

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Тамбовский государственный технический университет»

П. В. БАЛАБАНОВ, А. П. САВЕНКОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Рекомендовано научно-техническим советом университета
в качестве монографии



Тамбов
Издательство ФГБОУ ВО «ТГТУ»
2016

УДК 536.2
ББК Л71-106.36
Б20

*Работа выполнена при финансовой поддержке
Российского научного фонда по соглашению № 15-19-10028*

Рецензенты:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник,
заведующий лабораторией № 10 ФГБНУ ВНИИТиН
А. И. Петрашев

Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Переработка полимеров и
упаковочное производство» ФГБОУ ВО «ТГТУ»
П. С. Беляев

Балабанов, П. В.

Б20 Теоретические и практические аспекты измерения тепло-
физических свойств гетерогенных материалов: монография /
П. В. Балабанов, А. П. Савенков. – Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВО
«ТГТУ», 2016. – 188 с. – 400 экз.
ISBN 978-5-8265-1630-0

Представлены теоретические основы методов измерения тепло-
физических свойств гетерогенных материалов, состоящих из твердой и
газообразной фаз. Рассматриваются методы измерения теплопроводности,
теплоемкости и температуропроводности, основанные на использо-
вании регулярных тепловых режимов первого и второго рода, а также
многостадийные комбинированные методы. Приведены результаты
исследований неразрушающего пневматического метода измерения
объема твердой фазы, кажущейся плотности и пористости гетерогенных
материалов и описание устройств для реализации метода.

Предназначена для студентов, магистрантов и аспирантов,
проводящих научные исследования в области разработки средств
измерения теплофизических свойств веществ.

Будет полезна специалистам, занимающимся вопросами контроля
теплофизических свойств сыпучих и твердых пористых неметалличе-
ских материалов, в частности твердых адсорбентов и хемосорбентов.

УДК 536.2
ББК Л71-106.36

ISBN 978-5-8265-1630-0

© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Тамбовский государственный
технический университет»
(ФГБОУ ВО «ТГТУ»), 2016

ВВЕДЕНИЕ

Материалы, образованные твердой и газовой фазами, широко используются в хозяйственной деятельности человека. Важное место среди них занимают зернистые (твердые и сыпучие) и волокнистые материалы (в дальнейшем гетерогенные материалы). Показатели качества гетерогенных материалов и изделий из них часто определяются режимами теплопереноса, которые зависят от теплофизических свойств (ТФС) – теплопроводности, теплоемкости, температуропроводности.

ТФС гетерогенной системы являются функциями свойств ее твердой и газовой фаз, объема пор или пространства между зернами и волокнами, удельного объема твердой фазы и т.п. Это обуславливает существенное влияние на теплофизические свойства механических, тепловых и физико-химических воздействий, которым подвергаются материалы в процессе эксплуатации. Поэтому особую актуальность приобретает решение задач разработки методов расчета и экспериментального определения ТФС гетерогенных материалов с учетом их структурных характеристик (под которыми в дальнейшем будем понимать объем твердой и газовой фаз материала, пористость, порозность, плотность), изменяющихся вследствие эксплуатационных воздействий.

Известны различные расчетно-экспериментальные методы определения ТФС. Работы по обобщенной проводимости гетерогенных тел были начаты еще в конце XIX века Максвеллом, а одной из первых расчетных формул, связывающих теплопроводность образца с объемом воздушных включений и теплопроводностью материала твердой фазы, получил Эйкен в начале XX века. Большая часть известных моделей, полученных зарубежными и отечественными учеными (Оллендорфом, Бруггеманом, Рибо, Беттхером, Хенгстом, М. Г. Каганером, Д. Куни и Дж. Смитом, Л. Л. Васильевым и др.) до середины прошлого века, была представлена А. Миснаром в монографии, посвященной теплопроводности гетерогенных тел, а также Г. Н. Дульневым и Ю. П. Заричняком в работе, посвященной теплопроводности смесей и

композиционных материалов. Разработка расчетных методов до сих пор актуальна, что подтверждается работами И. Я. Киселева, А. П. Сорокина, А. Maqsood, S. Sumin и многих других. Знания о ТФС, полученные расчетными методами, могут быть применены для узкого класса материалов и условий их эксплуатации. Поэтому при контроле теплофизических свойств наиболее эффективны экспериментальные методы, базирующиеся на зависимостях, описывающих перенос тепла в гетерогенных системах.

Однако по причине многообразия пористых гетерогенных систем не существует универсальной модели, позволяющей определять их ТФС с приемлемыми погрешностями в широком интервале температур и пористости. Известные методы и средства позволяют осуществлять контроль ТФС материалов при заданных усилиях поджатия, степени уплотнения или насыпной плотности. Но указанные факторы не несут информации о структуре материала, что требует привлечения дополнительных методов исследования и снижает оперативность контроля ТФС. Тепловые воздействия, оказываемые на исследуемый материал непосредственно в ходе процесса измерения ТФС, также влияют на его структурные характеристики, что объясняется тепловым расширением твердой фазы. Поэтому определение ТФС гетерогенных материалов и их структурных характеристик должно осуществляться в ходе единого измерительного процесса.

Таким образом, проблема контроля теплофизических свойств гетерогенных материалов, образованных твердой и газовой фазами, подверженных в процессе эксплуатации механическим, тепловым, физико-химическим воздействиям, по-прежнему остается актуальной.

В настоящей работе изложены теоретические основы разработки методов измерения теплофизических свойств, которые могут быть использованы для контроля твердых сорбентов в виде гранул, зерен, таблеток, блоков и пластин, т.е. материалов, представляющих, по сути, гетерогенные системы «газ – твердое тело».

В первой главе настоящей работы представлен обзор методов и средств измерения теплофизических свойств гетерогенных материалов. Рассматриваются стационарные и нестационарные, а также комбинированные методы измерения теплопроводности и температуропроводности. Проведен критический анализ известных методов измерения объема твердой фазы, кажущейся плотности и пористости гетерогенных материалов.

Вторая глава посвящена методам измерения комплекса теплофизических свойств гетерогенных материалов, использующих закономерности регулярного теплового режима первого рода.

В третьей главе представлены многостадийные методы измерения теплофизических свойств, основанные на использовании стационарного теплового режима и регулярного режима первого рода на различных этапах измерительного процесса.

В четвертой главе рассмотрены методы определения теплофизических свойств гетерогенных материалов на основе теории регулярного режима второго рода.

В пятой главе проведены исследования пневматического неразрушающего метода измерения объема твердой фазы, насыпной плотности, кажущейся плотности и пористости гетерогенных материалов. Приводятся схемы, описание принципа работы, оценка точности и результаты измерений для устройств, реализующих пневматические методы контроля объема твердой фазы и кажущейся плотности гетерогенных материалов.

Помимо теоретического обоснования разработанных методов измерения теплофизических свойств проведен их метрологический анализ. Исходя из результатов этого анализа, сформулированы рекомендации по проведению измерительных операций и выбору конструктивных параметров измерительных ячеек и структуры измерительных установок, обеспечивающих повышение точности и оперативности. Представлены методики и алгоритмы проведения измерений и обработки опытных данных. Произведена оценка погрешности измерений теплофизических свойств для измерительных установок выбранной структуры и измерительных ячеек с рациональными конструктивными параметрами.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся разработкой методов и устройств для измерения теплофизических свойств гетерогенных материалов «газ – твердое тело»: порошков, гранулированных веществ, пористых пластин и т.д. Применение совокупности методов измерения различных физических величин, представленных в настоящей работе, позволит определять не только теплофизические характеристики насыпного слоя, но и оценивать свойства твердой фазы.

Обзор методов измерения объема твердой фазы, кажущейся плотности и пористости гетерогенных материалов и исследования, результаты которых представлены в пятой главе настоящей работы, выполнены при поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания вузам по теме «Разработка информационно-измерительной системы для определения зависимости от температуры теплофизических характеристик гетерогенных систем, образованных твердой и газообразной фазами» (проект № 539).

Глава 1

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ

1.1. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ, ТЕПЛОЕМКОСТИ И ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

1.1.1. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННОГО МАТЕРИАЛА

Методы основаны на использовании математических моделей, устанавливающих взаимосвязь между параметрами теплопереноса в гетерогенном материале и его пористостью. Работы по разработке таких моделей были начаты еще в начале XX века и продолжаются в настоящее время. Считается, что первая работа по обобщенной проводимости гетерогенного тела принадлежит Максвеллу, предложившему модель электропроводности тела, состоящего из сплошной изотропной массы с вкраплениями шаров в кубической укладке, которая давала хорошие результаты для тел с малой пористостью. Применительно к расчету теплопроводности λ теоретический анализ впервые в 1912 г. использовал Эйкен. Он получил формулу для вычисления среднеинтегрального (эффективного) значения λ бетона с воздушными включениями сферической формы [142]:

$$\lambda = \lambda_T (1 - v_B) / (1 + v_B / 2), \quad (1.1)$$

где λ_T – теплопроводность твердой фазы материала; $v_B = f(\varepsilon)$ – объемное содержание воздушных включений; ε – пористость.

В 1919 году Бургером было изучено влияние формы частиц (эллипсоидальные и цилиндрические), наполняющих сплошную среду, на λ . Позднее теплопроводность сыпучих и пористых тел исследовали Оллендорф (1931), Бруггеман (1935), Рибо (1937) Беттхер (1945), Польдер и Ван Сантен (1946).

Для сыпучих материалов формула Эйкена мало пригодна, поэтому в работе [142] предложено выражение

$$\lambda = \lambda_T \left[1 + v_T / \left(1 - v_T^{1/3} \right) \right], \quad (1.2)$$

где v_T – объемное содержание твердого вещества.

В случае материалов, в которых кроме пор имеются трещины (как например в кирпиче после обжига), приведенные выше соотношения потребовали корректировки. При этом использовали зависимость [142]

$$\lambda = a\lambda_{(1)} + b\lambda_{(2)}, \quad (1.3)$$

где $\lambda_{(1)}, \lambda_{(2)}$ – теплопроводности, полученные по формулам (1.1), (1.2); a, b – коэффициенты, зависящие от формы и размеров пор и трещин (по данным разных исследователей эти коэффициенты существенно отличаются).

При определении теплопроводности зернистых материалов дополнительно учитывают передачу теплоты через зоны контакта частиц, а для порошковых (тонкодисперсионных) материалов – явление, называемое «температурным скачком», которое впервые обнаружил М. Смолуховский.

Для порошковых материалов А. Миснар предложил расчетные формулы вида (1.3) с различными значениями коэффициентов a, b . Например, для таких материалов, как диатомитовая мука с примесями воздуха, водорода, углекислого газа, метана (пористостью 0,71), диатомитовый песок с межзерновыми промежутками, заполненными воздухом (пористостью 0,72), пробковая пыль с межзерновыми промежутками, заполненными воздухом (пористостью 0,77), коэффициенты a, b рекомендуется выбирать соответственно 0,3 и 0,7. Необходимо отметить, что указанные значения справедливы для относительно уплотненных порошков с произвольной укладкой частиц и малыми значениями λ . Для зернистых материалов хорошее совпадение по результатам расчета зависимостей λ от пористости дают модели Г. Н. Дульнева [143], В. З. Богомолова [144], М. Г. Каганера [145], Куни и Смита. Анализируя известные модели, можно сделать вывод, что теплопроводность гетерогенного материала определяется как функция пористости, теплопроводностей твердой и газовой фаз материала:

$$\lambda = f(\varepsilon, \lambda_T, \lambda_G),$$

причем вид функции зависит от множества факторов, в частности, размера пор, зерен, площади их контакта, высоты шероховатостей и т.д.

Теплоемкость и плотность гетерогенных материалов являются аддитивными величинами. Для их определения можно использовать выражения [146, 147]:

$$c = (1 - \varepsilon)c_T + \varepsilon c_G; \quad \rho = \rho_T(1 - \varepsilon),$$

где c – удельная теплоемкость; ρ – плотность.

Для определения температуропроводности пористых структур А. П. Сорокиным получены формулы вида [148]

$$a(T, \varepsilon) = a_0 f_T(T) f_\varepsilon(\varepsilon), \quad (1.4)$$

где a_0 – температуропроводность, соответствующая некоторой начальной температуре; $f_T(T)$ – функция зависимости температуропроводности твердой фазы материала от температуры; $f_\varepsilon(\varepsilon) = 1$ – функция пористости.

Из выражения (1.4) следует, что на температуропроводность рассматриваемых материалов пористость непосредственно практически не влияет, несмотря на зависимость от нее λ , ρ , c .

В целом из анализа существующих моделей, связывающих параметры теплопереноса в гетерогенных материалах с их пористостью, можно сделать следующие выводы. Универсальной модели, описывающей взаимосвязь между теплопроводностью и пористостью, в настоящее время не создано. При выборе модели, а также при осуществлении расчетов по ней необходимо учитывать структуру гетерогенных материалов, физико-химические свойства их твердой и газовой фаз, размеры пор, зерен или волокон, а также множество других характеристик (например, температуру, давление, шероховатость частиц материала). Поэтому выбор расчетных методов, на наш взгляд, оправдан только в тех случаях, когда существует уверенность в адекватности математической модели, используемой для расчета. В остальных случаях целесообразнее использовать экспериментальные методы.

1.1.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННОГО МАТЕРИАЛА

1.1.2.1. Стационарные методы измерения теплопроводности

В настоящее время в России и за рубежом разработано множество методов и приборов для измерения ТФС различных веществ. Это объясняется, прежде всего, тем, что непрерывно создаются новые материалы, теплопроводность, температуропроводность и удельная теплоемкость которых изменяются в широких пределах и сильно зависят от изменения структуры вещества, рода термической и механической обработки, от наличия примесей. А универсальных измерительных методик экспериментального исследования тепловых свойств веществ, пригодных для любых условий опыта, как показывают результаты анализа литературы, пока не существует, хотя принципиальные основы методов являются общими для различных веществ. Разработано

значительное количество измерительных схем для частных конкретных условий эксперимента. Им соответствуют и различные конструкции приборов применительно к твердым телам, газам или жидкостям, проводникам тепла или изоляторам, низким и высоким температурам и т.д.

Проведем анализ возможности применения существующих методов и средств измерения для исследования теплофизических свойств регенеративных продуктов, поглотителей и конструкционных элементов средств регенерации воздуха. Согласно работам [1 – 4] методы измерения ТФС в зависимости от характера изменения во времени температур и тепловых потоков можно разделить на три группы: стационарные, нестационарные методы.

Суть стационарных методов измерения заключается в определении теплового потока, проходящего через опытный образец заданных размеров, и перепада температур на его изотермических поверхностях при установившемся тепловом режиме [1 – 7]. Если, например, на одну из поверхностей твердого образца воздействовать постоянным тепловым потоком, а температуру противоположной поверхности поддерживать постоянной, то для вычисления искомой теплопроводности λ можно воспользоваться решением одномерного уравнения

$$\frac{d}{dr} \left(r^\Gamma \frac{dT(r)}{dr} \right) = 0, \quad R_1 < r < R_2,$$

с граничными условиями: $\lambda \frac{dT(R_1)}{dr} = q = \text{const}, \quad T(R_2) = T_2 = \text{const},$

где r – поперечная координата одномерного образца; R_1, R_2 – координаты граничных поверхностей образца; T – температура; Γ – коэффициент формы образца ($\Gamma = 0, 1, 2$ – соответственно для плоской, цилиндрической и сферической систем координат); q – тепловой поток, подводимый к образцу на поверхности с координатой $r = R_1$; T_2 – температура, поддерживаемая постоянной на поверхности образца с координатой $r = R_2$.

Для тел простой геометрической формы искомую теплопроводность обычно определяют [1 – 5] по формуле

$$\lambda = \frac{q}{T_1 - T_2} K,$$

где $T_1 - T_2$ – перепад температур на изотермических поверхностях образцов; K – коэффициент формы исследуемого материала. Приведенная формула выведена в предположении, что теплопроводность не зависит от температуры.

Основными предпосылками стационарных методов измерения являются постоянство и однородность теплового потока в пространстве, отклонения от теоретического распределения которого могут возникать из-за неравномерного температурного поля, создаваемого нагревателем. Образцы должны иметь изотропную теплопроводность, так как предполагается, что изотермы параллельны изотермическим поверхностям прибора. Важной проблемой при разработке приборов, основанных на стационарных методах измерения, является создание совершенного контакта образца с рабочими поверхностями прибора.

К основным достоинствам стационарных методов измерения можно отнести их достаточную простоту и надежность расчетных уравнений, а основными недостатками являются значительные затраты времени на подготовку и проведение опыта и возможность измерения только одной тепловой характеристики.

Наибольшее распространение среди стационарных методов измерения получили методы плоского слоя (методы пластины), методы цилиндрического слоя (методы трубы или цилиндра), а также методы шарового слоя (методы шара).

При реализации методов плоского слоя [1 – 15] исследуемому образцу (или образцам) придается форма пластины, отношение толщины которой к диаметру рекомендуется выбирать из диапазона $1/10 \dots 1/7$. На внешних поверхностях образца создается перепад температур. Боковая поверхность образца защищается от потерь тепла в окружающую среду. Измерение теплопроводности осуществляется при установленном тепловом режиме, когда расход мощности от нагревателя соответствует отводу тепла через холодильник.

Наиболее широкое распространение стационарные методы плоского слоя приобрели для измерения теплопроводности и термического сопротивления строительных материалов и изделий. Например, в ГОСТ 7076–99 [16] для реализации этого метода применяют приборы:

а) собранные по асимметричной схеме, оснащенные одним тепломером, который расположен между испытываемым образцом и холодной плитой прибора или между образцом и горячей плитой прибора (рис. 1.1, а);

б) собранные по симметричной схеме, оснащенные двумя тепломерами, один из которых расположен между испытываемым образцом и холодной плитой прибора, а второй – между образцом и горячей плитой прибора (рис. 1.1, б);

в) прибор, в котором плотность теплового потока, проходящего через испытываемый образец, определяют путем измерения электрической мощности, подаваемой на нагреватель зоны измерения горячей плиты прибора (прибор с горячей охранной зоной) (рис. 1.1, в).

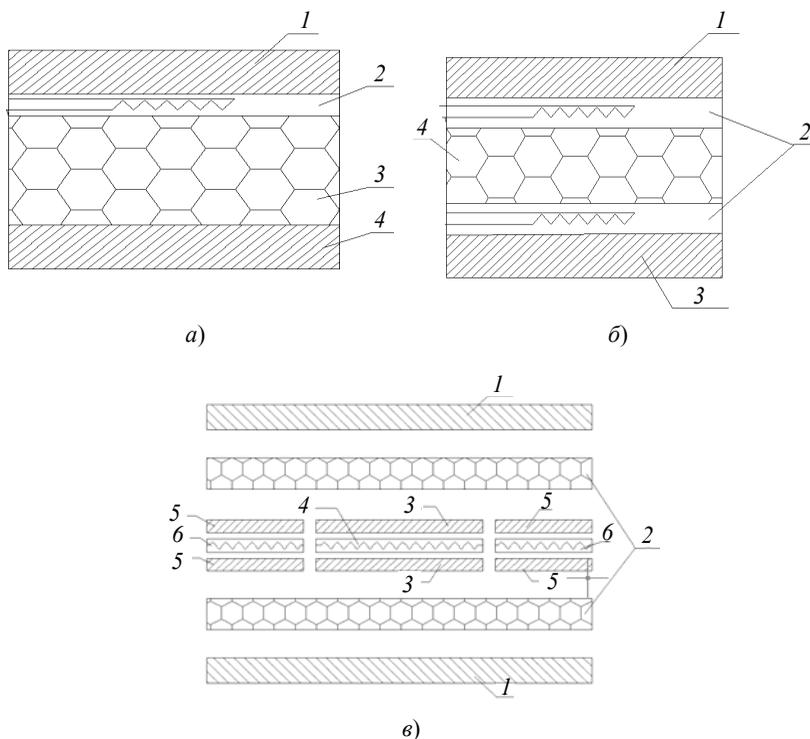


Рис. 1.1. Схемы приборов, реализующих метод пластины:
a – схема с одним тепломером: 1 – нагреватель; 2 – тепломер;
 3 – испытуемый образец; 4 – холодильник;
б – схема прибора с двумя тепломерами: 1 – нагреватель;
 2 – тепломеры; 3 – холодильник; 4 – испытуемый образец;
в – схема прибора с горячей охранной зоной: 1 – холодильник;
 2 – испытуемые образцы; 3 – плиты нагревателя зоны измерения;
 4 – обмотка нагревателя зоны измерения; 5 – плиты нагревателя
 охранной зоны; 6 – обмотка нагревателя охранной зоны

Метод пластины может применяться не только для измерения теплопроводности теплоизоляционных материалов. Его можно использовать для изучения теплопроводности металлов и других проводников тепла. В этом случае приборы приобретают другое конструктивное исполнение [1].

Существует немало серийно выпускаемых приборов, реализующих метод неограниченного плоского слоя. Примером может служить прибор ПИТ-2.1, схема которого представлена на рис. 1.2.

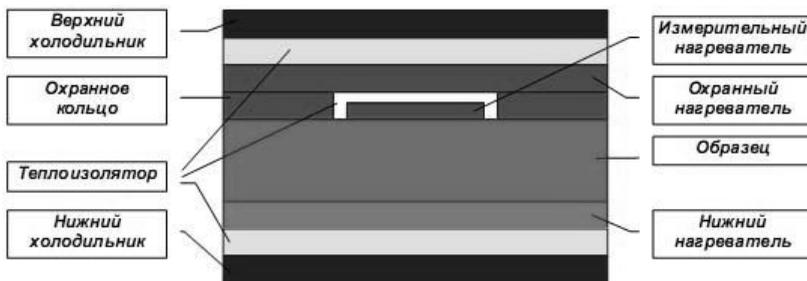


Рис. 1.2. Схема прибора ПИТ-2.1 для измерения теплоизоляционных материалов по методу стационарного плоского слоя

К серийно выпускаемым приборам можно отнести приборы марок: ИСК-У (НПЦ «ФИЗТЕХ»), ИТП-МГ4 «100», ИТП-МГ4 «250» (ООО «СКБ Стройприбор»), ИТС-1 (НПП «Интерприбор»), ПИТ-2.1 (ООО «ИзТех»), ИТ-4 и др.

Большое влияние на точность при измерениях указанными методами и приборами оказывают контактные тепловые сопротивления, возникающие при контакте поверхности образцов с нагревателями и холодильниками. Для уменьшения указанных сопротивлений в измерительных устройствах используют сжимающие приспособления, при возможности осуществляют качественную обработку поверхности образцов.

Кроме серийных приборов существует большое разнообразие единичных разработок [10 – 15], которые различаются технической реализацией, требованиями к размерам образцов, способами создания перепада температур по толщине образцов, способами измерения тепловых потоков и т.д. Однако непосредственное применение имеющихся стационарных методов пластины для исследования комплекса ТФС регенеративных продуктов и поглотителей затруднительно. Это объясняется тем, что методы позволяют измерять одну характеристику – теплопроводность, исследуемые образцы не защищены от контакта с парами воды и диоксидом углерода, находящимися в окружающей атмосфере (что может привести к протеканию химической реакции), методы не пригодны для измерения ТФС насыпного слоя зернового продукта.

При использовании методов цилиндрического и шарового слоя исследуемому материалу придается цилиндрическая и шаровая формы соответственно. В случае цилиндрического образца через его стенку перпендикулярно оси направляется тепловой поток (рис. 1.3). Причем исследуемые образцы могут нагреваться как с внутренней стороны,

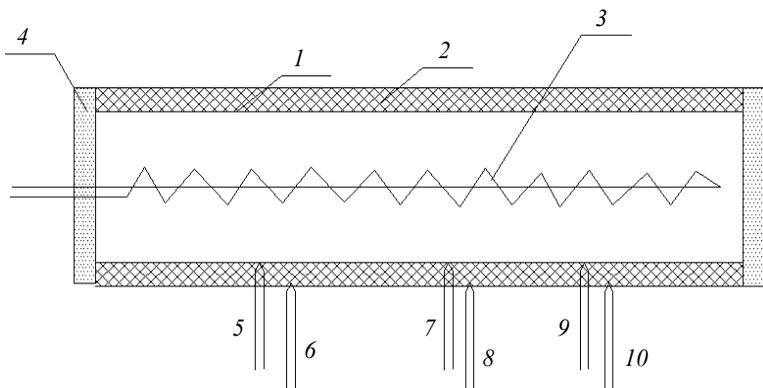


Рис. 1.3. Схема измерения по методу цилиндрического слоя:

1 – труба; 2 – исследуемый материал; 3 – нагреватель;

4 – тепловая изоляция; 5 – 10 – термопары

так и с внешней. При обоих способах обогрева нагреватель должен создавать тепловой поток, равномерно распределенный по всей длине образца. Для защиты от торцевых потерь тепла в приборах такого типа устанавливают экраны из тепловой изоляции или используют охраняемые нагреватели.

