

С. В. ПОНОМАРЕВ, А. Г. ДИВИН, Д. А. ЛЮБИМОВА

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ
МЕТРОЛОГИИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ
РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОВ
И ОСНОВНЫХ КОНСТРУКЦИОННЫХ
РАЗМЕРОВ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ**

С. В. ПОНОМАРЕВ, А. Г. ДИВИН, Д. А. ЛЮБИМОВА

Тамбов

◆ Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ» ◆

2015

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический университет»

С. В. ПОНОМАРЕВ, А. Г. ДИВИН, Д. А. ЛЮБИМОВА

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ
МЕТРОЛОГИИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ
РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОВ
И ОСНОВНЫХ КОНСТРУКЦИОННЫХ
РАЗМЕРОВ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ**

*Рекомендовано Научно-техническим советом университета
в качестве монографии*

*Под научной редакцией доктора технических наук, профессора
С. В. Пономарева*



Тамбов

◆ Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ» ◆
2015

УДК 006:519.6:536.2.08

ББК ж.ц.+ ж10

П56

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Переработка полимеров
и упаковочное производство» ФГБОУ ВПО «ТГТУ»

П. С. Беляев

Кандидат технических наук, ведущий математик АО «ТНИР» «Эфир»

С. Н. Мочалин

Пономарев, С. В.

П56

Применение математических основ метрологии при оптимизации режимных параметров методов и основных конструктивных размеров устройств для измерения теплофизических свойств веществ : монография / С. В. Пономарев, А. Г. Дивин, Д. А. Любимова ; под науч. ред. д-ра техн. наук, проф. С. В. Пономарева. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. – 160 с. – 100 экз.

ISBN 978-5-8265-1492-4

Изложены теоретические и практические основы принципа действия ряда методов измерений теплофизических свойств (ТФС) жидкостей и твердых материалов. Сформулированы математические модели температурных полей в образцах исследуемых материалов в ходе процессов измерения их ТФС.

Получены расчетные соотношения для вычисления как искомого ТФС по экспериментальным данным, так и среднеквадратичных оценок погрешностей измерения этих ТФС. Путем решения задач минимизации погрешностей измерений искомого ТФС определены оптимальные режимные параметры методов и основные конструктивные размеры измерительных устройств.

Предназначена научным работникам, инженерам, студентам и аспирантам, чья сфера деятельности связана с проектированием, разработкой и использованием методов и средств измерений теплофизических свойств веществ.

УДК 006:519.6:536.2.08

ББК ж.ц.+ ж10

ISBN 978-5-8265-1492-4

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет» (ФГБОУ ВПО «ТГТУ»), 2015

ПРЕДИСЛОВИЕ

В монографии представлены результаты научно-исследовательских работ, выполненных в ФГБОУ ВПО «ТГТУ» в 1985 – 2015 годах. Отличительной особенностью этих работ является стремление (еще на этапе проектирования новых и/или модернизации уже имеющихся действующих методов и средств теплофизических измерений) на основе использования математических методов метрологии выбрать оптимальные:

- режимные параметры измерительных операций разрабатываемых и модернизируемых методов экспериментального определения теплофизических веществ и материалов;
- условия и параметры функционирования алгоритмов и программ для обработки экспериментальных данных;
- основные конструкционные размеры измерительных ячеек и устройств проектируемых приборов.

На основе обзора публикаций [4 – 7, 26, 37 – 56] и накопленного опыта разработки методов и устройств для теплофизических измерений можно сформулировать три главных варианта возможных подходов к выбору оптимальных режимных параметров разрабатываемых методов, условий функционирования алгоритмов обработки данных и рациональных конструкционных размеров измерительных ячеек, рассмотренных ниже.

1. *Чисто теоретический подход*, предусматривающий постановку математической задачи оптимизации и ее решение с использованием известных методов решения таких задач [172 – 176]. Примеры постановки и решения задач выбора оптимальных режимных параметров и рациональных конструкционных размеров измерительных устройств в теплофизических измерениях рассмотрены в публикациях [4, 6 – 17, 55 – 57, 71, 74, 136, 137, 151, 177, 178]. Недостатком чисто теоретического подхода является невозможность учесть в математической постановке задачи все детали и особенности процесса измерения и измерительного устройства.

2. *Использование чисто экспериментального подхода*, например, путем проведения измерений теплофизических свойств эталонных материалов и веществ (с известными теплофизическими свойствами) и последующего выбора оптимальных режимных параметров используемого метода и рациональных конструкционных параметров применяемого измерительного устройства на основе полученных экспериментальных данных. Во многих случаях такой подход может казаться привлекательным (особенно для исследователей, предпочитающих работать без применения математики), так как он позволяет обойтись

без постановки и решения математической задачи оптимизации. Для успешного применения такого подхода необходимо очень глубоко понимать физические основы метода измерений и на интуитивном уровне чувствовать: от каких наблюдаемых в ходе эксперимента параметров зависят и могут контролироваться (выбираться, управляться) оптимальные режимные параметры процесса измерений. Можно утверждать, что рассматриваемый экспериментальный подход на практике требует больших затрат финансовых, материальных, человеческих и временных ресурсов, причем во многих случаях не приводит к получению ответов на поставленные вопросы оптимизации.

3. Наиболее правильным и успешно приводящим к цели является *теоретико-экспериментальный подход*, предусматривающий сочетание двух перечисленных выше подходов. Согласно этому подходу для достижения поставленной цели оптимизации следует действовать следующим образом:

а) сначала на основе применения математических средств метрологии поставить и решить задачу оптимизации как режимных параметров метода измерения, так и конструкционных размеров измерительного устройства; при этом надо не забывать, что полученные решения не совсем точны, так как при постановке математической задачи оптимизации был принят ряд допущений, позволивших упростить формулировку задачи, но не позволяющих учесть все особенности рассматриваемого процесса; в результате выполнения этого начального этапа работы появляются ориентировочные значения режимных параметров метода и конструкционных размеров измерительного устройства;

б) на втором этапе работы надо изготовить опытный экземпляр или макет измерительного устройства и путем проведения экспериментальных измерений с веществами и материалами с известными теплофизическими свойствами оценить реальные погрешности измерений и сделать выводы о практической возможности использования полученных на предыдущем этапе теоретических рекомендаций по выбору оптимальных режимных параметров метода и рациональных конструкционных размеров измерительного устройства; следует отметить, что объем экспериментальных исследований в случае использования третьего теоретико-экспериментального подхода удастся значительно сократить по сравнению со случаем применения второго чисто экспериментального подхода, так как значительно сокращаются диапазоны изменения параметров проведения экспериментов (их примерные значения уже известны из решения математической задачи оптимизации);

в) на следующем этапе (в зависимости от того, какие результаты были получены на предыдущей экспериментальной стадии работы) можно рекомендовать следующее:

– если результаты измерений, полученные с использованием эталонных материалов, содержат значительные систематические погрешности, то следует разработать методику введения поправок [182] на эти экспериментально выявленные систематические погрешности, а затем включить эту методику в состав программного обеспечения применяемой информационно-измерительной и управляющей системы (ИИУС);

– если результаты экспериментальных измерений теплофизических свойств эталонных веществ и материалов свидетельствуют о необходимости внести коррекции в ранее определенные теоретически значения оптимальных режимных параметров метода или конструкционных размеров измерительной ячейки, то надо внести эти изменения в программное обеспечение ИИУС, в составе которой будут применяться разработанные метод и измерительная ячейка.

В процессе исследований стало понятно, что при выполнении работ по проектированию и разработке новых и/или модернизации имеющихся методов и средств теплофизических измерений можно использовать рекомендации так называемой методологии решения проблем, представляющей собой детализацию известного цикла улучшения качества Деминга [1 – 3]. Рекомендации по применению методологии решения проблем даны во введении.

В первой главе монографии приведен обзор методов теплофизических измерений, применительно к которым в данной монографии рассматриваются задачи оптимизации.

Исторически так сложилось, что одни из первых результатов в области оптимизации методов и средств теплофизических измерений в рамках данного исследования были получены в 1985 – 90-е годы применительно к так называемым методам ламинарного режима [4, 6 – 8]. Часть этих результатов были признаны изобретениями [135 – 138] и представлены в первом параграфе второй главы.

На втором этапе в 1990 – 95-е годы были получены результаты, посвященные выбору оптимальных условий и параметров функционирования алгоритмов обработки экспериментальных данных [4, 183 – 185], представленные во втором параграфе второй главы.

На очередном этапе в 2000 – 2014 годах серьезное внимание уделялось выбору оптимальных условий осуществления методов плоских «мгновенных» и импульсных источников теплоты [5, 7]. Полученные результаты были опубликованы в [9, 14 – 17] и представлены в третьей главе монографии.

Результаты исследования были выполнены при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания № 539 и гранта РФФИ № 15-08-05848.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении многих лет в ФГБОУ ВПО «ТГТУ» накоплен опыт проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по проектированию теплофизических методов и средств измерений на основе использования:

- методологии решения проблем [1 – 3], предусматривающей осуществление восьми этапов работ (рис. В.1);

- математических основ теоретической метрологии [5 – 8, 163, 179] при решении задач оптимизации режимных параметров, методов и основных конструктивных размеров устройств (первичных измерительных преобразователей, измерительных ячеек) для экспериментального исследования теплофизических свойств веществ и материалов.

В.1. РЕКОМЕНДАЦИИ МЕТОДОЛОГИИ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМ

Ниже изложены рекомендации по осуществлению восьми этапов методологии решения проблем (рис. В.1), по сути дела, представляющей собой детализацию известного цикла улучшения качества Деминга [1 – 3].

1. *На первом этапе* следует сформулировать, определить (описать) постановку проблемы. Правильное описание проблемы:

- определяет свойства и специфику проблемы, например: Какие теплофизические свойства (характеристики) необходимо измерять? Какие методы и устройства могут быть при этом использованы? С какими погрешностями необходимо измерять теплофизические свойства? Какова допустимая длительность процесса измерения? и т.п.;

- идентифицирует (устанавливает) следствия и имеющиеся результаты, а не причины, например, применяемые до сих пор методы и устройства имеют погрешности 10 – 15%, длительность эксперимента – четыре часа, до 20 – 30% экспериментов приходится повторять из-за отказов системы;

- фокусирует внимание на различии между тем, как это делается сейчас, и как это должно быть, в частности, длительность эксперимента должна быть не более 0,5 часа, а погрешности в пределах 5 – 7%;

- включает в себя всесторонние сведения о рассматриваемой проблеме, а именно, поиск ответов на вопросы: для достижения каких целей будут проводиться измерения? В каких условиях? Как часто? В каких случаях? Какова квалификация тех, кто будет проводить измерения? Насколько подробной должна быть рабочая инструкция для оператора?



Рис. В.1. Методология решения проблем, совмещенная с фазами цикла Деминга

2. На втором этапе необходимо определить имеющуюся на начало работ фактическую ситуацию. Для правильного и успешного решения проблемы необходимо знать: как процесс измерения проводится до последнего времени? Каковы характеристики (диапазон из-

мерения, точность, длительность, потребляемая мощность и др.) этого процесса и его результатов?

В этом этапе необходимо определить множество проявлений проблемы в виде списка возможных неисправностей установки, сбоев в работе программного обеспечения, метрологических отказов информационно-измерительной системы (ИИС) и т.п. Если имеются записи о сбоях, отказах и других проявлениях проблемы, то на основе этих данных можно рекомендовать построить диаграмму Парето.

Если такие записи ранее не вели, то следует разработать форму контрольного листка для сбора информации, необходимой для выявления наиболее часто случающихся проявлений проблемы.

При проектировании новой системы следует сформировать группу экспертов и в процессе мозгового штурма сгенерировать множество возможных проявлений проблемы, а затем экспертным методом определить наиболее вероятные дефекты и несоответствия. Сам процесс измерения желательно наглядно представить в виде поточной диаграммы (блок-схемы последовательности операций) [1, 2].

3. *На третьем этапе* необходимо идентифицировать всевозможные причины проблемы (например, причины основных видов отказов, источники погрешностей измерений [4 – 8] и т.п.), осуществить анализ этих причин и определить наиболее важные причины. При этом можно рекомендовать использование таких инструментов управления качеством [1, 2], как мозговой штурм, диаграмма Исикавы, FMEA-анализ и др. Если на этом этапе определились четыре главные причины проблемы, например, непонятно, при каких режимных параметрах метода следует проводить измерения (i); нет ясности о том, какими должны быть конструкционные параметры измерительного устройства (ii); используемый аналогово-цифровой преобразователь (АЦП) имеет низкий уровень помехозащищенности (iii); необходимость повторного проведения экспериментов обусловлена износом приспособления для размещения исследуемого образца в измерительном устройстве (iv), то это означает, что *исходная проблема* на данном этапе сведена к решению *четырёх задач*, направленных на устранение перечисленных выше причин (i), (ii), (iii) и (iv).

4. *На четвертом этапе* [1 – 3] следует уточнить постановку выявленных задач, идентифицировать (генерировать) методы их возможных решений (тех задач, к которым была сведена исходная проблема на предыдущем этапе) и осуществить выбор лучших (оптимальных) вариантов.

Если исходная проблема была сведена к решению *четырёх задач*, то для решения каждой из этих задач в дальнейшем могут быть назначены ответственные лица или сформированы команды из необходимого количества специалистов.

5. *Пятый этап* нацелен на тщательное планирование действий по осуществлению (внедрению) улучшенного процесса и/или конструкции. На этом этапе каждой команде или ответственному специалисту следует [1 – 3]:

- сформулировать ясный план дальнейших действий;
- идентифицировать потенциальные барьеры (препятствия) и запланировать необходимые предупреждающие действия;
- предусмотреть все необходимые ресурсы для осуществления проектов, в том числе средства и методы мониторинга и измерения в процессе осуществления дальнейших действий;
- определить потребности в обучении и тренинге персонала, вовлеченного в выполнение дальнейших действий.

Для решения задач (i), (ii) можно запланировать следующие действия [3]:

- записать постановку математической задачи, описывающей температурные поля в образцах исследуемых материалов при использовании нового метода и устройства;
- сформулировать целевую функцию (функционал), позволяющую выбрать оптимальные режимные параметры и рациональные конструкционные размеры устройства;
- аналитически или численно решить полученную задачу оптимизации и определить рекомендуемые диапазоны выбора как режимных параметров, так и конструкционных размеров.

Если задачи не требуют использования математических моделей, то можно запланировать следующее [3]. Например, для задачи (iii) с помощью мозгового штурма (на основе накопленного опыта проведения работ, обзора литературы, имеющихся в Интернете сведений и других источников информации) следует сгенерировать множество возможных решений задачи, например, список типов и цен помехозащищенных АЦП, список доступных вариантов защиты входных цепей АЦП от помех с указанием затрат на практическое осуществление этих вариантов. В качестве целевой функции при решении такой задачи можно использовать минимизацию затрат на достижение необходимой помехозащищенности измерительного канала.

Для задачи (iv) повышения надежности приспособления, обеспечивающего постоянное прижимающее усилие при размещении образца в измерительном устройстве, можно запланировать [3] проведение ремонта, изготовление нового приспособления по имеющимся чертежам или разработку улучшенной конструкции и изготовление модернизированного приспособления с размещением заказа на стороне. При этом целевыми функциями могут быть либо минимизация финансовых затрат, либо минимизация затрат времени на улучшение приспособления.

На третьем, четвертом и пятом этапах рекомендуется также использовать FMEA-анализ, QFD-анализ и другие инструменты управления и методы менеджмента качества [1, 2].

Рассмотренные выше пять этапов выполнения работ представляют собой первую фазу Plan цикла улучшения PDCA Деминга [1 – 3].

6. *Шестой этап* [1 – 3] предусматривает выполнение запланированных усовершенствований на основе предложенных методов решений ранее выявленных задач. Если есть возможность, то первоначально эти решения задач следует осуществлять в небольшом масштабе. Например, сначала надо провести модернизацию только одного экземпляра используемой в лаборатории установки, а модернизацию остальных отложить на более поздние этапы (после получения убедительных доказательств успешности предложенных улучшений).

Выполнение данного этапа работ предусматривает сначала разработку проектов выполнения выбранных решений задач (к которым была сведена проблема на этапах 3 – 5 рассматриваемой методологии), а затем осуществление этих решений первоначально в малом масштабе. В частности, необходимо (желательно) сделать следующее [3, 9 – 16]:

- поставить и решить математические задачи как оптимизации режимных параметров проектируемого (модернизируемого) метода, так и выбора рациональных конструкционных размеров измерительного устройства;

- осуществить анализ возможных источников погрешностей измерений теплофизических свойств [4 – 7, 17], учет результатов которого позволит улучшить проектируемые методы и устройство для его осуществления;

- спроектировать процедуры проведения измерительных операций нового метода (методики), обеспечивающие оптимальные режимы проведения теплофизических измерений;

- разработать чертежи новой конструкции измерительного устройства (или его узлов), обеспечивающего проведение теплофизических измерений при рациональных конструкционных размерах, позволяющих минимизировать погрешности измерений;

- разработать алгоритмы как для управления ходом эксперимента, так и для обработки получаемых экспериментальных данных;

- изготовить детали, собрать измерительное устройство и провести его испытания;

- составить и отладить программы по разработанным алгоритмам;

- произвести интеграцию (объединение) изготовленной установки (Hardware) и составленного программного обеспечения (Software) в единую информационно-измерительную систему (ИИС);

- провести испытания ИИС на материалах с известными теплофизическими свойствами, оценить погрешности измерений, экспери-

ментально уточнить найденные ранее оптимальные значения режимных параметров метода и рациональные конструкционные размеры измерительного устройства;

– при необходимости разработать методику введения поправок в результаты измерений.

Данный этап совпадает со второй фазой Do цикла улучшения PDCA Деминга [1 – 3].

7. *Седьмой этап* предусматривает проверку (оценку) результативности и эффективности действий по осуществлению запланированных усовершенствований. При этом надо установить, позволило ли выполнение усовершенствования устранить рассматриваемую проблему полностью или только частично, в частности, удалось ли [3]:

- уменьшить погрешности измерений до требуемой величины;
- повысить воспроизводимость силового воздействия приспособления, обеспечивающего минимизацию тепловых сопротивлений на поверхностях контакта образцов с поверхностями измерительной ячейки;
- снизить вероятную потребность в повторном проведении экспериментов;
- создать успешно действующую методику введения поправок;
- устранить другие симптомы (проявления) рассматриваемой проблемы.

Если симптомы (проявления) рассматриваемой проблемы устранены не все, то возможно, что [1 – 3]:

- какое-либо усовершенствование (решение) является неверным (нерезультативным);
- были приняты во внимание ошибочные причины симптомов (проявлений) рассматриваемой проблемы;
- были рассмотрены ошибочные (несоответствующие действительности) проявления (несоответствия, дефекты) проблемы;
- сама проблема была определена неверно.

Если запланированные результаты улучшений достигнуты не в полной мере, то следует вернуться к предыдущим этапам, например, произвести уточнение постановки проблемы и причин ее возникновения, запланировать новый вариант усовершенствования, разработать и осуществить проект этого усовершенствования, оценить результативность и эффективность этого улучшения.

После получения убедительных свидетельств того, что проблема решена, можно перейти к очередному этапу.

Седьмой этап рассматриваемой методологии решения проблем соответствует третьей фазе Check цикла улучшения PDCA Деминга [1 – 3].

8. *На восьмом этапе* необходимо стандартизировать и осуществить полномасштабное внедрение достигнутого улучшения. На этом

этапе необходимо доработать и утвердить проектную документацию выполненного усовершенствования, в том числе [1 – 3]:

- внести необходимые изменения в чертежи, алгоритмы и программы;
- на основе накопленного опыта доработать рабочую инструкцию для операторов, осуществляющих измерения теплофизических свойств;
- внедрить усовершенствование на всех установках, используемых в лаборатории;
- при необходимости провести теоретическое обучение и тренинг операторов на рабочих местах;
- периодически контролировать работу операторов для предотвращения неправильного выполнения их действий.

Восьмой этап эквивалентен фазе Act цикла улучшения PDCA Деминга [1 – 3].

* * *

После завершения работ необходимо проанализировать результаты выполнения проекта, при этом желательно составить отчет, чтобы сохранить накопленный опыт. Помимо этого, необходимо рассмотреть и обсудить возможность использования выработанного решения проблемы для усовершенствования других теплофизических методов, устройств, установок и систем не только в своей испытательной лаборатории, но и в других подразделениях организации.

В.2. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРИМЕНЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕТРОЛОГИИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТОДОВ И УСТРОЙСТВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ И МАТЕРИАЛОВ

Для успешного выполнения научно-исследовательских работ с целью выбора как оптимальных режимных параметров методов и условий функционирования алгоритмов обработки экспериментальных данных, так и основных конструкционных размеров устройств для измерения теплофизических свойств веществ, материалов и изделий рекомендуем следующую очередность осуществления действий в процессе научного исследования:

1) пользуясь методами математической физики [4 – 8, 75 – 84], следует сформировать постановку краевой задачи теплопроводности, описывающую температурное поле в исследуемом образце в процессе проведения эксперимента с целью измерения искомым теплофизических свойств;

2) найти аналитическое решение прямой краевой задачи теплопроводности, позволяющее рассчитывать температурные поля в образце исследуемого материала в процессе экспериментального измерения теплофизических свойств;

3) на основе полученного решения прямой краевой задачи теплопроводности следует получить расчетные формулы для вычисления искомых теплофизических свойств веществ по экспериментально измеренным значениям температур, тепловых потоков, мощности источников теплоты, геометрическим размерам и т.п.;

4) с использованием математических методов метрологии (на основе полученных на предыдущем этапе расчетных формул) надо вывести соотношения для вычисления среднеквадратичных оценок погрешностей $(\delta a)_{\text{ск}}$, $(\delta \lambda)_{\text{ск}}$, $(\delta c_p)_{\text{ск}}$ измерения искомых коэффициента температуропроводности a , теплопроводности λ или объемной теплоемкости c_p ;

5) с применением одного из известных методов оптимизации следует решить задачу выбора:

- оптимальных значений как режимных параметров метода измерения, так и наилучших условий функционирования алгоритма обработки экспериментальных данных;

- рациональных значений основного конструкционного размера устройства (ячейки) для измерения искомых теплофизических свойств исследуемых веществ, материалов и изделий;

6) с учетом результатов анализа возможных источников погрешностей при осуществлении процесса измерения теплофизических свойств следует выполнить работу:

- с целью определения порядка выполнения измерительных операций при осуществлении проектируемого метода;

- с целью получения комплекта чертежей и схем для изготовления измерительных устройств и электронных блоков информационно-измерительной и управляющей системы (ИИУС);

- с целью создания алгоритмического и программного обеспечения ИИУС;

7) после изготовления деталей, узлов, блоков и создания программного обеспечения, следует осуществить их отладку, проверку (испытания) и интеграцию в единую ИИУС, а затем оценить метрологические характеристики созданной ИИУС путем экспериментального измерения теплофизических свойств эталонных материалов и, при необходимости, разработать методику введения поправок на систематические погрешности измерений в соответствии с рекомендациями [182].

Примечание. Во многих случаях при решении задач оптимизации можно использовать так называемый метод перебора имеющихся данных.

1. ОБЗОР МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ

В настоящее время опубликовано [3 – 74] большое количество статей, монографий и учебных пособий, посвященных вопросам экспериментального измерения теплофизических свойств веществ, материалов и изделий. В связи с тем, что данная работа посвящена разработке методов и устройств для измерения (контроля) теплопроводности, теплоемкости и температуропроводности твердых теплоизоляционных материалов, в данной главе приводится обзор: 1) стационарных и нестационарных классических методов экспериментального измерения теплофизических свойств; 2) устройств, приборов и средств для реализации специальных методов измерения теплофизических свойств.

В соответствии с публикациями [3 – 51] к теплофизическим свойствам и характеристикам веществ относят более 50 физических величин, в число которых входят:

- теплопроводность λ ;
- удельная теплоемкость c или объемная теплоемкость cr ;
- коэффициент температуропроводности $a = \lambda/(cr)$;
- коэффициент тепловой активности $b = \sqrt{\lambda cr}$.

Именно эти физические величины λ , c , cr , a , b наиболее часто используют на практике для характеристики теплоизоляционных свойств веществ и материалов. Причем, для характеристики теплоизоляционных свойств материалов, работающих в стационарных (установившихся во времени) режимах, обычно достаточно знать значения теплопроводности λ таких веществ. Однако в случае, когда исследуемый материал предназначен для выполнения теплоизоляционных (или даже теплозащитных) функций в нестационарных условиях эксплуатации, знания значений теплопроводности λ оказывается недостаточно. При математическом моделировании и расчетах нестационарных режимов работы теплоизоляционных материалов и веществ требуется информация как минимум об объемной теплоемкости cr (либо об удельной теплоемкости c и плотности ρ). В ряде случаев, вместо двух значений теплофизических величин теплопроводности λ и объемной теплоемкости cr (либо вместо трех значений λ , c , ρ) удобнее использовать значения коэффициента температуропроводности $a = \lambda/(cr)$ или коэффициента тепловой активности $b = \sqrt{\lambda cr}$, представляющих собой комплексы из значений трех физических величин λ , c , ρ . В основу составления приведенного ниже обзора методов и средств измерения теплофизических свойств твердых теплоизоляционных материалов положена приведенная на рис. 1.1 классификация рассматриваемых методов и средств измерения, базирующаяся на идеях публикаций [4 – 8, 37 – 51].

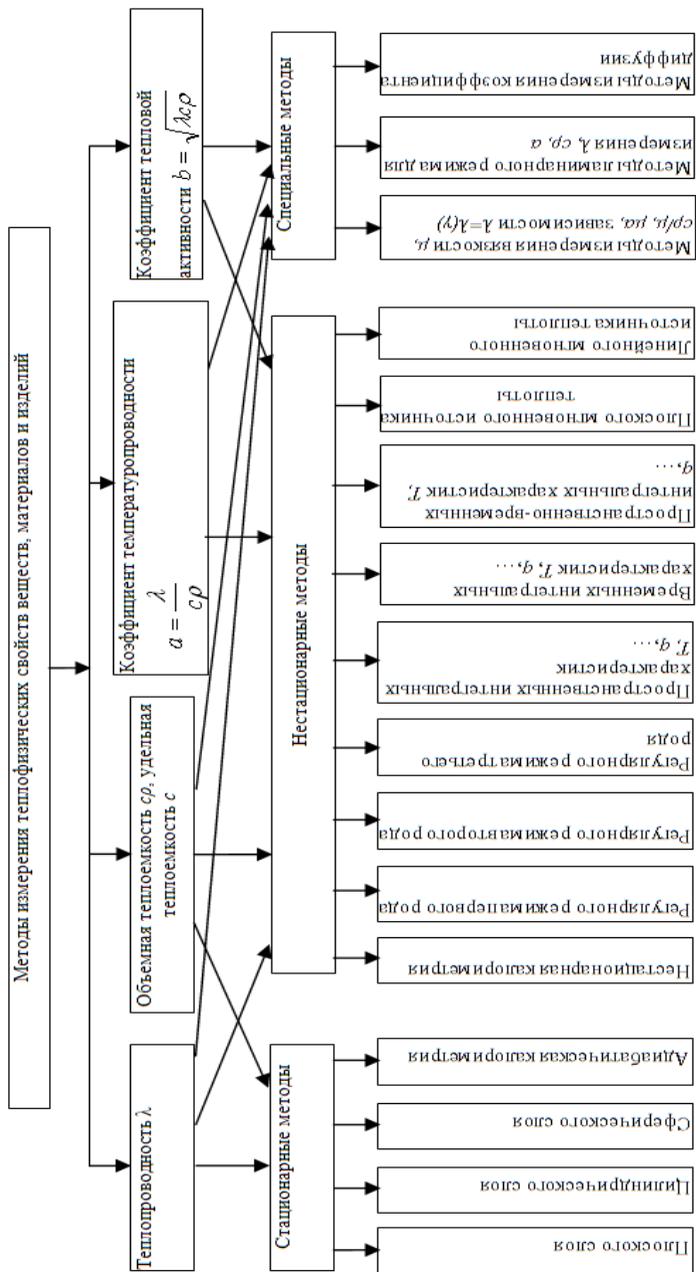


Рис. 1.1. Использованная в работе классификация методов и средств измерения тепловых свойств веществ, материалов и изделий.

1.1. СТАЦИОНАРНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

В данном параграфе рассмотрены следующие стационарные методы измерений теплофизических свойств [4 – 7, 46]:

- измерение теплоемкости методом адиабатической калориметрии;
- измерение теплопроводности методами плоского, цилиндрического и сферического слоев.

1.1.1. Применение адиабатической калориметрии для измерения удельной теплоемкости

Теоретические основы калориметрии основаны на уравнении теплового баланса [5, 7, 18, 30, 46]

$$Q = Q_a + Q_o + Q_{\text{пот}},$$

и известном соотношении

$$Q = cm(T_k - T_n),$$

где Q – общее количество теплоты, выделившееся в адиабатическом калориметре; Q_o , Q_a – количества теплоты, аккумулированные образцом и материалом ампулы, в которой размещен образец; $Q_{\text{пот}}$ – потери теплоты в окружающую среду; m – масса образца; T_n , T_k – начальные и конечные значения температуры образца; c – удельная теплоемкость материала образца.

Адиабатические калориметры в настоящее время позволяют проводить наиболее точные измерения удельной теплоемкости веществ. Схема адиабатического калориметра [5, 7, 18, 46] приведена на рис. 1.2.

При проведении эксперимента образец 1 из исследуемого материала (жидкость или твердое тело) с известной массой m и удельной теплоемкостью c_x , подлежащей измерению, помещают в ампулу-стакан 2 с известной удельной теплоемкостью c_a и массой m_a . Нагреватель 3 может быть размещен в стенке ампулы 2 (если образец 1 представляет собой твердое тело) или непосредственно в исследуемом материале, если это жидкость. Ваттметр 4 позволяет измерять электрическую мощность $W(\tau)$, потребляемую нагревателем 3, и вычислять суммарное количество теплоты

$$Q = \int_{\tau_o}^{\tau_n} W(\tau) d\tau,$$

подведенное к центральному двусоставному ядру, образованному образцом 1 и ампулой 2. Термопара 5 и вторичный прибор 6 позволяют измерять температуру двусоставного ядра. На рисунке 1.2 показано, что

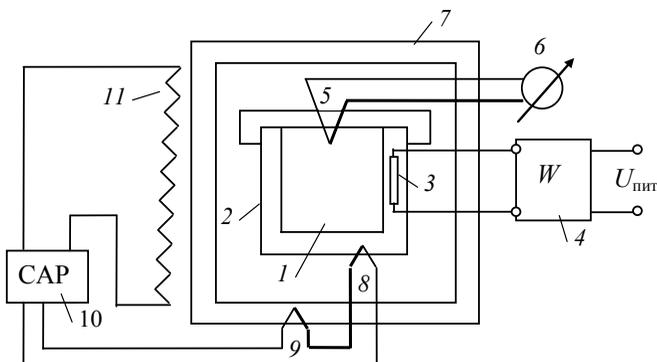


Рис. 1.2. Модель адиабатического калориметра [5, 7]:

1 – исследуемый образец с неизвестной удельной теплоемкостью c_x и известной массой m ; 2 – ампула (стакан с крышкой); 3 – нагреватель; 4 – прибор для измерения электрической мощности (ваттметр); 5, 8, 9 – термопары; 6 – прибор для измерения температуры; 7 – внешняя металлическая оболочка; 10 – автоматический регулятор, поддерживающий нулевую разность температур (измеряемую дифференциально включенными термопарами 8 и 9) между ампулой 2 и внешней металлической оболочкой 7; 11 – охранный нагреватель адиабатической системы

термопара 5 может быть установлена непосредственно в исследуемом материале (если это жидкость или сыпучее вещество), однако, при измерении теплоемкости твердых материалов термопару 5 часто устанавливают в стенке ампулы 2. Внешнюю оболочку 7 обычно выполняют из металла, что позволяет создать изотермические условия вокруг двухсоставного ядра. Адиабатическая система, включающая в себя дифференциально включенные термопары 8, 9, автоматический регулятор 10 и охранный нагреватель 11, обеспечивает почти полное устранение утечек теплоты от двухсоставного ядра (включающего в себя исследуемый материал 1 и ампулу-стакан 2 с крышкой) за счет поддержания нулевой разности температур между внешней металлической оболочкой 7 и ампулой 2.

Если обеспечено выполнение условия $Q_{\text{пот}} = 0$, т.е. можно считать, что: потери теплоты в окружающую среду отсутствуют, то для двухсоставного ядра можно записать уравнение теплового баланса [5, 7, 18]

$$\int_{\tau_0}^{\tau_{\text{и}}} W(\tau) d\tau = Q = c_x m (T_{\text{к}} - T_{\text{н}}) + c_a m_a (T_{\text{к}} - T_{\text{н}}) = c_x m (T_{\text{к}} - T_{\text{н}}) + C_A (T_{\text{к}} - T_{\text{н}}),$$

где c_x , c_a – удельные теплоемкости исследуемого вещества и материала ампулы; m , m_a – масса исследуемого вещества и материала ампулы;

$C_A = c_a \cdot m_a$ – полная теплоемкость ампулы; T_n, T_k – температуры образца и/или ампулы, зарегистрированные термопарой 5 до начала и после окончания процесса подвода теплоты Q .

Из уравнения теплового баланса получается основное расчетное соотношение адиабатического калориметра [5, 7, 18]

$$c_x = \frac{1}{m} \left[\frac{Q}{T_k - T_n} - C_A \right]. \quad (1.1)$$

Отметим, что в [5, 17, 18, 44, 46] рассмотрены несколько вариантов расчетного соотношения (1.1), позволяющие повысить точность измерения удельной теплоемкости c_x исследуемого материала.

Адиабатические калориметры измеряют удельную теплоемкость с малыми погрешностями, что позволяет применять их при прецизионных измерениях. Однако для адиабатических калориметров характерна большая длительность эксперимента, что затрудняет их использование для целей практического осуществления оперативных измерений удельной теплоемкости теплоизоляционных материалов.

1.1.2. Стационарные методы измерения теплопроводности теплоизоляционных материалов

Теплопроводность вводится в теории теплофизических исследований как коэффициент, входящий в закон Фурье [1 – 47],

$$q = -\lambda \text{ grad } T,$$

приобретающий наиболее простой вид для одномерного теплопереноса

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x},$$

где $q = \frac{Q}{S\tau}$ – количество тепла Q [Дж], прошедшее через единицу площади S [м²] изотермической поверхности в единицу времени τ [с];

$\text{grad } T = 1_x \frac{\partial T}{\partial x} + 1_y \frac{\partial T}{\partial y} + 1_z \frac{\partial T}{\partial z}$ – градиент температуры в направлении нормали к изотермической поверхности. Для случая переноса тепла только вдоль одной оси координат, например вдоль x , градиент температуры определяется наиболее просто $\text{grad } T = 1_x \frac{\partial T}{\partial x}$, а закон Фурье

представляется в наиболее простой форме [28, 30] $q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$.

1.1.2.1. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ПЛОСКОГО СЛОЯ [5, 7, 18, 21, 26, 30, 34, 44, 45]

Рассмотрим однородную плоскую неограниченную пластину (стенку) толщиной H (рис. 1.3) из материала, теплопроводность λ которого надо измерить.

Если в эксперименте создать условия, когда через эту пластину будет проходить неизменный во времени и равномерно распределенный тепловой поток q , условно показанный стрелками на рис. 1.3, то после достижения стационарного режима в этой пластине установится линейное распределение температуры, а на поверхностях пластины можно измерить два значения температур T_1 и T_2 .

Математическая модель процессов, протекающих в исследуемом образце при использовании стационарного метода плоского слоя, обычно записывается в виде краевой задачи [5, 7]

$$\frac{d}{dx} \left[\lambda \frac{dT(x)}{dx} \right] = 0,$$

$$0 < x < H,$$

$$T(0) = T_1 = \text{const},$$

$$T(H) = T_2 = \text{const}$$

с дополнительным условием

$$-\lambda \frac{dT(0)}{dx} = q = \text{const}.$$

В монографиях [5, 7, 21] приведен подробный вывод основного расчетного соотношения рассматриваемого стационарного метода плоского слоя

$$\lambda = \frac{qH}{T_1 - T_2}. \quad (1.2)$$

Если после достижения установившегося во времени стационарного режима работы устройства (при реализации метода плоского слоя) осуществить измерение теплового потока q , температур T_1 на более нагретой и T_2 на менее нагретой поверхностях образца с известной толщиной H , то ис-

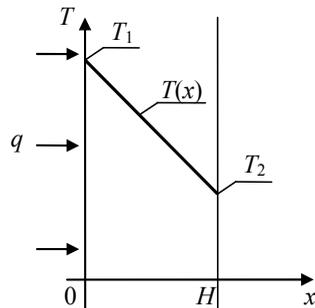


Рис. 1.3. Схематическое представление физической модели измерительного устройства

комое значение теплопроводности λ может быть вычислено по соотношению (1.2).

Порядок осуществления измерительных операций, средства и методы измерения геометрических размеров, температур и тепловых потоков достаточно подробно рассмотрены в [5 – 7, 21, 30, 44]. В [5 – 7, 30] приведены рекомендации по оценке погрешностей измерения теплопроводности стационарным методом плоского слоя.

Основными достоинствами стационарного метода плоского слоя являются [5 – 7, 21, 30, 44]:

- простота изготовления плоских образцов;
- относительно простые конструкции измерительных устройств, которые легко могут быть изготовлены практически на каждом предприятии без привлечения высококвалифицированных рабочих;
- возможность исследования теплопроводности не только твердых материалов, но и жидкостей и газов, так как в случае использования плоского *горизонтального* слоя в исследуемой жидкости (газе) легко создать условия (при нагреве равномерно распределенным тепловым потоком, направленным сверху вниз), препятствующие возникновению естественной конвекции, сильно искажающей результаты измерения теплопроводности;
- возможность легко реализовывать как абсолютный, так и относительный варианты стационарного метода плоского слоя.

При практической реализации стационарного метода плоского слоя приходится преодолевать сложности, связанные с необходимостью предотвращения утечек части теплового потока на периферии (по краям) плоских образцов. В связи с этим в конструкции измерительных устройств приходится вводить так называемые охранные нагреватели, неизбежно усложняющие конструкцию и вызывающие удорожание измерительной установки, основанной на использовании стационарного режима плоского слоя [5, 7, 21, 44].

Главным обстоятельством, затрудняющим применение стационарного метода плоского слоя для решения задач оперативного измерения и контроля качества изготовленных теплоизоляционных материалов, является длительность осуществления эксперимента, которая достигает нескольких часов.

1.1.2.2. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ СТАЦИОНАРНЫМ МЕТОДОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ [5, 7, 21, 30, 34, 44]

Рассмотрим (рис. 1.4) цилиндрический слой длиной L из однородного исследуемого материала с постоянной теплопроводностью λ . Этот слой имеет внутренний радиус R_1 и внешний R_2 . Если к этому

слою подвести при $r = R_1$ неизменный во времени тепловой поток q , направленный вдоль оси r от R_1 к R_2 , то через некоторое время на его внутренней и внешней поверхностях, в частности, при $r = R_1$, установится постоянная температура $T(R_1) = T_1$, а при $r = R_2$, постоянная температура $T(R_2) = T_2$, а внутри цилиндрического слоя установится стационарное распределение температуры $T(r)$.

Для стационарной стадии эксперимента математическая модель процессов в исследуемом цилиндрическом образце записывается в виде краевой задачи [5, 7]

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[\lambda r \frac{dT(r)}{dr} \right] = 0,$$

$$R_1 < r < R_2,$$

$$T(R_1) = T_1 = \text{const},$$

$$T(R_2) = T_2 = \text{const}$$

с дополнительным условием

$$-\lambda \frac{dT(R_1)}{dr} = q = \text{const}.$$

В монографиях [5, 7, 21] приведен подробный вывод основного расчетного соотношения

$$\lambda = \frac{qR_1 \ln(R_2 / R_1)}{T_1 - T_2}, \quad (1.3)$$

являющегося основой рассматриваемого метода стационарного цилиндрического слоя.

Рекомендации по осуществлению измерительных операций, а также по измерению геометрических размеров, температур и тепловых потоков приведены в [5, 7, 21, 44].

Существенный практический интерес представляет так называемый метод нагретой проволоки [5 – 7, 21, 30, 44], математическая модель которого аналогична [5, 7] только что рассмотренной (при стремлении к нулю размера $R_1 \rightarrow 0$).

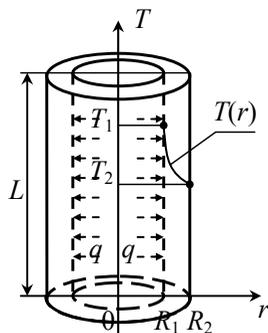


Рис. 1.4. Схематическое представление физической модели измерительного устройства [5, 7]

Недостатками метода цилиндрического слоя являются:

1) сложность обеспечения требуемого точного изготовления образца в виде полого цилиндра;

2) невозможность обеспечить хороший тепловой контакт поверхностей измерительного устройства как с внутренней, так и с внешней цилиндрическими поверхностями контролируемого образца исследуемого материала;

3) значительная продолжительность эксперимента, что затрудняет использование этого метода и базирующихся на нем измерительных устройств для оперативного контроля теплопроводности теплоизоляционных материалов.

1.1.2.3. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ [5, 7, 18, 21, 44]

Рассмотрим [5, 7] однородный шаровой слой из исследуемого материала, теплопроводность λ которого требуется определить. Обозначим (рис. 1.5) внутренний и внешний радиусы этого шарового слоя R_1 и R_2 .

Если к рассматриваемому шаровому слою на его внутренней поверхности $r = R_1$ подвести неизменный во времени тепловой поток [5, 7]

$$-\lambda \frac{\partial T(R_1, \tau)}{\partial r} = q = \text{const},$$

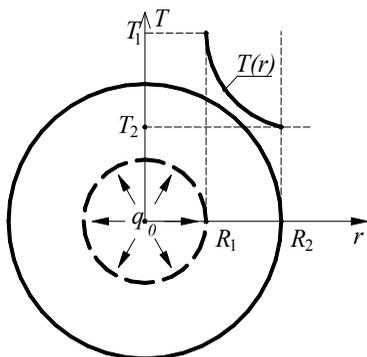


Рис. 1.5. Схематическое представление физической модели сферического измерительного устройства [5, 7]

направленный вдоль оси r в направлении от $r = R_1$ к $r = R_2$, то через некоторое время внутри шарового слоя установится [28, 30] стационарное распределение температур $T(r)$, а на его внутренней и внешней поверхностях можно измерить постоянные во времени температуры:

$$\text{при } r = R_1 \quad T(R_1) = T_1 = \text{const};$$

$$\text{при } r = R_2 \quad T(R_2) = T_2 = \text{const}.$$

После достижения стационарного режима работы значения физических величин становятся постоянными и неизменными во времени: $T_1 = \text{const}$, $T_2 = \text{const}$, $q = \text{const}$.

В этих условиях математическая модель процессов переноса теплоты в исследуемом сферическом слое может быть записана в виде краевой задачи теплопроводности [5, 7]

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[\lambda r^2 \frac{dT(r)}{dr} \right] = 0,$$

$$R_1 < r < R_2,$$

$$T(R_1) = T_1 = \text{const},$$

$$T(R_2) = T_2 = \text{const}$$

с дополнительным условием

$$-\lambda \frac{dT(R_1)}{dr} = q = \text{const}.$$

Эта краевая задача позволяет получить основное расчетное соотношение [5, 7, 18, 21, 30, 44]

$$\lambda = q \frac{R_1^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R} \right)}{T_1 - T_2}, \quad (1.4)$$

используемое для вычисления искомой теплопроводности по непосредственно измеряемым значениям физических величин q , T_1 , T_2 , R_1 , R_2 .

Достоинством метода сферического слоя является то [5, 7, 18, 21, 30, 44], что он теоретически позволяет получить одномерный тепловой поток без использования охранных нагревателей и адиабатических устройств. Однако изготовление и использование измерительного устройства такой формы связано со сложностью изготовления деталей шаровой формы и сферических образцов. Поэтому такие устройства применимы [5, 7, 18, 21] в основном для измерения теплофизических свойств сыпучих, волокнистых, пастообразных или высоковязких материалов. Осуществление измерений с применением таких методов и устройств требует [5, 7, 21]: 1) строгой центровки деталей шаровой формы, в полость между которыми помещают исследуемые материалы; 2) преодоления трудностей, возникающих при выполнении требований к равномерности заполнения исследуемых веществем пространства между двумя полыми концентрическими поверхностями сферической формы; 3) значительных затрат времени на достижение стационарного (установившегося) режима работы.

* * *

Рассмотренные в данном параграфе стационарные методы измерения удельной теплоемкости и теплопроводности, в принципе, могут быть использованы для экспериментального измерения и контроля теплоизоляционных и теплозащитных свойств материалов. Однако из-за длительности процесса измерения, как правило, занимающего несколько часов, эти методы не перспективны для использования в качестве основы для разработки методов и средств для оперативного измерения и контроля теплофизических свойств теплоизоляционных материалов.

1.2. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Нестационарные методы измерения теплофизических свойств веществ обычно основаны на математическом моделировании процесса переноса теплоты в одномерных образцах краевой задачей в виде дифференциального уравнения теплопроводности [5 – 8, 18 – 51]

$$\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{1}{r^\Gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^\Gamma \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad \tau > 0, \quad R_1 < r < R_2, \quad a = \text{const}$$

с начальным условием [5 – 8, 75 – 81] $T(r, 0) = T_0 = \text{const}$,
с граничными условиями [5 – 8, 75 – 81], например,

$$-\lambda \frac{\partial T(R_1, \tau)}{\partial r} = q_1(\tau),$$

$$T(R_2, \tau) = T_2(\tau),$$

и с дополнительным условием, например,

$$T(r_{\text{вн}}, \tau) = T_3(\tau),$$

где $T(r, \tau)$ – температура в точке с координатой r в момент времени τ ; Γ – коэффициент формы ($\Gamma = 0, 1, 2$ соответственно для плоской, цилиндрической и сферической систем координат); T_0 – начальное значение температуры в образце; $q_1(\tau)$, $T_2(\tau)$ – функции, определяющие закономерности изменения теплового потока и температуры на граничных поверхностях образца с координатами $r = R_1$ и $r = R_2$; $T_3(\tau)$ – экспериментально измеренная зависимость температуры от времени в одном из внутренних сечений образца, например, при $r_{\text{вн}} = (R_1 + R_2) / 2$; λ , a – теплопроводность и коэффициент температуропроводности исследуемого или контролируемого материала.

На поверхностях $r = R_1$ и $r = R_2$ могут быть заданы любые комбинации граничных условий первого, второго и третьего рода [5 – 7, 75, 78]. Если исследуемый образец приведен в тепловой контакт с эталонным

материалом, то на поверхности их соприкосновения обычно задают традиционные граничные условия четвертого рода [5 – 7, 75, 78], а в ряде случаев используют граничные условия четвертого рода специального вида [5 – 7].

Нестационарные методы теплофизических измерений можно разделить на три большие группы [4, 7, 18 – 21, 44].

1. Методы, основанные на закономерностях регулярной стадии нестандартного процесса переноса теплоты в образце. Результаты измерения теплофизических свойств с применением этих методов практически не зависят от задания конкретного начального распределения $T(r, 0)$ температуры в исследуемом образце. Примерами таких методов являются методы регулярных режимов первого, второго и третьего рода [5 – 8, 18 – 26, 30, 34, 35, 41 – 45, 51, 82]. Для методов этой первой группы характерна существенная длительность эксперимента, однако, продолжительность процесса измерения с применением таких методов в 3 – 5 раз меньше (при сопоставимых размерах образцов) по сравнению со случаями использования стационарных методов.

2. Методы, основанные на использовании закономерностей всех стадий нестационарного процесса переноса теплоты в исследуемых образцах (начальной, регулярной и квазистационарной стадий эксперимента). Примерами таких методов являются методы [5 – 8, 38, 41, 42, 130], основанные на использовании временных интегральных характеристик (ВЧХ), пространственных интегральных характеристик (ПИХ) и пространственно-временных интегральных характеристик (ПВИХ) температур и тепловых потоков. Для этой группы методов также характерна значительная продолжительность эксперимента.

3. Методы, основанные на закономерностях начальной стадии нестационарного процесса переноса теплоты в образце. Примерами таких методов являются методы «мгновенных» плоского и линейного источников теплоты и импульсные методы [5 – 8, 18, 26, 37 – 39, 44, 83]. Для этой группы методов характерна сильная зависимость погрешностей результатов измерений от точности задания конкретных начальных условий $T(r, 0) = T_0 = \text{const}$ [5 – 8]. Для этих методов характерна малая длительность активной стадии эксперимента, находящаяся в пределах от десятков секунд и до нескольких минут. Поэтому такие методы являются перспективными для использования при разработке измерительных устройств для оперативного контроля теплофизических свойств теплоизоляционных материалов. Отметим, что реальная длительность эксперимента при использовании методов мгновенных и импульсных источников теплоты обычно существенно превышает длительность активной стадии эксперимента из-за необходимости предварительной выдержки образцов при определенной начальной температуре $T(r, 0) = T_0 = \text{const}$.

