

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический университет»

**Н. П. ЖУКОВ, Н. Ф. МАЙНИКОВА,
С. С. НИКУЛИН, А. О. АНТОНОВ**

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Утверждено Учёным советом университета
в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся
в бакалавриате и магистратуре по направлениям
13.03.01 и 13.04.01 «Теплоэнергетика и теплотехника»



Тамбов
◆ Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ» ◆
2014

УДК 536.21(075.8)
ББК 312.3я73
Р47

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
«Природопользование и защита окружающей среды»
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
Н. С. Попов

Доктор технических наук, профессор, заместитель директора
по научной работе ГНУ «ВНИИТиН» Россельхозакадемии
С. А. Нагорнов

Р47 Решение задач теплопроводности методом конечных элементов :
учебное пособие / Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова, С. С. Никулин,
О. А. Антонов. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014. – 80 с. –
100 экз. – ISBN 978-5-8265-1262-3.

Дано описание общего подхода к решению задач теплопроводности
методом конечных элементов, представлены пошаговые инструкции для
создания расчётных моделей, сформулированы задачи для решения на
практических занятиях и для самостоятельной работы студентов.

Предназначено для студентов бакалавриата и магистратуры направле-
ний подготовки 13.03.01 и 13.04.01 «Теплоэнергетика и теплотехника».
Может быть использовано студентами при выполнении курсовых работ,
выпускных бакалаврских работ и магистерских диссертаций.

УДК 536.21(075.8)
ББК 312.3я73

ISBN 978-5-8265-1262-3

© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический
университет» (ФГБОУ ВПО «ТГТУ»), 2014

ВВЕДЕНИЕ

За последние десятилетия сфера интенсивного исследования и применения явлений теплообмена существенно расширилась. Теоретические исследования процессов теплообмена в настоящее время в значительной степени основаны на их численном моделировании с использованием персональных компьютеров [1 – 3].

Математическое моделирование поддерживается разнообразными компьютерными системами и пакетами прикладных программ [4 – 6].

Конечно-разностные методы, в частности метод конечных элементов (МКЭ), хорошо изучены, однако использование этих методов может вызвать у студентов затруднение. Поэтому в пособии приведены не только постановки задач, но и алгоритмы их решения, даются основы работы с пакетом ELCUT, приводятся примеры компьютерного моделирования.

Дано описание общего подхода к решению задач теплопроводности методом конечных элементов, представлены пошаговые инструкции для создания расчётных моделей, сформулированы задачи для решения на практических занятиях и для самостоятельной работы студентов. Учебное пособие может быть использовано студентами при выполнении курсовых работ, выпускных бакалаврских работ и магистерских диссертаций.

Содержание учебного пособия соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта и основано на программе дисциплины «Методы и средства теплотехнических исследований», преподаваемой в ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет» студентам магистратуры по направлению подготовки 13.04.01 «Теплоэнергетика и теплотехника».

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Метод конечных элементов – один из наиболее гибких и универсальных методов решения широкого круга задач механики сплошной среды, тепло- и массообмена, электро- и магнитостатики и многих других задач науки и техники [1 – 4].

Отличие МКЭ от конечно-разностного метода Эйлера заключается в том, что в выбранном конечном элементе функция не обязательно заменяется линейной зависимостью, а может быть принята в виде полинома [2 – 4, 6, 7, 13 – 15].

ELCUT – это мощный современный комплекс программ для инженерного моделирования электромагнитных, тепловых и механических задач методом конечных элементов [1].

Тепловой анализ играет заметную роль при проектировании многих механических и электромагнитных систем. Как правило, интерес представляют распределения температуры, температурного градиента и теплового потока. ELCUT может выполнять линейный и нелинейный стационарный тепловой анализ в плоской и осесимметричной постановке. Формулировка задачи основывается на стационарном уравнении теплопроводности с граничными условиями радиационного и конвективного теплообмена [4 – 6].

При постановке задачи используются следующие возможности.

Свойства сред: изотропные материалы с теплопроводностью, зависящей от температуры; ортотропные материалы с постоянной теплопроводностью.

Источники поля: постоянные и зависящие от температуры объёмные источники тепловой мощности, конвективные, радиационные источники и другие.

Граничные условия: заданная температура, заданный тепловой поток на границе, условия радиационного и конвективного теплообмена, поверхности с постоянной наперёд неизвестной температурой.

Результаты расчёта: температура, градиент температуры, плотность теплового потока, интегральные значения теплового потока через заданные поверхности.

Специальные возможности: интегральный калькулятор может вычислять различные интегральные значения на выбранных линиях и поверхностях. Распределение температуры может быть передано в задачу расчёта механического напряжённого состояния (совмещённая термоупругая задача).

1.1. ВЫБОР КЛАССА ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ

Рассматриваются три основных класса двумерных задач: плоские, плоскопараллельные и осесимметричные [10 – 12].

Плоские задачи обычно возникают при описании процессов теплопередачи в тонких пластинах. Они решаются в двумерной прямоугольной системе координат. Плоскопараллельные постановки используют декартову систему координат (x, y, z) , причём предполагается, что геометрия расчётных областей, свойства сред и параметры, характеризующие источники поля, неизменны в направлении оси z . Вследствие этого описание геометрии, задание свойств, граничных условий и источников, а также обработку результатов можно проводить в плоскости $xу$, называемой **плоскостью модели**.

Принято, что ось x направлена слева направо, а ось y – снизу вверх.

Осесимметричные задачи решаются в цилиндрической системе координат (z, r, θ) . Порядок следования осей выбран для общности с плоскопараллельными задачами. Физические свойства и источники поля предполагаются не зависящими от угловой координаты. Работа с моделью проводится в плоскости zr (точнее в полуплоскости $r > 0$). Ось вращения z направлена слева направо, ось r – снизу вверх. Геометрическая конфигурация задачи определяется как набор подобластей, представляющих собой одно- и многосвязные криволинейные многоугольники в плоскости модели, не пересекающиеся между собой иначе как по границе. Каждой подобласти приписан определённый набор физических свойств. Используются термины: блок для полигональной подобласти; ребро для отрезков и дуг окружностей, образующих границы блоков; вершина для концов рёбер и изолированных точек. Рёбра, отделяющие расчётную область от остальной части плоскости, составляют внешнюю границу расчётной области. Все остальные рёбра являются внутренними границами [1].

1.2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ РАСЧЁТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

Для расчёта температурных полей используют четыре группы методов: аналитические, графические, экспериментальные, численные.

Большими потенциальными возможностями обладают численные методы решения тепловых задач, основанные на методике конечных разностей (или методе сеток). Дифференциальное уравнение теплопроводности при этом заменяется системой алгебраических уравнений, начальное и граничные условия также заменяются разностными начальным и граничными условиями для сеточной функции. Дальнейшее решение задачи сводится к выполнению простых алгебраических операций.

ELCUT позволяет решать задачи теплопередачи в линейной и нелинейной постановках [1]. При решении тепловых задач используется уравнение теплопроводности в одном из видов [10, 11].

Для линейных задач:

а) в плоском случае

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q;$$

б) в осесимметричном случае

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda_r r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q.$$

Для нелинейных задач:

а) в плоском случае

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) = -q(T);$$

б) в осесимметричном случае

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(T) r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = -q(T).$$

Здесь T – температура; $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z, \lambda_r$ – компоненты тензора теплопроводности (в линейной постановке); $\lambda(T)$ – теплопроводность как функция температуры, представленная кубическим сплайном (анизотропия не поддерживается в нелинейной постановке); $q(T)$ – удельная мощность тепловыделения; в линейной постановке является константой, в нелинейной постановке является функцией, задаваемой кубическим сплайном.

Все параметры уравнений в линейной постановке постоянны в пределах каждого блока модели. Постановка задачи распределения температуры в тонких пластинах похожа на формулировку плоскопараллельной задачи.

1.3. ИСТОЧНИКИ ТЕПЛА В ЗАДАЧАХ РАСЧЁТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

ELCUT позволяет задать источники тепла в блоках, рёбрах или отдельных вершинах модели [1].

Источник, заданный в конкретной точке плоскости $xу$, описывает нагреватель в виде струны, следом которой служит данная точка плоскости, и задаётся мощностью тепловыделения на единицу длины.

В осесимметричном случае точечный источник поля представляет нагреватель в виде окружности вокруг оси симметрии или точечный источник, расположенный на оси. Чтобы охватить оба этих случая, точечный источник в осесимметричном случае описывается полной тепловой мощностью Q .

Источник тепла, заданный на ребре модели, соответствует тепловыделяющей поверхности в трёхмерном пространстве. Он характеризуется поверхностной плотностью тепловыделения и описывается при помощи граничного условия второго рода для ребра.

Объёмная плотность тепловыделения, заданная для блока модели, соответствует объёмному источнику тепла.

1.4. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ В ЗАДАЧАХ РАСЧЁТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

На внешних и внутренних границах расчётной области могут быть заданы следующие виды граничных условий [10].

Условие заданной температуры задаёт на ребре или в вершине модели наперёд заданное значение температуры T_0 (например, при интенсивном омывании поверхности жидкостью постоянной температуры). Значение T_0 на ребре может быть задано в виде линейной функции координат. Параметры задающей функции могут меняться от ребра к ребру, но должны быть согласованы так, чтобы функция T_0 не претерпевала разрывов в точках соприкосновения рёбер. Этот вид граничного условия называют **граничным условием первого рода** (ГУ 1) [10].

Условие заданного теплового потока описывается следующими соотношениями:

- на внешних границах

$$F_n = -q_s ;$$

- на внутренних границах

$$F_n^+ - F_n^- = -q_s .$$

Здесь F_n нормальная компонента вектора плотности теплового потока. Индексы «+» и «-» означают «слева от границы» и «справа от границы», соответственно. Для внутренней границы q_s означает поверхностную мощность источника, для внешней – означает известное значение теплового потока через границу. Этот вид граничного условия иногда называют **граничным условием второго рода** (ГУ 2) [10].

Если $q_s = 0$, граничное условие называется **однородным**.

Однородное условие второго рода на внешней границе означает отсутствие теплового потока через указанную поверхность. Однородное

ГУ 2 является естественным, оно устанавливается по умолчанию на всех тех сторонах, составляющих внешнюю границу, где явно не указано иное граничное условие. Этот вид граничного условия употребляется в двух случаях: на плоскости симметрии задачи (если ввиду симметричности геометрии и источников задача решается только на части области), а также для описания адиабатической границы. Если неоднородное граничное условие второго рода задано на внешнем ребре, являющемся следом плоскости симметрии задачи, истинное значение мощности тепловыделения следует разделить пополам.

Граничное условие конвекции может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает конвективный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = \alpha(T - T_0),$$

где α – коэффициент теплоотдачи; T_0 – температура окружающей среды.

Параметры α и T_0 могут меняться от ребра к ребру. Граничное условие этого типа иногда называют **граничным условием третьего рода** (ГУ 3) [10, 11].

Граничное условие радиации может быть задано на внешней границе модели. Оно описывает радиационный теплообмен и определяется следующим образом:

$$F_n = \beta k_{SB}(T^4 - T_0^4),$$

где k_{SB} – константа Стефана-Больцмана; β – коэффициент поглощения поверхности; T_0 – температура поглощающей среды. Параметры β и T_0 могут меняться от ребра к ребру.

Замечание. Чтобы задача расчёта температурного поля была поставлена корректно, необходимо поставить хотя бы в одной вершине условие заданной температуры, либо хотя бы на одном ребре условие конвекции или радиации [1].

Граничное условие равной температуры может быть использовано для описания тел с очень высокой, по сравнению с окружающими телами, теплопроводностью. Внутренность такого тела может быть исключена из расчёта температурного поля при условии описания всей его поверхности как поверхности равной температуры. Данное условие отличается от условия первого рода тем, что температура на описываемой поверхности заранее не известна [10, 11].

Замечание. Ребро, описанное условием равной температуры, не должно соприкасаться с любым ребром, где температура задана явно. В последнем случае ребро с условием равной температуры должно быть переопределено при помощи граничного условия первого рода с подходящим значением температуры [1].

1.5. ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ, ВЫЧИСЛЯЕМЫЕ В ЗАДАЧАХ РАСЧЁТА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ

При анализе результатов задачи ELCUT позволяет оперировать со следующими локальными и интегральными физическими величинами [1].

Локальные величины:

- температура T ;
- вектор плотности теплового потока

$$\mathbf{F} = -\lambda \operatorname{grad} T .$$

Интегральная величина:

- поток тепла через заданную поверхность

$$\Phi = \int \mathbf{F} \mathbf{n} ds ,$$

где \mathbf{n} – единичный вектор нормали к поверхности.

Поверхность интегрирования задаётся контуром в плоскости модели, состоящим из отрезков и дуг окружностей.

Температура – физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы. Температура одинакова для всех частей изолированной системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия.

В теле, не находящемся в полном тепловом равновесии (т.е. обладающим неравномерным распределением температуры), всегда происходит перенос теплоты. Отсюда следует, что для передачи теплоты теплопроводностью необходимо неравенство нулю температурного градиента в различных точках тела. В этом смысле температурный градиент является основным физическим параметром, определяющим условие возникновения теплового процесса, и можно сказать, что соотношение $\operatorname{grad} T \neq 0$ является необходимым условием возникновения внутри тела теплового потока [11].

Тепловой поток в отличие от температуры, величины скалярной, имеет вполне определённое направление, а именно: от точек тела с более высокой температурой к точкам с более низкой температурой. Таким образом, тепловой поток можно рассматривать как вектор, направленный в сторону уменьшения температур, а поле тепловых потоков – векторным. То есть, вектор плотности теплового потока \mathbf{F} в точке температурного поля – вектор, направление которого совпадает с направлением переноса теплоты, а абсолютная величина выражает тепловой поток или интенсивность переноса теплоты, измеряемую количеством теплоты проходящей в единицу времени через единицу площади поверхности, перпендикулярной направлению потока в рассматриваемой точке [11].

2. ПОДГОТОВКА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

В данном пособии рассматриваются решения двумерных задач линейной теплопроводности с помощью метода конечных элементов (МКЭ) в рамках версии ELCUT 5.8 (студенческое издание). Решение этих задач имеет целью приобретение навыков анализа теплопроводности с помощью МКЭ.

Для использования МКЭ необходимо располагать возможностью оценки возникающей погрешности решения. Этот вопрос решается тестированием МКЭ на задачах, для которых известно точное решение. Чтобы эффективно использовать систему ELCUT, необходима тщательная предварительная подготовка пользователя (студента) к выполнению конкретной работы.

Предлагается **ТИПИЧНЫЙ СЦЕНАРИЙ** подготовки студента к выполнению расчётной работы по применению МКЭ на персональном компьютере (ПК), т.е. предлагается следующая постановка задачи: **ДАНО, НАЙТИ, УСЛОВИЕ**.

В разделе **ДАНО** следует записать исходные данные задачи (а также каждой подзадачи) в следующем порядке:

- 1) геометрические размеры,
- 2) свойства материалов,
- 3) граничные условия.

Раздел **НАЙТИ** следует снабдить подробным комментарием.

В разделе **УСЛОВИЕ** необходимо перечислить все условия, которые приняты в части поведения материалов.

При проведении расчётов по реальному объекту составляется расчётная схема (РС). На эскизах реального объекта и РС следует дать буквенные обозначения и задать размеры. Здесь же необходимо указать граничные условия (ГУ), тип решаемой двумерной задачи и источники температурного поля.

Далее следует записать единицы размерностей, которые принимаются в задаче.

Следует задать общее имя рабочим файлам. Имя файла должно быть контекстное (например, «Стационарная теплопроводность 1», где «Стационарная теплопроводность» – название задачи; 1 – номер работы).

Студенту целесообразно сформулировать предварительный прогноз результатов решения задачи.

Листы с исходными данными конкретного сценария разработки задачи являются подтверждением готовности студента к вычислительной работе на ПК. Каждый студент должен выполнить свой собственный вариант задачи, провести расчёты на ПК, составить отчёт по работе. В отчёте необходимо представить схему контура с нанесением узловых точек и точек, в которых расчётные значения представляют интерес в рассматриваемом случае; описание обработки данных с воспроизведением графиков, полученных в ходе выполнения работы; расчёты величин, необходимых для теплового анализа объекта. Отчёт должен быть завершён выводами.

Подробные описания создания и хода решения задачи стационарного теплопереноса для полого шара при заданных значениях температуры внешней и внутренней поверхностей приведены в разделе 3.1 настоящего пособия.

Детальные описания создания и хода решения ряда задач нестационарного теплопереноса представлены в разделах 3.2 – 3.4.

В разделе 3.2 представлены описания хода создания и порядок решения задачи нестационарного теплопереноса для металлического шара, покрытого слоем асбослюды. Теплопроводность покрытия из асбослюды задана функцией, зависящей от температуры.

Пример применения МКЭ для решения задачи нестационарного теплопереноса для многослойной системы, представляющей собой металлическое основание с низкотеплопроводным покрытием, представлен в разделах 3.3.1 – 3.3.3.

В разделах 3.4.1 – 3.4.3 представлены подробные описания создания и решения задач нестационарного теплопереноса для многослойных систем при нарушениях однородности теплоизоляционного покрытия. Рассматриваются следующие виды дефектов покрытия: воздушное расслоение на границе полимер – металл; включение в виде водяного пузыря; включение в виде частицы металла.

3. РАБОТА В СИСТЕМЕ ELCUT

В данном разделе приводятся подробные описания создания и решения тепловых задач в системе ELCUT [1].

3.1. ЗАДАЧА СТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА

Полый стальной шар радиусом 100 мм с внутренней полостью радиусом 20 мм имеет температуру внутренней поверхности 100 °С, внешней поверхности 20 °С.

Определить одномерное температурное поле для стального полого шара при граничных условиях первого рода (ГУ 1).

Дано:

1. Геометрические размеры (рис. 1)
 - радиус внутренней поверхности $R_1 = 20$ мм;
 - радиус внешней поверхности $R_2 = 100$ мм.
2. Свойства материала:
 - материал шара сталь;
 - теплопроводность $\lambda = 45$ Вт/(м·К).
3. Граничные условия:
 - температура внутренней поверхности $T_1 = 100$ °С;
 - температура внешней поверхности $T_2 = 20$ °С.

Найти картину одномерного температурного поля сферической стенки для случая, когда температура зависит только от одной координаты. Теплопроводность λ – постоянная величина. Граничные условия соответствуют ГУ 1 рода.

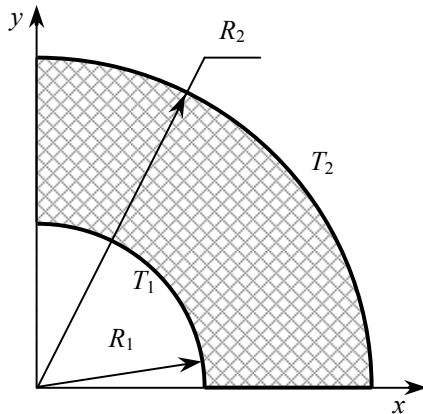


Рис. 1. Геометрические размеры

Построить график распределения температуры по радиусу шара.

Определить величину теплового потока.

Тип решаемой задачи: осесимметричная задача.

Условие: материал шара – ортотропный, с постоянной теплопроводностью.

3.1.1. СОЗДАНИЕ ЗАДАЧИ

Анализ поведения механической или иной технической системы производится по расчётной модели, которая должна быть предварительно подготовлена к вводу в ELCUT [1].

В разделе меню «Файл» выбирается пункт «Создать...». При запуске открывается шаблон «Создание нового документа» (рис. 2). Выбирается строка «Задача ELCUT».

В открывшемся шаблоне «Создание задачи» вводится «Имя файла задачи»: стационарная теплопроводность 1. По умолчанию предлагается путь, например: «Создать в папке» I:\группа МТЭ-51 (рис. 2). С помощью кнопки «Далее» открывается шаблон «Ввод параметров новой задачи» (рис. 3). Указывается «Тип задачи»: теплопередача стационарная (теплопередача нестационарная). Выбирается «Класс модели»: осесимметричная (плоская). Выбирается уровень точности «Расчёта»: обычный (прикидочный, прецизионный). По умолчанию предлагаются имена файлов расчётной схемы и закладываемых в расчёт физико-механических характеристик. Геометрия: стационарная теплопроводность 1.mod. Свойства: стационарная теплопроводность 1.dht.

С помощью кнопки «Далее» открывается шаблон «Выбор системы координат» (рис. 4).

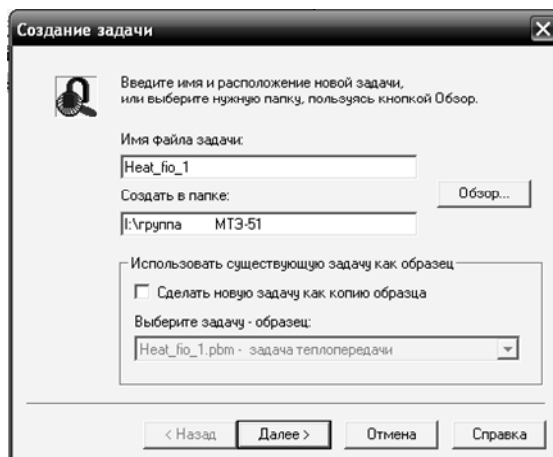


Рис. 2. Создание задачи

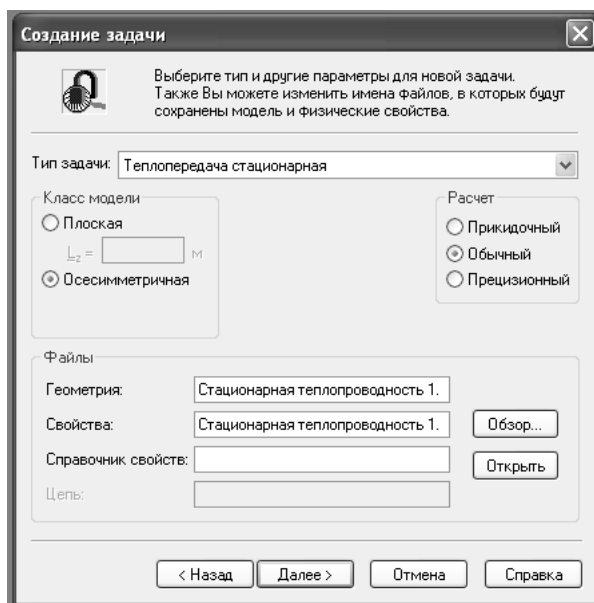


Рис. 3. Ввод параметров задачи

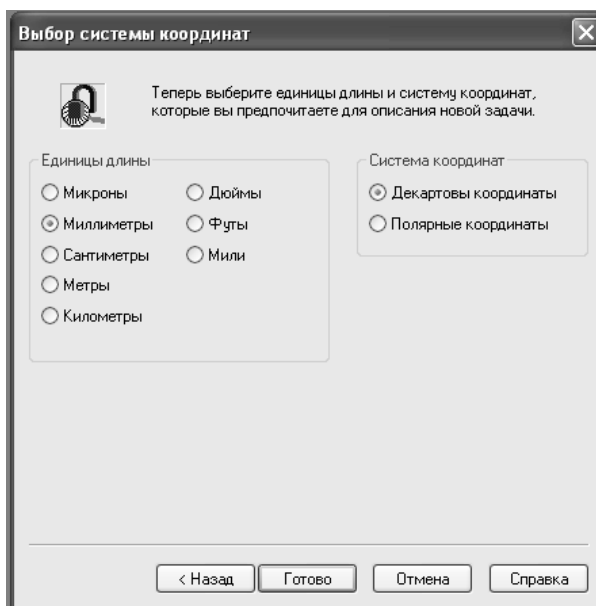


Рис. 4. Выбор системы координат

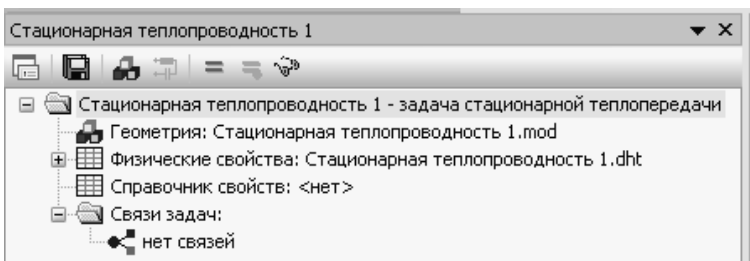


Рис. 5. Окно описания задачи

Указываются «Единицы длины»: миллиметры (сантиметры или др.).
Выбирается «Система координат»: декартовы (полярные) координаты.