Классическим примером реализации метода трубы служит прибор [1], представляющий собой металлическую цилиндрическую трубу, на наружной поверхности которой помещается слой изоляционного материала. Внутри трубы заложен электрический нагреватель, создающий равномерный обогрев. В стационарном режиме измеряются мощность электрического нагревателя и температуры наружной и внутренней поверхностей изоляции. По этим данным рассчитывается теплопроводность изоляционных материалов. Похожие установки применялись и в работах В. В. Пустовалова, Д. М. Шахтина, И. И. Вишневого [17 – 18], А. И. Фесенко [19], В. В. Курепина [20] и ряда других авторов [21 – 23].

При практической реализации методов цилиндрического слоя необходимо решить проблему надежной центровки осевого нагревателя, которая требуется для создания равномерного обогрева внутренней поверхности образца, а также компенсации удлинения, возникающего вследствие термического расширения нагревателя. Методы цилиндрического слоя могут быть использованы для исследования теплопроводности насыпного слоя зернового регенеративного продукта при соответствующей их адаптации к условиям опыта и агрессивным свойствам исследуемого материала.

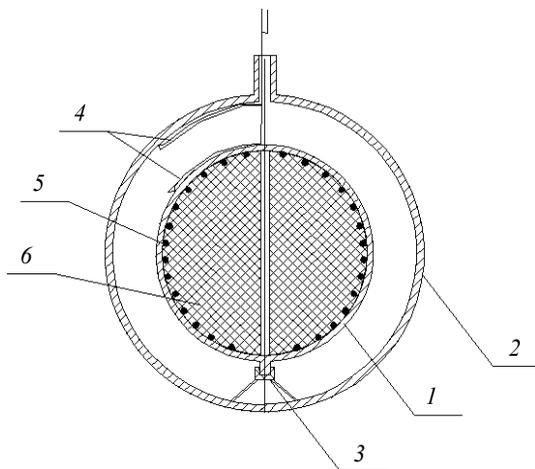


Рис. 1.4. Шаровой прибор для измерения теплопроводности изоляционных материалов:

1, 2 – внутренний и наружный шары; 3 – опора; 4 – термопары; 5 – нагреватель; 6 – ультралегковес

В отличие от рассмотренных ранее методов плоского и цилиндрического слоя методы шарового слоя позволяют получить одномерный тепловой поток без применения охранных нагревателей или теплоизоляции. Примером реализации метода шарового слоя может служить прибор для исследования сыпучих изоляционных материалов (рис. 1.4), состоящий из двух медных шаров [1]. Наружный шар подвешен с помощью двух кернов. Внутри этого шара с помощью опоры центрирован другой шар. Межшаровое пространство заполняется исследуемым материалом. Во внутреннем шаре располагается электрический нагреватель. В стенках шаров заложены термопары, измеряющие температуру поверхностей исследуемого материала. В эксперименте определяется теплопроводность исследуемого материала.

Шаровой прибор отличается сложностью равномерного заполнения пространства между двумя полыми концентрическими поверхностями исследуемым веществом, требует строгой центровки шаров.

Следует отметить, что по сравнению с методами пластины стационарные методы цилиндрического и шарового слоя не нашли массового применения в теплофизических измерениях. Практическая реализация этих методов ограничена разработкой отдельных измерительных установок. Это подтверждается тем, что в сети Internet автором не было найдено предложений по продаже серийных приборов, реализующих стационарные методы цилиндрического и шарового слоя.

1.1.2.2. Нестационарные методы измерения теплопроводности, теплоемкости и температуропроводности

При исследовании тепловых параметров методами нестационарного теплового режима в общем случае пользуются [24 – 31] решениями нестационарного дифференциального уравнения

$$\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial}{\partial r} \left(r^\Gamma \frac{\partial T(r)}{\partial r} \right), \quad \tau > 0, R_1 < r < R_2.$$

Обычно такие решения получают для тел простой геометрической формы и заданных начальных и граничных условий, например вида

$$T(r, 0) = T_0 = \text{const}, \\ \lambda \frac{\partial T(R_1)}{\partial r} = q(\tau), \quad T(R_2, \tau) = T_2(\tau),$$

где τ – время; T_0 – начальное значение температуры образца; $q(\tau)$, $T_2(\tau)$ – функции, определяющие закономерности изменения теплового потока и температуры на граничных поверхностях образца с координатами $r = R_1$ и $r = R_2$; a – температуропроводность образца.

Исследование ТФС осуществляется при нагревании или остывании образца или его части. Нагрев можно вести непрерывно или периодической подачей тепла в тело [32 – 37].

В теплофизике различают два вида нестационарного температурного состояния: аperiodическое и периодическое [1]. В аperiodическом нестационарном состоянии температура в любой точке тела изменяется как нелинейная функция времени. Периодическое нестационарное состояние характеризуется периодическим изменением температуры в каждой точке тела. При этом изменение температуры в выбранной точке может быть регулярным или нерегулярным. Регулярное периодическое изменение характеризуется гармонической функцией, например синусоидальной, а нерегулярное периодическое изменение может быть любой циклической, но не обязательно гармонической функцией. Периодическое состояние называется также основной стадией процесса теплопроводности, а аperiodическое состояние – начальной стадией.

Теория теплопроводности в начальной стадии процесса позволяет из эксперимента найти одновременно несколько тепловых свойств. Однако процессы теплопереноса на начальной стадии наиболее сложны для математического моделирования, что ограничивает область применения начальной стадии теплообмена в практических целях. Для

методов, основанных на начальной стадии нестационарного процесса теплопереноса, характерна сильная зависимость результатов измерения от задания конкретных начальных условий.

Теория теплопроводности в основной стадии процесса позволяет построить методики нахождения как отдельных тепловых характеристик, так и их комплексов.

Нестационарные режимы, в отличие от стационарных, отличаются меньшими затратами времени на измерения. В настоящее время практическое применение нестационарных методов измерения довольно широко. Известно много способов измерения теплопроводности и температуропроводности материалов, которые различаются между собой точностью результатов измерения, простотой проведения эксперимента, автоматизацией процесса измерения и обработки полученных данных, длительностью измерений и т.д.

Кондратьев Г. М. [35] выделил из всех нестационарных методов измерения регулярный тепловой режим как метод, обеспечивающий простоту и точность измерения теплопроводности и температуропроводности.

В теплофизике известно три вида тепловых режимов. Если нагрев (охлаждение) тела осуществляется в условиях постоянной температуры среды и постоянного коэффициента теплоотдачи, то такой режим нагревания (охлаждения) носит название регулярного режима первого рода.

При изменении температуры среды по линейному закону температура любой точки тела также меняется по линейному закону. Этот режим изменения температуры носит название регулярного режима второго рода или квазистационарного теплового режима.

Если температура среды изменяется по периодическому закону относительно среднего постоянного значения, то наступает регулярный режим третьего рода.

Нестационарные методы позволяют избежать измерения тепловых потоков, чрезвычайно затруднительного при высоких температурах. Они дают более широкие возможности в выборе источника тепла, чем стационарные, часто не требуют предварительного термостатирования образцов. Эти методы могут быть динамическими, т.е. в процессе эксперимента можно получить зависимость тепловых характеристик веществ от температуры в широком диапазоне изменения температур. Перечисленные достоинства делают нестационарные методы привлекательными для разработчиков измерительных устройств, что выражается в большом количестве работ, опубликованных в последние годы.

Для технической реализации методов регулярного режима первого рода разработано множество устройств [1 – 4, 38 – 40], отличающихся использованием образцов различной формы, дополнительным использованием образцов сравнения. Классическими методами можно считать методы акалориметра, лямбда-калориметра, бикалориметра [41].

Акалориметр [1] представляет собой образец исследуемого материала, помещенный в цилиндрическую или сферическую металлическую оболочку из меди или латуни. Внутри этой системы размещен измеритель температуры. Акалориметр нагревается, а затем помещается в среду с более низкой температурой и постоянным коэффициентом теплоотдачи. В процессе остывания измеряют разность температур акалориметра и среды. По полученным данным определяют темп охлаждения, а затем вычисляют искомую температуропроводность.

Лямбда-калориметр состоит из двух сферических медных или латунных шаров, заполненных эталонным и исследуемым материалом. ТФС эталонного материала известны. По данным измерений строят график охлаждения эталонного шара и испытуемого шара, определяют скорости охлаждения. Из опыта с эталонным шаром определяют значение коэффициента теплоотдачи. Зная значение коэффициента теплоотдачи и скорость охлаждения испытуемого шара, определяют теплопроводность.

Недостатком этого метода измерения является необходимость определения коэффициента теплоотдачи, что увеличивает погрешность определения ТФС. Устранение этого недостатка предложено в методе бикалориметра. В этом методе использовано свойство регулярного режима, благодаря которому поле температур в исследуемом теле остается все время подобным самому себе, т.е. отношение температур в двух произвольно взятых точках не зависит от времени охлаждения или нагревания.

Бикалориметр представляет собой сферическую оболочку, внутри которой имеется ядро – металлический шар. Между оболочкой и ядром находится исследуемый материал. Бикалориметр охлаждается в среде с постоянной температурой. В ходе опыта измеряется изменение температуры в центре ядра во времени. По данным опыта определяется скорость охлаждения и вычисляется теплопроводность. В настоящее время разработаны различные конструкции бикалориметров, имеющие шаровую, цилиндрическую и плоскую формы.

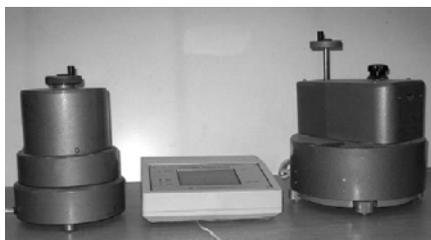
В отличие от рассмотренных ранее методов, методы регулярного режима второго рода позволяют в одном эксперименте измерить зависимость теплофизической характеристики от температуры, т.е. явля-

ются динамическими. Суть большинства методов сводится к нагреву (охлаждению) с постоянной скоростью (постоянным тепловым потоком на поверхности) тела в форме пластины, цилиндра или шара и измерению температуры в характерных точках образцов и тепловых потоков через исследуемые образцы [1, 3, 4, 42 – 44].

По полученным данным вычисляются ТФС. Регулярный режим второго рода характеризуется наличием линейного участка графика зависимости температуры от времени [1 – 4]. На практике, как правило, из-за наличия потерь теплоты, изменения теплофизических свойств материалов от температуры применяют методы монотонного нагрева [45 – 51], практическая реализация которых представлена приборами марок ИТ- λ -200, ИТ-с-20, ИТС- λa -20, ИТС-с λ -400, ИТС-с λa -10 и др. (рис. 1.5) [52].



а)



б)



в)

Рис. 1.5. Приборы для измерения ТФС в монотонном режиме:
а – ИТ- λ -200; б – ИТ-с-20; в – ИТС- λa -20

Регулярный тепловой режим третьего рода наступает, когда изменение температуры среды или поверхности тела во времени происходит по периодическому закону. Согласно работам [71, 74, 94, 123, 124], по истечении некоторого промежутка времени, определяемого значением числа Фурье $Fo \geq 0,5$, влияние начального распределения температуры в теле перестает проявляться. Тогда температура в более глубоких слоях тела также начинает изменяться по закону гармонических колебаний около базового значения с тем же периодом времени, но со сдвигом по фазе и с уменьшенной максимальной амплитудой колебания. Величина сдвига фаз и амплитуда колебаний зависят от расстояния от обогреваемой поверхности и от коэффициента температуропроводности. Поэтому разработаны различные методы измерения, состоящие в нагреве образцов заданной формы внешним источником тепла по заданному закону гармонического колебания с заданной частотой. На разных расстояниях от обогреваемой поверхности измеряются температуры и разность фаз колебаний этих температур [55, 56], измеряются амплитуды температурных волн [57, 58]. В целях повышения точности при измерениях температурную волну регулируют до установления ее длины, кратной толщине образца.

Методам регулярного режима третьего рода [51] присущи сложность создания в образцах гармонических колебаний заданных характеристик, достаточно сложное получение расчетных соотношений для вычисления искоемых теплофизических свойств.

Как правило, стационарные и нестационарные методы позволяют определить только одну характеристику материала: теплопроводность, теплоемкость или температуропроводность. Для определения комплекса теплофизических характеристик необходимо либо комбинировать существующие методы и измерительные приборы, что влечет за собой увеличение трудоемкости измерительных операций, времени измерения и погрешности, либо использовать методы, позволяющие в одном эксперименте измерить весь комплекс искоемых характеристик. Такие комплексные методы могут базироваться на теориях начальной и основной стадий теплопроводности, их совокупности, на установившихся тепловых режимах и на сочетании стационарных и нестационарных методов измерения.

Комплексные методы позволяют в одном эксперименте (или на нескольких этапах одного эксперимента) измерить весь комплекс теплофизических свойств. В работах [59 – 62] представлены методы, базирующиеся на использовании пространственно-временных интегральных характеристик физических величин, измеряемых в ходе эксперимента. Впервые работы над разработкой подобных методов

были начаты В. В. Власовым и Ю. С. Шаталовым, а затем были продолжены А. А. Чуриковым. Существует много работ, посвященных методам мгновенного источника тепла [1, 3, 4], позволяющим определить комплекс ТФС на начальной нерегулярной стадии теплопереноса. Например, в работе [1] описан метод, состоящий в том, что из исследуемого твердого материала изготавливают три пластины – тонкую и две массивных. Плоский нагреватель 1 (рис. 1.6) размещают между пластинами 3 и 5, а измеритель температуры – между 3 и 4. После достаточно длительного термостатирования на нагреватель подается короткий электрический импульс и регистрируют момент времени достижения максимума температуры. После чего по формулам метода вычисляют искомые теплофизические свойства.

Теория импульсных методов нашла продолжение в работах В. Н. Чернышова, З. М. Селивановой и ряда других ученых [63 – 72]. При технической реализации методов используют, например, специальные зонды [74 – 77]. В работе [59] описан зонд, выполненный в виде пустотелого прямоугольного параллелепипеда размерами $(35 \times 50 \times 90)$ мм³, открытого с одной стороны. Внутри зонда имеется плоский нагреватель в виде прямой полосы заданной ширины и две хромель-копелевые термопары, расположенные на расстоянии x_1 и x_2 от центральной оси нагревателя на прямой линии, образующей перпендикуляр к оси нагревателя. Источник стабилизированного напряжения служит для питания нагревателя, микровольтметр фиксирует показания термопар.

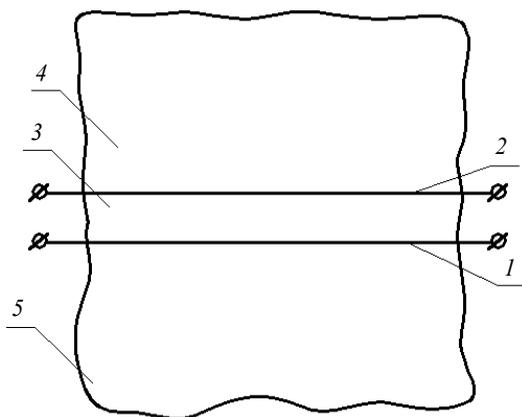


Рис. 1.6. Физическая модель метода плоского мгновенного источника:

1 – электронагреватель; 2 – измеритель температуры;
3 – 5 – исследуемые образцы

При проведении эксперимента зонд помещается открытой стороной на поверхность исследуемого образца. С помощью вакуум-насоса внутри зонда создается разрежение, в результате чего зонд, а вместе с ним нагреватель и термопары с заданной силой прижимаются к образцу. В эксперименте в различные моменты времени измеряется температура в двух точках образца. Искомые теплопроводность и температуропроводность определяются по формулам метода измерения. Источники тепла (зонды) могут иметь плоскую, цилиндрическую, шаровую и другие формы. Они могут работать при самых различных тепловых режимах. Соответствующие расчетные зависимости имеют наиболее простую форму для случаев, когда собственная теплоемкость зондов является пренебрежимо малой величиной.

В работах [78, 79] предлагаются бесконтактные методы, заключающиеся в воздействии на поверхность исследуемого образца точечным подвижным источником тепла (лазером) и измерении избыточной предельной температуры нагреваемой поверхности движущимся термоприемником. Погрешность измерения ТФС этим методом будет зависеть от обработки поверхности образца, степени черноты поверхности и параметров окружающей среды.

Необходимо отметить большой вклад в разработку теории и практики применения методов измерения ТФС, внесенный С. В. Пономаревым. Разработанные под его руководством методы [78, 80 – 82] используются для исследования ТФС и реологических характеристик жидкостей.

1.2. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ОБЪЕМА ТВЕРДОЙ ФАЗЫ, КАЖУЩЕЙСЯ ПЛОТНОСТИ И ПОРИСТОСТИ

Одной из основных характеристик сыпучего материала является его пористость, т.е. доля объема, не занятого твердой фазой [83, 84]:

$$\varepsilon = 1 - V_m/V = 1 - \rho/\rho_0, \quad (1.1)$$

где V_m – объем частиц сыпучего материала, м^3 ; V – насыпной объем материала, т.е. объем частиц вместе с газовым пространством между ними, м^3 ; ρ и ρ_0 – насыпная и кажущаяся плотность сыпучего материала соответственно, $\text{кг}/\text{м}^3$.

При работе с сыпучими материалами величины ρ и ρ_0 сами по себе представляют интерес. Насыпная плотность представляет собой массу единицы объема вещества, насыпанного в какую-либо емкость. При этом контролируемый объем V включает в себя простран-

ство между твердыми частицами, их объем, а также объем их открытых и закрытых пор. В ряде случаев насыпную плотность определяют после механического уплотнения. Знание плотности ρ необходимо для расчета сыпучести и массы продукта при проектировании конвейеров, складов, бункеров, транспортирующих механизмов и других аппаратов [85, 86]. Для определения насыпной плотности измерение объема может быть реализовано с помощью измерительных емкостей, например пикнометров. Для определения насыпной плотности металлических порошков разработан межгосударственный стандарт ГОСТ 19440–94.

Кажущаяся плотность ρ_0 представляет собой частное массы и объема V_m твердой фазы. Традиционно объем V_m определяют, исключая из объема частиц только объем открытых пор, без учета возможности наличия в массе материала пор закрытых. Поэтому плотность ρ_0 называют «кажущейся». Такой подход оправдан тем, что закрытые поры не участвуют в процессах адсорбции [84]. Действительную плотность материала частиц с закрытыми порами можно определить только путем их разрушения (расплавления). По причине сложности точного измерения этой величины она не используется при работе с сыпучими материалами. В большинстве случаев достаточно знать величину кажущейся плотности.

Кроме насыпной и кажущейся плотности существует также понятие объемной плотности сыпучего материала, под которой понимают среднюю плотность частиц, объем которых включает в себя закрытые и открытые поры. Для пористых материалов в зависимости от их структуры отдельные из указанных видов плотности могут быть равны между собой.

Пористость ϵ может быть определена без измерения массы сыпучего материала. Определение любой из величин плотности, напротив, требует измерения массы, что может быть реализовано любым из известных методов [87]. Вследствие большого различия плотностей газовой и твердой фаз, не допуская высокой погрешности, можно измерять массу частиц вместе с воздухом между ними.

Определение кажущейся плотности ρ_0 и пористости ϵ неразрывно связано с определением объема V_m твердой фазы. Для измерения всех этих взаимосвязанных величин применяются следующие методы [83 – 93]:

- жидкостного, газового или порошкового замещения;
- диэлькометрические;
- радиоизотопные;

- рентгеновские;
- ультразвуковые;
- магнитные;
- гидростатического взвешивания.

Существенным недостатком бесконтактных методов (диэлькометрических, радиоизотопных, рентгеновских, ультразвуковых) является зависимость результатов измерения от физических свойств контролируемого вещества, что требует индивидуальной градуировки прибора под конкретный класс веществ. Для определения величин ρ_0 , ε и V_m предварительно необходимо определить свойства монолита исследуемого сыпучего материала, не содержащего газовой фазы, что для большинства веществ, используемых в промышленности, представляет собой трудную задачу.

Методы измерения объема твердой фазы по диэлектрической проницаемости сыпучего материала отличаются низкой точностью, в частности, из-за сильного влияния влажности материала на результат измерения [89].

Достижение высокой точности с помощью ультразвуковых методов дополнительно затруднено рассеянием звуковых волн в сыпучем материале при отражении от границ раздела отдельных частиц. На точность измерения сильное влияние оказывают форма и размеры зерен, а также степень их уплотнения.

Перечисленные бесконтактные методы целесообразно использовать при определении характеристик сыпучих материалов в потоке [90], чего не требуется в настоящей работе.

Добиться высокой точности измерения объема твердой фазы сыпучих материалов позволяют методы гидростатического взвешивания, жидкостного и газового замещения, а также порошковые методы [85 – 88].

Методы жидкостного замещения и гидростатического взвешивания относительно методов газового замещения обладают рядом недостатков [86]:

- необходимость удаления газовых пузырьков путем нагрева или другими способами;
- взаимодействие жидкости с материалом, приводящее к изменению его объема и невозможности дальнейшего использования;
- необходимость учета молекулярного объема жидкости для обеспечения ее проникновения в открытые поры;
- необходимость высушивания (очистки) материала и измерительной емкости.

При использовании методов жидкостного замещения и порошковых методов результатом измерения может быть кажущаяся или объемная плотность. Это зависит от степени проникновения иммерсионной жидкости или порошка в открытые поры сыпучего материала. Для многих веществ методы жидкостного замещения и порошковые методы являются разрушающими, так как химический сорбент вступает в реакцию со многими жидкостями и отделить жидкость или порошок от частиц сыпучего материала с пористой поверхностью сложной формы после проведения измерений не представляется возможным.

Перечисленных недостатков лишены методы измерения объема твердой фазы с газовым замещением [88 – 90, 94 – 97]. Неразрушающие методы газового замещения иногда называют бесконтактными, так как при сжатии газа, являющегося составной частью сыпучего материала, никакая другая среда не приводится в контакт с его частицами.

Методы измерения объема твердой фазы с газовым замещением основаны на изменении давления в измерительной емкости, заполненной контролируемым материалом. Среди методов газового замещения выделяют пневмодинамические [94 – 98] и манометрические [85, 86, 88, 98 – 114].

Для реализации пневмодинамического метода используется измерительная емкость объемом V и ламинарное или турбулентное пневматическое сопротивление α , представляющие собой аperiodическое звено первого порядка (рис. 1.7). Объем V_m твердой фазы определяется как разность между объемом V измерительной емкости и объемом V_a свободного газового пространства, который связан с постоянной времени аperiodического звена [94, 95, 97]

$$\tau = \frac{MV_a}{RT\alpha},$$

где M – молярная масса газа, кг/моль; $R = 8,31$ Дж/(моль·К); T – температура, К; α – проводимость пневматического сопротивления, м·с.

Постоянную времени τ определяют по одной или нескольким точкам переходной характеристики аperiodического звена α – V . Для этого выполняют следующие действия. Заполняют емкость V контролируемым сыпучим материалом и собирают схему по рис. 1.7. В исходный момент времени клапаны 1 и 2 закрыты. Открывают клапан 1, в результате чего емкость V через дроссель α начинает заполняться от источника сжатого газа. В емкости V происходит экспоненциальный рост давления P , которое контролируется по манометру 3.

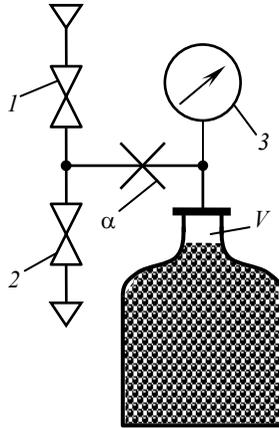


Рис. 1.7. Схема установки для реализации пневмодинамического метода измерения кажущейся плотности сыпучих материалов

Постоянную времени τ определяют по времени достижения заданного давления в измерительной емкости с момента открытия клапана 1 или по времени изменения давления P от одного заданного значения до другого. После определения постоянной времени или после достижения давлением P установившегося значения закрывают клапан 1 и открывают клапан 2, обеспечивая сброс газа в атмосферу. Время уменьшения давления в измерительной емкости на заданную величину также можно использовать для определения постоянной времени τ .

В различных вариантах пневмодинамических методов используют пульсирующие пневматические сопротивления или заполняют измерительную емкость газом с постоянным расходом.

Недостатки пневмодинамических методов обусловлены использованием динамического режима. Неполное проникновение газа в открытые поры сыпучего материала, изменение температуры, вызванное изменением давления в измерительной емкости, и другие факторы оказывают влияние на результат измерения. Источником погрешности служит также отклонение расходной характеристики дросселя α от идеальной, так как расход газа через него меняется в процессе измерения. Кроме того, пневмодинамические методы требуют подключения устройства к источнику сжатого газа. Этих недостатков лишены манометрические методы, в которых изменение давления происходит за счет изменения объема газа в измерительной системе.

В манометрических методах об объеме твердой фазы судят по изменению давления в пневмосистеме при изменении ее объема

на заданную величину. В работах [85, 86, 111] описан манометрический метод измерения плотности сыпучих материалов, в котором сжатие газа осуществляется за счет давления столба жидкости. Такой метод позволяет получить высокую точность измерения, но его автоматизация затруднена. Простыми в автоматизации являются методы, сжатие газа в которых осуществляется посредством емкостей переменного объема поршневого или сильфонного типов [88, 98 – 105, 107 – 110, 113, 114]. В настоящей монографии рассматриваются теоретические и практические аспекты разработки устройств для измерения объема твердой фазы гетерогенных материалов, реализующих манометрический метод, основанный на применении емкостей переменного объема поршневого типа.

