Серпухов, 2010. – С. 203 – 206.

48. Построение системы показателей для оценки эффективности наукоёмкой производственной системы / В.Г. Матвейкин, С.И. Татаренко, Б.С. Дмитриевский, И.С. Панченко // Вестник ТГТУ. – 2009. – Т. 15. – № 2. – С. 278 – 284

49. Управление эксплуатацией основных фондов / В.Г. Матвейкин, С.И. Татаренко, Б.С. Дмитриевский, И.С. Панченко // Деп. ВИНИТИ № 177-В2009 от 31.03. 2009 «Депонированные научные работы». – 2009. – № 5.

50. Палюх, Б.В. Основы построения и разработки автоматизированной системы управления эксплуатационной надёжностью химических производств : автореф. дис. … д-ра техн. наук / Б.В. Палюх. – МХТИ им. Д.И. Менделеева. – М., 1991. – 32 с.

51. Кафаров, В.В. Анализ и синтез химико-технологических систем : учебник для вузов / В.В. Кафаров, В.П. Мешалкин. – М. : Химия, 1991. – 432 с.

52. Brucker, P. Scheduling Algorithms / P. Brucker. – Berlin, Heidelberg, New York : Springer-Verlag, 1995.

53. Bellman, R. Dynamic Programming Treatment of the Traveling Salesman Problem / R. Bellman. J. Assoc. Corp. – Mach. 9. – N 1, 61 – 63 (1962).

54. Pinedo, M. Scheduling: Theory, Algorithms, and Systems // Prentice-Hall, Englewood Cliffs. – New Jersey, 1995.

55. Pinedo, M., Chao X. Operations Scheduling with Applications in Manufacturing and Services // Irwin/McGraw-Hill. – 1999.

56. Conway, R.W., Maxwell W.L., Miller L.W., Theory of Scheduling, Addison Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1967 Held M., Karp R.M., A Dynamic Programming Approach to Sequencing Problems, SIAM J. of Appl. Math. 10, N 2, 196 – 210 (1962).

57. Little, J.D.C., Murty K.G., Sweeny D.W., Karel C., An Algorithm for the Travelling Salesman Problem, Operatins Res., 11, N 6, 972 – 989.

58. Held, M., Karp R.M., The Travelling Salesman Problem and Minimum Spanning Trees, Operations Res., 18, N 6, 11380 – 1162 (1970).

59. Held, M., Karp R.M., The Travelling Salesman Problem and Minimum Spanning Trees, Math. Prog., 1, N 1, 6 – 25 (1971).

60. Smith, W.E., Various Optimizers for Single-State Production, Nav. Res. Log. Quart., 3, N 1, 59 – 66 (1956).

61. Elmaghraby, S.E., The One Machine Sequencing Problem with Delay Costs, J. Ind. Eng. 19, N 2, 105 – 108 (1968).

62. Goodman, E.D., Punch W.F**.** New Techniques to Improve / Coarse-Grain Parallel GA Performance. – Proc. of CAD-95, Yalta-Gurzuff, P. 7 – 15. Gilmore P., Gorner R.E., Sequencing of One State-Variable Machine, Operations Res., 12, N 5, 655 – 679 (1964).

63. McNaughton, R., Scheduling with Deadlines and Loss Functions, Management Sci., 6, N 1, 1 – 12 (1959).

64. Schild, Fredman I.J., Scheduling Tasks with Linear Loss Functions, Management Sci., 7, N 3, 280 – 285 (1971).

65. Glaskoy, C.R., Scheduling Several Products on One Machine to Minimize Changeovers, Operations Res., 16, N 2, 342 – 352 (1968).

66. Moore, J. M., An N Job One Sequencing Algorithm for Minimizing the Number of Late Jobs, Management Sci., 15, N 1, 102 – 109 (1968).

67. Baker, K.R., On Madigan's Approach to the Deterministic Multi-Production and Inventory Problem, Management, N 9, 636 – 638 (1970).