1.2.1. Применение метода монотонного нагрева для измерения теплоемкости теплоизоляционных материалов [5, 7, 18, 44]

Метод монотонного нагрева реализован в измерителе теплоемкости ИТ-С-400 [5 – 7], предназначенном для исследования температурной зависимости теплоемкости твердых тел, сыпучих, волокнистых материалов, жидкостей с плотностью не менее 800 кг/м^3 .

Тепловая схема С-калориметра типа ИТ-С-400 представлена на рис. 1.6.

Динамический С-калориметр типа ИТ-С-400 включает в себя [5, 7, 18, 44] следующие элементы. В процессе подготовки к работе образец *1* помещают в ампулу, выполненную в виде стакана *2* с крышкой *3*. Стакан размещают на тепломере *4*, закрепленном на основании *5* с встроенным нагревателем *6*. Тепловая связь образца *1*, находящегося в стакане *2* с крышкой *3*, с внешней средой допускается только через тепломер *4*. Поэтому внешние поверхности стакана *2*, *3* отделены от окружающей среды адиабатической оболочкой, выполненной в виде колпака *7* со встроенным в него нагревателем *8*. Система автоматического регулирования САР поддерживает нулевую разность между температурой колпака *7* (измеряемой термопарой *9*) и температурой стакана *2* (измеряемой термопарой *10*) путем изменения электрической мощности, подводимой к нагревателю *8*, равномерно распределенному по боковой поверхности колпака *7*. Монотонный нагрев образца *1* и ампулы осуществляется за счет подвода электрической мощности к нагревателю *6*, встроенному в основание *5*.

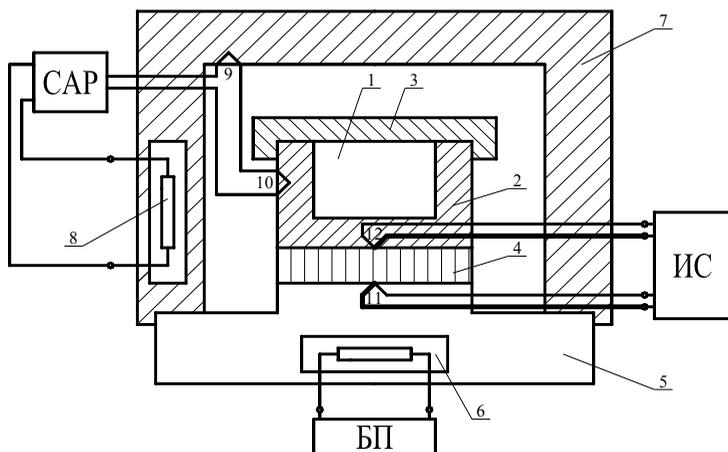


Рис. 1.6. Схема динамического С-калориметра типа ИТ-С-400

Ниже рассматриваются теоретические основы работы калометра ИТ-С-400 [5, 7, 18]. Количество тепла, проходящее в единицу времени через сечение тепломера 4 (рис. 1.6), расходуется как на разогрев образца 1, так и на разогрев ампулы в виде стакана 2 с крышкой 3:

$$P_T = P_0 + P_a, \quad (1.5)$$

где P_0 – мощность (количество теплоты в единицу времени), идущая на разогрев образца; P_a – мощность (количество теплоты в единицу времени), идущая на разогрев ампулы; P_T – полная мощность (количество теплоты в единицу времени), проходящая через тепломер 4.

Величины P_0 , P_a могут быть рассчитаны по формулам [5, 7, 18]:

$$P_0 = cm_0b;$$

$$P_a = c_a m_a b = C_A b,$$

где c, c_a – удельная теплоемкость образца и ампулы, Дж/(кг·К); m_0, m_a – массы образца и ампулы; кг; $b = \frac{dT}{dt}$ – скорость разогрева,

К/с; $C_A = c_a m_a$ – полная теплоемкость ампулы, Дж/К.

Полная теплоемкость $C_A = C_A(T)$ является постоянной характеристикой ампулы, выполненной в виде стакана 2 с крышкой 3, и зависит только от температуры T [5, 7, 18].

О величине тепловой мощности P_T , проходящей через тепломер 4, можно судить по величине перепада температуры Θ на тепломере 4 и по коэффициенту K_T тепловой проводимости тепломера, определенных в ходе независимых градуировочных экспериментов [5, 7, 18]

$$P_T = K_T \Theta.$$

Параметр $K_T = K_T(T)$ является постоянной характеристикой тепломера и зависит только от температуры T . С учетом изложенного выше уравнение теплового баланса (1.5) для ампулы с размещенным в ней образцом можно записать в виде [5, 7, 18]

$$K_T \Theta = cm_0b + C_A b,$$

откуда получается расчетная формула [5, 7]

$$c = \frac{1}{m_0} \left[\frac{K_T \Theta}{b} - C_A \right]. \quad (1.6)$$

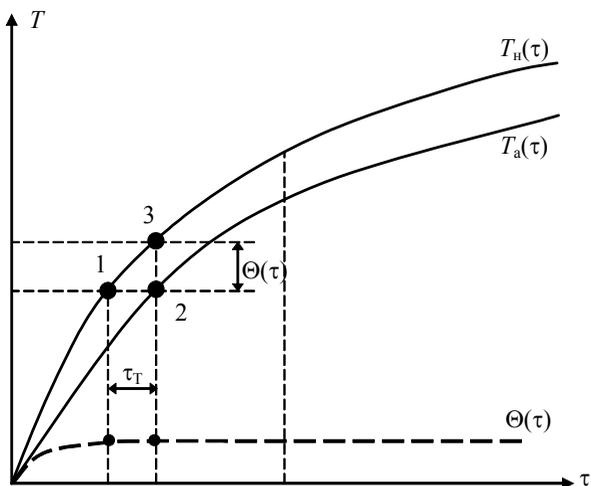


Рис. 1.7. Характер изменения температур $T_n(\tau)$ и $T_a(\tau)$ во времени [5, 7, 18, 44]

Рассмотрим подробнее рекомендуемый порядок использования этого соотношения. На рис. 1.7 показаны графики, иллюстрирующие изменение температур, измеряемых термопарами 11 и 12 (см. рис. 1.6). Отметим, что термопара 11 измеряет температуру $T_n(\tau)$ нижней части тепломера 4, а термопара 12 измеряет температуру $T_a(\tau)$ ампулы, опирающейся на верхнюю часть тепломера 4 (см. рис. 1.6). Из рисунка 1.7 видно, что перепад $\Theta(\tau)$ температуры на тепломере представляет собой разность между температурами $T_n(\tau)$ и $T_a(\tau)$, т.е.

$$\Theta(\tau) = T_n(\tau) - T_a(\tau).$$

Если рассмотреть треугольник 1–2–3 на рис. 1.7, то легко получается соотношение

$$\frac{dT}{d\tau} = b \approx \frac{\Theta}{\tau_T} \quad \text{или} \quad \Theta \approx b \tau_T,$$

где τ_T – время запаздывания температуры на тепломере. Подставив последнее выражение в формулу (1.6), получим расчетную зависимость

$$c = \frac{1}{m_0} [K_T \tau_T - C_A]$$

или

$$c = \frac{K_T(T)}{m_0} \left[\tau_T - \tau_T^n(T) \right], \quad (1.7)$$

наиболее часто используемую на практике при обработке экспериментальных данных с применением динамического калориметра типа ИТ-С-400. Здесь использовано обозначение $\tau_T^n(T) = \frac{C_A}{K_T(T)}$ – время запаздывания на тепломере 4 в эксперименте с пустой ампулой. Постоянные характеристики $K_T(T)$, $\tau_T^n(T)$ обычно приводятся в эксплуатационной документации измерителей теплоемкости ИТ-С-400.

Применение рассмотренного метода монотонного нагрева (для достижения целей данной работы) возможно после проведения дополнительных исследований о допустимости его использования для теплоизоляционных материалов с плотностью менее 800 кг/м³.

1.2.2. Применение методов регулярного режима первого рода для измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов

Теоретически основы методов регулярного режима первого рода наиболее подробно рассмотрены в [5 – 7, 18 – 21, 26, 30, 35, 51] и обычно базируются на решении краевой задачи теплопроводности:

$$\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{1}{r^\Gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^\Gamma \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad \tau > 0, \quad 0 < r < R,$$

$$T(r, 0) = T_0 = \text{const},$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial r} = 0,$$

$$\lambda \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial r} = \alpha [T_c - T(R, \tau)],$$

с дополнительным условием

$$T(r_{\text{вн}}, \tau) = T_3(\tau),$$

где $T(r, \tau)$ – температура в сечении образца с координатой r в момент времени τ ; a , λ , α – коэффициент температуропроводности, теплопроводность и коэффициент теплообмена с окружающей средой; Γ – коэффициент формы, который может принимать значение $\Gamma = 0$, $\Gamma = 1$ и $\Gamma = 2$ соответственно для плоской, цилиндрической и сферической систем координат; $0 \leq r_{\text{вн}} < R$ – координата внутреннего сечения исследуемого

дуремого образца, в котором осуществляется экспериментальное измерение температуры $T_3(\tau)$.

Решение сформулированной краевой задачи теплопроводности, полученное в [5, 7, 35, 44, 51, 75 – 81], записывается в виде ряда Фурье

$$\theta(\bar{r}, \text{Fo}) = \frac{T\left(\frac{r}{R}, \tau\right) - T_c}{T_0 - T_c} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \psi_n\left(\frac{r}{R}\right) \exp\left[-\varepsilon_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right], \quad (1.8)$$

где θ – безразмерная температура; $\bar{r} = \frac{r}{R}$, $\text{Fo} = \frac{a\tau}{R^2}$ – безразмерная

координата и безразмерное время (число Фурье Fo); ε_n , $\psi_n\left(\frac{r}{R}\right)$ – собственные значения и собственные функции краевой задачи Штурма–Лиувилля, возникающей [7, 41 – 47, 84] при решении рассматриваемой в данном п. 1.2.2 краевой задачи теплопроводности; A_n – коэффициенты, получающиеся при разложении начального условия $T(r, 0) = T_0$ в ряд Фурье, а именно [5, 7]

$$\theta(\bar{r}, 0) = \frac{T\left(\frac{r}{R}, 0\right) - T_c}{T_0 - T_c} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \psi_n\left(\frac{r}{R}\right).$$

Ряд Фурье (1.8) обладает следующими свойствами:

1) является знакопеременным, т.е. знаки коэффициентов A_n чередуются (если $A_1 > 0$, то $A_2 < 0$, $A_3 > 0$ и т.д.);

2) собственные значения ε_n быстро растут (по абсолютной величине) по мере увеличения номера n , например, в случае пластины толщиной $2R$ при $\text{Bi} \rightarrow \infty$

$$\varepsilon_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{3\pi}{2}, \quad \varepsilon_3 = \frac{5\pi}{2}, \quad \dots, \quad \varepsilon_n = \frac{(2n-1)}{2} \pi, \quad \dots,$$

что соответствует еще более быстрому росту ε_n^2 , пропорциональному

$$\left(\frac{2n-1}{2}\right)^2 \pi^2:$$

$$\varepsilon_1^2 = \frac{1}{4} \pi^2, \quad \varepsilon_2^2 = \frac{9}{4} \pi^2, \quad \varepsilon_3^2 = \frac{25}{4} \pi^2, \quad \dots, \quad \varepsilon_n^2 = \left(\frac{2n-1}{2}\right)^2 \pi^2, \quad \dots;$$

3) в силу последнего свойства собственных значений, знакочередующийся ряд (1.8) быстро сходится, причем каждый последующий член ряда (1.8) стремится к нулю (по мере роста Fo) быстрее, чем предыдущий [5, 7], т.е.

$$A_{n+1}\psi_{n+1}(\bar{r})\exp[-\varepsilon_{n+1}^2 Fo] < A_n\psi_n(\bar{r})\exp[-\varepsilon_n^2 Fo],$$

что графически проиллюстрировано на рис. 1.8, а.

Из изложенного выше следует (см. рис. 1.8, а), что всегда найдется такое значение Fo^* , что при $Fo > Fo^*$ всеми членами ряда (1.8), кроме первого члена $A_1\psi_1(\bar{r})\exp[-\varepsilon_1^2 Fo]$, можно пренебречь. Тогда для вычисления значений безразмерной температуры $\theta(\bar{r}, Fo)$ можно использовать [5, 7, 35, 44, 51, 75 – 81, 84] первый член ряда (1.8):

$$\theta(\bar{r}, Fo) \approx A_1\psi_1(\bar{r})\exp[-\varepsilon_1^2 Fo], \quad (1.8a)$$

где $Fo = \frac{\alpha\tau}{R^2}$ – безразмерная переменная, называемая числом Фурье.

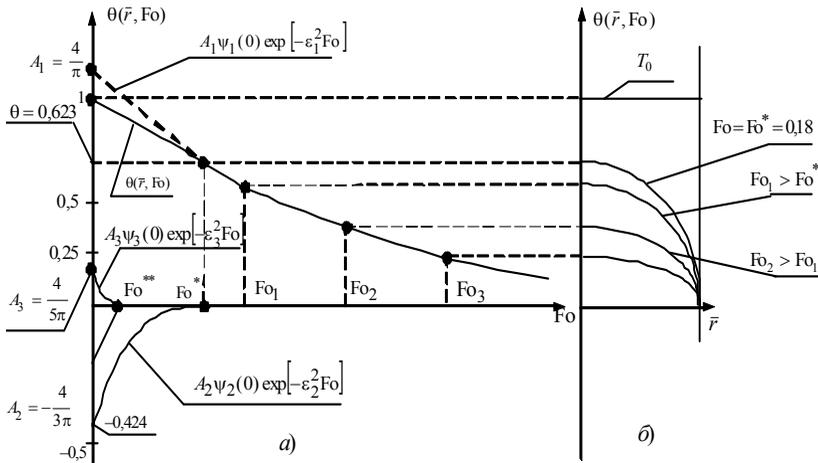


Рис. 1.8. Температурное поле в образце при регулярном режиме первого рода [5, 7]:

а – характер зависимости членов ряда (1.8) от числа Фурье Fo при $\bar{r} = 0$;

б – характер зависимости температуры от пространственной координаты \bar{r} внутри образца

При $Fo > 0,18$ в середине образца в виде плоской пластины всеми членами ряда (1.8) (кроме первого члена) можно пренебречь [5, 7] и вычислять температурное поле $T(r, \tau)$ по формуле (1.8a).

После логарифмирования (1.8a) получаем соотношение

$$\ln \theta(\bar{r}, F_0) = \ln[A_1 \cdot \psi_1(\bar{r})] - \varepsilon_1^2 F_0,$$

$$\ln \left[\frac{T(r, \tau) - T_c}{T_0 - T_c} \right] = \ln \left[A_1 \psi_1 \left(\frac{r}{R} \right) \right] - \varepsilon_1^2 \frac{a}{R^2} \tau$$

или
$$\ln [T(r, \tau) - T_c] = \ln \left[(T_0 - T_c) A_1 \psi_1 \left(\frac{r}{R} \right) \right] - m\tau, \quad (1.9)$$

где $m = \varepsilon_1^2 a / R^2$ – темп охлаждения (нагрева) образца, определяемый как тангенс угла наклона зависимости (1.9), представленной графически на рис. 1.9 в полулогарифмической системе координат.

Из рисунка 1.9 видно, что тангенс угла наклона m получающихся прямых линий легко вычисляется по экспериментальным данным по формуле

$$m = |\operatorname{tg} \alpha| = \left| \frac{\ln z_2 - \ln z_1}{\tau_2 - \tau_1} \right| = \frac{\ln z_1 - \ln z_2}{\tau_2 - \tau_1}.$$

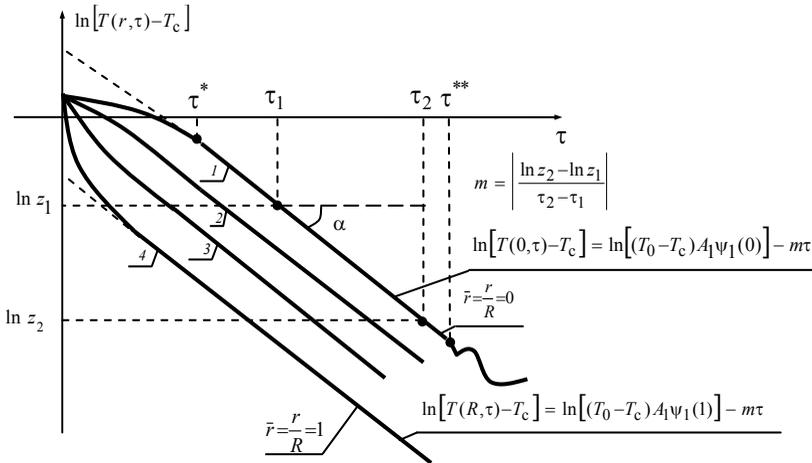


Рис. 1.9. Изменение логарифма температуры $\ln [T(r, \tau) - T_c]$ во времени τ [5, 7]:

1 – при $r = 0$; 2 – при $r = \frac{R}{2}$; 3 – при $r = \frac{2R}{2}$; 4 – при $r = R$

После определения значения темпа охлаждения m искомое значение коэффициента теплопроводности вычисляют по формуле,

$$a = \frac{R^2}{\varepsilon_1^2} m, \quad (1.10)$$

лежащей в основе метода регулярного режима первого рода.

Основные сведения о конструкциях измерительных устройств, используемых при осуществлении методов регулярных режимов первого рода, приведены в публикациях [5, 7, 18 – 21, 26, 30, 35, 44].

В монографиях [5, 7] рассмотрены рекомендации по осуществлению измерительных операций основных вариантов методов регулярных режимов первого рода.

В настоящее время имеется принципиальная возможность применения методов регулярных режимов первого рода и основанных на них измерительных устройств для измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов, однако существенным сдерживающим фактором при использовании таких методов и устройств является необходимость изготовления образцов определенных размеров и значительная продолжительность эксперимента.

1.2.3. Применение методов регулярного режима второго рода для измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов

Теоретические основы методов регулярных режимов второго рода рассмотрены в [5, 7, 18, 37 – 39, 44, 76 – 81, 84 – 88] и традиционно базируются на решении прямой краевой задачи теплопроводности вида

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < R;$$

$$T(x, 0) = T_0 = \text{const};$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = 0;$$

$$\lambda \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial x} = q = \text{const},$$

с дополнительным условием

$$T(r_{\text{вн}}, \tau) = T_3(\tau),$$

где x, τ – пространственная координата и время; R – толщина исследуемого образца; q – тепловой поток; T_0 – начальная температура об-

разца; $0 \leq r_{\text{вн}} < R$ – координата внутреннего сечения образца, в которой осуществляется экспериментальное измерение температуры $T_3(\tau)$, a, λ – коэффициент температуропроводности и теплопроводность исследуемого материала.

Решение прямой краевой задачи теплопроводности имеет вид [5, 7, 76, 78]

$$T(x, \tau) - T_0 = \frac{qR}{\lambda} \left\{ \frac{a\tau}{R^2} - \frac{1}{6} \left[1 - 3 \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right] + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos \left(\mu_n \frac{x}{R} \right) \exp \left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2} \right) \right\}, \quad (1.11)$$

где μ_n – собственные значения краевой задачи Штурма–Лиувилля [5, 7, 84], возникающей при решении рассматриваемой прямой краевой задачи теплопроводности.

Вид зависимости температурного поля $T(x, \tau)$ от пространственной координаты x и времени τ представлен на рис. 1.10.

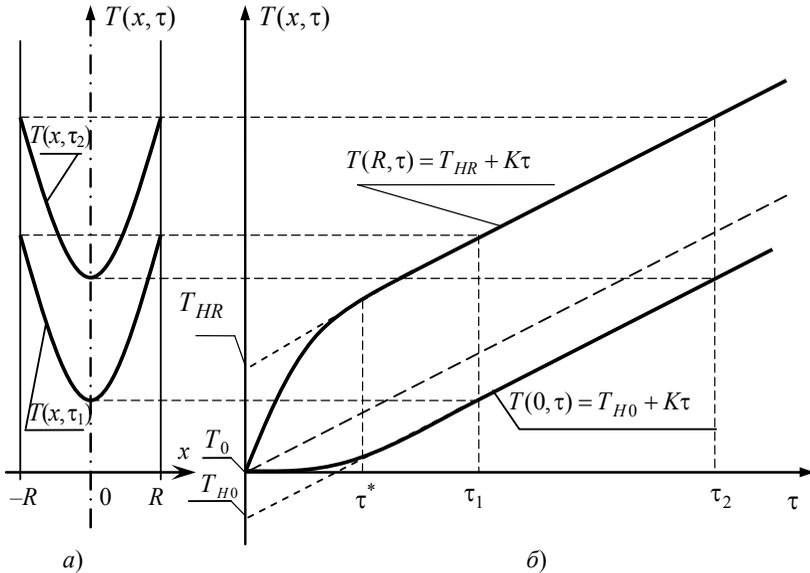


Рис. 1.10. Графическая иллюстрация температурного поля $T(x, \tau)$ при осуществлении активной стадии регулярного режима второго рода:

a – зависимость от пространственной координаты x ;

б – зависимость от времени τ

Анализ решения (1.11) показывает следующее:

1) если в качестве характерной (для данной задачи) разности температур принять величину

$$\Delta T_{\text{хар}} = \frac{qR}{\lambda},$$

имеющую размерность температуры, то безразмерная температура для рассматриваемой краевой задачи может быть представлена в виде

$$\theta(x, \tau) = \frac{T(x, \tau) - T_0}{\frac{qR}{\lambda}};$$

2) в качестве безразмерной пространственной координаты \bar{x} можно использовать величину

$$\bar{x} = \frac{x}{R};$$

3) в качестве безразмерного времени можно использовать число Фурье

$$\text{Fo} = \frac{a\tau}{R^2}.$$

С учетом введенных обозначений решение (1.11) принимает вид

$$\begin{aligned} \theta(\bar{x}, \text{Fo}) = & \text{Fo} - \frac{1}{6} [1 - 3(\bar{x})^2] + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \cos(\mu_n \bar{x}) \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}). \end{aligned} \quad (1.11a)$$

При $\text{Fo} > 0,49$ с погрешностью менее 1% можно пренебречь бесконечным рядом в правой части (1.11) и (1.11a), представляющим собой зависимость температурного поля $T(x, \tau)$ от начального условия $T(r, 0) = T_0 = \text{const}$. Таким образом, при $\text{Fo} > 0,49$ соотношение (1.11a) принимает вид

$$Q(\bar{x}, \text{Fo}) \approx \text{Fo} - \frac{1}{6} [1 - 3(\bar{x})^2], \quad (1.11б)$$

причем выражение $-\frac{1}{6} [1 - 3(\bar{x})^2]$ представляет собой функцию

$$T_y(x) = -\frac{1}{6} \left[1 - 3 \left(\frac{x}{R} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{R} \right)^2 - \frac{1}{6},$$

описывающую квазистационарное (установившееся во времени) распределение температуры в исследуемом образце после наступления (при $Fo > 0,49$) регулярного режима второго рода.

С учетом изложенного выше в [5, 7, 18, 44], получены основные расчетные соотношения метода регулярного режима второго рода

$$a = \frac{KR^2}{2\Delta T}; \quad (1.12a)$$

$$\lambda = \frac{qR}{2\Delta T}; \quad (1.12б)$$

$$c\rho = \frac{q}{K \cdot R}, \quad (1.12в)$$

где $K = \frac{T(R, \tau_2) - T(R_2, \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} = \frac{T(0, \tau_2) - T(0, \tau_1)}{\tau_2 - \tau_1}$ – скорость роста тем-

пературы в ходе эксперимента при $Fo > 0,49$; $\Delta T = T(R, \tau) - T(0, \tau)$ – разность температур, измеряемых при $Fo > 0,49$ в точках с координатами $x = R$ и $x = 0$; q – тепловой поток, подводимый к поверхности образца при $x = R$. Расчетные соотношения (1.12a), (1.12б), (1.12в) являются основой вычисления искомых физических величин a , λ , $c\rho$ при практическом использовании рассматриваемого метода [5, 7, 18, 44].

Примеры используемых (при осуществлении методов регулярного режима второго рода) измерительных устройств приведены в [5, 7, 18, 85 – 88].

Наиболее существенными факторами, сдерживающими применение методов регулярного режима второго рода для оперативного измерения и контроля теплофизических свойств теплоизоляционных материалов, являются следующие: 1) необходимость точного изготовления образцов определенной формы и размеров; 2) значительная продолжительность процесса экспериментального измерения искомых теплофизических свойств.

1.2.4. Применение методов монотонного режима нагрева для измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов

Изложенные выше теоретические основы методов регулярного режима второго рода выполняются с высокой точностью при условии, что все теплофизические свойства a , λ , $c\rho$ исследуемого вещества

не зависят от температуры и остаются постоянными $a = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, $cr = \text{const}$ в процессе измерительного эксперимента [5, 7].

В ходе реальных экспериментов измеряемые теплофизические свойства оказываются существенно зависящими от температуры T , т.е. $a = a(T)$, $\lambda = \lambda(T)$, $cr = cr(T)$. Поэтому регистрируемые в процессе экспериментов температурные зависимости $T(R, \tau)$ и $T(0, \tau)$ получаются не в виде прямых линий, показанных на рис. 1.10б, а имеют вид монотонных кривых, представленных на рис. 1.11.

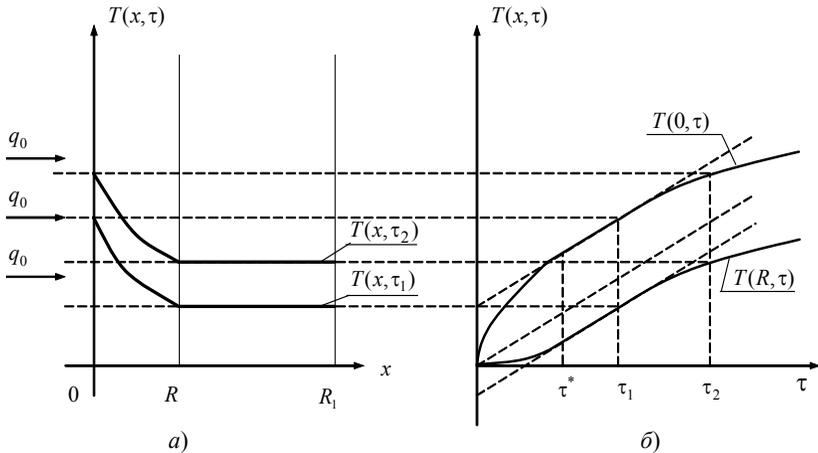


Рис. 1.11. Графическая иллюстрация к осуществлению метода монотонного нагрева в случае, когда теплофизические свойства зависят от температуры [5, 7]:

a – схема используемой двухслойной системы;

б – характер изменения температур в процессе реального эксперимента

Таким образом, рассмотренные выше в п. 1.2.3 методы регулярного режима второго рода представляют собой идеализированный, редко реализуемый вариант на практике, так как у большинства исследуемых материалов искомые теплофизические свойства $a = a(T)$, $\lambda = \lambda(T)$, $cr = cr(T)$ зависят от температуры.

Рассмотрим один из вариантов применения метода монотонного нагрева, лежащий в основе принципа действия прибора ИТ- λ -400 [89].

Схема серийно выпускавшегося прибора ИТ- λ -400 [89], подключенного к компьютеру, показана на рис. 1.12.

Тепловая схема системы [5, 7, 89] включает в себя основание 1, в котором установлены электронагреватель 8, обеспечивающий подвод интегрального теплового потока $Q(\tau)$ к пластине-тепломеру 2, пластине контактной 3, испытуемому образцу 4 и стержню 5.

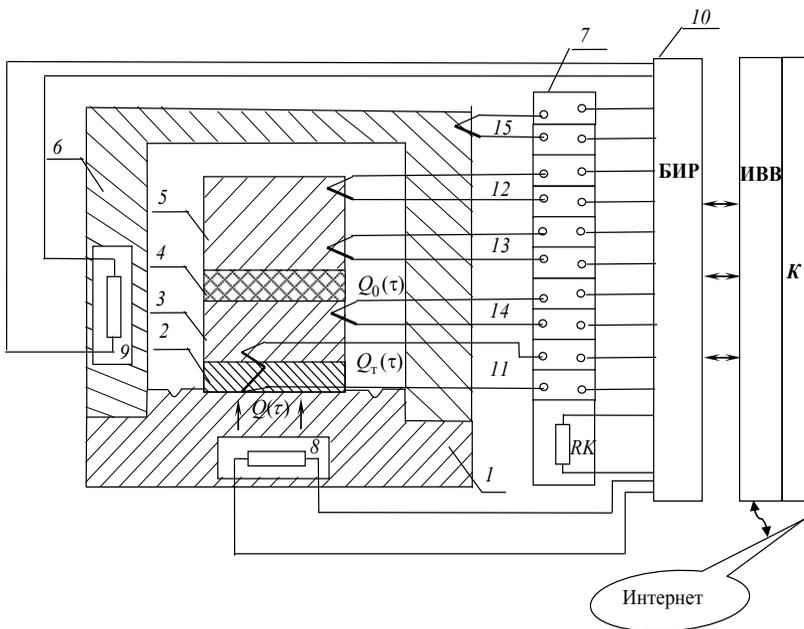


Рис. 1.12. Упрощенная схема компьютеризированной системы ИТ-λ-400А [5, 7]

Стержень 5 и пластина контактная 3 изготовлены из меди, обладающей высокой теплопроводностью, поэтому перепады температур на них незначительны. Охранный колпак 6 с встроенным в него электронагревателем 9 входит в состав адиабатической системы. Эта система обеспечивает автоматическое поддержание нулевой разности температур (измеряемой термопарами 12, 15) между медным стержнем 5 и охранным колпаком 6.

За счет высокой теплопроводности меди, из которой изготовлены пластина контактная 3 и стержень 5, установленные в них термопары 14 и 13 обеспечивают измерение (с достаточной для практических потребностей точностью) температур соответственно на нижней и на верхней поверхностях образца 4, а при дифференциальном включении этих термопар 13 и 14, их суммарный сигнал пропорционален перепаду температур на образце

$$E_{13-14} = A(T)\vartheta_0,$$

где ϑ_0 – перепад температур на образце 4; $A(T)$ – чувствительность используемой термопары, зависящая от температуры T .

Один спай дифференциальной термопары 11 установлен в нижней части пластины 2, а второй спай – в нижней части медной пластины 3. Суммарный сигнал дифференциальной термопары 11 пропорционален

$$E_{11} = A(T)\vartheta_T$$

перепаду ϑ_T температур на пластине-тепломере 2.

Свободные концы всех термопар 11 – 15 выведены на специальную колодку 7. Для автоматического введения поправок на изменение температуры свободных концов термопар 11 – 15, на колодке 7 установлен термометр сопротивления RK , измеряющий температуру этой колодки. Терморезистор RK в приборе ИТ- λ -400 является элементом мостовой схемы потенциометра (используемого для измерения сигналов термопар 11 – 15), за счет чего обеспечивается автоматическое введение поправки на температуру свободных концов термопар.

Блок измерения и регулирования 10, предназначенный для измерения сигналов термопар 11 – 15 и для управления напряжениями питания электронагревателей 8, 9, обеспечивает как ввод измерительной информации в компьютер K через интерфейс ввода-вывода ИВВ, так и управление ходом эксперимента. При необходимости управление процессом эксперимента может осуществляться в режиме удаленного доступа через Интернет.

Порядок проведения эксперимента и обработки экспериментальных данных при измерении теплопроводности λ с применением прибора ИТ- λ -400 рассмотрен в [5, 7, 44, 89]. Применение метода монотонного режима нагрева рассмотрено также в [89 – 94].

Применение метода монотонного нагрева и основанного на этом методе измерителя теплопроводности ИТ- λ -400 сдерживается следующими факторами: 1) необходимостью изготовления образцов требуемой формы и определенных размеров; 2) значительной продолжительностью процесса экспериментального измерения и контроля искомой теплопроводности теплоизоляционных материалов.

1.2.5. Применение методов регулярного режима третьего рода для измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов

Регулярный режим третьего рода устанавливается в исследуемом образце по истечении некоторого промежутка после того, когда на этот образец начал действовать источник гармонических колебаний температуры [5, 7, 18, 22 – 25, 43, 44, 82]. Основные способы создания гармонических воздействий на исследуемые образцы рассмотрены в [5, 7, 18, 23, 43, 44].

Температурное поле $T(x, \tau)$ в полуограниченном образце (в точке с координатой x в момент времени τ) описывается краевой задачей теплопроводности [5, 7, 95]:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < \infty;$$

$$T(x, 0) = T_H = \text{const};$$

$$T(0, \tau) = \bar{T} + \vartheta_{\max} \cos(\omega \tau);$$

$$T(\infty, \tau) = \bar{T} = \text{const},$$

где T_H – начальное распределение температур в исследуемом образце; \bar{T} – среднее значение температуры образца после достижения режима установившихся во времени гармонических колебаний с угловой частотой $\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}$; ϑ_{\max} – амплитуда гармонических колебаний при $x = 0$; τ_0 – период гармонических колебаний.

Если перенести начало температурной шкалы в точку \bar{T} , то вместо температуры $T(x, \tau)$ следует ввести новую физическую величину

$$\vartheta(x, \tau) = T(x, \tau) - \bar{T},$$

представляющую собой отклонение температуры $T(x, \tau)$ от средней температуры \bar{T} исследуемого образца. Тогда краевая задача теплопроводности примет вид

$$\frac{\partial \vartheta(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \vartheta(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < \infty;$$

$$\vartheta(x, 0) = T_H - \bar{T} = \text{const};$$

$$\vartheta(0, \tau) = \vartheta_{\max} \cos(\omega \tau);$$

$$\vartheta(\infty, \tau) = 0.$$

По истечении достаточно большого промежутка времени ($Fo > 0,5$), влияние начального распределения температуры в образце перестает проявляться. При этом начальное условие можно будет считать имеющим вид

$$\vartheta(x, 0) = 0.$$

Процедура получения математического решения краевой задачи подробно рассмотрена в [95]. Это решение имеет вид [5, 7, 95]

$$\begin{aligned} \vartheta(x, \tau) &= \vartheta_m(x) \cos\left(\omega\tau - \sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}} x\right) = \\ &= \vartheta_{\max} \exp\left[-\sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}} x\right] \cos\left(\omega\tau - \sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}} x\right), \end{aligned} \quad (1.13)$$

где $\vartheta_m(x) = \vartheta_{\max} \exp\left[-\sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}} x\right]$ – функция, определяющая зависимость амплитуд $\vartheta_m(x)$ гармонических колебаний от пространственной координаты x ; $\vartheta_{\max} = \vartheta_m(0)$ – амплитуда (максимальная) гармонических колебаний на поверхности образца при $x = 0$.

Примеры распределений температуры по безразмерной координате $\bar{x} = \sqrt{\frac{\pi}{a\tau_0}} x$ для различных моментов времени $\tau = 0$, $\tau = \tau_0/4$ и $\tau = \tau_0/2$, рассчитанных по формуле (1.13), приведены на рис. 1.13.

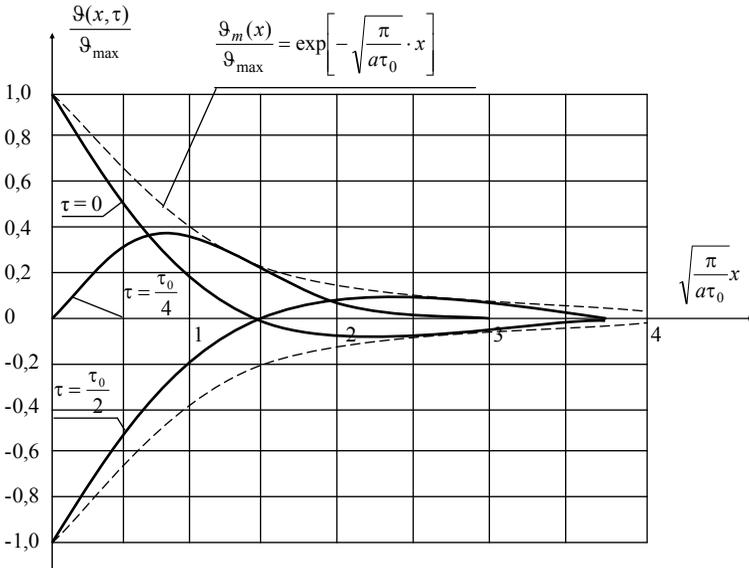


Рис. 1.13. Плоские температурные волны в полуограниченном пространстве в декартовой системе координат [5, 7, 95]

На основании приведенного выше решения (1.13), рассматриваемой в данном п. 1.2.5 краевой задачи, в [5, 7] получены основные расчетные соотношения для вычисления коэффициента температуропроводности a в случае использования плоских температурных волн, а именно:

$$a = \frac{\pi x_1^2}{\tau_0 \left[\ln \frac{\mathfrak{G}_{\max}}{\mathfrak{G}_m(x_1)} \right]^2}, \quad (1.14)$$

$$a = \frac{\pi}{\tau_0} \cdot \frac{x_1^2}{\varphi^2(x_1)} \quad \text{или} \quad a = \frac{x_1^2 \tau_0}{\pi [\tau_3(x_1)]^2}, \quad (1.15)$$

где \mathfrak{G}_{\max} – максимальная амплитуда гармонических колебаний при $x = 0$; $\mathfrak{G}_m(x_1)$ – амплитуда гармонических колебаний при $x = x_1$; x_1 – расстояние от источника гармонических колебаний до плоскости, в которой осуществляется измерение температуры $\mathfrak{G}(x_1, \tau)$; τ_0 – период гармонических колебаний; $\varphi(x_1) = 2\pi\tau_3(x_1)/\tau_0$ – сдвиг по фазе между гармоническими колебаниями при $x = 0$ и $x = x_1$; $\tau_3(x_1)$ – запаздывание во времени гармонических колебаний на глубине $x = x_1$ по сравнению с гармоническими колебаниями при $x = 0$.

Если в ходе эксперимента проводить измерения температуры в двух точках на расстоянии $x = x_1$ и $x = x_2$ от плоскости $x = 0$, где действует источник гармонических колебаний, то расчетные соотношения (1.14) и (1.15) принимают вид

$$a = \frac{\pi(x_2 - x_1)^2}{\tau_0 \left[\ln \frac{\mathfrak{G}_m(x_1)}{\mathfrak{G}_m(x_2)} \right]^2}; \quad (1.14a)$$

$$a = \frac{(x_2 - x_1)^2 \tau_0}{4\pi \cdot [\tau_3(x_2, x_1)]^2}, \quad (1.15a)$$

где $\mathfrak{G}_m(x_1), \mathfrak{G}_m(x_2)$ – амплитуды гармонических колебаний в плоскостях с координатами $x = x_1$ и $x = x_2$; $\tau_3(x_2, x_1)$ – запаздывание во времени гармонических колебаний в плоскости $x = x_2$ по сравнению с плоскостью $x = x_1$.

Порядок проведения экспериментов и конструкции измерительных устройств при измерении температуропроводности исследуемого материала подробно рассмотрены в [5, 7].

В настоящее время находят применение и более сложные методы и устройства, основанные на использовании регулярных режимов третьего рода при периодическом нагреве зонда в виде [43]:

- 1) фольги (метод плоских температурных волн);
- 2) проволочки (метод цилиндрических температурных волн), более подробно рассмотренные в статьях [60, 96 – 109].

Применение методов регулярных режимов третьего рода для исследования теплоизоляционных материалов возможно, однако связано со следующими сложностями и затруднениями: 1) необходимостью изготовления образцов требующейся формы с определенными размерами; 2) трудностью создания гармонических колебаний температуры на поверхности образца; 3) значительными затратами времени на достижение установившегося режима работы измерительного устройства; 4) заметными погрешностями измерения запаздывания во времени (при определении сдвига фаз гармонических колебаний между двумя плоскостями внутри образца) из-за того, что средние значения температуры в каждой плоскости отличаются друг от друга и, кроме того, медленно меняются в процессе эксперимента.

1.2.6. Применение методов «мгновенных» источников теплоты для измерения комплекса теплофизических свойств теплоизоляционных материалов

Практическое использование рассматриваемых в этом пункте методов для измерения теплофизических свойств веществ в нашей стране началось после окончания Великой отечественной войны по инициативе академика А.В. Лыкова, работавшего в то время заведующим кафедрой физики в Московском институте химического машиностроения. В числе учеников академика А. В. Лыкова следует назвать М. В. Кулакова [26, 110, 111], М. А. Каганова [112], В. В. Власова [37 – 40, 113, 114], которые были в числе первых специалистов, занимавшихся применением методов «мгновенного» источника теплоты для измерения теплофизических свойств веществ.

1.2.6.1. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ЛИНЕЙНОГО «МГНОВЕННОГО» ИСТОЧНИКА ТЕПЛОТЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Физическая модель рассматриваемого метода и устройства для его осуществления представлены [5, 7, 18, 26, 44] на рис. 1.14, *a*. Линейный нагреватель 1 изготовлен в виде тонкой проволоки диаметром $d \approx 0,1$ мм, а первичный измерительный преобразователь выполнен в виде термопары 2, установленной на расстоянии $r_0 = 2 \dots 5$ мм от нагревателя. После подачи короткого электрического импульса посто-

янной мощности P длительностью τ_n на нагреватель 1 и выделения в нем количества теплоты $Q_n = P \cdot \tau_n$, термомпара 2 зарегистрирует изменения температуры $T(r_0, \tau)$, представленное на рис. 1.14, б.

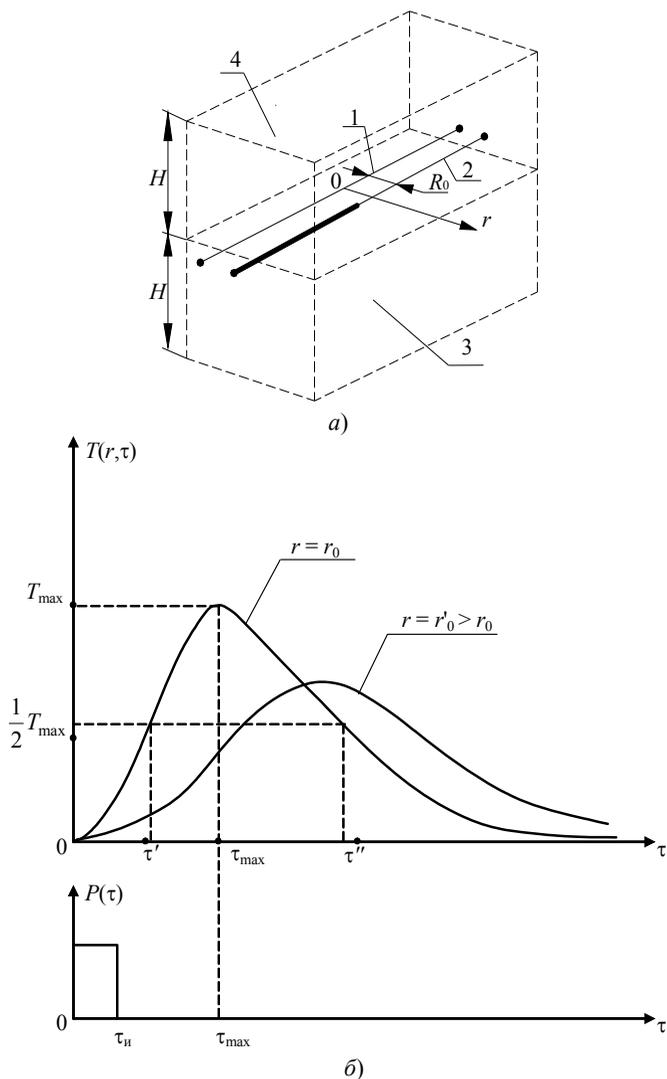


Рис. 1.14. Осуществление метода мгновенного источника теплоты:
 а – физическая модель измерительного устройства; б – изменение температуры $T(r_1, \tau)$ во времени τ в сечении с координатой $r = r_0$ после «мгновенного» выделения количества теплоты Q_n в линейном нагревателе

Математическая модель линейного «мгновенного» источника теплоты, описывающая температурное поле $T(r, \tau)$ в образце исследуемого материала, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} c\rho \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\lambda r \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right] + Q_{\text{л}} \delta(\tau) \delta(r); \\ \tau > 0, \quad 0 < r < \infty; \\ T(r, 0) &= T_0 = 0; \\ \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial r} &= 0, \quad T(\infty, \tau) = T_0 = 0, \end{aligned} \right\}$$

где $T(r, \tau)$ – температура в точке с координатой r в момент времени τ ; $c\rho$, λ – соответственно объемная теплоемкость и теплопроводность исследуемого вещества; T_0 – начальная температура исследуемого вещества, условно принимаемая за начало температурной шкалы в каждом эксперименте; $Q_{\text{л}}$ – количество тепла, мгновенно выделившееся в единице длины линейного нагревателя в момент начала активной стадии эксперимента; $\delta(\tau)$, $\delta(r)$ – символические δ -функции Дирака [5, 7, 26, 75 – 84, 115].

Решение этой краевой задачи имеет вид [5, 7, 18, 44]

$$T(r, \tau) = \frac{Q_{\text{л}}}{4\pi\lambda\tau} \exp \left[-\frac{r^2}{4a\tau} \right]. \quad (1.16)$$

После преобразования решения (1.16) в публикациях [5, 7, 18, 26, 37 – 39, 44] были получены основные расчетные соотношения для вычисления искомых теплофизических свойств, а именно:

$$a = \frac{r_0^2}{4\tau_{\text{max}}}; \quad (1.17a)$$

$$c\rho = \frac{Q_{\text{л}}}{\pi e r_0^2 T_{\text{max}}}; \quad (1.17b)$$

$$\lambda = \frac{Q_{\text{л}}}{4\pi e \tau_{\text{max}} T_{\text{max}}}; \quad (1.17b)$$

$$b = \frac{Q_{\text{л}}}{2\pi e r_0 T_{\text{max}} \sqrt{\tau_{\text{max}}}}, \quad (1.17г)$$

где r_0 – расстояние от линейного «мгновенного» источника теплоты до места установки первичного измерительного преобразователя (напри-

мер, термопары), измеряющего температуру $T(r_0, \tau)$ в процессе эксперимента (см. рис. 1.14, а); τ_{\max} – значение момента времени (см. рис. 1.14, б), в который достигается максимальное значение температуры T_{\max} на измеренной в ходе эксперимента зависимости $T(r_0, \tau)$, вид которой представлен на рис. 1.14, б.

Формулы (1.17а) – (1.17г) позволяют [5, 7, 18, 26, 44] по результатам одного эксперимента вычислить теплофизические свойства a , λ , c_p , b исследуемого теплоизоляционного материала с учетом измеренных значений физических величин r_0 , $Q_{\text{л}}$, T_{\max} , τ_{\max} .

При практическом осуществлении метода линейного «мгновенного» источника теплоты серьезным недостатком является то, что при обработке экспериментальных данных по формулам (1.17а) – (1.17г) приходится использовать значения моментов времени τ_{\max} , определение которых связано с большими относительными погрешностями $\delta\tau_{\max}$, достигающими иногда величин $\delta\tau_{\max} = 10 \dots 20\%$. Поэтому существенное значение имеют результаты, полученные в [9], где рассматриваются постановка и решение математической задачи о выборе оптимальных режимных параметров и рациональных конструктивных размеров измерительного устройства при практическом осуществлении метода «мгновенного» линейного источника теплоты.

Значительный интерес представляют изложенные в [26] результаты исследования вопроса о введении поправок на конечную длительность $\tau_{\text{и}}$ теплового импульса, обычно постоянной мощности $P = \text{const}$, за счет которого (см. рис. 1.14, б) подводится к линейному нагревателю заранее определенное количество теплоты $Q_{\text{л}} = P \cdot \tau_{\text{и}}$. В итоге выполненных исследований в монографии [26] предложено в расчетные соотношения, полученные на основе формул (1.17а) – (1.17в), вводить поправки в виде функций $\varphi_a(\tau_{\text{и}}/\tau_{\max})$, $\varphi_{c_p}(\tau_{\text{и}}/\tau_{\max})$, $\varphi_{\lambda}(\tau_{\text{и}}/\tau_{\max})$, таблицы которых приведены в [5, 7, 26].