Выводы. При разработке технологий, использующих пористые, сыпучие и волокнистые материалы, часто необходимо решать задачи по определению зависимостей между их ТФС и пористостью. Вследствие многообразия пористых структур, не существует универсальной модели, позволяющей рассчитать ТФС гетерогенных материалов с приемлемыми для инженерных целей погрешностями в широких интервалах температур и пористости. Построение математических моделей – трудоемкий, наукоемкий процесс, который требует экспериментальной проверки адекватности модели. Поэтому применение методов экспериментального исследования остается наиболее эффективным способом решения указанных задач, эти методы часто сопровождаются значительными затратами ресурсов и сопряжены с большими методическими погрешностями измерения, обусловленными сложностью подготовки представительных проб и необходимостью проведения исследований пористости. Таким образом, несмотря на многообразие существующих расчетных и экспериментальных методов и средств измерений ТФС и характеристик порового пространства материалов, задача разработки новых методов измерений ТФС с учетом характеристик порового пространства остается актуальной.

С учетом сделанных выводов поставим задачу разработки математического аппарата, обеспечивающего создание на его основе ряда методов и измерительных устройств, позволяющих с заданными метрологическими характеристиками измерять весь ассортимент серийно выпускаемых и опытных сыпучих материалов различного химического состава, формы и размеров зерен твердой фазы.

Глава 2

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ПЕРВОГО РОДА

2.1. ОБЩИЙ ПОДХОД ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

2.1.1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ПРЯМЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Для материалов с различной формой зерен целесообразно использование измерительных ячеек (ИЯ) различной формы: плоской, цилиндрической или сферической. Химически активные материалы не допускают непосредственный контакт с окружающей средой и конструктивными элементами ИЯ. Для предотвращения такого контакта используют специальные защитные оболочки из коррозионно-стойких материалов. Физические модели ИЯ для исследования ТФС гетерогенных материалов можно представить в виде многослойных измерительных систем плоской (рис. 2.1, *а*), цилиндрической или сферической (рис. 2.1, *б*) форм [115]. Один из слоев систем, показанных на рис. 2.1, представляет собой образец исследуемого материала с неизвестными ТФС, остальные слои изготавливают из материалов с известными свойствами.

В целях упрощения математических моделей теплопереноса в многослойных системах введем допущения, которые не внесут значительные погрешности в результаты вычисления температурных полей: температурные поля в слоях многослойных систем являются одномерными (при условии, что многослойные системы имеют форму неограниченной пластины, цилиндра или шара); термические сопротивления на поверхностях контакта слоев отсутствуют (это обеспечивается за счет использования специальных прижимных устройств в конструкциях ИЯ, а также использования высокотеплопроводных смазок, наносимых на контактные поверхности слоев); ТФС материалов слоев постоянны и не зависят от изменения температуры в ходе эксперимента; теплоперенос излучением в материалах слоев отсутствует.

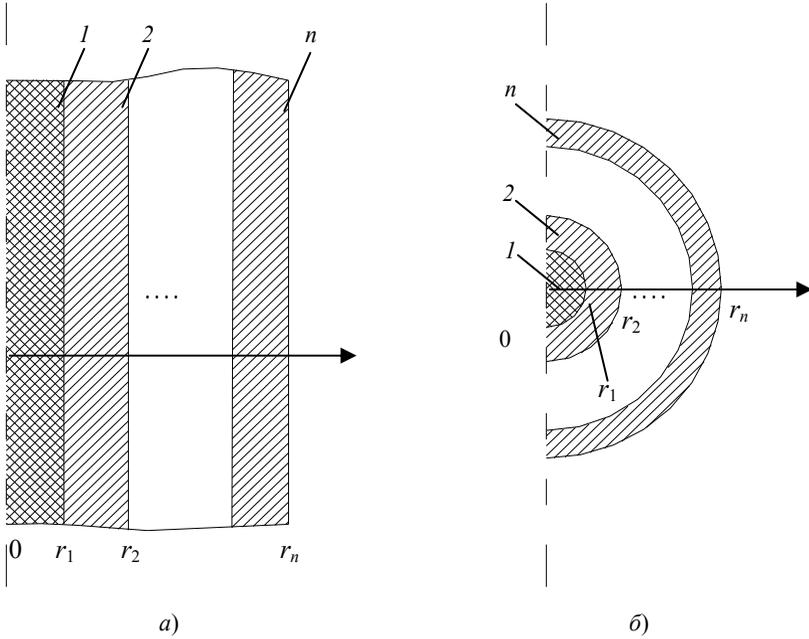


Рис. 2.1. Физические модели многослойных ИЯ:
a – плоская; *б* – цилиндрическая или сферическая

Запишем краевую задачу теплопереноса для многослойных систем (рис. 2.1, *a*, *б*) в виде дифференциального уравнения [115]

$$\frac{\partial T_i(r, \tau)}{\partial \tau} = a_i \frac{1}{r^\Gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^\Gamma \frac{\partial T_i(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad 0 < r < r_n, \quad \tau > 0, \quad (2.1)$$

с начальным условием

$$T_i(r, 0) = T_0 = \text{const}, \quad (2.2)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial r} = 0, \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} T_i(r_i - 0, \tau) = T_{i+1}(r_i + 0, \tau), \\ \lambda_i \frac{\partial T_i(r_i - 0, \tau)}{\partial r} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(r_i + 0, \tau)}{\partial r}, \end{cases} \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2.4)$$

$$\lambda_n \frac{\partial T_n(r_n, \tau)}{\partial r} = \alpha (T_c - T_i(r_n, \tau)), \quad (2.5)$$

где Γ – коэффициент формы ($\Gamma = 0, 1, 2$ – для пластины, цилиндра и сферы соответственно); $T(r, \tau)$ – температура в точке с координатой r в момент времени τ ; T_0, T_c – начальная температура в системе и температура окружающей среды соответственно; α – коэффициент теплообмена с окружающей средой; λ_i, a_i – теплопроводность и температуропроводность i -го слоя измерительной системы соответственно, причем

$$a_i = \begin{cases} a_1, & 0 < r < r_1, \\ \dots & \\ a_n, & r_{n-1} < r < r_n. \end{cases}$$

Приведем задачу (2.1) – (2.5) к безразмерному виду, введя следующие переменные: $\Theta(\bar{r}, Fo) = \frac{T(r, \tau) - T_c}{T_0 - T_c}$ – безразмерная температура;

$\bar{r} = r/r_n$ – безразмерная пространственная координата; $Fo = \frac{a_n \tau}{r_n^2}$ –

число Фурье; $Bi = \alpha r_n / \lambda_n$ – число Био.

Следует отметить, что в выражения для чисел Fo и Bi должны входить только известные значения ТФС (в нашем случае будем считать, что это температуропроводность a_n и теплопроводность λ_n n -го слоя многослойной системы). С учетом введенных переменных краевая задача теплопроводности (2.1) – (2.5) примет вид [115]

$$\frac{\partial \Theta_i(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \beta_i \frac{1}{\bar{r}^\Gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{\partial \Theta_i(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}} \right], \quad 0 \leq \bar{r} \leq 1, \quad Fo > 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2.6)$$

$$\Theta_i(\bar{r}, 0) = 1, \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial \Theta_1(0, Fo)}{\partial \bar{r}} = 0, \quad (2.8)$$

$$\begin{cases} \Theta_i\left(\frac{r_i}{r_n} - 0, Fo\right) = \Theta_{i+1}\left(\frac{r_i}{r_n} + 0, Fo\right), \\ \lambda_i \left(\frac{\partial \Theta_i\left(\frac{r_i}{r_n} - 0, Fo\right)}{\partial \bar{r}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{\partial \Theta_{i+1}\left(\frac{r_i}{r_n} + 0, Fo\right)}{\partial \bar{r}} \right), \end{cases} \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \Theta_n(1, \text{Fo})}{\partial \bar{r}} + \text{Bi} \Theta_n(1, \text{Fo}) = 0, \quad (2.10)$$

$$\text{где } \beta_i = \begin{cases} a_1 / a_n, & 0 < \bar{r} < r_1 / r_n, \\ \dots \\ 1, & r_{n-1} / r_n < \bar{r} < 1. \end{cases}$$

Решение задачи (2.6) – (2.10) можно искать широко известным в литературе методом разделения переменных [116]. Согласно этому методу искомое решение $\Theta_i(\bar{r}, \text{Fo})$ можно представить в виде произведения $\Theta_i(\bar{r}, \text{Fo}) = \psi_i(\bar{r})t(\text{Fo})$ двух функций, одна из которых $\psi_i(\bar{r})$ зависит только от пространственной координаты \bar{r} , а другая $t(\text{Fo})$ – только от времени.

Подставляя выражение $\Theta_i(\bar{r}, \text{Fo}) = \psi_i(\bar{r})t(\text{Fo})$ в уравнение (2.6), получим $t'(\text{Fo})\psi_i(\bar{r}) = \beta_i \frac{1}{\bar{r}^\Gamma} \frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma t(\text{Fo}) \frac{d\psi_i(\bar{r})}{d\bar{r}} \right]$ или после преобразования – $\frac{t'(\text{Fo})}{t(\text{Fo})} = \beta_i \frac{1}{\psi_i(\bar{r})} \frac{1}{\bar{r}^\Gamma} \frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{d\psi_i(\bar{r})}{d\bar{r}} \right]$.

В полученном выражении левая часть равенства зависит только от Fo , а правая – только от \bar{r} . Это возможно лишь в том случае, когда и левая и правая части выражения равны постоянной величине.

Обозначим постоянную, которой должны быть равны и левая, и правая части равенства, через α . Тогда получим систему уравнений

$$\begin{cases} t'(\text{Fo})/t(\text{Fo}) = \alpha, \\ \beta_i \frac{1}{\psi_i(\bar{r})} \frac{1}{\bar{r}^\Gamma} \frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{d\psi_i(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] = \alpha. \end{cases}$$

Первое из уравнений системы имеет общее решение $t(\text{Fo}) = C_1 \exp(\alpha \text{Fo})$, где C_1 – постоянная величина. Поскольку ни в одной точке многослойной системы температура $\Theta_i(\bar{r}, \text{Fo}) = \psi_i(\bar{r})t(\text{Fo})$ не может неограниченно возрастать по абсолютной величине при $\text{Fo} \rightarrow \infty$, постоянная α должна иметь отрицательное значение. Обозначим $\alpha = -\varepsilon^2$, тогда $t(\text{Fo}) = C_1 \exp(-\varepsilon^2 \text{Fo})$.

Другое уравнение системы совместно с соответствующими граничными условиями образует краевые задачи Штурма–Лиувилля [3, 4, 115, 116]:

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{d\psi(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] + \frac{\varepsilon^2}{\beta_i} \bar{r}^\Gamma \psi_i(\bar{r}) = 0, \quad (2.11)$$

$$\psi_1'(0) = 0, \quad (2.12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_i \left(\frac{r_i}{r_n} - 0 \right) = \psi_{i+1} \left(\frac{r_i}{r_n} + 0 \right), \\ \lambda_i \left(\frac{d\psi_i \left(\frac{r_i}{r_n} - 0 \right)}{d\bar{r}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{d\psi_{i+1} \left(\frac{r_i}{r_n} + 0 \right)}{d\bar{r}} \right) \end{array} \right. \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2.13)$$

$$\psi_n'(1) + \text{Bi}\psi_n(1) = 0. \quad (2.14)$$

Находим частные решения задачи (2.6) – (2.10) в виде

$$\Theta_i(\bar{r}, \text{Fo}) = A_k \exp(-\varepsilon_k^2 \text{Fo}) \psi_{ik}(\bar{r}),$$

где ε_k^2 – собственные значения, а $\psi_{ik}(\bar{r})$ – собственные функции задачи Штурма–Лиувилля (2.11) – (2.14), и берем сумму таких частных решений по всем собственным значениям

$$\Theta_i(\bar{r}, \text{Fo}) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \exp(-\varepsilon_k^2 \text{Fo}) \psi_{ik}(\bar{r}). \quad (2.15)$$

Для нахождения коэффициентов A_k воспользуемся начальным условием (2.7).

Получим выражение

$$\Theta_i(\bar{r}, 0) = 1 = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \psi_{ik}(\bar{r}),$$

представляющее собой разложение начального условия в ряд Фурье по собственным функциям.

Коэффициенты этого разложения A_k находим по формуле

$$A_k = \int_0^1 \psi_k(\xi) \xi^\Gamma d\xi \bigg/ \int_0^1 \psi_k^2(\xi) \xi^\Gamma d\xi.$$

Окончательное решение задачи (2.6) – (2.10) запишем в виде

$$\Theta_i(\bar{r}, \text{Fo}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\int_0^1 \psi_{ik}(\xi) \xi^\Gamma d\xi}{\int_0^1 \psi_{ik}^2(\xi) \xi^\Gamma d\xi} \exp(-\varepsilon_k^2 \text{Fo}) \psi_{ik}(\bar{r}). \quad (2.16)$$

Из теории теплопроводности известно, что на стадии регулярного теплового режима первого рода при значениях Fo , превышающих некоторое Fo^* , сумма членов ряда (2.16) мало отличается от значения первого члена

$$\Theta_i(\bar{r}, Fo) \approx A_1 \exp(-\varepsilon_1^2 Fo) \psi_{i1}(\bar{r}), \quad (2.17)$$

где A_1 – постоянный множитель; ε_1^2 – первое собственное значение; $\psi_{i1}(\bar{r})$ – первая собственная функция задач Штурма–Лиувилля:

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{d\psi_{i1}(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] + \frac{\varepsilon_1^2}{\beta_i} \bar{r}^\Gamma \psi_{i1}(\bar{r}) = 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (2.18)$$

$$\psi'_{i1}(0) = 0, \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} \psi_{i1} \left(\frac{r_i}{r_n} - 0 \right) = \psi_{i+11} \left(\frac{r_i}{r_n} + 0 \right), \\ \lambda_i \left(\frac{d\psi_{i1} \left(\frac{r_i}{r_n} - 0 \right)}{d\bar{r}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{d\psi_{i+11} \left(\frac{r_i}{r_n} + 0 \right)}{d\bar{r}} \right), \end{cases} \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2.20)$$

$$\psi'_{n1}(1) + \text{Vi} \psi_{n1}(1) = 0. \quad (2.21)$$

Важно отметить, что на стадии регулярного режима первого рода первое собственное значение ε_1^2 может быть определено из эксперимента.

Прологарифмируем выражение (2.17) и представим результат в виде

$$\ln \Theta_i(\bar{r}, Fo) \approx B_1 - \varepsilon_1^2 Fo, \quad (2.22)$$

где $B_1 = \ln A_1 \psi_1(\bar{r})$, а первое собственное значение ε_1^2 задачи Штурма–Лиувилля (2.18) – (2.21) имеет смысл тангенса угла наклона прямолинейного участка графика зависимости (2.22) (рис. 2.2).

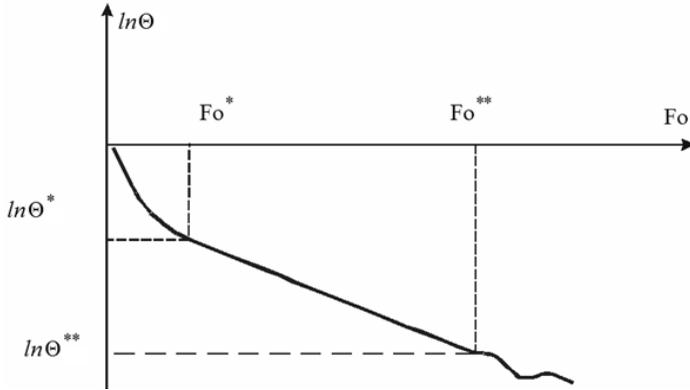


Рис. 2.2. Зависимости $\ln\Theta = f(\text{Fo})$

Как видно из графика, до наступления в системе регулярного режима первого рода при условии $\text{Fo} < \text{Fo}^*$ влияние второго и последующих членов на общую сумму ряда (2.15) является весомым (наблюдается значительная нелинейность графика зависимости $\ln\Theta = f(\text{Fo})$). Но при наступлении в системе регулярного режима при $\text{Fo} > \text{Fo}^*$ зависимость $\ln\Theta = f(\text{Fo})$ имеет линейный характер. Это означает, что функция распределения безразмерной температуры $\Theta(\bar{r}, \text{Fo})$ описывается первым членом ряда (2.15).

Для экспериментального определения значения ε_1^2 необходимо в заданной точке ($r = r_3$) многослойной системы регистрировать изменение температуры $T(r_3, \tau)$ во времени и по полученным данным вычислять безразмерную температуру $\Theta\left(\frac{r_3}{r_n}, \text{Fo}\right)$, а также число Фурье $\text{Fo} = \frac{a_n \tau}{r_n^2}$. Первое собственное значение ε_1^2 определяют как тангенс угла наклона прямолинейного участка зависимости $\ln\Theta = f(\text{Fo})$.

2.1.2. ПРИНЦИПЫ ПРИМЕНЕНИЯ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ

Рассмотрим два случая, в первом из которых теплопроводность λ_i исследуемого материала, образующего i -й слой ИЯ, известна (например, была ранее измерена) и требуется определить температуропро-

водность a_i . Во втором случае теплопроводность и температуропроводность исследуемого материала неизвестны.

Если теплопроводность известна, то проводят один эксперимент, в котором предварительно термостатированную ИЯ охлаждают в среде с постоянными условиями теплообмена. При этом температурное поле в слоях ИЯ будет описываться краевой задачей (2.6) – (2.10). В некоторый момент времени, которому соответствует значение числа Фурье Fo^* , в слоях ИЯ будет достигнута стадия регулярного теплового режима, которая характеризуется наличием прямолинейного участка графика зависимости $\ln \Theta = f(Fo)$, полученного в результате измерения безразмерной температуры в точке, расположенной, например, в центральном слое ИЯ. На стадии регулярного режима первого рода краевой задаче (2.6) – (2.10) будет соответствовать задача Штурма–Лиувилля (2.18) – (2.21), первое собственное значение ε_1^2 которой определяется по экспериментальным данным как тангенс угла наклона прямолинейного участка зависимости $\ln \Theta = f(Fo)$. Найденное в эксперименте значение ε_1^2 подставляют в задачу (2.18) – (2.21) и решают ее численно, определяя значение безразмерной температуропроводности $\beta_i \left(\frac{r_i}{r_n} \right) = \frac{a_i}{a_n}$, которое удовлетворяет условиям решаемой задачи при прочих известных параметрах (при известных ТФС материалов слоев ИЯ и числе Био, характеризующем условия теплообмена на внешних поверхностях ИЯ).

Искомую температуропроводность материала i -го слоя определяют по формуле

$$a_i = a_n \beta_i \left(\frac{r_i}{r_n} \right). \quad (2.23)$$

В случае если неизвестны теплопроводность λ_i и температуропроводность a_i исследуемого материала, проводят два эксперимента, в ходе которых ИЯ охлаждают от начальной температуры T_0 до температуры среды T_c , причем в первом опыте при интенсивности теплообмена, характеризуемой значением коэффициента теплоотдачи $\alpha_1 = \text{const}$, а во втором – при интенсивности, характеризуемой $\alpha_2 = \text{const}$ [115, 117, 118]. На стадии регулярного режима первого рода, которая будет достигнута в ходе первого и второго экспериментов, функции распределения безразмерной температуры в слоях ИЯ имеют вид

$$\Theta^j(\bar{r}, Fo) \approx A_j^j \exp((- \varepsilon_1^2)^j Fo) \psi_1^j(\bar{r}), \quad j = I, II,$$

где индекс j показывает номер эксперимента, а ε_1^2 и $\psi_1(\bar{r})$ – первое собственное значение и первая собственная функция краевой задачи, аналогичной (2.18) – (2.21):

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{d\psi_1^j(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] + \frac{(\varepsilon_1^2)^j}{\beta(\bar{r})} \bar{r}^\Gamma \psi_1^j(\bar{r}) = 0, \quad j = I, II, \quad (2.24)$$

$$\frac{d\psi_1^j(0)}{d\bar{r}} = 0, \quad (2.25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_1^j \left(\frac{r_i}{r_n} - 0 \right) = \psi_1^j \left(\frac{r_i}{r_n} + 0 \right), \\ \lambda_i \left(\frac{d\psi_1^j \left(\frac{r_i}{r_n} - 0 \right)}{d\bar{r}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{d\psi_1^j \left(\frac{r_i}{r_n} + 0 \right)}{d\bar{r}} \right), \end{array} \right. \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (2.26)$$

$$\frac{d\psi_1^j(1)}{d\bar{r}} + Bi^j \psi_1^j(1) = 0. \quad (2.27)$$

Первые собственные значения $(\varepsilon_1^2)^I$, $(\varepsilon_1^2)^{II}$ задач Штурма–Лиувилля определяются по данным I и II экспериментов по методике, изложенной в разделе 2.1.1.

Числа Био вычисляются по известным значениям коэффициентов теплообмена из выражения

$$Bi^j = \frac{\alpha_j r_n}{\lambda_n}.$$

Для определения искомым ТФС исследуемого материала необходимо решить две задачи (2.24) – (2.27) с двумя неизвестными – λ_i и a_i . Обозначим неизвестные характеристики как: λ_x – теплопроводность слоя исследуемого материала и $\beta_x = a_x / a_n$ – безразмерный параметр задачи (2.24) – (2.27).

Рассмотрим методику определения теплофизических характеристик λ_x и a_x из решений задач (2.24) – (2.27).

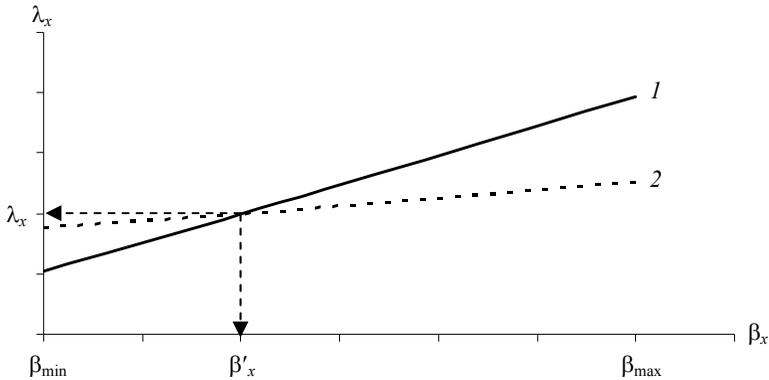


Рис. 2.3. Иллюстрация графического отыскания совпадающих решений двух задач Штурма–Лиувилля:

1, 2 – кривые, полученные из решений задачи (2.24) – (2.27)

при $(\varepsilon_1^2)^I, Vi^I$ и $(\varepsilon_1^2)^{II}, Vi^{II}$ соответственно

На основе экспертной оценки задаются диапазоном $a_{\min} \leq a_x \leq a_{\max}$, в котором гарантированно находится температуропроводность a_x исследуемого материала. Для каждого значения температуропроводности из заданного диапазона с шагом Δa вычисляют безразмерный параметр $\beta_x = a_x / a_n$. Для каждого вычисленного β_x из диапазона $\beta_{\min} = a_{\min} / a_n \leq \beta_x \leq \beta_{\max} = a_{\max} / a_n$ численно определяют такое λ_x , которое удовлетворяет условиям задачи (2.24) – (2.27) при известных $(\varepsilon_1^2)^I, Vi^I$ и $(\varepsilon_1^2)^{II}, Vi^{II}$ (рис. 2.3). Из полученных решений отыскивают совпадающее β'_x и λ_x (рис. 2.3).

Температуропроводность и объемную теплоемкость исследуемого материала определяют по формулам:

$$a_x = \beta'_x a_n,$$

$$c_x \rho_x = \lambda_x / a_x.$$

Таким образом, показано, что при известных значениях $(\varepsilon_1^2)^I, (\varepsilon_1^2)^{II}$, определяемых из экспериментов, а также при известных числах Био Vi^I и Vi^{II} имеется возможность определить искомые ТФС из решений задачи Штурма–Лиувилля (2.24) – (2.27).

2.1.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА БИО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРАВНИТЕЛЬНОЙ ЯЧЕЙКИ

Определить значение числа Био возможно путем измерения коэффициента теплоотдачи в опыте со сравнительной ячейкой (СЯ). СЯ изготавливается из материала с известными ТФС (эталонного материала). Ее геометрические размеры должны в точности совпадать с размерами ИЯ. Это необходимо для того, чтобы условия теплообмена на их внешних поверхностях были идентичными. При проведении первого и второго экспериментов наряду с измерением температур в точках многослойной системы дополнительно измеряют температуры в центре СЯ, которую помещают в те же условия, что и ИЯ.