68. Bauer, A, Bullnheimer B, Hartl R.F, Strauss C. Minimizing Total Tardiness on a Single Machine Using Ant Colony Optimization. Proceedings of

the 1999 Congress on Evolutionary Computation (CEC99), 6 – 9 July Washington D.C., USA, 1445 – 1450.

69. Bomberger, E., A Dynamic Programming Approach to a Lot Size Scheduling Problem, Management Sci., 12, N 11 (1966).

70. Brown, R.G., Decision Rules for Inventory Management Holt, Rinehart and Winston, N.Y., 1967, pp. 46 – 55.

71. Della, Croce F., Grosso A, Paschos V. Lower bounds on the approximation ratios of leading heuristics for the single-machine total tardiness problem. Journal of Scheduling, 7, (2004), pp. 85 – 91

72. Doll, C.L., Whybark D.C. An Iterative Procedure for the Single-Machine Multi-Product Scheduling Problem, Management Sci. 20, N 1, 50 – 55 (1973).

73. Dooley, J.E., Ben Barnes. A Many-Product Single-Machine Recursive Scheduling Procedure, CORS J., 7, N 3, 165 – 176 (1969).

74. Du, J. and Leung J.Y.-T. Minimizing total tardiness on one processor is NP-hard. Math. Oper. Res., 15, (1990), pp. 483 – 495

75. Eilon, S., Elements of Production Planning and Control Macmillan, N.Y.,Chapter 14, 1962.

76. Elmaghraby, S.E., Mallik, The Scheduling of a Multi-Product Facility, Proceedings of the Symposium on the Theory of Scheduling and Its Application, Sprlnger-Verlag, Berlin, 1973, pp.244 – 277.

77. Lawler, E.L. A pseudopolynomial algorithm for sequencing jobs to minimize total tardiness Ann. Discrete Math., bf 1, (1977), pp. 331 – 342.

78. Lazarev, A,. Kvaratskhelia A,. Tchernykh A. Solution algorithms for the total tardiness scheduling problem on a single machine. Workshop Proceedings of the ENC'04 International Conference, (2004), p. 474 – 480.

79. Madigan, J.G., Scheduling a Multi-Project Single Machine System for an Infinite Planning Period, Management Sci., 14, N 11, 713 – 719 (1968).

80. Magee, J.F., Production Planning and Inventory Control, McGraw-Hill, N.Y., 1958, pp. 44 – 66.

81. Merkle, D,. Middendorf M. An Ant Algorithm with a New Pheromone Evaluation Rule for Total Tardiness Problem. EvoWorkShops 2000, LNCS 1803, Springer-Verlag, p. 287 – 296.

82. Rogers, J., A Computational Approach to the Economic-Lot Scheduling Problem, Management Sci., 4, N 3, 264 – 291 (1958).

83. Schwimmer, J., On the N-Job, One-Machine, Sequence-Dependent Problem with Tardiness Penalties: a Branch-and-Bound Approach, Management Sci., 18, N 6, pp. 301 – 313. (1972).

84. Szwarc, W, Della F Croce and A. Grosso. Solution of the single machine total tardiness problem Journal of Scheduling, 2, (1999), pp. 55 – 71. Geldors L., Coordinating Aggregate and Detailed Scheduling Decision in the One-Machine Job Shop: Part 1, Theory Operations Res., 22, N 1, 46 – 60 (1974).

85. Eastman, W.L., Even S., Issacs, Bounds for the Optimal Scheduling of Jobs on m Processors, Management Sci., 11, N 2, 268 – 279 (1964).

86. Lawler, E.L., On Scheduling Problems with Deferral Costs, Management Sci., 11, N 2, 280 – 288 (1964).

87. Root, J.G., Scheduling with Deadlines and Loss Functions in k Parallel Machines, Management Sci., 11, N 3, 460 – 475 (1965).