Метод «мгновенного» линейного источника теплоты очень хорошо подходит для измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов по следующим причинам:

1) длительность активной стадии эксперимента обычно составляет десятки секунд и никогда не превышает нескольких минут, что позволяет проводить оперативные измерения и контроль продукции;

2) результаты исследований [9] позволяют минимизировать погрешности измерений искомых теплофизических свойств за счет выбора оптимальных режимных параметров метода;

3) конструкция измерительного устройства является простой, легко может быть изготовлена, а за счет выбора рациональных конструктивных размеров этого устройства (по рекомендациям [9]) есть дополнительные возможности для уменьшения суммарных погрешностей измерений;

4) обработка экспериментальных данных по простым соотношениям (в виде формул (1.17а) – (1.17г), рассмотренным выше) легко может быть реализована не только в компьютерах, но и в относительно легких и недорогих микроконтроллерах, что позволяет разрабатывать и использовать переносные варианты измерительных устройств.

Принимая во внимание, что современные теплоизоляционные материалы выпускаются в виде блоков плоской формы, при использовании метода линейного «мгновенного» источника теплоты возникает дополнительная погрешность [83], обусловленная ошибками при определении расстояния r_0 от линейного нагревателя 1 до первичного измерительного преобразователя температуры 2, проиллюстрированная на рис. 1.15, а.

Видно, что при смещении первичного измерительного преобразователя 2 влево или вправо относительно осевой линии, проходящей через нагреватель 1, фактические расстояния r_0' и r_0'' заметно отличаются от толщины r_0 центральной части II образца, изготовленного в виде трех частей I, II, III.

С точки зрения устранения негативного влияния этого источника погрешностей измерения r_0 , более удобным является метод плоского «мгновенного» источника теплоты, предполагающий [83] использование плоского нагревателя 3, установленного (см. рис. 1.15, б) в плоскости контакта между частями I и II используемого образца исследуемого (контролируемого) материала. В этом случае при смещении первичного измерительного преобразователя из положения 2 в положения 2' или 2'' сохраняется постоянное расстояние $x_0 = x_0' = x_0''$ от нагревателя 3 до датчика 2.

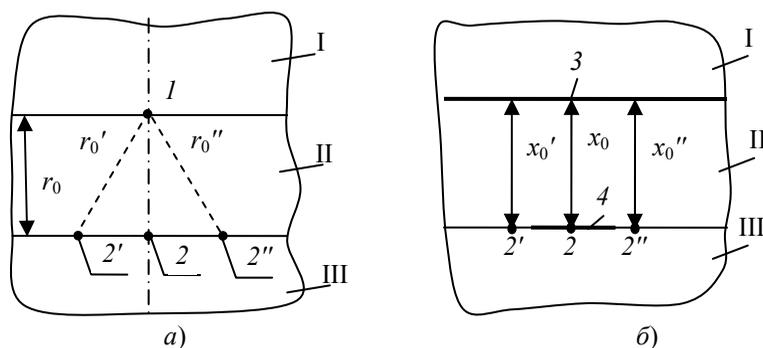


Рис. 1.15. К определению расстояний r_0 и x_0 :
 а – от линейного нагревателя 1 до первичного измерительного преобразователя температуры 2; б – от плоского нагревателя 3 до первичного измерительного преобразователя температуры 2

1.2.6.2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ПЛОСКОГО «МГНОВЕННОГО» ИСТОЧНИКА ТЕПЛОТЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Физическая модель измерительного устройства с плоским нагревателем 3, установленным в плоскости контакта частей I и II исследуемого образца, приведен на рис. 1.15, б. Применение плоского нагревателя 3 устраняет рассмотренный выше источник погрешностей определения расстояния r_0 , т.е. в случае использования декартовой системы координат расстояние x_0 от плоского нагревателя 3 до первичного измерительного преобразователя 2 практически не зависит от небольших смещений этого преобразователя 2 влево или вправо положения 2' или 2''. Более того, появляется возможность для измерения температуры (в плоскости контакта частей II и III исследуемого образца) использовать плоский термометр сопротивления 4, изготовленный, например, из медной проволоки.

Графики, иллюстрирующие изменение температуры $T(x, \tau)$ на расстоянии x_0 от нагревателя 3 (см. рис. 1.15) во времени τ , приведены на рис. 1.16.

Математическая модель метода плоского «мгновенного» источника теплоты, определяющая закономерности изменения температурного поля $T(x, \tau)$ в образце исследуемого материала, записывается в виде [5, 7, 83]

$$c\rho \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] + Q_n \delta(\tau) \delta(x), \quad \tau > 0, \quad -\infty < x < +\infty;$$

$$T(x, 0) = T_0 = 0;$$

$$T(-\infty, \tau) = T(+\infty, \tau) = T_0 = 0,$$

где $T(x, \tau)$ – температура в точке с координатой x в момент времени τ ; c, ρ, λ – удельная теплоемкость, плотность и теплопроводность исследуемого вещества; T_0 – начальная температура вещества, принимаемая за начало температурной шкалы данного эксперимента ($T_0 = 0$); Q_n [Дж/м²] – количество тепла, выделившееся в единице поверхности плоского нагревателя; $\delta(\tau), \delta(x)$ – символические дельта-функции Дирака [115].

Решение этой краевой задачи теплопроводности имеет вид [5, 7, 78, 83]

$$T(x, \tau) = \frac{Q_n}{c\rho \sqrt{4\pi a \tau}} \exp \left[-\frac{x^2}{4a\tau} \right]. \quad (1.18)$$

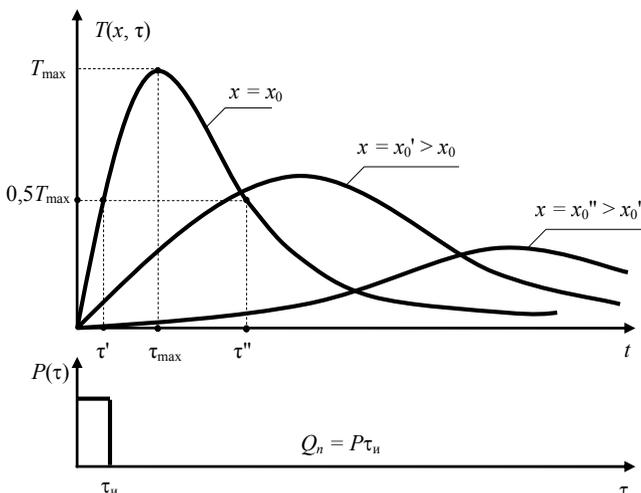


Рис. 1.16. Изменение во времени температуры $T(x, \tau)$ в точке $x = x_0$ после действия «мгновенного» источника теплоты $Q_n = P \cdot \tau_n$ при $\tau_n \rightarrow 0$

На основании решения (1.18) в работах [5, 7, 18, 26, 44] были получены расчетные соотношения:

$$a = \frac{x_0^2}{2\tau_{\max}}; \quad (1.19a)$$

$$c_p = \frac{Q_n}{T_{\max} x_0 \sqrt{2\pi e}}; \quad (1.19б)$$

$$\lambda = a c_p = \frac{Q_n x_0}{2\sqrt{2\pi e} \tau_{\max} T_{\max}}; \quad (1.19в)$$

$$b = \sqrt{\lambda c_p} = \frac{Q_n}{\sqrt{4\pi e} \tau_{\max} T_{\max}}; \quad (1.19г)$$

используемые в качестве основы рассматриваемого метода плоского «мгновенного» источника теплоты.

Следует отметить, что при использовании рассматриваемого метода (как и ранее рассмотренного метода линейного и «мгновенного» источника теплоты) действуют следующие негативные факторы:

1) значение момента времени τ_{\max} определяется со значительными относительными погрешностями $\delta\tau_{\max}$, достигающими величин $\delta\tau_{\max} = (10 \dots 20)\%$, что приводит к значительным погрешностям вычисления искомых теплофизических свойств по соотношениям (1.19а), (1.19в) и (1.19г);

2) на момент начала выполнения исследования не были опубликованы работы, посвященные выбору оптимальных режимных параметров метода и рациональных конструкционных размеров устройства, обеспечивающих минимизацию суммарных погрешностей измерений искомым теплофизическим свойствам.

На основании изложенного выше стало понятно, что для успешного снижения погрешностей измерения искомым теплофизическим свойствам теплоизоляционных материалов, необходимо поставить и решить задачу оптимизации режимных параметров метода и выбора рациональных конструкционных размеров измерительного устройства.

1.2.7. Методы измерения теплофизических свойств веществ и материалов, основанные на использовании временных, пространственных и пространственно-временных интегральных характеристик физических величин

Идея о возможности и полезности использования пространственных и временных интегральных характеристик температур и тепловых потоков при организации теплофизического эксперимента и при обработке экспериментальных данных впервые была высказана В. В. Власовым и Ю. С. Шаталовым в начале семидесятых годов двадцатого века. Доктор технических наук, профессор В. В. Власов в то время был заведующим кафедрой «Автоматизация химических производств» и ректором Тамбовского института химического машиностроения (ТИХМ), а кандидат технических наук Ю. С. Шаталов работал доцентом кафедры высшей математики ТИХМа.

В 1975 году была опубликована книга [38], в которой впервые были изложены основные положения и приведены примеры применения временных и пространственных интегральных характеристик для измерения теплофизических характеристик веществ.

В настоящее время наиболее широко (при проектировании и применении методов и средств измерения теплофизических свойств) используются следующие виды интегральных характеристик, а именно:

– временные интегральные характеристики (ВИХ) температуры $T(x, \tau)$ и теплового потока $q(\tau)$, базирующиеся на хорошо разработанной теории преобразования Лапласа

$$T^*(x, p) = \int_0^{\infty} T(x, \tau) e^{-p\tau} d\tau; \quad (1.20a)$$

$$q^*(p) = \int_0^{\infty} q(\tau) e^{-p\tau} d\tau, \quad (1.20б)$$

где p – параметр преобразования Лапласа;

– пространственные интегральные характеристики (ПИХ), температуры $T(r, \tau)$, имеющие физический смысл средней на отрезке $0 \leq r \leq R$ температуры

$$\bar{T}(\tau) = \frac{\int_0^R T(r, \tau) 2\pi r^\Gamma dr}{\int_0^R 2\pi r^\Gamma dr} = \frac{\Gamma+1}{R^{\Gamma+1}} \int_0^R T(r, \tau) r^\Gamma dr, \quad (1.21)$$

где Γ – коэффициент формы, принимающий значение $\Gamma = 0, 1, 2$ соответственно для декартовой, цилиндрической и сферической систем координат; также находят применение ПИХ, базирующиеся на хорошо разработанной теории конечных интегральных преобразований [6, 7, 38, 40, 61, 75 – 78]; следует отметить, что в общем случае пространственные интегральные характеристики $S(\tau)$ по пространственной координате r можно представить в виде

$$S(\tau) = \int_0^R T(r, \tau) \rho(r) dr, \quad (1.22)$$

где $\rho(r)$ – так называемая весовая функция [5, 7, 38, 40];

– пространственно-временные интегральные характеристики (ПВИХ) температур и тепловых потоков, например, в виде сочетания преобразования Лапласа (1.20а) и ПИХ температуры (1.21)

$$\bar{T}^*(p) = \frac{\Gamma+1}{R^{\Gamma+1}} \int_0^R \left[\int_0^\infty T(r, \tau) e^{-p\tau} d\tau \right] r^\Gamma dr = \int_0^\infty \left[\frac{\Gamma+1}{R^{\Gamma+1}} \int_0^R T(r, \tau) r^\Gamma dr \right] e^{-p\tau} d\tau; \quad (1.23)$$

находят применение и другие виды ПВИХ, например, в виде сочетания преобразования Лапласа и косинус-преобразования Фурье и др. [6, 7, 38, 40, 68, 75 – 78, 116].

Пространственно-временные интегральные характеристики (ПВИХ) на практике применяются значительно реже, чем временные (ВИХ) и пространственные (ПИХ) интегральные характеристики [5, 7, 68]. Применение методов численного вычисления интегралов [117, 118] при обработке экспериментальных данных, полученных с применением методов, базирующихся на использовании ВИХ, ПИХ и ПВИХ, достаточно подробно рассмотрено в [5, 7, 38, 116]. Наиболее подробные результаты исследований, посвященных применению ВИХ, ПИХ и ПВИХ при теплофизических исследованиях, были опубликованы в работах [61 – 68, 119 – 126].

Применение временных (ВИХ), пространственных (ПИХ) и пространственно-временных (ПВИХ) интегральных характеристик обычно предполагает получение информации на протяжении всех этапов эксперимента, начиная с начальной, затем на регулярной, а потом и на заключительной, почти стационарной стадии. Существенно, что использование ВИХ и ПВИХ на основе преобразования Лапласа требует достижения равномерного начального распределения температурного поля в исследуемом образце к моменту начала активной стадии эксперимента. Поэтому использование ВИХ и ПВИХ при разработке методов и средств оперативного измерения и контроля теплофизических свойств теплоизоляционных материалов следует считать нецелесообразным.

1.3. СПЕЦИАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

В ряде случаев может возникнуть необходимость использовать в качестве теплоизоляционных материалов не только твердые вещества, но и влагонаполненные капиллярно-пористые материалы, а также жидкости или газы. Иногда в теплоизоляционных материалах могут протекать процессы не только теплопереноса, но и массопереноса, например, при диффузии влаги через капиллярно-пористое вещество. Поэтому иногда представляет интерес применение специальных методов измерения теплофизических свойств, в частности:

- методов измерения вязкости и реологических характеристик ньютоновских и неньютоновских жидкостей, таких как динамическая μ или кинематическая $\nu = \mu/\rho$ вязкости ньютоновских жидкостей, показатель консистенции k и индекс течения n , входящие в степенной закон течения неньютоновских жидкостей [29, 30], кажущаяся μ_a , эквивалентная $\mu_{эжв}$ и эффективная $\mu_{эф}$ вязкости неньютоновских жидкостей [6, 7, 10, 11, 127 – 132];

- методов, предназначенных не только для измерения коэффициента температуропроводности a и теплопроводности λ ньютоновских и неньютоновских сред в процессе их ламинарного течения через измерительное устройство, но и зависимостей от скорости сдвига γ этих свойств $a = a(\gamma)$, $\lambda = \lambda(\gamma)$; такие зависимости можно получить только с применением методов ламинарного режима [4 – 8, 38, 41, 42, 58, 59, 133];

- методов измерения характеристик массопереноса, например, таких как коэффициент диффузии a_m , коэффициенты влагопроводности или массопроводности λ_m ; теоретические и практические основы измерения таких характеристик находятся в центре внимания специалистов на протяжении длительного времени и подробно рассмотрены в работах [6, 7, 79, 141 – 162].

2. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОВ ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМА

Потоки реальных технологических жидкостей в большинстве случаев представляют собой [4] дисперсные системы (суспензии, эмульсии или жидкостно-газовые смеси), эффективные значения теплофизических характеристик (ТФХ) которых могут быть измерены только в процессе течения. При остановке течения происходит разделение реальных технологических жидкостей на их компоненты. При этом твердые частицы суспензий выпадают в осадок, эмульсии расслаиваются, мелкие пузырьки газов выделяются из жидкостно-газовых смесей.

Традиционные методы и приборы теплофизических измерений основаны [4, 8, 41] на предположении, что образец исследуемой жидкости в процессе измерения должен находиться в неподвижном «квазитвердом» состоянии (в образце не должно быть конвективного переноса теплоты). Поэтому эти методы и приборы не пригодны для измерения эффективных ТФХ потоков реальных технологических жидкостей.

Проведенные исследования показали, что наиболее подходящими для измерения эффективных ТФХ потоков технологических жидкостей [4, 8, 41] являются так называемые методы ламинарного режима (МЛР). Достоинствами МЛР являются как возможность непрерывного во времени измерения ТФХ технологических жидкостей в процессе течения через измерительные устройства, так и возможность экспериментального исследования зависимости теплопроводности жидкостей от скорости сдвига. Это второе достоинство МЛР имеет особенно большое значение в связи с тем, что в последние десятилетия в научно-технической литературе [4, 164, 165, 166, 167, 168] публикуются работы, посвященные теоретическому исследованию эффектов анизотропии переноса теплоты в конвективных потоках жидкостей. Однако экспериментальных данных, свидетельствующих о проявлении анизотропии теплопроводности при течении жидкостей, до последнего времени опубликовано не было.

2.1. ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ЖИДКОСТИ В ПРОЦЕССЕ ТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ИЗМЕРИТЕЛЬНУЮ ТРУБКУ, СТЕНКУ ТЕПЛООБМЕННОГО УЧАСТКА КОТОРОЙ ОБОГРЕВАЮТ ПУТЕМ ПРОПУСКАНИЯ ЧЕРЕЗ ВОДЯНУЮ РУБАШКУ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ С ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ

Рассмотренные ниже методы ламинарного режима, с точки зрения математического моделирования процессов переноса тепла в ламинарном потоке жидкостей и вывода расчетных формул для определения коэффициента температуропроводности жидкости, являются аналогами известных нестационарных методов регулярного режима первого рода.

2.1.1. Основные измерительные операции при определении коэффициента температуропроводности жидкостей

При измерении коэффициента температуропроводности жидкостей данным методом используют [4, 6 – 8] измерительные трубки (рис. 2.1), изготовленные на основе центральной трубки 1, состоящие из изотермического участка длиной $\ell_{из}$ и теплообменного участка длиной ℓ_T с установленными на них водяными рубашками (теплообменники 2, 3). На входе и выходе измерительной трубки, а также на патрубке теплообменника 3 установлены измерители среднемассовой температуры 4, обеспечивающие перемешивание жидкости и измерение ее среднемассовой температуры термометрами сопротивления или термопарами 5.

Направление движения исследуемой жидкости на рис. 2.1 показано стрелками *A*. Стрелками *B* и *C* показано направление движения жидкостей-теплоносителей, охлаждающих или нагревающих изотермический и теплообменный участки измерительных трубок. Измерительные операции согласно предлагаемым методам осуществляются, в основном, в следующем порядке [4, 6 – 8]:

а) исследуемую жидкость *A*, подогретую до температуры T_H , пропускают через измерительную трубку с постоянной скоростью так, чтобы режим течения был ламинарный;

б) изотермический участок, предназначенный для получения установившегося параболического профиля скорости на входе в теплообменный участок, обогревают путем пропускания большого количества жидкости-теплоносителя *B* через теплообменник 2, причем температура T_B этой жидкости *B* должна быть равна температуре T_H исследуемой жидкости на входе в измерительную трубку ($T_B = T_H$);

в) теплообменный участок, предназначенный для проведения измерений, обогревают потоком жидкости-теплоносителя *C*, температура T_C которой должна отличаться от температуры T_H исследуемой жидкости на входе в измерительную трубку ($T_C \neq T_H$);

г) с использованием измерителей среднемассовой температуры измеряют температуру T_H исследуемой жидкости на входе и сред-

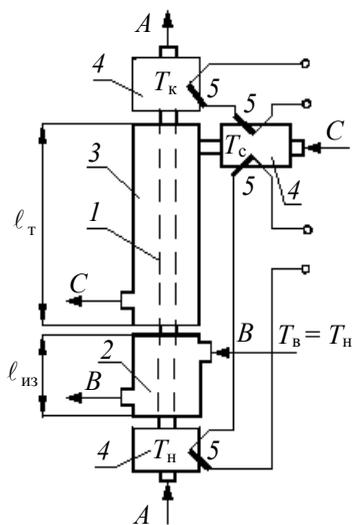


Рис. 2.1. Схема измерительных трубок

немассовую температуру T_k исследуемой жидкости на выходе измерительной трубки, а также температуру T_c стенки трубки на теплообменном участке;

д) одновременно измеряют расход g исследуемой жидкости через измерительную трубку;

е) коэффициент температуропроводности исследуемой жидкости определяют с использованием расчетных зависимостей, вывод которых рассмотрен ниже.

2.1.2. Основные расчетные соотношения разработанных методов измерения

Предположим, что внутренние источники тепла в жидкости отсутствуют ($W = 0$), жидкость на входе в теплообменный участок имеет постоянную температуру T_n , а стенки измерительной трубки на теплообменном участке поддерживаются при постоянной температуре T_c . В этом случае температурное поле в ламинарном потоке жидкости, движущейся в круглой трубке, моделируется следующей краевой задачей [4, 6 – 8]:

$$2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \frac{\partial T(r, z)}{\partial z} = a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \right],$$

$$z > 0, \quad 0 < r < R, \quad a = \frac{\lambda}{c\rho} - \text{const},$$

$$T(r, 0) = T_n = \text{const}, \quad \frac{\partial T(0, z)}{\partial r} = 0, \quad T(R, z) = T_c = \text{const}, \quad (2.1)$$

решение которой имеет вид [4, 6 – 8]

$$T(r, z) - T_c = \int_0^R G(r, \xi, z, 0) \xi \left[1 - \left(\frac{\xi}{R} \right)^2 \right] (T_n - T_c) d\xi, \quad (2.2)$$

где T – температура; r, z – радиальная и продольная координаты потока; R – радиус трубы; $\bar{\omega}$ – средняя скорость течения; a, λ, c, ρ – соответственно коэффициенты температуропроводности и теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность жидкости; $G(r, \xi, z, \eta)$ – функция Грина; ξ, η – переменные интегрирования.

Запишем решение (2.2) задачи (2.1) в безразмерных координатах. Введем обозначения: $\bar{r} = \frac{r}{R}$, $\bar{\xi} = \frac{\xi}{R}$, $\bar{z} = \frac{az}{2\bar{\omega}R^2} = \frac{\pi az}{2g}$,

$\bar{\eta} = \frac{a\eta}{2\bar{\omega}R^2} = \frac{\pi a\eta}{2g}$ – безразмерные радиальная и продольная координаты

и соответствующие переменные интегрирования;

$\theta(\bar{r}, \bar{z}) = \frac{T(\bar{r}, \bar{z}) - T_c}{T_H - T_c}$ – безразмерная температура.

Поделим левую и правую части (2.2) на $(T_H - T_c)$ и, выполнив некоторые дополнительные преобразования, получим

$$\begin{aligned} \theta(\bar{r}, \bar{z}) &= \frac{T(\bar{r}, \bar{z}) - T_c}{T_H - T_c} = \int_0^1 \bar{G}(\bar{r}, \bar{\xi}, \bar{z}, 0) \bar{\xi} [1 - \bar{\xi}^2] d\bar{\xi} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} A_n \psi_n(\bar{r}) \exp[-\varepsilon_n^2 \bar{z}], \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $\bar{G}(\bar{r}, \bar{\xi}, \bar{z}, \bar{\eta}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_n(\bar{r}) \psi_n(\bar{\xi}) \exp[-\varepsilon_n^2 (\bar{z} - \bar{\eta})]}{\int_0^1 \psi_n^2(\bar{r}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r}}$ – функция Грина

задачи (2.1) в безразмерной записи; $A_n = \frac{\int_0^1 \psi_n(\bar{\xi}) \bar{\xi} [1 - \bar{\xi}^2] d\bar{\xi}}{\int_0^1 \psi_n^2(\bar{\xi}) \bar{\xi} [1 - \bar{\xi}^2] d\bar{\xi}}$ – посто-

янные числа; ε_n , $\psi_n(\bar{r})$ – собственные значения и собственные функции задачи Штурма–Лиувилля, возникающей при решении краевой задачи (2.1).

Пользуясь тем, что безразмерная среднemasсовая температура $\bar{\theta}$ жидкости определяется соотношением [4, 169]

$$\bar{\theta}(\bar{z}) = 4 \int_0^1 \theta(\bar{r}, \bar{z}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r},$$

из (2.3) можно получить закон изменения среднemasсовой температуры $\bar{\theta}(\bar{z})$ по длине трубы:

$$\begin{aligned}\bar{\theta}(\bar{z}) &= 4 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^1 \psi_n(\bar{r}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r} \exp[-\varepsilon_n^2 \bar{z}] = \\ &= 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{\varepsilon_n^2} \exp[-\varepsilon_n^2 \bar{z}] = \varphi(\bar{z}),\end{aligned}\quad (2.4)$$

где $B_n = \frac{1}{2} \varepsilon_n^2 A_n \int_0^1 \psi_n(\bar{r}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r} = -\frac{1}{2} A_n \frac{d\psi_n(1)}{d\bar{r}}$ – постоянные числа. Численные значения $\varepsilon_n, A_n, B_n, \psi_n$ приведены в [4, 38, 127, 169, 170].

Зависимость (2.4) можно использовать для определения коэффициента температуропроводности жидкости. При этом удобно пользоваться функциями

$$\bar{z} = f(\bar{\theta}); \quad (2.5)$$

$$\bar{z} = f_1(\ln \bar{\theta}), \quad (2.6)$$

графики которых приведены на рис. 2.2.

В зависимости (2.5) используется функция $f(\bar{\theta}) = \varphi^{-1}$, являющаяся обратной к функции $\varphi(\bar{z})$ в формуле (2.4). Зависимость (2.6) удобна тем, что в значительном диапазоне изменения величин \bar{z} и $\ln \bar{\theta}$ она представляет собой прямую линию. Это позволяет значительно упростить алгоритм обработки экспериментальной информации.

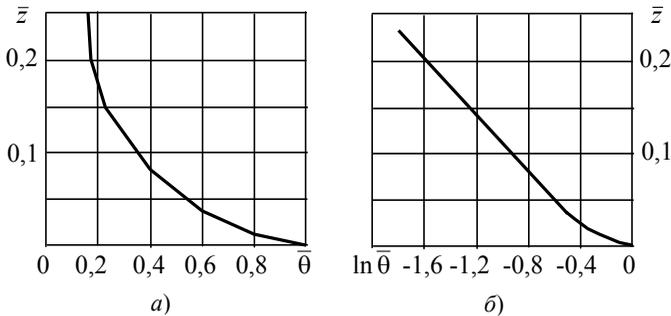


Рис. 2.2. Графики зависимостей, положенных в основу разработанных методов измерений:

$$a - \bar{z} = f(\bar{\theta}); \quad б - \bar{z} = f_1(\ln \bar{\theta})$$

Порядок вычисления коэффициента температуропроводности с использованием зависимостей (2.5), (2.6), представленных на рис. 2.2, заключается в следующем:

а) по экспериментально измеренным значениям температур T_n , T_k , T_c вычисляют

$$\bar{\theta} = \frac{T_k - T_c}{T_n - T_c} \quad \text{или} \quad \ln \bar{\theta} = \ln \left(\frac{T_k - T_c}{T_n - T_c} \right),$$

где $T_k = \bar{T}_k(\ell_T) = \frac{4}{R^2} \int_0^R T(r, \ell_T) r \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] dr$ – среднemasсовая температура исследуемой жидкости на выходе из измерительной трубки;

б) определяют значение $\bar{z}_k = f(\bar{\theta}) = f_1(\ln \bar{\theta})$;

в) значение коэффициента температуропроводности с учетом того, что $\bar{z}_k = \frac{a \ell_T}{2 \bar{\omega} R^2} = \frac{\pi a \ell_T}{2g}$, вычисляют по формулам:

$$a = 2 \bar{\omega} \frac{R^2}{\ell_T} \bar{z}_k = 2 \bar{\omega} \frac{R^2}{\ell_T} f(\bar{\theta}) = 2 \bar{\omega} \frac{R^2}{\ell_T} f_1(\ln \bar{\theta}) \quad (2.7)$$

или

$$a = \frac{2g}{\pi \ell_T} \bar{z}_k = \frac{2g}{\pi \ell_T} f(\bar{\theta}) = \frac{2g}{\pi \ell_T} f_1(\ln \bar{\theta}), \quad (2.8)$$

где g , $\bar{\omega} = \frac{g}{\pi R^2}$ – расход и средняя скорость течения исследуемой жидкости; R , ℓ_T – внутренний радиус и длина теплообменного участка измерительной трубки.

На графике рис. 2.2, б хорошо видно, что зависимость $\bar{z} = f_1(\ln \bar{\theta})$ в очень широком диапазоне изменения аргумента $\ln \bar{\theta}$ представляет собой прямую линию, которая с высокой точностью может быть аппроксимирована линейной зависимостью

$$\bar{z}_k = z_0 + k \ln \bar{\theta}. \quad (2.9)$$

Расчетные зависимости (2.7), (2.8), в которые входят функции $\bar{z} = f(\bar{\theta})$ и $\bar{z} = f_1(\ln \bar{\theta})$, могут быть легко запрограммированы на микропроцессорах и на персональных компьютерах. В случае использования зависимости (2.8) с функцией $f_1(\ln \bar{\theta})$, представленной в виде (2.9),

обработка результатов измерений может быть произведена на относительно простых вычислительных устройствах, построенных на базе микрокалькуляторов или непосредственно на основе микропроцессоров.

2.1.3. Оптимальные режимные параметры эксперимента при измерении коэффициента температуропроводности

Рассмотрим подробнее основное расчетное соотношение

$$a = \frac{2g}{\pi \ell_T} f(\bar{\theta}), \quad (2.10)$$

полученное в п. 2.1.2, применив основные результаты теории погрешностей измерения физических величин [4 – 8, 163].

1. Прологарифмируем зависимость (2.10):

$$\ln a = \ln \left(\frac{2}{\pi} \right) + \ln g - \ln \ell_T + \ln f(\bar{\theta}).$$

2. Найдем дифференциал от левой и правой частей:

$$d \ln a = d \left[\ln \left(\frac{2}{\pi} \right) \right] + d(\ln g) - d(\ln \ell_T) + d[\ln f(\bar{\theta})]$$

или

$$\frac{da}{a} = \frac{dg}{g} - \frac{d\ell_T}{\ell_T} + \frac{df(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})}, \quad (2.11)$$

где принято во внимание, что $\frac{d(2/\pi)}{2/\pi} = 0$.

3. Используя теоретические основы дифференциального исчисления, преобразуем третий член в правой части (2.11) к виду

$$\frac{1}{f(\bar{\theta})} df(\bar{\theta}) = \frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} d\bar{\theta}. \quad (2.12)$$

4. С учетом того, что $\bar{\theta} = \frac{T_K - T_C}{T_H - T_C}$, получим формулу для вычисления

величины $d\bar{\theta}$, для чего прологарифмируем левую и правую части последней формулы $\ln \bar{\theta} = \ln(T_K - T_C) - \ln(T_H - T_C)$, затем найдем дифференциалы

$$\frac{d\bar{\theta}}{\bar{\theta}} = \frac{d(T_K - T_C)}{(T_K - T_C)} - \frac{d(T_H - T_C)}{(T_H - T_C)}, \quad (2.13)$$

откуда

$$d\bar{\theta} = \bar{\theta} \left[\frac{d(T_k - T_c)}{(T_k - T_c)} - \frac{d(T_H - T_c)}{(T_H - T_c)} \right]. \quad (2.13a)$$

5. Подставив (2.13a) в (2.12), а затем в (2.11), получим зависимость

$$\frac{da}{a} = \frac{dg}{g} - \frac{d\ell_T}{\ell_T} + \frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \bar{\theta} \left[\frac{d(T_k - T_c)}{(T_k - T_c)} - \frac{d(T_H - T_c)}{(T_H - T_c)} \right]. \quad (2.14)$$

6. Воспользуемся принятой в теории погрешностей заменой:

$$da \approx \Delta a; dg \approx \Delta g; d\ell_T \approx \Delta \ell_T; d(T_k - T_c) \approx \Delta(T_k - T_c); d(T_H - T_c) \approx \Delta(T_H - T_c),$$

где $\Delta a, \Delta g, \Delta \ell_T, \Delta(T_k - T_c), \Delta(T_H - T_c)$ – абсолютные погрешности измерения температуропроводности a , расхода g , длины ℓ_T теплообменного участка и разностей температур $(T_k - T_c)$ и $(T_H - T_c)$. С учетом этого формулы (2.13) и (2.14) примут вид:

$$\frac{\Delta \bar{\theta}}{\bar{\theta}} \equiv \delta \bar{\theta} = \delta(T_k - T_c) - \delta(T_H - T_c);$$

$$\Delta \bar{\theta} = \bar{\theta} [\delta(T_k - T_c) - \delta(T_H - T_c)]; \quad (2.15)$$

$$\frac{\Delta a}{a} \equiv \delta a = \delta g - \delta \ell_T + \frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \bar{\theta} [\delta(T_k - T_c) - \delta(T_H - T_c)], \quad (2.16)$$

$$\text{где } \delta a = \frac{\Delta a}{a}, \delta g = \frac{\Delta g}{g}, \delta \ell_T = \frac{\Delta \ell_T}{\ell_T}, \delta(T_k - T_c) = \frac{\Delta(T_k - T_c)}{(T_k - T_c)}, \delta(T_H - T_c) = \frac{\Delta(T_H - T_c)}{(T_H - T_c)} -$$

относительные погрешности измерения величин $a, g, \ell_T, (T_k - T_c), (T_H - T_c)$; $\delta \bar{\theta}, \Delta \bar{\theta}$ – относительная и абсолютная погрешности определения безразмерной величины $\bar{\theta}$.

7. С учетом того, что знаки относительных погрешностей $\delta(T_H - T_c), \delta(T_k - T_c), \delta g, \delta \ell_T$, входящих в правую часть формул (2.15), (2.16), заранее не известны, эти формулы в соответствии с теорией погрешностей [4 – 8, 163] обычно записывают в виде

$$\delta \bar{\theta} = \delta(T_k - T_c) + \delta(T_H - T_c); \quad (2.17)$$

$$\delta a = \delta g + \delta \ell_T + \frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \bar{\theta} [\delta(T_k - T_c) + \delta(T_H - T_c)], \quad (2.18)$$

т.е. в формулах (2.15), (2.16) все знаки « \leftrightarrow » меняют на знаки « $+$ », а знаки « $+$ » оставляют без изменения.

Рассчитанные по формуле (2.18) значения погрешностей измерения температуропроводности называются предельными относительными погрешностями измерений [163]. Отметим, что полученные с использованием формулы (2.18) оценки погрешностей измерения в большинстве случаев оказываются значительно завышенными [163] по сравнению с реальными результатами. Это обусловлено тем, что относительные погрешности $\delta g, \delta l_t, \delta(T_k - T_c), \delta(T_H - T_c)$, входящие в правую часть (2.18), обычно действуют случайным образом и не согласованно друг с другом; при этом часть погрешностей, например $\delta g, \delta(T_H - T_c)$, могут увеличивать результирующую погрешность δa определения коэффициента температуропроводности a , а другие погрешности δl_t и $\delta(T_k - T_c)$ могут уменьшать результирующую погрешность δa . За счет этого реальные значения результирующей погрешности δa , как правило, оказываются заметно меньше предельной оценки погрешности, полученной по формуле (2.18).

8. Опыт практического использования теории погрешностей измерений показал [4 – 8, 163], что наиболее близкими к реальным значениям погрешностей являются так называемые среднеквадратические оценки погрешностей, рассчитанные по формуле

$$\delta a = \sqrt{\delta^2 g + \delta^2 l_t + \left[\frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \right]^2 \left[\delta^2 (T_k - T_c) + \delta^2 (T_H - T_c) \right]}, \quad (2.19)$$

при записи которой принято во внимание, что среднеквадратическая оценка относительной погрешности $\delta \bar{\theta}$ безразмерной температуры $\bar{\theta}$ с учетом (2.17) имеет вид

$$\delta \bar{\theta} = \sqrt{\delta^2 (T_k - T_c) + \delta^2 (T_H - T_c)}.$$

Перепишем последнюю формулу в виде

$$\delta \bar{\theta} = \frac{\Delta \bar{\theta}}{\bar{\theta}} = \sqrt{\left[\frac{\Delta(T_k - T_c)}{(T_k - T_c)} \right]^2 + \left[\frac{\Delta(T_H - T_c)}{(T_H - T_c)} \right]^2}.$$

Если допустить, что в ходе эксперимента абсолютные погрешности измерения разностей температур $(T_k - T_c)$ и $(T_H - T_c)$ одинаковы и равны $\Delta T = \Delta(T_k - T_c) = \Delta(T_H - T_c)$, то получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \bar{\theta}}{\bar{\theta}} &= \sqrt{\left[\frac{\Delta T}{T_k - T_c} \right]^2 + \left[\frac{\Delta T}{T_n - T_c} \right]^2} = \sqrt{\left[\frac{\Delta T}{T_n - T_c} \right]^2 \left[\frac{1}{\left(\frac{T_k - T_c}{T_n - T_c} \right)^2} + 1 \right]} = \\ &= \sqrt{\delta^2 (T_n - T_c) \left[\frac{1}{(\bar{\theta})^2} + 1 \right]} = \frac{\delta (T_n - T_c)}{\bar{\theta}} \sqrt{1 + (\bar{\theta})^2}. \end{aligned}$$

С учетом этих преобразований формула (2.19) примет вид

$$\delta a = \sqrt{\delta^2 g + \delta^2 \ell_T + \left[\frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \right]^2 [1 + (\bar{\theta})^2]} \delta^2 (T_n - T_c). \quad (2.20)$$

Из (2.20) видно, что относительная погрешность δa определения коэффициента теплопроводности зависит от функции

$$\bar{\xi}(\bar{\theta}) = \left[\frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \right] \sqrt{1 + (\bar{\theta})^2}, \quad (2.21)$$

которая, в свою очередь, зависит от величины $\bar{\theta} = (T_k - T_c)/(T_n - T_c)$ (безразмерной среднemasсовой температуры исследуемой жидкости на выходе измерительной трубки), которая легко может контролироваться в процессе эксперимента, что является достоинством формулы (2.20).

На основе (2.20) была составлена программа для расчета зависимости относительной случайной погрешности δa измерения коэффициента теплопроводности от безразмерной величины $\bar{\theta}$ и относительных погрешностей δg , $\delta \ell_T$, $\delta(T_n - T_c)$ непосредственно измеряемых физических величин: расхода g , длины ℓ_T теплообменного участка и разности температур $(T_n - T_c)$. Результаты расчета погрешностей представлены в табл. 2.1.

На рисунке 2.3 представлен график зависимости относительной случайной погрешности δa определения коэффициента теплопроводности a от безразмерного параметра $\bar{\theta} = (T_k - T_c)/(T_n - T_c)$, рассчитанные по формуле (2.20) при значениях $\delta g = 3\%$, $\delta \ell_T = 0,2\%$ и $\delta(T_n - T_c) = 1\%$; представлен также график зависимости $\bar{\xi}(\bar{\theta})$, рассчитанный по формуле (2.21). Из рисунка 2.3 видно, что если допустимую

погрешность измерения коэффициента температуропроводности принять равной $\delta a_{\text{доп}} = 5\%$, то приемлемые условия эксперимента будут иметь место при $0,12 < \bar{\theta} < 0,54$, а наименьшие значения погрешностей измерения коэффициента температуропроводности жидкости имеют место при $\bar{\theta} \approx 0,3$.

Экспериментальные исследования показали, что помимо случайных погрешностей δa , на результаты измерения коэффициента температуропроводности влияют и систематические погрешности ε_a (см. [4 – 8, 163, 183]), также зависящие от безразмерной температуры $\bar{\theta}$.

2.1. Результаты расчета зависимости относительных погрешностей δa измерения коэффициента температуропроводности от безразмерной температуры $\bar{\theta}$

| $\bar{\theta} = \frac{T_k - T_c}{T_n - T_c}$ | $\bar{z} = f(\bar{\theta})$ | $\xi(\bar{\theta})$ | $\delta a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\%$ | $\sum a, \%$ |
|--|-----------------------------|---------------------|---|--------------|
| 0,836 | 0,010 | 13,24 | 13,2767 | 13,28 |
| 0,684 | 0,030 | 6,673 | 6,9693 | 6,99 |
| 0,579 | 0,050 | 4,999 | 5,3880 | 5,41 |
| 0,495 | 0,070 | 4,224 | 4,6776 | 4,71 |
| 0,426 | 0,090 | 3,805 | 4,3035 | 4,54 |
| 0,367 | 0,110 | 3,578 | 4,1041 | 4,61 |
| 0,317 | 0,130 | 3,473 | 4,0123 | 4,91 |
| 0,274 | 0,150 | 3,453 | 3,9955 | 5,31 |
| 0,236 | 0,170 | 3,500 | 4,0364 | 5,72 |
| 0,204 | 0,190 | 3,603 | 4,1259 | 6,11 |
| 0,176 | 0,210 | 3,756 | 4,2596 | 6,84 |
| 0,152 | 0,230 | 3,954 | 4,4359 | 7,46 |
| 0,132 | 0,250 | 4,199 | 4,6555 | |
| 0,114 | 0,270 | 4,491 | 4,9204 | |
| 0,098 | 0,290 | 4,832 | 5,2336 | |
| 0,085 | 0,310 | 5,226 | 5,5994 | |
| 0,073 | 0,330 | 5,678 | 6,0229 | |
| 0,063 | 0,350 | 6,192 | 6,5102 | |
| 0,055 | 0,370 | 6,777 | 7,0684 | |
| 0,047 | 0,390 | 7,439 | 7,7057 | |

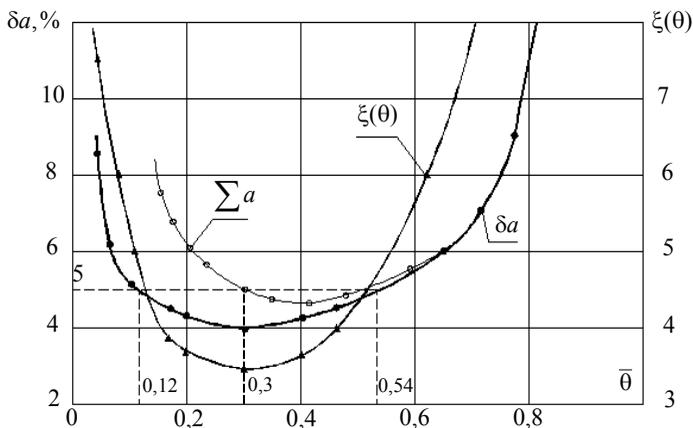


Рис. 2.3. Графики зависимости относительных погрешностей δa измерения теплопроводности и функции (2.21) от безразмерной температуры $\bar{\theta}$

На рисунке 2.3 приведен график зависимости суммарных погрешностей измерений $\Sigma_a = \sqrt{\delta^2 a + \varepsilon_a^2}$ от безразмерной температуры $\bar{\theta}$. Видно, что в случае использования величины Σ_a в качестве оценки погрешностей, приемлемая точность результатов измерений (без введения поправок на величину систематической погрешности) получается при $0,3 < \bar{\theta} < 0,52$. При введении поправок на величину систематических погрешностей условия эксперимента следует подбирать так, чтобы безразмерная среднемаховая температура исследуемой жидкости $\bar{\theta} = (T_k - T_c) / (T_n - T_c)$ в конце теплообменного участка измерительной трубки была близка к значению $\bar{\theta}_{\text{опт}} = 0,3$.

Из изложенного выше видно, что режимные параметры проведения экспериментов по измерению коэффициента теплопроводности жидкостей методами ламинарного режима, рассмотренными в п. 2.1.2, следует подбирать так, чтобы величина безразмерной среднемаховой температуры $\bar{\theta} = \frac{T_k - T_c}{T_n - T_c}$ исследуемой жидкости в конце те-

плообменного участка измерительной трубки была близка к значению $\bar{\theta}_{\text{опт}} = 0,3$. Причем рассмотренные в п. 2.1.2 методики проведения экспериментов желательно усовершенствовать так, чтобы в процессе экс-

перимента оптимальное значение безразмерной температуры $\bar{\theta}$ автоматически поддерживалось равным оптимальному значению $\bar{\theta} = \bar{\theta}_{\text{опт}} = 0,3$.

Анализ возможных режимов осуществления методик, рассмотренных в п. 2.1.2, показал, что для автоматической стабилизации значения безразмерной температуры $\bar{\theta}$ на заданном оптимальном уровне $\bar{\theta} = \bar{\theta}_{\text{опт}}$ можно использовать два вида регулирующих воздействий [4, 6 – 8]:

1. Изменение расхода g исследуемой жидкости через измерительную трубку.
2. Изменение длины ℓ_t теплообменного участка измерительной трубки.

2.1.4. Установка для измерения температуропроводности исследуемой жидкости, предусматривающая поддержание заданной величины безразмерной температуры в конце теплообменного участка измерительной трубки за счет изменения расхода исследуемой жидкости

Схема установки для реализации рассматриваемого ниже метода измерения коэффициента температуропроводности исследуемой жидкости приведена на рис. 2.4. В установке используется измерительная трубка ИТ, выполненная на основе центральной трубки 2, на которой установлены водяные рубашки 3 и 4, образующие изотермический и теплообменный участки с длинами $\ell_{\text{из}}$ и ℓ_t . Поток исследуемой жидкости A с первоначальной температурой T_n прокачивают через центральную трубку 2 насосом 1. Стенку центральной трубки 2 на начальном изотермическом участке поддерживают при температуре T_n за счет пропускания большого расхода жидкости-теплоносителя B через водяную рубашку 3. Стенку центральной трубки на теплообменном участке поддерживают при температуре $T_c \neq T_n$ за счет пропускания жидкости-теплоносителя C с температурой T_c через водяную рубашку 4. На входе и на выходе центральной трубки 1 установлены измерители 5 и 6 среднemasсовой температуры исследуемой жидкости с размещенными в них термометрами сопротивления $RK1$ и $RK2$. На патрубке водяной рубашки 4 установлен измеритель 7 среднemasсовой температуры T_c жидкости-теплоносителя C . В измерителе 7 установлены два термометра сопротивления $RK3$ и $RK4$. Термометры сопротивления $RK1$ и $RK3$ включены в первую мостовую схему $MC1$, выходной

сигнал U_H которой пропорционален разности температур $(T_H - T_C)$, а $RK2, RK4$ включены во вторую мостовую схему $MC2$, выходной сигнал U_K которой пропорционален разности температур $(T_K - T_C)$. Выходные сигналы U_H и U_K мостовых схем через коммутатор δ , усилитель 9 и аналого-цифровой преобразователь 10 поступают в микропроцессор 11 , где они обрабатываются с целью обеспечения оптимального значения

$$\bar{\theta} = \frac{U_K}{U_H} = \frac{T_K - T_C}{T_H - T_C} = \theta_{\text{опт}}.$$

Если фактическое значение безразмерной температуры $\bar{\theta}_ф$ отличается от оптимального значения $\bar{\theta}_{\text{опт}}$ более, чем на заданную малую

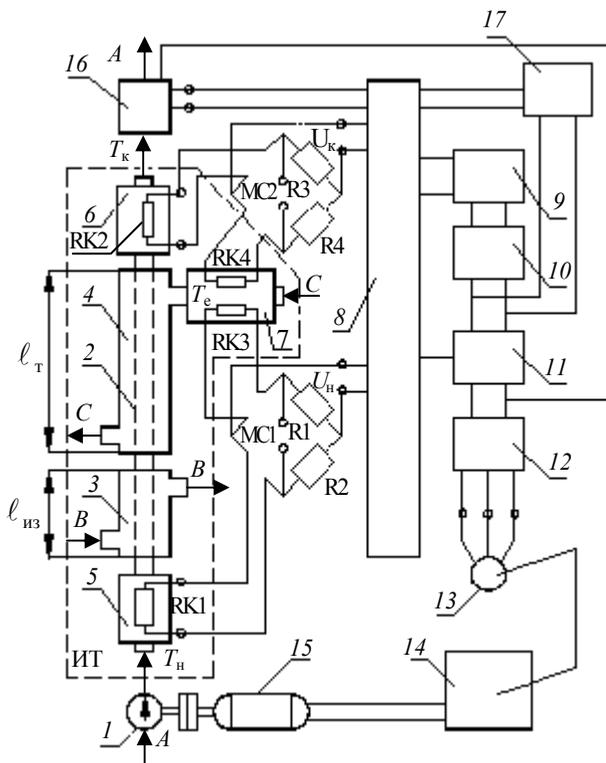


Рис. 2.4. Схема установки для измерения температуропроводности жидкости методом ламинарного режима, предусматривающим стабилизацию заданной величины безразмерной температуры за счет изменения расхода исследуемой жидкости

величину ε , то в микропроцессоре производится формирование регулирующего воздействия (изменение расхода g исследуемой жидкости A через измерительную трубку ИТ) по заданному закону регулирования, чаще всего, по пропорционально-интегральному закону регулирования. При этом командный сигнал поступает на управляющее устройство 12 , которое управляет работой исполнительного механизма 13 типа ПР-1М или ИМ2/120. Исполнительный механизм 13 , в свою очередь, воздействует на регулятор напряжения 14 (например, типа ЛАТР-1М или РНО-150). В результате изменяется напряжение на коллекторном электродвигателе 15 переменного тока, что приводит к изменению скорости вращения насоса 1 и, соответственно, к возрастанию или уменьшению расхода g исследуемой жидкости A через измерительную трубку ИТ. Процесс регулирования продолжается до тех пор, пока разница

$$|\bar{\theta}_{\phi} - \bar{\theta}_{\text{опт}}| \leq \varepsilon \quad (2.22)$$

между фактическим значением $\bar{\theta}_{\phi}$ и оптимальным значением $\bar{\theta}_{\text{опт}}$ не станет меньше заданной малой величины $\varepsilon = 0,002 \dots 0,01$. Если условие (2.22) выполнено, то микропроцессор 11 формирует сигнал, по которому расходомером 16 осуществляется измерение расхода g исследуемой жидкости. При этом информация о времени τ заполнения заданного объема в расходомере 16 поступает в микропроцессор с выхода секундомера 17 . Затем, в результате обработки информации, вычисляется значение коэффициента температуропроводности a по формуле (2.10), которая при выполнении условия $\bar{\theta}_{\phi} = \bar{\theta}_{\text{опт}} = \text{const}$ может быть представлена в виде

$$a = kg = \frac{k_1}{\tau}, \quad (2.23)$$

где $k = \frac{2}{\pi l_{\tau}} f(\bar{\theta}_{\text{опт}})$ – постоянный коэффициент; $k_1 = \frac{2V}{\pi l_m} f(\bar{\theta}_{\text{опт}})$ – коэффициент, позволяющий вычислить температуропроводность a по времени τ заполнения емкости постоянного объема V , где V – величина объема емкости, установленной в расходомере 16 , по времени τ заполнения которой вычисляется расход $g = V/\tau$.