Краевая задача теплопереноса в материале СЯ имеет вид

$$\frac{\partial \Theta_{\text{э}}(\bar{r}, \text{Fo}_{\text{э}})}{\partial \text{Fo}_{\text{э}}} = \frac{1}{\bar{r}^{\Gamma}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r}^{\Gamma} \frac{\partial \Theta_{\text{э}}(\bar{r}, \text{Fo}_{\text{э}})}{\partial \bar{r}} \right], \quad 0 < \bar{r} < 1, \quad \text{Fo}_{\text{э}} > 0, \quad (2.28)$$

с начальным условием

$$\Theta_{\text{э}}(\bar{r}, 0) = 1, \quad (2.29)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial \Theta_{\text{э}}(0, \text{Fo}_{\text{э}})}{\partial \bar{r}} = 0, \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \Theta_{\text{э}}(1, \text{Fo}_{\text{э}})}{\partial \bar{r}} + \text{Bi}_{\text{э}} \Theta_{\text{э}}(1, \text{Fo}_{\text{э}}) = 0, \quad (2.31)$$

где $\Theta_{\text{э}} = (T_{\text{э}}(r, \tau) - T_{\text{с}}) / (T_0 - T_{\text{с}})$ – безразмерная температура; $T_{\text{э}}(r, \tau)$ – функция распределения температуры в СЯ; $\text{Fo}_{\text{э}} = a_{\text{э}} \tau / R_{\text{э}}^2$ – число Фурье; $a_{\text{э}}$ – температуропроводность эталонного материала; $R_{\text{э}}$ – характерный размер СЯ (в случае ячейки цилиндрической или сферической формы это радиус, а в случае ячейки плоской формы – половина толщины).

Решение задачи (2.28) – (2.31) на стадии регулярного режима первого рода имеет вид

$$\Theta_{\text{э}}(\bar{r}, \text{Fo}_{\text{э}}) \approx B_1 \exp(-\varepsilon_{\text{э}1}^2 \text{Fo}_{\text{э}}) \psi_{\text{э}1}(\bar{r}),$$

где B_1 – постоянный множитель; $\varepsilon_{\text{э}1}^2$ – первое собственное значение; $\psi_{\text{э}1}(\bar{r})$ – первая собственная функция задачи Штурма–Лиувилля:

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{d\psi_{\Delta 1}(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] + \varepsilon_{\Delta 1}^2 \bar{r}^\Gamma \psi_{\Delta 1}(\bar{r}) = 0, \quad (2.32)$$

$$\psi'_{\Delta 1}(0) = 0, \quad (2.33)$$

$$\psi'_{\Delta 1}(1) + \text{Bi}_{\Delta} \psi_{\Delta 1}(1) = 0. \quad (2.34)$$

Определив по данным эксперимента с СЯ величину $\varepsilon_{\Delta 1}^2$, найденное значение подставляют в задачу (2.32) – (2.34) и, решая ее численным методом, подбирают такое Bi_{Δ} , которое удовлетворяет граничному условию (2.34).

После этого вычисляют коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \text{Bi}_{\Delta} \lambda_{\Delta} / R_{\Delta},$$

где λ_{Δ} – теплопроводность эталонного материала.

По известному значению коэффициента теплоотдачи α определяют величину Bi^i , характеризующую условия теплообмена на поверхности многослойной системы, по формуле

$$\text{Bi}^i = \alpha r_n / \lambda_n, \quad i = \text{I, II}. \quad (2.35)$$

2.2. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

2.2.1. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПЛОСКОГО НАСЫПНОГО СЛОЯ

Метод применяется при измерениях ТФС гетерогенных материалов в виде пористых пластин или насыпного слоя мелкодисперсного порошка. Для исследований ТФС проводят два эксперимента с парой одинаковых плоских образцов, изготовленных из исследуемого материала. В ходе экспериментов образцы охлаждают в среде с постоянной температурой, причем в первом опыте при интенсивности теплообмена, характеризуемой значением коэффициента теплоотдачи $\alpha_1 = \text{const}$, а во втором – при интенсивности, характеризуемой $\alpha_2 = \text{const}$. Определив по экспериментальным данным темп охлаждения образцов на стадии регулярного теплового режима первого рода, по формулам метода вычисляют теплопроводность и температуропроводность.

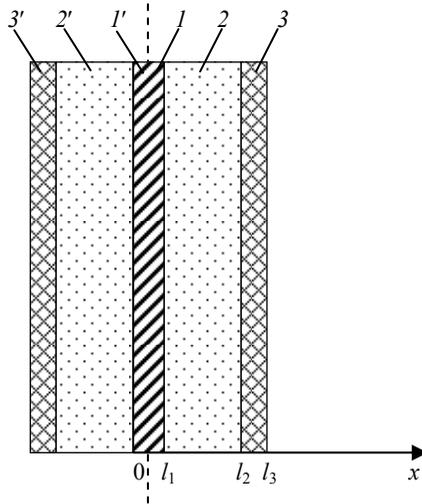


Рис. 2.4. Физическая модель ИЯ для реализации методов двух альфа

Перед началом эксперимента два идентичных образца исследуемого материала 2 и 2' (рис. 2.4) помещают в ИЯ, физическая модель которой представляет собой плоскую симметричную систему [119]. Слои 1 и 1' системы представляют собой металлические пластины, между которыми расположен измеритель температуры (на рис. 2.4 не показан). Слои 3, 3' – внешние оболочки, предназначенные для предотвращения непосредственного контакта исследуемых образцов с окружающей средой.

С учетом симметричности многослойной системы относительно координаты $x = 0$ математическую модель процесса распространения теплоты можно представить только для правой части системы ($0 \leq x \leq l_3$).

Математическая модель температурных полей в слоях ИЯ в безразмерном виде представляет собой дифференциальные уравнения [119]

$$\frac{\partial \Theta_i(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo} = \beta_i \frac{\partial^2 \Theta_i(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}^2}, \quad 0 \leq \bar{x} \leq 1, \quad Fo > 0, \quad i = 1, 3, \quad (2.36)$$

с начальным условием

$$\Theta_i(\bar{x}, 0) = 1, \quad (2.37)$$

граничными условиями

$$\frac{\partial \Theta_1(0, Fo)}{\partial \bar{x}} = 0, \quad (2.38)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_i \left(\frac{l_i}{l_3} - 0, \text{Fo} \right) = \Theta_{x+1} \left(\frac{l_i}{l_3} + 0, \text{Fo} \right), \\ \lambda_i \left(\frac{\partial \Theta_i \left(\frac{l_i}{l_3} - 0, \text{Fo} \right)}{\partial \bar{x}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{\partial \Theta_{x+1} \left(\frac{l_i}{l_3} + 0, \text{Fo} \right)}{\partial \bar{x}} \right), \end{array} \right. \quad i = 1, 2, \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial \Theta_3(1, \text{Fo})}{\partial \bar{x}} + \text{Bi} \Theta_3(1, \text{Fo}) = 0, \quad (2.40)$$

где $\bar{x} = x/l_3$; $\text{Fo} = a_3 \tau / l_3^2$; $\Theta_i = (T_i(x, \tau) - T_c) / (T_0 - T_c)$; $\text{Bi} = \alpha l_3 / \lambda_3$; T_c, T_0 – температура среды и начальная температура соответственно; α – коэффициент теплоотдачи;

$$\beta_i = \begin{cases} \beta_1 = a_1 / a_3 & \text{при } 0 < \bar{x} < l_1 / l_3; \\ \beta_2 = a_2 / a_3 & \text{при } l_1 / l_3 < \bar{x} < l_2 / l_3; \\ \beta_3 = 1 & \text{при } l_2 / l_3 < \bar{x} < 1, \end{cases}$$

λ_i, a_i – теплопроводность и температуропроводность соответственно; l_i – координата границы i -го слоя многослойной системы.

Решение задачи (2.36) – (2.40) методом разделения переменных имеет вид

$$\Theta_i(\bar{x}, \text{Fo}) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \exp(-\varepsilon_k^2 \text{Fo}) \psi_{ik}(\bar{x}), \quad (2.41)$$

а для стадии регулярного теплового режима первого рода

$$\Theta_i(\bar{x}, \text{Fo}) \approx A_1 \exp(-\varepsilon_1^2 \text{Fo}) \psi_{i1}(\bar{x}),$$

где A_1 – константа; $\varepsilon_1^2, \psi_{i1}(\bar{x})$ – первое собственное значение и первая собственная функция задачи Штурма–Лиувилля соответственно:

$$\psi_{i1}''(\bar{x}) + \varepsilon_1^2 / \beta_i \psi_{i1}(\bar{x}) = 0, \quad (2.42)$$

$$\psi_{i1}'(0) = 0, \quad (2.43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{i1} \left(\frac{l_i}{l_3} - 0 \right) = \psi_{i+11} \left(\frac{l_i}{l_3} + 0 \right), \\ \lambda_i \psi_{i1}' \left(\frac{l_i}{l_3} - 0 \right) = \lambda_{i+11} \psi_{i+11}' \left(\frac{l_i}{l_3} + 0 \right), \end{array} \right. \quad i = 1, 2, \quad (2.44)$$

$$\psi_{i1}'(1) + \text{Bi} \psi_{i1}(1) = 0. \quad (2.45)$$

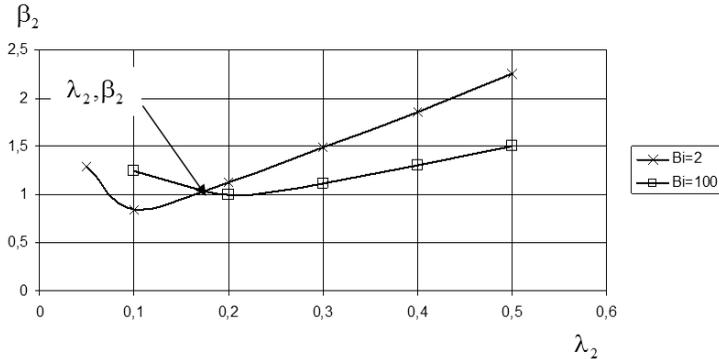


Рис. 2.5. Иллюстрация графического определения совпадающих решений двух задач Штурма–Лиувилля (2.42) – (2.45)

Эксперименты проводят при условиях теплообмена, характеризуемых числами Bi^I и Bi^{II} , которые определяют по экспериментальным данным с СЯ плоской формы по методике, изложенной в разделе 2.1.3. В ходе экспериментов с ИЯ регистрируют температуру $T(0, \tau)$ в ее центре (в центре трехслойной системы) и температуру среды T_c , вычисляют безразмерную температуру $\Theta(0, Fo)$ и для каждого эксперимента определяют первое собственное значение $(\varepsilon_1^2)^I$, $(\varepsilon_1^2)^{II}$ как тангенс угла наклона прямолинейного участка графика функции $\ln \Theta_i(0, Fo) \approx A_1 \psi_{i1}(0) - \varepsilon_1^2 Fo$.

Для определения искомого ТФС задаются значениями теплопроводности λ_2 и численно подбирают такие β_2 , которые удовлетворяют условиям задачи (2.42) – (2.45) при известных значениях Bi^I , Bi^{II} и $(\varepsilon_1^2)^I$, $(\varepsilon_1^2)^{II}$, найденных из экспериментов. Строят графики зависимости $\beta_2 = f(\lambda_2)$ (рис. 2.5), полученные при решении первой и второй задач Штурма–Лиувилля, и на пересечении этих графиков определяют искомую теплопроводность λ_2 и параметр β_2 . Температуропроводность определяют по формуле $a_2 = a_3 \beta_2$.

2.2.2. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НАСЫПНОГО СЛОЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Рассмотрим физическую модель ИЯ (рис. 2.6), представляющую двухслойную систему, образованную исследуемым сыпучим материалом 1 и оболочкой 2 [117].

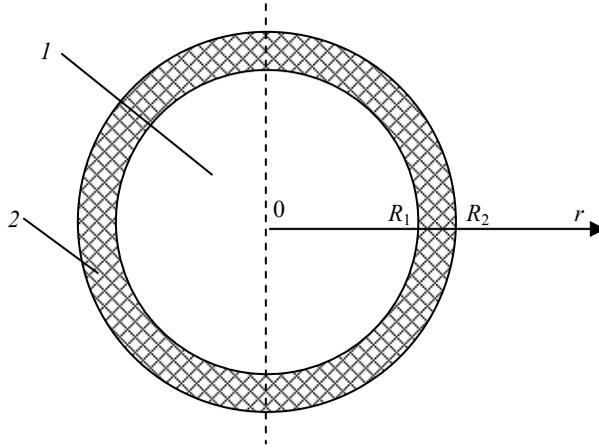


Рис. 2.6. Физическая модель ИЯ сферической формы

Математическая модель температурных полей в ИЯ сформулирована при следующих допущениях:

- 1) теплоперенос излучением в материалах ИЯ отсутствует;
- 2) температурное поле внутри двухслойной системы считается одномерным;
- 3) в ходе эксперимента температура слоев системы изменяется незначительно, поэтому ТФС материалов можно считать постоянными.

С учетом допущений задача теплопереноса в слоях ИЯ примет вид

$$\frac{\partial \Theta_i(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \beta_i \frac{1}{\bar{r}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r}^2 \frac{\partial \Theta_i(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}} \right], \quad 0 < \bar{r} < 1, \quad Fo > 0, \quad i = 1, 2, \quad (2.46)$$

$$\Theta_i(\bar{r}, 0) = 1, \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \Theta_1(0, Fo)}{\partial \bar{r}} = 0, \quad (2.48)$$

$$\begin{cases} \Theta_1\left(\frac{R_1}{R_2} - 0, Fo\right) = \Theta_2\left(\frac{R_1}{R_2} + 0, Fo\right), \\ \lambda_1 \frac{\partial \Theta_1\left(\frac{R_1}{R_2} - 0, Fo\right)}{\partial \bar{r}} = \lambda_2 \frac{\partial \Theta_2\left(\frac{R_1}{R_2} + 0, Fo\right)}{\partial \bar{r}}, \end{cases} \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial \Theta_2(1, Fo)}{\partial \bar{r}} + Bi \Theta_2(1, Fo) = 0, \quad (2.50)$$

где $\Theta_i(\bar{r}, Fo)$ – безразмерная температура, определяемая из выражения

$$\Theta_i(\bar{r}, Fo) = \frac{T_i(r, \tau) - T_c}{T_0 - T_c};$$

T_c, T_0 – температура среды и начальная температура соответственно;

r, τ – пространственная координата и время соответственно; $\bar{r} = r/R_2$ –

безразмерная пространственная координата; $Fo = \frac{a_2 \tau}{R_2^2}$ – число Фурье;

$Bi = \alpha R_2 / \lambda_2$ – число Био; α – коэффициент теплоотдачи;

$\beta(\bar{r}) = \beta_i = a_i / a_2, \lambda_i, a_i$ – безразмерный параметр, теплопроводность и температуропроводность i -го слоя системы соответственно.

Решение задачи (2.46) – (2.50) на стадии регулярного режима первого рода, выполненное методом разделения переменных, имеет вид

$$\Theta_i(\bar{r}, Fo) \approx A_1 \exp(-\varepsilon_1^2 Fo) \psi_{i1}(\bar{r}), \quad (2.51)$$

где $\varepsilon_1^2, \psi_{i1}(\bar{r})$ – первое собственное значение и функция задач Штурма–Лиувилля соответственно:

$$\psi_{i1}''(\bar{r}) + \frac{2}{\bar{r}} \psi_{i1}'(\bar{r}) + \varepsilon_1^2 / \beta_i \psi_{i1}(\bar{r}) = 0, \quad 0 < \bar{r} < 1, \quad (2.52)$$

$$\psi_{i1}'(0) = 0, \quad (2.53)$$

$$\begin{cases} \psi_1 \left(\frac{R_1}{R_2} - 0 \right) = \psi_2 \left(\frac{R_1}{R_2} + 0 \right), \\ \lambda_1 \psi_1' \left(\frac{R_1}{R_2} - 0 \right) = \lambda_2 \psi_2' \left(\frac{R_1}{R_2} + 0 \right), \end{cases} \quad (2.54)$$

$$\psi_2'(1) + Bi \psi_2(1) = 0. \quad (2.55)$$

Для определения искомых теплофизических характеристик λ_1 и a_1 проводят два эксперимента при условиях теплообмена, характеризуемых числами Био Bi^I и Bi^{II} , значения которых определяют из экспериментов с СЯ сферической формы. По результатам экспериментов с ИЯ определяют первые собственные значения $(\varepsilon_1^2)^I$ и $(\varepsilon_1^2)^{II}$ задачи (2.52) – (2.55).

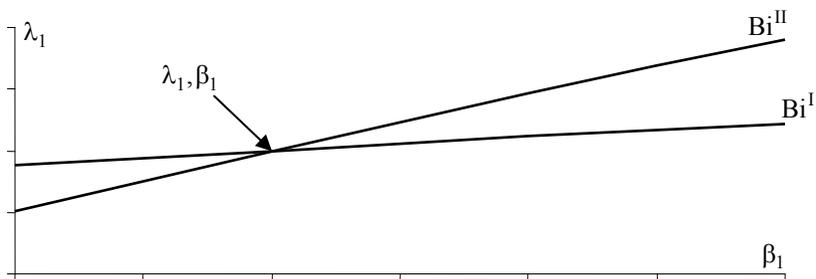


Рис. 2.7. Иллюстрация графического определения совпадающих решений двух задач Штурма–Лиувилля (2.52) – (2.55)

Для определения искомого ТФС задаются значениями теплопроводности λ_1 и численно подбирают такие $\beta_1 = a_1/a_2$, которые удовлетворяют условиям задачи (2.52) – (2.55) при известных значениях Bi^I , Bi^{II} и $(\varepsilon_1^2)^I$, $(\varepsilon_1^2)^{II}$, найденных из экспериментов. Строят графики зависимости $\beta_1 = f(\lambda_1)$ (рис. 2.7), полученные при решении первой и второй задач Штурма–Лиувилля, и на пересечении этих графиков определяют искомую теплопроводность λ_1 и параметр β_1 . Температуропроводность определяют по формуле $a_1 = a_2\beta_1$.

2.2.3. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НАСЫПНОГО СЛОЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Физическую модель ИЯ для реализации метода измерения ТФС можно рассматривать как двухслойную систему (рис. 2.8), состоящую из цилиндрического слоя 1 (радиусом R_1) исследуемого материала и цилиндрической оболочки 2 (радиусом R_2) [118].

Допустим, что: температурные поля в слоях ИЯ одномерны (при условии, что цилиндрический слой можно считать неограниченным в продольном направлении); отсутствуют термические сопротивления на поверхностях контакта слоев 1 и 2; ТФС материалов ячейки постоянны и не зависят от изменения температуры в ходе эксперимента; отсутствует теплоперенос излучением i в материалах ячейки.

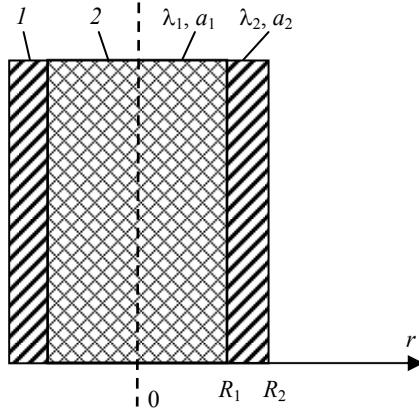


Рис. 2.8. Физическая модель ИЯ цилиндрической формы

С учетом допущений и симметричности системы относительно оси $r=0$ запишем математическую модель температурных полей для половины ИЯ ($0 \leq r \leq R_2$) в виде дифференциального уравнения [118]

$$\frac{\partial \Theta_i(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \beta_i \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r} \frac{\partial \Theta_i(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}} \right], \quad 0 < \bar{r} < 1, \quad Fo > 0, \quad i = 1, 2, \quad (2.56)$$

с начальным условием

$$\Theta_i \bar{r}(\bar{r}, 0) = 1, \quad (2.57)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial \Theta_1(0, Fo)}{\partial \bar{r}} = 0, \quad (2.58)$$

$$\begin{cases} \Theta_1\left(\frac{R_1}{R_2} - 0, Fo\right) = \Theta_2\left(\frac{R_1}{R_2} + 0, Fo\right), \\ \lambda_1 \frac{\partial \Theta_1\left(\frac{R_1}{R_2} - 0, Fo\right)}{\partial \bar{r}} = \lambda_2 \frac{\partial \Theta_2\left(\frac{R_1}{R_2} + 0, Fo\right)}{\partial \bar{r}}, \end{cases} \quad (2.59)$$

$$\frac{\partial \Theta_2(1, Fo)}{\partial \bar{r}} + \text{Bi} \Theta_2(1, Fo) = 0, \quad (2.60)$$

где $\Theta_i = (T_i(r, \tau) - T_c) / (T_0 - T_c)$ – безразмерная температура;
 $Fo = a_2 \tau / R_2^2$ – число Фурье; $\bar{r} = r / R_2$ – безразмерная пространствен-

ная координата; $Bi = \alpha R_2 / \lambda_2$ – число Био; a_i, λ_i – теплопроводность и теплопроводность i -го слоя ячейки соответственно; r – пространственная координата; τ – время; α – коэффициент теплоотдачи; $T(r, \tau)$ – функция распределения температуры; β_i – безразмерный коэффициент теплопроводности i -го слоя, определяемый из выражений

$$\beta_i = \begin{cases} \beta_1 = a_1 / a_2 & \text{при } 0 < \bar{r} < R_1 / R_2, \\ \beta_2 = 1 & \text{при } R_1 / R_2 < \bar{r} < 1. \end{cases}$$

Решение задачи (2.56) – (2.60) на стадии регулярного режима первого рода, найденное методом разделения переменных, имеет вид [118]

$$\Theta_i(\bar{r}, Fo) \approx A_i \exp(-\varepsilon_1^2 Fo) \psi_{i1}(\bar{r}), \quad (2.61)$$

где $\varepsilon_1^2, \psi_{i1}(\bar{r})$ – первое собственное значение и собственная функция задач Штурма–Лиувилля соответственно [118]:

$$\psi_{i1}''(\bar{r}) + \frac{1}{\bar{r}} \psi_{i1}'(\bar{r}) + \varepsilon_1^2 / \beta_i \psi_{i1}(\bar{r}) = 0, \quad 0 < \bar{r} < 1, \quad (2.62)$$

$$\psi_{i1}'(0) = 0, \quad (2.63)$$

$$\psi_1 \left(\frac{R_1}{R_2} - 0 \right) = \psi_2 \left(\frac{R_1}{R_2} + 0 \right), \quad (2.64)$$

$$\lambda_1 \psi_1' \left(\frac{R_1}{R_2} - 0 \right) = \lambda_2 \psi_2' \left(\frac{R_1}{R_2} + 0 \right), \quad (2.65)$$

$$\psi_2'(1) + Bi \psi_2(1) = 0. \quad (2.66)$$

Для определения теплофизических характеристик λ_1 и a_1 исследуемого материала проводят два эксперимента, в ходе которых ИЯ (предварительно термостатированную при температуре T_0) охлаждают при постоянных условиях, характеризуемых значениями коэффициентов теплообмена α^I (в первом эксперименте) и α^{II} (во втором эксперименте) и постоянной температурой T_c . В ходе каждого эксперимента регистрируют температуру $T(0, \tau)$ в центре ИЯ, вычисляют безразмерную температуру $\Theta(0, Fo)$ и число Фурье $Fo = a_2 \tau / R_2^2$. По полученным данным определяют первые собственные значения $(\varepsilon_1^2)^I, (\varepsilon_1^2)^{II}$ как тангенсы углов наклона прямолинейных участков графика зависимости $\ln \Theta = f(Fo)$.

Значения чисел Био Bi^I и Bi^{II} определяют из выражения

$$Bi^i = \frac{\alpha^i R_2}{\lambda_2}, \quad i = I, II, \quad (2.67)$$

где коэффициенты теплоотдачи α^i определяются из опытов с СЯ. СЯ изготавливают из эталонного материала в форме цилиндра радиусом R_2 . В ходе эксперимента дополнительно регистрируют температуру в центре СЯ. На стадии регулярного режима первого рода температурное поле в СЯ цилиндрической формы в безразмерном виде описывается функцией вида

$$\Theta_{\mathcal{D}}(\bar{r}, Fo) \approx B_1 \exp(-\varepsilon_{\mathcal{D}1}^2 Fo) \psi_{\mathcal{D}1}(\bar{r}), \quad (2.68)$$

где B_1 – постоянный множитель; $\varepsilon_{\mathcal{D}1}^2$ – первое собственное значение; $\psi_{\mathcal{D}1}(\bar{r})$ – первая собственная функция задачи Штурма–Лиувилля [118]:

$$\psi_{\mathcal{D}1}''(\bar{r}) + \frac{1}{\bar{r}} \psi_{\mathcal{D}1}'(\bar{r}) + \varepsilon_{\mathcal{D}1}^2 \psi_{\mathcal{D}1}(\bar{r}) = 0, \quad 0 < \bar{r} < 1, \quad (2.69)$$

$$\psi_{\mathcal{D}1}'(0) = 0, \quad (2.70)$$

$$\psi_{\mathcal{D}1}'(1) + Bi_{\mathcal{D}} \psi_{\mathcal{D}1}(1) = 0. \quad (2.71)$$

Определив по данным эксперимента величину $\varepsilon_{\mathcal{D}1}^2$, последнюю подставляют в задачу (2.69) – (2.71) и, решая ее численным методом, подбирают такое $Bi_{\mathcal{D}}$, которое удовлетворяет граничному условию (2.71).