Кнопка «Готово» позволяет закончить выполнение первого этапа задачи, после чего в окне описания задачи появляется сообщение (рис. 5):

Стационарная теплопроводность 1.pbm – задача теплопередачи.

Геометрия: стационарная теплопроводность 1.mod.

Физические свойства: стационарная теплопроводность 1.dht.

Справочник свойств: <нет>.

Связи задач: нет связей.

3.1.2. ЗАДАНИЕ ГЕОМЕТРИИ

Построение геометрической модели начинается с выбора в пункте меню «Правка» пункта «Геометрическая модель» или двойного щелчка мыши по элементу «Стационарная теплопроводность 1.mod» в окне описания задачи (рис. 5), после чего подтверждается необходимость создания файла «Стационарная теплопроводность 1.mod» кнопкой «ОК» и открывается окно модели.

Первое, что нужно сделать в окне работы с моделью, это указать размеры прямоугольника, в котором целиком поместится расчётная область, которая определяется геометрическими размерами элемента. Для того, чтобы этот прямоугольник занял окно модели целиком:

- 1) на панели инструментов, нажмите кнопку «Крупнее» (рис. 6);
- 2) переместите указатель мыши в точку с заданными координатами левого нижнего угла прямоугольника, следя за координатами в левом нижнем углу окна приложения ELCUT [1]. Необязательно попасть точно в указанную точку, достаточно щёлкнуть мышью поблизости от точки левее и ниже неё;
- 3) щёлкните левой кнопкой мыши и перетащите её в точку правого верхнего угла прямоугольника (рис. 7).

Окно модели отразит масштабирование.

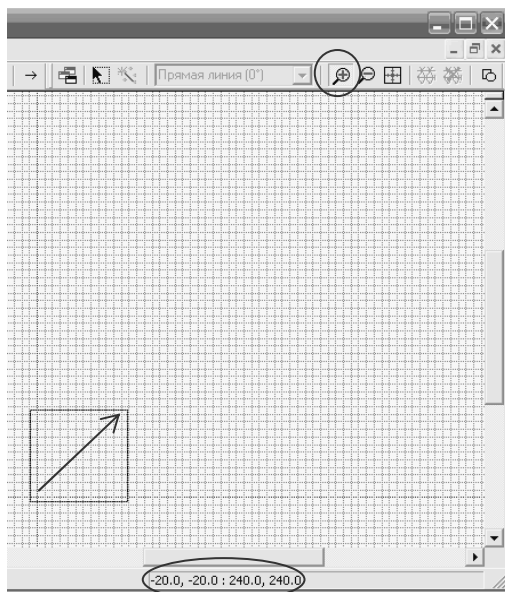


Рис. 6. Масштабирование

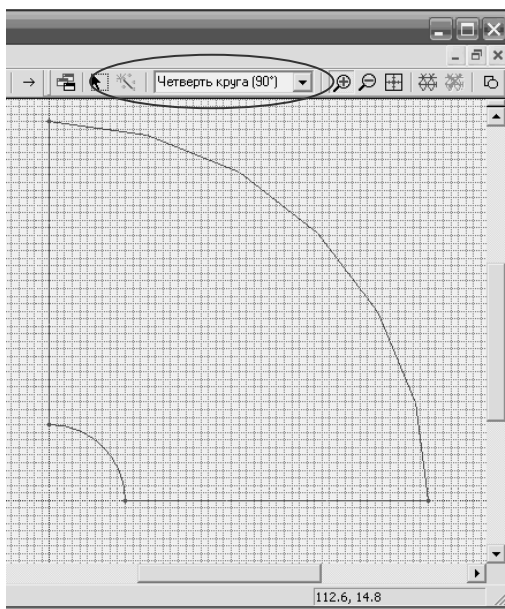


Рис. 7. Геометрическая модель

Щелчок правой кнопкой мыши при выделенном элементе дерева модели в «Окне описания» задачи при выборе опции «Свойства задачи» открывает три закладки: общие, координаты, связь задач.

Правая кнопка мыши в «Окне создания» геометрической модели открывает контекстное меню, позволяющее создать геометрическую модель. Выбираем опцию «Вставка вершин/рёбер». Построение геометрической модели может быть осуществлено также с помощью кнопочного меню или пункта основного меню «Правка/Добавить вершины...» (рис. 7).

Рекомендуется начать работу с ввода координат вершин с использованием опции «Добавить вершины». Затем следует соединить вершины прямыми и дугами окружности. В результате получаем контур РС.

Далее производится построение сетки конечных элементов (КЭ) и осуществляется контроль введённых геометрических характеристик. При этом используем пункты меню «Сетка привязки...» и «Построить сетку».

При построении сетки КЭ первый шаг – автоматическое построение. После получения первого результата расчёта можно приступить к редактированию сетки КЭ. Студенческая версия ELCUT имеет ограничение на количество узлов сетки – не более 255 [1].

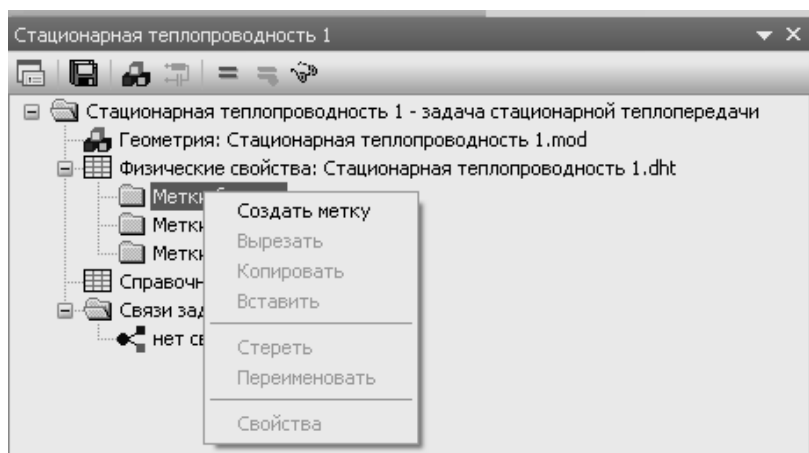
Опция «Свойства» открывает шаблон «Свойства выделенных объектов – Статистика»: блоки, рёбра, вершины, габариты.

3.1.3. ВВОД ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

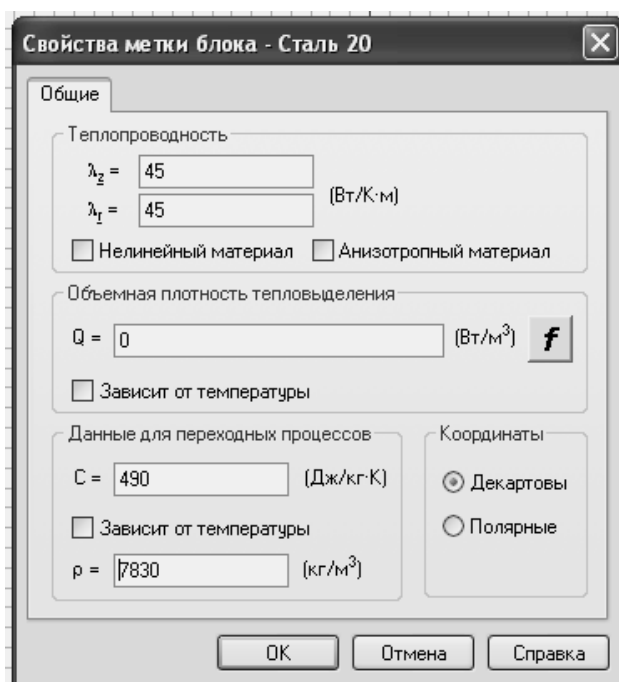
Физические параметры и ГУ задачи вводятся последовательно через: метки блоков (рис. 8), метки рёбер (рис. 9), метки вершин.

Физические параметры задаются отдельно для каждой метки блока, ребра или вершины. Метка блока создаётся через шаблон «Свойства выделенных объектов»: в поле «Метка» вводится метка блока – имя блока (рис. 10). В случае однородности свойств имеем одну метку. При необходимости учёта неоднородности свойств элемента задаётся соответствующее число блоков (рис. 8). Задание свойств блока (рис. 10) производится после создания соответствующих меток блоков в открывающемся шаблоне «Свойства» метки блока, где необходимо задать теплопроводность и другие свойства материалов объекта.

ГУ задаются с использованием меток рёбер и вершин. Ниже даётся описание последовательности задания ГУ. Метка ребра создаётся через шаблон «Свойства выделенных объектов»: в поле «Метка» вводится метка ребра – имя ребра (рис. 10). Задание ГУ производится после создания соответствующих меток рёбер в открывающемся шаблоне «Свойства» метки ребра, где необходимо задать «Общие свойства», соответствующие ГУ для указанной метки: температура, тепловой поток, конвекция, радиация, равная температура (рис. 9).



а)

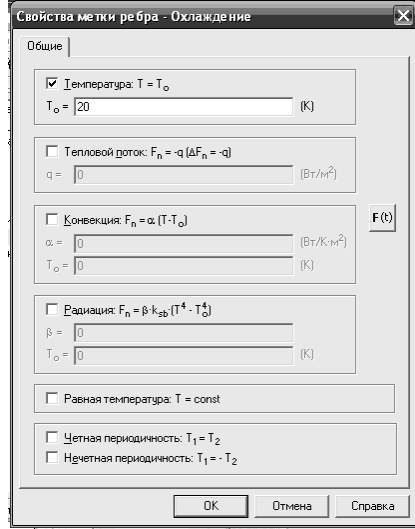


б)

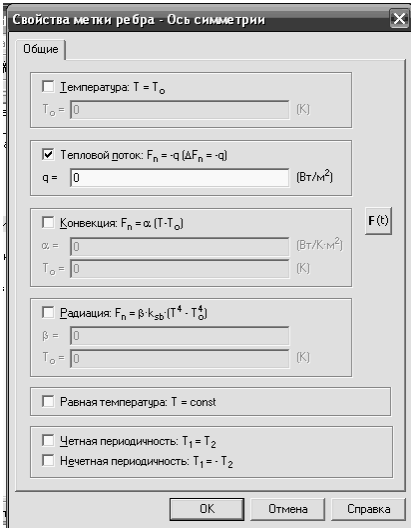
Рис. 8. Ввод физических параметров блока:
 а – создание метки блока; б – задание свойств метки блока



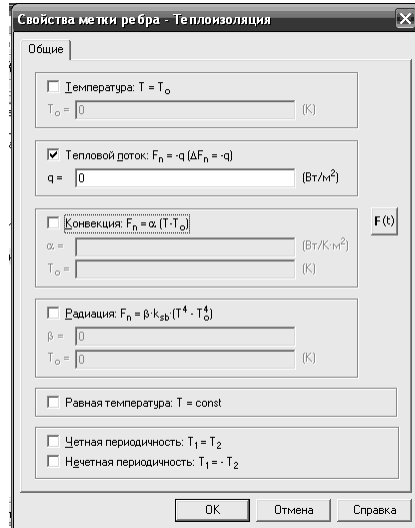
а)



б)

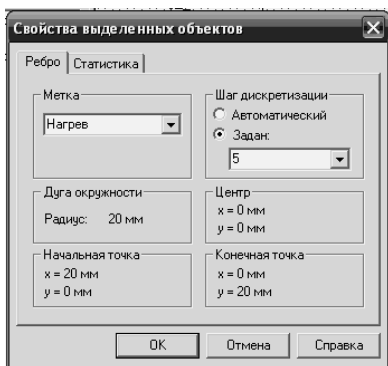


в)

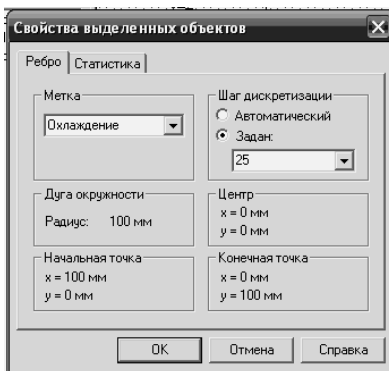


г)

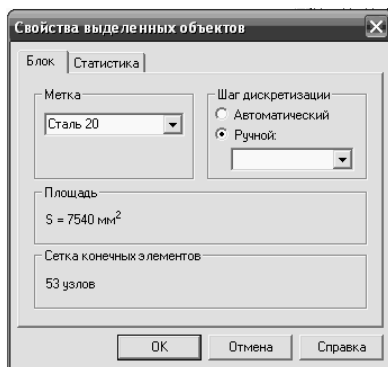
Рис. 9. Ввод граничных условий на рёбрах:
 а – «Нагрев»; б – «Охлаждение»; в – «Ось симметрии»; г – «Теплоизоляция»



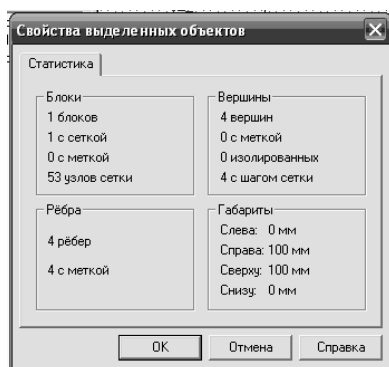
а)



б)



в)



г)

Рис. 10. Задание свойств выделенных объектов:

а – ребро «Нагрев»; б – ребро «Охлаждение»;
в – блок «Сталь 20»; г – статистика блока «Сталь 20»

Задание ГУ может производиться с использованием меток вершин. Метка вершины создается в шаблоне «Свойства выделенных объектов». После чего в шаблоне «Свойства» метки вершины возможно осуществить задание «Общих свойств», соответствующих ГУ указанной метки: температура, источник тепла.

Теперь геометрическая и физическая идеализация задачи завершена. Перед запуском на счёт рекомендуется проверить исходные данные (правая кнопка мыши, шаблон «Свойства») и записать их в предварительный отчёт. При соответствии введённых исходных данных выбранной расчётной модели производится запуск на счёт: «Задача / Решить».

3.1.4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ СЧЁТА

После выбора опций «Задача / Картина поля» открывается окно результатов с картиной поля (рис. 11). Необходимые значения параметров выводятся на экран путём настройки «Картины поля» (рис. 12),

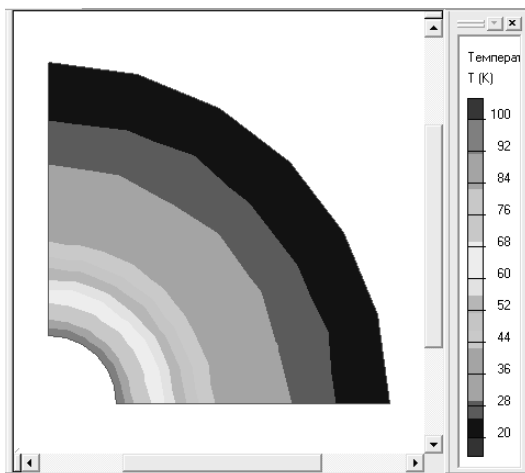


Рис. 11. Окно результатов счёта

Рис. 12. Задание параметров картины поля

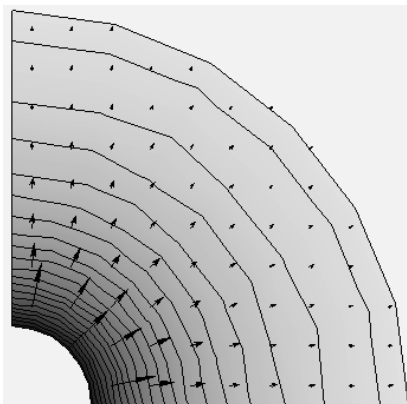


Рис. 13. Картина поля

которая может представляться следующими форматами графического представления: изотермы, векторы (градиент температуры, тепловой поток), цветная карта (температура, градиент температуры, тепловой поток, прочие величины). На рисунке 13 изображён один из вариантов картины поля, полученный по значениям, представленным на рис. 12.

Анализируя картину поля с использованием возможностей пакета ELCUT [1], можно задать контур интегрирования (рис. 14) и представить распределение температуры по заданному контуру в виде таблицы (рис. 15) или термограммы (рис. 16).

Для каждой конкретной задачи разрабатывается план исследования, намечается перечень изучаемых параметров, и в связи с этим выводятся на экран или на печать необходимые значения и картины полей.

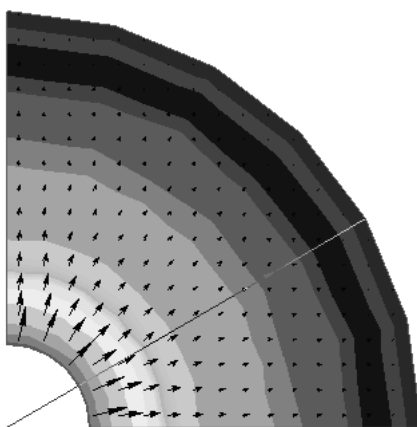


Рис. 14. Контур интегрирования

L (мм)	z (мм)	r (мм)	N_x	N_y	T (K)	G (K/м)
25.0092	21.6305	12.4799	0.500085	-0.865976	80.1750	3335.48
30.0110	25.9620	14.9812	0.500085	-0.865976	66.7751	2355.98
35.0128	30.2935	17.4826	0.500085	-0.865976	58.2075	1824.72
40.0146	34.6249	19.9839	0.500085	-0.865976	50.6646	1388.51
45.0165	38.9564	22.4853	0.500085	-0.865976	44.7215	1061.82
50.0183	43.2879	24.9866	0.500085	-0.865976	40.0062	827.468
55.0201	47.6193	27.4879	0.500085	-0.865976	36.4494	684.471
60.0220	51.9508	29.9893	0.500085	-0.865976	33.4959	571.541
65.0238	56.2823	32.4906	0.500085	-0.865976	31.1926	503.120
70.0256	60.6137	34.9920	0.500085	-0.865976	28.8894	434.762
74.9945	64.9167	37.4768	0.500085	-0.865976	26.6418	365.917
80.0293	69.2767	39.9946	0.500085	-0.865976	25.3064	343.239
85.0311	73.6081	42.4960	0.500085	-0.865976	23.9798	320.715
90.0330	77.9396	44.9973	0.500085	-0.865976	22.6532	298.200
95.0348	82.2711	47.4987	0.500085	-0.865976	21.3266	275.695
100.037	86.6025	50.0000	0.500085	-0.865976	20.0000	253.203

Рис. 15. Таблица параметров по контуру интегрирования

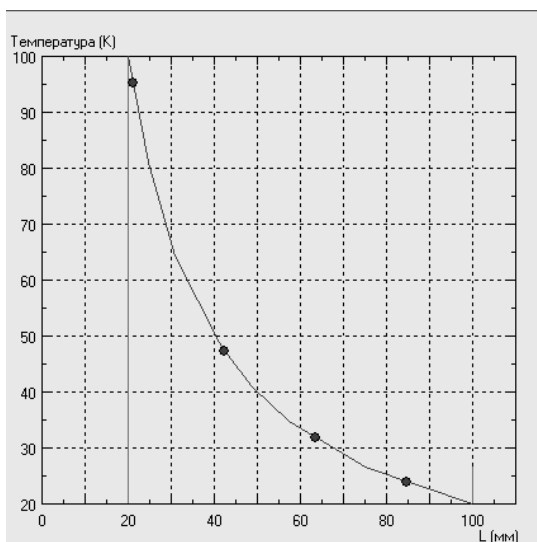


Рис. 16. Термограмма по контуру интегрирования

3.2. ЗАДАЧА НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА

Медный шар радиусом 20 мм покрыт слоем асбослюды толщиной 80 мм. На поверхности медного шара происходит выделение тепла с тепловым потоком $q_1 = 10\,000 \text{ Вт/м}^2$. Наружная поверхность слоя асбослюды теплоизолирована ($q_2 = 0 \text{ Вт/м}^2$). Граничные условия второго рода (ГУ 2).

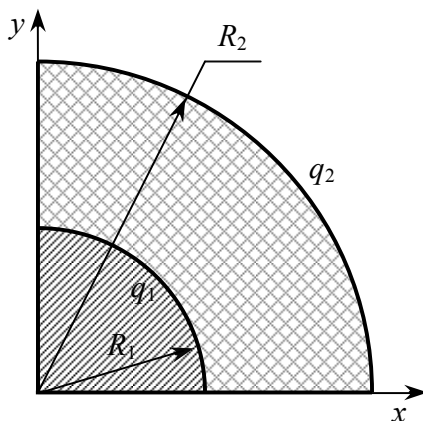


Рис. 17. Геометрические размеры

Определить одномерное температурное поле при нагреве системы: медный шар – оболочка из асбослюда на момент времени 600 с. Расчёт выполнить с временным шагом измерения 1 с.

Тип решаемой задачи: расчёт осесимметричной задачи.

Условие: медь – ортотропная, с постоянной теплопроводностью. Асбослюда – ортотропная, теплопроводность зависит от температуры.

Дано:

1. Геометрические размеры (рис. 17):

- радиус медного шара $R_1 = 20$ мм;
- радиус внешней поверхности системы $R_2 = 100$ мм.

2. Свойства материалов.

Медь:

- теплопроводность $\lambda = 400$ Вт/(м·К);
- теплоёмкость $c = 385$ Дж/(кг·К);
- плотность $\rho = 9000$ кг/(м³).

Асбослюда:

- теплопроводность $\lambda = f(T)$;
- теплоёмкость $c = 400$ Дж/(кг·К);
- плотность $\rho = 600$ кг/(м³).

3. Граничные условия:

- тепловой поток на поверхности медного шара $q_1 = 10\,000$ Вт/м²;
- тепловой поток на внешней поверхности $q_2 = 0$ Вт/м².

Найти:

1. График распределения температуры по радиусу системы.
2. Значение температуры на поверхности медного шара на момент времени 600 с.

3.2.1. СОЗДАНИЕ ЗАДАЧИ

Задача создаётся так же, как и в случае стационарного теплопереноса, с учётом следующих отличий.

В открывшемся шаблоне «Создание задачи» указывается «Тип задачи»: теплопередача нестационарная. Дополнительно появляется шаблон «Временные параметры» (рис. 18), в котором указываются конечное время и шаг интегрирования по времени.

Рис. 18. Временные параметры

3.2.2. ЗАДАНИЕ ГЕОМЕТРИИ, ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Производим построение геометрической модели (рис. 19).

Физические параметры и ГУ задачи вводятся последовательно через: метки блоков (рис. 20 и 21), метки рёбер (рис. 22), метки вершин.

Физические параметры задаются для каждого блока отдельно. В случае однородности свойств имеем один блок. Метка блока создаётся через шаблон «Свойства выделенных объектов»: в поле «Метка» вводится метка блока – имя блока. Задание свойств объекта производится после создания соответствующей метки блока в открывающемся шаблоне «Свойства» метки блока, где необходимо задать теплопроводность и другие свойства материалов объекта (рис. 20). Для блока «Асбослюда» необходимо выбрать свойство теплопроводности «Нелинейный материал» (рис. 20) и ввести в таблицу значения точек на кривой $\lambda = \lambda(T)$ (рис. 21).