Из изложенного выше видно, что введение в состав измерительного устройства системы автоматического регулирования позволило достичь следующих преимуществ.

1. Измерение коэффициента температуропроводности осуществляется практически всегда при оптимальном значении безразмерной

среднемассовой температуры исследуемой жидкости на выходе измерительной трубки; за счет этого обеспечивается получение наименьших погрешностей измерений.

2. Исходная расчетная зависимость (2.10) значительно упростилась и приняла достаточно простой вид (2.23).

Другие варианты методов измерения коэффициента температуропроводности, предусматривающие поддержание оптимального значения безразмерной температуры в конце измерительной трубки как за счет изменения расхода g , так и величины длины ℓ_T теплообменного участка, приведены в [4, 6 – 8, 133 – 140].

2.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, МЕТОД И УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЖИДКОСТЕЙ ОТ СКОРОСТИ СДВИГА

В конце XX века в научно-технической литературе появились публикации [164 – 167], посвященные теоретическому предсказанию гипотетической зависимости теплопроводности расплавов и растворов полимеров от скорости сдвига $\dot{\gamma}$. Это обусловлено тем, что при численных расчетах температурное поле ламинарного потока расплава или раствора полимера оказывается весьма чувствительным к небольшим изменениям теплопроводности [4, 6 – 8, 166, 167, 183].

До последнего времени реологии уделяли очень мало внимания теплофизическим свойствам растворов и расплавов полимеров. Абсолютное большинство экспериментальных данных о теплопроводности расплавов полимеров было получено с использованием неориентированных образцов. Однако при сдвиговом течении растворов полимеров происходит ориентация молекул в направлении течения. При этом изотропный коэффициент теплопроводности λ превращается в тензор теплопроводности Λ с компонентами [164 – 167]:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{\varphi\varphi} & \lambda_{\varphi r} & \lambda_{\varphi x} \\ \lambda_{r\varphi} & \lambda_{rr} & \lambda_{rx} \\ \lambda_{x\varphi} & \lambda_{xr} & \lambda_{xx} \end{pmatrix},$$

где $\lambda_{\varphi\varphi}$ – компонент тензора теплопроводности, определяющий перенос тепла вдоль первой оси координат, совпадающей с направлением течения; λ_{rr} , λ_{xx} – компоненты тензора теплопроводности, определяющие перенос тепла в направлении второй и третьей осей координат.

нат; $\lambda_{\varphi r} = \lambda_{r\varphi}$, $\lambda_{\varphi x} = \lambda_{x\varphi}$, $\lambda_{rx} = \lambda_{xr}$ – внедиагональные компоненты тензора теплопроводности.

Аналогично вводится в рассмотрение тензор температуропроводности A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{\varphi\varphi} & a_{\varphi r} & a_{\varphi x} \\ a_{r\varphi} & a_{rr} & a_{rx} \\ a_{x\varphi} & a_{xr} & a_{xx} \end{pmatrix}.$$

Согласно теоретическим исследованиям работ [4, 6 – 8, 166, 167, 183] продольные компоненты $\lambda_{\varphi\varphi}$, $a_{\varphi\varphi}$ тензоров теплопроводности и температуропроводности должны возрастать при увеличении скорости сдвига, а поперечные компоненты λ_{rr} , λ_{xx} , a_{rr} , a_{xx} должны уменьшаться. Для того, чтобы экспериментально подтвердить наличие гипотетической зависимости хотя бы одного из компонентов тензоров теплопроводности и температуропроводности от скорости сдвига $\dot{\gamma}$, в ФГБОУ ВПО «ТГТУ» были разработаны метод и автоматизированная система научных исследований для экспериментального измерения зависимости вторых диагональных компонентов λ_{rr} , a_{rr} тензоров теплопроводности и температуропроводности от скорости сдвига $\dot{\gamma}$. Методика измерения базируется на применении методов ламинарного режима [4, 6 – 8, 38] и использует математический аппарат временных интегральных характеристик на основе операционного исчисления Лапласа [171].

2.2.1. Схема измерительного устройства и основные измерительные операции

Физическая модель устройства, используемого при реализации предлагаемого метода, представляет собой два коаксиальных цилиндра B и H . Внутренний цилиндр B изготовлен из материалов с известными теплофизическими характеристиками и представляет собой трехслойную цилиндрическую систему, состоящую из слоев 1, 2, 3 (см. рис. 2.5). Внешний цилиндр H способен вращаться с угловой скоростью ω , температура его поддерживается постоянной и равной $T = T_0 = 0$.

В зазоре между цилиндрами B и H находится слой 4 исследуемой жидкости, в котором действуют внутренние источники тепла, обусловленные диссипацией механической энергии вращения внешнего цилиндра за счет вязкого трения. Между слоями 1 и 2 в коаксиальном цилиндрическом сечении внутреннего цилиндра расположен источник теплоты 5, протяженность которого $L = 100$ мм, и термометр

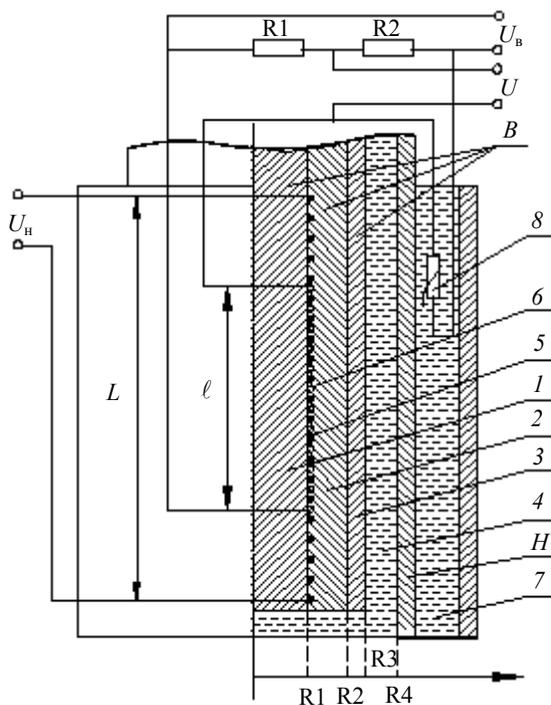


Рис. 2.5. Физическая модель измерительного устройства

сопротивления b высотой $\ell = 60$ мм. Между слоями 2, 3 и 3, 4 считаются заданными обычные граничные условия четвертого рода, а между слоями 1 и 2 – граничное условие четвертого рода специального вида, учитывающее наличие в данном месте источника теплоты. Наружный подвижный цилиндр H с внутренним радиусом $R4$ имеет водяную рубашку 7, в которую помещен термометр сопротивления 8. Термометры сопротивления 6, 8 и манганиновые сопротивления $R1$ и $R2$ включены в мостовую измерительную схему, выходной сигнал U которой прямо пропорционален разности между температурой внешнего цилиндра и температурой внутреннего цилиндра в коаксиальном цилиндрическом сечении радиусом $R1$. Методика определения теплофизических характеристик жидкостей при сдвиговом течении иллюстрируется рис. 2.6 и заключается в следующем [4, 6 – 8, 168, 183].

На первом подготовительном этапе в зазор между цилиндрами помещают исследуемую жидкость и подают теплоноситель из термостата в водяную рубашку 7 измерительного устройства. Подготовительный

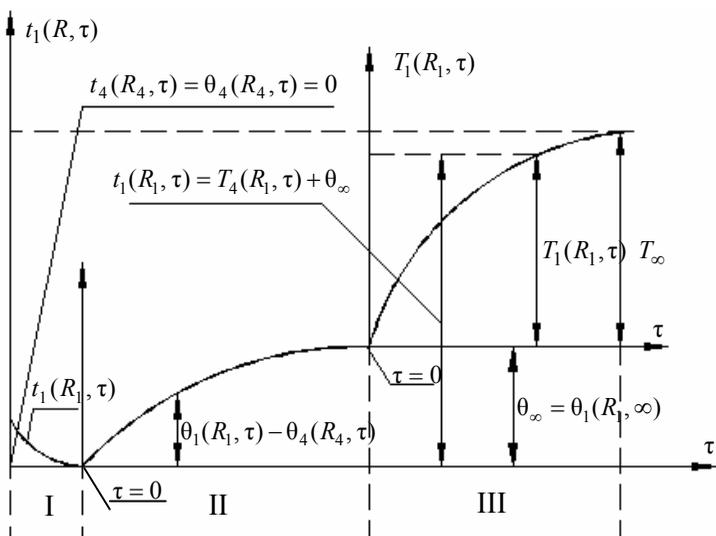


Рис. 2.6. Изменения температур в сечении радиуса $r = R_1$ в процессе трех стадий эксперимента: I, II, III

этап считается законченным, когда температура $t_1(R_1, \tau)$ измерительного устройства в коаксиальном цилиндрическом сечении $r = R_1$ уравняется с температурой термостатной жидкости $t_4(R_4, \tau) = 0$, условно принимаемой за начало отсчета температуры.

На втором этапе начинают вращать при помощи электропривода постоянного тока наружный цилиндр с заданной угловой скоростью ω и через равные промежутки времени $\Delta\tau_2$ измеряют с помощью термометров сопротивления δ , δ и мостовой измерительной схемы разность температур $\theta_i = \theta_1(R_1, \tau_i) - \theta_4(R_4, \infty) = \theta_1(R_1, \tau_i)$ до тех пор, пока не будет достигнуто новое, практически постоянное значение $\theta_\infty = \theta_1(R_1, \infty) = \text{const}$. Здесь буквой θ обозначены значения температуры, измеряемых на втором этапе эксперимента.

На третьем этапе эксперимента подают электрическую мощность на нагреватель 5 и, начиная с этого момента, через равные промежутки времени $\Delta\tau_3$ регистрируют разности температур $T_i = T_1(R_1, \tau_i) - T_4(R_4, \infty) = t_1(R_1, \tau_i) - \theta_1(R_1, \infty)$. Эксперимент заканчивают в момент времени, когда величина $T_i = T_1(R_1, \infty) = T_\infty$ станет постоянной. Здесь $T_i = T_1(R_1, \tau_i)$ — разность между фактически изме-

ряемой температурой $t_1(R_1, \tau_i)$ и значением температуры $\theta_\infty = \theta_1(R_1, \infty)$, установившимся в конце второго этапа.

После окончания третьего этапа по измеренным значениям температур $\theta_1(R_1, \tau_i)$ и $T_1(R_1, \tau_i)$ с учетом известного значения удельной поверхностной мощности q электронагревателя 5 вычисляют значения искомых вторых диагональных компонентов λ_{rr} , a_{rr} тензоров теплопроводности Λ и температуропроводности A .

2.2.2. Математическая модель метода и измерительного устройства. Алгоритмы вычисления искомых теплофизических характеристик исследуемой жидкости по экспериментальной информации

Математическая модель температурного поля рассматриваемого измерительного устройства (рис. 2.5), имеет вид

$$\frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad 0 < r < R_1, \tau > 0; \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_2}{c_2 \rho_2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad R_1 < r < R_2, \tau > 0; \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial t_3(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_3}{c_3 \rho_3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_3(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad R_2 < r < R_3, \tau > 0; \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial t_4(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{rr}}{c_x \rho_x} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_4(r, \tau)}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{c_x \rho_x} \frac{4\omega^2 R_3^4 R_4^4}{(R_4^2 - R_3^2)^2} r^4, \quad R_3 < r < R_4, \tau > 0; \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad (2.28)$$

$$\begin{cases} t_1(R_1 - 0, \tau) = t_2(R_1 + 0, \tau), \\ \lambda_1 \frac{\partial t_1(R_1 - 0, \tau)}{\partial r} - \lambda_2 \frac{\partial t_2(R_1 + 0, \tau)}{\partial r} = q(\tau); \end{cases} \quad (2.29)$$

$$\begin{cases} t_2(R_2 - 0, \tau) = t_3(R_2 + 0, \tau), \\ \lambda_2 \frac{\partial t_2(R_2 - 0, \tau)}{\partial r} - \lambda_3 \frac{\partial t_3(R_3 + 0, \tau)}{\partial r} = 0; \end{cases} \quad (2.30)$$

$$\begin{cases} t_3(R_3 - 0, \tau) = t_4(R_3 + 0, \tau), \\ \lambda_3 \frac{\partial t_3(R_3 - 0, \tau)}{\partial r} - \lambda_{rr} \frac{\partial t_4(R_3 + 0, \tau)}{\partial r} = 0; \end{cases} \quad (2.31)$$

$$t_4(R_4, \tau) = 0; \quad (2.32)$$

$$t_1(r, 0) = t_2(r, 0) = t_3(r, 0) = t_4(r, 0) = 0, \quad (2.33)$$

где t_1, t_2, t_3, t_4 – температуры 1, 2, 3 и 4 слоев, К; ω – угловая скорость вращения внешнего цилиндра H , с^{-1} ; τ – время, с; R_1, R_2, R_3 – внешние радиусы первого, второго и третьего слоев внутреннего цилиндра, м; R_4 – внутренний радиус внешнего цилиндра H , м; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – коэффициенты теплопроводности первого, второго и третьего слоев внутреннего цилиндра, Вт/мК; $c_x \rho_x$ – объемная теплоемкость исследуемой жидкости, Дж/(м³·К); λ_{rr} – второй диагональный компонент тензора теплопроводности Λ исследуемой жидкости, Вт/мК; $c_1 \rho_1, c_2 \rho_2, c_3 \rho_3$ – объемная теплоемкость первого, второго и третьего слоев внутреннего цилиндра, Дж/(м³·К); $q(\tau)$ – удельная мощность источника теплоты, Вт/м²; μ – эквивалентная динамическая вязкость неньютоновской исследуемой жидкости, Па·с.

Решение задачи (2.24) – (2.33) можно представить в виде

$$t_j(r, \tau) = T_j(r, \tau) + \theta_j(r, \tau), \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

где $T_j(r, \tau)$ – решение задачи (2.24) – (2.33), при $q(\tau) \neq 0$ и $\omega = 0$; $\theta_j(r, \tau)$ – решение задачи (2.24) – (2.33), при $q(\tau) = 0$ и $\omega \neq 0$.

2.2.2.1. АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ

С использованием интегрального преобразования Лапласа

$$\theta_j^*(r, p) = \int_0^{\infty} \theta_j(r, \tau) \exp(-p\tau) d\tau, \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

задача (2.24) – (2.33) для функции $\theta_j(r, \tau)$, $j = 1, 2, 3, 4$ (при $q(\tau) = 0$ и $\omega \neq 0$) была преобразована к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{d\theta_1^*(x, p)}{dx} \right] - \theta_1^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad 0 < x < g_{11}, \\ x = \sqrt{\frac{p}{a_1}} r, \quad g_{11} = \sqrt{\frac{p}{a_1}} R_1, \quad a_1 = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1}; \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{d\theta_2^*(x, p)}{dx} \right] - \theta_2^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g_{21} < x < g_{22},$$

$$x = \sqrt{\frac{p}{a_2}} r, \quad g_{21} = \sqrt{\frac{p}{a_2}} R_1, \quad g_{22} = \sqrt{\frac{p}{a_2}} R_2, \quad a_2 = \frac{\lambda_2}{c_2 \rho_2}; \quad (2.35)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{d\theta_3^*(x, p)}{dx} \right] - \theta_3^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g_{32} < x < g_{33},$$

$$x = \sqrt{\frac{p}{a_3}} r, \quad g_{32} = \sqrt{\frac{p}{a_3}} R_2, \quad g_{33} = \sqrt{\frac{p}{a_3}} R_3, \quad a_3 = \frac{\lambda_3}{c_3 \rho_3}; \quad (2.36)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{d\theta_4^*(x, p)}{dx} \right] - \theta_4^*(x, p) = - \frac{\mu 4 \omega^2 R_3^4 R_4^4}{\lambda_{rr} a_{rr} (R_4^2 - R_3^2)^2 x^4},$$

$$p > 0, \quad g < x < hg,$$

$$x = \sqrt{\frac{p}{a_{rr}}} r, \quad g = \sqrt{\frac{p}{a_{rr}}} R_3, \quad h = \frac{R_4}{R_3}, \quad a_{rr} = \frac{\lambda_{rr}}{c_x \rho_x}; \quad (2.37)$$

$$\frac{d\theta_1^*(0, p)}{dx} = 0; \quad (2.38)$$

$$\theta_1^*(g_{11}, p) = \theta_2^*(g_{21}, p), \quad \lambda_1 g_{11} \frac{d\theta_1^*(g_{11}, p)}{dx} = \lambda_2 g_{21} \frac{d\theta_2^*(g_{21}, p)}{dx}; \quad (2.39)$$

$$\theta_2^*(g_{22}, p) = \theta_3^*(g_{32}, p), \quad \lambda_2 g_{22} \frac{d\theta_2^*(g_{22}, p)}{dx} = \lambda_3 g_{32} \frac{d\theta_3^*(g_{32}, p)}{dx}; \quad (2.40)$$

$$\theta_3^*(g_{33}, p) = \theta_4^*(g, p), \quad \lambda_3 g_{33} \frac{d\theta_3^*(g_{33}, p)}{dx} = \lambda_{rr} g \frac{d\theta_4^*(g, p)}{dx}; \quad (2.41)$$

$$\theta_4^*(hg, p) = 0. \quad (2.42)$$

Общие решения уравнений (2.34) – (2.37) имеют вид [115]:

$$\theta_1^*(x, p) = C_1(p) I_0(x) + C_2(p) K_0(x), \quad 0 < x < g_{11}; \quad (2.43)$$

$$\theta_2^*(x, p) = C_3(p) I_0(x) + C_4(p) K_0(x), \quad g_{21} < x < g_{22}; \quad (2.44)$$

$$\theta_3^*(x, p) = C_5(p) I_0(x) + C_6(p) K_0(x), \quad g_{32} < x < g_{33}; \quad (2.45)$$

$$\theta_4^*(x, p) = C_7(p) I_0(x) + C_8(p) K_0(x) + MF_0(x), \quad g < x < hg, \quad (2.46)$$

$$\text{где } M = \frac{\mu 4\omega^2 R_3^4 R_4^4}{\lambda_{rr} a_{rr} (R_4^2 - R_3^2)^2}, \quad F_0(x) = K_0(x) \int_x^{hg} \frac{I_0(x) dx}{W_1(x) x^4} - I_0(x) \int_x^{hg} \frac{K_0(x) dx}{W_1(x) x^4},$$

$W_1(x) = I_0(x) K_1(x) + I_1(x) K_0(x)$; $I_n(x)$, $K_n(x)$ – модифицированные функции Бесселя и Ганкеля порядка n ($n = 0, 1$) [115].

Из (2.43) и (2.38) следует

$$\frac{d\theta_1^*(0, p)}{dx} = C_1(p)I_1(0) - C_2(p)K_1(0) = 0.$$

С учетом того, что $K_1(0) = \infty$, из последнего равенства получаем $C_2(p) = 0$. Следовательно,

$$\theta_1^*(x, p) = C_1(p)I_0(x) \quad \text{или} \quad \theta_1^*(g_{11}, p) = C_1(p)I_0(g_{11}). \quad (2.47)$$

Если из эксперимента определена величина

$$\theta_{1_9}^*(g_{11}, p) = \int_0^{\infty} \theta_{1_9}(g_{11}, \tau) \exp(-p\tau) d\tau,$$

то из (2.47) следует

$$C_1(p) = \frac{\theta_{1_9}^*(g_{11}, p)}{I_0(g_{11})}. \quad (2.48)$$

Подставив (2.43) – (2.46) в (2.39) – (2.42), получим систему уравнений

$$\begin{cases} C_3(p)I_0(g_{21}) + C_4(p)K_0(g_{21}) = C_1(p)I_0(g_{11}) = \theta_{1_9}^*(g_{11}, p), \\ C_3(p)I_1(g_{21}) - C_4(p)K_1(g_{21}) = \frac{\lambda_1 g_{11}}{\lambda_2 g_{21}} C_1(p)I_1(g_{11}); \end{cases} \quad (2.39a)$$

$$\begin{cases} C_5(p)I_0(g_{32}) + C_6(p)K_0(g_{32}) = C_3(p)I_0(g_{22}) + C_4(p)K_0(g_{22}), \\ C_5(p)I_1(g_{32}) - C_6(p)K_1(g_{32}) = \frac{\lambda_2 g_{22}}{\lambda_3 g_{32}} [C_3(p)I_1(g_{22}) - C_4(p)K_1(g_{22})]; \end{cases} \quad (2.40a)$$

$$\begin{cases} C_7(p)I_0(g) + C_8(p)K_0(g) + MF_0(g) = C_5(p)I_0(g_{33}) + C_6(p)K_0(g_{33}), \\ C_7(p)I_1(g) - C_8(p)K_1(g) - MF_1(g) = \frac{\lambda_3 g_{33}}{\lambda_{rr} g} [C_5(p)I_1(g_{33}) - C_6(p)K_1(g_{33})]; \end{cases} \quad (2.41a)$$

$$C_7(p)I_0(hg) + C_8(p)K_0(hg) = 0, \quad (2.42a)$$

$$\text{где } F_1(x) = -\frac{dF_0(x)}{dx} = K_1(x) \int_x^{hg} \frac{I_0(x) dx}{W_1(x) x^4} + I_1(x) \int_x^{hg} \frac{K_0(x) dx}{W_1(x) x^4}.$$

Если заданы p и $\theta_{13}^*(g_{11}, p)$ и известны значения теплофизических свойств $\lambda_1, a_1, \lambda_2, a_2, \lambda_3, a_3, \lambda_{rr}, a_{rr}$ (следовательно, если известны $g_{11}, g_{21}, g_{32}, g_{33}, g$), то последовательно можно найти $C_3(p), C_4(p)$ из системы уравнений (2.39а); $C_5(p), C_6(p)$ – из системы уравнений (2.40а); $C_7(p), C_8(p)$ и M – из системы уравнений (2.41а) и (2.42а). Зная M , можно вычислить величину динамической вязкости

$$\mu = \lambda_{rr} a_{rr} \frac{(R_4^2 - R_3^2)^2}{4\omega^2 R_4^4 R_3^4} M. \quad (2.49)$$

2.2.2.2. АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Аналогично, с использованием преобразования Лапласа

$$T_j^*(r, p) = \int_0^{\infty} T_j(r, \tau) \exp(-p\tau) d\tau, \quad j=1, 2, 3, 4;$$

$$q^*(p) = \int_0^{\infty} q(\tau) \exp(-p\tau) d\tau,$$

задача (2.24) – (2.33) для функции $T_j(r, \tau)$ (при $q(\tau) \neq 0$ и $\omega = 0$) была преобразована к виду

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{dT_1^*(x, p)}{dx} \right] - T_1^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad 0 < x < g_{11}, \quad x = \sqrt{\frac{p}{a_1}} r; \quad (2.50)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{dT_2^*(x, p)}{dx} \right] - T_2^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g_{21} < x < g_{22}, \quad x = \sqrt{\frac{p}{a_2}} r; \quad (2.51)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{dT_3^*(x, p)}{dx} \right] - T_3^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g_{32} < x < g_{33}, \quad x = \sqrt{\frac{p}{a_3}} r; \quad (2.52)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{dT_4^*(x, p)}{dx} \right] - T_4^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g < x < hg, \quad x = \sqrt{\frac{p}{a_{rr}}} r; \quad (2.53)$$

$$\frac{dT_1^*(0, p)}{dx} = 0, \quad (2.54)$$

$$T_1^*(g_{11}, p) = T_2^*(g_{21}, p);$$

$$\lambda_1 g_{11} \frac{dT_1^*(g_{11}, p)}{dx} - \lambda_2 g_{21} \frac{dT_2^*(g_{21}, p)}{dx} = q^*(p) R_1, \quad (2.55)$$

$$T_2^*(g_{22}, p) = T_3^*(g_{32}, p);$$

$$\lambda_2 g_{22} \frac{dT_2^*(g_{22}, p)}{dx} = \lambda_3 g_{32} \frac{dT_3^*(g_{32}, p)}{dx}, \quad (2.56)$$

$$T_3^*(g_{33}, p) = T_4^*(g, p);$$

$$\lambda_3 g_{33} \frac{dT_3^*(g_{33}, p)}{dx} = \lambda_{rr} g \frac{dT_4^*(g, p)}{dx}, \quad (2.57)$$

$$T_4^*(hg, p) = 0. \quad (2.58)$$

Общие решения уравнений (2.50) – (2.53) имеют вид (2.43) – (2.46), если положить $M = 0$ в формуле (2.46). По аналогии с изложенным выше получаем

$$C_2(p) = 0, \quad C_1(p) = \frac{T_{13}^*(g_{11}, p)}{I_0(g_{11})}, \quad (2.59)$$

где $T_{13}^*(g_{11}, p) = \int_0^\infty T_{13}^*(g_{11}, \tau) \exp(-p\tau) d\tau$ – экспериментально измеренное значение.

Подставив (2.43) – (2.46) при $M = 0$ в (2.55) – (2.58), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} C_3(p)I_0(g_{21}) + C_4(p)K_0(g_{21}) = C_1(p)I_0(g_{11}) = T_{13}^*(g_{11}, p), \\ C_3(p)I_1(g_{21}) - C_4(p)K_1(g_{21}) = \frac{[\lambda_1 g_{11} C_1(p)I_1(g_{11}) - q^*(p)R_1]}{\lambda_2 g_{21}}, \end{cases} \quad (2.55a)$$

$$\begin{cases} C_5(p)I_0(g_{32}) + C_6(p)K_0(g_{32}) = C_3(p)I_0(g_{22}) + C_4(p)K_0(g_{22}), \\ C_5(p)I_1(g_{32}) - C_6(p)K_1(g_{32}) = \frac{\lambda_2 g_{22}}{\lambda_3 g_{32}} [C_3(p)I_1(g_{22}) - C_4(p)K_1(g_{22})]; \end{cases} \quad (2.56a)$$

$$\begin{cases} C_7(p)I_0(g) + C_8(p)K_0(g) = C_5(p)I_0(g_{33}) + C_6(p)K_0(g_{33}), \\ C_7(p)I_1(g) - C_8(p)K_1(g) = \frac{\lambda_3 g_{33}}{\lambda_{rr} g} [C_5(p)I_1(g_{33}) - C_6(p)K_1(g_{33})]; \end{cases} \quad (2.57a)$$

$$C_7(p)I_0(hg) + C_8(p)K_0(hg) = 0. \quad (2.58a)$$

Система уравнений (2.55a) – (2.58a) используется для определения величин λ и a . Для достижения этой цели перепишем уравнение (2.57б) в виде

$$\lambda_{rr} = \frac{g_{33}\lambda_3 [C_5(p)I_1(g_{33}) - C_6(p)K_1(g_{33})]}{g [C_7(p)I_1(g) - C_8(p)K_1(g)]}. \quad (2.60)$$

Зададимся двумя значениями параметра преобразования Лапласа $p_1 = p$ и $p_2 = kp$, где $k = \text{const}$ ($k > 1$). Подставив второе значение $p_2 = kp$ в (2.60), получим

$$\lambda_{rr} = \frac{g_{33}\lambda_3 [C_5(kp)I_1(\sqrt{k}g_{33}) - C_6(kp)K_1(\sqrt{k}g_{33})]}{g [C_7(kp)I_1(\sqrt{k}g) - C_8(kp)K_1(\sqrt{k}g)]}. \quad (2.61)$$

Поделив (2.60) на (2.61), получим уравнение

$$\frac{[C_5(p)I_1(g_{33}) - C_6(p)K_1(g_{33})]}{[C_5(kp)I_1(\sqrt{k}g_{33}) - C_6(kp)K_1(\sqrt{k}g_{33})]} \times \\ \times \frac{[C_7(kp)I_1(\sqrt{k}g) - C_8(kp)K_1(\sqrt{k}g)]}{[C_7(p)I_1(g) - C_8(p)K_1(g)]} = 1. \quad (2.62)$$

Порядок вычисления $C_3(p) - C_8(p)$, a_{rr} , λ_{rr} следующий. При двух значениях преобразования Лапласа $p_1 = p$ и $p_2 = kp$ последовательно вычисляют: $C_3(p_j)$, $C_4(p_j)$, $j = 1, 2$ – из системы уравнений (2.55a); $C_5(p_j)$, $C_6(p_j)$, $j = 1, 2$ – из системы уравнений (2.56a); g , $C_7(p_j)$, $C_8(p_j)$, $j = 1, 2$ – из системы уравнений (2.57a), (2.58a), (2.62). С учетом того,

что $g = \sqrt{\frac{p}{a_{rr}}} R_3$, вычисляют

$$a_{rr} = \frac{\lambda_{rr}}{c_x \rho_x} = \frac{p R_3^2}{g^2}. \quad (2.63)$$

Величину λ_{rr} вычисляют по формуле (2.60) или (2.61).

2.2.2.3. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Если в задаче (2.24) – (2.33) положить $q = 0$, $\omega = \text{const}$ и $\tau = \infty$, то в результате решения получившейся стационарной задачи для $\theta_j(r, \infty)$, $j = 1, 2, 3, 4$ легко выводится формула для вычисления реотеплофизического параметра μ / λ_{rr} , представляющего собой отношение

динамической вязкости μ ко второму диагональному компоненту λ_{rr} тензора теплопроводности

$$\frac{\mu}{\lambda_{rr}} = \frac{(R_4^2 - R_3^2)^2 \theta_\infty}{\omega^2 R_3^4 R_4^4 \left[\left(\frac{1}{R_4^2} - \frac{1}{R_3^2} \right) + \frac{2}{R_3^2} (\ln R_4 - \ln R_3) \right]}, \quad (2.64)$$

где $\theta_\infty = \theta_1(R_1, \infty) - \theta_4(R_4, \infty)$ – установившееся стационарное значение разности между температурой $\theta_1(R_1, \infty)$ внутреннего цилиндра в сечении радиуса $r = R_1$ и температурой внешнего цилиндра $\theta_4(R_4, \infty) = t_4(R_4, \infty) = 0$.

Аналогично, если в математической модели (2.24) – (2.33) положить $q = \text{const}$, $\omega = 0$, $\tau = \infty$, то в результате решения получившейся стационарной задачи для функции $T_j(r, \infty) = t_j(r, \infty) - \theta_j(r, \infty)$, $j = 1, 2, 3, 4$, легко выводится формула

$$\lambda_{rr} = \frac{\ln(R_4/R_3)}{\left\{ \frac{T_\infty}{qR_1} - \frac{\ln(R_2/R_1)}{\lambda_2} - \frac{\ln(R_3/R_2)}{\lambda_3} \right\}}, \quad (2.65)$$

позволяющая вычислить λ_{rr} по стационарной разности температур $T_\infty = T_1(R_1, \infty) - T_4(R_4, \infty) = t_1(R_1, \infty) - \theta_1(R_1, \infty)$.

2.2.3. Состав и алгоритм функционирования автоматизированной системы научных исследований

Рассмотренные в п. 2.2.1 методика проведения эксперимента и в п. 2.2.2 алгоритмы обработки экспериментальных данных являются довольно сложными. Без применения средств вычислительной техники реализовать эту методику и алгоритмы обработки информации практически невозможно. Поэтому, в целях повышения эффективности теплофизических измерений, была изготовлена автоматизированная система научных исследований (АСНИ) ТФХ [4, 8], которая обеспечивает автоматическое проведение всех операций эксперимента по определению ТФХ жидкостей: нагрев, измерение и регистрация температуры, анализ хода эксперимента, переход от второго к третьему этапу эксперимента, регистрация времени эксперимента, расчет ТФХ жидкостей.

В состав АСНИ ТФХ входят следующие функциональные блоки: измерительно-вычислительный комплекс (ИВК) на базе IBM-совместимого компьютера, имеющий в своем составе процессор, АЦП,

ЦАП, таймер, дисплей и печатающее устройство; измерительное устройство; блок согласования измерительного устройства с ИВК; блок питания; термостат жидкостный; электропривод постоянного тока.

Перед началом эксперимента проводят подготовительный этап согласно описанной ранее методике проведения эксперимента, поместив в зазор между цилиндрами B и H исследуемую жидкость.

Затем с клавиатуры ИВК вводят дату и время начала эксперимента, название исследуемой жидкости, скорость вращения внешнего цилиндра, после чего приводят во вращение при помощи электропривода постоянного тока внешний цилиндр с заданной угловой скоростью. С этого момента времени в память ИВК через АЦП поступает с интервалом времени $\Delta\tau_2$, задаваемым таймером, выходное напряжение измерительного моста U_i (см. рис. 2.5), по которому производится расчет разности $\theta_i = \theta_1(R_1, \tau_i)$ между температурой в коаксиальном цилиндрическом сечении радиусом R_1 и температурой внешнего цилиндра по формуле

$$\theta_i = mU_i, \quad (2.66)$$

где m – коэффициент пропорциональности между разностью температур θ_i и выходным напряжением измерительного моста U_i . На каждом шаге измерения производится расчет критерия: $\alpha_i = (\theta_i - \theta_{i-n})/\theta_i$, где θ_i – разность между температурой внешнего цилиндра и температурой внутреннего цилиндра в коаксиальном цилиндрическом сечении постоянного радиуса R_1 на последнем i -м шаге измерения; θ_{i-n} – разность между температурой внешнего цилиндра и температурой внутреннего цилиндра в коаксиальном сечении постоянного радиуса R_1 на $i-n$ шаге измерения, где n – постоянное целое число. Как только величина критерия α_i станет меньше или равной заранее заданной малой величины $\alpha_{\min 2}$, второй этап эксперимента заканчивается. При этом в памяти ИВК остаются все значения разностей температур θ_i , в том числе последнее значение разности температур $\theta_L = \theta_1(R_1, \infty) = \theta_\infty$, где L – номер последнего шага измерения.

На третьем этапе эксперимента подается постоянная электрическая мощность на нагреватель 5 (см. рис. 2.5). Начиная с этого момента времени, через интервал времени $\Delta\tau_3$ измеряются посредством АЦП значения выходного сигнала измерительного моста U_i и вычисляются по формуле (2.66) значения разности температур $t_i = t_1(R_1, \tau_i)$.

На каждом временном шаге при этом осуществляется вычисление разности температур $T_i = t_i - \theta_\infty$, а также вычисление критерия

$\alpha_i = (T_i - T_{i-n})/T_i$. Эксперимент заканчивается при выполнении условия $|\alpha_i| < \alpha_{\min 3}$.

На следующей стадии осуществляется обработка экспериментальных данных, хранящихся в оперативной памяти ИВК. При этом с использованием формулы Симпсона [28, 29] вычисляются значения интегральных характеристик для первого значения параметра преобразования Лапласа $p_1 = p$:

$$\theta_{13}^*(g_{11}, p) = \frac{\Delta\tau_2}{3} \left\{ \theta_0 + \theta_L \exp(-p\tau_L) + \sum_{i=1}^{L/2} [4\theta_{2i-1} \exp(-p\tau_{2i-1}) + 2\theta_{2i} \exp(-p\tau_{2i})] \right\} + \frac{\theta_L}{p} \exp(-p\tau_L),$$

а также значения интегральных характеристик $T_{13}^*(g_{11}, p_j)$ для двух значений параметра p_j ($j = 1, 2$) преобразования Лапласа:

$$T_{13}^*(g_{11}, p_j) = \frac{\Delta\tau_3}{3} \left\{ T_0 + T_k \exp(-p_j\tau_k) + \sum_{i=1}^{k/2} [4T_{2i-1} \exp(-p_j\tau_{2i-1}) + 2T_{2i} \exp(-p_j\tau_{2i})] \right\} + \frac{T_k}{p_j} \exp(-p_j\tau_k), \quad j=1,2,$$

где L, k – четные числа, совпадающие с номерами последних шагов измерений на 2 и 3 этапах эксперимента.

Затем по формуле (2.59) и в результате решения систем уравнений (2.55а), (2.56а), (2.57а), (2.58а) и (2.62) определяют значения $C_1(p_j) - C_8(p_j)$ и величину g . Значения искомых теплофизических свойств λ_{rr} и a_{rr} вычисляют по формулам (2.60), (2.63). Для контроля правильности полученных результатов дополнительно вычисляют величину λ_{rr} по формуле (2.65). Близость результатов, вычисленных по формулам (2.60) и (2.65), свидетельствует о достаточно хорошем качестве полученной экспериментальной информации.

После этого, с учетом измеренных значений λ_{rr} , a_{rr} и ранее известных значений $\lambda_1, a_1, \lambda_2, a_2, \lambda_3, a_3$, по формуле (2.47) и в результате решения системы уравнений (2.39а) – (2.42а) определяют значения $C_1(p)$, $C_3(p) - C_8(p)$ и M , а величину динамической вязкости μ вычисляют по формуле (2.49). С учетом уже измеренного значения λ_{rr} величину динамической вязкости можно найти из формулы (2.64). Отметим, что вычисляемый по формуле (2.64) комплексный реотеплофизический параметр μ/λ_{rr} представляет собой самостоятельный практический инте-

рес, так как именно этот параметр определяет величину стационарного повышения температуры жидкости при ее разогреве за счет вязкого трения при диссипации механической энергии вращения внешнего цилиндра.

2.2.4. Определение оптимальных значений параметров алгоритма обработки экспериментальных данных

Для ряда экспериментально измеренных температурных кривых $T_{13}(R_1, \tau)$ и $\theta_{13}(R_1, \tau)$, полученных при измерении коэффициента температуропроводности a и теплопроводности λ спирта, глицерина и воды, была выполнена работа с целью определения значений параметров $p_1 = p$ и $p_2 = kp$ преобразования Лапласа, при которых обеспечиваются наименьшие значения относительных погрешностей δa и $\delta \lambda$ определения искомых теплофизических характеристик по полученным экспериментальным данным.

С использованием известного значения удельной поверхностной мощности источника теплоты $q(\tau) = q = \text{const}$ и температурных кривых $T_{13}(R_1, \tau)$ и $\theta_{13}(R_1, \tau)$, полученных во время проведения экспериментов с тремя эталонными жидкостями (спирт, глицерин, дистиллированная вода), были рассчитаны относительные погрешности $\delta \lambda = \Delta \lambda / \lambda$ и $\delta a = \Delta a / a$ вычисления искомых теплофизических свойств λ и a .

При этом выяснилось, что величина относительных погрешностей δa существенно больше значений погрешностей $\delta \lambda$. По полученным данным на плоскости с координатами p и k были построены линии равных уровней погрешностей δa и $\delta \lambda$, приведенные на рис. 2.7.

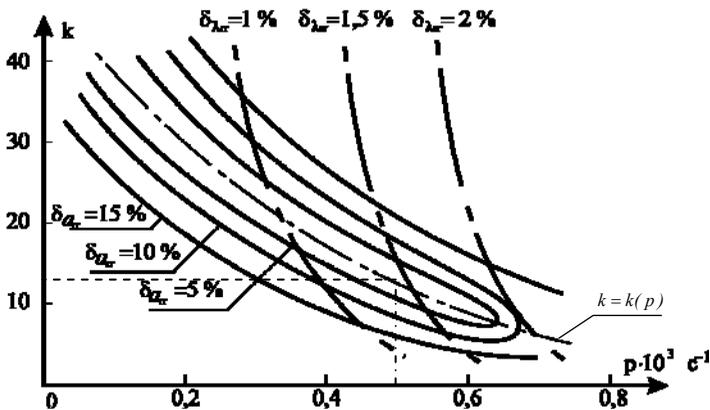


Рис. 2.7. Линии равных уровней относительных погрешностей δa и $\delta \lambda$ вычисления a и λ исследуемых жидкостей в плоскости параметров p и k

Для обеспечения минимальных значений относительных погрешностей δa измерения коэффициента температуропроводности a (при приемлемых величинах относительных погрешностей $\delta \lambda$ определения теплопроводности λ), значения параметров p и k следует выбирать на штрихпунктирной линии, представляющей собой график функции $k = k(p)$.

При практических расчетах, в том числе при вычислениях теплотехнических свойств эталонных жидкостей, использовали значения $p = 0,0005$ и $k = 12$, обеспечивающие получение наименьших погрешностей обработки экспериментальной информации.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что разброс экспериментально измеренных значений теплопроводности исследуемых жидкостей не превышает 2%. Разброс экспериментальных данных, полученных при измерении коэффициентов температуропроводности a , несколько больше и может достигать 5...7%. Поэтому наиболее достоверные данные о зависимости ТФХ жидкостей от скорости сдвига могут быть получены при измерении второго диагонального компонента λ_{rr} тензора теплопроводности Λ .

2.2.5. Результаты исследования зависимости вторых диагональных компонентов тензоров теплопроводности и температуропроводности растворов полимеров от скорости сдвига

С помощью описанной выше в п. 2.2.3 автоматизированной системы научных исследований ТФХ жидкостей (АСНИ ТФХ) с применением изготовленного измерительного устройства (см. п. 2.2.1) в виде двух коаксиально установленных цилиндров, внешний из которых может вращаться с постоянной угловой скоростью, была выполнена работа, посвященная экспериментальному измерению зависимости от скорости сдвига вторых диагональных компонентов тензоров теплопроводности и температуропроводности эпоксидной смолы, каучука и 7,5%-ного раствора полиоксиэтилена в воде.

Исследуемые растворы полимеров помещали в зазор между цилиндрами. Внешний цилиндр приводили во вращение с определенной угловой скоростью и осуществляли измерения искомых теплотехнических свойств в соответствии с методикой, рассмотренной в п. 2.2.1. Обработку экспериментальных данных производили в соответствии с алгоритмами, рассмотренными в п. 2.2.2. При вычислениях использовали значение параметра Лапласа $p = 0,0005$ и $k = 12$, обоснование выбора которых приведено в [2.2.4].

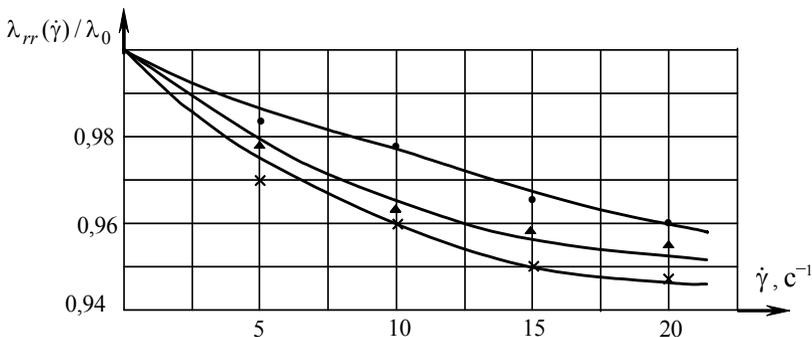


Рис. 2.8. График зависимости относительного изменения вторых диагональных компонентов $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})/\lambda_0$ тензора

теплопроводности от скорости сдвига $\dot{\gamma}$:

- – эпоксидная смола; ▲ – каучук «Структурол»;
- × – 7,5%-ный раствор полиоксипропилена в воде

Графики зависимости относительного изменения вторых диагональных компонентов $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})/\lambda_0$ тензора теплопроводности от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ приведены на рис. 2.8. Как и следовало ожидать, экспериментально измеренные значения объемной теплоемкости c_p исследуемых жидкостей не зависят от скорости сдвига. Поэтому зависимости относительных изменений $a_{rr}(\dot{\gamma})/a_0$ вторых диагональных компонентов тензора температуропроводности исследуемых материалов совпадают с зависимостями $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})/\lambda_0$, приведенными на рис. 2.8

Для описания экспериментально полученной зависимости $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})$ мы применили формулу, предложенную Ван ден Брюлем [4, 6 – 8, 166]:

$$\frac{\lambda_{rr}(\dot{\gamma})}{\lambda_0} = 1 - C + C\sqrt{2} / \sqrt{1 + \sqrt{1 + 4(\dot{\gamma}\tau_n)}} , \quad (2.67)$$

где C – постоянный коэффициент; $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига; τ_n – время релаксации.

В результате обработки данных, представленных на рис. 2.8, были определены значения C и τ_n , при которых формула (2.67) достаточно хорошо описывает результаты наших исследований. Результаты этих вычислений представлены в табл. 2.2.

2.2. Значения параметров C и τ_n формулы (2.67), аппроксимирующей экспериментальные данные, приведенные на рис. 2.7

| Параметры | Эпоксидная смола | Каучук «Структурол» | Раствор полиоксиэтилена в воде |
|-----------|------------------|---------------------|--------------------------------|
| C | 0,07246 | 0,07310 | 0,07480 |
| τ_n | 0,17789 | 0,30714 | 0,44551 |

Использованная нами методика измерения зависимости от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ вторых диагональных компонентов тензоров теплопроводности и температуропроводности в случае применения формулы (2.67) [186] позволяет определять еще один важный параметр вязкоэластичных жидкостей – время релаксации τ_n .

Максимальное значение измеряемой разности температур $\max T_1(R_1, \tau) = T_\infty$ на третьем этапе эксперимента находилось в пределах (3...5) °С при абсолютных погрешностях изменения температуры $\pm 0,02$ °С. Поэтому воспроизводимость измерения второго диагонального компонента тензора теплопроводности была такова, что результаты повторных измерений $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})$ при одной и той же скорости сдвига $\dot{\gamma}$ отличались друг от друга не более чем на 1...2%.

Из-за того, что вязкости исследуемых в эксперименте жидкостей были невелики, максимальные изменения измеряемой разности температуры $\max \theta_1(R_1, \tau) = \theta_\infty$ на втором этапе эксперимента не превышали величины 0,1...0,15 °С при абсолютных погрешностях измерения температуры $\pm 0,02$ °С. Поэтому результаты измерения динамической вязкости μ комплексного теплофизического параметра μ / λ_{rr} имели относительные погрешности в пределах 20...30 % и в работе не приведены.

Отметим, что выбор для исследования жидкостей, обладающих невысокой вязкостью, был обусловлен стремлением к тому, чтобы результаты измерения зависимости $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})$ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ как можно меньше зависели от снижения вязкости при возрастании среднеобъемной температуры исследуемой жидкости в ходе третьего этапа эксперимента. Для оценки снижения разности температуры $\max \theta_1(R_1, \tau) = \theta_\infty$ при разогреве исследуемой жидкости на третьем этапе эксперимента, нами была составлена программа для численного решения задачи (2.24) – (2.33). Контрольные вычисления с использованием этой программы показали, что для использованных нами жид-

костей величина разности $\max \theta_1(R_1, \tau) = \theta_\infty$ в условиях третьего этапа эксперимента из-за снижения вязкости уменьшается не более чем на $(0,01 \dots 0,02)^\circ\text{C}$. Это снижение температуры находится в пределах погрешностей измерения температур и поэтому при обработке экспериментальных данных может не учитываться.

С использованием программы для численного решения задачи (2.24) – (2.33) нами были вычислены значения температурных полей в измерительном устройстве при полученных значениях λ_{rr} и a_n . Сравнение с экспериментально измеренными значениями температур $t_{19}(R_1, \tau) = T_{19}(R_1, \tau) + \theta_\infty$ показало, что расхождение между вычисленными значениями температур и экспериментально измеренными значениями температур не превышает 1...3%.

Несмотря на то, что нами использована одномерная линейная математическая модель температурного поля измерительного устройства, получено хорошее согласование экспериментальных данных с результатами численного решения задачи (2.24) – (2.33).

Полученные экспериментальные данные подтверждают наличие зависимости вторых диагональных компонентов λ_{rr} и a_{rr} тензора теплопроводности Λ и тензора температуропроводности A от скорости сдвига $\dot{\gamma}$, гипотетически предсказанных в работах [4, 164 – 168, 186].

3. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ И КОНСТРУКЦИОННЫХ РАЗМЕРОВ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДАМИ ПЛОСКОГО «МГНОВЕННОГО» И ИМПУЛЬСНОГО ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОТЫ

3.1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ И РАЦИОНАЛЬНОГО КОНСТРУКЦИОННОГО РАЗМЕРА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ПЛОСКОГО «МГНОВЕННОГО» ИСТОЧНИКА ТЕПЛОТЫ

Целью изложенных ниже результатов является выбор оптимальных режимных параметров измерительных операций и конструктивных размеров устройства для проведения измерений комплекса теплофизических свойств вещества методом плоского «мгновенного» источника теплоты.

3.1.1. Физическая модель метода и устройства

На рисунке 3.1 приведена физическая модель устройства для осуществления метода плоского «мгновенного» источника теплоты.

При практической реализации рассматриваемого в данном параграфе метода на плоский нагреватель l подается короткий электрический импульс, за время действия которого в единице площади этого нагревателя выделяется количество теплоты Q_n . На практике длительность τ_n импульса приходится выбирать достаточно большой, чтобы с необходимой точностью зарегистрировать измеряемую температуру $T(x_0, \tau)$. Вопросы введения поправок на конечную длительность τ_n теплового импульса в приведенные ниже расчетные зависимости (3.2), (3.7а) рассмотрены в [5, 7, 26]. При условии, что длительность импульса $\tau_n < (0,05 \dots 0,1)\tau_{\max}$, т.е. много меньше промежутка времени до момента времени τ_{\max} достижения максимума на температурной кривой (рис. 3.2), эти поправки остаются достаточно небольшими [5, 7, 26], что позволяет использовать на практике рассматриваемый метод (без введения поправок).

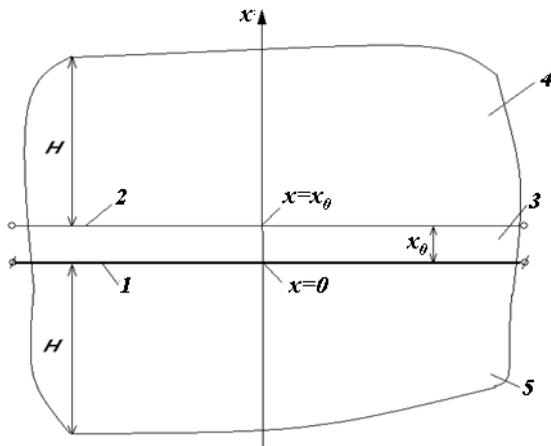


Рис. 3.1. Физическая модель устройства для реализации метода плоского «мгновенного» источника тепла [5, 7, 16]:

x_0 – расстояние между плоским нагревателем 1 и измерителем температуры 2; 3, 4, 5 – образцы исследуемого материала

3.1.2. Математическая модель и расчетные соотношения метода измерений

При построении математической модели рассматриваемого метода, использованной при выводе расчетных соотношений, были приняты следующие допущения и предположения.

1. Исследуемый теплоизоляционный материал является однородным и изотропным, в нем отсутствуют посторонние включения или полости (каверны).

2. Теплофизические свойства (коэффициент температуропроводности, объемная теплоемкость, теплопроводность) исследуемого теплоизоляционного материала не зависят от температуры и их можно считать постоянными.

3. Можно пренебречь геометрическим размером (толщиной) и собственной теплоемкостью плоского нагревателя, используемого для подвода постоянного количества теплоты Q_n к единице поверхности исследуемого материала при $x = 0$.

4. Первичный измерительный преобразователь (термопара) является достаточно тонкой для того, чтобы можно было пренебречь ее геометрическими размерами и ее собственной теплоемкостью.

5. Наиболее важные поверхности контакта составных частей (элементов), из которых набирается образец исследуемого материала, обработаны с высокой точностью с точки зрения обеспечения их малых отклонений от требуемой плоскостности.

6. Малые отклонения от плоскостности и обеспечение постоянной силы прижатия позволяют пренебречь тепловыми сопротивлениями на поверхностях контакта составных частей образца исследуемого материала между собой, а также с плоским нагревателем и с первичным измерительным преобразователем в виде термопары.

7. Продолжительность τ_n теплового импульса, обеспечивающего подвод постоянного количества теплоты Q_n к единице поверхности плоского нагревателя, установленного в исследуемом материале при $x = 0$, является достаточно малой, что позволяет пренебречь его длительностью и считать, что при $x = 0$ в момент времени $\tau = 0$ подействовал внутренний источник теплоты вида $Q_n \delta(\tau) \delta(x)$.

С учетом изложенных выше допущений и предположений, математическая модель метода плоского «мгновенного» источника теплоты записывается в виде краевой задачи теплопроводности [5,7]:

$$c\rho \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right] + Q_n \delta(\tau) \delta(x), \quad \tau > 0, \quad -\infty < x < +\infty;$$

$$T(x, 0) = T_0 = 0;$$

$$T(-\infty, \tau) = T(+\infty, \tau) = T_0 = 0,$$

где $T(x, \tau)$ – температура в точке с координатой x в момент времени τ ; c, ρ, λ – удельная теплоемкость, плотность и теплопроводность исследуемого вещества; T_0 – начальная температура вещества, принимаемая за начало температурной шкалы данного эксперимента ($T_0 = 0$); Q_n [Дж/м²] – количество тепла, выделившееся в единице поверхности плоского нагревателя; $\delta(\tau), \delta(x)$ – символические дельта-функции Ди-рака [5 – 7, 115].

Исходя из приведенной математической модели данного метода, можно получить решение, которое имеет следующий вид:

$$T(x, \tau) - T_0 = \frac{Q_n}{c\rho\sqrt{4\pi a\tau}} \exp\left[-\frac{x^2}{4a\tau}\right]. \quad (3.1)$$

В [5, 7, 18, 26, 44] показано, что определение температуропроводности обычно осуществляется с использованием формулы

$$a = \frac{x_0^2}{2\tau_{\max}}, \quad (3.2)$$

где τ_{\max} – момент времени, в который достигается максимальное значение температуры T_{\max} .

Использование формулы (3.2) приводит к большим погрешностям, поскольку сложно достаточно точно определить значение момента времени τ_{\max} . Попробуем определить такие моменты времени τ' и τ'' , используя которые (см. рис. 3.2), можно минимизировать погрешность определения теплопроводности.

Для этого измерим в точке с координатой x изменение во времени τ температуры $T(x, \tau) - T_0$ и зарегистрируем эту кривую (рис. 3.2).

Введем безразмерную переменную $z = \frac{x^2}{4a\tau}$. Тогда решение (3.1)

примет вид

$$\begin{aligned} T(x, \tau) - T_0 &= \frac{Q_n}{c\rho\sqrt{4\pi a\tau}} \exp\left[-\frac{x^2}{4a\tau}\right] = \\ &= \frac{Q_n}{c\rho\sqrt{\pi x^2 \frac{4a\tau}{x^2}}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) = \frac{Q_n\sqrt{z} \exp(-z)}{c\rho \cdot x\sqrt{\pi}}, \end{aligned}$$

где $c\rho = \frac{\lambda}{a}$ – объемная теплоемкость исследуемого материала.

Введем переменный параметр

$$\beta = \frac{T(r, \tau) - T_0}{T_{\max} - T_0}, \quad (3.3)$$

где T_0 – начальная температура исследуемого вещества, условно принимаемая за начало температурной шкалы в каждом эксперименте; T_{\max} – максимальное значение температуры, достигаемое в ходе эксперимента в момент времени τ_{\max} .

Запишем решение (3.10) для момента времени $\tau' = \tau'(\beta)$:

$$T(x, \tau') - T_0 = \frac{Q_n \sqrt{z(\tau'(\beta))} \exp(-z(\tau'(\beta)))}{c\rho \cdot x\sqrt{\pi}}. \quad (3.1a)$$

Для момента времени $\tau = \tau_{\max}$, когда, согласно [5, 7], $z|_{\tau_{\max}} = \frac{1}{2}$,

получаем

$$T(x, \tau_{\max}) - T_0 \equiv T_{\max} - T_0 = \frac{Q_n \sqrt{\frac{1}{2}} \exp(-\frac{1}{2})}{c\rho \cdot x\sqrt{\pi}} = \frac{Q_n}{c\rho \cdot x\sqrt{2\pi e}}. \quad (3.1b)$$

Поделив (3.1а) на (3.1б), получаем

$$\beta = \frac{T(x, \tau'(\beta)) - T_0}{T_{\max} - T_0} = z \frac{1}{2} \exp[-z] \sqrt{2e}. \quad (3.4)$$

Преобразовав выражение (3.4), получаем уравнение

$$\sqrt{z} \cdot \exp(-z) = \frac{\beta}{\sqrt{2e}}. \quad (3.5)$$

Обозначим $z' = z(\tau'(\beta))$ и $z'' = z(\tau''(\beta))$ соответственно больший и меньший корни уравнения (3.5). После преобразований легко получаем формулы для вычисления искомой температуропроводности a по экспериментально измеренным значениям моментов времени τ' и τ'' :

из $z' = z(\tau'(\beta)) = \frac{x^2}{4a\tau'}$ следует, что

$$a = \frac{x^2}{4z'\tau'}, \quad (3.6)$$

а из $z'' = z(\tau''(\beta)) = \frac{x^2}{4a\tau''}$ следует, что

$$a = \frac{x^2}{4z''\tau''}, \quad (3.6а)$$

где τ' и τ'' – меньший и больший моменты времени, соответствующие большему z' и меньшему z'' корням уравнения (3.5), при которых достигается заданное значение параметра β , определенное формулой (3.3).

Для вычисления объемной теплоемкости c_p на основе зависимости (3.1а) легко получается формула

$$c_p = \frac{Q_n \sqrt{z(\tau'(\beta))} \exp(-z(\tau'(\beta)))}{[T(x, \tau'(\beta)) - T_0] x \sqrt{\pi}}, \quad (3.7)$$

которая при $z|_{\tau_{\max}} = \frac{1}{2}$, с учетом (3.1б) принимает вид

$$c_p = \frac{Q_n}{[T_{\max} - T_0] x \sqrt{\pi}}, \quad (3.7а)$$

3.1.3. Вывод соотношений для вычисления погрешностей

По методике, описанной в [4 – 8, 12 – 16, 179], легко получить выражение для вычисления погрешностей для случая определения (вычисления) температуропроводности по формулам (3.6) и (3.6а).

На основании (3.6) получено следующее выражение:

$$\delta a = \sqrt{4(\delta x)^2 + (\delta z')^2 + (\delta \tau')^2}, \quad (3.8)$$

где $\delta a = \frac{\Delta a}{a}$ – среднеквадратическая оценка относительной погрешности

измерения температуропроводности, $\delta x = \frac{\Delta x}{x}$ – относительная погрешность

определения расстояния x между нагревателем и измерителем

температуры, $\delta z' = \frac{\Delta z'}{z'}$ – относительная погрешность определения

величины z' ; $\delta \tau' = \frac{\Delta \tau'}{\tau'}$ – относительная погрешность определения

момента времени τ' ; $\Delta a, \Delta x, \Delta z', \Delta \tau'$ – абсолютные погрешности измерения (определения) величин a, x, z', τ' .

Определим составляющую погрешности $\delta z'$

$$\delta z' \approx \frac{dz'}{z'} = \frac{1}{z'} \frac{dz'}{d\beta} d\beta \approx \frac{1}{z'} \frac{dz'}{d\beta} \Delta \beta.$$

Аналогично определим абсолютную погрешность $\Delta \beta$ по методике, изложенной в [4 – 9, 163]. Учитывая, что β рассчитывается по формуле (2.3), получаем

$$\Delta \beta = \beta \sqrt{\delta^2 (T(x, \tau') - T_0) + \delta^2 (T_{\max} - T_0)}, \quad (3.9)$$

$$\delta(T(x, \tau') - T_0) = \frac{\Delta(T(x, \tau') - T_0)}{T(x, \tau') - T_0}, \quad \delta(T_{\max} - T_0) = \frac{\Delta(T_{\max} - T_0)}{T_{\max} - T_0},$$

где относительные погрешности измерений разностей температур $\delta(T(x, \tau') - T_0)$ и $\delta(T_{\max} - T_0)$.

Предполагая, что $\Delta(T(x, \tau') - T_0) = \Delta(T_{\max} - T_0) = \Delta T$, после преобразования (3.9) получаем

$$\Delta \beta = \beta \cdot \delta(T_{\max} - T_0) \cdot \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + 1}, \quad (3.9a)$$

откуда следует

$$\delta z' = \frac{1}{z'(\beta)} \frac{dz'(\beta)}{d\beta} \cdot \beta \cdot \delta T_{\max} \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + 1},$$

где использовано обозначение $\delta T_{\max} \equiv \delta(T_{\max} - T_0)$.

Повторив изложенное выше, легко получаем, что

$$\delta z'' = \frac{1}{z''(\beta)} \frac{dz''(\beta)}{d\beta} \cdot \beta \cdot \delta T_{\max} \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + 1}.$$

Определим входящую в (3.8) составляющую $\delta\tau'$, поскольку ясно, что эта составляющая не представляет собой просто число, а изменяется во времени даже при постоянной абсолютной погрешности ΔT измерения температуры.

Погрешности определения моментов времени τ_{\max} , τ' и τ'' связаны не только непосредственно с измерением времени (см. рис. 3.2). Рисунок 3.2 наглядно иллюстрирует следующее. В реальных условиях эксперимента пик кривой, соответствующий максимуму температуры, заметно зашумлен и поэтому существенно размыт. Если определение значения максимальной температуры T_{\max} можно

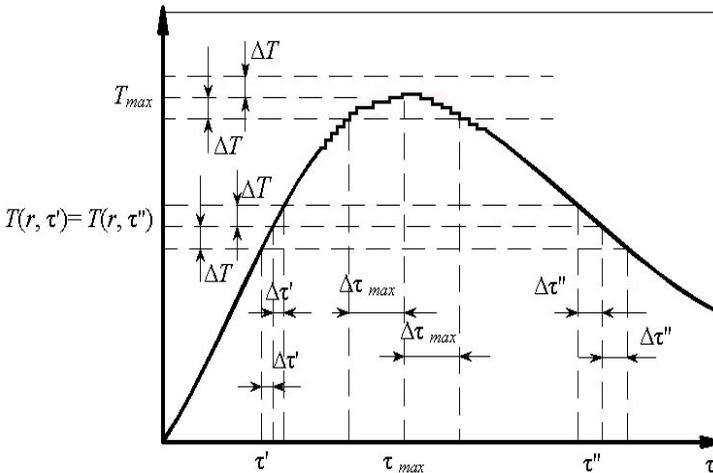


Рис. 3.2. Изменение во времени τ температуры $[T(x, \tau) - T_0]$ в плоскости с координатой x и иллюстрация неопределенности абсолютной погрешности $\Delta\tau$ определения времени при постоянной абсолютной погрешности ΔT измерения температуры

провести достаточно точно, то соответствующий момент времени τ_{\max} определяется с заметно большей погрешностью $\Delta\tau_{\max}$.

Определение моментов времени τ' и τ'' осуществляется через определение температуры, поэтому погрешность определения этих моментов времени можно выразить через погрешность определения температуры. Учитывая, что

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} \approx \frac{\Delta T}{\Delta \tau}, \text{ получаем } \Delta\tau' \approx \frac{\Delta T}{\left(\frac{\partial T(x, \tau(\beta))}{\partial \tau} \right) \Big|_{\tau=\tau'}}, \quad (3.10)$$

$$\Delta\tau'' \approx \frac{\Delta T}{\left(\frac{\partial T(x, \tau(\beta))}{\partial \tau} \right) \Big|_{\tau=\tau''}}. \quad (3.10a)$$

Из формулы (3.10) следует, что абсолютная погрешность $\Delta\tau'$ определения момента времени τ' , зависит от абсолютной погрешности ΔT измерения температуры $T(x, \tau'(\beta))$ и от производной $\left(\frac{\partial T(x, \tau(\beta))}{\partial \tau} \right)$ в момент времени τ' . При этом значения производной $\left(\frac{\partial T(x, \tau(\beta))}{\partial \tau} \right)$ и погрешности $\Delta\tau'(\beta)$ зависят от выбора конкретного

значения безразмерного параметра $\beta = \frac{T(x, \tau') - T_0}{T_{\max} - T_0}$, представляющего

собой отношение разностей температур $(T(x, \tau') - T_0)$ и $(T_{\max} - T_0)$.

Если предположить, что абсолютные погрешности измерения температур $\Delta(T_{\max} - T_0) = \Delta(T(x, \tau') - T_0) = \Delta T = \text{const}$ остаются постоянными, то с учетом (3.10) получим соотношения:

$$\frac{\Delta\tau'}{\tau'} = \delta\tau' = \frac{\Delta T}{\tau' \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right) \Big|_{\tau'}} = \frac{(T_{\max} - T_0) \cdot \delta T_{\max}}{\tau' \left(\frac{\partial T(x, \tau(\beta))}{\partial \tau} \right) \Big|_{\tau=\tau'}}, \quad (3.10б)$$

$$\frac{\Delta\tau''}{\tau''} = \delta\tau'' = \frac{\Delta T}{\tau'' \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right) \Big|_{\tau''}} = \frac{(T_{\max} - T_0) \cdot \delta T_{\max}}{\tau'' \left(\frac{\partial T(x, \tau(\beta))}{\partial \tau} \right) \Big|_{\tau=\tau''}},$$

где принято во внимание, что $\Delta T = (T_{\max} - T_0) \cdot \delta T_{\max}$.

Значения производных $\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau}$ для моментов времени τ' и τ''

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial [T(x, \tau') - T_0]}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau'} &= \frac{Q_n}{c\rho x \tau' \sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{4a\tau}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) \left(\frac{x^2}{4a\tau} - \frac{1}{2}\right) = \\ &= \frac{Q_n \sqrt{z'} \exp(-z') \left(z' - \frac{1}{2}\right)}{c\rho x \tau' \sqrt{\pi}}; \\ \left. \frac{\partial [T(x, \tau'') - T_0]}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau''} &= \frac{Q_n \sqrt{z''} \exp(-z'') \left(z'' - \frac{1}{2}\right)}{c\rho x \tau'' \sqrt{\pi}}, \end{aligned}$$

а для момента времени τ_{\max} , когда $z|_{\tau_{\max}} = \frac{1}{2}$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_{\max}} &= 0, \\ T_{\max} - T_0 &= \frac{Q_n}{c\rho \cdot x \sqrt{2\pi e}}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

С учетом (3.16) получаем

$$\begin{aligned} \frac{T_{\max} - T_0}{\left. \frac{\partial [T(x, \tau') - T_0]}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau'}} &= \frac{\tau' \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\pi e} \sqrt{z'} \exp(-z') \left(z' - \frac{1}{2}\right)} = \\ &= \frac{\tau'}{\sqrt{2e} \sqrt{z'(\beta)} \exp(-z'(\beta)) \left(z'(\beta) - \frac{1}{2}\right)}; \end{aligned}$$

$$\delta\tau' = \frac{\Delta\tau'}{\tau'} = \frac{(T_{\max} - T_0) \delta T_{\max}}{\tau' \left. \frac{\partial [T(x, \tau') - T_0]}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau'}} = \frac{\delta T_{\max}}{\sqrt{2e} \sqrt{z'(\beta)} \exp(-z'(\beta)) \left(z'(\beta) - \frac{1}{2}\right)}.$$

Действуя аналогично, получаем

$$\delta\tau'' = \frac{\Delta\tau''}{\tau''} = \frac{(T_{\max} - T_0) \delta T_{\max}}{\tau'' \left. \frac{\partial [T(x, \tau'') - T_0]}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau''}} = \frac{\delta T_{\max}}{\sqrt{2e} \sqrt{z''(\beta)} \exp(-z''(\beta)) \left(z''(\beta) - \frac{1}{2}\right)}.$$

В итоге получаем следующие формулы:

$$\begin{aligned}
 (\delta\alpha)' &= \sqrt{4(\delta x)^2 + \left[\frac{\delta T_{\max}}{\sqrt{2e}\sqrt{z'(\beta)} \exp(-z'(\beta)) \left(z'(\beta) - \frac{1}{2} \right)} \right]^2} + \\
 &\quad \sqrt{\left[\frac{1}{z'(\beta)} \frac{dz'(\beta)}{d\beta} \beta \right]^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta^2} \right) (\delta T_{\max})^2}; \\
 (\delta\alpha)'' &= \sqrt{4(\delta x)^2 + \left[\frac{\delta T_{\max}}{\sqrt{2e}\sqrt{z''(\beta)} \exp(-z''(\beta)) \left(z''(\beta) - \frac{1}{2} \right)} \right]^2} + \\
 &\quad \sqrt{\left[\frac{1}{z''(\beta)} \frac{dz''(\beta)}{d\beta} \beta \right]^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\beta^2} \right) (\delta T_{\max})^2}.
 \end{aligned}$$

По аналогии с изложенным выше, на основе формулы (3.7) была получена зависимость для вычисления среднеквадратической оценки относительной погрешности измерения объемной теплоемкости

$$(\delta c_p)' = \sqrt{(\delta Q_n)^2 + (\delta x)^2 + (\delta [T(x, \tau') - T_0])^2 + \left(\frac{1}{2z'(\beta)} \frac{dz'}{d\beta} \beta \right)^2 + \left(\frac{dz'}{d\beta} \beta \right)^2}.$$

Принимая во внимание, что $\delta\beta = \frac{\Delta\beta}{\beta} = \delta T_{\max} \sqrt{\frac{1}{\beta^2} + 1}$,

а $\delta [T(x, \tau') - T_0] = \frac{\delta T_{\max}}{\beta}$, получаем, что

$$\begin{aligned}
 (\delta c_p)' &= \sqrt{(\delta Q_n)^2 + (\delta x)^2 +} \\
 &\quad \sqrt{(\delta T_{\max})^2 \cdot \left[\frac{1}{\beta^2} + (1 + \beta^2) \cdot \left(\frac{dz'}{d\beta} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4(z')^2} + 1 \right) \right]}, \quad (3.11)
 \end{aligned}$$

где δQ_n – относительная погрешность измерения количества теплоты Q_n , которое мгновенно выделяется в единице площади плоского нагревателя; δT_{\max} – относительная погрешность измерения разности темпе-

ратур ($T_{\max} - T_0$); δx – относительная погрешность измерения расстояния x между плоским нагревателем 1 и измерителем температуры 2, представленных на рис. 3.1.

3.1.4. Оценка погрешностей измерений, выбор оптимальных режимных параметров метода и рационального контрольного размера измерительного устройства

По полученным формулам были рассчитаны среднеквадратичные погрешности (см. рис. 3.3 и 3.4) для различных значений β , Q_n, x и выбраны оптимальные параметры, обеспечивающие наименьшую погрешность.

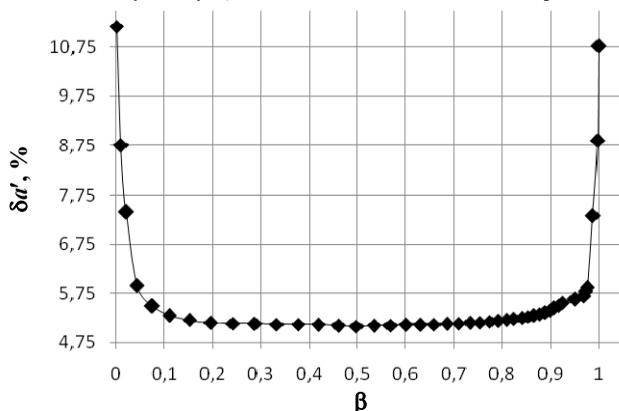


Рис. 3.3. Зависимость относительной погрешности измерения температуропроводности $\delta\alpha'$ от значения β для $Q_n = 55\,000 \text{ Вт}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ и $x = 4 \text{ мм}$

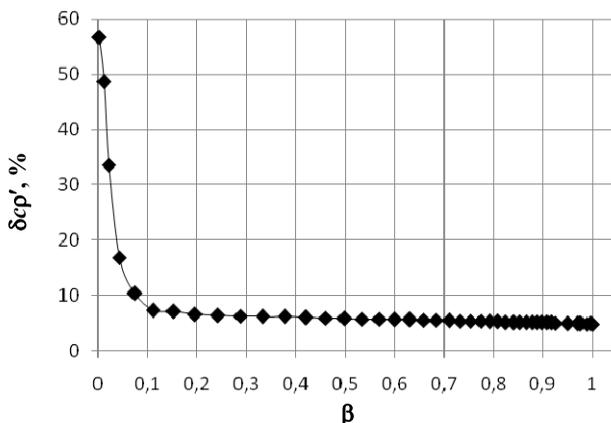


Рис. 3.4. Зависимость относительной погрешности измерения объемной теплоемкости $\delta(c_p')$ от значения β для $Q_n = 55\,000 \text{ Вт}\cdot\text{с}/\text{м}^2$ и $x = 4 \text{ мм}$

При выполнении расчетов были использованы следующие значения: $a = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $c_p = 1\,625\,000 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$, $Q_n = 55\,000 \text{ Вт} \cdot \text{с}/\text{м}^2$, $\Delta Q_n = 550 \text{ Вт} \cdot \text{с}/\text{м}^2$, $x = 2 \dots 8 \text{ мм}$, $\Delta x = 0,1 \text{ мм}$, $\Delta T_{\max} = 0,01 \text{ }^\circ\text{С}$. Примеры зависимости среднеквадратических погрешностей $\delta a'$, $\delta(c_p)$ от параметра β при $x = 4 \text{ мм}$ и $Q_n = 55\,000 \text{ Вт} \cdot \text{с}/\text{м}^2$ приведены на рис. 3.3, 3.4.

Как видно из графика, приведенного на рис. 3.3, оптимальные значения β (для измерения температуропроводности a) находятся в диапазоне $0,3 \dots 0,6$. После проведения расчетов при изменении β с шагом $0,001$ было определено минимальное значение погрешности и соответствующее ему значение β , равные [16]:

$$\delta a' = 5,08\% \text{ при } \beta = 0,498 \approx 0,5.$$

В процессе выполнения данного исследования стало очевидно, что наряду с выбором оптимального значения параметра $\beta = \beta_{\text{опт}} \approx 0,5$, следует определить величину расстояния x , при котором погрешность измерения температуропроводности будет минимальной. В рамках второй части данного исследования были рассчитаны значения погрешностей измерения коэффициентов температуропроводности при значениях расстояния x из диапазона $2 \text{ мм} < x < 8 \text{ мм}$.

В результате были построены линии равных уровней погрешностей измерения температуропроводности a и объемной теплоемкости c_p в плоскости с координатами β и x , представленные на рис. 3.5.

Из материалов, изложенных в данном параграфе, следует, что минимальное значение относительных среднеквадратических погрешностей δa измерения температуропроводности достигается при $\beta = 0,498 \approx 0,5$, $x = 5,5 \text{ мм}$, причем, приемлемые значения погрешностей имеют место при $0,35 < \beta < 0,65$ и $5 \text{ мм} < x < 6,5 \text{ мм}$.

* * *

Для минимизации среднеквадратических погрешностей $\delta(c_p)$ измерения объемной теплоемкости c_p ее нужно измерять в тот момент времени, когда температура достигает максимума, т.е. при $\beta = 1$. Тогда при $Q_n = 55\,000 \text{ Вт} \cdot \text{с}/\text{м}^2$, $x = 5,5 \text{ мм}$ и $\Delta x = 0,1 \text{ мм}$, $\Delta T_{\max} = 0,01 \text{ К}$, $\Delta Q_n = 550 \text{ Вт} \cdot \text{с}/\text{м}^2$, получаем $\delta(c_p)_{\min} = 4,66\%$ при $\beta = 1$ и $x_{\text{опт}} = 5,5 \text{ мм}$.

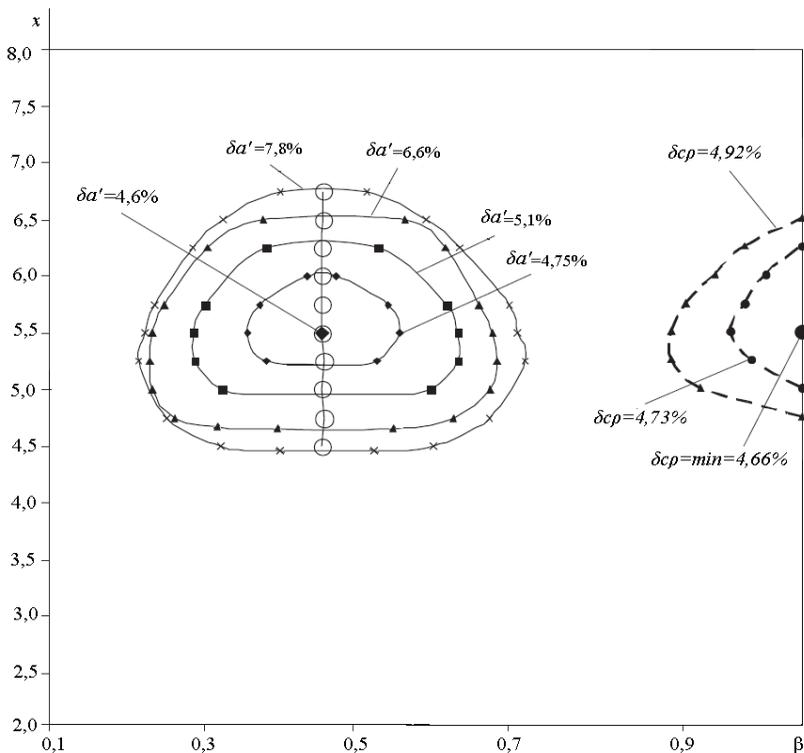


Рис. 3.5. Линии равных уровней погрешностей измерения температуропроводности a и объемной теплоемкости c_p (при использовании метода плоского «мгновенного» источника тепла) [16]

3.1.5. Порядок осуществления основных измерительных операций разработанного метода плоского «мгновенного» источника теплоты

При экспериментальном измерении теплофизических свойств (с применением предлагаемого метода плоского «мгновенного» источника теплоты) измерительные операции осуществляют в следующем порядке:

1) из исследуемого материала изготавливается образец, состоящий из трех составных частей в виде плоских пластин: а) центральная пластина с геометрическим размером (толщиной) x_0 ; б) вторая (нижняя) и третья (верхняя) пластины, толщина L_2 и L_3 которых не менее чем в 10 раз превышает толщину x_0 центральной пластины;

2) измеряют геометрический размер x_0 центральной пластины.

3) плоский электрический нагреватель размещают между нижней (второй) пластиной толщиной L_2 и центральной пластиной толщиной x_0 , а первичный измерительный преобразователь (термопара) – между центральной и верхней (третьей) пластиной толщиной L_3 ;

4) на подготовительной стадии эксперимента с использованием первичного измерительного преобразователя контролируют температуру исследуемого образца и после достижения постоянного значения этой контролируемой температуры в плоскости контакта между центральной и верхней пластинами образца принимают решение о возможности перейти к активной стадии эксперимента;

5) в момент $\tau = 0$ начала активной стадии регистрируют начальное значение температуры $T_0 = T(x_0, 0)$, затем на плоский нагреватель подают напряжение питания, обеспечивая подвод постоянной сложности P , а в момент времени $\tau = \tau_n$ напряжение питания нагревателя отключают;

6) с постоянным шагом $\Delta\tau$ во времени измеряют и регистрируют значения температур $T_i = T(x_0, \tau_i)$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$, соответствующие моментам времени $\tau_i = \tau_{i-1} + \Delta\tau (\tau_0 = 0)$;

7) на каждом шаге эксперимента сравнивают текущее значение температуры T_i с предыдущим T_{i-1} и определяют максимальное значение температуры $T_{\max} = T(x_0, \tau_{\max})$;

8) после начала снижения фактических значений температуры проверяют критерий окончания активной стадии:

$$\beta_i = \frac{T_i - T_0}{T_{\max} - T_0} \leq \alpha,$$

где α – наперед заданное значение этого критерия из диапазона $0,9 \leq \alpha \leq 0,99$;

9) после снижения фактического значения отношения разностей температур $\beta_i \leq \alpha$, активная стадия эксперимента завершается;

10) в процессе обработки по зарегистрированным экспериментальным данным в виде пар значений моментов времени τ_i и соответствующих им температур

$$T_i, i = 1, 2, \dots, k,$$

где k – номер последнего шага измерений на активной стадии эксперимента, определяют значение τ' момента времени, соответствующее оптимальному значению безразмерного параметра $\beta_{\text{опт}} = 0,498 \approx 0,5$, а искомые теплофизические свойства исследуемого материала вычисляют по формулам (3.6), (3.7а) и $\lambda = a\sigma\rho$;

11) полученные значения искомых теплофизических свойств записываются в базу данных, а при необходимости, печатается протокол измерения.

3.2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ЛОГАРИФМИРОВАНИЯ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ПЛОСКОГО «МГНОВЕННОГО» ИСТОЧНИКА ТЕПЛОТЫ

3.2.1. Математическое моделирование погрешностей измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов методом плоского «мгновенного» источника теплоты

Одним из перспективных направлений в создании новых и модернизации существующих методов и средств измерений теплофизических свойств (ТФС) теплоизоляционных материалов является использование различных вариантов методик осуществления так называемых методов «мгновенных» источников теплоты (влаги) [5, 7, 9, 15, 16 – 18, 26, 32, 83, 115].

Одним из существенных недостатков используемых методик осуществления методов «мгновенных» источников теплоты (влаги) является то, что при обработке экспериментальных данных чаще всего используется информация, полученная в процессе опыта в один из моментов времени. Ниже определены условия оптимального осуществления методики обработки данных, предусматривающие использование информации, полученной в большом числе экспериментальных точек.

3.2.2. Физическая модель измерительного устройства и математическая модель температурного поля в образце исследуемого материала

При осуществлении измерений методом плоского «мгновенного» источника теплоты используют измерительную ячейку (рис. 3.6), состоящую из трех пластин 3, 4, 5, между которыми установлены плоский нагреватель 1 и первичный измерительный преобразователь 2, размещенные на расстоянии x_0 друг от друга.

Математическая модель температурного поля в образце (рис. 3.1) имеет вид [5, 7]

$$T(x, \tau) - T_0 = \frac{Q_n}{c\rho\sqrt{4\pi a\tau}} \exp\left[-\frac{x^2}{4a\tau}\right], \quad (3.12)$$

проиллюстрированный на рис. 3.2.

Традиционные методы измерения предусматривают [5,7] определение либо момента времени τ_{\max} , соответствующего достижению максимального значения разности температур $[T(x, \tau_{\max}) - T_0] = T_{\max} - T_0$

с последующим вычислением коэффициента температуропроводности и других свойств, либо момента времени τ' , когда эта разность температур принимает значение, близкое к половине от максимального значения. Недостатком традиционных методик является то, что обработка данных, полученных в эксперименте, проводится, по существу, по одной точке (полученной в один из моментов времени) и случайные погрешности измерения из-за этого могут быть достаточно большими.

3.2.2.1. РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ МЕТОДА ПЛОСКОГО «МГНОВЕННОГО» ИСТОЧНИКА ТЕПЛОТЫ

Преобразуем зависимость (3.12) к виду [5, 7, 18, 180]

$$\frac{[T(x, \tau) - T_0] \cdot \sqrt{4\pi\tau}}{Q_{II}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{ср}}} \cdot \exp\left[-\frac{x^2}{4a} \cdot \frac{1}{\tau}\right]$$

или

$$y = y_0 \exp\left(-\frac{x^2}{4a} \cdot \frac{1}{\tau}\right), \quad (3.13)$$

где

$$y = \frac{[T(x, \tau) - T_0] \cdot \sqrt{4\pi\tau}}{Q_{II}}, \quad y_0 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_{ср}}}.$$

После логарифмирования (3.13) получаем

$$\ln y = \ln y_0 - \frac{x^2}{4a} \cdot \frac{1}{\tau} = \ln y_0 - m \cdot z, \quad (3.14)$$

где $z = \frac{1}{\tau}$.

Если после проведения эксперимента рассчитать значения y и $z = \frac{1}{\tau}$, а затем на плоскости построить точки с координатами $(z, \ln y)$ и соединить их между собой, то получим график, представленный на рис. 3.6

Очевидно, что точки 1 и 2 не лежат на прямой линии из-за погрешностей измерений температурных разностей $[T(x, \tau) - T_0]$, т.е. при обработке экспериментальных данных эти точки следует отбросить.

Значения $\ln y_0$ и $m = |\operatorname{tg} \alpha|$ зависимости (3.14) находим путем аппроксимации экспериментальных данных (рис. 3.6) уравнением прямой линии

$$U = U_0 - m \cdot z, \quad (3.15)$$

где $U = \ln y$, $U_0 = \ln y_0$ и $m = |\operatorname{tg} \alpha|$.

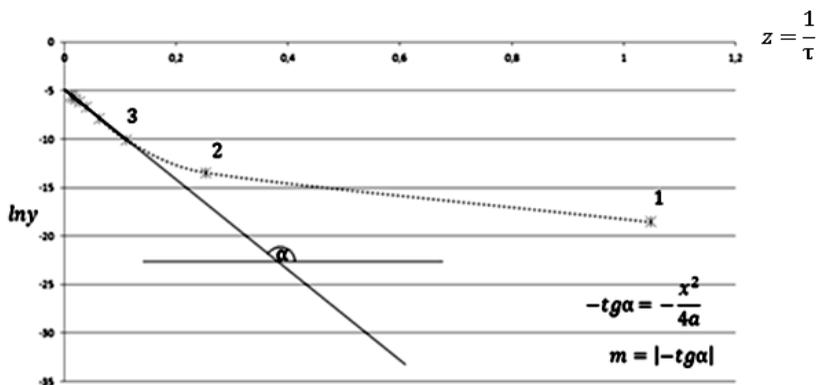


Рис. 3.6. Зависимость (3.26), построенная по экспериментальным данным

После определения параметров $U_0 = \ln y_0$ и $m = |tg \alpha|$ зависимости (3.15), например, методом наименьших квадратов [115], искомые ТФС вычисляют по формулам:

$$a = \frac{x^2}{4m}; \quad (3.16a)$$

$$b = \sqrt{\lambda c p} = e^{-\ln y_0}; \quad (3.16б)$$

$$c p = \frac{b}{\sqrt{a}}; \quad (3.16в)$$

$$\lambda = a c p. \quad (3.16г)$$

Именно эти физические величины λ , $c p$, a , b наиболее часто используют на практике для характеристики теплоизоляционных свойств веществ, материалов и изделий.

3.2.2.2. ПРОЦЕДУРА ИМИТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ С ЦЕЛЬЮ ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для выбора оптимальных условий осуществления методики (алгоритма) обработки экспериментальных данных был использован метод имитационного математического моделирования погрешностей измерения искомых теплофизических свойств (ТФС). При этом были использованы значения ТФС полиметилметакрилата [18, 22, 31, 83], приведенные в табл. 3.1.

3.1. Значение теплофизических свойств полиметилметакрилата [18, 22, 31, 83]

| № | Наименование теплофизического свойства | Значение ТФС |
|---|--|--|
| 1 | Теплопроводность | $\lambda = 0,196 \cdot \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ |
| 2 | Объемная теплоемкость | $c_p = 1,85 \cdot 10^6 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$ |
| 3 | Коэффициент температуропроводности | $a = 1,06 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ |
| 4 | Коэффициент тепловой активности | $b = \sqrt{\lambda c_p} = 602,024 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{с}^{0,5})$ |

Использованная в работе процедура имитационного математического моделирования погрешностей измерения ТФС включает в себя выполнение рассмотренных ниже действий.

3.2.3. Формирование массива загрубленных данных, используемого вместо экспериментальной информации

1. С учетом приведенных выше известных ТФС полиметилметакрилата с постоянным шагом Δt во времени при заданных значениях:

– расстояния x от плоского нагревателя l до места измерения температуры термопарой 2;

– количества теплоты $Q_{\text{п}}$, выделившегося в единице поверхности плоского нагревателя l , рассчитывали значения разностей температур $[T(x, \tau) - T_0]$. Полученные результаты расчета точных значений τ и $[T(x, \tau) - T_0]_{\text{т}}$ (при $x = 5 \text{ мм}$, $a = 1,06 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $b = 602,024 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{К} \cdot \text{с}^{0,5})$, $\Delta t = 5 \text{ с}$, $Q_{\text{п}} = 55 \text{ 000 Дж}/\text{м}^2$) приведены во втором и третьем столбцах табл. 3. 2.

2. Путем округления расчетных точных значений разностей температур $[T(x, \tau) - T_0]_{\text{т}}$ с применением разработанной для этой цели процедуры вычисляли загрубленные значения разностей температур $[T(x, \tau) - T_0]_{\text{з}}$, приведенные в 4 столбце табл. 3.2. Это округление выполняли для того, чтобы осуществить имитацию погрешностей измерения температур, всегда имеющих место при осуществлении эксперимента.

Примечание.

При выполнении данного имитационного исследования для внесения относительных погрешностей величиной E , %, в имеющиеся точные исходные данные разностей температур $[T(x, \tau_i) - T_0]_T$ использовали следующий подход:

а) путем перебора имеющегося массива точных данных $[T(x, \tau_i) - T_0]_T = T_i - T_0$, рассчитанных по формуле (4), определяли максимальное значение разности температур $[T(x, \tau_i) - T_0]_T = [T_{\max} - T_0]$, а в качестве закругленного значения этой разности температур принимали значение $[T_{\max} - T_0]_3 = [T_{\max} - T_0] \left(1 + \frac{E}{100}\right)$;

б) путем деления каждого значения элемента массива $[T(x, \tau_i) - T_0]_T$ на величину $E [T_{\max} - T_0]_3$ вычисляли значения вспомогательного массива

$$\theta_i = \frac{[T(x, \tau_i) - T_0]_T}{E \cdot [T_{\max} - T_0]_3}, \text{ изменяющиеся в диапазоне } 0 \leq \theta_i \leq \left(1 - \frac{E}{100}\right);$$

в) округляли полученные значения θ_i до двух значащих цифр после запятой и получали массив закругленных значений $[\theta_i]_3$, отличающийся от значений θ_i вспомогательного массива на величину относительной погрешности порядка E , %;

г) умножали значения массива закругленных данных $[\theta_i]_3$ на величину $E [T_{\max} - T_0]_3$ и получали значения элементов массива $[T_{\max} - T_0]_3 = [\theta_i]_3 \cdot E \cdot [T_{\max} - T_0]_3$, также отличающиеся на относительную погрешность порядка E , % от значений исходных точных данных $[T(x, \tau_i) - T_0]_T$.

3. По данным столбцов 2, 3 и 4 вычисляли значения величин $z = \frac{1}{\tau}$, $y_T = \frac{[T(x, \tau) - T_0]_T \cdot \sqrt{4\pi\tau}}{Q_{\Pi}}$ и $y_3 = \frac{[T(x, \tau) - T_0]_3 \cdot \sqrt{4\pi\tau}}{Q_{\Pi}}$, приведенные в 5, 6 и 7 столбцах табл. 3.2.

4. По данным столбцов 6 и 7 вычисляли значения $U_T = \ln y_T$ и $U_3 = \ln y_3$, приведенные в столбцах 8 и 9 табл. 3.2.

5. С учетом максимального значения разностей температур $[T(x, \tau - T_0)]_3 = [T_{\max} - T_0]_3$ рассчитывали значения параметра $\beta = \frac{[T(x, \tau) - T_0]_3}{[T_{\max} - T_0]_3}$, приведенные в столбце 10 табл. 3.2.

6. Для проверки правильности выполненных расчетов по данным столбцов 5 и 6 табл. 3.2 вычисляли (методом наименьших квадратов [115]) значения параметров U_0 и m зависимости (7), а затем по

полученным значениям $U_0 = \ln y_0 = \ln \left[\frac{1}{\sqrt{\lambda c p}} \right]$ и $m = \frac{x^2}{4a}$ вычисляли

значения искомых ТФС a_p и b_p по формулам (3.16а) и (3.16б). Как и

следовало ожидать, были получены значения a_p и b_p , практически совпадающие с заданными исходными данными a и b , приведенными в табл. 3.1.

3.2.4. Определение значения β^* , обеспечивающего минимизацию погрешностей обработки загрубленных данных (при малых значениях времени)

Для продолжения нашего исследования рассчитанные значения $z = \frac{1}{\tau}$, $[T(x, \tau) - T_0]_3$, и β из столбцов 5, 4 и 10 таблицы 3.2 были помещены во 2, 3 и 4 столбцы таблицы 3.3. В связи с тем, что одной из целей оптимизации метода измерения является сокращение длительности эксперимента, в дальнейших расчетах использовали данные, находящиеся на восходящей ветви температурной кривой (3.12). Поэтому из таблицы 3.2 в таблицу 3.3 были перемещены данные строк 1 – 23, соответствующие диапазону значений $0 < \beta \leq 1$.

7. По данным всех строк 1 – 23 столбцов 2 и 3 таблицы 3.3 методом наименьших квадратов [115] вычисляли значения параметров U_0 и m линейной зависимости (3.6) и по полученным значениям U_0 и m вычисляли:

- расчетное значение коэффициента температуропроводности a_p ;
- расчетное значение коэффициента тепловой активности

$$b_p = \sqrt{\lambda c \rho} ;$$

– относительные погрешности δa_p , δb_p расчетного определения этих коэффициентов по формулам:

$$\delta a_p = \frac{a_p - a_T}{a_T} \cdot 100\% ; \quad (3.17a)$$

$$\delta b_p = \frac{b_p - b_T}{b_T} \cdot 100\% ; \quad (3.17b)$$

- сумму относительных погрешностей

$$\delta a_p + \delta b_p . \quad (3.17в)$$

Результаты вычислений вносили в столбцы 5 – 9 первой строки табл. 3.3.

8. На следующем этапе вычислений отбрасывали (из данных 2 и 3 столбцов таблицы 3.3) первую строку и по оставшимся значениям z_i и $[T(x, \tau_i) - T_0]_3$ вновь вычисляли значения параметров U_0 и m линейной зависимости (7), а затем – значения a_p , b_p и относительные погрешности δa_p , δb_p , $\delta a_p + \delta b_p$, а результаты расчетов помещали в 5 – 9 столбцы второй строки табл. 3.3.