88. Rothkopf, M., Scheduling Independent Tasks on Parallel Processors, Management Sci., 12, N 5, 437 – 477 (1966).

89. Arthanari, T.S. A Branch and Bound Algorithm for Sequencing. Jobs on m Parallel Processors, Opsearch, 7, N 3, 117 – 156 (1970).

90. Baker, K.R., Merten A.G., Scheduling with Parallel Processor and Linear Delay Costs, Nav. Res. Log. Quart., 20, N 4, 193 – 804 (1973).

91. Elmaghraby, S.E., Park S., On the Scheduling of Jobs on a Number of Identical Machines. IE Trans., 6, N 1, 1 – 13 (1974).

92. Gupta, J.N.D., Walvakar, Sequencing rc-Jobs on m-Parallel Processors, Opsearch, 6, N 3, 295 – 298 (1970).

93. Parallel Sequencing and Assemly Line Problems, Operations Res. 9, N 6, 841 – 848 (1961).

94. Coffman, E.G., Graham R.L., Optimal Scheduling for Two-Processor Systems, Acta informatica, 1, 213 – 299 (1972).

95. Fuji, M., Kasami T., Ninomiya K., Optimal Sequence of Two Equivalent Processors, SIAM J. Appl. Math., 17, N 4, 784 – 789 (1969).

96. Graham, R.L. Bounds on Multiprocessing Timing Anomalies, SIAM J. Appl. Math., 17, 416 – 429 (1969).

97. Graham, R.L. Bounds on Multiprocessing and Related Packing Algorithm, Conf. Proc., 1972.

98. Garey, M.R., Johnson D.S., Complexity Results for Multiprocessor Scheduling Under Resource Constraints, Bell Telephone Labs., Murray Hill, N.J., 1974.

99. Schrage, L. Solving Resource-Constrained Network Problems by Implicit Enumeration: Non- Preemptive Case, Operations Res., 18, N 2, 263 – 278 (1970).

100. Garey, M.R., Graham R.L., Bounds for Multiprocessor Scheduling with Resource Constraints, Bell Telephone Labs., Murray Hill, N.J., 1974.

101. Graham, R.L., Bounds on Multiprocessing Timing Anomalies, Bell Syst. Tech. J., 45, 1563 – 1581 (1966).

102. Elmaghraby, S.E., Elshafei A. The Scheduling of Jobs on Parallel Processors: a Survey and Annotated Bibliography, presented at the Logistics Research Conference, George Washington University, Washington, D.C., 1975.

103. Johnson, S.M. Optimal Two- and Three-Stage Production Schedules with Setup Times Included, Nav. Res. Log. Quart., 1, 61 – 68 (1954).

104. Giglio, R.J., Wagner II. M., Approximate Solutions to the Three-Machine Scheduling Problems, Operations Res. 12, N 2, 305 – 324 (1964).

105. Giffler, B., Thompson G.L. Algorithms for solving production-scheduling problems // Operat. Res. (1964), 12, № 2. P. 305 – 324.

106. Igna, E., Schrage L. Application of the Branch and Bound Technique to Some Flow Shop Scheduling Problems, Operations Res., 17, N, 4, 400 – 412 (1965).

107. Lomnicki, A. ‘Branch-Bound’ Algorithm for the Exact Solution of the Three-Machine Scheduling Problem, Operational Res. Quart., 16, N 1, 89 – 100 (1965).

108. McMahon, G.B., Burton P.G. Flow-Shop Scheduling with the Branch-and-Bound Method, Operations Res., 15, N 3, 473 – 481 (1967).

109. Dudek, R., Teuton O., Jr. Development of M-Stage Decision Rule for Scheduling. Jobs Though m Machines, Operations Res., 12, N 3. 471 – 497 (1964).

110. Karush, W. A Counterexemple to a Proposed Algorithm for Optimal Sequencing of Jobs, Operations Res., 13, N 2, 323 – 325 (1965).

111. Smith, R.D., Dudak R. A General Algorithm for Solution of the n-Job m-Machine Sequencing Problem of Flow-Shop, Operations Res., 15, N 1, 71 – 82 (1967).