Задание ГУ производится после создания соответствующих меток рёбер в открывающемся шаблоне «Свойства» метки ребра. Здесь необхо-

димо задать «Общие свойства», соответствующие ГУ для указанной метки: температура, тепловой поток, конвекция, радиация, равная температура (рис. 22). ГУ задаются с использованием меток рёбер и вершин. Выделив одно или несколько рёбер, через шаблон «Свойства выделенных объектов» в поле «Метка» вводится метка ребра – имя ребра (рис. 23).

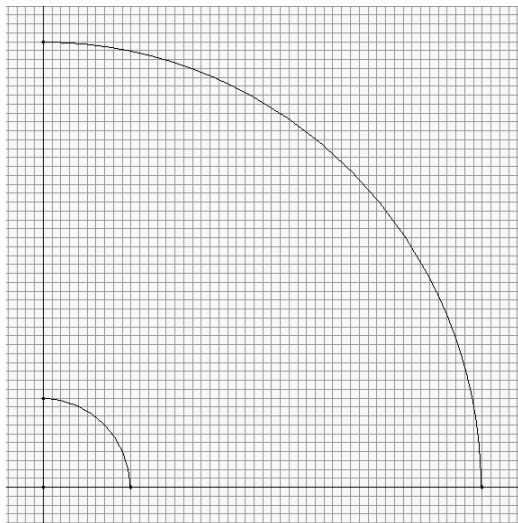


Рис. 19. Геометрическая модель

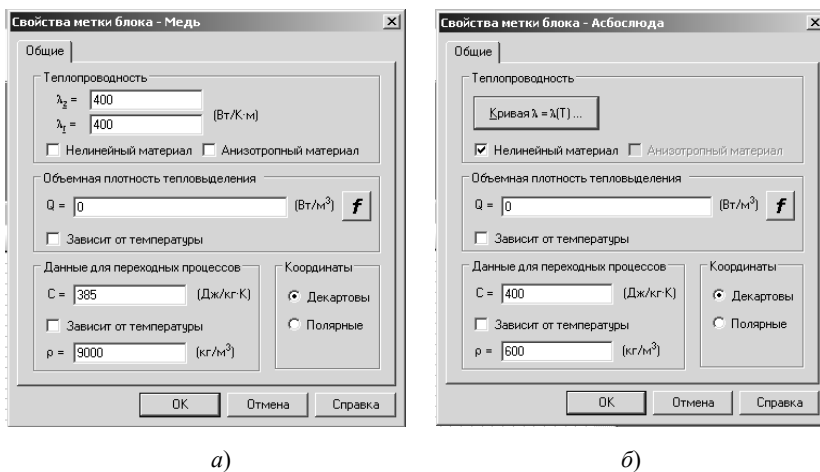


Рис. 20. Задание свойств блоков:
а – «Медь»; б – «Асболода»

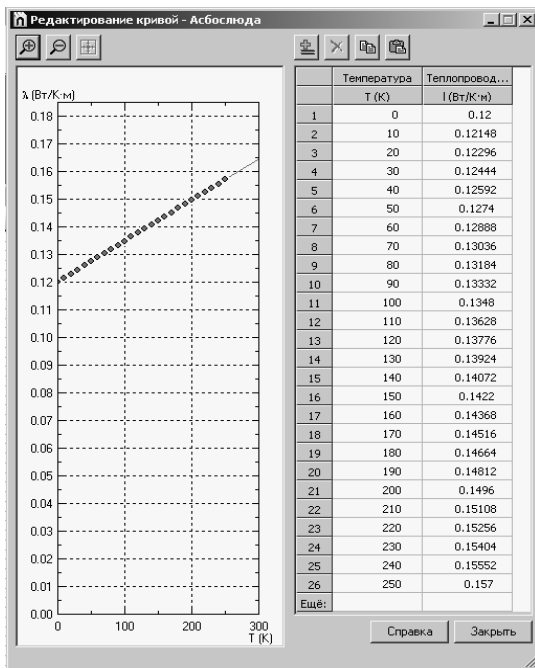


Рис. 21. Ввод значений теплопроводности асблюдю $\lambda = \lambda(T)$

Свойства метки ребра - Внешняя граница

Общие

Температура: $T = T_0$
 $T_0 = 0$ (К)

Тепловой поток: $F_n = -q$ ($\Delta F_n = -q$)
 $q = 0$ (Вт/м²)

Конвекция: $F_n = \alpha (T - T_0)$ **f**
 $\alpha = 0$ (Вт/К·м²)
 $T_0 = 0$ (К)

Радиация: $F_n = \beta k_{\text{сб}} (T^4 - T_0^4)$
 $\beta = 0$
 $T_0 = 0$ (К)

Равная температура: $T = \text{const}$

Четная периодичность: $T_1 = T_2$
 Нечетная периодичность: $T_1 = -T_2$

OK Отмена Справка

а)

Свойства метки ребра - Нагрев

Общие

Температура: $T = T_0$
 $T_0 = 0$ (К)

Тепловой поток: $F_n = -q$ ($\Delta F_n = -q$)
 $q = 10000$ (Вт/м²)

Конвекция: $F_n = \alpha (T - T_0)$ **f**
 $\alpha = 0$ (Вт/К·м²)
 $T_0 = 0$ (К)

Радиация: $F_n = \beta k_{\text{сб}} (T^4 - T_0^4)$
 $\beta = 0$
 $T_0 = 0$ (К)

Равная температура: $T = \text{const}$

Четная периодичность: $T_1 = T_2$
 Нечетная периодичность: $T_1 = -T_2$

OK Отмена Справка

б)

Рис. 22. Задание свойств меток рёбер:
 а – «Внешняя граница»; б – «Нагрев»

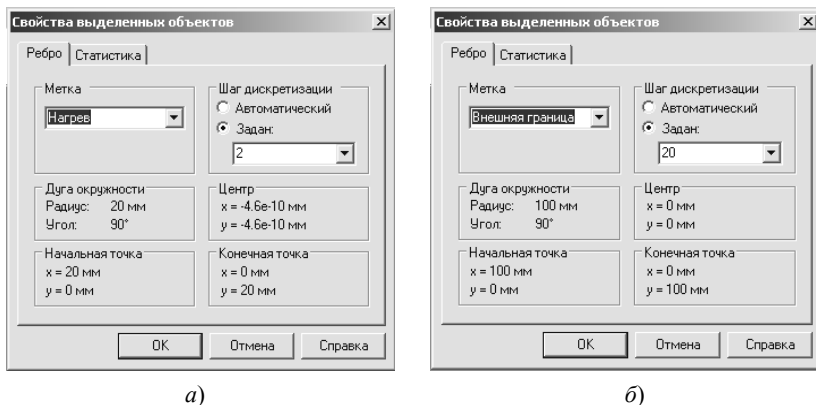


Рис. 23. Задание свойств выделенных рёбер:
а – «Нагрев»; *б* – «Внешняя граница»

При необходимости, можно задать шаг дискретизации сетки конечных элементов. В данном случае в зоне нагрева выбран шаг 2 мм, а на внешней границе – 20 мм. Аналогично задаются свойства блоков (рис. 24).

Далее производится построение сетки конечных элементов (рис. 25) и осуществляется контроль введённых геометрических характеристик. При этом используются пункты меню «Правка / Построить сетку».

После получения первого результата расчёта можно отредактировать сетку КЭ, изменив значения шага дискретизации на выбранных блоках, рёбрах или отдельных точках. Для того чтобы узлы сетки попали в нужные точки, можно дополнительно построить ребро и задать на нём нужный шаг дискретизации.

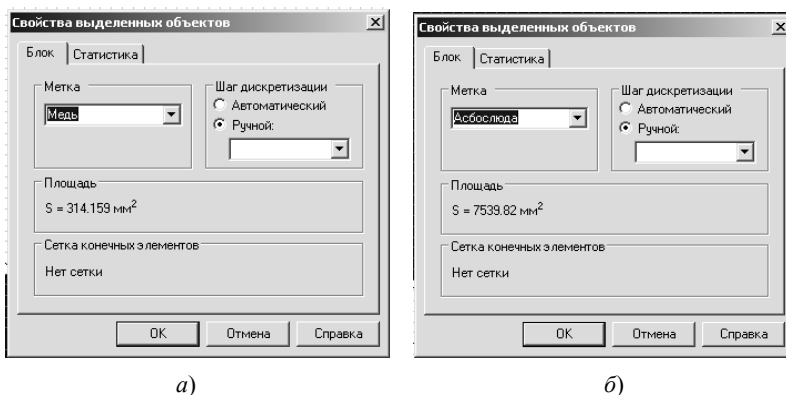


Рис. 24. Задание свойств выделенных блоков:
а – «Медь»; *б* – «Асбослюда»

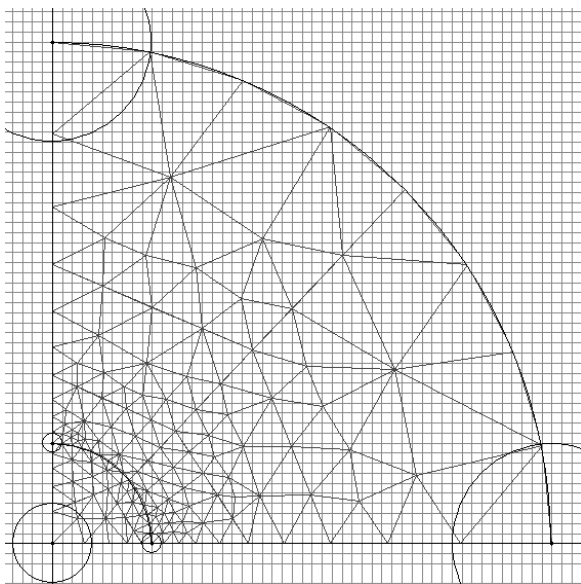


Рис. 25. Сетка конечных элементов

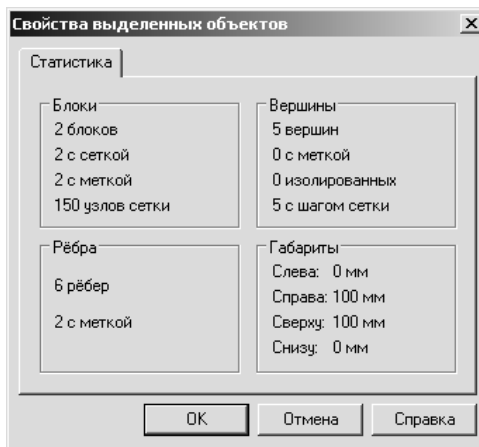


Рис. 26. Проверка количества узлов сетки

После каждого изменения необходимо заново строить сетку конечных элементов. Для определения количества узлов сетки можно нажать правую кнопку мыши рядом с построенной моделью и выбрать «Свойства». Опция «Свойства» открывает шаблон «Свойства выделенных объектов – Статистика»: блоки, рёбра, вершины, габариты (рис. 26).

Перед запуском решения задачи рекомендуется проверить исходные данные (правая кнопка мыши, «Свойства») и записать их в предварительный отчёт. При соответствии введённых исходных данных выбранной расчётной модели производится запуск на счёт: «Задача / Решить».

3.2.3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ СЧЁТА

После выбора опций «Задача / Картина поля» открывается окно результатов с картиной поля (рис. 27). Необходимые значения параметров выводятся на экран путём изменения «Свойств картины поля» (рис. 28),

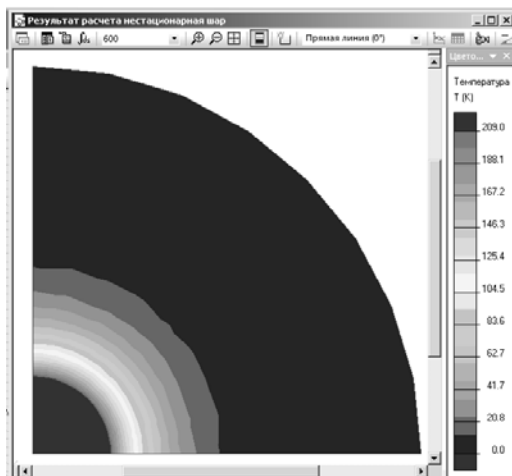


Рис. 27. Результат расчёта задачи

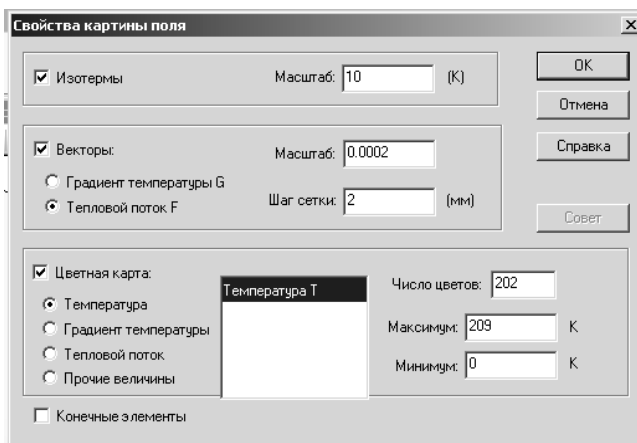


Рис. 28. Свойства картины поля

которая может представляться следующими форматами графического представления: изотермы, векторы (градиент температуры, тепловой поток), цветная карта (температура, градиент температуры, тепловой поток, прочие величины). На рисунке 29 изображён один из вариантов картины поля, полученный по значениям, представленным на рис. 28. Увеличенный участок картины поля представлен на рис. 30. На нём хорошо видны изотермы и векторы теплового потока.

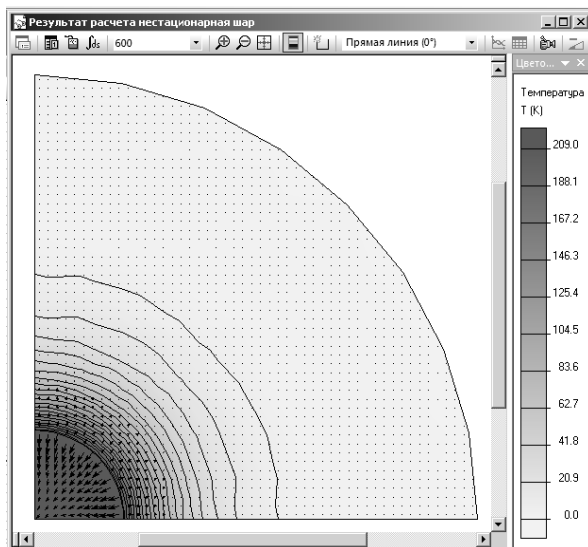


Рис. 29. Картина поля

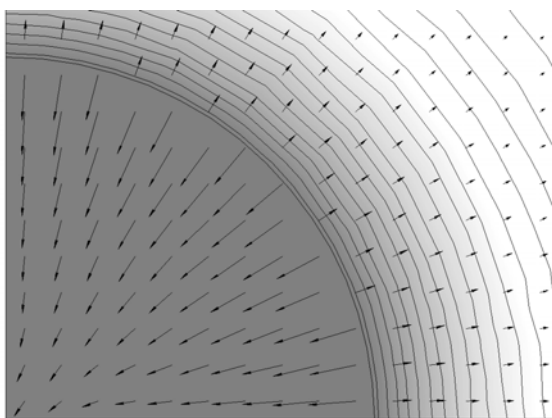


Рис. 30. Фрагмент картины поля

Время (с)	T (K)	G (K/м)	Gz (K/м)	Gr (K/м)	F (Вт/м2)	Fz (Вт/м2)	Fr (Вт/м2)	I (Вт/К*м)
0	0	0	0	0	0	0	0	0.12
1	0.5121	232.16	231.484	17.7043	27.8768	27.7956	2.12585	0.120076
2	0.945386	410.236	409.211	28.9936	49.2858	49.1625	3.48329	0.12014
3	1.37207	571.887	570.597	38.3899	68.7426	68.5875	4.61459	0.120203
4	1.7972	721.689	720.181	46.6295	86.7946	86.6133	5.60794	0.120266
5	2.22138	861.722	860.023	54.0804	103.69	103.486	6.50742	0.120329
6	2.64474	993.513	991.641	60.9582	119.61	119.385	7.33884	0.120391
7	3.06732	1118.28	1116.25	67.3982	134.701	134.456	8.11839	0.120454
8	3.48917	1237.01	1234.82	73.49	149.079	148.816	8.85674	0.120516
9	3.91032	1350.48	1348.15	79.2951	162.84	162.559	9.56131	0.120579
10	4.3308	1459.37	1456.9	84.8584	176.059	175.761	10.2374	0.120641
11	4.75064	1564.18	1561.58	90.2131	188.802	188.488	10.889	0.120703
12	5.16987	1665.38	1662.65	95.385	201.12	200.79	11.5192	0.120765
13	5.5885	1763.33	1760.47	100.395	213.058	212.712	12.1304	0.120827
14	6.00656	1858.34	1855.35	105.259	224.652	224.292	12.7247	0.120889
15	6.42405	1950.67	1947.57	109.992	235.935	235.56	13.3036	0.120951
16	6.841	2040.57	2037.35	114.605	246.934	246.545	13.8666	0.121012
17	7.25742	2128.22	2124.89	119.108	257.673	257.269	14.4209	0.121074
18	7.67332	2213.81	2210.36	123.509	268.171	267.753	14.9614	0.121136
19	8.08871	2297.47	2293.91	127.817	278.447	278.016	15.4911	0.121197
20	8.50361	2379.35	2375.68	132.038	288.517	288.072	16.0107	0.121259
21	8.91802	2459.57	2455.79	136.177	298.394	297.937	16.521	0.12132
22	9.33195	2538.23	2534.35	140.24	308.093	307.622	17.0225	0.121381
23	9.74542	2615.42	2611.44	144.232	317.623	317.14	17.5159	0.121442
24	10.1584	2691.24	2687.16	148.156	326.995	326.499	18.0015	0.121503
25	10.571	2765.77	2761.58	152.017	336.219	335.711	18.4799	0.121565
26	10.9831	2839.06	2834.78	155.818	345.302	344.782	18.9515	0.121625
27	11.3947	2911.2	2906.82	159.562	354.253	353.721	19.4165	0.121686
28	11.806	2982.23	2977.76	163.252	363.078	362.534	19.8754	0.121747
29	12.2168	3052.21	3047.65	166.89	371.784	371.228	20.3285	0.121808
30	12.6272	3121.2	3116.54	170.479	380.377	379.809	20.776	0.121869
31	13.0371	3189.23	3184.48	174.021	388.862	388.282	21.2183	0.121929
32	13.4467	3256.36	3251.51	177.518	397.243	396.653	21.6554	0.12199
33	13.8558	3322.61	3317.68	180.972	405.527	404.925	22.0877	0.122051
34	14.2646	3388.03	3383.01	184.385	413.716	413.103	22.5154	0.122111
35	14.6729	3452.65	3447.54	187.758	421.816	421.192	22.9387	0.122172

Рис. 31. Таблица значений параметров в точке с координатами (20, 0)

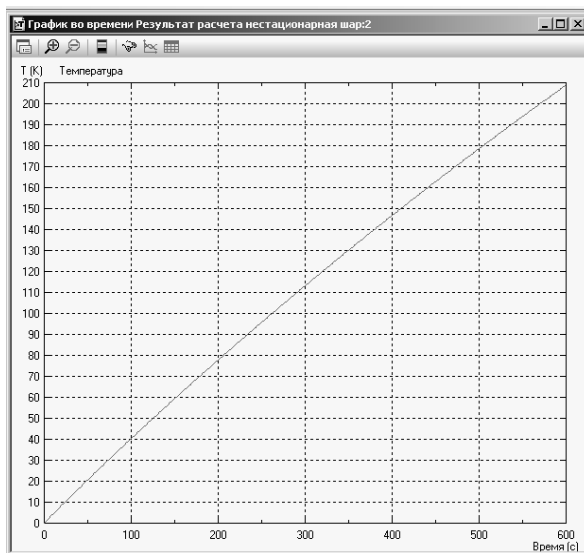


Рис. 32. Термограмма, построенная по значениям, рассчитанным в точке с координатами (20, 0)

Анализируя картину поля с использованием возможностей пакета ELCUT, можно задать контур интегрирования (рис. 33) и представить распределение температурного поля по заданному контуру в виде таблиц или графиков температуры (рис. 34 – 38), градиента температуры (рис. 39), теплового потока (рис. 40) в заданные моменты времени.