**3.2. Результаты численного моделирования значений температуры и промежуточных данных
разработанной методики обработки экспериментальной информации
при относительных погрешностях $E = 2\%$ измерений температуры**

| № | τ | $[T(x, \tau) - T_{0r}]_s$ | $[T(x, \tau) - T_0(2)]_s$ | $z = 1/\tau$ | y_τ | y_3 | $U_\tau = \ln y_\tau$ | $U_3 = \ln y_3$ | β |
|----|--------|---------------------------|---------------------------|--------------|-------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------|---------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 1 | $6,3704 \cdot 10^{-25}$ | 0 | 1 | $4,1048 \cdot 10^{-29}$ | 0 | -65,3627 | -49 | 0 |
| 2 | 5 | $8,7150 \cdot 10^{-5}$ | 0 | 0,2 | $1,2557 \cdot 10^{-8}$ | 0 | -18,1929 | -15 | 0 |
| 3 | 10 | 0,0224 | 0,02 | 0,1 | $4,5665 \cdot 10^{-6}$ | $4,0753 \cdot 10^{-6}$ | -12,2967 | -12,4106 | 0,0139 |
| 4 | 15 | 0,1306 | 0,13 | 0,0667 | $3,2595 \cdot 10^{-5}$ | $3,2443 \cdot 10^{-6}$ | -10,3313 | -10,3360 | 0,09028 |
| 5 | 20 | 0,3021 | 0,3 | 0,05 | $8,7083 \cdot 10^{-5}$ | $8,6450 \cdot 10^{-6}$ | -9,3486 | -9,3559 | 0,2083 |
| 6 | 25 | 0,4874 | 0,49 | 0,04 | 0,0002 | 0,0002 | -8,7590 | -8,7537 | 0,34028 |
| 7 | 30 | 0,6592 | 0,66 | 0,0333 | 0,0002 | 0,0002 | -8,3659 | -8,3647 | 0,4583 |
| 8 | 35 | 0,8081 | 0,81 | 0,0285 | 0,0003 | 0,0003 | -8,0852 | -8,0828 | 0,5625 |
| 9 | 40 | 0,9331 | 0,93 | 0,025 | 0,0004 | 0,0004 | -7,8749 | -7,8779 | 0,6458 |
| 10 | 45 | 1,0363 | 1,04 | 0,0222 | 0,0004 | 0,0004 | -7,7108 | -7,7072 | 0,7222 |
| 11 | 50 | 1,1208 | 1,12 | 0,02 | 0,0005 | 0,0005 | -7,5798 | -7,5805 | 0,7778 |
| 12 | 55 | 1,1895 | 1,19 | 0,0181 | 0,0006 | 0,0006 | -7,4726 | -7,4722 | 0,8264 |
| 13 | 60 | 1,2453 | 1,25 | 0,0166 | 0,0006 | 0,0006 | -7,3832 | -7,3795 | 0,8680 |
| 14 | 65 | 1,2904 | 1,29 | 0,0153 | 0,0007 | 0,0007 | -7,3077 | -7,3080 | 0,8958 |
| 15 | 70 | 1,3267 | 1,33 | 0,0142 | 0,0007 | 0,0007 | -7,2428 | -7,2404 | 0,9236 |

Продолжение табл. 3.2

| № | τ | $[T(x, \tau) - T_0]_s$ | $[T(x, \tau) - T_0(2)]_s$ | $z = 1/\tau$ | y_τ | y_3 | $U_\tau = \text{Im}y_\tau$ | $U_3 = \text{Im}y_3$ | β |
|----|--------|------------------------|---------------------------|--------------|----------|--------|----------------------------|----------------------|---------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 16 | 75 | 1,3558 | 1,36 | 0,0133 | 0,0008 | 0,0008 | -7,1867 | -7,1836 | 0,9444 |
| 17 | 80 | 1,3788 | 1,38 | 0,0125 | 0,0008 | 0,0008 | -7,1375 | -7,1367 | 0,9583 |
| 18 | 85 | 1,3969 | 1,4 | 0,0117 | 0,0008 | 0,0008 | -7,0942 | -7,0920 | 0,9722 |
| 19 | 90 | 1,4109 | 1,41 | 0,0111 | 0,0009 | 0,0009 | -7,0557 | -7,0563 | 0,9792 |
| 20 | 95 | 1,4214 | 1,42 | 0,0105 | 0,0009 | 0,0009 | -7,0211 | -7,0222 | 0,9861 |
| 21 | 100 | 1,4291 | 1,43 | 0,01 | 0,0009 | 0,0009 | -6,9901 | -6,9896 | 0,9930 |
| 22 | 105 | 1,4344 | 1,43 | 0,0095 | 0,0009 | 0,0009 | -6,9620 | -6,9658 | 0,9930 |
| 23 | 110 | 1,4376 | 1,44 | 0,0091 | 0,0010 | 0,0010 | -6,9365 | -6,9350 | 1 |
| 24 | 115 | 1,4392 | 1,44 | 0,0087 | 0,0010 | 0,0010 | -6,9132 | -6,9127 | 1 |
| 25 | 120 | 1,4394 | 1,44 | 0,0083 | 0,0010 | 0,0010 | -6,8919 | -6,8914 | 1 |
| 26 | 125 | 1,4382 | 1,44 | 0,008 | 0,0010 | 0,0010 | -6,8722 | -6,8710 | 1 |
| 27 | 130 | 1,4361 | 1,44 | 0,0077 | 0,0011 | 0,0011 | -6,8541 | -6,8514 | 1 |
| 28 | 135 | 1,4331 | 1,43 | 0,0074 | 0,0011 | 0,0011 | -6,8372 | -6,8395 | 0,9930 |
| 29 | 140 | 1,4294 | 1,43 | 0,0071 | 0,0011 | 0,0011 | -6,8217 | -6,8213 | 0,9930 |
| 30 | 145 | 1,4251 | 1,43 | 0,0069 | 0,0011 | 0,0011 | -6,8072 | -6,8038 | 0,9930 |
| 31 | 150 | 1,4203 | 1,42 | 0,0067 | 0,0011 | 0,0011 | -6,7936 | -6,7939 | 0,9861 |
| 32 | 155 | 1,4150 | 1,42 | 0,0065 | 0,0011 | 0,0011 | -6,7809 | -6,7775 | 0,9861 |
| 33 | 160 | 1,4094 | 1,41 | 0,0062 | 0,0011 | 0,0011 | -6,7690 | -6,7687 | 0,9791 |

3.3. Результаты вычисления относительных погрешностей δa_p , δb_p и $(\delta a_p + \delta b_p)$ определения расчетных значений коэффициентов температуропроводности a_p и тепловой активности b_p с целью выбора нижней β^* и верхней β^{} границ диапазона значений параметра $\beta_i = \frac{[T(x, \tau_i) - T_0]_3}{[T_{\max} - T_0]_3}$, обеспечивающих минимизацию суммы δa_p , δb_p этих относительных погрешностей**

| № | $\tau_i = \frac{1}{\tau_i}$ | $[T(x, \tau_i) - T_0]_3$ | β_i | $a_p \cdot 10^7$ | $\delta a_p = \frac{a_p - a_{\tau}}{a_{\tau}}$ | b_p | $\delta b_p = \frac{b_p - b_{\tau}}{b_{\tau}}$ | $\delta a_p + \delta b_p$ |
|----|-----------------------------|--------------------------|-----------|------------------------|--|-----------|--|---------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | -1,4718 | 0,3885 | 826,006 | 0,3717 | 0,7602 |
| 2 | 0,2 | 0 | 0 | -1,3444 | 0,2683 | 750,1 | 0,2457 | 0,5140 |
| 3 | 0,1 | 0,02 | 0,0134 | -1,0463 | 0,0129 | 594,9746 | 0,0119 | 0,0248 |
| 4 | 0,0667 | 0,13 | 0,0903 | -1,0588 | 0,0013 | 601,0883 | 0,0018 | 0,0030 |
| 5 | 0,05 | 0,3 | 0,2083 | -1,0591 | 0,0009 | 601,2774 | 0,0015 | 0,0023 |
| 6 | 0,04 | 0,49 | 0,3403 | -1,0611 | 0,0010 | 602,0746 | 0,0002 | 0,0011 |
| 7 | 0,0333 | 0,66 | 0,4583 | -1,0601 | $9,27 \cdot 10^{-5}$ | 601,70578 | 0,0008 | 0,0008 |
| 8 | 0,0286 | 0,81 | 0,5625 | $-0,106 \cdot 10^{-6}$ | $2,17 \cdot 10^{-6}$ | 601,6699 | 0,0008 | 0,0008 |
| 9 | 0,025 | 0,93 | 0,6458 | -1,0593 | $6,41 \cdot 10^{-4}$ | 601,4394 | 0,0013 | 0,0018 |
| 10 | 0,0222 | 1,04 | 0,7222 | -1,0612 | 0,00119 | 602,0604 | 0,0002 | 0,0021 |
| 11 | 0,02 | 1,12 | 0,7778 | -1,0601 | 0,0001 | 601,7151 | 0,0007 | 0,0023 |
| 12 | 0,0182 | 1,19 | 0,8264 | -1,0612 | 0,0011 | 602,0467 | 0,0002 | 0,0021 |
| 13 | 0,0167 | 1,25 | 0,8681 | -1,0620 | 0,0019 | 602,2920 | 0,0002 | 0,0020 |
| 14 | 0,0154 | 1,29 | 0,8958 | -1,0602 | 0,0002 | 601,7694 | 0,0007 | 0,0019 |
| 15 | 0,0143 | 1,33 | 0,9236 | -1,0614 | 0,0014 | 602,1159 | $7,78 \cdot 10^{-5}$ | 0,0015 |
| 16 | 0,0133 | 1,36 | 0,9444 | -1,0600 | $2,92 \cdot 10^{-5}$ | 601,7250 | 0,0007 | 0,0018 |
| 17 | 0,0125 | 1,38 | 0,9583 | -1,0567 | 0,0030 | 600,858 | 2 | 0,0052 |
| 18 | 0,0118 | 1,4 | 0,9722 | -1,0553 | $4,41 \cdot 10^{-3}$ | 600,4770 | 0,0028 | 0,0072 |
| 19 | 0,0111 | 1,41 | 0,9792 | -1,0507 | 0,0088 | 599,2838 | 0,0048 | 0,0135 |
| 20 | 0,0105 | 1,42 | 0,9861 | -1,0614 | 0,0019 | 602,1158 | $7,78 \cdot 10^{-5}$ | 0,0017 |
| 21 | 0,01 | 1,43 | 0,9930 | -1,0597 | 0,0002 | 601,4517 | 0,0012 | 0,0019 |
| 22 | 0,0095 | 1,43 | 0,9930 | -1,0599 | 0,0001 | 601,5393 | 0,0010 | 0,0018 |
| 23 | 0,0091 | 1,44 | 1 | -1,0609 | 0,0008 | 602,2336 | 0,0001 | 0,0019 |

9. На каждом последующем шаге отбрасывали данные 2, 3 столбцов (во второй, третьей, четвертой и т.д. строках таблицы 3.3) и по оставшимся значениям z_i и $[T(x, \tau_i) - T_0]_3$ каждый раз вычисляли значения параметров U_0 и m линейной зависимости (3.15), затем значения a_p и b_p по формулам (3.16а) и (3.16б), а также значения относительных погрешностей δa_p , δb_p и $\delta a_p + \delta b_p$ по формулам (3.17а), (3.17б) и (3.17в). Результаты расчетов a_p и b_p , δa_p , δb_p , $\delta a_p + \delta b_p$ после отбрасывания данных столбцов 2 и 3:

- из второй строки – помещали в третью строку столбцов 5 – 9 таблицы 3.3;
- из третьей строки – помещали в четвертую строку в столбцах 5 – 9 таблицы 3.3;
- из n -й строки – помещали в $(n + 1)$ -ю строку в столбцах 5 – 9 таблицы 3.3.

В качестве критерия выбора оптимального значения параметра β^* , обеспечивающего минимизацию погрешностей обработки информации (при малых значениях времени) с применением предлагаемой методики осуществления метода плоского «мгновенного» источника теплоты, была использована сумма относительных погрешностей $\delta a_p + \delta b_p$.

Из приведенных в верхней части таблицы 3.3 результатов вычислений видно, что минимальная сумма относительных погрешностей $\delta a_p + \delta b_p \approx 0,00082 \dots 0,00085$ вычисления коэффициентов a_p , b_p достигается при значениях величины $\beta^* \approx (0,46 \dots 0,56)$, находящихся в 7 и 8 строках таблицы 3.3. Таким образом, для минимизации суммы относительных погрешностей $\delta a_p + \delta b_p$ вычисления коэффициентов a_p и b_p обработку информации следует вести при $\beta \geq \beta^* \approx 0,46$.

3.2.5. Определение значения β^{} , обеспечивающего минимизацию погрешностей обработки загруженных данных (при больших значениях времени)**

После определения оптимального значения β^* , позволяющего минимизировать погрешности обработки загруженной информации при малых значениях времени (на начальной стадии процесса измерения), была поставлена задача об определении величины β^{**} , обеспечивающей минимизацию погрешностей за счет отбрасывания данных, полученных при больших значениях времени τ .

При этом в дальнейших расчетах данные строк 1 – 6 таблицы 3.3 отбрасывали, а использовали данные 7, 8, 9 и так далее строк таблицы 3.3 при $\beta \geq \beta^*$.

10. Отбрасывали 23 строку в столбцах 2 и 3 таблицы 3.3 и по данным 7...22 строк 2 и 3 столбцов этой таблицы вычисляли (методом

наименьших квадратов [16]) значения параметров U_0 и m зависимости (7) и величины a_p , b_p , δa_p , δb_p и $\delta a_p + \delta b_p$, а результаты вычислений вносили в 5 – 9 столбцы 23 строки табл. 3.3.

11. Действуя аналогично, отбрасывали строку 22, затем строку 21... и т.д. в столбцах 2 и 3 табл. 3.3, и по данным строк 7...21, 8...20 и т.д. в столбцах 2 и 3 табл. 3.3 вычисляли (методом наименьших квадратов [115]) значения параметров U_0 , m и величин a_p , b_p , δa_p , δb_p и $\delta a_p + \delta b_p$, а результаты вычислений вносили в строки 22, 21, 20 и т.д. столбцов 5 – 9 табл. 3.3.

Из приведенных в нижней части табл. 3.3 результатов вычислений видно, что минимальная сумма относительных погрешностей $\delta a_p + \delta b_p = 0,00146...0,00175$ вычисления значений a_p , b_p имеет место при $\beta^{**} = (0,92...0,94)$, находящихся в строках 15 – 16 табл. 3.3.

По данным 4 и 9 столбцов табл. 3.3 был построен график зависимости суммы относительных погрешностей $\delta a_p + \delta b_p$ от безразмерного параметра $\beta = \frac{[T(x, \tau) - T_0]_3}{[T_{\max} - T_0]_3}$, представленный на рис. 3.7.

Из рис. 3.7 видно, что минимальная сумма относительных погрешностей $\delta a_p + \delta b_p$ обеспечивается, если обработку экспериментальных данных вести на восходящей ветви зависимости (3.12), проиллюстрированной на рис. 3.2, в диапазоне значений безразмерного параметра $(0,46...0,56) < \beta < (0,92...0,94)$.

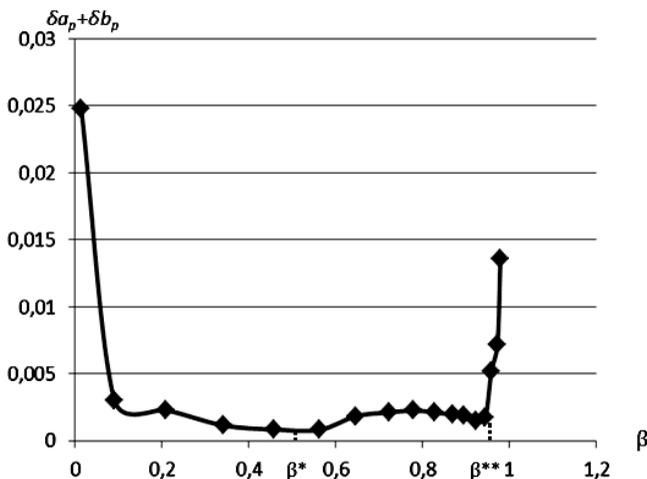


Рис. 3.7. К определению значений β^* и β^{**} безразмерного параметра β

Из приведенных выше результатов численного (имитационного) исследования погрешностей измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов (полученные методом математического моделирования) вытекает следующее.

1. Обработку экспериментальных данных следует проводить на восходящей ветви температурной кривой (4) при значениях безразмерного параметра β , находящихся в диапазоне $\beta^* \leq \beta < \beta^{**}$, где $\beta^* \approx 0,46$, $\beta^{**} \approx 0,94$.

2. Изложенный в данном параграфе подход, основанный [180] на использовании численного (имитационного) математического моделирования погрешностей измерения искомым ТФС теплоизоляционных материалов, позволяет существенно снизить затраты времени и финансовых средств на выполнение научно-исследовательских работ, посвященных оценке погрешностей измерения ТФС материалов, по сравнению со случаем экспериментального проведения работ после изготовления макета измерительного устройства.

3.3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ПЛОСКОГО «МГНОВЕННОГО» ИСТОЧНИКА ТЕПЛОТЫ

3.3.1. Состав разработанной и изготовленной экспериментальной установки

На основе предложенного [16, 83] метода плоского «мгновенного» источника теплоты была разработана и изготовлена экспериментальная установка, представляющая собой информационно-измерительную и управляющую систему (ИИУС), блок-схема которой приведена на рис. 3.8.

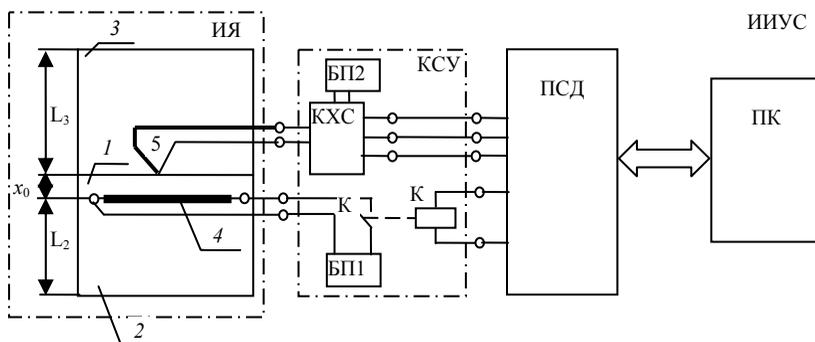


Рис. 3.8. Основные составные части информационно-измерительной и управляющей системы [83, 181]

Экспериментальная установка включает в себя следующие составные части [83, 181]:

- ИЯ – измерительная ячейка, внутри которой монтируют три составных элемента образца, изготовленных из исследуемого материала при подготовке к проведению эксперимента, а именно:

- первый (тонкий) элемент 1 в виде пластины, имеющей толщину x_0 ; отметим, что к точности изготовления элемента 1 предъявляются наиболее высокие требования – верхняя и нижняя поверхности этой пластины должны быть параллельны и отстоять друг от друга на расстоянии x_0 мм с отклонением не более $0,05 \dots 0,1$ мм;

- второй и третий элементы $2, 3$ также должны быть изготовлены из исследуемого материала, причем наиболее высокие требования предъявляются к обработке верхней поверхности элемента 2 и нижней поверхности элемента 3 ; эти поверхности должны быть выполнены в виде плоскостей с отклонением не более, чем $0,05 \dots 0,1$ мм;

- нагреватель 4 , изготовленный из тонкой пермаллоевой фольги, размещенной между нижней плоскостью элемента 1 и верхней плоскостью элемента 2 ; на подготовленной стадии эксперимента нагреватель 4 обесточен, а в момент начала активной стадии эксперимента на нагреватель 4 с блока питания БП через контакт реле К (катушка которого подключена к дискретному выходу платы сбора данных) подается импульс постоянной мощности, действующий в промежутке времени $0 \leq \tau \leq \tau_n$, где τ_n – длительность импульса;

- хромель-копелевая термопара 5 , которая обеспечивает измерение температуры $T(x_0, \tau)$ в плоскости (между верхней поверхностью элемента 1 и нижней поверхностью элемента 3) на расстоянии x_0 от плоскости, в которой установлен электрический нагреватель 4 ; следует отметить, что измерение температуры термопарой 5 осуществляется как на подготовительной стадии (для контроля степени достижения установившегося (стационарного) режима работы), так и на протяжение всей активной стадии эксперимента (для регистрации температурного отклика $T(x_0, \tau)$ образца исследуемого материала на тепловой импульс Q_n , подведенный к образцу в плоскости $x = 0$);

- ПСД – плата сбора данных, управляемая программой, созданной в лицензионной среде LabVIEW, предназначенная для использования при проектировании, разработке и испытании виртуальных приборов; в нашем случае эта плата и программная среда используются для измерения и регистрации в персональном компьютере ПК первичной информации, поступающей с термопары 5 , установленной в измерительной ячейке ИЯ, а также для включения и отключения питания нагревателя 4 ;

- КСУ – комплект согласующих устройств (включающий в себя коробку холодных спаев КХС с встроенным интегральным датчиком температуры, промежуточное реле К и блоки питания БП1, БП2), обеспечивающих взаимное согласование входных и выходных сигналов ИЯ и ПСД;

- ПК – персональный компьютер, используемый в составе информационно-измерительной и управляющей системы (ИИУС):

- 1) для измерения и регистрации первичной информации;

- 2) для управления ходом эксперимента (определение степени завершенности подготовительной стадии и информирование оператора об этом, а при необходимости, и осуществление автоматического перехода к выполнению активной стадии эксперимента);

- 3) для обработки первичной экспериментальной информации (полученной на активной стадии) и вычисления искомых значений искомых теплофизических свойств исследуемого материала;

- 4) для последующего хранения как первичной измерительной информации, так и результатов ее обработки в базе данных.

Отметим, что для обеспечения потребностей ИИУС персональный компьютер ПК должен быть укомплектован следующим минимальным составом технических средств: процессор, монитор, клавиатура, принтер и системный адаптер для подключения к локальной сети.

3.3.2. Устройство измерительной ячейки для экспериментального определения теплофизических свойств исследуемого материала

Для экспериментального измерения коэффициента температуропроводности a , объемной теплоемкости $c\rho$ с последующим вычислением теплопроводности $\lambda = a \cdot c\rho$ была использована измерительная ячейка, обозначенная ИЯ на рис. 3.8, устройство которой проиллюстрировано на рис. 3.9. На рисунке 3.9 использованы обозначения 1, 2, 3, 4, 5, совпадающие с обозначениями на рис. 3.8.

Представленная на рис. 3.9 измерительная ячейка включает в себя следующие основные элементы [83, 181].

I. Образец исследуемого материала, выполненный в виде трех элементов 1, 2, 3, требования к изготовлению которых сформулированы выше, в п. 3.5.1. Отметим, что толщина x_0 элемента 1 вдоль оси x выбирается в пределах от 6 до 20 мм в зависимости от значений теплофизических свойств исследуемого теплоизоляционного материала. Высоты L_2 и L_3 вдоль оси x элементов 2 и 3 исследуемого теплоизоляционного материала должны быть порядка 60 мм.

II. Электрический нагреватель 4, размещаемый между элементами 1 и 2 образца. Размеры $H_y = 90$ мм и $H_z = 90$ мм всех трех элементов

1, 2, 3 (исследуемого образца) вдоль осей y и z были выбраны исходя из размеров электронагревателя 4, изготовленного из листа пермаллоя, закрепленного в электроизоляционных (диэлектрических) держателях 6. Для получения желаемой величины электрического сопротивления $R_{\text{нагр}} = 1,57 \text{ Ом}$ нагревателя 4 в листе пермаллоя были выполнены прорезы 7, а крайние элементы получившегося прорезного нагревателя снабжены электрическими контактами 8, к которым подключают провода, предназначенные для подачи электрического напряжения питания.

III. Первичный измерительный преобразователь температуры, выполненный в виде термопары 5, сваренной встык (из хромелевых и копельевых проводов) и размещаемой между элементами 1 и 3 исследуемого образца.

IV. Легкосъемная теплоизоляция, условно показанная на рис. 3.10 в виде пунктирных линий 9. Эта легко съемная изоляция выполнена из пенопласта в виде трех составных частей, внутренние размеры которых на 2–3 мм превышают внешние габаритные размеры (вдоль осей y, z) элементов 1, 2 и 3 образца исследуемого материала.

V. Для снижения тепловых сопротивлений, возникающих в местах контакта:

- 1) элементов 1 и 2 образца с нагревателем 4;
- 2) элементов 1 и 3 образца между собой и с термопарой 5, конструкция измерительной ячейки предусматривает использование груза постоянной массы, создающего силу F , показанную на рис. 3.13 стрел-

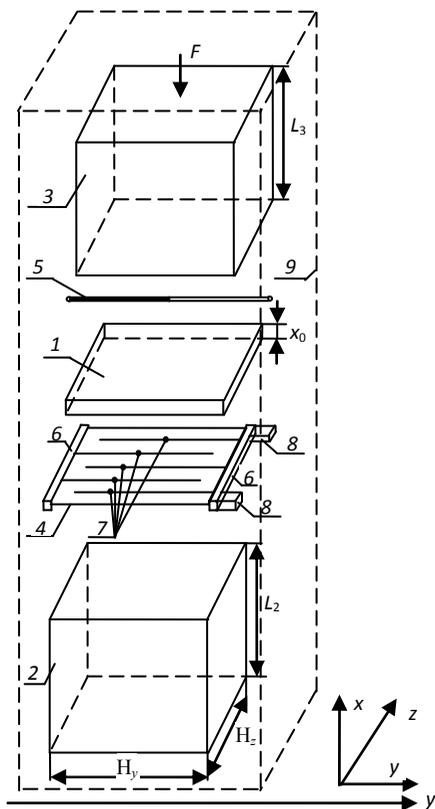


Рис. 3.9. Схема, иллюстрирующая устройство измерительной ячейки и взаимное расположение ее составных частей [83, 181]

кой, и обеспечивающую взаимное прижатие элементов 1, 2, 3 друг к другу, к нагревателю 4 и термопаре 5 с постоянным усилием, что позволяет стабилизировать величину тепловых сопротивлений и снизить до минимума влияние их изменений на результаты измерения искомым теплофизических свойств, а именно, температуропроводности a , объемной теплоемкости $c\rho$ и теплопроводности $\lambda = a \cdot c\rho$.

3.3.3. Подключение измерительной ячейки к плате сбора данных

Схема подключения измерительной ячейки к персональному компьютеру представлена на рис. 3.10.

Обозначения 1, 2, 3, 4 и 5 рис. 3.10 совпадают с ранее использованными обозначениями на рис. 3.8 и рис. 3.9. Кроме того, на рис. 3.10 обозначены [83, 181]:

- плата сбора данных (ПСД), в качестве которой использована плата NI USB6211 фирмы National Instruments, подключенная к персональному компьютеру ПК;

- коробка холодных спаев (КХС), в составе которой имеется интегральный датчик температуры DA1, используемый для введения поправок на температуру свободных концов термопары, изготовленной из хромелевого (х) и копелевого (к) проводов, подключаемых к разъему X3; отметим, что подключение КХС со стороны разъема X2 к плате сбора данных ПСД осуществляется обычными медными проводами; информация об измеренной температуре с DA1 подается на входы A102 и GND платы сбора данных ПСД;

- бесконтактное реле T0707 1, управляющее работой промежуточного реле К по команде с платы NI USB6211; это реле К через свой контакт обеспечивает подачу напряжения питания (с источника постоянного напряжения ИПН-2-10) на электрический нагреватель 4 измерительной ячейки;

- второй источник питания Б5-48 используется для питания промежуточного реле К и интегрального датчика температуры DA1.

3.3.4. Алгоритм функционирования ИИУС

Порядок выполнения процессов изготовления и подготовки элементов образца к эксперименту, осуществления измерительных операций, сбора и проведения обработки первичной информации с последующим вычислением значений искомым теплофизических свойств проиллюстрирован на рис. 3.11 в виде поточной диаграммы. Алгоритм функционирования ИИУС предусматривает (рис. 3.11) выполнение следующих стадий (этапов) работы [181]:

1. Подготовка трех элементов образца к измерению теплофизических свойств, измерение их размеров и монтаж в измерительной ячейке.

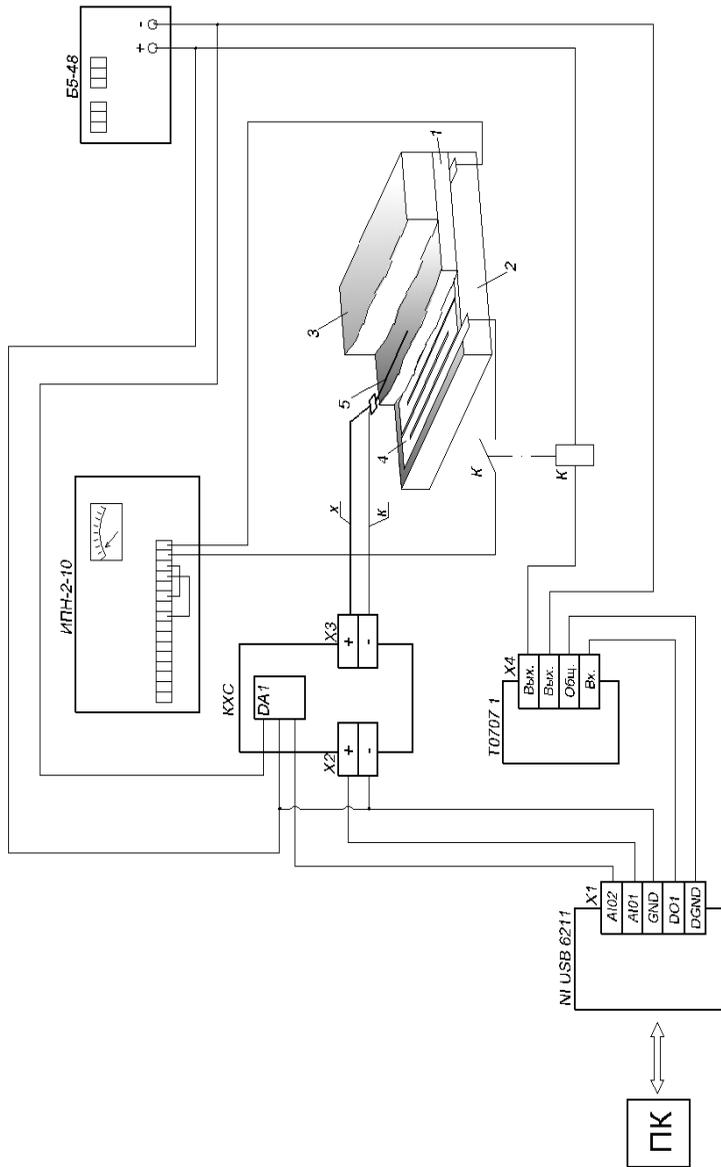


Рис. 3.10. Подключения измерительной ячейки к компьютеру [83, 181]

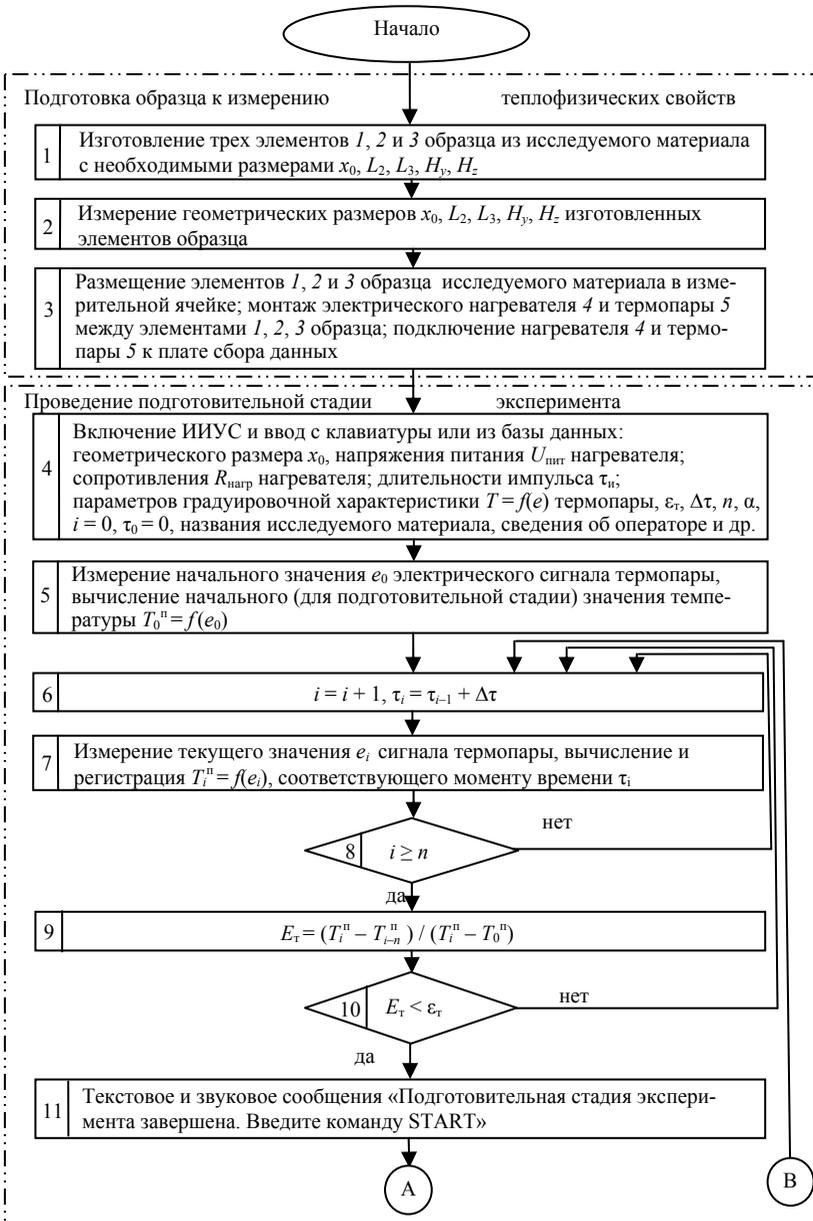


Рис. 3.11. Поточная диаграмма, иллюстрирующая алгоритм работы информационно-измерительной управляющей системы (начало)

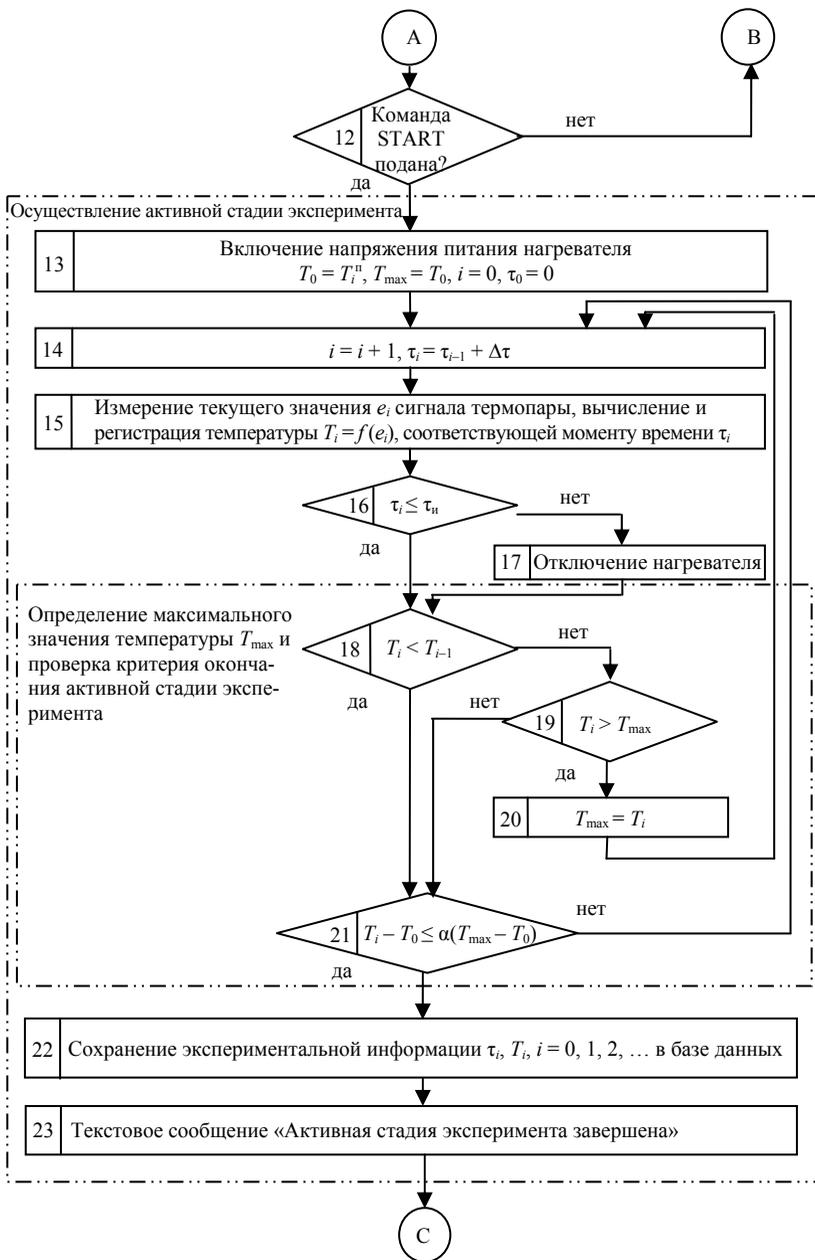


Рис. 3.11. Продолжение

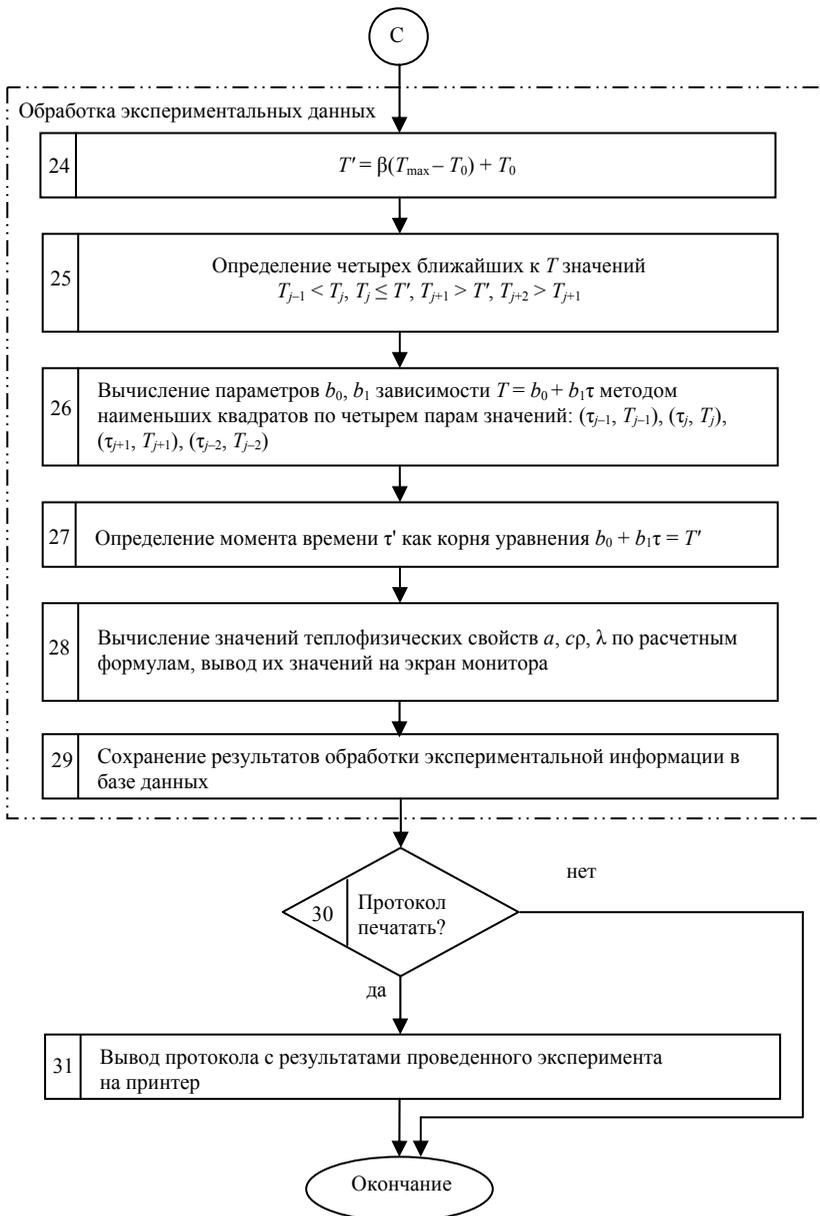


Рис. 3.11. Окончание

2. Проведение подготовительной стадии, контроль степени ее завершенности и информирование оператора об окончании этой стадии.

3. Осуществление активной стадии, в том числе определение максимального значения температуры T_{\max} и проверка критерия окончания активной стадии эксперимента.

4. Обработка экспериментальных данных по расчетным зависимостям, сохранение результатов в базе данных и, при необходимости, вывод протокола испытаний на принтер.

* * *

Выполненные на начальных этапах работы экспериментальные измерения теплофизических свойств образцов, изготовленных из полиметилметакрилата с хорошо известными свойствами $a \approx 1,06 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $\lambda \approx 0,196 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{град})$, $c_p \approx 1,85 \cdot 10^6 \text{ Дж}/(\text{м}^3\cdot\text{град})$, показали, что изготовленная экспериментальная установка и разработанный метод плоского «мгновенного» источника теплоты обеспечивают измерения a , λ , c_p с приемлемыми для технических измерений погрешностями в пределах 7...15%.

3.4 ОПТИМИЗАЦИЯ ОСНОВНОГО РАЗМЕРА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА И РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДА ПЛОСКОГО ИМПУЛЬСНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛОТЫ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В последнее десятилетие достаточно активно проводятся исследования [5, 7, 16, 17, 83, 181], посвященные разработке и модернизации новых методик осуществления так называемых методов «мгновенных» источников теплоты (влаги).

Существенным недостатком этих методик и методов является то, что в математической модели температурного поля $T(x, \tau)$ (например, в плоском образце):

$$c_p \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} + W(x, \tau), \tau > 0, -\infty < x < +\infty,$$

$$T(x, 0) = T_0 = 0,$$

$$T(-\infty, \tau) = T(+\infty, \tau) = T_0 = 0,$$

внутренний источник теплоты $W(x, \tau)$ задается в виде плоского мгновенного импульса

$$W(x, \tau) = Q_n \cdot \delta(x) \cdot \delta(\tau),$$

а в действительности, теплота подводится к нагревателю в течение промежутка времени $0 < \tau < \tau_{\text{н}}$.

Выше использованы обозначения: x, τ – пространственная координата образца и время; $c\rho, \lambda$ – объемная теплоемкость и теплопроводность исследуемого материала; T_0 – первоначальная температура материала (в момент времени $\tau = 0$), принимаемая за начало температурной шкалы в каждом эксперименте, т.е. $T_0 = 0$; Q_n – количество теплоты, выделившееся в единице поверхности плоского нагревателя при $x = 0$ в момент времени $\tau = 0$; $\delta(x), \delta(\tau)$ – символические дельта-функции Дирака [5, 7, 115], τ_n – длительность реального (немгновенного) теплового импульса, подводимого к нагревателю.

Физическая модель измерительного устройства представляет собой ячейку, в которую помещают образец (рис. 3.10), состоящий из трех пластин: нижней, средней и верхней. Наиболее высокие требования предъявляются к точности изготовления средней пластины заданной толщины x , грани которой должны быть выполнены строго параллельно друг другу. Между нижней и средней пластинами обычно размещают малоинерционный плоский нагреватель, а между средней и верхней пластинами устанавливают первичный измерительный преобразователь температуры, например, термопару. Конструкции аналогичных измерительных устройств подробнее рассмотрены выше в данной главе.

Математическая модель температурного поля $T(x, \tau)$ в плоском образце (в случае использования импульсного плоского источника теплоты) может быть записана в виде

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < \infty; \quad (3.18)$$

$$T(x, 0) = T_0 = 0; \quad (3.19)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = q(\tau, \tau_n) = q_c [h(\tau) - h(\tau - \tau_n)]; \quad (3.20)$$

$$T(\infty, \tau) = T_0 = 0, \quad (3.21)$$

где $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ – коэффициент температуропроводности; $q(\tau, \tau_n)$ – импульсный плоский источник теплоты; q_c – тепловой поток, подводимый к образцу через поверхность $x = 0$ в течение промежутка времени $0 < \tau \leq \tau_n$; $h(\tau), h(\tau - \tau_n)$ – единичные асимметричные ступенчатые функции, задаваемые соотношениями [11]

$$h(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau < 0, \\ 1 & \text{при } \tau \geq 0; \end{cases} \quad h(\tau - \tau_n) = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau < \tau_n, \\ 1 & \text{при } \tau \geq \tau_n; \end{cases} \quad (3.22)$$

где τ_n – длительность теплового импульса $q(\tau, \tau_n)$.

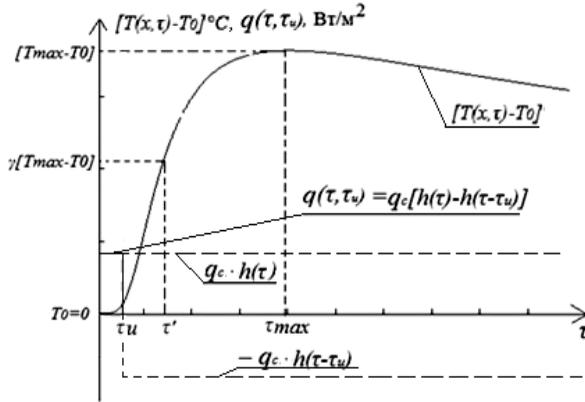


Рис. 3.12. Изменение во времени τ физических величин теплового импульса $q(\tau, \tau_n) = q_c h(\tau) - q_c h(\tau - \tau_n)$, представляющего собой алгебраическую сумму ступенчатых функций $q_c h(\tau)$ и $-q_c h(\tau - \tau_n)$; разности температур $[T(x, \tau) - T_0]$ на расстоянии x от плоского импульсного источника теплоты

Используемое в математической модели (3.18) – (3.21) соотношение (3.20) графически проиллюстрировано на рис. 3.12.

На основе использования принципа суперпозиции и приведенных в [78] результатов решение краевой задачи (3.18) – (3.21) с учетом (3.22) принимает вид

$$T(x, \tau) - T_0 = \frac{2q_c}{\lambda} \cdot f(x, \tau, \tau_n, a), \quad (3.23)$$

$$f(x, \tau, \tau_n, a) = \begin{cases} \sqrt{a\tau} \cdot \text{ierfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) & \text{при } 0 < \tau \leq \tau_n; \\ \sqrt{a\tau} \cdot \text{ierfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) - \sqrt{a(\tau - \tau_n)} \cdot \text{ierfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a(\tau - \tau_n)}}\right), & (3.24) \\ \text{при } \tau > \tau_n. \end{cases}$$

где $\text{ierfc}(u) = \int_u^\infty \text{erfc}(W) dW = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} - u \text{erfc}(u)$ – специальная функция

[78], представляющая собой интеграл от функции $\text{erfc}(W) = 1 - \text{erf}(W)$;

$\text{erf}(W) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int e^{-W^2} dW$ – функция ошибок Гаусса [78, 115].

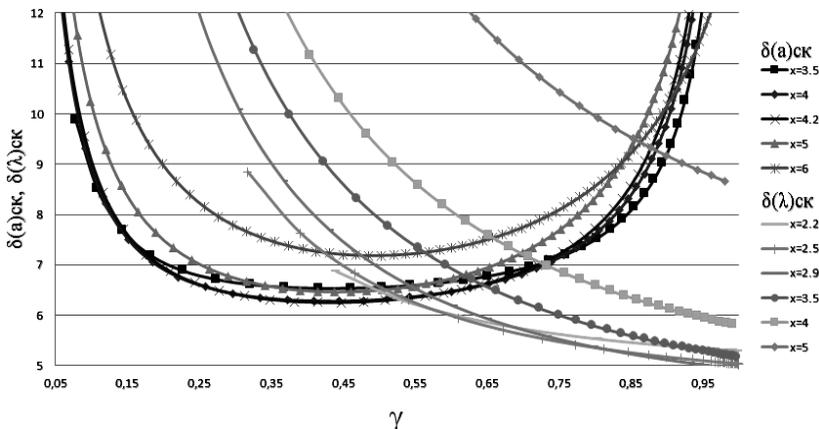


Рис. 3.13 Зависимости средневладратичных относительных погрешностей $(\delta a)_{\text{СК}}$ и $(\delta \lambda)_{\text{СК}}$ от безразмерного параметра γ при различных значениях расстояния x от места действия плоского импульсного источника теплоты до плоскости, в которой размещена термопара, измеряющая разность температур $[T(x, \tau') - T_0]$

Для времени $\tau \geq \tau_{\text{и}}$ решение (3.23) с учетом (3.24) принимает вид

$$T(x, \tau) - T_0 = \frac{q_c x}{\lambda} \left[\frac{\text{ierfc}[U(\tau)]}{U(\tau)} - \frac{\text{ierfc}[U(\tau - \tau_{\text{и}})]}{U(\tau - \tau_{\text{и}})} \right], \quad (3.25)$$

где $U(\tau) = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$, $U(\tau - \tau_{\text{и}}) = \frac{x}{2\sqrt{a(\tau - \tau_{\text{и}})}}$ – безразмерные функции,

зависящие от x , τ , $\tau_{\text{и}}$, a , причем

$$U(\tau - \tau_{\text{и}}) = \frac{x}{2\sqrt{a(\tau - \tau_{\text{и}})}} = \frac{x}{2\sqrt{a\tau \left(\frac{\tau - \tau_{\text{и}}}{\tau} \right)}} = U(\tau) \sqrt{\frac{\tau}{\tau - \tau_{\text{и}}}}.$$

График зависимости (3.25) приведен на рис. 3.13.

Из рисунка 3.13 видно, что рассчитанное по формуле (3.25) изменение разности температур $[T(x, \tau) - T_0]$ в момент времени $\tau = \tau_{\text{max}}$ достигает максимальное значение $[T_{\text{max}} - T_0] = [T(x, \tau_{\text{max}}) - T_0]$, причем этому моменту времени $\tau = \tau_{\text{max}}$ соответствует определенное значение безразмерной функции:

$$U^m = U(\tau_{\text{max}}) = \frac{x}{2\sqrt{a\tau_{\text{max}}}}.$$

Традиционный подход к проведению эксперимента и последующей обработке полученных данных при измерении ТФС методом импульсного источника теплоты состоит в следующем [5 – 7, 26, 83]:

1) изготавливают образец исследуемого материала в виде трех пластин, между этими пластинами размещают плоский нагреватель и термопару, а затем дожидаются достижения равномерного распределения температурного поля $T(x, \tau) = T_0 = \text{const}$ внутри образца исследуемого материала;

2) в течение заданного промежутка времени $0 < \tau \leq \tau_n$ на плоский электронагреватель площадью S подают постоянную мощность P и по сигналу термопары регистрируют изменение во времени разности температур $[T(x, \tau) - T_0]$;

3) по полученным экспериментальным данным определяют максимальное значение разности температур $[T_{\text{max}} - T_0] = [T(x, \tau_{\text{max}}) - T_0]$ и значение момента времени $\tau = \tau_{\text{max}}$, соответствующее этому максимальному значению $[T_{\text{max}} - T_0]$;

4) по полученным значениям τ_{max} и $[T_{\text{max}} - T_0]$ с учетом известных x , $q_c = \frac{P}{2S}$ вычисляют искомые значения коэффициента температуропроводности a и теплопроводности λ исследуемого материала.