Далее вычисляют коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = Bi_{\mathcal{D}} \lambda_{\mathcal{D}} / R_2, \quad (2.72)$$

где $\lambda_{\mathcal{D}}$ – теплопроводность эталонного материала.

Таким образом, в ходе первого и второго экспериментов с ИЯ определяют значения величин $(\varepsilon_1^2)^I$, $(\varepsilon_1^2)^{II}$, а со СЯ – Bi^I и Bi^{II} .

По экспериментально найденным значениям $(\varepsilon_1^2)^I$, $(\varepsilon_1^2)^{II}$ и Bi^I , Bi^{II} определяют искомые теплофизические характеристики λ_1 и a_1 , для чего задаются диапазоном $a_{1\min} \leq a_1 \leq a_{1\max}$, в котором гарантированно находится температуропроводность a_1 исследуемого материала.

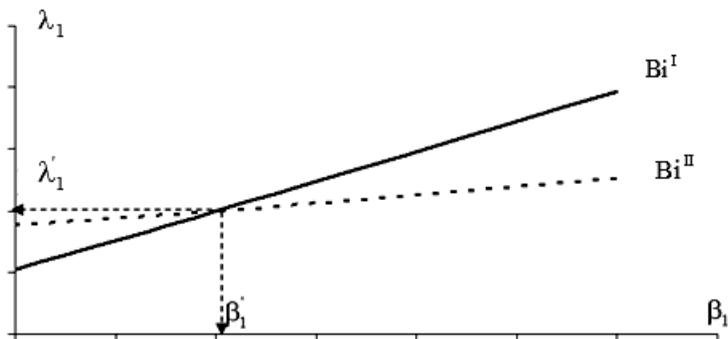


Рис. 2.9. Иллюстрация графического определения совпадающих решений двух задач Штурма–Лиувилля (2.62) – (2.66)

Для каждого значения температуропроводности из заданного диапазона с шагом Δa вычисляют безразмерный параметр $\beta_1 = a_1 / a_2$. Для каждого заданного β_1 из диапазона $\beta_{1\min} = a_{1\min} / a_2 \leq \beta_1 \leq \beta_{1\max} = a_{1\max} / a_2$ численно определяют такое λ_1 , которое удовлетворяет условиям задачи (2.62) – (2.66) при известных $(\epsilon_1^2)^I$, Bi^I и $(\epsilon_1^2)^{II}$, Bi^{II} (рис. 2.9). Из полученных решений отыскивают совпадающее β_1' и λ_1 .

Температуропроводность и объемную теплоемкость исследуемого материала определяют по формулам:

$$a_1 = \beta_1' a_2,$$

$$c_1 \rho_1 = \lambda_1 / a_1.$$

2.3. ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ И ОПЕРАТИВНОСТИ МЕТОДОВ ДВУХ АЛЬФА

2.3.1. АНАЛИЗ ИСТОЧНИКОВ ПОГРЕШНОСТЕЙ МЕТОДОВ ДВУХ АЛЬФА

При практической реализации рассмотренных методов измерения ТФС важно предварительно определить рациональные параметры проведения экспериментов и конструкционные размеры измерительных устройств, что позволит в конечном счете провести измерения искомым ТФС с наименьшими погрешностями.

ТФС исследуемого материала вычисляются по формулам методов измерения и являются, по сути, косвенно измеряемыми величинами. Независимо от формы, химического и гранулометрического состава

исследуемых гетерогенных материалов в ходе опыта непосредственно измеряются температуры (в заданных точках образцов, температуры окружающей среды, теплоносителя, применяемого в жидкостных термостатах ИЯ и др.) и геометрические размеры (толщины образцов, конструктивных элементов ИЯ – слоев многослойных систем). При расчете ТФС по формулам метода в последних используются теплофизические характеристики конструктивных элементов ИЯ (слоев многослойных систем), значения которых берут из справочной литературы. На практике реальные свойства этих слоев могут отличаться от справочных. При реализации методов двух альфа дополнительно определяют коэффициент теплоотдачи в опыте с эталонным материалом. При этом предполагается, что геометрические размеры, форма, а также условия теплообмена на поверхностях сравнительной и измерительной ячейки идентичны. На практике добиться полной идентичности геометрических размеров ИЯ и СЯ невозможно, точно так же и условия теплообмена на поверхностях ИЯ и СЯ будут, хоть и незначительно, но отличаться. Подобный анализ позволяет выделить основные погрешности, которые могут оказать существенное влияние на точность измерения ТФС:

- погрешности, возникающие вследствие того, что заданные в математических моделях методов измерения значения ТФС материалов слоев ИЯ отличаются от действительных значений ТФС;
- погрешности измерения толщин слоев ИЯ;
- погрешности измерения температур;
- погрешности определения условий теплообмена (погрешности измерения коэффициентов теплоотдачи);
- погрешности, вызванные неучетом наличия контактных термических сопротивлений на границах слоев;
- погрешности, связанные с пренебрежением утечками тепла в окружающую среду;
- погрешности определения первых собственных значений краевых задач Штурма–Лиувилля.

Кроме перечисленных выше погрешностей, присущих всем рассмотренным в разделе 2.2 методам измерения ТФС, существуют и другие погрешности, характерные для каждого конкретного метода.

Для оценки погрешностей измерения методами двух альфа ТФС применим классический способ получения расчетной зависимости для оценки погрешности измерения, изложенный в работах [3, 4] и заключающийся в логарифмировании и последующем дифференцировании

(с переходом от дифференциалов к конечным разностям) расчетной формулы для вычисления искомым ТФС. Практическая реализация такого подхода, однако, имеет ряд трудностей. Так, согласно изложенным в разделе 2.2 методам, температуропроводность i -го слоя многослойной системы (исследуемого материала) a_i вычисляется по формуле (2.23)

$$a_i = a_n \beta_i,$$

причем значение параметра β_i определяется из решения двух задач Штурма–Лиувилля (2.18) – (2.21) и является, по сути, функцией первых собственных значений $(\varepsilon_1^2)^I, (\varepsilon_1^2)^{II}$, определяемых по данным первого и второго экспериментов, проведенных при условиях теплообмена, характеризующихся числами Bi^I и Bi^{II} соответственно, геометрических размеров слоев ИЯ, а также теплофизических характеристик этих слоев (за исключением теплопроводности i -го слоя, которая задается при решении задачи Штурма–Лиувилля) [119]

$$\beta_i = f((\varepsilon_1^2)^I, (\varepsilon_1^2)^{II}, Bi^I, Bi^{II}, r_1, \dots, r_n, \lambda_1, \dots, \lambda_n, a_1, \dots, a_n). \quad (2.73)$$

Выражение для вычисления среднеквадратичной погрешности определения параметра β_i можно записать в виде [119]

$$\left(\frac{\Delta \beta_i}{\beta_i} \right)_{\text{ск}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \beta_i}{\partial (\varepsilon_1^2)^I} \Delta (\varepsilon_1^2)^I \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial (\varepsilon_1^2)^{II}} \Delta (\varepsilon_1^2)^{II} \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial Bi^I} \Delta Bi^I \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial Bi^{II}} \Delta Bi^{II} \right)^2 + \Omega}, \quad (2.74)$$

$$\text{где } \Omega = \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial r_1} \Delta r_1 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial r_n} \Delta r_n \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial \lambda_1} \Delta \lambda_1 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial \lambda_n} \Delta \lambda_n \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial a_1} \Delta a_1 \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial \beta_i}{\partial a_n} \Delta a_n \right)^2.$$

Погрешности задания геометрических размеров и ТФС слоев ИЯ пренебрежимо малы по сравнению с погрешностями определения первых собственных значений и чисел Био, поэтому будем считать Ω

постоянной для конкретной ИЯ величиной, которая может быть уменьшена за счет введения поправок. Для практического использования выражения (2.74) необходимо вычислить соответствующие частные производные, что представляется весьма затруднительным ввиду отсутствия выражения (2.71), записанного в явном виде. Поэтому целесообразно оценить, в какой степени влияют погрешности определения первых собственных значений $(\varepsilon_1^2)^I, (\varepsilon_1^2)^{II}$ и чисел Био Bi^I, Bi^{II} на результаты расчета β_i , а затем разработать рекомендации по повышению точности определения этих величин.

2.3.2. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРВЫХ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ НА ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Рассмотрим трехслойную плоскую систему (рис. 2.4). Предположим, что теплопроводность исследуемого материала близка к теплопроводности полиметилметакрилата, первый слой ИЯ выполнен из латуни, третий – из полиметилметакрилата ($\lambda_1 = 93$ Вт/(м·К), $a_1 = 2,68 \cdot 10^{-5}$ м²/с, $\lambda_2 = \lambda_3 = 0,195$ Вт/(м·К), $a_2 = a_3 = 1,06 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $l_1 = 1$ мм, $l_2 = 5$ мм, $l_3 = 7$ мм).

Пусть первый эксперимент проводился при $Bi^I = 2$, а второй – при $Bi^{II} = 101$. Из решений задачи (2.42) – (2.45) определим, что $(\varepsilon_1^2)^I = 0,99$, а $(\varepsilon_1^2)^{II} = 2$.

Допустим теперь, что первые собственные значения определяются с погрешностями 7%. То есть для первого эксперимента $(\varepsilon_1^2)^I = 0,99 \pm 0,07$, а для второго – $(\varepsilon_1^2)^{II} = 2 \pm 0,14$. Вычислим зависимости $\beta_2 = f(\lambda_2)$ (рис. 2.10). Координаты точек пересечения соответствующих кривых определяют возможные значения β_2 и λ_2 при погрешностях определения первых собственных значений, равных 7% [120].

Из рисунка 2.10 видно, что максимальная погрешность определения теплопроводности составляет 70% (при условии, что в первом эксперименте величина ε_1^2 будет определена с абсолютной погрешностью $\Delta = -0,07$, а во втором – с погрешностью $\Delta = +0,14$). Максимальная погрешность определения параметра β_2 при 7%-ной ошибке по ε_1^2 составит 35%.

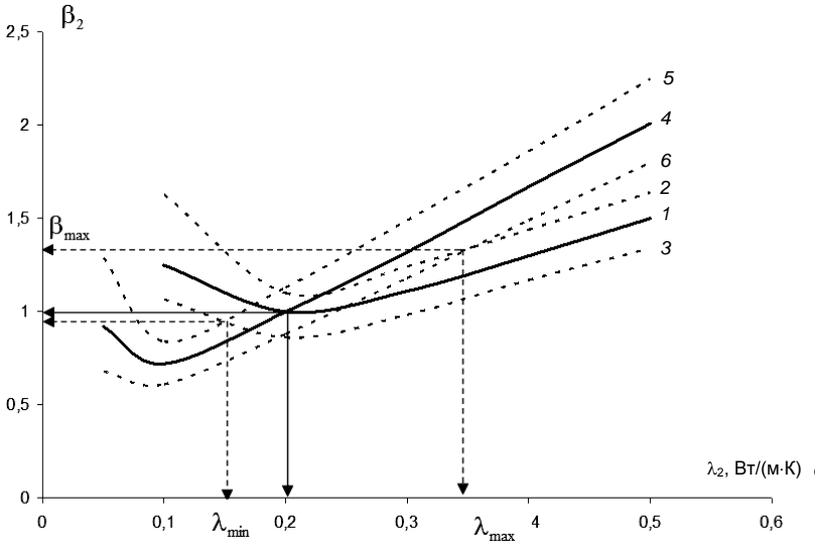


Рис. 2.10. Кривые возможных решений задач (2.42) – (2.45)

в случае $\delta(\varepsilon_1^2)^I = \delta(\varepsilon_1^2)^{II} = 7\%$:

кривые 1, 2, 3 получены при $Bi^{II} = 101$ и $(\varepsilon_1^2)^{II} = 2$,
 $(\varepsilon_1^2)^{II} = 2,14$ и $(\varepsilon_1^2)^{II} = 1,86$; кривые 4, 5, 6 – при $Bi^I = 2$
и $(\varepsilon_1^2)^I = 0,99$, $(\varepsilon_1^2)^I = 1,06$ и $(\varepsilon_1^2)^I = 0,92$ соответственно

При проведении первого эксперимента при условии $Bi^I = 0,51$ и измерении первых собственных значений с погрешностями $\delta\varepsilon_1^2 = 4\%$ кривые $\beta_2 = f(\lambda_2)$ (рис. 2.11), построенные при $Bi^I = 0,51$, имеют больший угол наклона к оси λ_2 , чем соответствующие кривые, построенные при $Bi^I = 2$.

Таким образом, на рис. 2.11 разброс возможных решений λ_2 и β_2 меньше, чем на рис. 2.10. При определении первых собственных значений ε_1^2 с погрешностью 4% и при проведении первого и второго экспериментов при условиях, характеризуемых числами $Bi^{II} = 101$ и $Bi^I = 0,51$, максимальные погрешности определения λ_2 и β_2 уменьшаются до 15 и 5% соответственно.

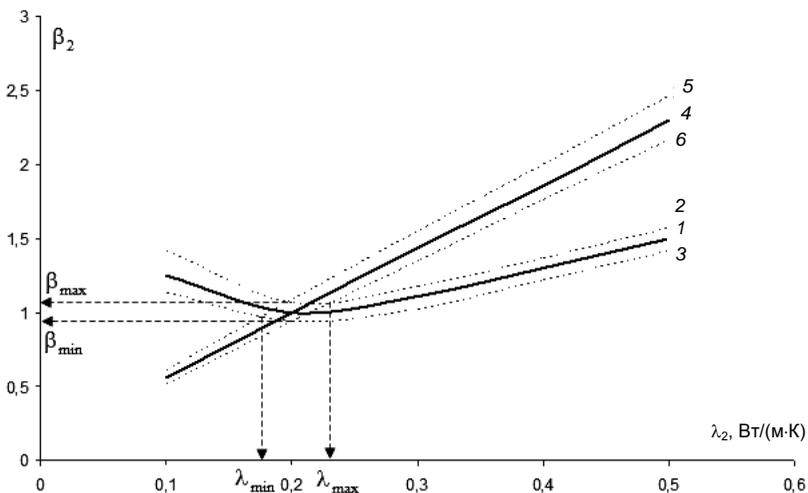


Рис. 2.11. Кривые возможных решений задач (2.42) – (2.45) в случае $\delta(\epsilon_1^2)^I = \delta(\epsilon_1^2)^{II} = 4\%$:

кривые 1, 2, 3 получены при $Bi^{II} = 101$ и $(\epsilon_1^2)^{II} = 2$,
 $(\epsilon_1^2)^{II} = 2,08$ и $(\epsilon_1^2)^{II} = 1,92$; кривые 4, 5, 6 – при $Bi^I = 0,51$
и $(\epsilon_1^2)^I = 0,38$, $(\epsilon_1^2)^I = 0,39$ и $(\epsilon_1^2)^I = 0,37$ соответственно

2.3.3. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЕЛ БИО НА ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Рассмотрим влияние погрешностей определения чисел Био на результаты расчета ТФС. На рисунке 2.12 показаны графики зависимости $\beta_2 = f(\lambda_2)$, полученные из решения задач Штурма–Лиувилля для трехслойной плоской системы. Анализ решений позволяет сделать вывод о том, что при увеличении погрешности определения числа Био происходит расширение возможного диапазона решений по искомым характеристикам β_2 и λ_2 .

Поэтому необходимо разработать методику уменьшения погрешностей экспериментального определения чисел Био и первых собственных значений задач Штурма–Лиувилля.

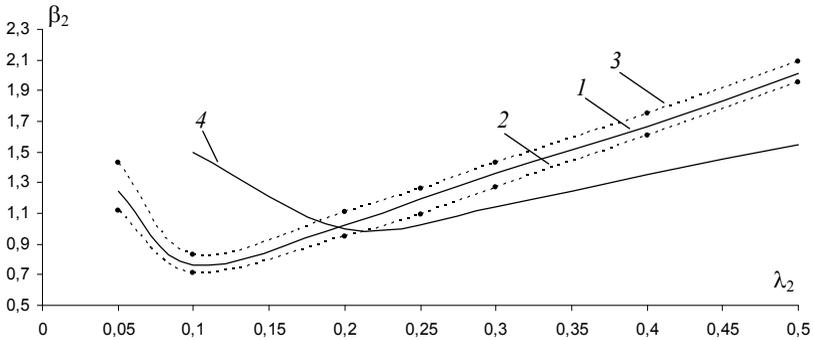


Рис. 2.12. Кривые возможных решений задач (2.42) – (2.45) в случае $\delta \text{Bi}^I = 8\%$:

кривые 1, 2, 3 получены при $(\varepsilon_1^2)^I = 0,99$ и $\text{Bi}^I = 2$, $\text{Bi}^I = 2,16$, $\text{Bi}^I = 1,84$ соответственно; кривая 4 – при $(\varepsilon_1^2)^{II} = 2$ и $\text{Bi}^{II} \rightarrow \infty$

2.3.4. МЕТОДИКА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРВЫХ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Для вычисления первых собственных значений ε_1^2 можно использовать формулу

$$-\varepsilon_1^2 = \frac{\ln \Theta^{**}(\bar{r}, \text{Fo}^{**}) - \ln \Theta^*(\bar{r}, \text{Fo}^*)}{\text{Fo}^{**} - \text{Fo}^*},$$

где $(\ln \Theta^{**}(\bar{r}, \text{Fo}^{**}), \text{Fo}^{**})$, $(\ln \Theta^*(\bar{r}, \text{Fo}^*), \text{Fo}^*)$ – координаты левой и правой граничных точек прямолинейного участка экспериментально определяемой кривой $\ln \Theta = f(\text{Fo})$ (рис. 2.2).

Учитывая, что $\text{Fo} = a_n \tau / r_n^2$, выражение для расчета среднеквадратичной погрешности определения первого собственного значения ε_1^2 примет вид

$$\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2} \right)_{\text{ск}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\ln \frac{\Theta^*}{\Theta^{**}} \right)^2} \left\{ \left(\frac{\Delta \Theta}{\Theta^*} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \Theta}{\Theta^{**}} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\Delta r_n}{r_n} \right)^2 + \left(\frac{\Delta a_n}{a_n} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\tau^{**} - \tau^*} \right)^2}. \quad (2.75)$$

Проанализируем расчетное выражение (2.75) [119]. Очевидно, что при условии $\Theta \rightarrow 1$ погрешности определения безразмерных температур будут минимальны, т.е. $\frac{\Delta\Theta}{\Theta} \rightarrow \min$. Однако при условии $\Theta \rightarrow 1$ безразмерная температура будет описываться бесконечным рядом вида (2.16) вследствие того, что в многослойной системе не будет достигнута стадия регулярного теплового режима первого рода. Поэтому при $\Theta \rightarrow 1$ погрешность определения первого собственного значения будет велика. В то же время при условии $\Theta \rightarrow 0$ возрастают погрешности определения безразмерных температур (рис. 2.13). Среднеквадратичную погрешность определения безразмерной температуры можно вычислить из выражения [121]

$$\left(\frac{\Delta\Theta}{\Theta}\right)_{\text{ск}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta T}{T(\bar{r}, \tau) - T_c}\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{T_0 - T_c}\right)^2},$$

которое с учетом $T(\bar{r}, \tau) - T_c = \Theta(T_0 - T_c)$ примет вид

$$\left(\frac{\Delta\Theta}{\Theta}\right)_{\text{ск}} = \frac{\Delta T}{(T_0 - T_c)} \frac{\sqrt{\Theta^2 + 1}}{\Theta}, \quad (2.76)$$

где ΔT – абсолютная погрешность измерения температур в эксперименте.

Зависимости $\left(\frac{\Delta\Theta}{\Theta}\right)_{\text{ск}} = f(\Theta)$ представлены на рис. 2.13.

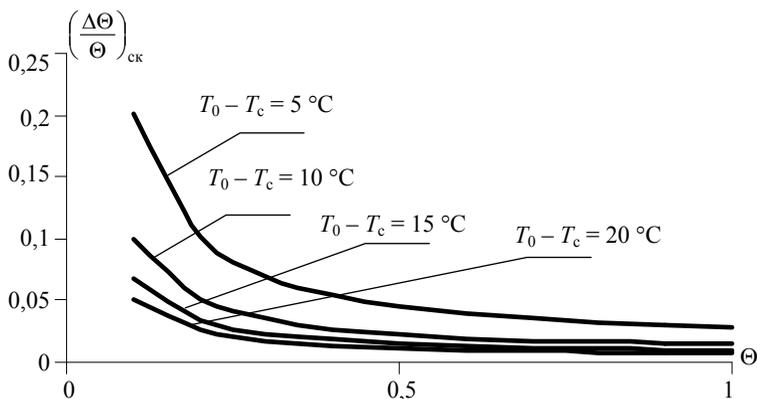


Рис. 2.13. Зависимости $\left(\frac{\Delta\Theta}{\Theta}\right)_{\text{ск}} = f(\Theta)$ при $\Delta T = 0,1^\circ\text{C}$

Определим диапазон $\Theta^{**} \leq \Theta \leq \Theta^*$, в котором выполняется условие $\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2} \right)_{\text{ск}} \rightarrow \min$. Найдем момент времени Fo^* достижения регулярного режима первого рода в центре многослойной системы. Значение Fo^* может быть вычислено исходя из условия, что отбрасывание второго члена ряда (2.16) не должно вносить погрешность более 1% от величины первого члена ряда, что дает уравнение

$$\frac{A_2 \exp(-\varepsilon_2^2 \text{Fo}^*) \psi_2(0)}{A_1 \exp(-\varepsilon_1^2 \text{Fo}^*) \psi_1(0)} = -0,01.$$

Преобразуем последнее выражение и получим расчетную формулу для вычисления Fo^* [119, 120]:

$$\text{Fo}^* = \frac{1}{\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2} \ln \left(-0,01 \frac{A_1 \psi_1(0)}{A_2 \psi_2(0)} \right). \quad (2.77)$$

Определение искомого Fo^* из выражения (2.77) для многослойной системы весьма затруднительно, так как для вычисления коэффициентов A_1 , A_2 ряда (2.16) потребуются громоздкие формулы. Поэтому упростим задачу и перейдем от многослойной системы к однослойной.

Воспользуемся решениями А. В. Лыкова [24], полученными для неограниченной пластины, цилиндра и шара:

– для неограниченной пластины

$$A_n = (-1)^{n+1} \frac{2\text{Bi} \sqrt{\text{Bi}^2 + \varepsilon_n^2}}{\varepsilon_n (\text{Bi}^2 + \text{Bi} + \varepsilon_n^2)}, \quad (2.78)$$

$$\psi_n(0) = 1; \quad (2.79)$$

– для неограниченного цилиндра

$$A_n = \frac{2\text{Bi}}{J_0(\varepsilon_n)(\text{Bi}^2 + \varepsilon_n^2)}, \quad (2.80)$$

$$\psi_n(0) = J_0(\varepsilon_n \bar{r})|_{\bar{r}=0}; \quad (2.81)$$

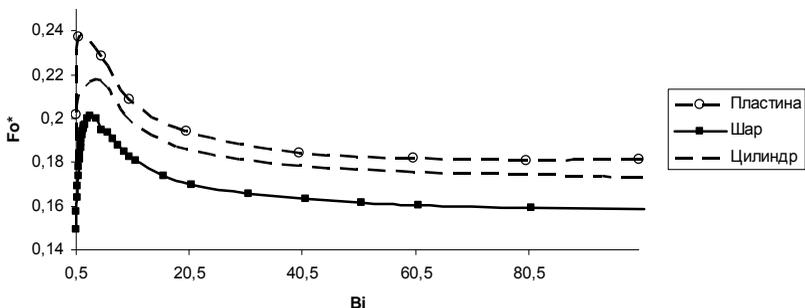


Рис. 2.14. Зависимости $Fo^* = f(Bi)$ для насыпных слоев различной формы

– для шара

$$A_n = (-1)^{n+1} \frac{2Bi\sqrt{(Bi-1)^2 + \varepsilon_n^2}}{Bi^2 - Bi + \varepsilon_n^2}, \quad (2.82)$$

$$\psi_n(0) = \frac{\sin(\varepsilon_n \bar{r})}{\varepsilon_n \bar{r}} \Big|_{\bar{r}=0}. \quad (2.83)$$

Зависимости $Fo^* = f(Bi)$ представлены на рис. 2.14. Анализ приведенных зависимостей позволяет сделать вывод, что при $Fo \geq Fo^* = 0,24$ в диапазоне $0,5 \leq Bi < \infty$ в центре неограниченной пластины, цилиндра и шара температурное поле с точностью до 1% описывается первой собственной функцией и будет сохранять подобие на протяжении всего регулярного режима первого рода [119].

Для определения Θ^* воспользуемся решением (2.17) на стадии регулярного режима первого рода:

$$\Theta^* = A_1 \exp(-\varepsilon_1^2 Fo^*) \psi_1(0), \quad (2.84)$$

где A_1 , $\psi_1(0)$ определяются по формулам (2.78) – (2.83) для систем соответствующей геометрической формы.