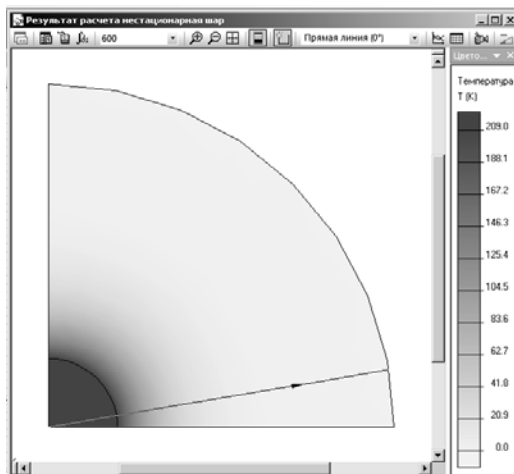


Рис. 33. Контур интегрирования

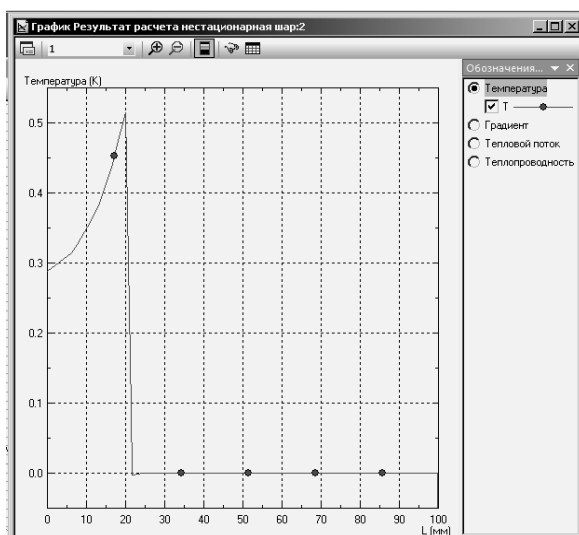


Рис. 34. График температуры по контуру интегрирования на 1 секунде нагрева

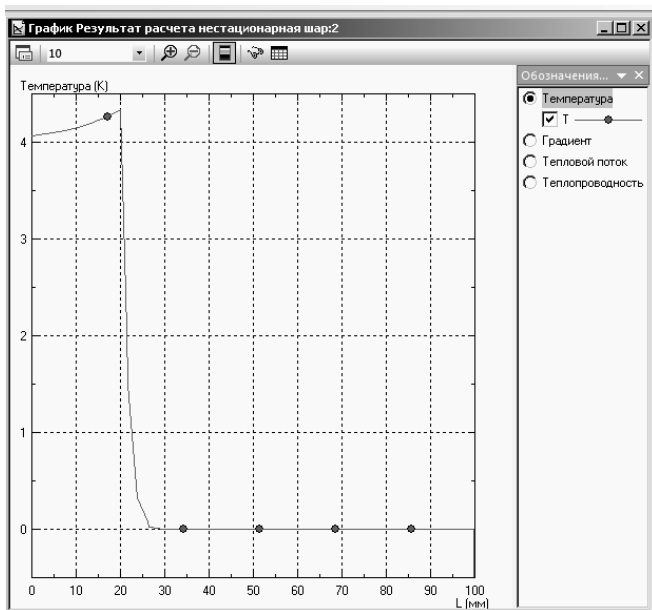


Рис. 35. График температуры по контуру интегрирования на 10 секунде нагрева

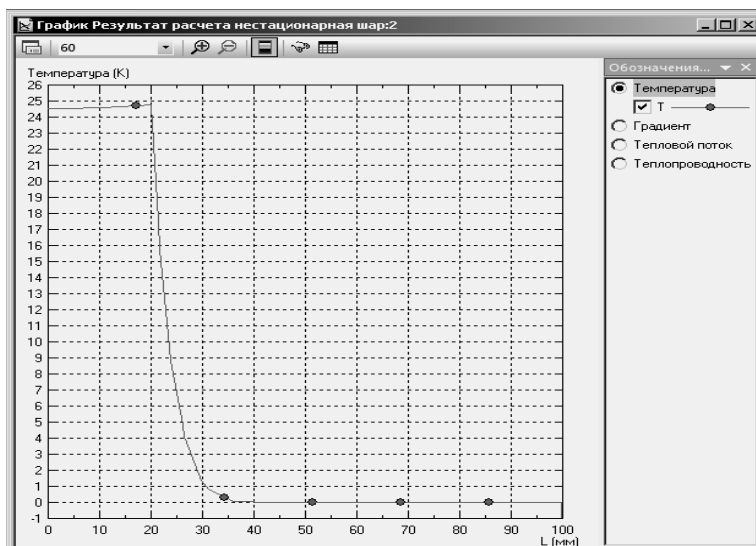


Рис. 36. График температуры по контуру интегрирования на 60 секунде нагрева

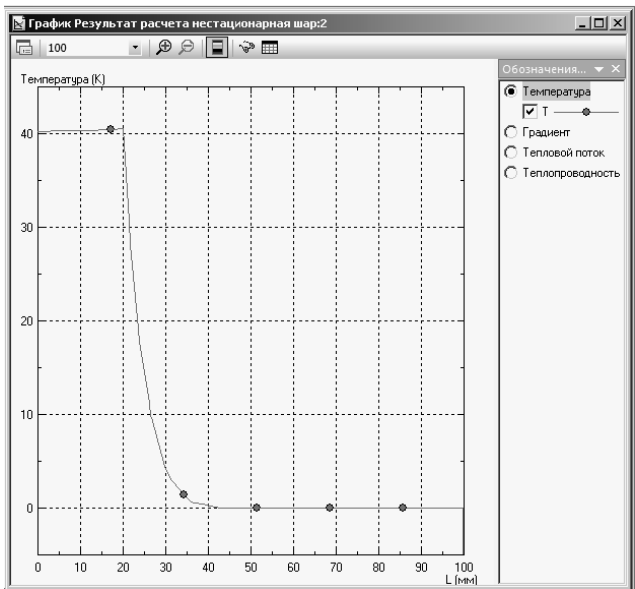


Рис. 37. График температуры по контуру интегрирования на 100 секунде нагрева

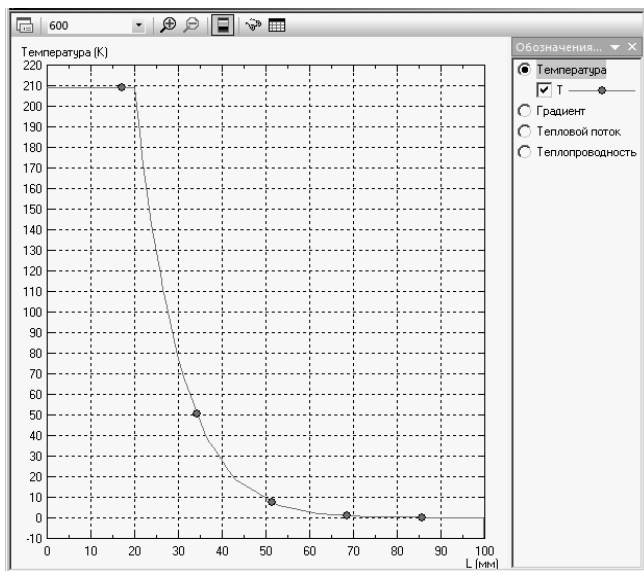


Рис. 38. График температуры по контуру интегрирования на 600 секунде нагрева

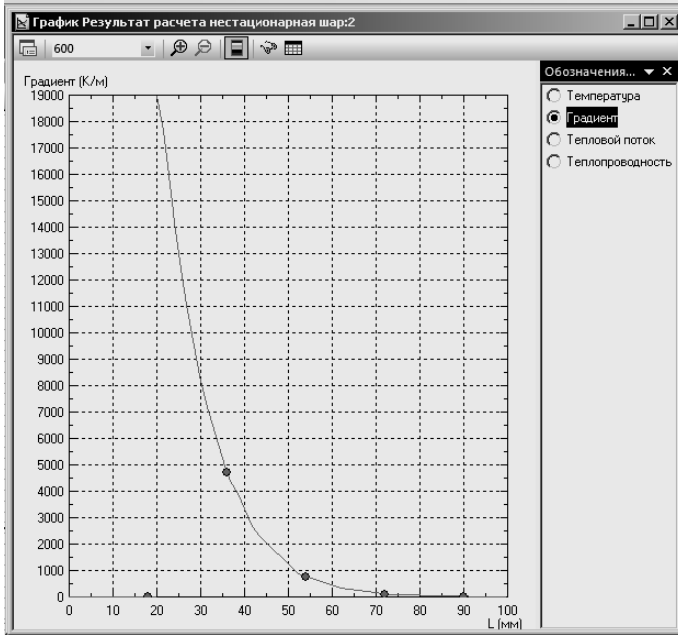


Рис. 39. График градиента температуры по контуру интегрирования на 600 секунде нагрева

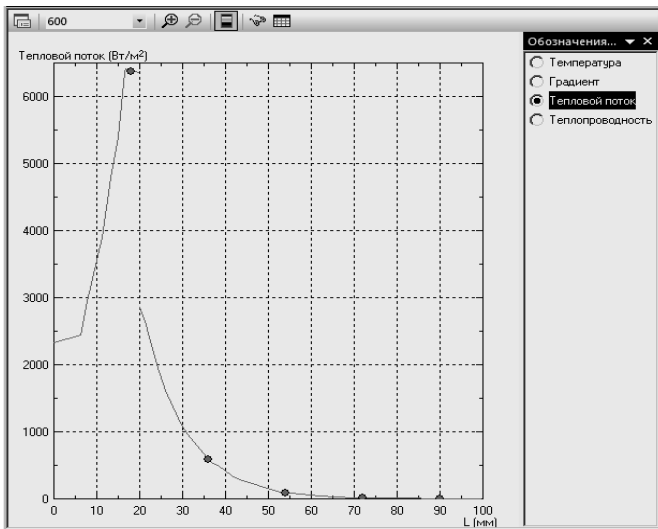


Рис. 40. График теплового потока по контуру интегрирования на 600 секунде нагрева

3.3. ЗАДАЧА НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА ДЛЯ МНОГОСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ

Известно, что тепловые методы неразрушающего контроля и диагностики позволяют определять качество исследуемых материалов и готовых изделий из них по теплофизическим свойствам (ТФС) [8, 9].

В случае неразрушающего контроля активными тепловыми методами искомые ТФС проявляются через температурный отклик (термограмму) исследуемого объекта на тепловое воздействие, которому подвергается изделие в специально организованном эксперименте.

Реализация тепловых методов неразрушающего контроля ТФС усложняется ещё и тем, что тепловое воздействие и получение измерительной информации в ходе эксперимента возможно осуществлять только на ограниченном участке поверхности исследуемого объекта. Поэтому наиболее сложной и важной задачей при создании новых методов неразрушающего контроля ТФС является разработка физико-математических моделей, адекватно описывающих тепловые процессы в объектах контроля.

Анализ процессов измерения, их моделей и источников погрешностей показывает, что в пределах временного интервала измерения в тепловой системе могут происходить существенные изменения, которые не позволяют описывать весь процесс измерения одной аналитической моделью с неизменными ограничениями и условиями. Неучёт данного обстоятельства ведёт к существенному увеличению погрешностей при определении ТФС неразрушающими методами.

Основные источники погрешностей для измерительных средств, использующих тепловые методы, следующие: не соблюдается условие соответствия тепловой системы одной из классических моделей теплопереноса, например, модели полупространства; нарушается допущение относительно постоянства плотности теплового потока от нагревателя; не выполняются условия о направлении теплового потока вследствие конечных размеров нагревателя; не соблюдается предположение об адекватности аналитической модели процессу теплопереноса.

В основе разработанных авторами многомодельных методов лежат следующие предположения [8, 9].

На термограмме имеются участки (рабочие), для которых обеспечивается высокая точность совпадения с результатами вычислительных экспериментов по аналитическим моделям. Причём этим участкам соответствуют тепловые режимы опыта, вышедшие на стадию регуляризации.

Участки экспериментальных термограмм, хорошо совпадающие с рассчитанными по аналитическим моделям, имеют место для широкого класса твёрдых материалов (электроизоляционных, теплоизоляционных, полимерных и др.).

Для рабочих участков существуют удобные вычислительные соотношения, позволяющие однозначно определить значения теплофизических свойств в зависимости от параметров аналитической функции, соответствующей термограмме на данном временном интервале. Уравнения, описывающие термограмму на рабочих участках, следует искать на основе анализа решений соответствующих краевых задач [8, 9].

Задача построения температурных полей в объектах контроля может быть решена численно [8, 9].

Рассмотрим следующую задачу.

На металлической пластине с низкотеплопроводным покрытием толщиной h_1 расположен измерительный зонд (ИЗ), включающий в себя плоский круглый нагреватель, теплоизолирующую подложку и термоприёмники (рис. 41).

Исследуемое тело представляет собой конструкцию, состоящую из двух слоёв: первый – низкотеплопроводный с теплофизическими свойствами λ_1, c_1, ρ_1 ; второй – высокотеплопроводный с теплофизическими свойствами λ_2, c_2, ρ_2 . Толщина первого слоя – h_1 , второго – h_2 . Температура в точках контроля измеряется с помощью термоприёмников (ТП1, ТП2).

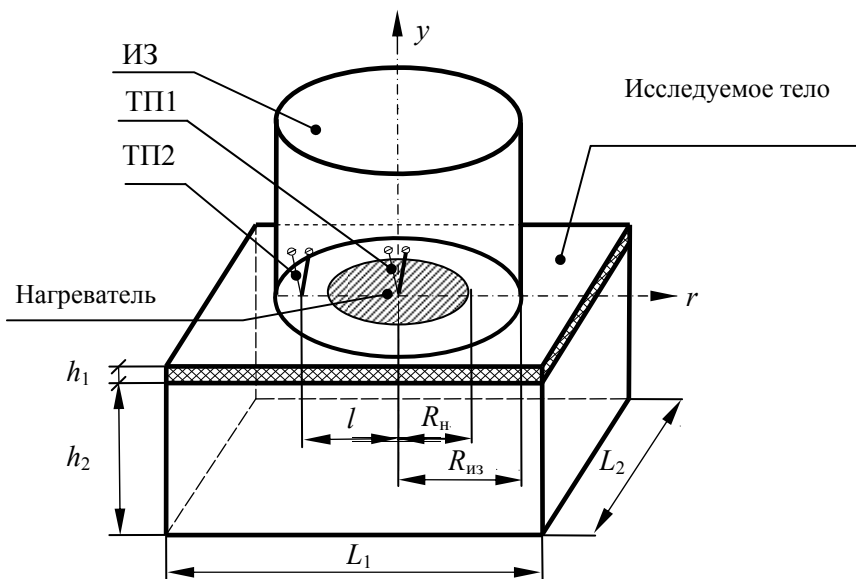


Рис. 41. Измерительная схема

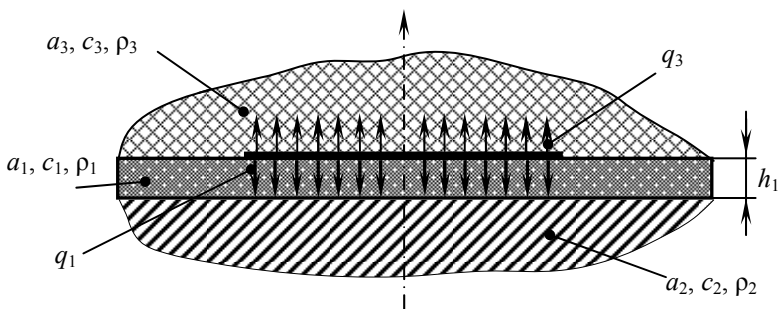


Рис. 42. Тепловая схема

Тепловое воздействие на систему с равномерным начальным температурным распределением осуществляется с помощью нагревателя постоянной мощности, выполненного в виде тонкого диска радиусом R_H , встроенного в подложку измерительного зонда, выполненную из рипора, радиусом $R_{из}$.

Размеры подложки измерительного зонда и металлической пластины (L_1 , L_2 , h_2) подобраны так, что их можно считать полуограниченными. Для упрощения тепловой схемы и расчётов пренебрегаем теплоёмкостью и оттоками тепла по проводам теплоприёмников. Тепловая схема многослойной системы, включающей в себя теплоизолирующий слой (подложка измерительного зонда), нагреватель, низкотеплопроводное покрытие толщиной h_1 и металлическое основание, представлена на рис. 42.

Принимаем, что все элементы схемы находятся в идеальном тепловом контакте друг с другом. Боковые поверхности тел имеют тепловую изоляцию ($q = 0$).

В начальный момент времени на поверхности нагревателя возникает постоянный тепловой поток $q = \text{const}$, $q = q_1 + q_3$, который действует на протяжении всего процесса.

Решение задачи построения температурных полей в исследуемом объекте осуществляется в следующей последовательности.

3.3.1. СОЗДАНИЕ ЗАДАЧИ

1. Создаём задачу (рис. 43).
2. Выбираем единицу длины сетки и систему координат (рис. 44).
3. Задаём временные параметры решения модели (рис. 45).

Открыв окно основной программы в двухмерном пространстве, мы видим рабочую область с координатными осями и кнопками для рисования геометрии (рис. 46). В верхней части экрана есть стандартные кнопки для выполнения операций с файлом и буфером обмена и кнопки, управляющие параметрами решения задачи.

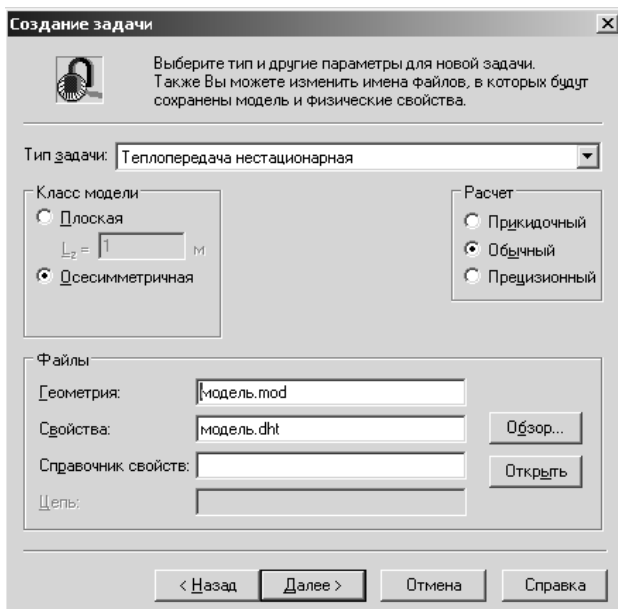


Рис. 43. Выбор типа задачи, класса модели, типа расчёта

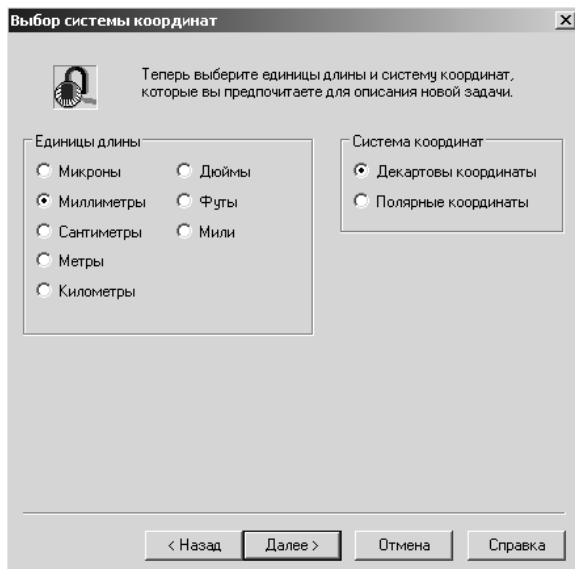


Рис. 44. Выбор системы координат:
единицы длины – миллиметры; система координат – декартова

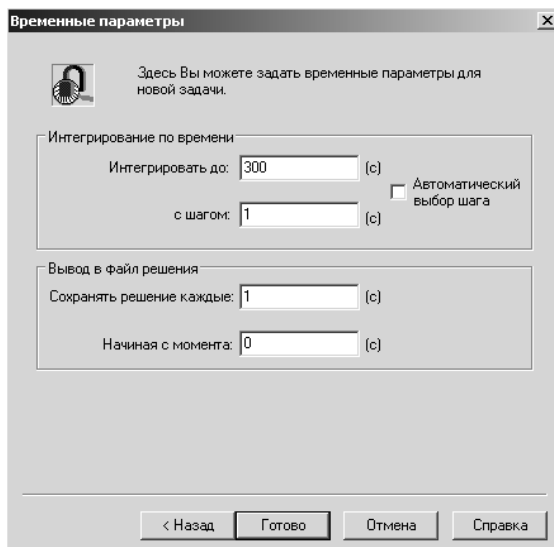


Рис. 45. Временные параметры:
интегрирование по времени – до 500 с; шаг интегрирования 1 с;
вывод решения в файл – каждую 1 с

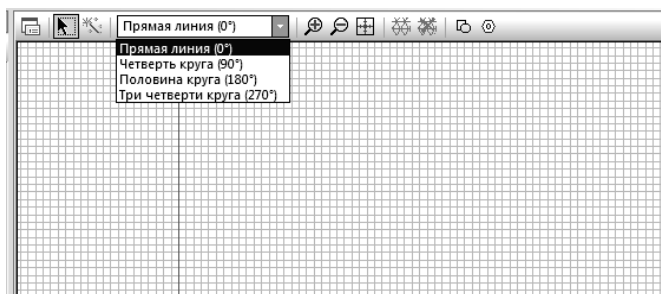


Рис. 46. Рабочая область создания геометрии

3.3.2. ЗАДАНИЕ ГЕОМЕТРИИ, ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Выстраиваем геометрию задачи, исходя из размеров двухслойного тела, подложки зонда и нагревателя. Следует отметить, что модель задаётся симметричной относительно горизонтальной оси (рис. 47).

Размер подложки измерительного зонда: высота 20 мм, радиус 25 мм. Размеры двухслойного объекта: толщина изоляции 1 мм, толщина металлического основания 10 мм. Нагреватель имеет следующие размеры: радиус 10 мм, высота 1 мм.

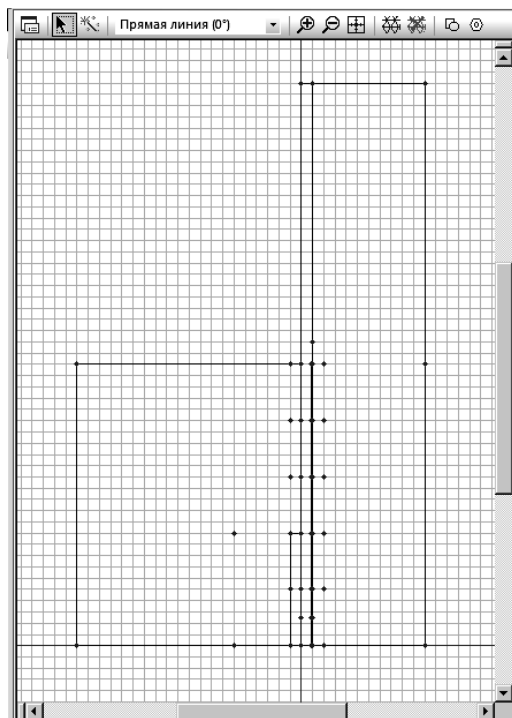


Рис. 47. Построение геометрии задачи

Исходя из выстроенных блоков в модели, создаём каждому блоку задачи свою метку (рис. 48): полимер (первый слой), нагреватель, подложка зонда, металл (второй слой).

Задаём теплофизические свойства каждой метки блока (табл. 1, рис. 49).

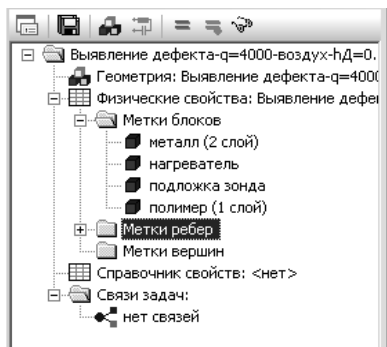


Рис. 48. Создание меток блоков

1. Теплофизические свойства объектов

Метка блока	Теплопроводность λ , Вт/(К·м)	Теплоёмкость c , Дж/(кг·К)	Плотность ρ , кг/м ³
1. Полимер (1 слой)	0,021	1050	360
2. Нагреватель	400	385	8890
3. Подложка зонда	0,028	1270	50
4. Металл (2 слой)	47	462	7800

Свойства метки блока - полимер (1 слой)

Общие

Теплопроводность
 $\lambda_2 =$ (Вт/К·м)
 $\lambda_1 =$ (Вт/К·м)

Нелинейный материал Анизотропный материал

Объемная плотность тепловыделения
 $Q =$ (Вт/м³) **f**

Зависит от температуры

Данные для переходных процессов
 $c =$ (Дж/кг·К)

Зависит от температуры

$\rho =$ (кг/м³)

Координаты
 Декартовы
 Полярные

а)

Свойства метки блока - нагреватель

Общие

Теплопроводность
 $\lambda_2 =$ (Вт/К·м)
 $\lambda_1 =$ (Вт/К·м)

Нелинейный материал Анизотропный материал

Объемная плотность тепловыделения
 $Q =$ (Вт/м³) **f**

Зависит от температуры

Данные для переходных процессов
 $c =$ (Дж/кг·К)

Зависит от температуры

$\rho =$ (кг/м³)

Координаты
 Декартовы
 Полярные

б)

Свойства метки блока - подложка зонда

Общие

Теплопроводность
 $\lambda_2 =$ (Вт/К·м)
 $\lambda_1 =$ (Вт/К·м)

Нелинейный материал Анизотропный материал

Объемная плотность тепловыделения
 $Q =$ (Вт/м³) **f**

Зависит от температуры

Данные для переходных процессов
 $c =$ (Дж/кг·К)

Зависит от температуры

$\rho =$ (кг/м³)

Координаты
 Декартовы
 Полярные

в)

Свойства метки блока - металл (2 слой)

Общие

Теплопроводность
 $\lambda_2 =$ (Вт/К·м)
 $\lambda_1 =$ (Вт/К·м)

Нелинейный материал Анизотропный материал

Объемная плотность тепловыделения
 $Q =$ (Вт/м³) **f**

Зависит от температуры

Данные для переходных процессов
 $c =$ (Дж/кг·К)

Зависит от температуры

$\rho =$ (кг/м³)

Координаты
 Декартовы
 Полярные

г)

Рис. 49. Задание свойств меток блоков:

а – полимер; б – нагреватель; в – подложка зонда; г – металл

Переходим к заданию граничных условий. Открываем вкладку «метки рёбер» и задаём параметры граничных условий на каждой метке ребра: внешнее, внутреннее, идеальный тепловой контакт, нагреватель, ось симметрии (рис. 50 – 55).