Недостатком рассмотренного порядка проведения эксперимента и обработки полученных данных является то, что при этом значение момента времени $\tau = \tau_{\text{max}}$ по экспериментальным данным определяется с высокой относительной погрешностью, зачастую достигающей величины (15...20)%. Кроме того, до последнего времени не рассматривался вопрос о выборе оптимального значения длительности τ_n теплового импульса.

Разработанная методика обработки экспериментальных данных основана на том, что в рассмотрение вводится безразмерный параметр

$$\gamma = \frac{T(x, \tau) - T_0}{T_{\text{max}} - T_0}, \quad (3.26)$$

представляющий собой отношение текущего значения разности температур $[T(x, \tau) - T_0]$, имеющий место в момент времени τ , к максимальному значению $[T_{\text{max}} - T_0] = [T(x, \tau_{\text{max}}) - T_0]$ разности температур в момент времени $\tau = \tau_{\text{max}}$.

Из рисунка 3.13 видно, что каждой величине разности температур $\gamma \cdot [T_{\max} - T_0] = [T(x, \tau') - T_0]$, т.е. каждому значению безразмерного параметра γ , соответствует конкретное значение момента времени τ' и, следовательно, безразмерной функции $U(\tau') = \frac{x}{2\sqrt{a\tau'}}$.

При численном моделировании процесса измерения на компьютере сначала по формуле (3.25) вычисляли значение разностей температур $T(x, \tau) - T_0$, а затем методом перебора определяли максимальное значение этой разности температур $T_{\max} - T_0$, которое аналитически записывается в виде

$$T_{\max} - T_0 = [T(x, \tau_{\max}) - T_0] = \frac{q_c x}{\lambda} \left\{ \frac{\text{ierfc}[U(\tau_{\max})]}{U(\tau_{\max})} - \frac{\text{ierfc}[U(\tau_{\max} - \tau_{II})]}{U(\tau_{\max} - \tau_{II})} \right\}. \quad (3.27)$$

Поделив (3.25) на (3.27), получаем уравнение

$$\gamma = \frac{T(x, \tau) - T_0}{T_{\max} - T_0} = \frac{\frac{\text{ierfc}[U(\tau)]}{U(\tau)} - \frac{\text{ierfc}[U(\tau - \tau_{II})]}{U(\tau - \tau_{II})}}{\frac{\text{ierfc}[U(\tau_{\max})]}{U(\tau_{\max})} - \frac{\text{ierfc}[U(\tau_{\max} - \tau_{II})]}{U(\tau_{\max} - \tau_{II})}},$$

которое легко может быть преобразовано к виду

$$\gamma = \frac{T(x, \tau) - T_0}{T_{\max} - T_0} = \frac{\frac{\text{ierfc}[U(\tau)]}{U(\tau)} - \frac{\text{ierfc}\left[U(\tau)\sqrt{\frac{\tau}{\tau - \tau_{II}}}\right]}{U(\tau)\sqrt{\frac{\tau}{\tau - \tau_{II}}}}}{\frac{\text{ierfc}[U(\tau_{\max})]}{U(\tau_{\max})} - \frac{\text{ierfc}\left[U(\tau_{\max})\sqrt{\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_{II}}}\right]}{U(\tau_{\max})\sqrt{\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max} - \tau_{II}}}}}, \quad (3.28)$$

где принято во внимание, что

$$U(\tau - \tau_{II}) = \frac{x}{2\sqrt{a(\tau - \tau_{II})}} = \frac{x}{2\sqrt{a\tau\left(\frac{\tau - \tau_{II}}{\tau}\right)}} = U(\tau) \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\tau - \tau_{II}}}.$$

Если в ходе проведения эксперимента определена величина $[T_{\max} - T_0]$, то (при заранее заданном значении безразмерного параметра γ) путем решения уравнения (3.28) находят значение безразмерной функции

$$U(\tau') = \frac{x}{2\sqrt{a\tau'}}.$$

Из последнего соотношения получаем формулу для вычисления искомого значения коэффициента температуропроводности

$$a = \frac{x^2}{4\tau'[U(\tau')]^2}, \quad (3.29)$$

а с учетом соотношения (3.25) получаем формулу для вычисления теплопроводности

$$\lambda = \frac{q_c x}{[T(x, \tau') - T_0]} \Phi[U(\tau'), \tau_n, \tau'], \quad (3.30)$$

где

$$\Phi[U(\tau'), \tau_n, \tau'] = \frac{\text{ierfc}[U(\tau')]}{U(\tau')} - \frac{\text{ierfc}\left[U(\tau')\sqrt{\frac{\tau'}{\tau' - \tau_n}}\right]}{U(\tau')\sqrt{\frac{\tau'}{\tau' - \tau_n}}}.$$

После получения формул (3.29), (3.30) возникает вопрос: «При каких значениях безразмерного параметра γ будут иметь место минимальные погрешности измерения искомого значения a и λ коэффициента температуропроводности и теплопроводности?».

3.4.1. Обоснование выбора оптимального значения безразмерного параметра γ

В соответствии с рекомендациями теории погрешностей [4 – 8, 163], после логарифмирования зависимости (3.29) и последующего определения дифференциала от левой и правой частей, получаем

$$\ln a = 2 \ln x - \ln 4 - \ln \tau' - 2 \ln U(\tau'),$$

$$d \ln a = 2 d \ln x - d \ln 4 - d \ln \tau' - 2 d \ln U(\tau'),$$

$$\frac{da}{a} = 2 \frac{dx}{x} - \frac{d4}{4} - \frac{d\tau'}{\tau'} - 2 \frac{dU(\tau')}{U(\tau')}. \quad (3.31)$$

Проведя принятую в теории погрешностей [4 – 8, 163]:

1) замену дифференциалов

$$da \approx \Delta a, dx \approx \Delta x, d\tau' \approx \Delta \tau', dU(\tau') \approx \Delta U(\tau')$$

на абсолютные погрешности $\Delta a, \Delta x, \Delta \tau', \Delta U(\tau')$;

2) принимая во внимание, что дифференциал константы $d4 = 0$;

3) заменив знаки « \leftarrow » знаками « \rightarrow » в (3.31), получаем выражение для вычисления так называемой предельной оценки относительной погрешности измерения коэффициента температуропроводности

$$\left(\frac{\Delta a}{a}\right)_{\text{пр}} = 2\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta \tau'}{\tau'} + 2\frac{\Delta U(\tau')}{U(\tau')} \quad \text{или} \quad (\delta a)_{\text{пр}} = 2\delta x + \delta \tau' + 2\delta U(\tau'), \quad \text{где}$$

$\delta a_{\text{пр}} = \frac{\Delta a}{a}$, $\delta x = \frac{\Delta x}{x}$, $\delta \tau' = \frac{\Delta \tau'}{\tau'}$, $\delta U(\tau') = \frac{\Delta U(\tau')}{U(\tau')}$ – относительные погрешности определения соответствующих физических величин $a, x, \tau', U(\tau')$.

После перехода (по рекомендациям [4 – 8, 163, 179]) от предельной $(\delta a)_{\text{пр}}$ к среднеквадратичной оценке $(\delta a)_{\text{ск}}$ погрешности определения коэффициента температуропроводности получаем

$$(\delta a)_{\text{ск}} = \sqrt{4(\delta x)^2 + (\delta \tau')^2 + 4[\delta U(\tau')]^2}. \quad (3.32)$$

Рассмотрим подробнее порядок определения погрешностей, входящих в последнее выражение (3.32). Принимая во внимание, что значение момента времени τ' зависит от безразмерного параметра γ , т.е. $\tau' = \tau'(\gamma)$, получаем

$$\delta[U(\tau'(\gamma))] = \delta U'(\gamma) \approx \frac{dU'(\gamma)}{U'(\gamma)} = \frac{1}{U'} \frac{dU'}{d\gamma} d\gamma \approx \frac{1}{U'} \frac{dU'}{d\gamma} \cdot \Delta \gamma.$$

Для определения абсолютной погрешности $\Delta \gamma$ выполним (по аналогии с изложенным выше) преобразования формулы (3.26) и получим

$$(\delta \gamma)_{\text{ск}} = \sqrt{\left[\frac{\Delta T}{T(x, \tau') - T_0}\right]^2 + \left[\frac{\Delta T}{T_{\text{max}} - T_0}\right]^2} = \delta(T_{\text{max}} - T_0) \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + 1}$$

или

$$\Delta \gamma = \gamma \delta(T_{\text{max}} - T_0) \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + 1} = \delta(T_{\text{max}} - T_0) \cdot \sqrt{1 + \gamma^2}, \quad (3.33)$$

где ΔT – абсолютная погрешность измерения разности температур; $\delta(T_{\max} - T_0)$ – относительная погрешность измерения максимального значения разности температур $(T_{\max} - T_0)$; $\Delta\gamma, (\delta\gamma)_{\text{СК}}$ – абсолютная и среднеквадратичная относительная погрешности определения безразмерного параметра γ по экспериментально измеренным значениям разностей температур $[T(x, \tau') - T_0]$ и $[T_{\max} - T_0]$.

Входящая в (3.32) относительная погрешность $\delta\tau'$ определения момента времени τ' также связана с погрешностями измерения разностей температур $[T(x, \tau') - T_0]$. Из соотношения $\left. \frac{\partial [T(x, \tau) - T_0]}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau'} \approx \frac{\Delta T}{\Delta \tau}$, получаем

$$\delta\tau' = \frac{\Delta\tau'}{\tau'} = \frac{\Delta T}{\tau' \left\{ \frac{\partial [T(x, \tau) - T_0]}{\partial \tau} \right\} \Big|_{\tau=\tau'}}, \quad (3.34)$$

где $\Delta\tau', \delta\tau'$ – абсолютная и относительная погрешности определения момента времени τ' , соответствующего заданному значению безразмерного параметра γ .

Подставив (3.33), (3.34) в формулу (3.32), получаем соотношение

$$(\delta a)_{\text{СК}} = \sqrt{4(\delta x)^2 + \left[\frac{\Delta T}{\tau' \left\{ \frac{\partial [T(x, \tau) - T_0]}{\partial \tau} \right\}} \right]^2 + \left[\frac{1}{U'} \cdot \frac{dU'}{d\gamma} \cdot \sqrt{\gamma^2 + 1} \cdot \delta(T_{\max} - T_0) \right]^2}, \quad (3.35)$$

использованное в дальнейших расчетах с целью выявления оптимального значения безразмерного параметра γ (при измерении коэффициента температуропроводности a).

При выполнении работ (с целью получить соотношение для вычисления среднеквадратичной оценки относительной погрешности $(\delta\lambda)_{\text{СК}}$ измерения теплопроводности λ) с учетом того, что при каждом значении длительности $\tau_{\text{и}}$ теплового импульса, значения: 1) момента времени $\tau' = \tau'(\gamma)$; 2) безразмерной функции $U(\tau'(\gamma)) = U'(\gamma)$ зависят от безразмерного параметра γ , формула (3.30) для вычисления теплопроводности λ была представлена в виде

$$\lambda = \frac{q_c \cdot x}{[T(x, \tau(\gamma)) - T_0]} \cdot F(\gamma), \quad (3.36)$$

где $F(\gamma) \equiv \Phi[U(\tau'(\gamma)), U(\tau'(\gamma) - \tau_n)]$.

В результате преобразований, выполненных на основе теории погрешностей [5, 7, 16, 83, 163, 180], по аналогии с изложенными выше действиями с формулами (3.31) – (3.35), на основе формулы (3.36) была получена зависимость для вычисления среднеквадратичной оценки относительных погрешностей $(\delta\lambda)_{\text{СК}}$ измерения теплопроводности, имеющая вид

$$(\delta\lambda)_{\text{СК}} = \sqrt{(\delta q_c)^2 + (\delta x)^2 + \left[\frac{1}{F(\gamma)} \cdot \frac{dF(\gamma)}{d\gamma} \cdot \sqrt{\gamma^2 + 1} \cdot \delta(T_{\text{max}} - T_0) \right]^2 + \left[\frac{\Delta T}{T(x, \tau) - T_0} \right]^2}. \quad (3.37)$$

3.4.2. К вопросу о выборе оптимального значения длительности τ_n теплового импульса, подводимого к плоскому нагревателю

В процессе выполнения работы стало очевидно, что относительные среднеквадратичные погрешности $(\delta\lambda)_{\text{СК}}$ измерения теплопроводности λ дополнительно зависят от длительности τ_n теплового импульса. Для объяснения этого факта рассмотрим изложенное ниже.

При осуществлении измерений желательнее обеспечить выполнение требования о подведении к нагревателю такой величины мощности P , при которой достигаемая в момент времени $\tau = \tau_{\text{max}}$ в ходе каждого эксперимента максимальная разность температур $[T(x, \tau_{\text{max}}) - T_0] = [T_{\text{max}} - T_0]$ на расстоянии x от нагревателя остается примерно одинаковой и находится в определенных пределах, что необходимо по следующим причинам:

- если эта максимальная разность $[T_{\text{max}} - T_0]$ мала, то относительные погрешности измерения значений разностей температур $[T(x, \tau) - T_0]$ будут слишком большими, что может привести к росту относительных погрешностей $(\delta a)_{\text{СК}}$, $(\delta\lambda)_{\text{СК}}$ измерения искомых теплофизических свойств (ТФС);

- если же эта максимальная разность $[T_{\text{max}} - T_0]$ окажется слишком большой, то не будет выполнено предположение о том, что процессы переноса теплоты в образце описываются линейной математической моделью (3.18) – (3.21), что опять же приведет к возрастанию результирующих погрешностей $(\delta a)_{\text{СК}}$, $(\delta\lambda)_{\text{СК}}$ измерения искомых

ТФС из-за нелинейностей, не учитываемых линейной краевой задачей (3.18) – (3.21).

Для выполнения этого требования (что $[T_{\max} - T_0] \approx \text{const}$) при каждом значении длительности $\tau_{\text{и}}$ теплового импульса плоский нагреватель должен обеспечивать создание теплового потока $q_c = \frac{P}{2S}$, при котором к единице площади сечения внутри образца в каждом эксперименте подводится постоянное количество теплоты

$$Q_n = 2 \cdot q_c \cdot \tau_{\text{и}} = \text{const}. \quad (3.38)$$

Выше использованы обозначения: $q_c = \frac{P}{2S}$ – тепловой поток, подводимый нагревателем мощности P и площадью S к нижней стороне средней пластины образца в течение промежутка времени $0 \leq \tau \leq \tau_{\text{и}}$.

Проведенные численные расчеты и экспериментальные исследования показали, что при исследовании образцов теплоизоляционных материалов с толщиной средней пластины $2,5 \leq x \leq 5$ мм для получения разности температур $[T_{\max} - T_0] = 3 \dots 7$ °C, суммарное количество теплоты Q_n следует поддерживать в пределах

$$Q_n = \frac{P}{S} \tau_{\text{и}} = 50\,000 \dots 80\,000 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right].$$

Результаты, приведенные ранее в работах [16, 83, 180], были получены при $Q_n = 55\,000 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right]$. Поэтому приведенные ниже на рис. 3.14

и рис. 3.15 данные и результаты определения оптимального значения $\tau_{\text{и}}^{\text{опт}}$, обеспечивающего получение минимальных погрешностей $(\delta a)_{\text{ск}}$

и $(\delta \lambda)_{\text{ск}}$ измерения a и λ , также были получены при $Q_n = 55\,000 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right]$.

Рассмотрим подробнее вычисление составляющей погрешности δq_c , входящей в формулу (3.37). Из изложенного выше следует

$$q_c = \frac{Q_n}{2\tau_{\text{и}}} \text{ и } q_c = \frac{P}{2S}, \quad (3.39)$$

т.е. $\frac{P}{2S} = \frac{Q_n}{2\tau_{\text{и}}}$. При этом, электрическую мощность P , подведенную к плоскому нагревателю, следует выбирать из соотношения

$$P = \frac{Q_n \cdot S}{\tau_{и}}. \quad (3.40)$$

Для обеспечения требования, что $[T(x, \tau_{\max}) - T_0] = [T_{\max} - T_0] = \text{const}$, при $Q_n = \text{const}$ и $S = \text{const}$, величину электрической мощности, подведенную к нагревателю, следует выбирать по формуле (3.40). Если

$$Q_n = 55\,000 \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right], \quad S = 0,01 \text{ м}^2, \quad \text{то } P = \frac{550}{\tau_{и}} \text{ [Вт]}. \quad (3.40a)$$

Принимая во внимание, что наиболее точно измеряемой физической величиной в наши дни является время τ , будем считать, что длительность $\tau_{и}$ теплового импульса задается с высокой точностью, а относительная погрешность величины заданного промежутка времени $0 < \tau \leq \tau_{и}$ стремится к нулю, т.е. $\delta\tau_{и} \approx 0\%$. Тогда для вычисления относительной погрешности δq_c , входящей в формулу (3.37), воспользуемся соотношением (3.39).

После логарифмирования (3.39), определения дифференциалов от левой и правой частей и выполнения других рекомендаций теории погрешностей [4 – 8, 163], получаем формулу

$$\delta q_c = \sqrt{(\delta P)^2 + (\delta S)^2} = \sqrt{\left[\frac{\Delta P}{P(\tau_{и})} \right]^2 + \left[\frac{\Delta S}{S} \right]^2}, \quad (3.41)$$

в которой величину $P(\tau_{и})$ вычисляли по формуле (3.40a).

После подстановки (3.41) в (3.37) получаем

$$(\delta\lambda)_{\text{ск}} = \sqrt{\left[\frac{\Delta P}{P(\tau_{и})} \right]^2 + (\delta S)^2 + (\delta x)^2 + \left[\frac{1}{F(\gamma)} \cdot \frac{dF(\gamma)}{d\gamma} \cdot \sqrt{\gamma^2 + 1} \cdot \delta(T_{\max} - T_0) \right]^2 + \left[\frac{\Delta T}{[T(x, \tau) - T_0]} \right]^2}. \quad (3.42)$$

При вычислениях по формуле (3.42) принимали $\Delta P = 0,5$ Вт, а погрешность измерения площади S нагревателя считали равной $\delta S = 0,5\%$.

3.4.3. Результаты численного моделирования среднеквадратичных относительных погрешностей измерения коэффициента температуропроводности a и теплопроводности λ

С использованием полученных формул (3. 35) и (3. 42) были рассчитаны зависимости среднеквадратичных относительных погрешностей $(\delta a)_{\text{ск}}$, $(\delta \lambda)_{\text{ск}}$, при длительности теплового импульса $\tau_{\text{и}} = 10$ с. При этом в расчетах были использованы следующие исходные данные:

$$P = 55 \text{ Вт}, \quad a = 1,06 \cdot 10^{-7} \frac{\text{М}^2}{\text{с}}, \quad \lambda = 0,194 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad \Delta P = 0,25 \text{ Вт}; \quad x = (2 \dots 8) \text{ мм}, \\ \Delta x = 0,1 \text{ мм}; \quad \Delta T = 0,05 \text{ К}, \quad \delta S = 0,5\%.$$

В процессе выполненных исследований выяснилось, что минимальные значения относительных погрешностей $(\delta a)_{\text{ск}}$, $(\delta \lambda)_{\text{ск}}$ зависят не только от величины безразмерного параметра γ , но и от значения расстояния x от плоскости размещения нагревателя до плоскости установки термопары, измеряющей разность температур $[T(x, \tau') - T_0]$. В связи с этим было принято решение построить линии равных уровней погрешностей на плоскости с координатами γ и x при нескольких значениях длительности теплового импульса $\tau_{\text{и}}$. Результаты этой работы представлены на рис. 3.14

Представленные на рис. 3.14 результаты вычислений показывают, что (при использованных в расчетах исходных данных) минимальные значения среднеквадратичных относительных погрешностей $(\delta a)_{\text{ск}}$ измерения коэффициента температуропроводности a достигаются при значениях безразмерного параметра в диапазоне $0,45 < \gamma \leq 0,47$ и при значениях основного конструкционного размера измерительного устройства в пределах $4,0 \text{ мм} < x \leq 4,5 \text{ мм}$.

В то же время минимальные значения среднеквадратичных относительных погрешностей $(\delta \lambda)_{\text{ск}}$ измерения теплопроводности λ имеют место при $0,95 < \gamma \leq 1,0$ и $2,8 \leq x \leq 3,0$.

Таким образом: 1) для достижения минимальных значений погрешности $(\delta a)_{\text{ск}}$ при измерении коэффициента температуропроводности a следует использовать образец исследуемого материала с толщиной пластины $4,2 \text{ мм} \leq x \leq 4,5 \text{ мм}$; 2) для обеспечения минимальных значений погрешности $(\delta \lambda)_{\text{ск}}$, при измерении теплопроводности λ , требуется использовать образец с толщиной средней пластины $2,8 \text{ мм} \leq x \leq 3,0 \text{ мм}$.

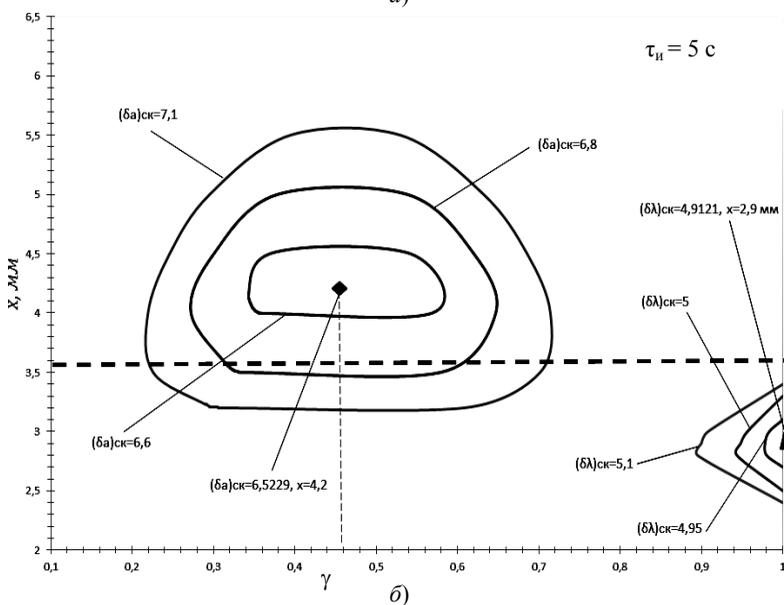
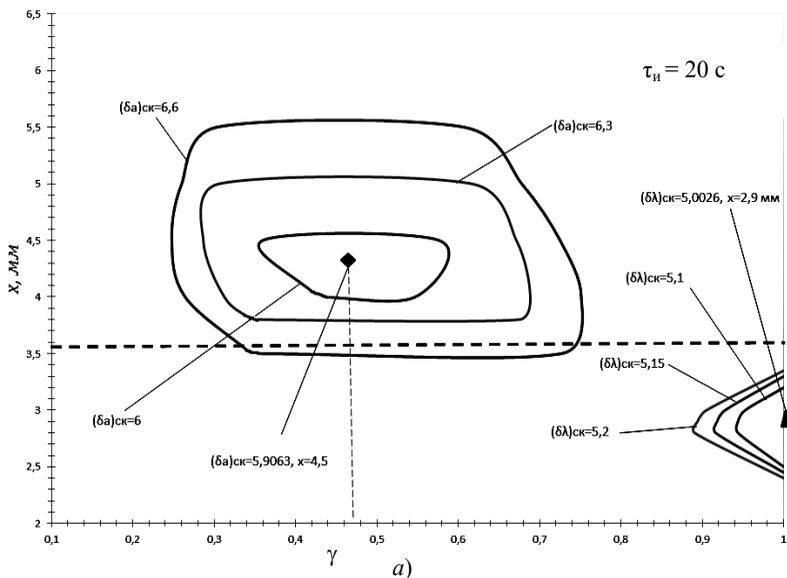


Рис. 3.14 Линии равных уровней средневладратичных относительных погрешностей $(\delta a)_{sk}$ и $(\delta \lambda)_{sk}$, построенные при двух значениях длительности $\tau_{п}$ теплового импульса:

а - $\tau_{п} = 20 \text{ с}$; б - $\tau_{п} = 5 \text{ с}$

3.4. К определению оптимального значения длительности $\tau_{и}$ теплового импульса при рациональном значении $x = 3,55$ мм толщины средней пластины образца

| $\tau_{и}, \text{с}$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 40 | 50 |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $(\delta P)_{\text{СК}}, \%$ | 0,227 | 0,454 | 0,681 | 0,909 | 1,136 | 1,363 | 1,818 | 2,272 |
| $(\delta \lambda)_{\text{СК}}, \%$ | 5,110 | 5,127 | 5,144 | 5,193 | 5,242 | 5,301 | 5,448 | 5,632 |
| $(\delta a)_{\text{СК}}, \%$ | 6,672 | 6,469 | 6,349 | 6,280 | 6,241 | 6,222 | 6,214 | 6,228 |
| $\delta_{\text{СР}}, \%$ | 5,891 | 5,798 | 5,752 | 5,736 | 5,742 | 5,761 | 5,831 | 5,930 |

Если же необходимо одновременно осуществить измерение коэффициента температуропроводности a и теплопроводности λ в одном эксперименте, то толщину x средней пластины образца из исследуемого материала следует выбирать из диапазона $3,5 \text{ мм} \leq x \leq 3,8 \text{ мм}$, что обеспечивает относительные погрешности измерений порядка $(\delta a)_{\text{СК}} \approx (6,0...7,1)\%$ и $(\delta \lambda)_{\text{СК}} \approx (5,2...6,4)\%$.

Для определения значений длительности $\tau_{и}$ теплового импульса, обеспечивающих достижение минимальных значений относительных погрешностей $(\delta a)_{\text{СК}}$, $(\delta \lambda)_{\text{СК}}$ и среднеарифметических значений погрешностей $(\delta)_{\text{СР}} = \frac{[(\delta a)_{\text{СК}} + (\delta \lambda)_{\text{СК}}]}{2}$ измерения ТФС a и λ , были вы-

полнены расчеты по формулам (3. 35) и (3. 42), результаты которых представлены в табл. 3. 4.

Из данных табл. 3.4 видно, что при увеличении длительности $\tau_{и}$ теплового импульса: 1) погрешность $(\delta \lambda)_{\text{СК}}$ монотонно возрастает; 2) погрешность $(\delta a)_{\text{СК}}$ убывает; 3) однако среднеарифметическое значение $(\delta)_{\text{СР}} = \frac{[(\delta a)_{\text{СК}} + (\delta \lambda)_{\text{СК}}]}{2}$ принимает минимальные значения при $18 < \tau_{и} < 24$.

Отметим, что при измерении теплофизических свойств исследуемого материала, коэффициент температуропроводности a и теплопроводность λ которого отличаются от использованных (в исходных данных рассмотренных выше расчетов), следует поступить следующим образом:

- 1) путем проведения предварительных измерений надо определить ориентировочные значения коэффициента температуропроводности $a_{\text{ор}}$ и теплопроводности $\lambda_{\text{ор}}$ исследуемого материала;
- 2) действуя по аналогии с изложенным выше в параграфе 3.4, надо:
 - а) осуществить расчеты (при найденных значениях $a_{\text{ор}}$ и $\lambda_{\text{ор}}$) с целью определения (уточнения) оптимальных значений параметра $\gamma_{\text{опт}}$ и конструкционных размеров $x_{\text{опт}}^a$ и $x_{\text{опт}}^\lambda$ средней пластины, применяемой

для измерения коэффициента температуропроводности a и теплопроводности λ ;

б) принять толщину средней пластины $x_{\text{опт}} = (x_{\text{опт}}^a + x_{\text{опт}}^\lambda) / 2$ и считать значение длительности $\tau_{\text{и}}$ теплового импульса, обеспечивающего достижение $\delta_{\text{ср}} = \min$;

3) изготовить образец с одной средней пластиной толщиной $x_{\text{опт}} = (x_{\text{опт}}^a + x_{\text{опт}}^\lambda) / 2$;

4) путем проведения серии экспериментов (с изготовленным образцом) осуществить измерения и последующую обработку полученных данных (при найденных значениях $\gamma = \gamma_{\text{опт}}$ и $\tau_{\text{и}} = \tau_{\text{и}}^{\text{опт}}$) и, в результате, получить значения искомого коэффициента температуропроводности a и теплопроводности λ исследуемого материала.

Использование предложенного в данном параграфе подхода к выбору оптимального значения безразмерного параметра γ и рационального конструкционного размера x средней пластины образца исследуемого материала обеспечивает существенное повышение точности измерений искомого значений коэффициента температуропроводности a и теплопроводности λ .

3.5. О ВЫБОРЕ ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ МЕТОДОМ ЛИНЕЙНОГО «МГНОВЕННОГО» ИСТОЧНИКА ТЕПЛА

Целью данной работы является выбор оптимальных режимных параметров измерительных операций и конструкционных размеров устройства для проведения измерений комплекса теплофизических свойств веществ методом линейного «мгновенного» источника тепла.

3.5.1. Физическая модель метода и устройства

На рисунке 3.15 приведена физическая модель устройства для осуществления метода линейного «мгновенного» источника тепла.

При практической реализации рассматриваемого метода на линейный нагреватель l подается короткий электрический импульс, за время действия которого в единице длины этого нагревателя выделяется количество теплоты $Q_{\text{л}}$. На практике длительность $\tau_{\text{и}}$ импульса приходится выбирать достаточно большой, чтобы с необходимой точностью зарегистрировать измеряемую температуру $T(r_0, \tau)$. Вопросы введения поправок на конечную длительность $\tau_{\text{и}}$ теплового импульса в приведенные ниже расчетные зависимости (2), (7а) рассмотрены в [1, 2].

При условии, что длительность импульса $\tau_{и} < (0,05 \dots 0,1)\tau_{\max}$ много меньше момента времени τ_{\max} достижения максимума на температурной кривой (рис. 3.16), эти поправки остаются достаточно небольшими, что позволяет использовать на практике рассматриваемый метод (без введения поправок).

3.5.2. Расчетные соотношения метода измерений

Исходя из математической модели данного метода, изложенной в [5, 7, 26, 78], можно получить решение, которое имеет следующий вид:

$$T(r, \tau) - T_0 = \frac{Q_{л}}{4\pi\lambda\tau} \exp\left[-\frac{r^2}{4a\tau}\right], \quad (3.43)$$

где $T(r, \tau)$ – температура в точке с координатой r в момент времени τ ; T_0 – начальная температура в исследуемом образце; a, λ – соответственно температуропроводность и теплопроводность исследуемого вещества; $Q_{л}$ – количество тепла, мгновенно выделившееся в единице длины линейного нагревателя в момент начала активной стадии эксперимента.

В монографиях [5,7] показано, что определение температуропроводности обычно осуществляется с использованием формулы

$$a = \frac{r_0^2}{4\tau_{\max}}, \quad (3.44)$$

где τ_{\max} – момент времени, в который достигается максимальное значение температуры T_{\max} .

Использование формулы (3.44) приводит к большим погрешностям, поскольку сложно достаточно точно определить значение момента времени τ_{\max} . Попробуем определить такие моменты времени τ' и τ'' , используя которые, можно минимизировать погрешность определения температуропроводности.

Для этого измерим изменение температуры в точке с координатой r во времени τ и зарегистрируем эту кривую (рис. 3.16).

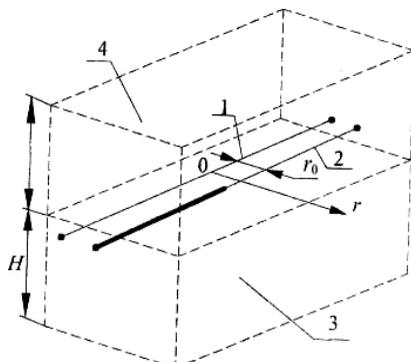


Рис. 3.15. Физическая модель устройства для реализации метода линейного «мгновенного» источника тепла [5, 7, 26, 78]:

r_0 – расстояние между линейным нагревателем 1 и измерителем температуры 2; 3, 4 – образцы исследуемого материала

Введем безразмерную переменную $z = \frac{r^2}{4a\tau}$. Тогда решение (1)

примет вид

$$T(r, \tau) - T_0 = \frac{Q_{\text{л}} r^2}{r^2 \pi c \rho 4a\tau} \exp\left[-\frac{r^2}{4a\tau}\right] = \frac{Q_{\text{л}}}{r^2 \pi c \rho} z \exp[-z] = T(r, z) - T_0,$$

где $c\rho = \frac{\lambda}{a}$ – объемная теплоемкость исследуемого материала.

Введем переменный параметр

$$\alpha = \frac{T(r, \tau) - T_0}{T_{\text{max}} - T_0}, \quad (3.45)$$

где T_0 – начальная температура исследуемого вещества, условно принимаемая за начало температурной шкалы в каждом эксперименте; T_{max} – максимальное значение температуры, достигаемое в ходе эксперимента в момент времени τ_{max} .

Запишем решение (1) для моментов времени $\tau' = \tau'(\alpha)$ и τ_{max} :

$$T(r, \tau') - T_0 = \frac{Q_{\text{л}}}{\pi r^2 c \rho} z(\tau'(\alpha)) \cdot \exp[-z(\tau'(\alpha))], \quad (3.43a)$$

$$T_{\text{max}} - T_0 = \frac{Q_{\text{л}}}{\pi r^2 c \rho} z(\tau_{\text{max}}) \cdot \exp[-z(\tau_{\text{max}})] = \frac{Q_{\text{л}}}{\pi r^2 c \rho e}, \quad (3.43б)$$

где принято во внимание, что согласно [1] максимальное значение температуры T_{max} достигается при $z(\tau_{\text{max}}) = 1$.

Поделив (3.43a) на (3.43б), получаем

$$\alpha = \frac{T(r, \tau'(\alpha)) - T_0}{T_{\text{max}} - T_0} = e z(\tau'(\alpha)) \exp[-z(\tau'(\alpha))]. \quad (3.46)$$

Преобразовав выражение (3.46) с учетом того, что $e \cdot \exp(-z) = \exp(1 - z)$, получаем уравнение

$$z \cdot \exp(1 - z) = \alpha. \quad (3.47)$$

Обозначим $z' = z(\tau'(\alpha))$ и $z'' = z(\tau''(\alpha))$ соответственно больший и меньший корни уравнения (3.47). После преобразований легко получаем формулы для вычисления искомой теплопроводности a по результатам экспериментально измеренных моментов времени τ' и τ'' :

$$\text{из } z' = z(\tau'(\alpha)) = \frac{r^2}{4a\tau'} \quad \text{следует, что} \quad a = \frac{r^2}{4z'\tau'}; \quad (3.48)$$

$$\text{из } z'' = z(\tau''(\alpha)) = \frac{r^2}{4a\tau''} \quad \text{следует, что} \quad a = \frac{r^2}{4z''\tau''}, \quad (3.48a)$$

где τ' и τ'' – меньший и больший моменты времени, соответствующие большему z' и меньшему z'' корням уравнения (3.47), при которых достигается заданное значение параметра α , определенное формулой (3.45).

Для вычисления объемной теплоемкости c_p на основе зависимости (3.43а) легко получается формула

$$c_p = \frac{Q_{\text{л}} z(\tau'(\alpha)) \exp[-z(\tau'(\alpha))]}{\pi \cdot r^2 [T(r, \tau'(\alpha)) - T_0]},$$

которая, с учетом (3.464) принимает вид

$$c_p = \frac{Q_{\text{л}} \alpha}{\pi \cdot e \cdot r^2 [T(r, \tau'(\alpha)) - T_0]}, \quad (3.49)$$

а при $\alpha = 1$

$$c_p = \frac{Q_{\text{л}}}{\pi e r^2 [T_{\text{max}} - T_0]}. \quad (3.49a)$$

3.5.2. Вывод соотношений для вычисления погрешностей

По методике, описанной в [1], легко получить выражения для вычисления погрешностей для случая определения (вычисления) температуропроводности по формулам (3.48) и (3.48а).

На основании (3.48) получено следующее выражение:

$$\delta a = \sqrt{4(\delta r)^2 + (\delta z')^2 + (\delta \tau')^2}, \quad (3.50)$$

где $\delta a = \frac{\Delta a}{a}$ – среднеквадратическая оценка относительной погрешности измерения температуропроводности; $\delta r = \frac{\Delta r}{r}$ – относительная погрешность определения расстояния r между нагревателем и измерителем температуры; $\delta z' = \frac{\Delta z'}{z'}$ – относительная погрешность определения величины z' ; $\delta \tau' = \frac{\Delta \tau'}{\tau'}$ – относительная погрешность определения момента времени τ' ; Δa , Δr , $\Delta z'$, $\Delta \tau'$ – абсолютные погрешности измерения (определения) величин a , r , z' и τ' .

Определим составляющую погрешности $\delta z'$:

$$\delta z' \approx \frac{dz}{z} = \frac{1}{z} \frac{dz}{d\alpha} d\alpha \approx \frac{1}{z} \frac{dz}{d\alpha} \cdot \Delta \alpha.$$

Аналогично определим абсолютную погрешность Δa по методике, изложенной в [1]. Учитывая, что α рассчитывается по формуле (3.45), получаем

$$\Delta\alpha = \alpha \sqrt{\delta^2(T - T_0) + \delta^2(T_{\max} - T_0)}, \quad (3.51)$$

$\delta(T - T_0) = \frac{\Delta(T - T_0)}{T - T_0}$, $\delta(T_{\max} - T_0) = \frac{\Delta(T_{\max} - T_0)}{T_{\max} - T_0}$ – относительные погрешности измерений разностей температур $(T - T_0)$ и $(T_{\max} - T_0)$.

Предполагая, что $\Delta(T - T_0) = \Delta(T_{\max} - T_0) = \Delta T$, после преобразования (3.51) получаем

$$\Delta\alpha = \alpha \cdot \delta(T_{\max} - T_0) \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + 1}, \quad (3.51a)$$

откуда следует

$$\delta z' = \frac{1}{z'(\alpha)} \frac{dz'(\alpha)}{d\alpha} \cdot \alpha \cdot \delta T_{\max} \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + 1}.$$

Повторив изложенное выше, легко получаем, что

$$\delta z'' = \frac{1}{z''(\alpha)} \frac{dz''(\alpha)}{d\alpha} \cdot \alpha \cdot \delta T_{\max} \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + 1},$$

где $\delta T_{\max} \equiv \delta(T_{\max} - T_0)$.

Определим входящую в (3.50) составляющую $\delta\tau'$, поскольку ясно, что эта составляющая не представляет собой просто число, а изменяется во времени даже при постоянной абсолютной погрешности ΔT измерения температуры.

Погрешности определения моментов времени τ_{\max} , τ' и τ'' связаны не только непосредственно с измерением времени (см. рис. 3.17).

Рисунок 3.16 наглядно иллюстрирует следующее. В реальных условиях эксперимента пик на кривой, соответствующий максимуму температуры, заметно зашумлен и поэтому несколько размыт. Если определение значения максимальной температуры T_{\max} можно провести достаточно точно, то соответствующий момент времени τ_{\max} определяется с заметно большей погрешностью $\Delta\tau_{\max}$.

Определение моментов времени τ' и τ'' осуществляется через определение температуры, поэтому погрешность определения этих моментов времени можно выразить через погрешность определения температуры. Учитывая, что

$$\frac{dT(r, \tau)}{d\tau} \approx \frac{\Delta T}{\Delta\tau}, \quad \text{получаем} \quad \Delta\tau' \approx \frac{\Delta T}{\left(\frac{dT(\alpha)}{d\tau}\right)_{\tau'}}, \quad (3.52)$$

$$\Delta\tau'' \approx \frac{\Delta T}{\left(\frac{dT(\alpha)}{d\tau}\right)_{\tau''}}. \quad (3.52a)$$

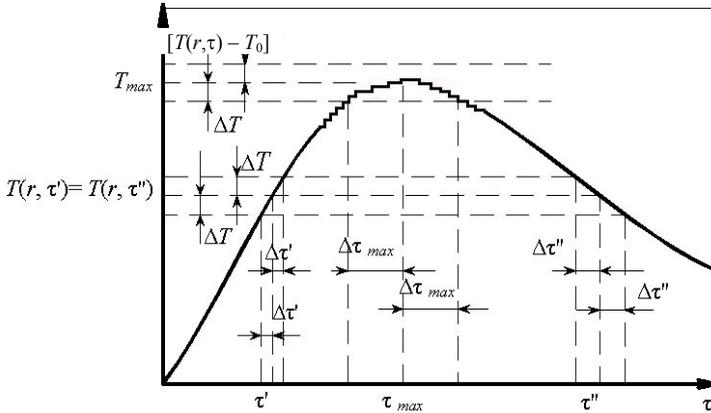


Рис. 3.16. Изменение во времени τ температуры $[T(r, \tau) - T_0]$ в точке с координатой r и иллюстрация непостоянства абсолютной погрешности $\Delta\tau$ определения времени в ходе эксперимента при постоянной абсолютной погрешности ΔT измерения температуры

Из формулы (3.52) следует, что абсолютная погрешность $\Delta\tau'$ определяется моментом времени τ' , зависит от абсолютной погрешности ΔT измерения температуры $T(\alpha)$ и от производной $\frac{dT(\alpha)}{d\tau}$ в момент

времени τ' . При этом значения производной $\frac{dT(\alpha)}{d\tau}$ и погрешности $\Delta\tau'$

(α) зависят от выбора конкретного значения безразмерного параметра $\alpha = \frac{T(r, \tau') - T_0}{T_{\max} - T_0}$, представляющего собой отношения разностей температур

($T(r, \tau') - T_0$) и ($T_{\max} - T_0$). Если предположить, что абсолютные погрешности измерения температур $\Delta(T_{\max} - T_0) = \Delta(T - T_0) = \Delta T = \text{const}$ остаются постоянными, то с учетом (3.52) получим соотношения:

$$\frac{\Delta\tau'}{\tau'} = \delta\tau' = \frac{\Delta T}{\tau' \left(\frac{dT}{d\tau} \right) \Big|_{\tau'}} = \frac{(T_{\max} - T_0) \cdot \delta T_{\max}}{\tau' \left(\frac{dT(\alpha)}{d\tau} \right) \Big|_{\tau'}};$$

$$\frac{\Delta\tau''}{\tau''} = \delta\tau'' = \frac{\Delta T}{\tau'' \left(\frac{dT}{d\tau} \right) \Big|_{\tau''}} = \frac{(T_{\max} - T_0) \cdot \delta T_{\max}}{\tau'' \frac{dT(\alpha)}{d\tau} \Big|_{\tau''}},$$

где принято во внимание, что $\Delta T = (T_{\max} - T_0) \cdot \delta T_{\max}$.

Значения производных $\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau}$ для моментов времени τ' и τ'' [1]:

$$\left. \frac{\partial [T(r, \tau) - T_0]}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau'} = \left[\frac{Q_{\text{л}}}{r^2 \pi c \rho} (1-z) \exp(-z) \right]_{\tau'} = \frac{Q_{\text{л}}}{r^2 \pi c \rho} (1-z'(\alpha)) \exp(-z'(\alpha));$$

$$\left. \frac{\partial [T(r, \tau) - T_0]}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau''} = \left[\frac{Q_{\text{л}}}{r^2 \pi c \rho} (1-z) \exp(-z) \right]_{\tau''} = \frac{Q_{\text{л}}}{r^2 \pi c \rho} (1-z''(\alpha)) \exp(-z''(\alpha)),$$

а для момента времени τ_{max} , когда $z = 1$:

$$\left. \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_{\text{max}}} = 0; \quad T_{\text{max}} - T_0 = \frac{Q_{\text{л}}}{\pi r^2 c \rho e}.$$

Проведем следующие преобразования:

$$\left. \frac{d[T(r, \tau) - T_0]}{d\tau} \right|_{\tau=\tau'} = \frac{Q_{\text{л}}}{\pi \cdot r^2 c \rho} [1 - z'(\alpha)] \exp[-z'(\alpha)];$$

$$\frac{T_{\text{max}} - T_0}{\left(\left. \frac{d[T(r, \tau) - T_0]}{d\tau} \right) \right|_{\tau=\tau'}} = \frac{Q_{\text{л}} \pi \cdot r^2 c \rho}{e \pi \cdot r^2 c \rho Q_{\text{л}} [1 - z'(\alpha)] \exp[-z'(\alpha)]} =$$

$$= \frac{1}{e [1 - z'(\alpha)] \exp[-z'(\alpha)]},$$

$$\frac{(T_{\text{max}} - T_0) \delta T_{\text{max}}}{\tau' \left(\left. \frac{\partial [T(r, \tau) - T_0]}{\partial \tau} \right) \right|_{\tau=\tau'}} = \frac{\delta T_{\text{max}}}{\tau' e [1 - z'(\alpha)] \exp[-z'(\alpha)]}.$$

Действуя аналогично, получаем

$$\frac{(T_{\text{max}} - T_0) \delta T_{\text{max}}}{\tau'' \left(\left. \frac{\partial T(\alpha)}{\partial \tau} \right) \right|_{\tau=\tau''}} = \frac{\delta T_{\text{max}}}{\tau'' e [1 - z''(\alpha)] \exp[-z''(\alpha)]}.$$

В итоге получаются следующие формулы для определения среднеквадратичных погрешностей измерения теплопроводности:

$$(\delta \alpha)' = \sqrt{4\delta^2 r + \left[\frac{\delta T_{\text{max}}}{\tau' e [1 - z'(\alpha)] \exp(-z'(\alpha))} \right]^2 +$$

$$\left. \left[\frac{1}{z'(\alpha)} \frac{dz'(\alpha)}{d\alpha} \alpha \right]^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) \delta^2 T_{\text{max}}};$$

$$(\delta a)'' = \sqrt{4\delta^2 r + \left[\frac{\delta T_{\max}}{\tau'' e [1 - z''(\alpha)] \exp(-z''(\alpha))} \right]^2} + \sqrt{\left[\frac{1}{z''(\alpha)} \frac{dz''(\alpha)}{d\alpha} \alpha \right]^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) \delta^2 T_{\max}} .$$

По аналогии с изложенным выше, на основе формулы (3.49) была получена зависимость для вычисления среднеквадратичной оценки относительной погрешности измерения объемной теплоемкости

$$\delta(c_p) = \sqrt{\delta^2 Q_{\text{л}} + 4\delta^2 r + \delta^2 \alpha + (\delta [T(r, \tau') - T_0])^2} .$$

Принимая во внимание, что на основании (3.52a)

$$\delta \alpha = \frac{\Delta \alpha}{\alpha} = \delta T_{\max} \sqrt{\frac{1}{\alpha^2} + 1} , \text{ а } \delta [T(r, \tau') - T_0] = \frac{\delta T_{\max}}{\alpha} , \text{ получаем, что}$$

$$\delta(c_p) = \sqrt{\delta^2 Q_{\text{л}} + 4\delta^2 r + (\delta T_{\max})^2 \left(\frac{2}{\alpha^2} + 1 \right)} , \quad (3.53)$$

где $\delta Q_{\text{л}}$ – относительная погрешность измерения количества теплоты $Q_{\text{л}}$, которое мгновенно выделяется в единице длины линейного нагревателя; δT_{\max} – относительная погрешность измерения максимальной разности температур ($T_{\max} - T_0$); δr – относительная погрешность измерения расстояния r между линейным нагревателем l и измерителем температуры 2, представленными на рис. 3.16.

3.5.4. Оценка погрешностей измерений

По полученным формулам были рассчитаны среднеквадратичные погрешности (см. рис. 3.18) для различных значений α , $Q_{\text{л}}$, r и выбраны оптимальные параметры, обеспечивающие наименьшую погрешность.