Из формул (2.81) и (2.83) следует, что при $\bar{r} = 0$ выполняется условие $\psi_1(0) = 1$ для неограниченного цилиндра и шара. Тогда для расчета безразмерной температуры Θ^* получим следующее выражение:

$$\Theta^* = A_n \left(-0,01 \frac{A_n}{A_{n+1}} \right)^{\frac{-\varepsilon_n^2}{\varepsilon_n^2 - \varepsilon_{n+1}^2}}, \quad n = 1, \quad (2.85)$$

где A_n вычисляются по формулам (2.78), (2.80), (2.82) для пластины, цилиндра и шара соответственно, а первое и второе собственные значения вычисляют из уравнений, приведенных в работе [24]:

$$\operatorname{ctg} \varepsilon_n = \frac{1}{\operatorname{Bi}} \varepsilon_n \quad \text{— для пластины;}$$

$$\frac{J_0(\varepsilon_n)}{J_1(\varepsilon_n)} = \frac{1}{\operatorname{Bi}} \varepsilon_n \quad \text{— для цилиндра;}$$

$$\operatorname{tg} \varepsilon_n = -\frac{1}{\operatorname{Bi} - 1} \varepsilon_n \quad \text{— для шара.}$$

Таким образом, согласно выражению (2.85) величина Θ^* зависит от условий проведения эксперимента, характеризуемых числом Bi , и эта зависимость имеет вид, представленный на рис. 2.15.

Для определения Θ^{**} используем следующую методику. Потребуем, чтобы при определении первого собственного значения ε_1^2 по экспериментальным данным из диапазона $\Theta^{**} \leq \Theta \leq \Theta^*$ среднеквадратичная погрешность определения величины ε_1^2 , вычисляемая по выражению (2.75), была минимальной, т.е. выполнялось условие $\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2} \right)_{\text{СК}} \rightarrow \min$. В выражении (2.75) пренебрежем членами $\frac{\Delta r_n}{r_n}$, $\frac{\Delta a_n}{a_n}$

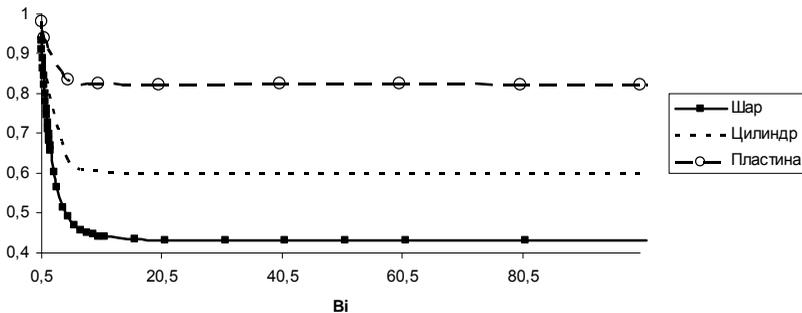


Рис. 2.15. Зависимости $\Theta^* = f(\operatorname{Bi})$ для насыпных слоев различной формы

в силу того, что они имеют постоянное значение, а членом $\frac{\Delta\tau}{\tau^{**} - \tau^*}$ – из-за ничтожной погрешности измерения времени.

Зададимся значением числа Bi и соответствующим ему Θ^* , и для $\Theta^{**} < \Theta^*$ по формуле (2.75) вычислим среднеквадратичные погрешности определения первого собственного значения ε_1^2 (рис. 2.16 и 2.17).

Как видно из приведенных данных, на графиках зависимости $\left(\frac{\Delta\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2}\right)_{ск} = f(\Theta^{**})$ имеются точки минимума (или точнее несколько точек, в которых погрешность минимальна), координаты Θ^{**} которых для образцов различной геометрической формы при проведении экспериментов при условиях $Bi \geq 10$ равны:

- для пластины $\Theta^{**} \approx 0,25$;
- для цилиндра $\Theta^{**} \approx 0,2$;
- для шара $\Theta^{**} \approx 0,1$.

Однако при $Bi \leq 0,5$ безразмерная температура $\Theta^* \approx 0,90...0,93$ не зависит от геометрической формы образцов (рис. 2.17), а среднеквадратичная погрешность $\left(\frac{\Delta\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2}\right)_{ск} \rightarrow \min$ при $\Theta^{**} \approx 0,20...0,35$.

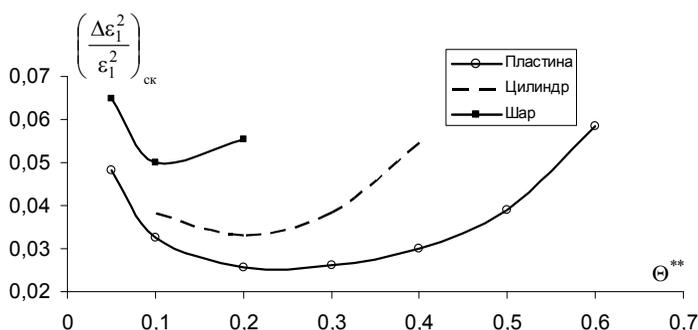


Рис. 2.16. Зависимости $\left(\frac{\Delta\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2}\right)_{ск} = f(\Theta^{**})$ при $Bi \geq 10$ для пластины ($\Theta^* = 0,8$), цилиндра ($\Theta^* = 0,6$) и шара ($\Theta^* = 0,4$)

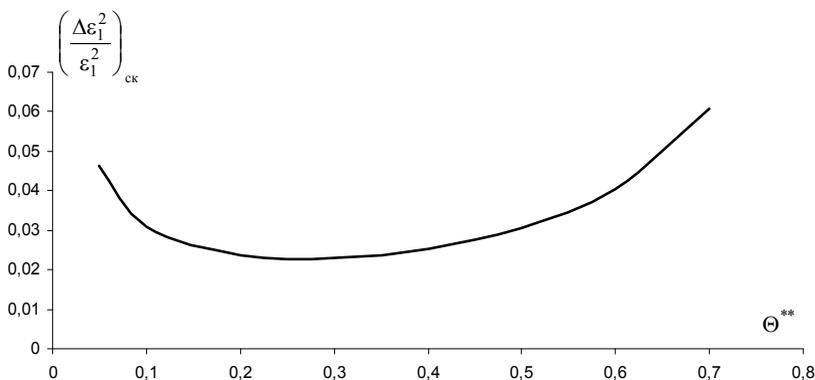


Рис. 2.17. Зависимости $\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2}\right)_{\text{ск}} = f(\Theta^{**})$

при $Bi \leq 0,5$ для пластины, цилиндра и шара ($\Theta^* = 0,9$)

Таким образом, безразмерная температура Θ^{**} , как и Θ^* , зависит от условий проведения эксперимента, т.е. от числа Bi [119].

Введем обозначения:

$$K_1 = \left(\frac{\Delta r_n}{r_n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a_n}{a_n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \tau}{\tau^{**} - \tau^*}\right)^2 = \text{const}, \quad (2.86)$$

$$\Theta^* = f_1(Bi), \quad (2.87)$$

$$\frac{\Delta \Theta}{\Theta^*} = f_2(Bi), \quad (2.88)$$

где функцию $f_1(Bi)$ определяют по формуле (2.85)

$$f_1(Bi) = A_n \left(-0,01 \frac{A_n}{A_{n+1}} \right)^{\frac{-\varepsilon_n^2}{\varepsilon_n^2 - \varepsilon_{n+1}^2}}, \quad (2.89)$$

а функцию $f_2(Bi)$ – подстановкой выражения для Θ^* в формулу (2.76)

$$f_2(Bi) = \frac{\Delta T}{(T_0 - T_c)} \sqrt{1 + \frac{1}{(f_1(Bi))^2}}. \quad (2.90)$$

С учетом введенных обозначений выражение (2.75) примет вид

$$\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2}\right)_{\text{ск}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\ln \frac{f_1(\text{Bi})}{\Theta^{**}}\right)^2} \left\{ (f_2(\text{Bi}))^2 + \left(\frac{\Delta \Theta}{\Theta^{**}}\right)^2 \right\}} + K_1. \quad (2.91)$$

Согласно (2.76) член выражения $\left(\frac{\Delta \Theta}{\Theta^{**}}\right)^2$ можно записать в виде

$$\left(\frac{\Delta \Theta}{\Theta^{**}}\right)^2 = K_2 \left(1 + \frac{1}{(\Theta^{**})^2}\right),$$

где $K_2 = \left(\frac{\Delta T}{(T_0 - T_c)}\right)^2$.

Тогда выражение (2.91) окончательно примет вид

$$\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2}\right)_{\text{ск}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\ln \frac{f_1(\text{Bi})}{\Theta^{**}}\right)^2} \left\{ (f_2(\text{Bi}))^2 + K_2 \left(1 + \frac{1}{(\Theta^{**})^2}\right) \right\}} + K_1. \quad (2.92)$$

Введем обозначение $\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2}\right)_{\text{ск}} = y(\Theta^{**})$ и продифференцируем

выражение (2.92) по переменной Θ^{**}

$$\frac{dy}{d\Theta^{**}} = \frac{1}{2y(\Theta^{**})} \left[\frac{2(f_2(\text{Bi}))^2 + 2K_2}{\Theta^{**} \left(\ln \frac{f_1(\text{Bi})}{\Theta^{**}}\right)^3} + K_2 \left(\frac{-2}{(\Theta^{**})^3 \left(\ln \frac{f_1(\text{Bi})}{\Theta^{**}}\right)^2} + \frac{2}{(\Theta^{**})^3 \left(\ln \frac{f_1(\text{Bi})}{\Theta^{**}}\right)^3} \right) \right]. \quad (2.93)$$

Для нахождения экстремума функции $y(\Theta^{**})$ необходимо решить уравнение

$$\frac{dy}{d\Theta^{**}} = 0 \quad (2.94)$$

относительно переменной Θ^{**} . На рисунках 2.18 и 2.19 представлена зависимость $\frac{dy}{d\Theta^{**}} = f(\Theta^{**})$. В точках пересечения графиков с осью

абсцисс выполняется условие $\left(\frac{\Delta \varepsilon_1^2}{\varepsilon_1^2}\right)_{\text{ск}} \rightarrow \min$, что хорошо видно при

сопоставлении графиков на рис. 2.16 и 2.18 (для образцов соответ-

вующей геометрической формы), а также на рис. 2.17 и 2.19 (вне зависимости от формы образцов).

Таким образом, для определения первого собственного значения ε_1^2 с наименьшей погрешностью необходимо использовать экспериментальные данные из диапазона $\Theta^{**} \leq \Theta \leq \Theta^*$, причем при определении значений Θ^* и Θ^{**} необходимо учитывать геометрические размеры исследуемого материала (пластина, цилиндрический или сферический слой), а также условия проведения эксперимента (характеризуемые числом Bi и перепадом температур $T_0 - T_c$ в ходе эксперимента) [119 – 125]. Расчетные соотношения для вычисления Θ^* , Θ^{**} приведены в табл. 2.1.

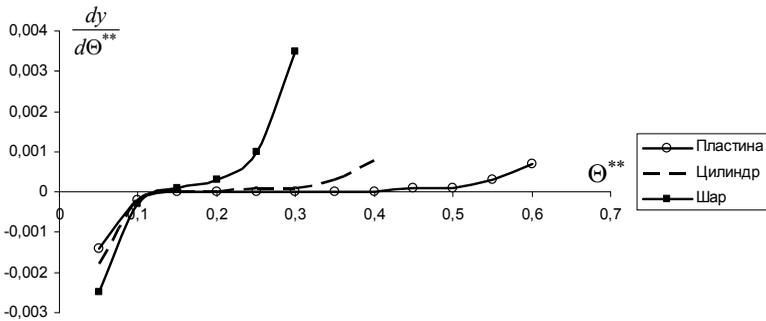


Рис. 2.18. Зависимости $\frac{dy}{d\Theta^{**}} = f(\Theta^{**})$ при $Bi \geq 10$

для насыпных слоев различной формы

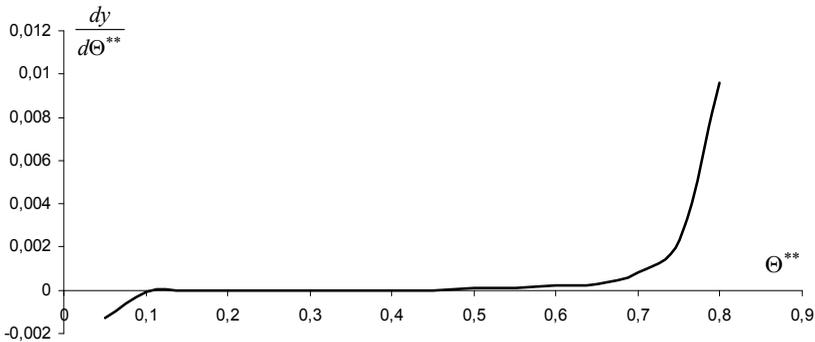


Рис. 2.19. Зависимость $\frac{dy}{d\Theta^{**}} = f(\Theta^{**})$ при $Bi = 0,5$

2.1. Расчетные выражения и порядок вычисления Θ^* , Θ^{**} в зависимости от Bi и формы исследуемого материала

Последовательность расчета	Форма исследуемого материала	
	Пластина	Цилиндр или цилиндрический слой
	Сферический слой	
	Вычисляются ε_1 , ε_2 , A_1 , A_2 по формулам:	
1	$A_n = (-1)^{n+1} \frac{2Bi \sqrt{Bi^2 + \varepsilon_n^2}}{\varepsilon_n (Bi^2 + Bi + \varepsilon_n^2)},$ $\operatorname{ctg} \varepsilon_n = \frac{1}{Bi} \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_n}$	$A_n = \frac{2Bi}{J_0(\varepsilon_n)(Bi^2 + \varepsilon_n^2)},$ $\frac{J_0(\varepsilon_n)}{J_1(\varepsilon_n)} = \frac{1}{Bi} \varepsilon_n$ $\operatorname{tg} \varepsilon_n = -\frac{1}{Bi-1} \varepsilon_n$
2	Искомое Θ^* определяют по формуле $\Theta^* = A_n \left(-0,01 \frac{A_n}{A_{n+1}} \frac{\varepsilon_n^2}{\varepsilon_n^2 - \varepsilon_{n+1}^2}, n = 1 \right)$	
3	$f_1(Bi) = A_n \left(-0,01 \frac{A_n}{A_{n+1}} \frac{\varepsilon_n^2}{\varepsilon_n^2 - \varepsilon_{n+1}^2}, f_2(Bi) = \frac{\Delta T}{(T_0 - T_c)} \sqrt{1 + \frac{1}{(f_1(Bi))^2}}, K_1 = \left(\frac{\Delta T}{r_n} \right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{\tau^* - \tau} \right)^2, K_2 = \left(\frac{\Delta T}{(T_0 - T_c)} \right)^2 \right)$	
4	Искомое Θ^{**} определяют из решения уравнения	
	$\frac{1}{2\gamma(\Theta^{**})} \left[\frac{2(f_2(Bi))^2 + 2K_2}{\Theta^{**} \left(\ln \frac{f_1(Bi)}{\Theta^{**}} \right)^3} + K_2 \left(\frac{f_1(Bi)}{\Theta^{**}} \right)^2 + \frac{2}{(\Theta^{**})^3 \left(\ln \frac{f_1(Bi)}{\Theta^{**}} \right)^3} \right] = 0,$ $\text{где } \gamma(\Theta^{**}) = \sqrt{\frac{1}{\left(\ln \frac{f_1(Bi)}{\Theta^{**}} \right)^2} \left\{ (f_2(Bi))^2 + K_2 \left(1 + \frac{1}{(\Theta^{**})^2} \right) \right\} + K_1}$	

2.3.5. МЕТОДИКА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧИСЕЛ БИО

Из выражения (2.74) видно, что на результаты расчета безразмерной температуропроводности β_i исследуемого материала оказывают влияние погрешности определения чисел Био Bi^I, Bi^{II} , характеризующих условия протекания эксперимента на поверхности многослойной системы. Ранее была получена расчетная формула (2.35), позволяющая по известному коэффициенту теплоотдачи, определенному из опыта со СЯ, вычислить значение Bi . Учитывая, что $\alpha = Bi_{\text{Э}} \lambda_{\text{Э}} / R_{\text{Э}}$, запишем формулу (2.35) в виде

$$Bi^i = Bi_{\text{Э}} \frac{\lambda_{\text{Э}} r_n}{R_{\text{Э}} \lambda_n}, \quad i = I, II.$$

Из последнего выражения видно, что при изготовлении внешней оболочки системы из эталонного материала при $r_n = R_{\text{Э}}$ выполняется условие

$$Bi^i = Bi_{\text{Э}},$$

где $Bi_{\text{Э}}$ определяется путем решения задачи Штурма–Лиувилля (2.32) – (2.34) и является, по существу, функцией первого собственного значения $\varepsilon_{\text{Э}1}^2$, вычисленного по экспериментальным данным соответствующего опыта с эталонным материалом, т.е. $Bi^i = f((\varepsilon_{\text{Э}1}^2)^i)$. Для СЯ плоской, цилиндрической и сферической форм эти зависимости можно получить из характеристических уравнений для определения первых собственных значений [24] в виде:

$$\text{– для пластины} \quad Bi = \frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{Э}1}^2}}{\text{ctg} \sqrt{\varepsilon_{\text{Э}1}^2}}; \quad (2.95)$$

$$\text{– для цилиндра} \quad Bi = \sqrt{\varepsilon_{\text{Э}1}^2} \frac{J_1(\sqrt{\varepsilon_{\text{Э}1}^2})}{J_0(\sqrt{\varepsilon_{\text{Э}1}^2})}; \quad (2.96)$$

$$\text{– для шара} \quad Bi = 1 - \frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{Э}1}^2}}{\text{tg} \sqrt{\varepsilon_{\text{Э}1}^2}}. \quad (2.97)$$

Допустим, что из опыта с СЯ было определено первое собственное значение с погрешностью $\pm \delta \varepsilon_{\text{Э}1}^2$. Подставив первые собственные

значения, равные $\varepsilon_{\vartheta 1}^2 + \delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2$ и $\varepsilon_{\vartheta 1}^2 - \delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2$, в выражения (2.95) – (2.97), получим значения Bi_+ и Bi_- . Относительные погрешности определения чисел Био вычислим из выражений:

$$\delta Bi_+ = \frac{|Bi - Bi_+|}{Bi}, \quad (2.98)$$

$$\delta Bi_- = \frac{|Bi - Bi_-|}{Bi}. \quad (2.99)$$

Выражения (2.98), (2.99) с учетом (2.95) – (2.97) представляют собой функции чисел Био. Например, для пластины они примут вид:

$$\delta Bi_+ = \frac{\left| \frac{\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2}}{\operatorname{ctg}\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2}} - \frac{\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2 + \delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2}}{\operatorname{ctg}\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2 + \delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2}} \right|}{\frac{\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2}}{\operatorname{ctg}\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2}}},$$

$$\delta Bi_- = \frac{\left| \frac{\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2}}{\operatorname{ctg}\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2}} - \frac{\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2 - \delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2}}{\operatorname{ctg}\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2 - \delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2}} \right|}{\frac{\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2}}{\operatorname{ctg}\sqrt{\varepsilon_{\vartheta 1}^2}}}.$$

Графики зависимости $\delta Bi_+ = f(Bi)$, $\delta Bi_- = f(Bi)$ для образцов различной геометрической формы приведены на рис. 2.20. Расчеты проведены при $\delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2 = 0,025$ (для пластины), $\delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2 = 0,033$ (для цилиндра), $\delta\varepsilon_{\vartheta 1}^2 = 0,05$ (для шара).

Анализ зависимостей позволяет сделать вывод, что при увеличении числа Био увеличивается и погрешность его определения. Это объясняется тем, что при больших Био (при $Bi > 10$) относительно малому изменению первого собственного значения $\varepsilon_{\vartheta 1}^2$ соответствует значительное изменение числа Био (рис. 2.21).

Таким образом, при практическом использовании методов двух альфа в целях повышения точности определения ТФС не рекомендуется проведение экспериментов при условиях, характеризующихся числами Био, превышающими значение 1,5.

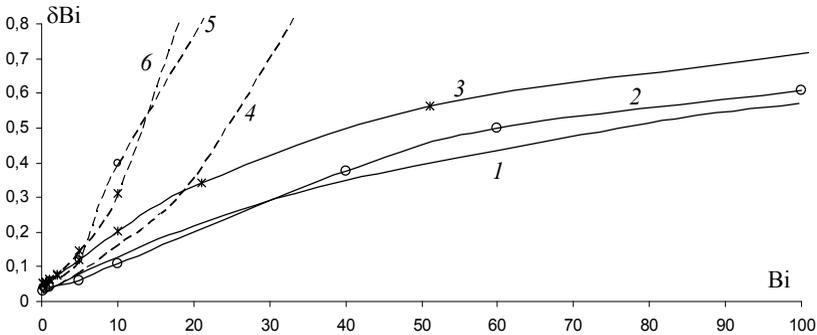
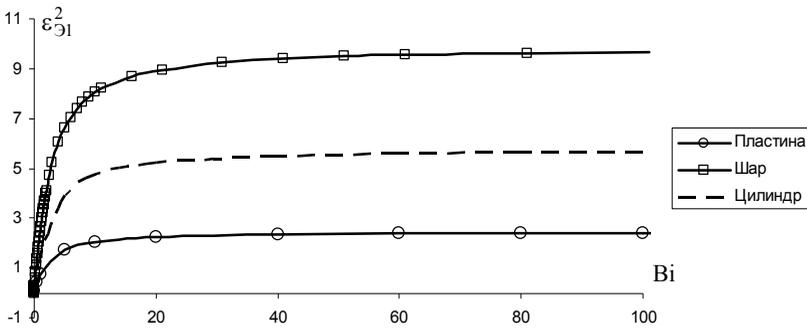


Рис. 2.20. Зависимости $\delta Bi = f(Bi)$ ($0 < Bi < \infty$):

1, 2, 3 – зависимости $\delta Bi_- = f(Bi)$ для пластины, цилиндра, шара;
 4, 5, 6 – зависимости $\delta Bi_+ = f(Bi)$ для пластины, цилиндра, шара
 соответственно



**Рис. 2.21. Зависимости $\epsilon_{21}^2 = f(Bi)$
 для насыпных слоев различной формы**

Однако при условии $Bi \rightarrow \infty$ (на практике при $Bi > 100$) граничное условие третьего рода (2.10) существенно упрощается и приводится к граничному условию первого рода

$$\Theta(1, Fo) = 0, \quad (2.100)$$

что позволяет исключить необходимость измерения коэффициента теплоотдачи в одном из экспериментов. Следовательно, выражение (2.74), используемое для вычисления погрешности определения параметра β_i , упростится и примет вид

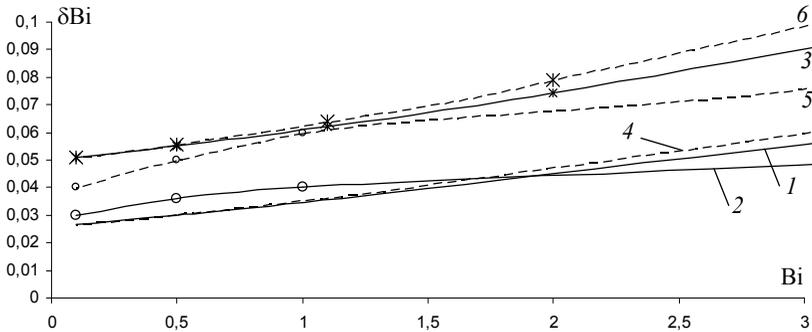


Рис. 2.22. Графики зависимости $\delta Bi = f(Bi)$ ($0 < Bi < 3$):

1, 2, 3 – зависимости $\delta Bi_- = f(Bi)$ для пластины, цилиндра, шара;

4, 5, 6 – зависимости $\delta Bi_+ = f(Bi)$ для пластины, цилиндра, шара

соответственно

$$\left(\frac{\Delta\beta_i}{\beta_i}\right)_{\text{ск}} = \sqrt{\left(\frac{\partial\beta_i}{\partial(\epsilon_1^2)^I} \Delta(\epsilon_1^2)^I\right)^2 + \left(\frac{\partial\beta_i}{\partial(\epsilon_1^2)^{II}} \Delta(\epsilon_1^2)^{II}\right)^2 + \left(\frac{\partial\beta_i}{\partial Bi^I} \Delta Bi^I\right)^2} + \Omega \quad (2.101)$$

при условии, что $\left(\frac{\partial\beta_i}{\partial Bi^{II}} \Delta Bi^{II}\right)^2 \rightarrow 0$.

При относительно малых числах Био ($Bi \leq 1,5$) погрешности определения чисел Био для образцов различной геометрической формы не превысят 3...6% (рис. 2.22), что для последующих расчетов ТФС является приемлемым.