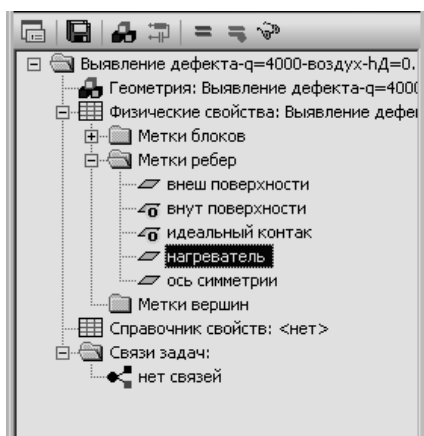


Рис. 50. Создание меток рёбер

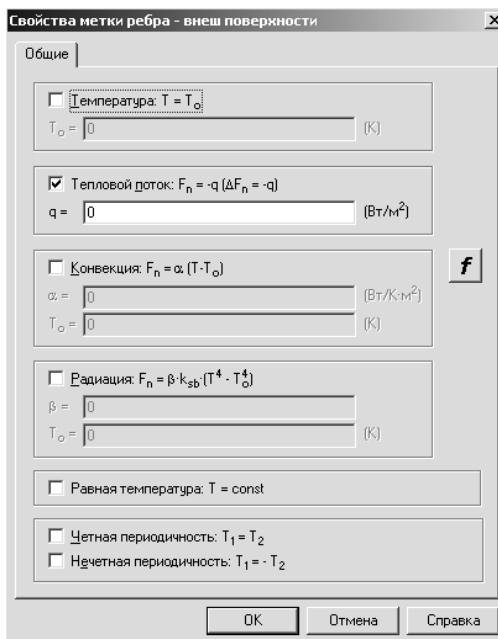


Рис. 51. Свойства метки ребра «внеш. поверхности»

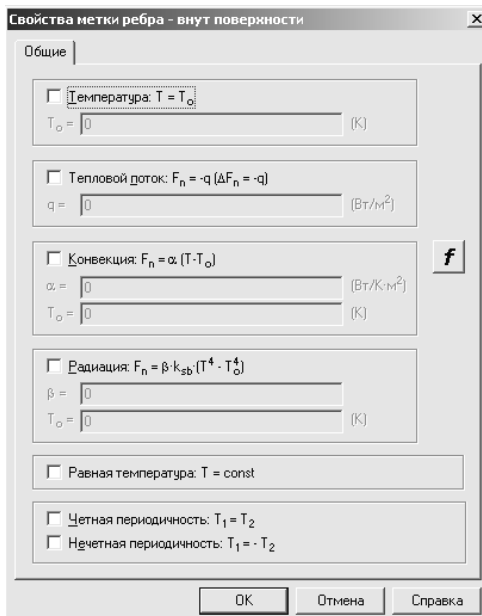


Рис. 52. Свойства метки ребра «внут. поверхности»

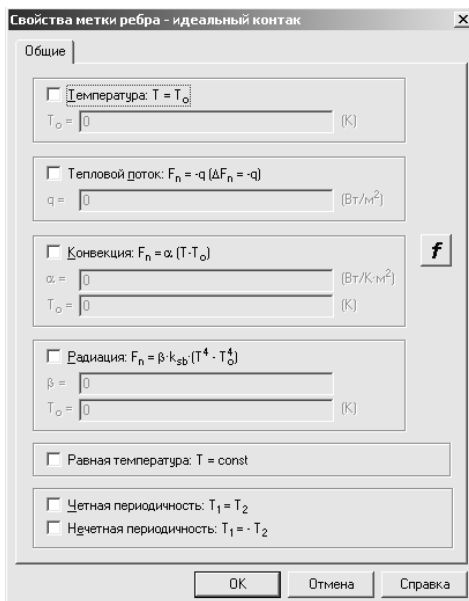


Рис. 53. Свойства метки ребра «идеальный контакт»

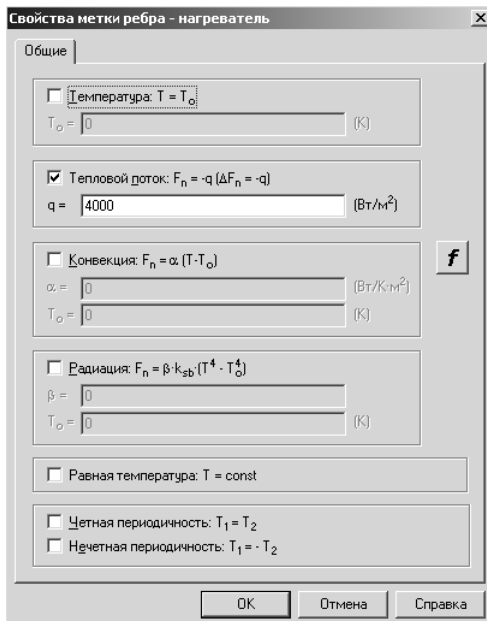


Рис. 54. Свойства метки ребра «нагреватель»

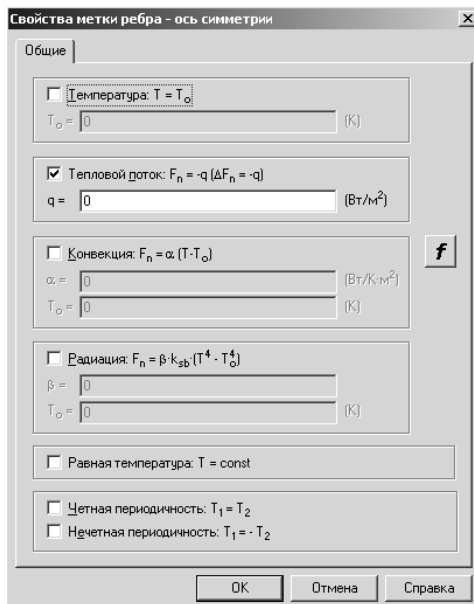


Рис. 55. Свойства метки ребра «ось симметрии»

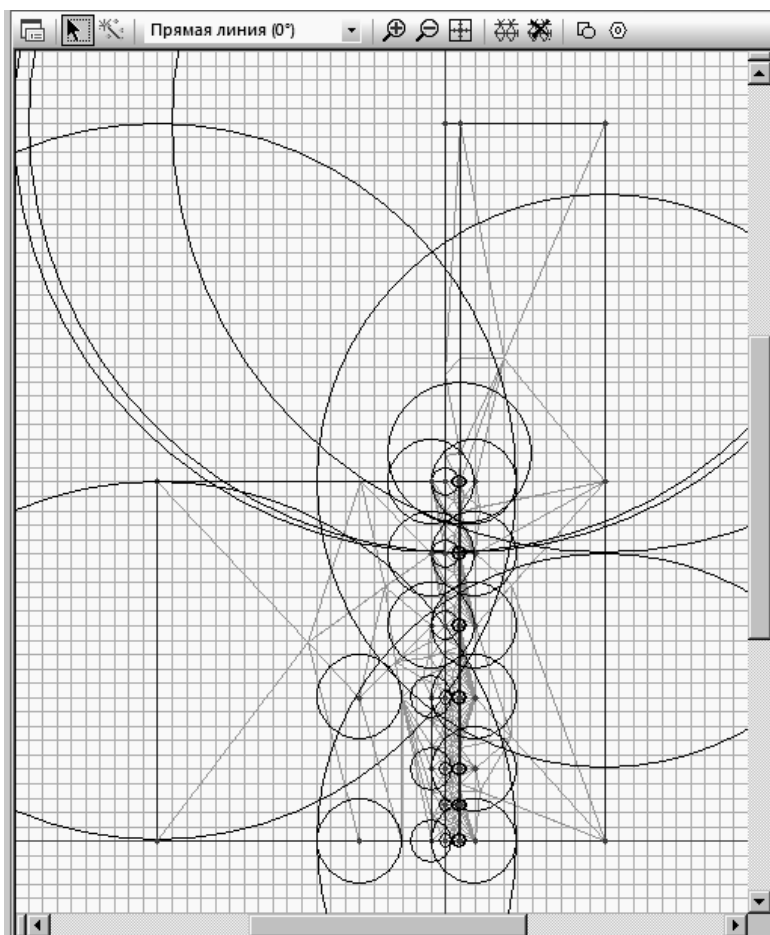


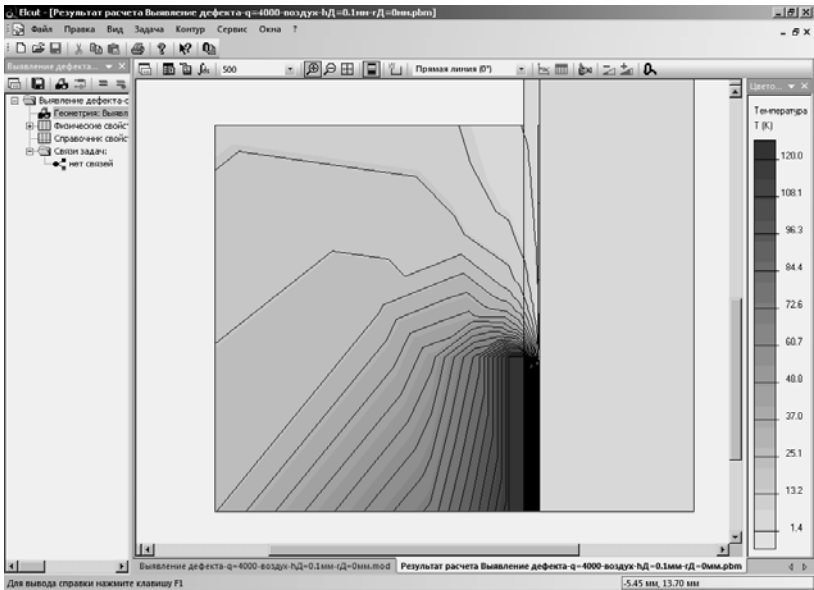
Рис. 56. Распределение сетки конечных элементов

После задания всех свойств и граничных условий производится построение сетки конечных элементов [1].

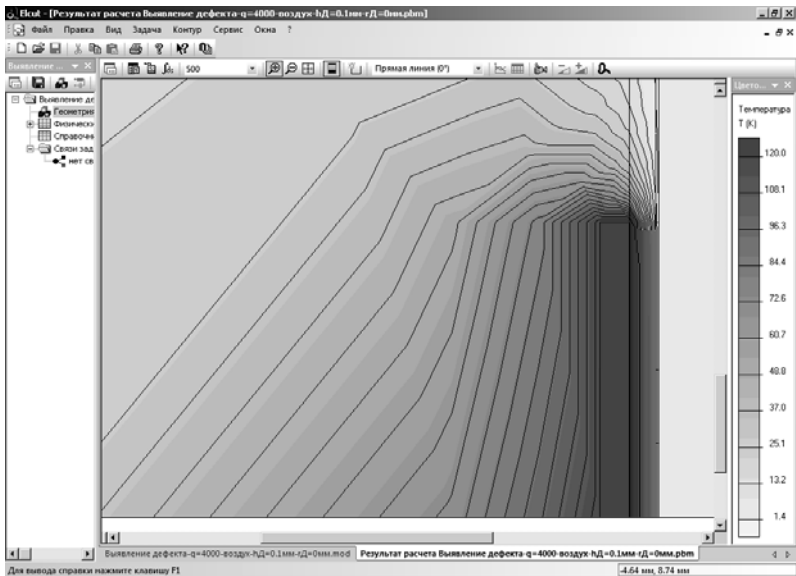
Распределение узлов представлено на рис. 56.

3.3.3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ СЧЁТА

Далее нажимаем кнопку «Решить». По окончании работы решателя в главном окне будет выведено распределение температуры по толщине объекта для момента времени 500 секунд. Для большей наглядности протекания процесса далее представлены изображения распределений температуры в различных масштабах (рис. 57 а, б, в).

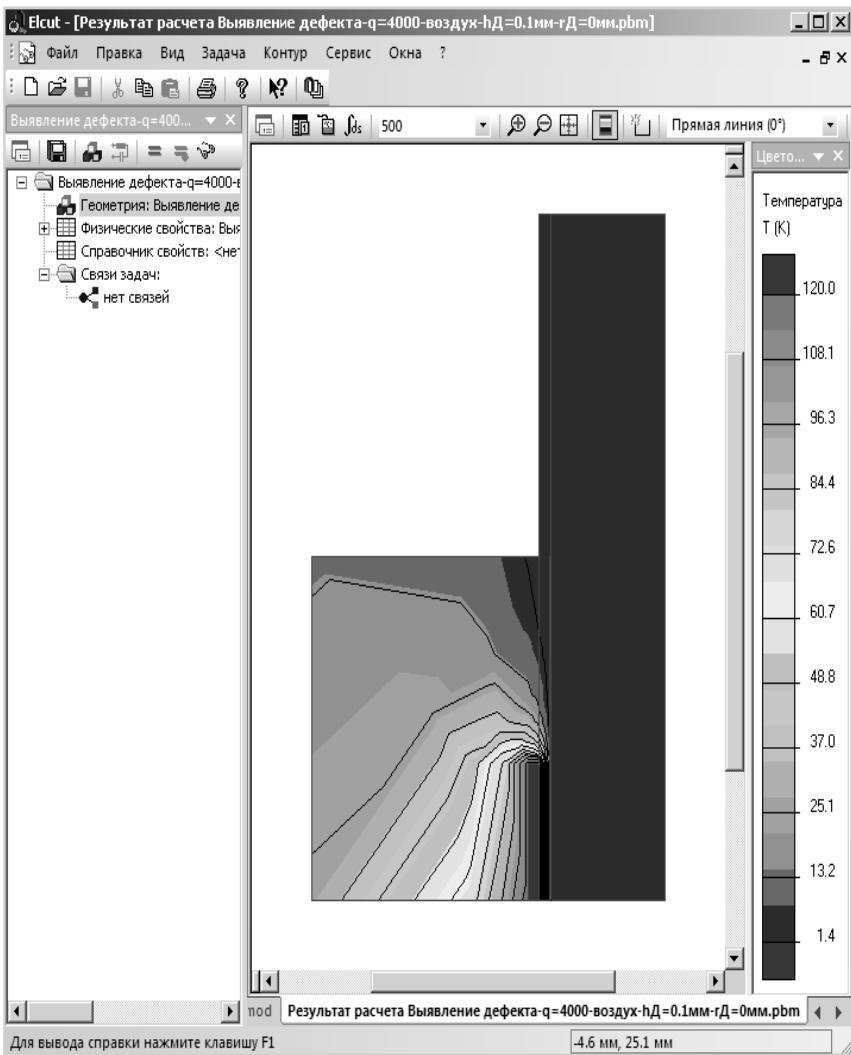


а)



б)

Рис. 57. Распределение температуры по толщине двухслойного объекта в различных масштабах (а, б, в)



в)

Рис. 57. Окончание

Выведем термограммы для точек, расположенных на оси симметрии в плоскости контакта подложки измерительного зонда с материалом покрытия (рис. 58), в середине толщины слоя покрытия (рис. 59) и на границе раздела покрытия и металла (рис. 60). Приведем все три графика на одной координатной плоскости (рис. 61).

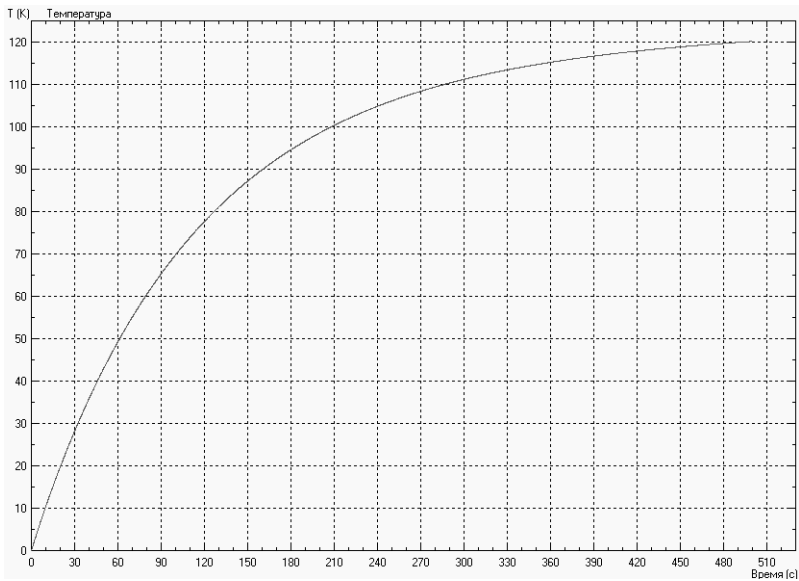


Рис. 58. Термограмма, полученная в точке, расположенной на границе раздела подложка зонда – теплоизоляционное покрытие

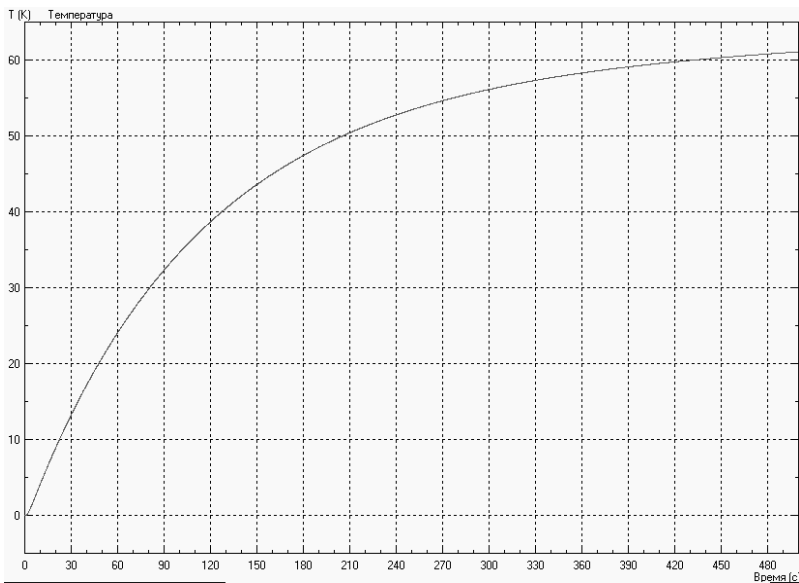


Рис. 59. Термограмма, полученная в точке, расположенной в середине слоя покрытия

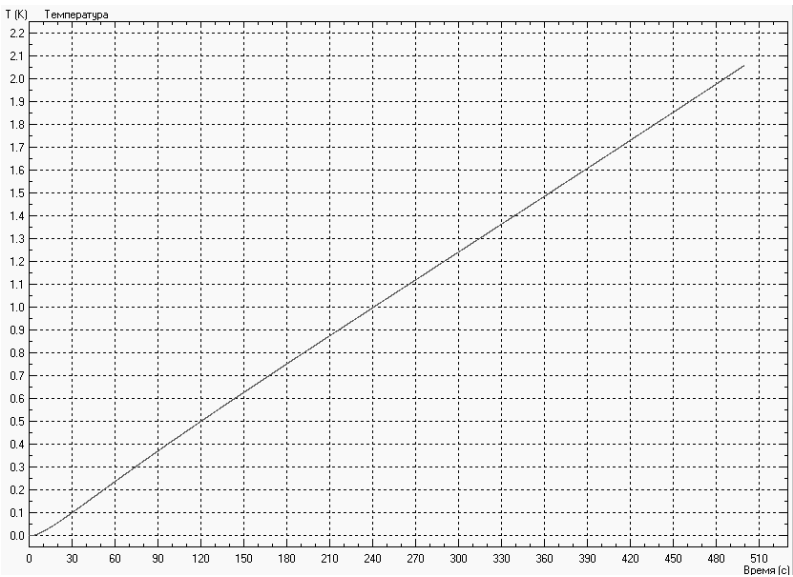


Рис. 60. Термограмма, полученная в точке, расположенной на границе раздела покрытие – металл

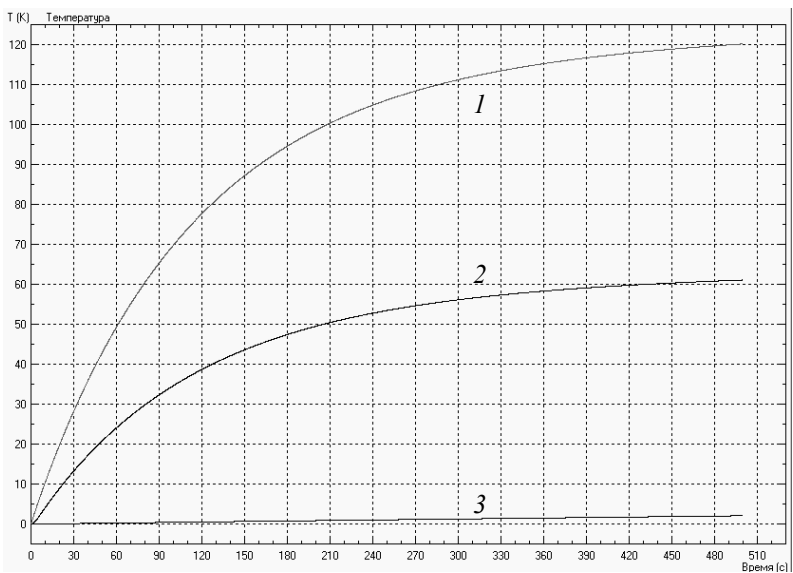


Рис. 61. Термограммы в точках контроля:
 в центре нагревателя на границе раздела подложка зонда – теплоизоляционное покрытие (1); в середине слоя покрытия (2); на границе раздела покрытие – металл (3)

3.4. ЗАДАЧА НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА ДЛЯ МНОГОСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ С ВКЛЮЧЕНИЯМИ В ЗАЩИТНОМ СЛОЕ

3.4.1. СОЗДАНИЕ ЗАДАЧИ

Создадим новую задачу на основе исходных данных предыдущей задачи. На границе металла и теплоизоляционного покрытия добавим включение диаметром $d_{\text{вк}}$ и толщиной $h_{\text{вк}}$.

Рассмотрим нарушения однородности теплоизоляционного покрытия в виде:

- воздушного расслоения на границе полимер – металл;
- включения в виде водяного пузыря;
- включения в виде частицы металла.

На рисунке 62 представлена схема моделирования включений в двухслойном изделии.

3.4.2. ЗАДАНИЕ ГЕОМЕТРИИ, ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Зададим теплофизические свойства материалов каждого включения (рис. 63 – 65).