112. Wagner, M. An Integer Linear-Programming Model for Machine Scheduling, Nav. Res. Log. Quart., 6., N 2, 131 – 140 (1959).

113. Ashour, Said, Quraishi N. Investigation of Various Procedures for Production Scheduling Problems, Int. J. Prod. Res., 7, N 13, 249 – 252.

114. Ashour, Said. A Branch and Bound Algorithm for Flow Shop Scheduling Problems, … Trans., 2, N 2, 172 – 176 (1970).

115. Gupta, J.N.D., M-Stage Flow Shop Scheduling by Branch and Bound, Opsearch, 7, N 1, 37 – 43 (1970).

116. Nabeshima, I., One the Bound of Makespans and Its Application in Machine Scheduling Problem, J. Operations Res. Soc. Japan, 9, N 3 and 4, 6 – 44 (1967).

117. Brown, A.P.G., Lomnicki, Some Application of the ‘Branch-and-Bound’ Algorithm to the Machine Scheduling Problem, Operational Res. Quart., 17, N 2, 173 – 186 (1966).

118. Wismer, D., Solutions of the Flowshop-Scheduling Problem with No Intermadiate Queues, Operations Res., 20, N 3, 689 – 697 (1972).

119. Salvador, S., A Solution to a Special Class of Flow-Shop Scheduling and Its Applications, Springer-Verlag, Berlin, 1973, pp 83 – 91.

120. Held, M., Karp R.M., A Dynamic Programming Approach to Sequencing Problems, SIAM J. of Appl. Math., 10, N 2, 196 – 210 (1962).

121. Campbell, Herbert, Dudek R., Smith M.L. A Heuristic Algorithm for the Job Sequencing Problem, Management Sci., 16, N 10, B-630 – B-637 (1970).

122. Gupta, J.N.D. A General Algorithm for the nxm Flow Shop Scheduling Problem, Int. J. Prod. Res., 7, N 3, 241 – 247 (1969).

123. Heller, J., Some Numerical Experiments for an X J Flow Shop and Its Decision-Theoretical Aspects, Operations Res., 8, N 2, 178 – 184 (1960).

124. Jackson, J.R., An Extension of Jonson's Results on Job-Lot Scheduling Nav. Res. Log. Quart., 7, N 3, 201 – 204 (1956).

125. Akers, S.B., Jr. Friedman J., A Non-Numerical Approach to Production Scheduling Problems, Operations Res., 3, N 6, 429 – 442 (1955).

126. Swarc, W., Solution of the Akers-Friedman Scheduling Problem, Operations Res., 8, N 6, 782 – 788 (1960).

127. Hardgrav, W., Nemhauser G.L., A Geometric Model and A Graphical Algorithm for a Scheduling Problem, Operations Res., 11, N 6, 889 – 900 (1963).

128. Bowman, E.H., The Schedule-Sequencing Problem, Operations Res., 7, N 1. 621 – 624 (1959).

129. Manne, A.S., On the Job-Shop Scheduling Problem, Operations Res., 8, N 2, 219 – 223 (1960).

130. Brooks, G.H., White C.R. An Algorithm for Finding Optimal or Near-Optimal Solutions to the Production Scheduling Problem, 16, N 1, 34 – 40 (1965).

131. Gapp, W., Mannkekar P.S., Mitten L.G., Sequencing Operations to Minimize In-Process Inventory Costs, Management Sci., 11, N 3, 476 – 484 (1965).

132. Johnson, S.M., Discussion; Sequencing. Jobs on 2 Machines with Arbitrary Time Lags, Management Sci. 5, N3, 299 – 303 (1959).

133. Mitten, L.G., A Scheduling Problem. J.AIIE, 10, N 2, 131 – 135 (1959).

134. Giffer, B., Thomson G.L. Algorithm for Solving Production-Scheduling Problems, Operations Res., 8, N 4, 487 – 513 (1960).