2.3.6. ВЫБОР МАТЕРИАЛОВ СЛОЕВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЯЧЕЙКИ

Выбор материалов слоев, из которых изготавливаются ИЯ, оказывает существенное влияние на точность измерения ТФС. Слои многослойных систем можно изготавливать из материалов с относительно высокой теплопроводностью: металлов – нержавеющей стали, а также латуни, алюминия (при условии недлительного контакта с исследуемым материалом); материалов с относительно низкой теплопроводностью – фторопласта, полиметилметакрилата, текстолита, стекла. Однако следует учитывать, что температурный диапазон применения таких материалов, как, например, полиметилметакрилат и фторопласт, весьма ограничен.

Рассмотрим трехслойную плоскую систему (рис. 2.4) с двумя вариантами выбора материалов этой системы (рис. 2.23, а и б).

Слой 1	Слой 2	Слой 3	Слой 1	Слой 2	Слой 3
Металл (Латунь)	Исследуемый образец	Полиметил- метакрилат	Металл (Латунь)	Исследуемый образец	Металл (Латунь)
$\beta_1 = 261$	$\beta_2 = 1$	$\beta_3 = 1$	$\beta_1 = 1$	$\beta_2 = 0,004$	$\beta_3 = 1$

a) б)

Рис. 2.23. Варианты выбора материалов слоев трехслойной плоской системы

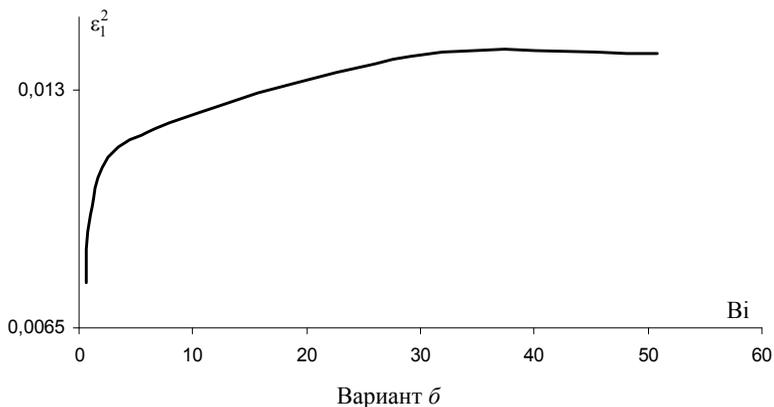
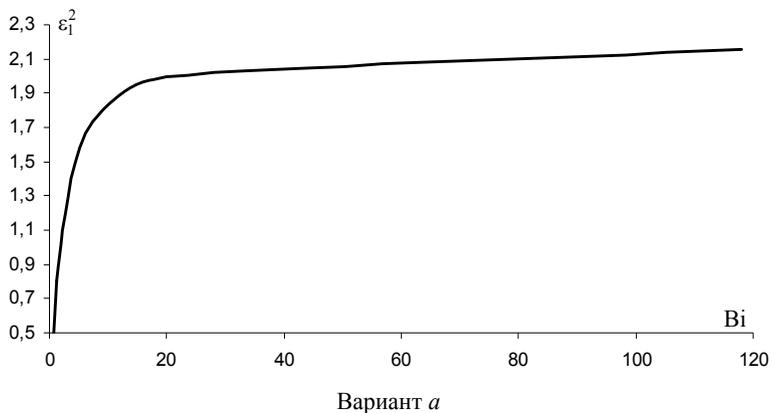


Рис. 2.24. Зависимости $\varepsilon_1^2 = f(Bi)$ для двух вариантов трехслойной плоской системы (рис. 2.23)

Основное назначение первого слоя ИЯ – отделить исследуемый образец от плоского измерителя температуры – термометра сопротивления в целях предупреждения загрязнения его поверхности. Требованиям к первому слою является его малое термическое сопротивление. Поэтому в качестве материала первого слоя используется тонкостенная металлическая пластина (из латуни, меди или алюминия). В качестве материала третьего слоя в первом случае выбран материал, близкий по свойствам к исследуемому образцу (полиметилметакрилат), а во втором случае – металл (латунь). В расчетах использовались следующие значения ТФС латуни: $\lambda = 93$ Вт/(м·К), $a = 2,77 \cdot 10^{-5}$ м²/с; полиметилметакрилата: $\lambda_2 = 0,195$ Вт/(м·К), $a_2 = 1,06 \cdot 10^{-7}$ м²/с. Толщины слоев 1, 2 и 3 составили 0,5, 5 и 1 мм соответственно. В расчетах задавались значением ε_1^2 и из решения задачи Штурма–Лиувилля (2.42) – (2.45) определяли соответствующее значение числа Био. Результаты расчетов представлены на графиках рис. 2.24.

Из зависимостей $\varepsilon_1^2 = f(\text{Bi})$ (рис. 2.24) видно, что для варианта *a* выбора материалов вероятные значения ε_1^2 в опытах составят 0,5...2,3, а в варианте *б* – 0,01...0,015. Поэтому во втором случае необходимо будет определять первое собственное значение с точностью до 4 – 5 знака после запятой, а, следовательно, и при решении задач Штурма–Лиувилля (2.42) – (2.45) потребуется такая же точность при определении параметра β_2 , что весьма затруднительно при программной реализации метода.

Таким образом, наиболее целесообразно при изготовлении ИЯ использовать в качестве первого слоя металл, в качестве третьего слоя – полиметилметакрилат или материал, близкий к нему по свойствам.

Аналогичные рассуждения по выбору материала слоев можно применить и для случая двухслойной цилиндрической системы (рис. 2.8). При использовании нержавеющей стали или латуни для изготовления второго слоя ИЯ зависимость $\varepsilon_1^2 = f(\text{Bi})$ (рис. 2.25, кривая *б*) характеризуется тем, что малые изменения ε_1^2 приводят к значительным изменениям Bi .

Например, при изготовлении второго слоя ИЯ из нержавеющей стали при изменении ε_1^2 на 0,001 по абсолютной величине, или на 0,6%, число Био изменяется в 2 раза с 1,66 до 3,2. Поэтому на практике вычисление ε_1^2 по экспериментальным данным необходимо будет осуществлять с точностью до 0,001 и выше, что затруднительно.

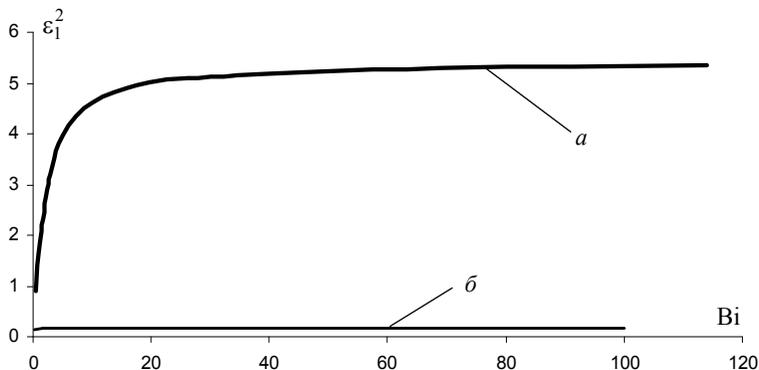


Рис. 2.25. Зависимости $\varepsilon_1^2 = f(Bi)$ для двухслойной цилиндрической системы

Погрешности в вычислении ε_1^2 в 3...5% будут приводить к значительным погрешностям в решении задачи Штурма–Лиувилля (2.62) – (2.66). В случае изготовления ИЯ из материала, близкого по теплофизическим характеристикам к исследуемому веществу, при $Bi < 10$ наблюдается значительное изменение ε_1^2 в зависимости от Bi . Поэтому для изготовления второго слоя ИЯ рекомендуется использовать материал со ТФС, близкими к свойствам исследуемого материала.

Подобный вывод будет справедлив и для случая двухслойной сферической системы.

2.3.7. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МЕТОДАМИ ДВУХ АЛЬФА

Выше были оценены погрешности определения первых собственных значений и чисел Био, а также даны рекомендации по повышению точности их определения. Однако, даже при известных значениях среднеквадратичных погрешностей определения $(\varepsilon_1^2)^I, (\varepsilon_1^2)^{II}$ и чисел Био Bi^I, Bi^{II} непосредственная оценка погрешностей определения параметра β_i по формуле (2.74) затруднительна. При условии $Bi^{II} \rightarrow \infty$

оценка членов $\frac{\partial \beta_i}{\partial (\varepsilon_1^2)^I}, \frac{\partial \beta_i}{\partial (\varepsilon_1^2)^{II}}, \frac{\partial \beta_i}{\partial Bi^I}$ формулы (2.74) представляет сложность. Поэтому будем оценивать степень влияния погрешностей

определения $(\varepsilon_1^2)^I, (\varepsilon_1^2)^{II}$ и числа Био Bi^I на результаты расчета параметра β_i .

Для оценки погрешностей определения искомого ТФС будем руководствоваться следующими рассуждениями. Пусть в первом эксперименте было определено первое собственное значение $(\varepsilon_1^2)^I$ и число Био Bi^I . Во втором эксперименте при $Bi^{II} \rightarrow \infty$ определено первое собственное значение $(\varepsilon_1^2)^{II}$. В результате решений соответствующих задач Штурма–Лиувилля для многослойных систем определены зависимости $\beta_i = f(\lambda_i)$ при $(\varepsilon_1^2)^I$ и Bi^I , а также при $(\varepsilon_1^2)^{II}$ и $Bi^{II} \rightarrow \infty$. Координаты (λ_x, β_x) точки пересечения двух графиков зависимости $\beta_i = f(\lambda_i)$ будут являться искомыми теплопроводностью и безразмерной температуропроводностью. Обозначим их как λ_x^d, β_x^d . Допустим теперь, что в первом эксперименте первое собственное значение измеряется с погрешностью $\delta(\varepsilon_1^2)^I$, число Био – δBi^I , а во втором эксперименте погрешность измерения первого собственного значения $\delta(\varepsilon_1^2)^{II}$, а погрешность измерения числа Био равна нулю (при условии $Bi^{II} \rightarrow \infty$). С учетом погрешностей измерения первые собственные значения и числа Био могут принимать любые значения из диапазона: $(\varepsilon_1^2)^I \pm \delta(\varepsilon_1^2)^I$, $(\varepsilon_1^2)^{II} \pm \delta(\varepsilon_1^2)^{II}$, $Bi^I \pm \delta Bi^I$. То есть при решении задачи Штурма–Лиувилля для первого эксперимента возможен случай, когда, например, вместо значения $(\varepsilon_1^2)^I$ используют значение $(\varepsilon_1^2)^I + \delta(\varepsilon_1^2)^I$, а вместо значения Bi^I используют $Bi^I + \delta Bi^I$. Остальные возможные случаи приведены в табл. 2.2 и 2.3.

2.2. Вероятные значения $(\varepsilon_1^2)^I$ и Bi^I при решении задачи Штурма–Лиувилля для первого эксперимента

№ п/п	Значения $(\varepsilon_1^2)^I$	Значения Bi^I
1 случай	$(\varepsilon_1^2)^I + \delta(\varepsilon_1^2)^I$	$Bi^I + \delta Bi^I$
2 случай	$(\varepsilon_1^2)^I + \delta(\varepsilon_1^2)^I$	$Bi^I - \delta Bi^I$
3 случай	$(\varepsilon_1^2)^I - \delta(\varepsilon_1^2)^I$	$Bi^I + \delta Bi^I$
4 случай	$(\varepsilon_1^2)^I - \delta(\varepsilon_1^2)^I$	$Bi^I - \delta Bi^I$

2.3. Вероятные значения $(\varepsilon_1^2)^{\text{II}}$ при решении задачи Штурма–Лиувилля для второго эксперимента

№ п/п	Значения $(\varepsilon_1^2)^{\text{I}}$	Значения Vi^{II}
1 случай	$(\varepsilon_1^2)^{\text{II}} + \delta(\varepsilon_1^2)^{\text{II}}$	$\text{Vi}^{\text{II}} > 100$
2 случай	$(\varepsilon_1^2)^{\text{II}} - \delta(\varepsilon_1^2)^{\text{II}}$	$\text{Vi}^{\text{II}} > 100$

Для трехслойной плоской системы были получены кривые 1 – 7 (рис. 2.26), вычисленные при первых собственных значениях и числах Био, взятых из табл. 2.4. Погрешности $\delta\varepsilon_1^2$ были определены по рис. 2.17, а погрешности числа Био определены по графикам 2.22.

Координаты (β_2, λ_2) точек пересечения кривых 1, 2, 3, 4 с кривыми 5, 6, 7 определяют возможные решения задачи Штурма–Лиувилля для трехслойной плоской системы.

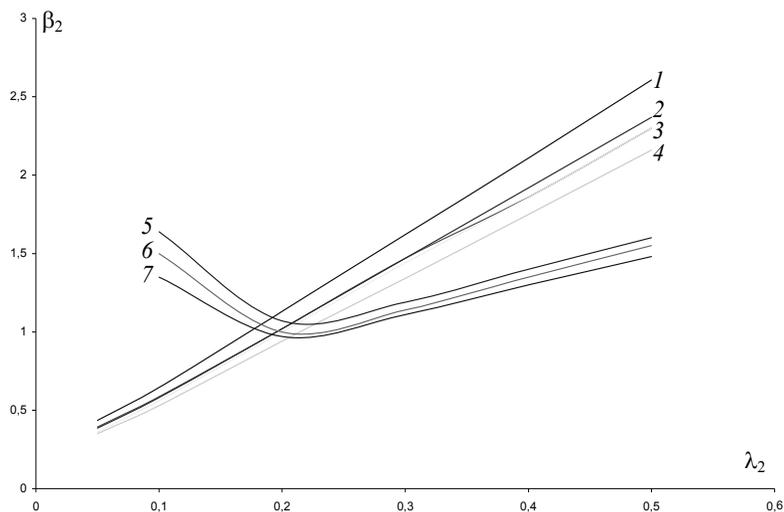


Рис. 2.26. Кривые возможных решений задач Штурма–Лиувилля для трехслойной плоской системы «латунь – оргстекло – оргстекло» ($l_1:l_2:l_3 = 0,14:0,71:1$) при $\delta\varepsilon_1^2 = 2,5\%$, $\delta\text{Vi} = 3\%$

2.4. Исходные данные для расчета зависимости $\beta_2 = f(\lambda_2)$ в случае трехслойной плоской системы

№ кривой	Вычислена при			
1	$(\epsilon_1^2)^I + \delta\epsilon_1^2$	0,3895	$Bi^I - \delta Bi$	0,4947
2	$(\epsilon_1^2)^I - \delta\epsilon_1^2$	0,3705	$Bi^I - \delta Bi$	0,4947
3	$(\epsilon_1^2)^I$	0,38	Bi^I	0,51
4	$(\epsilon_1^2)^I - \delta\epsilon_1^2$	0,3705	$Bi^I + \delta Bi$	0,5253
5	$(\epsilon_1^2)^{II} + \delta\epsilon_1^2$	2,05	$Bi^{II} > 100$	–
6	$(\epsilon_1^2)^{II}$	2		–
7	$(\epsilon_1^2)^{II} - \delta\epsilon_1^2$	1,95		–

Возможные погрешности определения теплопроводности и безразмерной температуропроводности, вычисленные по формулам

$$\delta\lambda_2 = \frac{|\lambda_x^I - \lambda_2|}{\lambda_x^I}, \quad \delta\beta_2 = \frac{|\beta_x^I - \beta_2|}{\beta_x^I},$$

представлены на рис. 2.27. Погрешности вычислены для значений β_2, λ_2 , которые были определены как координаты точек пересечения кривых из табл. 2.5.

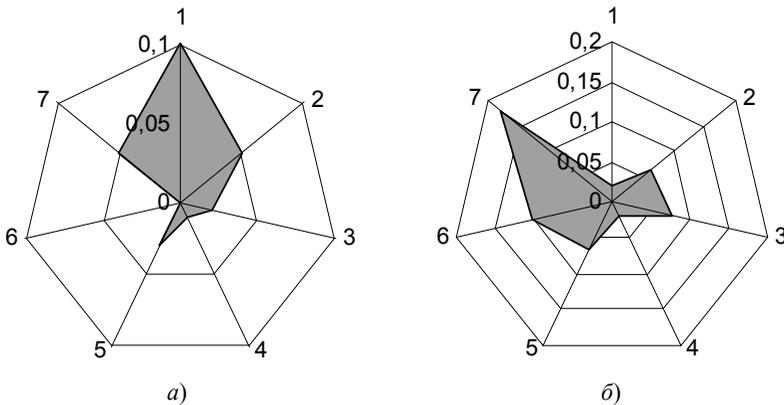


Рис. 2.27. Диаграммы относительных погрешностей определения параметра β_2 (а) и теплопроводности λ_2 (б)

**2.5. Значения теплофизических характеристик β_2 и λ_2
на пересечении кривых рис. 2.26**

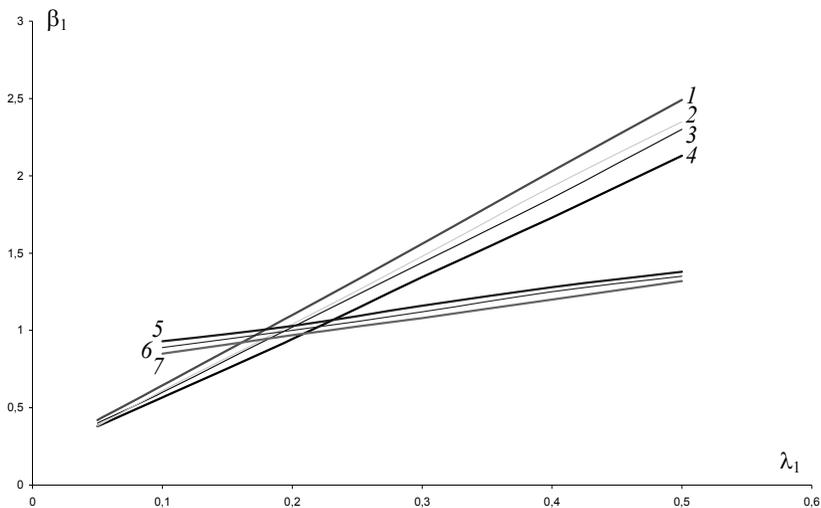
№ п/п	β_2	λ_2
1	1	5
2	1	6
3	1	7
4	2	7
5	4	7
6	4	6
7	4	5

Аналогичным образом были оценены погрешности определения безразмерной температуропроводности β_1 и теплопроводности λ_1 в случае двухслойной цилиндрической системы (табл. 2.6, рис. 2.28, 2.29).

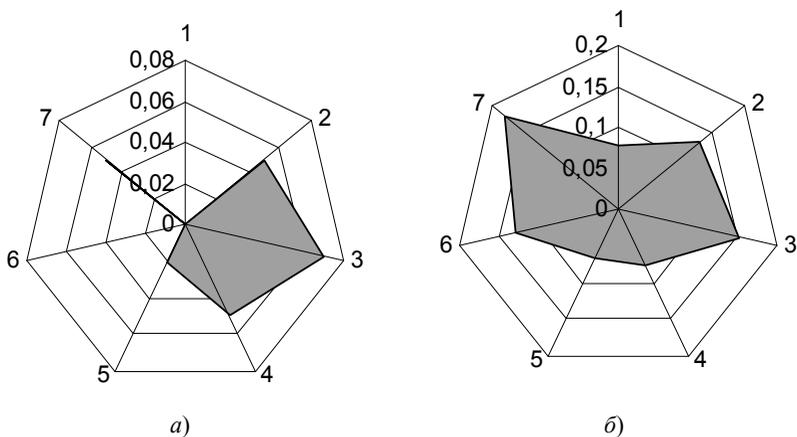
Анализ полученных расчетных данных позволяет сделать следующий вывод. Погрешности определения безразмерной температуропроводности и теплопроводности исследуемого материала будут принимать наибольшие значения в тех случаях, когда первое собственное значение, измеряемое в первом эксперименте с погрешностью $\delta(\varepsilon_1^2)^I$, примет значение $(\varepsilon_1^2)^I + \delta(\varepsilon_1^2)^I$ из своего крайнего правого диапазона, а число Био – из своего крайнего левого диапазона $Bi^I - \delta Bi^I$, и наоборот.

**2.6. Исходные данные для расчета зависимости $\beta_1 = f(\lambda_1)$
в случае двухслойной цилиндрической системы**

№ кривой	Вычислена при			
1	$(\varepsilon_1^2)^I + \delta\varepsilon_1^2$	1,62	$Bi^I - \delta Bi^I$	0,95
2	$(\varepsilon_1^2)^I - \delta\varepsilon_1^2$	1,54	$Bi^I - \delta Bi^I$	0,95
3	$(\varepsilon_1^2)^I$	1,58	Bi^I	1
4	$(\varepsilon_1^2)^I - \delta\varepsilon_1^2$	1,54	$Bi^I + \delta Bi^I$	1,05
5	$(\varepsilon_1^2)^{II} + \delta\varepsilon_1^2$	5,9	$Bi^{II} > 100$	–
6	$(\varepsilon_1^2)^{II}$	5,7		–
7	$(\varepsilon_1^2)^{II} - \delta\varepsilon_1^2$	5,5		–



**Рис. 2.28. Кривые возможных решений
задач Штурма–Лиувилля
для двухслойной цилиндрической системы «оргстекло – оргстекло»
($l_1:l_2 = 0,9:1$) при $\delta(\varepsilon_1^2)^I = 2,5\%$, $\delta Bi = 5\%$, $\delta(\varepsilon_1^2)^{II} = 3,5\%$**



**Рис. 2.29. Диаграммы относительных погрешностей
определения параметра β_1 (а)
и теплопроводности λ_1 (б)**

2.3.8. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ В МЕТОДАХ ДВУХ АЛЬФА

В целях повышения точности и оперативности методов двух альфа при измерении ТФС рекомендуется следовать алгоритму, представленному на рис. 2.30.

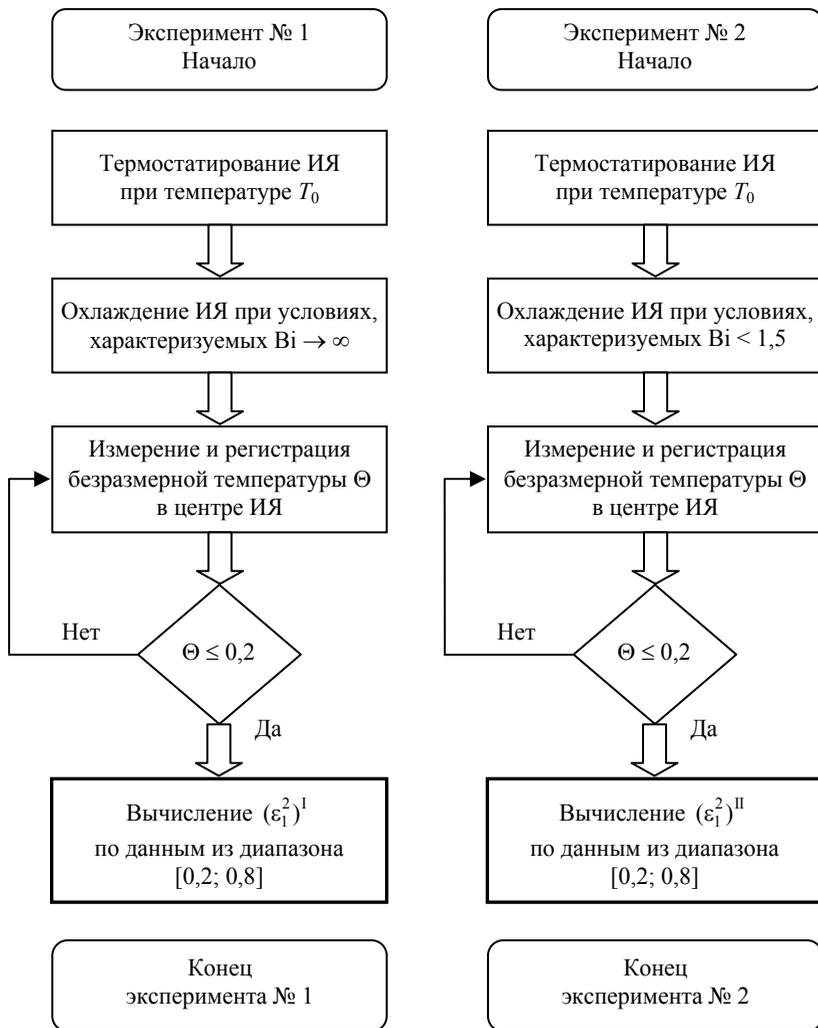


Рис. 2.30. Алгоритмы проведения экспериментов

2.4. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

2.4.1. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ЯЧЕЙКИ

Упрощенные варианты конструкций ИЯ, используемых для реализации методов измерения ТФС, представлены на рис. 2.31.