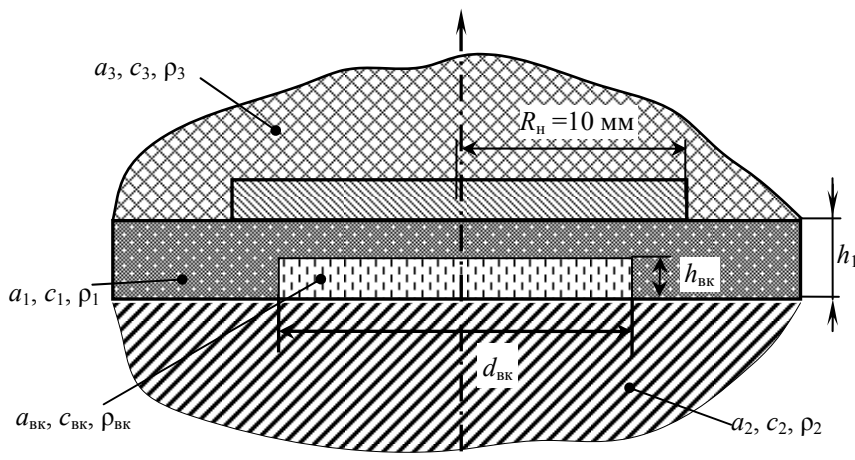


Рис. 62. Схема моделирования включений в двухслойном изделии

Свойства метки блока - дефект-воздух [X]

Общие

Теплопроводность

$\lambda_2 =$ (Вт/К·м)

$\lambda_1 =$ (Вт/К·м)

Нелинейный материал Анизотропный материал

Объемная плотность тепловыделения

Q = (Вт/м³) **f**

Зависит от температуры

Данные для переходных процессов

C = (Дж/кг·К)

Зависит от температуры

$\rho =$ (кг/м³)

Координаты

Декартовы

Полярные

OK Отмена Справка

Рис. 63. Свойства метки блока «дефект – воздух»

Свойства метки блока - дефект-вода [X]

Общие

Теплопроводность

$\lambda_2 =$ (Вт/К·м)

$\lambda_1 =$ (Вт/К·м)

Нелинейный материал Анизотропный материал

Объемная плотность тепловыделения

Q = (Вт/м³) **f**

Зависит от температуры

Данные для переходных процессов

C = (Дж/кг·К)

Зависит от температуры

$\rho =$ (кг/м³)

Координаты

Декартовы

Полярные

OK Отмена Справка

Рис. 64. Свойства метки блока «дефект – вода»

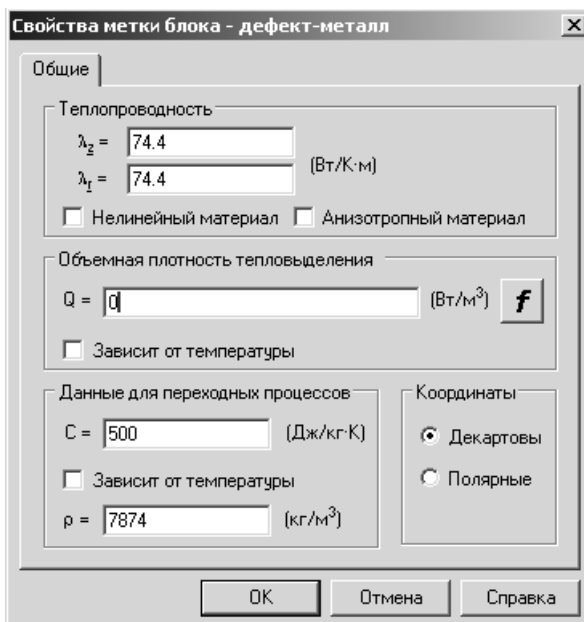


Рис. 65. Свойства метки блока «дефект – металл»

После ввода теплофизических свойств материалов включений рассмотрим конструктивные и режимные характеристики модели, соответствующие каждому материалу и геометрическим параметрам включений (табл. 2).

3.4.3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ СЧЁТА

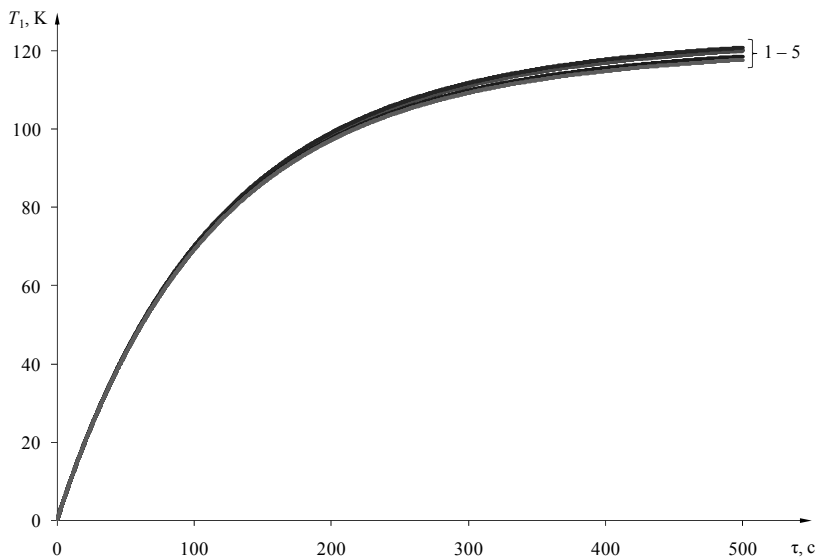
Пример численного исследования моделируемой двухслойной системы с включениями представлен на рис. 66 – 80. Термограммы получены для моделируемых двухслойных систем с включениями, геометрические размеры которых приведены в табл. 2.

Результаты получены при следующих условиях моделирования: $q = 4000 \text{ Вт/м}^2$; $R_n = 10 \text{ мм}$; $h_1 = 1 \text{ мм}$; $\Delta\tau = 1 \text{ с}$; $\tau_k = 600 \text{ с}$ (для случая воздушного расслоения на границе полимер – металл и включения в виде частицы металла); $\tau_k = 150 \text{ с}$ (для случая включения в виде водяного пузыря).

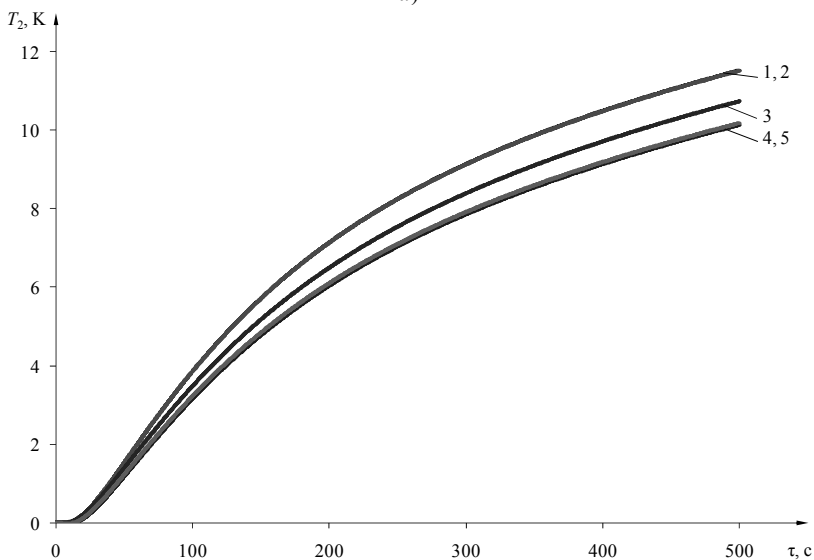
Значения температуры фиксировались в центре нагревателя $T_1 = f(\tau)$ и на расстоянии $l = 15 \text{ мм}$ от центра нагревателя $T_2 = f(\tau)$.

2. Размеры включений

№ п/п	Воздух		№ п/п	Вода		№ п/п	Металл	
	d_{BK} , мм	h_{BK} , мм		d_{BK} , мм	h_{BK} , мм		d_{BK} , мм	h_{BK} , мм
1	5	0,1	21	5	0,1	41	5	0,1
2	5	0,25	22	5	0,25	42	5	0,25
3	5	0,5	23	5	0,5	43	5	0,5
4	5	0,75	24	5	0,75	44	5	0,75
5	10	0,1	25	10	0,1	45	10	0,1
6	10	0,25	26	10	0,25	46	10	0,25
7	10	0,5	27	10	0,5	47	10	0,5
8	10	0,75	28	10	0,75	48	10	0,75
9	20	0,1	29	20	0,1	49	20	0,1
10	20	0,25	30	20	0,25	50	20	0,25
11	20	0,5	31	20	0,5	51	20	0,5
12	20	0,75	32	20	0,75	52	20	0,75
13	40	0,1	33	40	0,1	53	40	0,1
14	40	0,25	34	40	0,25	54	40	0,25
15	40	0,5	35	40	0,5	55	40	0,5
16	40	0,75	36	40	0,75	56	40	0,75
17	50	0,1	37	50	0,1	57	50	0,1
18	50	0,25	38	50	0,25	58	50	0,25
19	50	0,5	39	50	0,5	59	50	0,5
20	50	0,75	40	50	0,75	60	50	0,75



a)



б)

Рис. 66. Термограммы:

$a - T_1 = f(\tau)$; $б - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде воздушного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 5$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

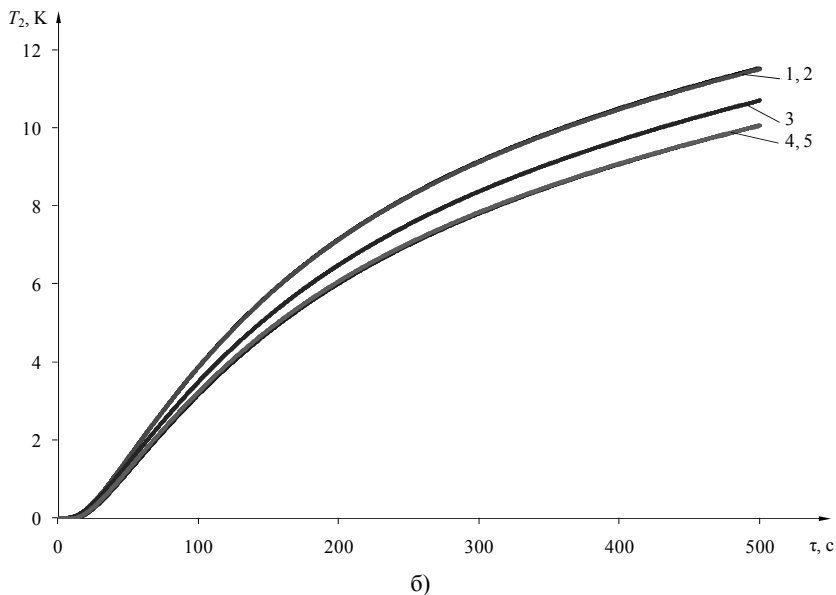
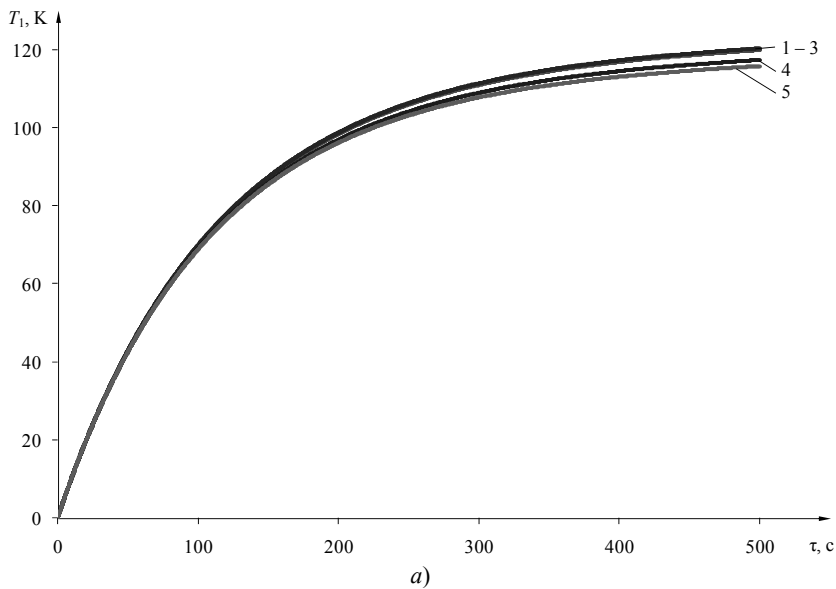


Рис. 67. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде воздушного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 10$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

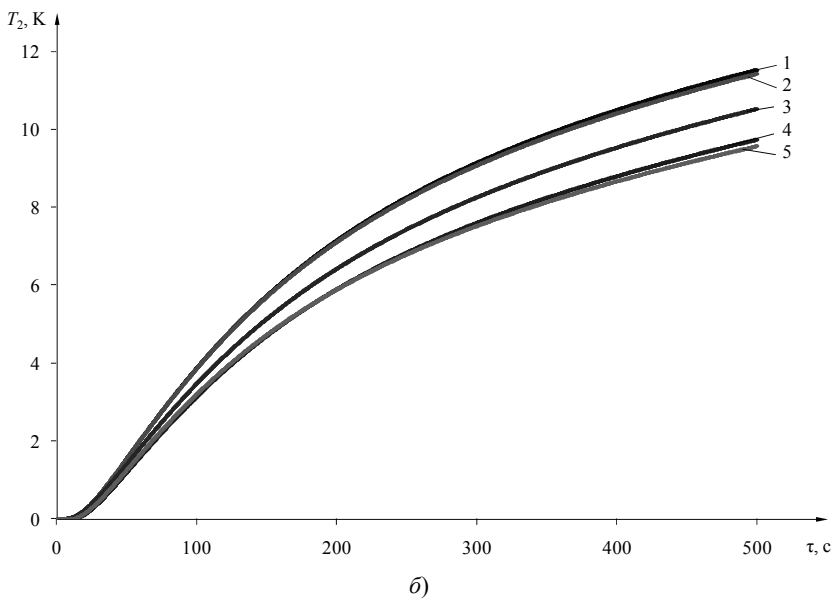
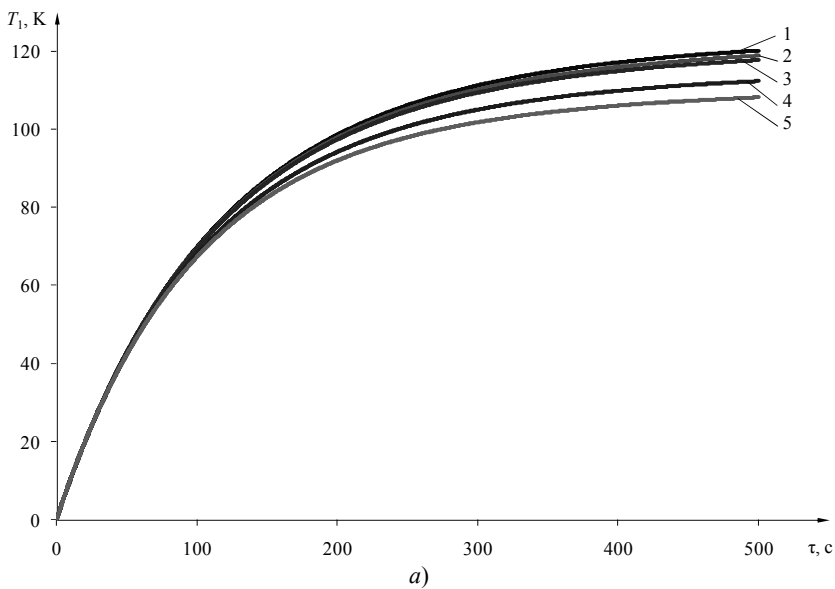


Рис. 68. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде воздушного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 20$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

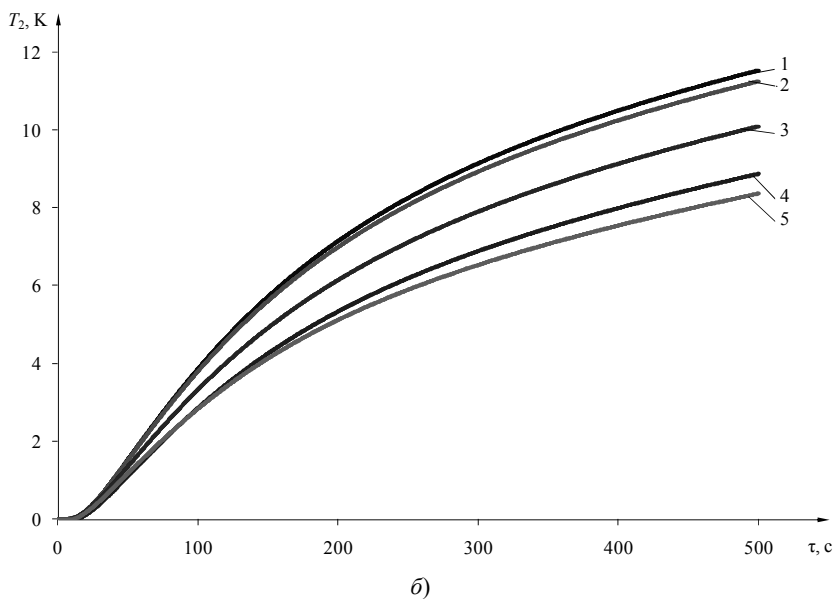
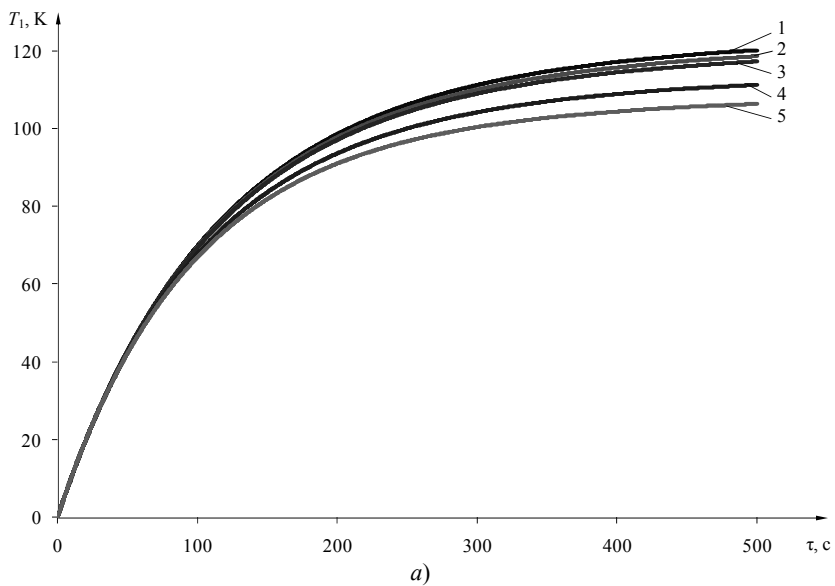


Рис. 69. Термограммы:

$a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде воздушного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 40$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

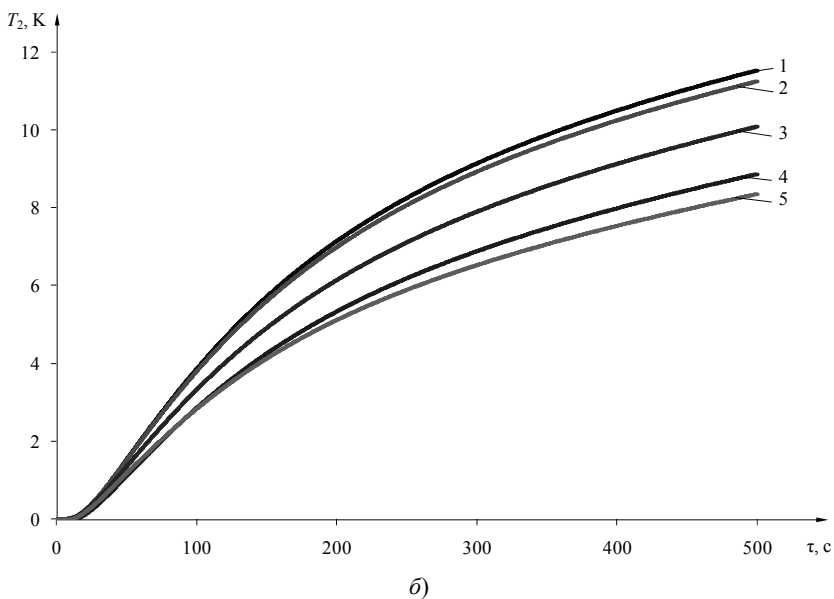
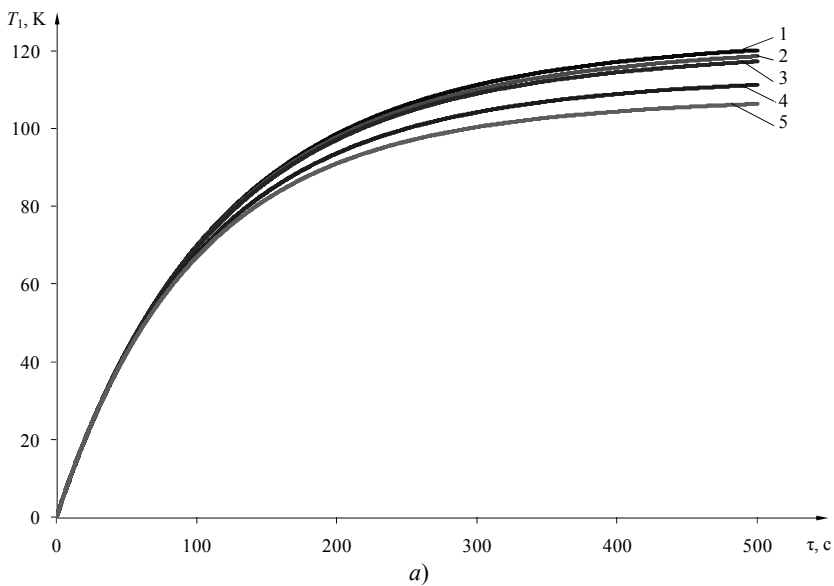


Рис. 70. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$; 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде воздушного включения диаметром $d_{\text{BK}} = 50$ мм
 и толщиной $h_{\text{BK}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

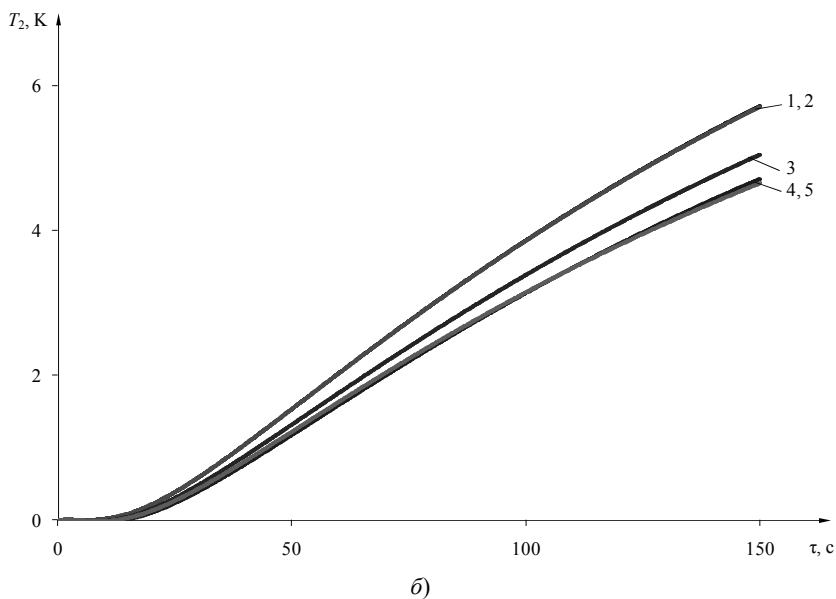
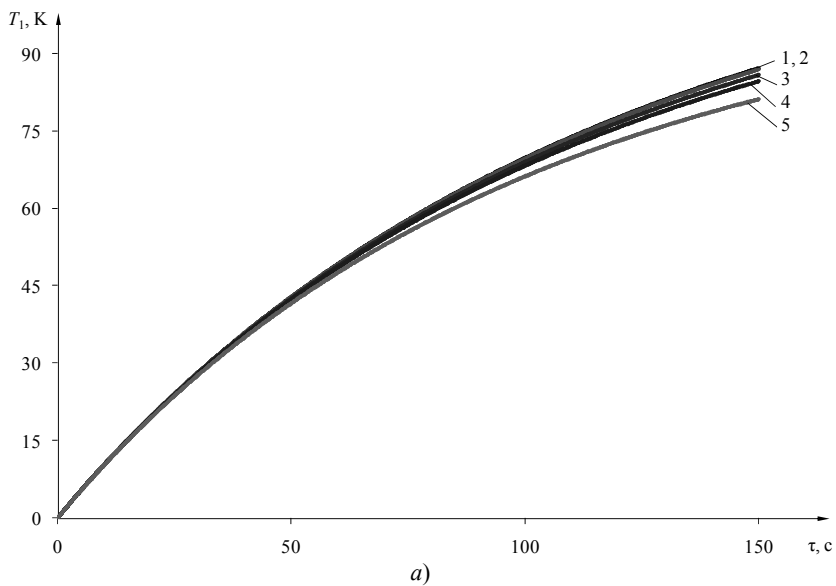