135. Saaty, T.L., Elements of Queuencing Theory, McGraw-Hill Book Company, Inc., N.Y., 1961.

136. Cobham, A., Priority Assigment in Waiting Line Problems, Operations Res., 2, N 1, (1954).

137. Gaver, D., P., Jr., A Comparison of Queue Disciplines when Service Orientation Times Occour, Nav. Res. Log. Quart., 10, N 3, 219 – 235 (1963).

138. White, H., Queueing with Preemptive Priorities or Breakdown, Operations Res., 6, N 1, 79 – 95 (1958).

139. Miller, R.G., Jr., Priority Queus, Ann. Math. Stat., 31, N 1, 86 – 103 (1960).

140. Miller, L.W., Schaage L., The queue M/G/1 with the shortest remaining processing time discipline. RAND Paper P-3263, 1965.

141. Heathcote, C.R., A Single Queue with Several Preemptive Priority Classes, Operations Res., 8, N 5, 630 – 638 (1960).

142. Jackson, J.R., Scheduling a Production Line to Minimize Maximum Tardiness, Research Report 43, Management Sciences Research Project, UCLA, 1955.

143. Jackson, J.R., Some Problems in Queuing with Dynamic Properties, Nav. Res. Log. Quart., 7, N 3, 235 – 249 (1960).

144. Jackson, J.R., Waiting-Time Distribution for Queues with Dynamic Priorities, Nav., Res.Log. Quart., 9, N 1, 31 – 36 (1962).

145. Reich, E., Waiting Times When Queus are in Tandem, Ann. Math. Stat., 68, N 3, 768 – 772 (1957).

146. Avi-Itzhank, B. Preemptive Repeat Priority Queues as a Spacial Case of the Multi PurposoServer Problem I and II, Operation Res, 11, N 4, 567 – 617 (1963).

147. Avi-Itzhank, B. A Sequence of Service Stations with Arbitrary Input and Regular Service Times, Management Sci., 11, N 5, 553 – 564 (1965).

148. Elmaghraby, S.E., Ginsbor A.S., A Dynamic Model for the Optimal Loading of Linear Multi-Operation Shops, Management Tech., 4, N 1, 47 – 58 (1964).

149. Friedman, II. D. Reduction Methods for Tandem Queueing Systems, Operations Res, 13, N 1, 121 – 131 (1965).

150. Jackson, J.R., Jobshop-Like Queuing Systems Research Report 81, Management Sciences Research Project, UCLA, 1963.

151. Day, J.E., Review on Sequencing Research, Res. Log. Quart., 17, N 1, 11 – 40 (1970).

152. Cook, S. The Complexity of Theorem-Proving Procedures, in Proc. 3 rd Annual ACM Symp on Computing, 1971.

153. Karp, R.M. Raducibility Among Combinatorial Problems, plexity of Computer Computations, Miller and Thatcher (Eds.), Plenum Press, N.Y., 1972. – P. 85 – 103.

154. Stankard, M.F. and Gupta S.K., 1969, «A Note on Bomberger's Approach to Lot Size Scheduling: Heuristic Proposed,» Management Science, 15, N 7, 449 – 452 (1969).

155. Brucker, P., Lenstra J.K., Rinnoy Kan A. H. G., Complexity of Machine Scheduling Problems, Dept. of Math. Dec. Sc, BW 43/75, Mathematish Centrum, Amsterdam, 1975.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебное издание

МАТВЕЙКИН Валерий Григорьевич,
ДМИТРИЕВСКИЙ Борис Сергеевич,
ПАНЧЕНКО Ирина Сергеевна,
КОКОРЕВА Марина Викторовна

СИСТЕМЫ ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Редактор Е.С. Мордасова
Инженер по компьютерному макетированию Т.Ю. Зотова

Подписано в печать 24.05.2013
Формат 60 × 84/16. 5,58 усл. печ. л. 100 экз. Заказ № 267

Издательско-полиграфический центр ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14