При выполнении расчетов были использованы следующие значения: $a = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$, $c_p = 1625000 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$, $Q_{\text{л}} = 350 \text{ Вт} \cdot \text{с}/\text{м}$, $\Delta Q_{\text{л}} = 7 \text{ Вт} \cdot \text{с}/\text{м}$, $r = 4 \dots 8 \text{ мм}$, $\Delta r = 0,1 \text{ мм}$, $\Delta T_{\max} = 0,01 \text{ }^\circ\text{С}$. Пример зависимости среднеквадратичных погрешностей $\delta a'$, $\delta a''$, $\delta(c_p)$ от параметра α при $r = 5 \text{ мм}$ и $Q_{\text{л}} = 350 \text{ Вт} \cdot \text{с}/\text{м}$ приведен на рис. 3.17

Как видно из графиков, приведенных на рисунке 3.17, оптимальные значения α (для измерения температуропроводности a) находятся в диапазоне $0,4 \dots 0,6$. После проведения расчетов при изменении α с шагом $0,01$ было определено минимальное значение погрешности и соответствующее ему значение α :

$$\delta a' = 4,22\% \text{ при } \alpha = 0,48, \quad \delta a'' = 4,87\% \text{ при } \alpha = 0,6.$$

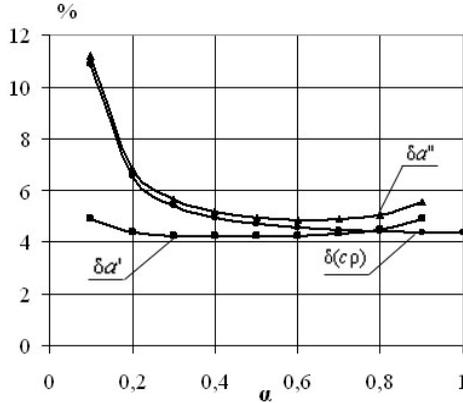


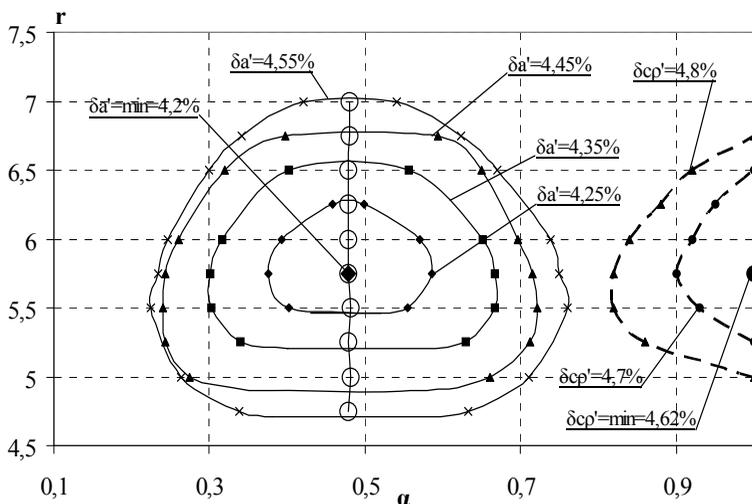
Рис. 3.17. Зависимость относительных погрешностей измерения температуропроводности $\delta a'$, $\delta a''$ и относительных погрешностей измерения теплопроводности $\delta(c\rho)$ от значения α для $Q_n = 350 \text{ Вт}\cdot\text{с/м}$, $r = 5 \text{ мм}$

Из рисунка 3.17 видно, что значения относительных погрешностей $\delta a''$ измеренного коэффициента температуропроводности a при его вычислении по большему моменту времени τ'' оказывается заметно выше по сравнению со значениями $\delta a'$ в случае вычисления коэффициента температуропроводности по величине меньшего момента времени τ' . Это объясняется тем, что абсолютная погрешность $\Delta \tau'' \approx \frac{\Delta T}{\left(\frac{dT(\alpha)}{d\tau}\right)_{\tau''}}$ определения

момента времени τ'' оказывается значительно больше абсолютной погрешности $\Delta \tau' \approx \frac{\Delta T}{\left(\frac{dT(\alpha)}{d\tau}\right)_{\tau'}}$, так как производная $\left(\frac{dT(\alpha)}{d\tau}\right)_{\tau''}$ при $\tau'' > \tau_{\max}$ заметно меньше производной $\left(\frac{dT(\alpha)}{d\tau}\right)_{\tau'}$ при $\tau' < \tau_{\max}$, что

вытекает из формул (3.52), (3.52а) и из характера (рис. 3.16) изменения температуры во времени.

Понятно, что от использования большего по величине момента времени τ'' следует отказаться, а при вычислении коэффициента температуропроводности при обработке экспериментальных данных надо использовать меньшее значение момента времени τ' , соответствующее оптимальному значению параметра $\alpha = 0,48$.



⊖ — Линия минимальных значений погрешности $\delta a'$ при различных расстояниях r

Рис. 3.18. Линии равного уровня погрешностей измерения температуропроводности a и объемной теплоемкости cp (при использовании метода мгновенного источника тепла)

В процессе выполнения данного исследования стало очевидно, что наряду с выбором оптимального значения параметра $\alpha = \alpha_{\text{опт}} = 0,48$, следует определить величину расстояния r , при котором погрешность измерения температуропроводности будет минимальной. В рамках второй части данного исследования были рассчитаны значения погрешностей измерения коэффициента температуропроводности при значениях расстояния r из диапазона $4\text{ мм} \leq r \leq 8\text{ мм}$.

В результате были построены линии равных уровней погрешностей измерения температуропроводности a и объемной теплоемкости cp , представленные на рис. 3.18.

Из материалов, изложенных выше, следует, что минимальное значение относительных среднеквадратичных погрешностей δa измерения температуропроводности достигается при $\alpha = 0,48$, $r = 5,75\text{ мм}$, приемлемые значения погрешностей имеют место при $0,3 < \alpha < 0,65$, $5,25\text{ мм} < r < 6,5\text{ мм}$.

Для минимизации среднеквадратичных $\delta(cp)$ погрешностей измерения объемной теплоемкости cp ее нужно измерять в тот момент времени, когда температура достигает максимума, т.е. при $\alpha = 1$. Тогда при $Q_{\text{л}} = 350\text{ Вт}\cdot\text{с}/\text{м}$, $r = 5,75\text{ мм}$ и $\Delta r = 0,1\text{ мм}$, $\Delta T_{\text{max}} = 0,01\text{ К}$, $\Delta Q_{\text{л}} = 7\text{ Вт}\cdot\text{с}/\text{м}$, получаем $\delta(cp)_{\text{min}} = 4,62\%$ при $\alpha_{\text{опт}} = 1$ и $r_{\text{опт}} = 5,75\text{ мм}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии рассмотрены примеры применения методологии решения проблем и математических основ теоретической метрологии при решении задач проектирования и/или модернизации следующих методов и устройств:

- методов ламинарного режима и устройств для измерения теплофизических свойств ньютоновских и неньютоновских жидкостей;
- методов плоского «мгновенного» и импульсного источников теплоты и устройств для измерения теплофизических свойств образцов теплоизоляционных материалов;
- метода линейного «мгновенного» источника теплоты и устройства для экспериментального исследования теплофизических свойств твердых веществ, материалов и изделий.

Желаем читателям успехов в проектировании, разработке и модернизации методов и устройств для измерения и контроля теплофизических свойств веществ, материалов и изделий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пономарев, С. В.** Управление качеством продукции. Инструменты и методы менеджмента качества: учебное пособие / С. В. Пономарев и др. – М. : РИА «Стандарты и качество», 2005. – 248 с.
2. **Пономарев, С. В.** Управление качеством процессов и продукции. Книга 2. Инструменты и методы менеджмента качества процессов в производственной, коммерческой и образовательной сферах: учебное пособие / С. В. Пономарев и др. ; под ред. д-ра техн. наук, проф. С. В. Пономарева – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 212 с.
3. **Мищенко, С. В.** Использование методологии решения проблем, инструментов и методов менеджмента качества при выполнении научных исследований / С. В. Мищенко и др. // Вестник ТГТУ. – 2012. – № 1. – С. 6 – 18.
4. **Пономарев, С. В.** Методы и устройства для измерения эффективных теплофизических характеристик потоков технологических жидкостей / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 1997. – 248 с.
5. **Пономарев, С. В.** Теоретические и практические аспекты теплофизических измерений : монография. В 2 кн. / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, А. Г. Дивин. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – Кн. 1. – 204 с.
6. **Пономарев, С. В.** Теоретические и практические аспекты теплофизических измерений : монография. В 2 кн. / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, А. Г. Дивин. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – Кн. 2. – 216 с.
7. **Пономарев, С. В.** Теоретические и практические основы теплофизических измерений / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, А. Г. Дивин и др. ; под ред. С. В. Пономарева – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 408 с.
8. **Ponomarev, S. V.** Measurements of Thermophysical Properties by Laminar Flow Methods / S. V. Ponomarev, S. V. Mishchenko, T. F. Jr. Irvine. – New York : Begell House, Inc, 2001. – 274 p.
9. **Пономарев, С. В.** О выборе оптимальных условий измерения теплофизических свойств веществ методом линейного «мгновенного» источника тепла / С. В. Пономарев, И. Н. Исаева, С. Н. Мочалин // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2010. – Т. 76, № 5. – С. 32 – 36.
10. **А. с. № 1223110.** Способ определения температуропроводности жидкости / Пономарев С. В., Епифанов Л. И., Шуваев Э. А., Семьянинов Ю. В. // Открытия изобретения, промышленные образцы и товарные знаки, 1986. – № 13.
11. **А. с. № 1376022.** Способ автоматического определения температуропроводности жидкости / Пономарев С. В., Мищенко С. В., Беляев П. С., Фролов А. П. // Открытия и изобретения, 1988. – № 7.
12. **Мищенко, С. В.** Выбор оптимальных режимных параметров при измерении теплофизических свойств жидкостей методами ламинарного режима / С. В. Мищенко, С. В. Пономарев // VIII Всесоюзная конференция по теплофизическим свойствам веществ. – Новосибирск, 1988. – Ч. 1. – С. 219.
13. **Мищенко, С. В.** Метод идентификации теплофизических свойств жидкости / С. В. Мищенко, С. В. Пономарев, А. Г. Дивин // Термодинамика и

теплофизические свойства веществ: сб. науч. тр. – М. : МЭИ, 1989. – № 206. – С. 59 – 63.

14. **Мочалин, С. Н.** К вопросу о выборе оптимальных режимных параметров метода измерения коэффициента диффузии влаги в тонколистовых капиллярно-пористых материалах / С. Н. Мочалин, С. В. Пономарев // Актуальные проблемы сушки и термовлажностной обработки материалов: материалы Междунар. науч.-техн. семинара / Федер. агентство по образованию ; ГОУ ВПО «ВГЛТА». – Воронеж, 2010. – С. 63 – 67.

15. **Мочалин, С. Н.** Измерение характеристик влагопереноса тонколистовых капиллярно-пористых материалов методом «мгновенного» источника влаги : монография / С. Н. Мочалин, С. В. Пономарев. – М. : Изд-во «Спектр», 2010. – 100 с.

16. **Гуров, А. В.** Выбор оптимальных условий измерения теплофизических свойств веществ методом плоского мгновенного источника тепла / А. В. Гуров, Г. А. Соседов, С. В. Пономарев // Измерительная техника. – 2012. – № 10. – С. 47 – 49.

17. **Гуров, А. В.** Анализ источников погрешностей измерения теплофизических свойств твердых теплоизоляционных материалов методом плоского «мгновенного» источника теплоты / А. В. Гуров, С. В. Пономарев // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. – 2013. – № 1(45). – С. 273 – 282.

18. **Платунов, Е. С.** Теплофизические измерения и приборы / Е. С. Платунов, С. Е. Буравой, В. В. Куренин, Г. С. Петров ; под ред. Е. С. Платунова. – Л. : Машиностроение, 1986. – 256 с.

19. **Кондратьев, Г. М.** Регулярный тепловой режим / Г. М. Кондратьев. – М. : Гостехиздат, 1954. – 408 с.

20. **Кондратьев, Г. М.** Регулярный тепловой режим / Г. М. Кондратьев. – М. : Гостехиздат, 1954. – 408 с.

21. **Кондратьев, Г. М.** Тепловые измерения / Г. М. Кондратьев. – М.–Л. : Машгиз, 1957. – 244 с.

22. **Цедерберг, Н. В.** Теплопроводность газов и жидкостей / Н. В. Цедерберг. – М. : Госэнергоиздат, 1963. – 468 с.

23. **Филиппов, Л. П.** Измерение тепловых свойств твердых и жидких металлов при высоких температурах / Л. П. Филиппов. – М. : Изд. МГУ, 1967. – 325 с.

24. **Варгафтик, Н. Б.** Теплопроводность газов и жидкостей / Н. Б. Варгафтик, Л. П. Филиппов, А. А. Тарзиманов, Р. П. Юрчак. – М. : Изд-во стандартов, 1970. – 155 с.

25. **Варгафтик, Н. Б.** Теплопроводность жидкостей и газов. Справочные данные / Н. Б. Варгафтик, Л. П. Филиппов, А. А. Тарзиманов, Е. Е. Тоцкий. – М. : Изд-во стандартов, 1978. – 472 с.

26. **Шашков, А. Г.** Методы определения теплопроводности и температуропроводности / А. Г. Шашков и др. ; под ред. А.В. Лыкова. – М. : Энергия, 1973. – 336 с.

27. **Петухов, Б. С.** Опытное изучение процессов теплопередачи / Б. С. Петухов. – М.–Л. : Госэнергоиздат, 1952. – 344 с.

28. **Герашенко, О. А.** Основы теплотриии / О. А. Герашенко. – Киев : Наукова думка, 1971. – 191 с.

29. **Герашенко, О. А.** Тепловые и температурные измерения / О. А. Герашенко, В. Г. Федоров. – Киев : Наукова думка, 1965. – 304 с.
30. **Осипова, В. А.** Экспериментальное исследование процессов теплообмена / В. А. Осипова. – М. : Энергия, 1969. – 392 с.
31. **Чудновский, А. Ф.** Теплофизические характеристики дисперсных материалов / А. Ф. Чудновский. – М. : Физматгиз, 1962. – 456 с.
32. **Пелецкий, В. Э.** Высокотемпературные исследования тепло- и электропроводности твердых тел / В. Э. Пелецкий, Д. Л. Тимрот, В. Ю. Воскресенский. – М. : Энергия, 1971. – 192 с.
33. **Годовский, Ю. К.** Теплофизические методы исследования полимеров / Ю. К. Годовский – М. : Химия, 1976. – 216 с.
34. **Харламов, А. Г.** Измерение теплопроводности твердых тел / А. Г. Харламов. – М. : Атомиздат, 1973. – 152 с.
35. **Черпаков, П. В.** Теория регулярного теплообмена / П. В. Черпаков. – М. : Энергия, 1975. – 224 с.
36. **Шевельков, В. Л.** Теплофизические характеристики изоляционных материалов / В. Л. Шевельков. – М.–Л. : Госэнергоиздат, 1958. – 96 с.
37. **Власов, В. В.** Автоматические устройства для теплофизических измерений твердых материалов / В. В. Власов, М. В. Кулаков, А. И. Фесенко. – Тамбов : Изд-во ВНИИРТМАШ, 1972. – 160 с.
38. **Власов, В. В.** Теплофизические измерения : справочное пособие по методам расчета полей, характеристик теплопереноса и автоматизации измерений / В. В. Власов, Ю. С. Шаталов и др. – Тамбов : Изд-во ВНИИРТМАШ, 1975. – 252 с.
39. **Власов, В. В.** Автоматические устройства для определения теплофизических характеристик твердых материалов / В. В. Власов, М. В. Кулаков, А. И. Фесенко, С. В. Груздев. – М. : Машиностроение, 1977. – 192 с.
40. **Власов, В. В.** Применение метода интегральных характеристик к исследованию проблемы восстановления параметров теплопереноса / В. В. Власов, Ю. С. Шаталов // Обзоры по теплофизическим свойствам веществ. – М. : ИВТАН, 1980. – № 5(25). – С. 3 – 43.
41. **Пономарев, С. В.** Обзор методов и устройств для измерения теплофизических свойств жидкостей при ламинарном режиме течения / С. В. Пономарев, А. Г. Дивин. – Тамбов : ТИХМ, 1990. – Деп. в ВИНТИ 26.07.90, № 42-65-В90.
42. **Дивин, А. Г.** Определение зависимости теплофизических характеристик неньютоновских жидкостей от скорости сдвига (обзор) / А. Г. Дивин, С. В. Мищенко, С. В. Пономарев // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2009. – Т. 75, № 10. – С. 24 – 35.
43. **Кравчун, С. Н.** Метод периодического нагрева в экспериментальной теплофизике / С. Н. Кравчун, А. А. Липаев. – Казань : Изд-во Казанского университета, 2006. – 208 с.
44. **Платунов, Е. С.** Теплофизические измерения : учеб. пособие / Е. С. Платунов, И. В. Баранов, С. Е. Буравой, В. В. Куренин ; под ред. Е. С. Платунова. – СПб. : СПбГУНиПТ, 2010. – 738 с.
45. **Беляев, Н. М.** Методы теории теплопроводности : учеб. пособие для вузов. В 2 ч. / Н. М. Беляев, А. А. Рядно. – М. : Высш. шк., 1982. – 327 с.

46. **Олейник, Б. Н.** Точная калориметрия / Б. Н. Олейник. – М. : Изд-во стандартов, 1973. – 208 с.
47. **Сергеев, О. А.** Метрологические основы теплофизических измерений / О.А. Сергеев. – М. : Изд-во стандартов, 1972. – 154 с.
48. **Волькенштейн, В. С.** Скоростной метод определения теплофизических характеристик материалов / В. С. Волькенштейн. – Л. : Энергия, 1971. – 144 с.
49. **Коздоба, Л. А.** Методы решения обратных задач теплопроводности / Л. А. Коздоба, П. Г. Круковский. – Киев : Наук. Думка, 1982. 360 с.
50. **Филиппов, П. И.** Методы определения теплофизических свойств тел / П. И. Филиппов, А. М. Тимофеев. – Новосибирск: Наука, 1976. – 102 с.
51. **Платунов, Е. С.** Теплофизические измерения в монотонном режиме / Е.С. Платунов. – Л. : Энергия, 1973. – 144 с.
52. **Балабанов, П. В.** Метод исследования изменения теплофизических характеристик зеренных хемосорбентов в процессе хемосорбции / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2012. – Т. 18, № 2. – С. 367 – 372.
53. **Балабанов, П. В.** Применение теории метода двух альф для исследования теплофизических характеристик регенеративных продуктов и химических поглотителей / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев // Измерительная техника. – 2010. – № 11. – С. 45 – 49.
54. **Пономарев, С. В.** Метод и устройство для измерения теплофизических характеристик регенеративных продуктов / С. В. Пономарев, П. В. Балабанов, Е.С. Пономарева // Измерительная техника. – 2003. – № 9. – С. 51 – 54.
55. **Балабанов, П. В.** Повышение точности метода двух альф при измерении теплофизических характеристик / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев // Измерительная техника. – 2011. – № 2. – С. 57 – 60.
56. **Пономарев, С. В.** Повышение точности метода измерения теплофизических свойств за счет выбора рациональных параметров проведения эксперимента и обработки опытных данных / С. В. Пономарев, П. В. Балабанов, В. Ф. Сорочинский, А.С. Щекочихин // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2009. – Т. 15, № 4. – С. 718 – 728.
57. **Балабанов, П. В.** Методы и средства исследования характеристик тепло- и массопереноса регенеративных продуктов и поглотителей для систем жизнеобеспечения. Ч. 1: Методы и средства определения теплофизических характеристик: монография / П. В. Балабанов. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 96 с.
58. **Макаров, В. С.** Удельная теплоемкость жидкой фракции свиного навоза / В. С. Макаров, В. П. Капустин, С. В. Пономарев // Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства. – 1977. – № 12. – С. 121–122.
59. **Дивин, А. Г.** Методы и средства для определения зависимости теплофизических характеристик жидких полимерных материалов от скорости сдвига и температуры: монография // А. Г. Дивин. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2011. – 160 с.
60. **Ивлиев, А. Д.** Метод температурных волн в теплофизических исследованиях (анализ советского и российского опыта) / А. Д. Ивлиев // Теплофизика высоких температур. – 2009. – Т. 47, № 5. – С. 771 – 792.

61. **Власов, В. В.** Метод и устройства неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов массивных тел / В. В. Власов, Ю. С. Шаталов, А. А. Чуриков и др. // Измерительная техника. – 1980. – № 6. – С. 42 – 46.
62. **Власов, В. В.** Неразрушающий контроль, зависящих от температуры коэффициентов тепло- и температуропроводности / В. В. Власов, Ю. С. Шаталов, А. А. Чуриков, Е. Н. Зотов // Промышленная теплотехника. – 1981. – Т. 3, № 3. – С. 43 – 52.
63. **Мищенко, С. В.** метод неразрушающего контроля при исследовании температурной зависимости теплофизических характеристик массивных образцов / С. В. Мищенко, А. А. Чуриков, В. Е. Подольский // Вестник ТГТУ. – 1995. – Т. 1, № 3–4. – С. 246 – 254.
64. **Власов, В. В.** Методы и устройства неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов массивных тел / В. В. Власов, Ю. С. Шаталов, Е. Н. Зотов и др. // Измерительная техника. – 1980. – № 6. – С. 42 – 45.
65. **Власов, В. В.** Методы неразрушающего теплофизического контроля анизотропных тел / В. В. Власов, Ю. С. Шаталов, Е. Н. Зотов и др. // Инженерно-физический журнал. – 1977. – Т. 33, № 3. – С. 479 – 485.
66. **Мищенко, С. В.** Проектирование устройств для определения теплофизических свойств твердых и дисперсных материалов / С. В. Мищенко, А. А. Чуриков, Г. В. Шишкина // Вестник ТГТУ. – 2000. – Т. 6, № 1. – С. 6 – 18.
67. **Мищенко, С. В.** Микропроцессорная система измерения теплофизических характеристик / С. В. Мищенко, С. В. Пономарев, А. А. Чуриков и др. // Приборы и техника и эксперименты (ПТЭ). – 1989. – № 3. – С. 227–228.
68. **Чуриков, А. А.** Методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств изделий и образцов из неоднородных твердых материалов : дис. ... д-ра техн. наук ; специальность 05.11.13. – Тамбов : ТГТУ, 2000. – 641 с.
69. **Дивин, А. Г.** Автоматизированная измерительная установка для исследования зависимости теплопроводности и реологических характеристик неньютоновских жидкостей от скорости сдвига / А. Г. Дивин, С. В. Мищенко, С. В. Пономарев и др. // Приборы и техника эксперимента. – 2008. – № 3. – С. 163 – 172.
70. **Толстых, С. Г.** Разработка метода и устройства для измерения коэффициента диффузии влаги в капиллярно-пористых материалах : дис. ... канд. техн. наук / С. Г. Толстых. – Тамбов, 2004. – 240 с.
71. **Мочалин, С. Н.** Выбор оптимальных условий измерения характеристик влагопереноса в тонколистовых капиллярно-пористых материалах методом «мгновенного» источника влаги / С. Н. Мочалин, И. Н. Исаева, С. В. Пономарев // Вестн. Тамб. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 16, № 3. – С. 533 – 545.
72. **Мочалин, С. Н.** Анализ источников погрешностей измерений характеристик переноса влаги в тонколистовых капиллярно-пористых материалах / С. Н. Мочалин // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. – 2010. – №79(30). – С. 329 – 337.
73. **Беляев, П. С.** Тепло- и массоперенос в полимерных материалах с пористой структурой. Методы и средства контроля / П. С. Беляев, С. В. Мищенко. – М. : Машиностроение, 2000. – 284 с.

74. **Мищенко, С. В.** Выбор оптимальных режимных параметров при измерении теплофизических свойств жидкостей методами ламинарного режима / С. В. Мищенко, С. В. Пономарев // Теплофизические свойства веществ : труды VIII Всесоюзной конференции. Часть I. – Новосибирск : Изд-во ин-та теплофизики СО АН СССР, 1989. – С. 282 – 286.
75. **Карслоу, Г. С.** Теплопроводность твердых тел / Г. С. Карслоу, Д. Егер. – М. : Наука, 1964. – 487 с.
76. **Карслоу, Г. С.** Теория теплопроводности / Г. С. Карслоу. – М.–Л. : ОГИЗ, 1947. – 288 с.
77. **Карслоу, Г.** Операционные методы в прикладной математике / Г. Карслоу, Д. Егер. – М. : Гос. изд. иностр. лит., 1948. – 291 с.
78. **Лыков, А. В.** Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М. : Высшая школа, 1967. – 599 с.
79. **Лыков, А. В.** Тепломассообмен : справочник / А. В. Лыков. – М. : Энергия, 1972. – 560 с.
80. **Карташев, Э. М.** Аналитические методы в теплопроводности твердых тел / Э. М. Карташев. – М. : Высшая школа, 1979. – 415 с.
81. **Тихонов, А. Н.** Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М. : Наука, 1972. – 735 с.
82. **Филиппов, Л. П.** Исследование теплопроводности жидкостей / Л. П. Филиппов. – М. : Изд-во МГУ, 1970. – 239 с.
83. **Гуров, А. В.** Измерение теплофизических свойств теплоизоляционных материалов методом плоского «мгновенного» источника теплоты : монография / А. В. Гуров, С. В. Пономарев ; под науч. ред. С. В. Пономарева. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2013. – 100 с.
84. **Арсенин, В. Я.** Методы математической физики и специальные функции / В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1974. – 432 с.
85. **Краев, О. А.** Измерение теплопроводности металлов в широком интервале температур за один опыт / О. А. Краев // Теплоэнергетика. – 1957. – № 2. – С. 69 – 72.
86. **Краев, О. А.** Метод определения зависимости температуропроводности от температуры за один опыт / О. А. Краев // Теплоэнергетика. – 1956. – № 4. – С. 44 – 48.
87. **Краев, О. А.** Метод определения теплопроводности жидкостей / О. А. Краев // Заводская лаборатория. – 1960. – № 2. – С. 183–184.
88. **Бровкин, Л. А.** Определение коэффициента температуропроводности при квазистационарном режиме / Л. А. Бровкин // Заводская лаборатория. – 1961. – Т. 27, № 5. – С. 578 – 581.
89. **Измеритель теплопроводности ИТ-λ-400.** Техническое описание и инструкция по эксплуатации. – Актюбинск : завод «Эталон», 1979. – 40 с.
90. **Платунов, Е. С.** Прибор для исследования температуропроводности и теплоемкости в режиме монотонного разогрева / Е. С. Платунов, В. В. Курепин // Известия вузов, Приборостроение. – 1966. – Т. 9, № 3. – С. 127 – 130.
91. **Баранов, И. В.** Комплексное измерение теплофизических свойств в условиях монотонного разогрева / И. В. Баранов, А. А. Никитин // Известия СПбГУНиПТ. – 2006. – № 1. – С. 62–63.
92. **Буравой, С. Е.** О теплофизических измерениях в монотонном режиме / С. Е. Буравой, В. В. Курепин, Е. С. Платунов // ИФЖ. – 1971. – Т. 21, № 4. – С. 750 – 760.

93. **Платунов, Е. С.** Метод скоростного измерения температуропроводности теплоизоляционных и полупроводниковых материалов в широком интервале температур / Е. С. Платунов // Известия вузов. Приборостроение. – 1961. – Т. 4, № 1. – С. 84 – 93.

94. **Платунов, Е. С.** Методы скоростных измерений теплопроводности и теплоемкости материалов в широком интервале температур / Е. С. Платунов // Известия вузов. Приборостроение. – 1961. – Т. 4, № 4. – С. 90 – 97.

95. **Шорин, С. Н.** Теплопередача / С. Н. Шорин. – М. : Высшая школа, 1964. – 490 с.

96. **Багинский, А. В.** Об исследовании теплопроводности полупрозрачных веществ в тонких слоях. II. Высокочастотная плоская тепловая волна / А. В. Багинский // Известия Сибирского отделения АН СССР. Серия техн. наук. – 1981. – Вып. 3. – № 13. – С. 17 – 20.

97. **Варгафтик, Н. Б.** О теплопроводности паров ртути / Н. Б. Варгафтик, Ю. К. Виноградов // Теплофизика высоких температур. – 1973. – Т. 11, № 3. – С. 523 – 526.

98. **Филиппов, Л. П.** Использование метода периодического нагрева зондов для исследования теплофизических свойств жидкостей и газов / Л. П. Филиппов, С. Н. Нефедов, С. Н. Кравчун, Л. А. Бахарева // Измерительная техника. – 1980. – № 6. – С. 32 – 35.

99. **Кравчун, С. Н.** Исследование теплофизических свойств н-гексана в окрестности критической точки методом периодического нагрева в линейном и нелинейном режимах / С. Н. Кравчун, В. М. Абдулаева // Известия СО АН СССР, серия технических наук. – 1989. – Вып. 3. – С. 31 – 39.

100. **Кравчун, С. Н.** Измерение тепловых свойств тонких диэлектрических пленок зондовым методом периодического нагрева. 1. Теория метода / С. Н. Кравчун, С. Т. Давитадзе, Н. С. Мизина, Б. А. Струков // Физика твердого тела. – 1997. – Т. 39, № 4. – С. 762 – 767.

101. **Липаев, А. А.** Теплофизические исследования в петрофизике / А. А. Липаев. – Казань : Изд-во КГУ, 1993. – 147 с.

102. **Нефедов, С. Н.** Методика измерения комплекса теплофизических свойств жидкостей / С. Н. Нефедов, Л. П. Филиппов // Тепло- и массообмен в химической технологии. – Казань, 1978. – Вып. 6. – С. 10 – 13.

103. **Николаев, С. А.** Определение теплофизических свойств капиллярно-пористых сред в условиях массопереноса методом тепловых волн / С. А. Николаев, В. А. Чугунов, А. А. Липаев // Инженерно-физический журнал. – 1990. – Т. 59, № 2. – С. 317 – 319.

104. **Поликарпов, Ю. И.** Применение метода температурных волн для исследования тепловых релаксационных процессов в полимерах / Ю. И. Поликарпов // Высокомолекулярные соединения. – 1987. – Т. 29, № 2. – С. 424 – 426.

105. **Поликарпов, Ю. И.** Автоматизированная установка для измерений комплексных характеристик полимеров методом температурных волн / Ю. И. Поликарпов, В. Г. Бурцев // Приборы и техника эксперимента. – 1988. – № 1. – С. 193 – 195.

106. **Филиппов, Л. П.** Регистрация температурных волн в термически нелинейных средах / Л. П. Филиппов, С. Н. Кравчун, В. М. Абдулаева. – М. : Вестник Моск. ун.-та, сер. 3. Физика. Астрономия. – 1988. – Т. 29, № 1. – С. 97 – 100.

107. **Филиппов, Л. П.** Установка для исследования комплекса теплофизических свойств жидкостей / Л. П. Филиппов, С. Н. Нефедов // Заводская лаборатория. – 1979. – № 12. – С. 1126 – 1128.
108. **Davitadze, S. T.** Specific heat and thermal conductivity of BaTiO₃ polycrystalline thin films / S. T. Davitadze, B. A. Strukov, S. N. Kravchun et al. // Applied Physics Letters. – 2002. – V. 80, № 9. – P. 1631 – 1633.
109. **Strukov, B. A.** Experimental study of heat properties of Ba_{1-x}Sr_xTiO₃ thin films on a substrate / B. A. Strukov, S. T. Davitadze, S. N. Kravchun et al. // Defects and Surface-Induced Effects in Advanced Perovskites. G. Borstel et al. (eds.) NATO Science Series. 3. High Technology. – 2000. – V. 77. – P. 279 – 284.
110. **Кулаков, М. В.** К определению термических коэффициентов твердых термоизоляторов / М. В. Кулаков // Журнал технической физики. – 1952. – Т. 22, № 1. – С. 67 – 72.
111. **Кулаков, М. В.** Исследование тепловых свойств материалов / М. В. Кулаков // Строительная промышленность. – 1952. – № 6. – С. 26–27.
112. **Каганов, М. А.** К вопросу об использовании метода «мгновенного» источника тепла для определения термических характеристик теплоизоляторов / М. А. Каганов // Журнал технической физики. – 1956. – Т. 26, № 3. – С. 674 – 677.
113. **Власов, В. В.** О скоростном автоматическом определении коэффициента теплопроводности методом мгновенного источника тепла / В. В. Власов, Н. Н. Дорогов, В. Н. Казаков // Труды ТИХМа. – 1968. – № 2. – С. 346 – 349.
114. **Власов, В. В.** Скоростное автоматическое определение коэффициента температуропроводности методом мгновенного источника тепла / В. В. Власов, Н. Н. Дорогов, В. Н. Казаков // Труды Тамбовского ВНИИРТМАШа. – 1967. – № 1. – С. 140 – 147.
115. **Корн, Г.** Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М. : Наука, 1973. – 832 с.
116. **Шаталов, Ю. С.** Интегральные представления постоянных коэффициентов теплопереноса : учебное пособие / Ю. С. Шаталов. – Уфа : Уфимский авиационный институт, 1992. – 82 с.
117. **Крылов, В. И.** Справочная книга по численному интегрированию / В. И. Крылов, Л. Т. Шульгина. – М. : Наука, 1966. – 372 с.
118. **Крылов, В. И.** Приближенное вычисление интегралов / В. И. Крылов. – М. : Наука, 1967. – 500 с.
119. **А. с. № 458753 СССР.** Способ определения теплофизических свойств материалов / С. З. Сапожников, Г. М. Серых ; опубл. в бюл. № 4, 1975.
120. **Серых, Г. М.** Прибор для комплексного определения теплофизических характеристик материалов / Г. М. Серых, Б. П. Колесников, В. Г. Сысов // Промышленная теплотехника. – 1981. – Т. 3, № 1. – С. 85 – 91.
121. **А. с. № 832433 СССР, МКИ G01N 25/18.** Способ определения теплофизических свойств материалов / Г. М. Серых, Б. П. Колесников ; опубл. в бюл. № 19, 1981.
122. **А. с. № 949448 СССР, МКИ G01N 25/18.** Способ определения теплофизических характеристик материалов / Б. П. Колесников, Г. М. Серых, В. Г. Сысов ; опубл. в бюл. № 29, 1983.

123. **Чуриков, А. А.** Выбор режимных параметров для корректного проведения неразрушающего теплофизического контроля / А. А. Чуриков, Г. В. Названцева // Новое в теплофизических свойствах : тез. докл. III Междунар. теплофизической школы. – Тамбов : Из-во ТГТУ, 1998. – С. 141–142.
124. **Мищенко, С. В.** Микропроцессорная система измерения теплофизических характеристик / С. В. Мищенко, Б. И. Герасимов, А. А. Чуриков и др. // Приборы и техника эксперимента (ПТЭ). – 1989. – № 3. – С. 227–228.
125. **А. с. СССР № 1689825**, МКИ G 01 N 25/18. Способ определения теплофизических характеристик материалов / С. В. Мищенко, А. М. Карпов, А. А. Чуриков и др. – 1991.
126. **Чуриков, А. А.** Выбор методов неразрушающего контроля теплофизических характеристик образцов с учетом множества состояний функционирования измерительных устройств / А. А. Чуриков, С. В. Мищенко // ИФЖ. – 1989. – Т. 57, № 1. – С. 61 – 69.
127. **Смольский, Б. М.** Реодинамика и теплообмен нелинейно вязкопластичных материалов / Б. М. Смольский, З. П. Шульман, В. М. Гориславец // Минск : Наука и техника, 1970. – 446 с.
128. **Уилкинсон, У. Л.** Неньютоновские жидкости / У. Л. Уилкинсон. – М. : Мир, 1964. – 216 с.
129. **Кулаков, М. В.** Технологические измерения и приборы для химических производств / М. В. Кулаков. – М. : Машиностроение, 1983. – 424 с.
130. **Мищенко, С. В.** Автоматические аналитические приборы : лабораторные работы / сост. : С. В. Мищенко, С. В. Пономарев, А. Г. Дивин. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 1996. – Ч. 1. – 32 с.
131. **Крутоголов, В. Д.** Ротационные вискозиметры / В. Д. Крутоголов, М. В. Кулаков. – М. : Машиностроение, 1984. – 112 с.
132. **Белкин, И. М.** Ротационные приборы / И. М. Белкин, Г. В. Виноградов, А. И. Леонов. – М. : Машиностроение, 1968. – 272 с.
133. **Шумилов, П. П.** Исследования передачи тепла при движении нефтей и других жидкостей и газов по трубам / П. П. Шумилов, В. С. Яблонский // Нефтяное хозяйство. – 1929. – Т. 16, № 5. – С. 683 – 705.
134. **А. с. № 495593**. Способ определения температуропроводности жидкости / В. В. Власов, М. В. Кулаков, С. В. Пономарев, А. В. Трофимов, А. К. Паньков, С. В. Мищенко, Н. П. Пучков, В. А. Васильев, Н. П. Федоров, В. Г. Серегина. – 1975. – № 46.
135. **А. с. № 1711054**. Способ определения температуропроводности жидкости / С. В. Пономарев, Б. И. Герасимов, В. Н. Перов ; Бюл. № 5, 1992.
136. **А. с. № 1681217**. Способ определения теплофизических характеристик жидкости / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, Б. И. Герасимов, В. М. Жилкин, Г. Ш. Каржуев ; Бюл. № 36, 1991.
137. **А. с. № 1673940**. Способ комплексного определения теплофизических свойств жидкости / С. В. Пономарев, В. Н. Перов ; Бюл. № 32, 1991.
138. **А. с. № 1820309**. Способ измерения теплофизических свойств жидкости / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, А. Г. Дивин, А. А. Чуриков ; Бюл. № 21, 1993.
139. **Макаров, В. С.** Измерения теплофизических свойств некоторых жидкостей методами ламинарного режима / В. С. Макаров, А. Я. Наумова,

С. В. Пономарев // Автоматизация и комплексная механизация химико-технологических процессов. – Ярославль, 1978. – С. 84 – 87.

140. **А. с. № 1711054.** Способ определения температуропроводности жидкости / С. В. Пономарев, Б. И. Герасимов, В. Н. Перов ; Бюл. № 5, 1992.

141. **Рудобашта, С. П.** Массоперенос в системах с твердой фазой / С. П. Рудобашта. – М. : Химия, 1980. – 248 с.

142. **Гинзбург, А. С.** Массовлагообменные характеристики пищевых продуктов / А. С. Гинзбург, И. М. Савина. – М. : Легк. и пищ. пром-ть, 1982. – 280 с.

143. **Мищенко, С. В.** Разработка автоматизированной системы научных исследований и проектирования технологических процессов тепломассопереноса / С. В. Мищенко, С. В. Пономарев // Теор. основы хим. технол. – 1994. – Т. 8, № 6. – С. 547 – 555.

144. **Лыков, А. В.** Теория сушки / А. В. Лыков. – 2-е изд. – М. : Энергия, 1968. – 471 с.

145. **Цимерманис, Л. Б.** Термодинамические и переносные свойства капиллярно-пористых тел / Л. Б. Цимерманис. – Челябинск : Южно-Уральское кн. изд., 1970. – 202 с.

146. **Секанов, Ю. П.** Влагометрия сельскохозяйственных материалов / Ю. П. Секанов. – М. : Агропромиздат, 1985. – 278 с.

147. **Берлинер, М. А.** Измерения влажности / М. А. Берлинер. – М. : Энергия, 1973. – 400 с.

148. **Кричевский, Е. С.** Теория и практика экспрессного контроля влажности твердых и жидких материалов / Е. С. Кричевский, В. К. Бензарь, М. В. Венедиктов и др. – М. : Энергия, 1980. – 240 с.

149. **Беляев, П. С.** Исследование эффективных значений коэффициента диффузии активных растворителей в композиционных материалах на основе производных целлюлозы / П. С. Беляев, С. В. Мищенко, В. А. Гладких // Вестник ТГТУ. – 1998. – Т. 4, № 1. – С. 6 – 18.

150. **Канавче, Г.** Экспериментальное исследование и расчет тепло- и массопереноса во влажных телах / Г. Канавче, М. Урошевич, М. Стефанович, Д. Воронец // Инженерно-физический журнал. – 1994. – Т. 67, № 5–6. – С. 445 – 460.

151. **Мочалин, С. Н.** Математическая модель экспрессного метода измерения коэффициента диффузии влаги в капиллярно-пористых материалах / С. Н. Мочалин // Теплофизика в энергосбережении и управлении качеством: матер. Шестой междунар. теплофизической школы в 2 ч. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – С. 160–161.

152. **Беляев, М. П.** Неразрушающий экспресс-контроль коэффициента диффузии полярных растворителей в тонких изделиях / М. П. Беляев, В. П. Беляев // Вестник ТГТУ. – 2008. – Т. 14, № 1. – С. 41 – 47.

153. **Мочалин, С. Н.** Метод измерения коэффициента диффузии влаги в тонколистových капиллярно-пористых материалах / С. Н. Мочалин, С. В. Пономарев // Труды ТГТУ : сб. науч. статей молодых ученых и студентов / Тамб. гос. техн. ун-т. – Тамбов, 2008. – Вып. 21. – С. 135 – 139.

154. **Лыков, А. В.** Теория тепло- и массопереноса / А. В. Лыков, Ю. А. Михайлов. – М.–Л. : Госэнергоиздат, 1963. – 536 с.
155. **Муштаев, В. И.** Сушка дисперсных материалов / В. И. Муштаев, В. М. Ульянов. – М. : Химия, 1988. – 352 с.
156. **Crank, J.** Diffusion in Polymers / J. Crank, G. S. Park. – London–New York : Acad. Press, 1968. – 452 p.
157. **Рудобашта, С. П.** Диффузия в химико-технологических процессах / С. П. Рудобашта, Э. М. Карташов. – М. : Химия, 1993. – 208 с.
158. **Кришер, О.** Научные основы техники сушки : пер. с нем. ; под ред. А. С. Гинзбурга / О. Кришер. – М. : Иностранная литература. – 1961. – 536 с.
159. **Беляев, П. С.** Тепло- и массоперенос в полимерных материалах с пористой структурой. Методы и средства контроля / П. С. Беляев, С. В. Мищенко. – М. : Машиностроение, 2000. – 284 с.
160. **Лыков, А. В.** Явления переноса в капиллярно-пористых телах / А. В. Лыков. – М. : ГИТТЛ, 1954. – 296 с.
161. **Лыков, А. В.** Теория переноса энергии и вещества / А. В. Лыков, Ю. А. Михайлов. – Минск : Изд-во АН БССР, 1959. – 330 с.
162. **Беляев, П. С.** АСУ влажностно-тепловыми параметрами. Справочная книга ; под ред. И. Ф. Бородина, С. В. Мищенко / П. С. Беляев, И. Ф. Бородин, Б. И. Герасимов и др. – М. : Росагропромиздат, 1988. – 224 с.
163. **Зайдель, А. Н.** Ошибки измерения физических величин / А. Н. Зайдель. – Л. : Наука, 1974. – 104 с.
164. **Астарита, Дж.** Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей / Дж. Астарита, Дж. Марруччи. – М. : Мир, 1978. – 309 с.
165. **Тадмор, З.** Теоретические основы переработки полимеров / З. Тадмор, К. Гогос. – М. : Химия, 1984. – 632 с.
166. **В.Н.Н.А. van den Brule.** A Network Theory for the Thermal Conductivity of an Amorphous Polymeric Material // Rheologica Acta. – 1989. – V. 28, N 4. – P. 257 – 266.
167. **В.Н.Н.А. van den Brule, P.J. Slikkerveer.** Anisotropic Conduction of Heat Caused by Molecular Orientation in a Flowing Polymeric Liquid // Rheologica Acta. – 1990. – V. 29, N 3. – P. 175 – 181.
168. **Пономарев, С. В.** Методика и автоматизированная аппаратура для исследования теплофизических свойств ламинарно текущих полимеров / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, А. Г. Дивин // Измерительная техника. – 1992. – № 11. – С. 37 – 39.
169. **Петухов, Б. С.** Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах / Б. С. Петухов. – М. : Энергия, 1967. – 411 с.
170. **Петухов, Б. С.** Теплообмен в ядерных энергетических установках / Б. С. Петухов, Л. Г. Генин, С. А. Ковалев. – М. : Атомиздат, 1974. – 407 с.
171. **Диткин, В. А.** Интегральные преобразования и операционное исчисление / В. А. Диткин, А. П. Прудников. – М. : Наука, 1974. – 542 с.
172. **Федоренко, Р. П.** Приближенное решение задач оптимального управления / Р. П. Федоренко. – М. : Наука, 1978. – 486 с.

173. **Полак, Э.** Численные методы оптимизации. Единый подход / Э. Полак. – М. : Мир, 1974. – 376 с.
174. **Бутковский, А. Г.** Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1965. – 476 с.
175. **Сиразетдинов, Т. К.** Оптимизация систем с распределенными параметрами / Т. К. Сиразетдинов. – М.: Наука, 1977. – 480 с.
176. **Рейзлин, В. И.** Численные методы оптимизации / В. И. Рейзлин. – Томск : Изд-во ТПУ, 2011. – 105 с.
177. **Патент РФ № 2436066.** МПК G01N 13/00/ – № 2010130744/28. Способ измерения коэффициента диффузии влаги в капиллярно-пористых листовых материалах / С. В. Пономарев, С. Н. Мочалин, Г. В. Шишкина ; заявл. 21.07.2010; опубл. 10.12.2011, Бюл. № 34.
178. **Пономарев, С. В.** Алгоритм оптимального проектирования первичных преобразователей для измерения температуропроводности жидкости методом ламинарного режима / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, П. С. Беляев // Автоматизация и роботизация в химической промышленности. – Тамбов : ТИХМ, 1986. – С. 218–219.
179. **Мищенко, С. В.** История метрологии, стандартизации, сертификации и управления качеством : учебное пособие / С. В. Мищенко, С. В. Пономарев, Е. С. Пономарева и др. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. – 112 с.
180. **Пономарев, С. В.** Математическое моделирование погрешностей измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов методом плоского «мгновенного» источника теплоты / С. В. Пономарев, М. В. Егоров, Д. А. Любимова // Метрология. – 2014. – № 9. – С. 23 – 35
181. **Гуров, А. В.** Экспериментальная установка для измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов методом плоского «мгновенного» источника теплоты / А. В. Гуров // Метрология. – 2013. – № 4. – С. 16 – 24.
182. **Пономарев, С. В.** Рекомендации по разработке методики введения поправок на систематические погрешности измерения теплофизических свойств веществ / С. В. Пономарев, А. Г. Дивин, П. В. Балабанов и др. // Метрология. – 2013. – № 10. – С. 38 – 47.
183. **Пономарев С. В.** Методы и устройства для измерения эффективных теплофизических характеристик потоков технологических жидкостей : дис. ... д-ра техн. наук / С. В. Пономарев. – М. : МГАХМ, 1995. – 248 с.
184. **Дивин, А. Г.** Выбор рациональных технологических режимов экструзионного формования изделий из полимерных материалов : дис. ... канд. техн. наук / А. Г. Дивин. – Тамбов, 1995. – 150 с.
185. **Дивин, А. Г.** Методы и средства для определения зависимости теплофизических характеристик жидких полимерных материалов от скорости сдвига и температуры : дис. ... д-ра техн. наук / А. Г. Дивин – Тамбов, 2011. – 370 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|-----|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 3 |
| ВВЕДЕНИЕ | 6 |
| 1. ОБЗОР МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ | 14 |
| 1.1. Стационарные методы измерения теплоемкости и теплопроводности | 16 |
| 1.2. Нестационарные методы измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов | 24 |
| 1.3. Специальные методы измерения теплофизических свойств материалов | 52 |
| 2. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОВ ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМА | 53 |
| 2.1. Измерение коэффициента температуропроводности жидкости в процессе течения через измерительную трубку, стенку теплообмен- ного участка которой обогревают путем пропускания через водяную рубашку теплоносителя с постоянной температурой | 53 |
| 2.2. Математическая модель, метод и устройство для исследования зави- симости теплофизических характеристик жидкостей от скорости сдвига | 68 |
| 3. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ И КОНСТРУКЦИОН- НЫХ РАЗМЕРОВ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕ- СКИХ СВОЙСТВ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ МЕТОДА- МИ ПЛОСКОГО «МГНОВЕННОГО» И ИМПУЛЬСНОГО ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛОТЫ | 87 |
| 3.1. Теоретическое обоснование выбора оптимальных режимных па- раметров и рационального конструкционного размера при измерении теплофизических свойств теплоизоляционных материалов методом плоского «мгновенного» источника теплоты | 87 |
| 3.2. Оптимизация процесса обработки экспериментальных данных на основе метода логарифмирования при измерении теплофизических свойств теплоизоляционных материалов методом плоского «мгно- венного» источника теплоты | 101 |
| 3.3. Экспериментальная установка для измерения теплофизических свойств теплоизоляционных материалов методом плоского «мгно- венного» источника теплоты | 112 |
| 3.4. Оптимизация основного размера измерительного устройства и режимных параметров метода плоского импульсного источника теп- лоты при измерении теплофизических свойств теплоизоляционных материалов | 121 |
| 3.5. О выборе оптимальных условий измерения теплофизических свойств веществ методом линейного «мгновенного» источника тепла | 136 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 146 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ | 147 |

Научное издание

ПОНОМАРЕВ Сергей Васильевич
ДИВИН Александр Георгиевич
ЛЮБИМОВА Дарья Александровна

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ
МЕТРОЛОГИИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМНЫХ
ПАРАМЕТРОВ МЕТОДОВ И ОСНОВНЫХ
КОНСТРУКЦИОННЫХ РАЗМЕРОВ УСТРОЙСТВ
ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ
СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ**

Монография

Редактор И. В. Калистратова
Инженер по компьютерному макетированию И. В. Евсеева

ISBN 978-5-8265-1492-4



Подписано в печать 30.11.2015.
Формат 60 × 84 / 16. 9,3 усл. печ. л.
Тираж 100 экз. Заказ № 531

Издательско-полиграфический центр
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14
Тел. 8(4752) 63-81-08;
E-mail: izdatelstvo@admin.tstu.ru