Рис. 71. Термограммы:

$a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде водяного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 5$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

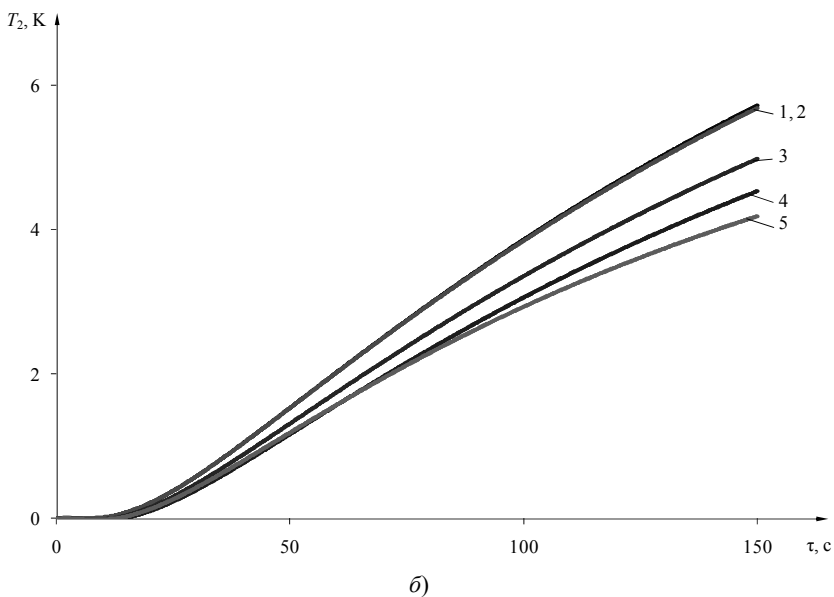
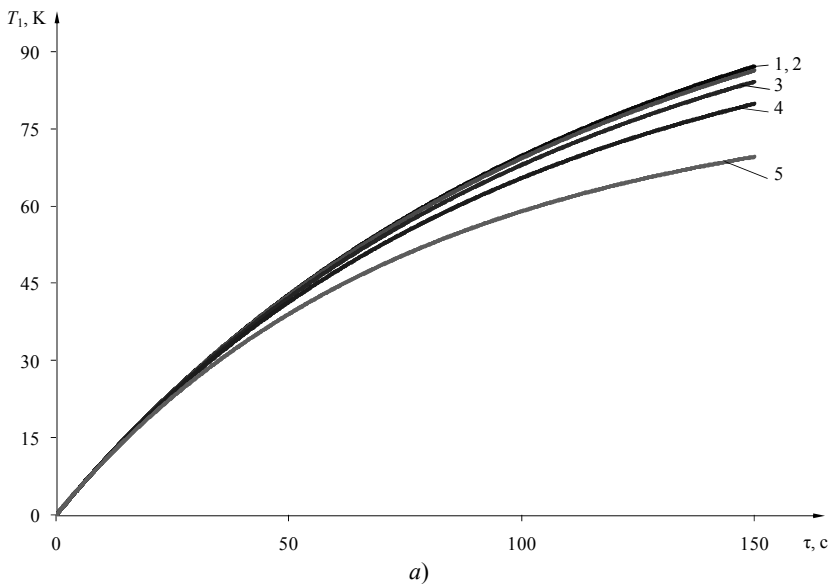


Рис. 72. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $б - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде водяного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 10$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

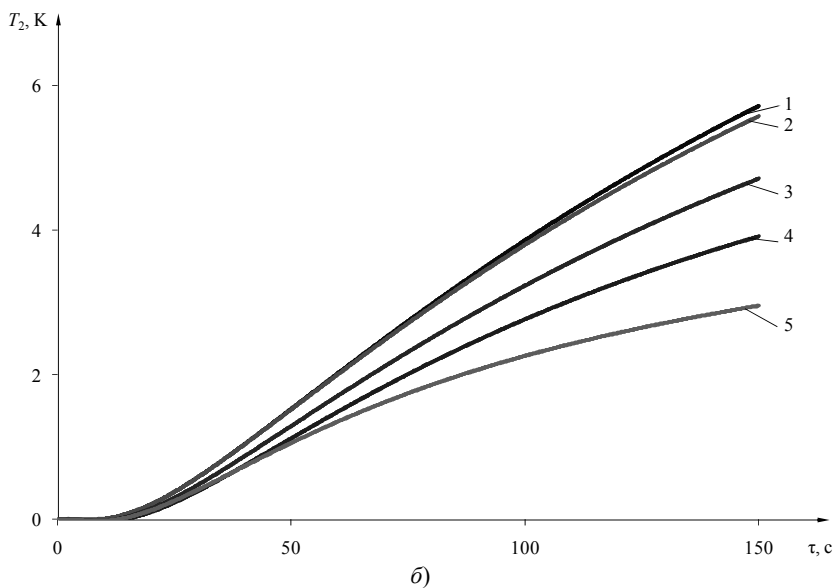
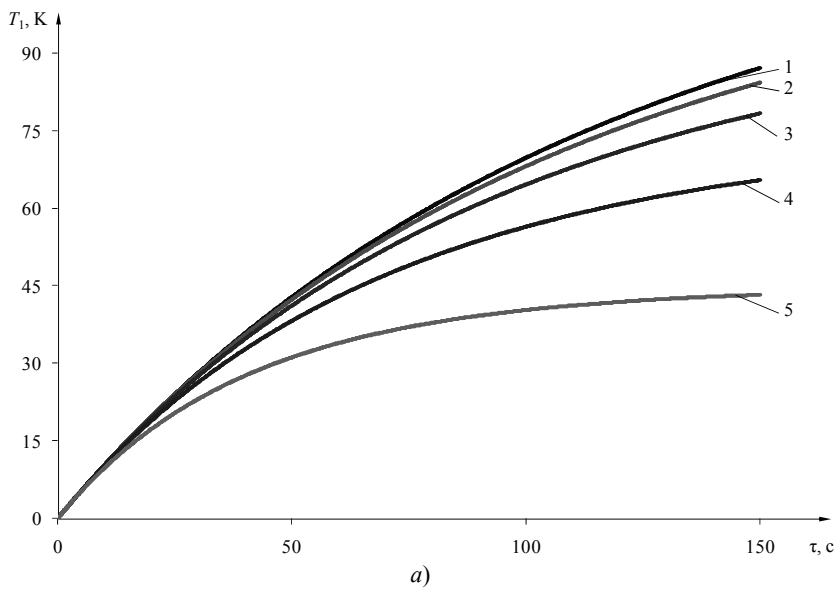


Рис. 73. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде водяного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 20$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

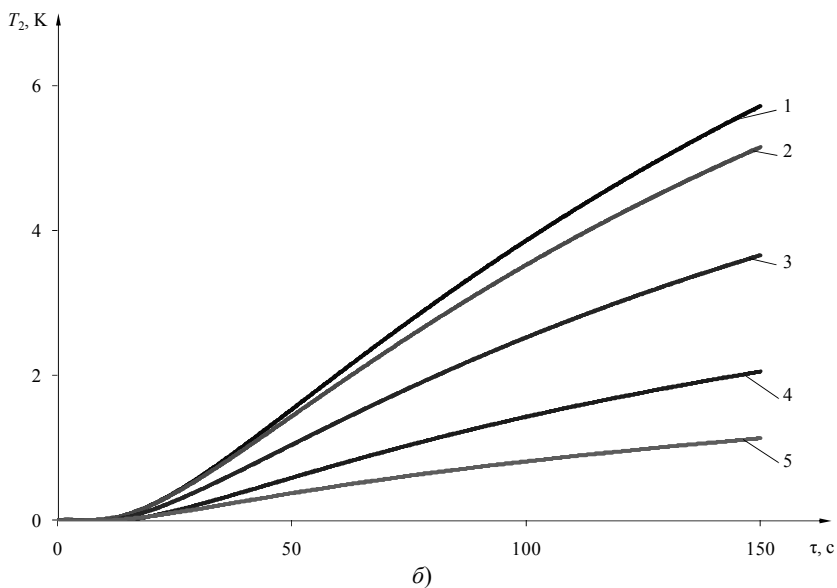
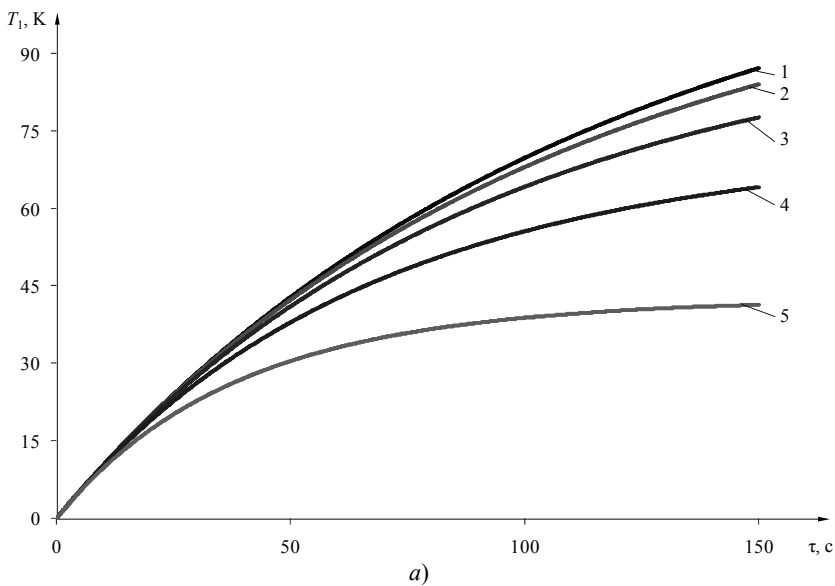


Рис. 74. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде водяного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 40$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

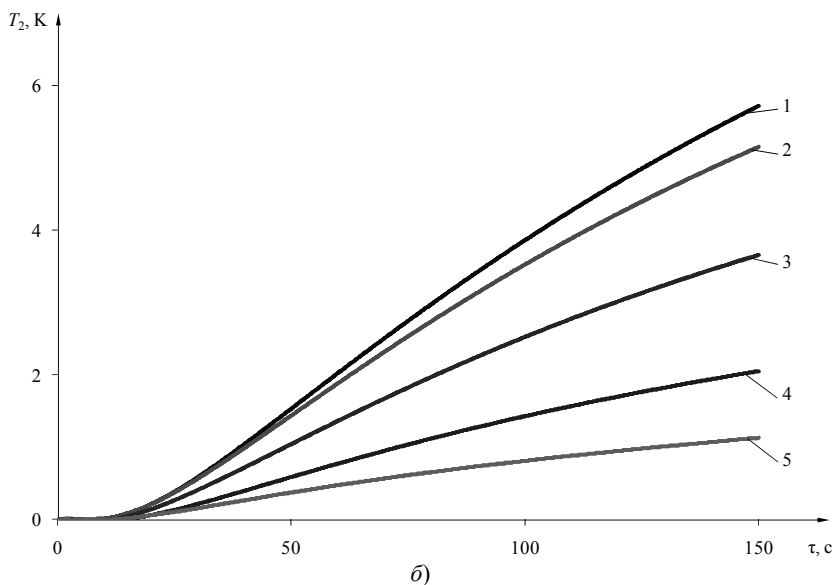
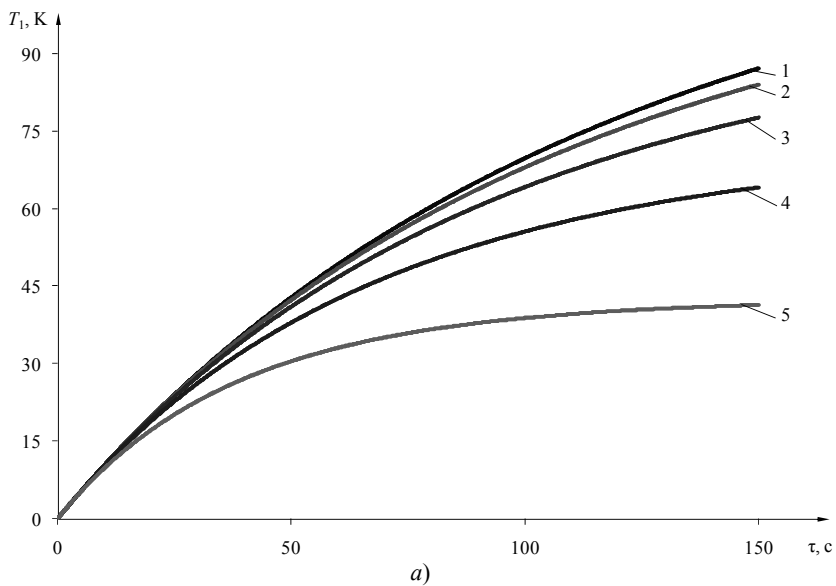


Рис. 75. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде водяного включения диаметром $d_{\text{вк}} = 50$ мм
 и толщиной $h_{\text{вк}} = 0, 1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

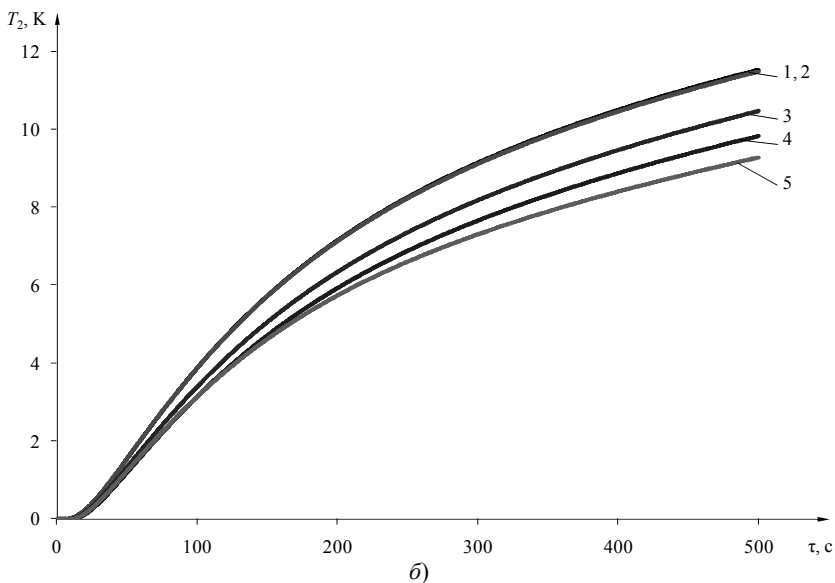
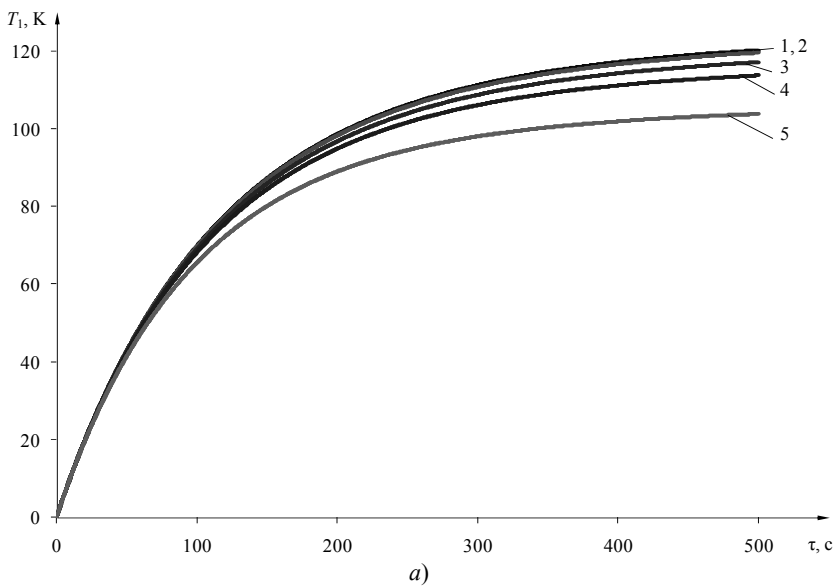


Рис. 76. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде частицы металла диаметром $d_{\text{вк}} = 5$ мм и
 толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

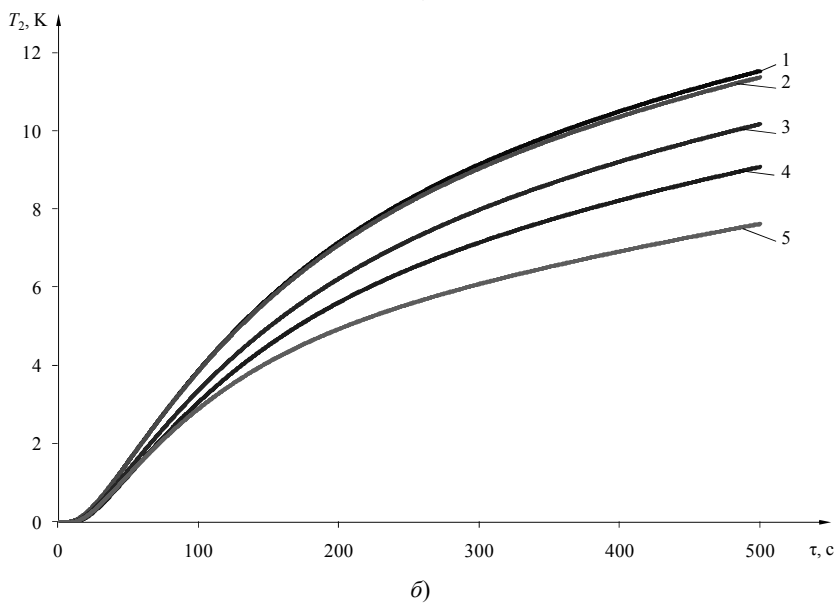
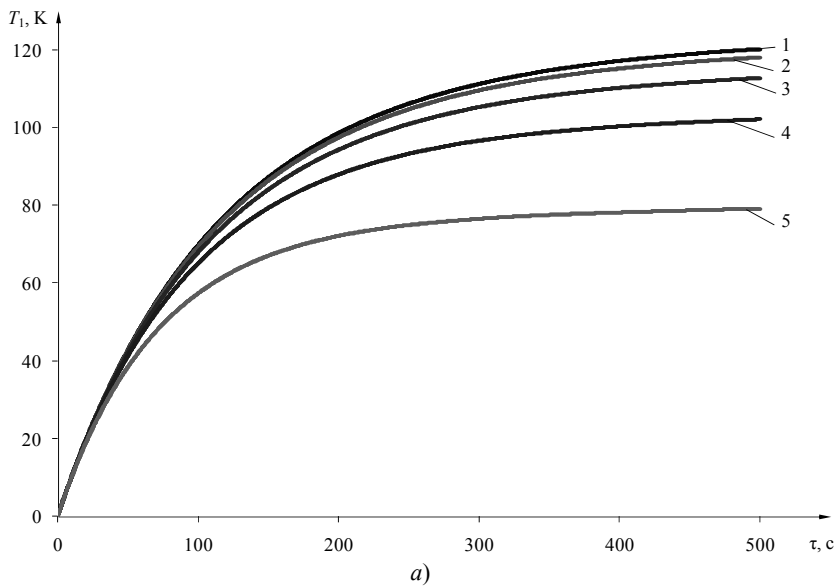


Рис. 77. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде частицы металла диаметром $d_{\text{вк}} = 10$ мм и
 толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

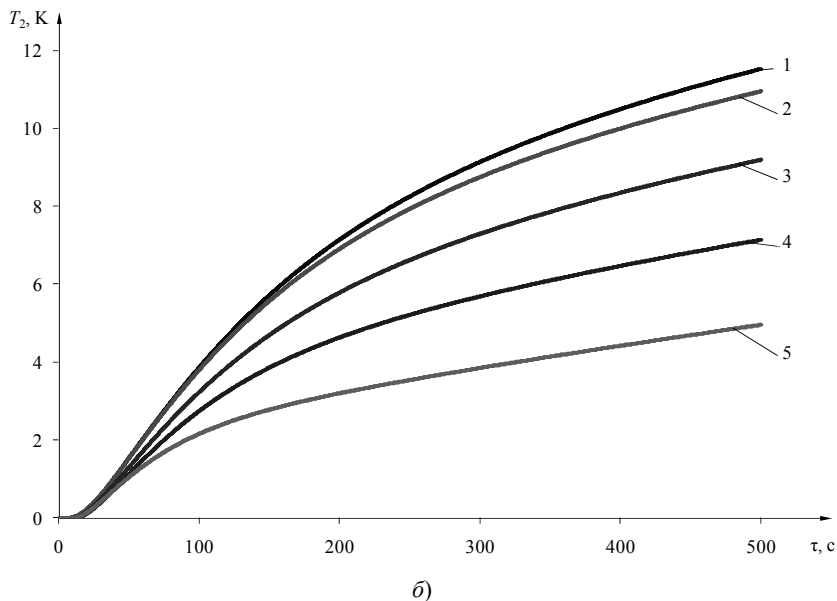
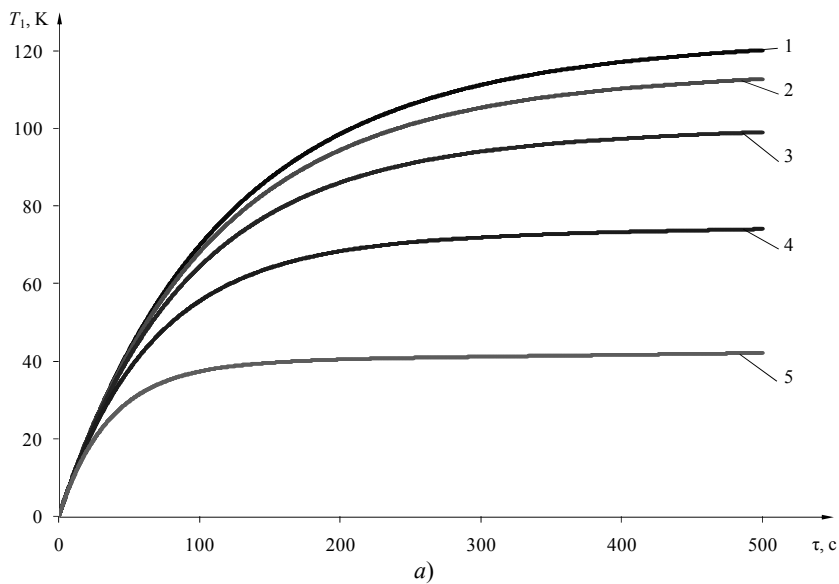


Рис. 78. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде частицы металла диаметром $d_{\text{вк}} = 20$ мм и
 толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

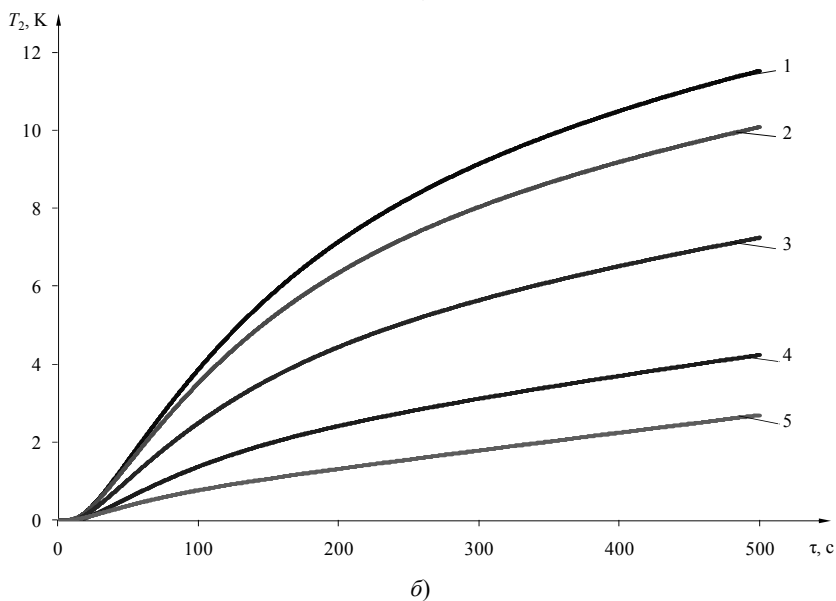
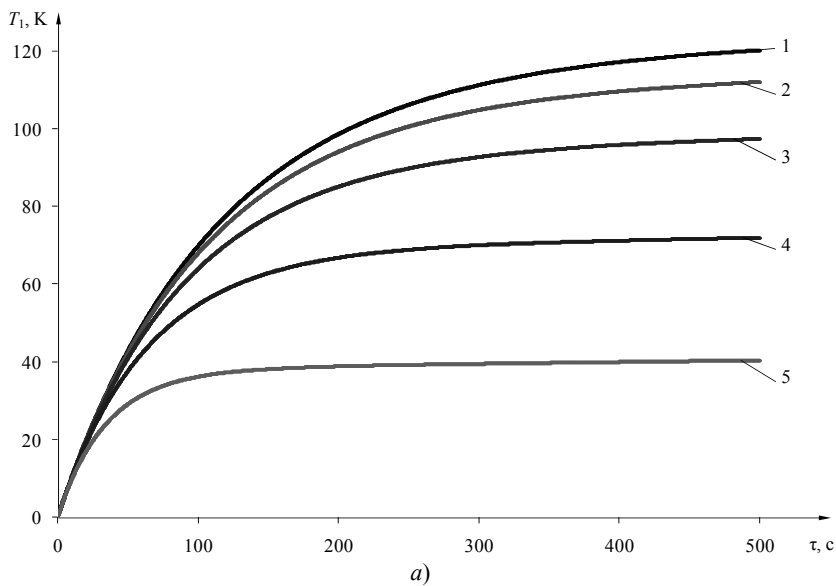


Рис. 79. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде частицы металла диаметром $d_{\text{вк}} = 40$ мм и
 толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

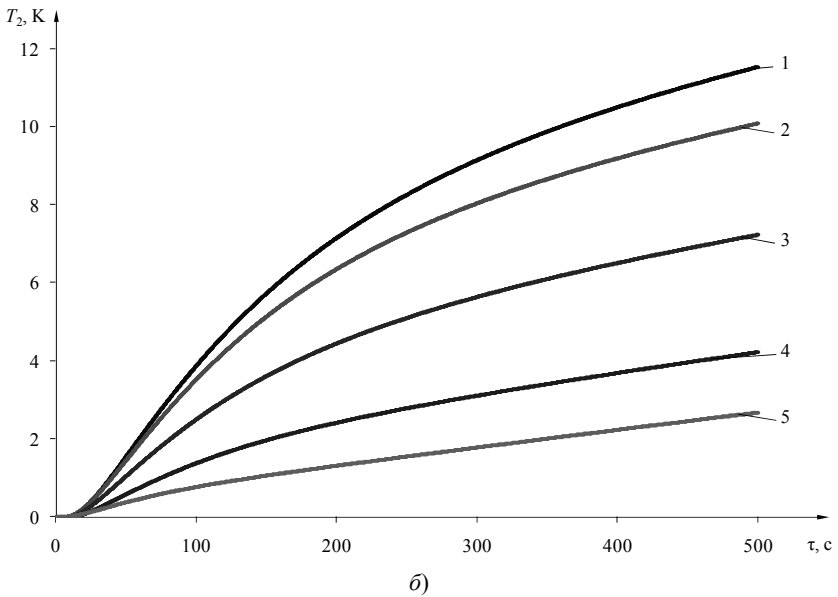
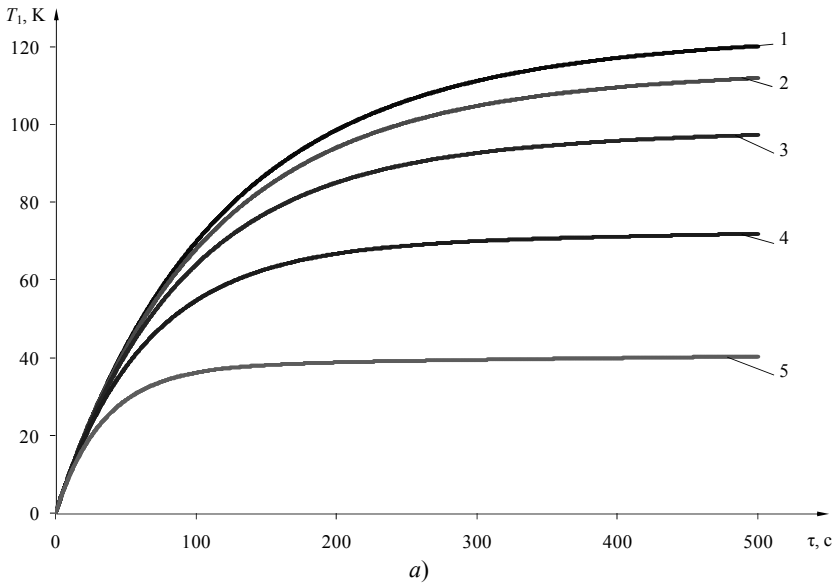


Рис. 80. Термограммы:
 $a - T_1 = f(\tau)$; $b - T_2 = f(\tau)$: 1 – модель без дефекта;
 2 – 5 – с дефектом в виде частицы металла диаметром $d_{\text{вк}} = 50$ мм и
 толщиной $h_{\text{вк}} = 0,1; 0,25; 0,5; 0,75$ мм

Вывод 1

Результаты численного исследования показали (рис. 66 – 70), что термоприёмник ТП1, расположенный в центре плоского круглого нагревателя (рис. 41), не позволяет зарегистрировать воздушные включения с указанными геометрическими размерами.

Термоприёмник ТП2, расположенный на расстоянии $l = 15$ мм от центра нагревателя радиусом $R_n = 10$ мм, зарегистрировал термограммы 2 – 5 (рис. 66 – 70), по которым возможно установить наличие дефекта в виде воздушного расслоения на границе полимер – металл с указанными геометрическими размерами, но нельзя определить размер этого дефекта.

Вывод 2

Результаты численного исследования показали (рис. 71 – 75), что термоприёмник ТП1, расположенный в центре плоского круглого нагревателя (рис. 41), позволяет зарегистрировать водяные включения диаметром $d_{\text{вк}} = 20$ мм и более при толщине включения $h_{\text{вк}} = 0,5$ мм и более.

Термоприёмник ТП2, расположенный на расстоянии $l = 15$ мм от центра нагревателя радиусом $R_n = 10$ мм, зарегистрировал термограммы 2 – 5 (рис. 71 – 75), по которым возможно установить наличие дефекта в виде водяного пузыря на границе полимер – металл с указанными геометрическими размерами. Оценить размер дефекта возможно при $d_{\text{вк}} = 40$ мм и более.

Вывод 3

Результаты численного исследования показали (рис. 76 – 80), что термоприёмник ТП1, расположенный в центре плоского круглого нагревателя (рис. 41), позволяет зарегистрировать включения в виде частицы металла диаметром $d_{\text{вк}} = 40$ мм и более при толщине включения $h_{\text{вк}} = 0,5$ мм и более.

Термоприёмник ТП2, расположенный на расстоянии $l = 15$ мм от центра нагревателя радиусом $R_n = 10$ мм, зарегистрировал термограммы 2 – 5 (рис. 76 – 80), по которым возможно установить наличие дефекта в виде включения частицы металла с указанными геометрическими размерами. Оценить размер дефекта возможно при $d_{\text{вк}} = 40$ мм и более.

4. ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ

1. Рассчитать распределение температуры (одномерное) для полого шара при ГУ 1 рода. Построить графики распределения температуры по радиусу шара. Определить величину теплового потока.

Исходные данные:

радиус внутренней полости шара $R_1 = 20$ мм;

внешний радиус шара $R_2 = 40$ мм;

температура внутренней поверхности $T_{C1} = 100$ °С;

температура внешней поверхности $T_{C2} = 40$ °С;

коэффициент теплопроводности материала шара $\lambda = 45$ Вт/(м·К).

2. Рассчитать одномерное температурное поле для стальной трубы при ГУ 1 рода. Построить графики распределения температуры по радиусу трубы. Определить величину теплового потока.

Исходные данные:

внешний радиус трубы $R_2 = 40$ мм;

внутренний радиус трубы $R_1 = 20$ мм;

длина трубы $L = 500$ мм;

температура внутренней поверхности $T_{C1} = 100$ °С;

температура внешней поверхности $T_{C2} = 40$ °С;

коэффициент теплопроводности материала трубы $\lambda = 45$ Вт/(м·К).

3. Определить распределение температуры для плоской стальной неограниченной пластины при ГУ 1 рода. Построить графики распределения температуры по толщине пластины. Определить величину теплового потока.

Исходные данные:

толщина пластины $L = 20$ мм;

температура левой поверхности пластины $T_{C1} = 100$ °С;

температура правой поверхности пластины $T_{C2} = 40$ °С;

коэффициент теплопроводности материала пластины $\lambda = 45$ Вт/(м·К).

4. Определить распределение температуры (одномерное) для стального теплоизолированного снаружи шара при ГУ 1 рода. Построить графики распределения температуры по радиусу шара. Определить величину теплового потока.

Исходные данные:

радиус шара $R_1 = 40$ мм;

радиус теплоизоляции $R_2 = 45$ мм;

температура поверхности шара $T_{C1} = 100$ °С;

температура внешней поверхности изоляции $T_{C3} = 30$ °С;

коэффициент теплопроводности стали $\lambda_1 = 45$ Вт/(м·К);

коэффициент теплопроводности теплоизоляции $\lambda_2 = 0,2$ Вт/(м·К).

5. Определить распределение температуры по радиусу для стальной теплоизолированной трубы при ГУ 1 рода. Построить графики распределения температуры по радиусу трубы. Определить величину теплового потока.

Исходные данные:

внутренний радиус трубы $R_1 = 20$ мм;

внешний радиус трубы $R_2 = 40$ мм;

внешний радиус теплоизоляции $R_3 = 45$ мм;

длина трубы $L = 500$ мм;

температура внутренней поверхности трубы $T_{C1} = 100$ °С;

температура внешней поверхности изоляции $T_{C3} = 30$ °С;

коэффициент теплопроводности стали $\lambda_1 = 45$ Вт/(м·К);

коэффициент теплопроводности теплоизоляции $\lambda_2 = 0,2$ Вт/(м·К).

6. Определить распределение температуры по толщине плоской многослойной неограниченной пластины при ГУ 1 рода. Построить графики распределения температуры по толщине пластины. Определить величину теплового потока.

Исходные данные:

толщина первого слоя $L_1 = 20$ мм;

толщина второго слоя $L_2 = 5$ мм;

температура левой поверхности первого слоя пластины $T_{C1} = 100$ °С;

температура правой поверхности второго слоя пластины $T_{C2} = 40$ °С;

коэффициент теплопроводности материала первого слоя $\lambda_1 = 45$ Вт/(м·К);

коэффициент теплопроводности материала второго слоя $\lambda_2 = 0,2$ Вт/(м·К).

7. Определить распределение температуры для полого шара при смешанных ГУ 1 и 2 рода. Построить графики распределения температуры по радиусу шара. Определить температуру внутренней поверхности полого шара T_{C1} . Определить величину теплового потока на внешней поверхности шара.

Исходные данные:

радиус внутренней полости шара $R_1 = 20$ мм;

внешний радиус шара $R_2 = 40$ мм;

тепловой поток на внутренней поверхности $q_1 = 900$ Вт/м²;

температура внешней поверхности шара $T_{C2} = 40$ °С;

коэффициент теплопроводности материала шара $\lambda = 45$ Вт/(м·К).

8. Определить распределение температуры по радиусу стальной трубы при смешанных ГУ 1 и 2 рода. Построить графики распределения температуры по радиусу трубы. Определить температуру внутренней поверхности стенки трубы T_{C1} . Определить величину теплового потока на внешней поверхности трубы.

Исходные данные:

внутренний радиус трубы $R_1 = 20$ мм;

внешний радиус трубы $R_2 = 40$ мм;

длина трубы $L = 500$ мм;

тепловой поток на внутренней поверхности трубы $q_1 = 900$ Вт/м²;

температура внешней поверхности трубы $T_{C2} = 40$ °С;

коэффициент теплопроводности материала $\lambda = 45$ Вт/(м·К).

9. Определить распределение температуры по толщине плоской стальной неограниченной пластины при смешанных ГУ 1 и 2 рода. Построить графики распределения температуры по толщине пластины. Определить температуру левой поверхности пластины T_{C1} . Определить величину теплового потока правой поверхности пластины.

Исходные данные:

толщина пластины $L = 20$ мм;

тепловой поток на левой поверхности $q_1 = 900$ Вт/м²;

температура правой поверхности $T_{C2} = 40$ °С;

коэффициент теплопроводности материала $\lambda = 45$ Вт/(м·К).

10. Определить распределение температуры по радиусу полого шара при ГУ 3 рода. Внутренняя полость шара заполнена жидкостью. Шар находится в газовой среде. Построить графики распределения температуры по радиусу шара. Определить температуру внутренней поверхности шара T_{C1} и температуру внешней поверхности шара T_{C2} . Определить величину теплового потока на внешней поверхности.

Исходные данные:

радиус внутренней полости шара $R_1 = 20$ мм;

радиус внешней поверхности шара $R_2 = 40$ мм;

температура жидкости (внутри шара) $T_1 = 100$ °С;

температура газа (снаружи шара) $T_2 = 40$ °С;

коэффициент теплоотдачи от жидкости к стенке $\alpha_1 = 240$ Вт/(м·К);

коэффициент теплоотдачи от стенки к газу $\alpha_2 = 12$ Вт/(м·К);

коэффициент теплопроводности материала шара $\lambda = 45$ Вт/(м·К).

11. Определить распределение температуры по радиусу стальной трубы при ГУ 3 рода. Труба заполнена жидкостью и находится в газовой среде. Построить графики распределения температуры по радиусу трубы. Определить температуру внутренней поверхности трубы T_{C1} и температуру внешней поверхности трубы T_{C2} . Определить величину теплового потока на внешней поверхности трубы.

Исходные данные:

внутренний радиус трубы $R_1 = 20$ мм;

внешний радиус трубы $R_2 = 40$ мм;

длина трубы $L = 500$ мм;

температура жидкости (внутри трубы) $T_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$;
температура газа (снаружи трубы) $T_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$;
коэффициент теплоотдачи от жидкости к стенке $\alpha_1 = 240 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$;
коэффициент теплоотдачи от стенки к газу $\alpha_2 = 12 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$;
коэффициент теплопроводности материала трубы $\lambda = 45 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

12. Определить распределение температуры по толщине плоской стальной неограниченной пластины при ГУ 3 рода. Пластина омывается слева жидкостью, а справа – газом. Построить графики распределения температуры по толщине пластины. Определить значения температуры левой T_{C1} и правой T_{C2} поверхности пластины. Определить величину теплового потока.

Исходные данные:

толщина пластины $L = 20 \text{ мм}$;
температура жидкости $T_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$;
температура газа $T_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$;
коэффициент теплоотдачи от жидкости к стенке пластины $\alpha_1 = 240 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$;
коэффициент теплоотдачи от стенки пластины к газу $\alpha_2 = 12 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$;
коэффициент теплопроводности материала пластины $\lambda = 45 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

13. Один конец составного стержня, заключённого в теплоизолирующую оболочку, находится при температуре T_1 , а другой конец — при температуре T_2 . Сам стержень состоит из двух частей, длины которых L_1 и L_2 , с коэффициентами теплопроводности материалов λ_1 и λ_2 . Найти температуру поверхности соприкосновения этих частей стержня.

Исходные данные:

длины участков стержня $L_1 = 20 \text{ мм}$, $L_2 = 80 \text{ мм}$;
температура составного стержня слева $T_1 = 100 \text{ }^\circ\text{C}$;
температура составного стержня справа $T_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$;
коэффициенты теплопроводности материалов первой и второй частей составного стержня $\lambda_1 = 45 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $\lambda_2 = 400 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

14. Один конец составного стержня, заключённого в теплоизолирующую оболочку, находится при температуре T_1 , а другой конец — при температуре T_2 . Сам стержень состоит из двух частей, длины которых L_1 и L_2 , с коэффициентами теплопроводности материалов λ_1 и λ_2 . Найти температуру поверхности соприкосновения этих частей стержня.

Исходные данные:

длины участков стержня $L_1 = 75 \text{ мм}$, $L_2 = 25 \text{ мм}$;
температура составного стержня слева $T_1 = 250 \text{ }^\circ\text{C}$;
температура составного стержня справа $T_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$;
коэффициенты теплопроводности материалов первой и второй частей составного стержня $\lambda_1 = 45 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $\lambda_2 = 270 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теплоэнергетика и теплотехника как предметные области приложения полученных студентами знаний и компетенций отличаются большим разнообразием используемых процессов, устройств, агрегатов. Тепловой анализ играет заметную роль при проектировании многих объектов теплоэнергетики и теплотехники. Как правило, интерес представляют распределения температуры, температурного градиента и теплового потока.

Теоретическое исследование процессов теплопроводности в настоящее время в значительной степени базируется на их численном моделировании с использованием ПК. Это стало возможным благодаря прогрессу в развитии аналитических методов в теории теплопроводности твёрдых тел, вычислительных методов решения задач для уравнения в частных производных и увеличению мощности современных вычислительных машин.

Использование современных компьютерных технологий позволяет существенно улучшить характеристики разрабатываемых объектов, снизить время, затрачиваемое на их разработку.

Численное моделирование процессов теплопроводности в настоящее время приобретает важную роль и, в связи с тем, что для современных объектов теплоэнергетики, авиации, атомной энергетики необходим достоверный прогноз таких процессов, экспериментальное изучение которых очень сложно и дорого или невозможно. Численное моделирование процессов теплопроводности всё успешнее входит в практику работы различных научно-исследовательских, проектно-конструкторских и производственных учреждений.

Авторы понимают, что в настоящее время в высших учебных заведениях при обучении студентов используют различные программные средства моделирования и решения задач теплопроводности. Но использование пакета ELCUT является оправданным, так как русскоязычное описание ELCUT весьма удобно для первоначального знакомства с применением МКЭ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **ELCUT**: Моделирование двумерных полей методом конечных элементов. Версия 5.1. Руководство пользователя. – Санкт-Петербург : Производственный кооператив ТОР, 2003. – 249 с. – URL : http://www.elcut.ru/free_doc_r.htm, <http://www.elcut.ru/demo/manual.pdf>.
2. **Норри, Д.** Введение в метод конечных элементов / Д. Норри, Ж. де Фриз. – Москва : Мир, 1981. – 304 с.
3. **Амосов, А. А.** Вычислительные методы для инженеров / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. – Москва : Высшая школа, 1994. – 320 с.
4. **Кузнецов, Г. В.** Разностные методы решения задач теплопроводности : учебное пособие / Г. В. Кузнецов, М. А. Шеремет. – Томск : Изд-во Томского политехнического университета, 2007. – 172 с.
5. **Компьютерное** моделирование процессов и аппаратов пищевой, био- и химической технологии в среде FlexPDE : учебное пособие / С. И. Дворецкий, А. А. Ермаков, О. О. Иванов, Е. И. Акулинин. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – 72 с.
6. **Самарский, А. А.** Вычислительная теплопередача / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – Москва : Едиториал УРСС, 2003. – 782 с.
7. **Ляшков, В. И.** Математическое моделирование и алгоритмизация задач теплоэнергетики [Электронный ресурс] : учебное пособие / В. И. Ляшков. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 140 с.
8. **Жуков, Н. П.** Многомодельные методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов и изделий / Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова. – Москва : Машиностроение-1, 2004. – 288 с.
9. **Методы** и средства неразрушающего теплового контроля структурных превращений в полимерных материалах : монография / Н. Ф. Майникова, С. В. Мищенко, Н. П. Жуков, И. В. Рогов. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 320 с.
10. **Лыков, А. В.** Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – Москва : Высшая школа, 1967. – 599 с.
11. **Карташов, Э. М.** Аналитические методы в теории теплопроводности твёрдых тел / Э. М. Карташов. – Москва : Высшая школа, 2001. – 550 с.

12. **Козлов, В. П.** Двумерные осесимметричные задачи теплопроводности / В. П. Козлов. – Минск : Наука и техника, 1968. – 392 с.

13. **Бахвалов, Н. С.** Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Москва : Бинوم. Лаборатория знаний, 2008. – 636 с.

14. **Волков, Е. А.** Численные методы / Е. А. Волков. – Москва : Лань, 2008. – 248 с.

15. **Фаддеев, М. А.** Основные методы вычислительной математики / М. А. Фаддеев, К. А. Марков. – Москва : Лань, 2008. – 160 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ	4
1.1. Выбор класса двумерных задач	5
1.2. Постановка задач расчёта температурных полей	5
1.3. Источники тепла в задачах расчёта температурных полей	6
1.4. Граничные условия в задачах расчёта температурных полей	7
1.5. Физические величины, вычисляемые в задачах расчёта температурных полей	9
2. ПОДГОТОВКА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ	10
3. РАБОТА В СИСТЕМЕ ELCUT	12
3.1. Задача стационарного теплопереноса	12
3.1.1. Создание задачи	13
3.1.2. Задание геометрии	15
3.1.3. Ввод физических параметров и граничных условий	17
3.1.4. Анализ результатов счёта	21
3.2. Задача нестационарного теплопереноса	23
3.2.1. Создание задачи	25
3.2.2. Задание геометрии, физических параметров и граничных условий	25
3.2.3. Анализ результатов счёта	30
3.3. Задача нестационарного теплопереноса для многослойной системы	37
3.3.1. Создание задачи	39
3.3.2. Задание геометрии, физических параметров и граничных условий	41
3.3.3. Анализ результатов счёта	47
3.4. Задача нестационарного теплопереноса для многослойной системы с включениями в защитном слое	52
3.4.1. Создание задачи	52
3.4.2. Задание геометрии, физических параметров и граничных условий	52
3.4.3. Анализ результатов счёта	54
4. ЗАДАЧИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЯХ	72
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	76
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	77

Учебное издание

ЖУКОВ Николай Павлович
МАЙНИКОВА Нина Филипповна
НИКУЛИН Сергей Сергеевич
АНТОНОВ Антон Олегович

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Учебное пособие

Редактор З. Г. Чернова
Инженер по компьютерному макетированию О. М. Гурьянова

ISBN 978-5-8265-1262-3



Подписано в печать 03.04.2014.
Формат 60×84 /16. 4,65 усл. печ. л.
Тираж 100 экз. Заказ № 171

Издательско-полиграфический центр
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14
Тел. 8(4752) 63-81-08;
E-mail: izdatelstvo@admin.tstu.ru