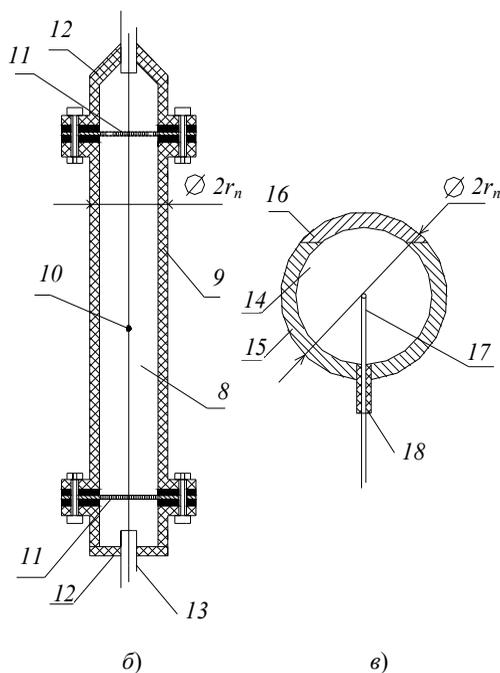
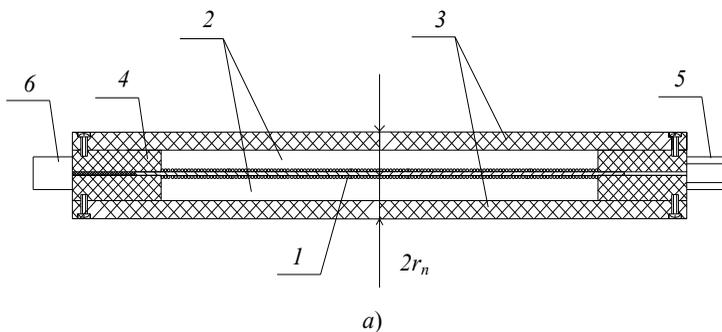


Рис. 2.31. Схемы конструкций плоской (а), цилиндрической (б) и сферической (в) ИЯ

В случае ИЯ, показанной на рис. 2.31, *а*, два идентичных плоских исследуемых образца 2 (вместо плоских образцов можно засыпать измельченные в порошок зерна гетерогенного материала) приводят в тепловой контакт по плоскости с плоским термометром сопротивления 1 и пластинами 3. Термометр сопротивления – медная проволока толщиной не более 0,08 мм, нанесенная по спирали Архимеда с двух сторон тонкой медной пластины, которая закреплена между кольцами 4 из оргстекла. Толщина колец (толщина слоя исследуемого материала) – 4 мм. Пластины 3 (оргстекло, толщина 2 мм) предотвращают непосредственный контакт исследуемого материала с окружающей средой. Для предотвращения загрязнения термометра сопротивления исследуемым материалом между ними при измерениях прокладывают тонкий лист алюминиевой фольги. Диаметр слоя исследуемого материала – 130 мм. Электрические провода термометра сопротивления выводятся наружу через разъем 5. Для подвешивания ИЯ в термостате применяют крючок 6. Для измерения ТФС насыпных слоев цилиндрической формы используют ИЯ (рис. 2.31, *б*), в которой исследуемый материал помещают в пространство 8, образованное трубкой 9 (фторопласт) и ограничительными сетками 11. На центральной оси трубки размещают горячий спай термопары 10, холодные концы которой выводят наружу через трубки 13. Термопара крепится на металлической струне, которую натягивают и центрируют по оси трубки. С одной стороны струна закреплена на сетке 11, а с другой – на специальном натяжном механизме (на рисунке не показан). Трубка 9 с торцов герметично закрыта крышками 12. Для измерения ТФС насыпного слоя шаровой формы исследуемый материал размещают в пространстве 14, образованном сферической оболочкой 15 и крышкой 16 (полиметилметакрилат). Измерение температуры осуществляют посредством термопары 17. Для вывода термопарных проводов и крепления ИЯ используют втулку 18.

Измерительная установка включает в состав воздушный термостат ВТС, жидкостный термостат, камеру объемом 5 м³, блок преобразователей БП, ПК с модулем ввода-вывода МВВ (рис. 2.32).

Сигналы от термопар, размещенных в цилиндрической и сферической ячейках, а также в соответствующих им СЯ посредством модуля РСІ 6010 вводятся в компьютер ПК. В случае использования плоской ИЯ и СЯ в компьютер вводятся напряжения с выходов мостовых схем, в которые включены термометры сопротивления ИЯ (RK1) и СЯ. Мостовые схемы с источниками питания размещены в БП. После окончания этапа термостатирования ИЯ и соответствующую ей СЯ перемещают в охлаждающую камеру с постоянной температурой.

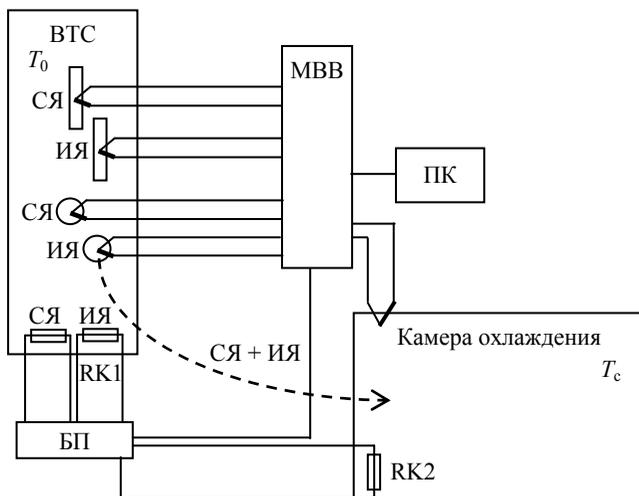


Рис. 2.32. Схема измерительной установки

В случае плоской ИЯ в первом эксперименте термостатируют ее внешние поверхности, приводя их в тепловой контакт по плоскости с теплообменниками (рис. 2.33), через которые прокачивается теплоноситель с постоянной температурой. Температура термостатирования T_c в этом случае измеряется термометром сопротивления (РК2), расположенным в верхнем теплообменнике, а в компьютер с мостовой схемы вводится напряжение, пропорциональное разности температур в центре ИЯ и температуры термостатирования.

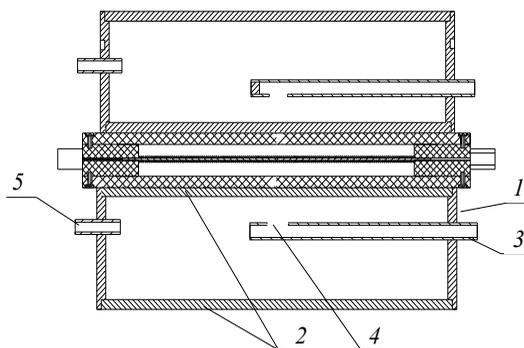


Рис. 2.33. Плоская ИЯ с теплообменниками:

1 – цилиндрическая труба; 2 – верхняя и нижняя крышки;
3, 5 – входной и выходной патрубки; 4 – отверстие во входном патрубке

2.4.2. СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ЯЧЕЙКИ

СЯ применяют для определения коэффициентов теплообмена на поверхности ИЯ. Конструкции СЯ плоской, цилиндрической и сферической форм приведены на рис. 2.34.

Плоская СЯ образована двумя пластинами 1 из оргстекла толщиной по 6 мм каждая и диаметром 130 мм. В одной из пластин (на рисунке в нижней) делается углубление не более 0,5 мм, в которое по спирали Архимеда помещают медную проволоку – термометр сопротивления 2 толщиной не более 0,08 мм. Поверхность нижней пластины выравнивают путем нанесения на поверхность термометра сопротивления, расположенного в углублении, жидкого полиметилметакрилата, а затем склеивают пластины между собой. Электрические провода термометра сопротивления выводят наружу, подключая к разъему 3, который дополнительно используют для подвешивания СЯ в термостате. Сферическую СЯ (рис. 2.34, б) изготавливают из двух одинаковых полусфер 4 (оргстекло), в одной из которых протачивается канал 5 для укладки спая термодпары 6 и вывода термодпарных проводов наружу. Канал заливается жидким полиметилметакрилатом, после чего половинки сферы склеиваются. Цилиндрическая СЯ изготавливается в форме сплошного цилиндра 7, размеры которого совпадают с размерами ИЯ. Материал цилиндра – фторопласт 4. По оси высверливается сквозное отверстие диаметром не более 1 мм, в которое закладывают термодпару 8, сваренную встык из двух термодпарных проводов, которые выводят наружу через просверленное отверстие. Канал заливают жидким полиметилметакрилатом.

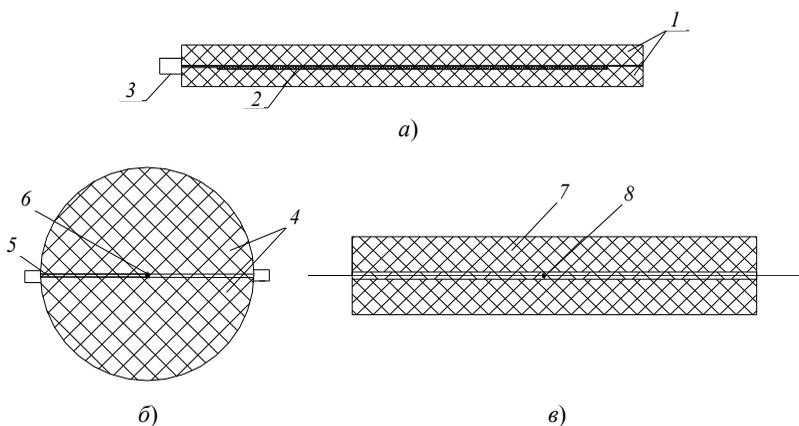


Рис. 2.34. Схемы СЯ плоской (а), сферической (б) и цилиндрической (в) форм

Глава 3

МНОГОСТАДИЙНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ

3.1. ДВУХСТАДИЙНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

3.1.1. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЯЧЕЙКИ

Рассмотрим метод [126 – 128], в котором теплопроводность и температуропроводность исследуемого образца в форме плоского насыпного слоя с каналами или пористой пластины (рис. 3.1) измеряются в одном эксперименте, но на двух этапах: стадии стационарного теплового режима и регулярного режима первого рода. В основу метода определения температуропроводности положен математический аппарат теории решения задачи Штурма–Лиувилля.

Для реализации метода измерения используется измерительная ячейка, физическая модель которой (рис. 3.1) представляет собой плоскую, многослойную, симметричную систему.

Первый слой l системы – источник теплоты и измеритель его температуры, представляет собой совокупность электрического нагревателя и медного термометра сопротивления, выполненных из манганинового и медного проводов, навитых по спирали Архимеда.

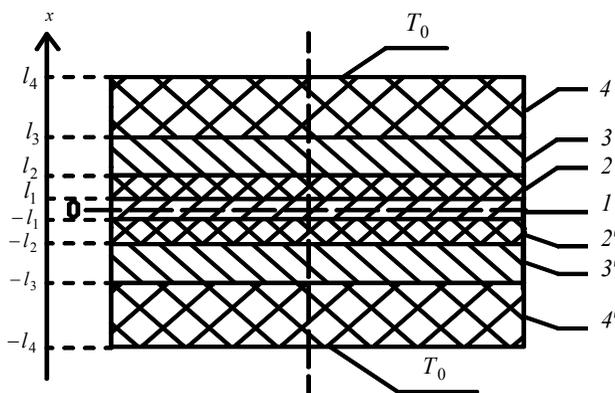


Рис. 3.1. Физическая модель измерительной ячейки

Использование термометра сопротивления большой площади и малой толщины позволяет исключить погрешности, которые могли бы возникнуть при попадании малогабаритного датчика температуры (например терморпары) в канал блока РП. Термометром сопротивления измеряется среднеинтегральная температура первого слоя.

Первый слой помещен между идентичными исследуемыми образцами, составляющими слои 4 и 4'. Контакт нагревателя с исследуемыми образцами нежелателен в силу того, что регенеративный продукт является химически активным материалом. Поэтому для защиты нагревателя следует использовать защитную оболочку, выполненную из материала с хорошей теплопроводностью. В качестве таковой используются оболочки 3 и 3', выполненные из металлических пластин. Между металлическими оболочками и нагревателем размещаются слои электроизоляции (слои 2 и 2'), которые должны быть достаточно тонкими для того, чтобы их теплопроводность и теплоемкость не оказывали существенного влияния на распространение теплового потока. В конструкции ИЯ используется пленка из полиэтилентерефтолата, обладающего диэлектрическими свойствами.

Температура T_0 внешних плоскостей исследуемых образцов (при $x = \pm l_4$) поддерживается постоянной на протяжении всего эксперимента.

3.1.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПО ДАННЫМ ПЕРВОГО ЭТАПА ЭКСПЕРИМЕНТА

Теплопроводность исследуемого материала измеряется на стационарной стадии теплопереноса, на которой температура в первом слое модели (рис. 3.1) не изменяется во времени. Первый этап эксперимента по определению ТФС проводят в следующей последовательности. К источнику теплоты, расположенному в первом слое многослойной системы (рис. 3.1), подводят постоянную мощность W_1 , а температуру внешних поверхностей исследуемых образцов поддерживают при температуре T_0 . При наступлении стационарного теплового состояния измеряется среднеинтегральная температура (средняя по толщине) первого слоя. По измеренной среднеинтегральной температуре вычисляется теплопроводность λ_4 исследуемого материала.

Для упрощения записи математической модели температурного поля в ИЯ сформулированы следующие допущения:

а) температурное поле в многослойной системе считается одномерным;

б) температура T_0 на внешних границах плоской системы поддерживается постоянной;

в) термические сопротивления на поверхностях контакта слоев отсутствуют;

г) теплофизические свойства всех слоев системы считаются постоянными величинами, не зависящими от изменения температуры в ходе эксперимента;

д) боковые утечки тепла отсутствуют;

е) объемная мощность внутренних источников теплоты первого слоя является постоянной величиной, равномерно распределенной по всему объему первого слоя;

ж) ТФС исследуемого материала не зависят от координат.

С учетом симметричности многослойной системы относительно координаты $x = 0$ и сформулированных допущений математическую модель процесса распространения тепла на стационарной стадии теплопереноса можно представить для половины системы ($0 \leq x \leq l_4$) в виде системы дифференциальных уравнений теплопроводности с соответствующими граничными условиями:

$$a_i \frac{d^2 T_i(x)}{dx^2} + \frac{W_i}{c_i \rho_i} = 0, \quad 0 < x < l_4, \quad i = \overline{1, 4}, \quad (3.1)$$

$$\frac{dT_1(0)}{dx} = 0, \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} T_i(l_i - 0) = T_{i+1}(l_i + 0), \\ \lambda_i \frac{dT_i(l_i - 0)}{dx} = \lambda_{i+1} \frac{dT_{i+1}(l_i + 0)}{dx}, \end{cases} \quad i = \overline{1, 3} \quad (3.3)$$

$$T_4(l_4) = T_0 = \text{const}, \quad (3.4)$$

$$\text{где } a_i = \begin{cases} a_1 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ a_2 & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ a_3 & \text{при } l_2 < x < l_3, \\ a_4 & \text{при } l_3 < x < l_4; \end{cases} \quad c_i \rho_i = \begin{cases} c_1 \rho_1 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ c_2 \rho_2 & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ c_3 \rho_3 & \text{при } l_2 < x < l_3, \\ c_4 \rho_4 & \text{при } l_3 < x < l_4; \end{cases}$$

$$W_i = \begin{cases} W_1 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ 0 & \text{при } l_1 < x < l_4. \end{cases}$$

В результате решения прямой задачи теплопроводности (3.1) – (3.4) получаем систему уравнений, описывающих температурное поле в каждом слое многослойной системы при стационарном тепловом состоянии:

$$\begin{cases} T_1(x) = -\frac{W_1}{\lambda_1} \frac{x^2}{2} + C_1x + C_2, & 0 < x < l_1, \\ T_2(x) = C_3x + C_4, & l_1 < x < l_2, \\ T_3(x) = C_5x + C_6, & l_2 < x < l_3, \\ T_4(x) = C_7x + C_8, & l_3 < x < l_4. \end{cases} \quad (3.5)$$

В системе уравнений (3.5) коэффициенты $C_1 \dots C_8$ есть постоянные интегрирования, определяемые из выражений

$$\begin{cases} C_1 = 0, \\ C_2 = T_0 + \frac{W_1}{\lambda_1} \frac{l_1^2}{2} + \frac{W_1 l_1}{\lambda_2} \left\{ l_2 - l_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \left[l_3 - l_2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_4} (l_4 - l_3) \right] \right\}, \\ C_3 = -\frac{W_1 l_1}{\lambda_2}, \\ C_4 = \frac{W_1 l_1}{\lambda_3} (l_3 - l_2) + \frac{W_1 l_1}{\lambda_4} (l_4 - l_3) + T_0 + \frac{W_1 l_1 l_2}{\lambda_2}, \\ C_5 = -\frac{W_1 l_1}{\lambda_3}, \\ C_6 = \frac{W_1 l_1}{\lambda_4} (l_4 - l_3) + T_0 + \frac{W_1 l_1 l_3}{\lambda_3}, \\ C_7 = -\frac{W_1 l_1}{\lambda_4}, \\ C_8 = T_0 + \frac{W_1 l_1 l_4}{\lambda_4}. \end{cases} \quad (3.6)$$

С учетом (3.6) уравнение, описывающее распределение температуры в первом слое многослойной системы, примет вид

$$T_1(x) = -\frac{W_1}{\lambda_1} \frac{x^2}{2} + T_0 + \frac{W_1}{\lambda_1} \frac{l_1^2}{2} + \frac{W_1 l_1}{\lambda_2} \left\{ l_2 - l_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_3} \left[l_3 - l_2 + \frac{\lambda_3}{\lambda_4} (l_4 - l_3) \right] \right\}. \quad (3.7)$$

Учитывая, что выражение для вычисления среднеинтегральной стационарной температуры первого слоя имеет вид

$$\bar{T}_{1\infty} = \frac{\int_{x=0}^{x=l_1} T_1(x) dx}{\int_{x=0}^{x=l_1} dx} \quad (3.8)$$

и, подставив выражение (3.7) в (3.8), после преобразований получим формулу для вычисления теплопроводности исследуемого материала

$$\lambda_4 = \frac{h_4}{\frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1 h_1} - \frac{1}{6} \frac{h_1}{\lambda_1} - \frac{h_2}{\lambda_2} - \frac{h_3}{\lambda_3}}, \quad (3.9)$$

где $h_1 = 2l_1$, $h_2 = l_2 - l_1$, $h_3 = l_3 - l_2$, $h_4 = l_4 - l_3$ – толщины первого слоя, изоляции (второго слоя), металлической пластины (третьего слоя), исследуемого образца (четвертого слоя) соответственно.

3.1.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ПО ДАННЫМ ВТОРОГО ЭТАПА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для определения искомой теплопроводности после достижения стационарного распределения температур, описываемого системой уравнений (3.5), прекращают подвод мощности к источнику теплоты и начинают второй этап эксперимента (рис. 3.2).

На втором этапе эксперимента термостатируют внешние поверхности исследуемых образцов и измеряют с постоянным шагом во времени значение разности среднеинтегральной температуры первого слоя и температуры термостатирования.

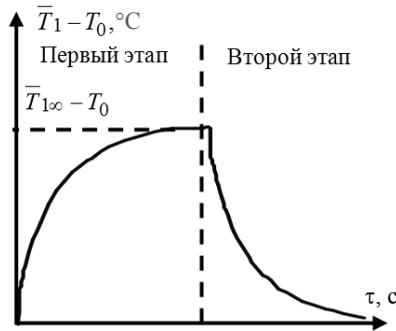


Рис. 3.2. Изменение среднеинтегральной температуры первого слоя многослойной системы в течение эксперимента

Для получения расчетных выражений для вычисления теплопроводности рассмотрим математическую модель нестационарного процесса теплопереноса в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \Theta_i(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo} = \beta_i \frac{\partial^2 \Theta_i(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}^2}, \quad 0 < \bar{x} < 1, \quad Fo > 0, \quad i = \overline{1, 4}, \quad (3.10)$$

$$\Theta_i(\bar{x}, 0) = \Theta_i(\bar{x}), \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \Theta_i(0, Fo)}{\partial \bar{x}} = 0, \quad (3.12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_i\left(\frac{l_i}{l_4} - 0, Fo\right) = \Theta_{i+1}\left(\frac{l_i}{l_4} + 0, Fo\right), \\ \lambda_i \left(\frac{\partial \Theta_i\left(\frac{l_i}{l_4} - 0, Fo\right)}{\partial \bar{x}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{\partial \Theta_{i+1}\left(\frac{l_i}{l_4} - 0, Fo\right)}{\partial \bar{x}} \right), \end{array} \right. \quad i = \overline{1, 3}, \quad (3.13)$$

$$\Theta_4(1, Fo) = 0, \quad (3.14)$$

где $\bar{x} = \frac{x}{l_4}$ – безразмерная координата; $Fo = \frac{a_3 \tau}{l_4^2}$ – число Фурье;

$\Theta_i(\bar{x}, Fo) = \frac{T_i(x, \tau) - T_0}{T_{1\infty} - T_0}$ – безразмерная температура; $\Theta_i(\bar{x})$ – распределение безразмерной температуры в многослойной системе, полученное на стационарной стадии теплопереноса (в конце первого этапа эксперимента), вычисляемое по формуле

$$\Theta_i(\bar{x}) = \frac{T_i(x) - T_0}{T_{1\infty} - T_0}, \quad (3.15)$$

здесь $T_i(x)$ – функция распределения температуры в i -м слое многослойной системы, определяемая по формулам (3.5); безразмерный параметр β определяется из выражений

$$\beta_i = \begin{cases} a_1/a_3 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ a_2/a_3 & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ 1 & \text{при } l_2 < x < l_3, \\ a_4/a_3 & \text{при } l_3 < x < l_4. \end{cases}$$

Решение задачи (3.10) – (3.14), полученное на стадии регулярного режима первого рода методом разделения переменных, имеет вид

$$\Theta_i(\bar{x}, Fo) \approx A_1 \exp(-\varepsilon_1^2 Fo) \psi_{i1}(\bar{x}), \quad (3.16)$$

где A_1 – постоянный множитель; ε_1^2 – первое собственное значение; $\psi_{i1}(\bar{x})$ – первая собственная функция задач Штурма–Лиувилля:

$$\psi_{i1}''(\bar{x}) + \varepsilon_1^2 / \beta_i \psi_{i1}(\bar{x}) = 0, \quad (3.17)$$

$$\frac{d\psi_{i1}(0)}{d\bar{x}} = 0, \quad (3.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{i1}\left(\frac{l_i}{l_4} - 0\right) = \psi_{i+11}\left(\frac{l_i}{l_4} + 0\right), \\ \lambda_i \left(\frac{d\psi_{i1}\left(\frac{l_i}{l_4} - 0\right)}{d\bar{x}} \right) = \lambda_{i+11} \left(\frac{d\psi_{i+11}\left(\frac{l_i}{l_4} + 0\right)}{d\bar{x}} \right), \end{array} \right. \quad i = \overline{1, 3}, \quad (3.19)$$

$$\psi_{41}(1) = 0. \quad (3.20)$$

На втором этапе эксперимента регистрируют среднеинтегральную температуру первого слоя многослойной системы. Теоретическое выражение для ее вычисления с учетом (3.16) можно записать в виде

$$\bar{\Theta}_1(Fo) \approx \int_0^{l_1/l_4} \Theta_1(\bar{x}, Fo) d\bar{x} \bigg/ \int_0^{l_1/l_4} d\bar{x} = A_1 \exp(-\varepsilon_1^2 Fo) \int_0^{l_1/l_4} \psi_{11}(\bar{x}) d\bar{x} \bigg/ \int_0^{l_1/l_4} d\bar{x}.$$

В последнем выражении, введя обозначение

$$B_1 = A_1 \int_0^{l_1/l_4} \psi_{11}(\bar{x}) d\bar{x} \bigg/ \int_0^{l_1/l_4} d\bar{x}, \quad \text{получим} \quad \bar{\Theta}_1(Fo) \approx B_1 \exp(-\varepsilon_1^2 Fo).$$

Прологарифмировав последнее выражение, получим уравнение прямой

$$\ln \bar{\Theta}_1(Fo) = -\varepsilon_1^2 Fo + \ln B_1, \quad (3.21)$$

тангенс угла наклона которой равен первому собственному значению ε_1^2 задачи (3.17) – (3.20), определяемому из эксперимента.

Подставив полученное значение ε_1^2 в задачу (3.17) – (3.20) и решая последнюю численно, подбирают значение параметра β_4 , удовлетворяющее граничным условиям. Искомую температуропроводность a_4 вычисляют по формуле

$$a_4 = \beta_4 a_3. \quad (3.22)$$

Объемную теплоемкость исследуемого материала можно вычислить по формуле

$$c_4 \rho_4 = \lambda_4 / a_4. \quad (3.23)$$

3.1.4. КОНСТРУКЦИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Конструкция измерительной ячейки (рис 3.3) была разработана с учетом физической модели измерительной ячейки и требований, предъявляемых к методу и устройству измерения.

Измерительная ячейка включает в свой состав верхний и нижний теплообменники, образованные полыми цилиндрическими деталями 1 и 2, с торцевых сторон закрытых крышками 3 и 4. Теплообменники предназначены для поддержания постоянной температуры T_0 на внешней поверхности исследуемого вещества. В каждый теплообменник вставлены трубки 5 и 6, предназначенные для подачи теплоносителя (воды). Трубки 5 и 6 запаяны с одного конца, а в каждой трубке сбоку сделаны отверстия 7 и 8, предназначенные для направления потока теплоносителя на рабочие поверхности теплообменников.

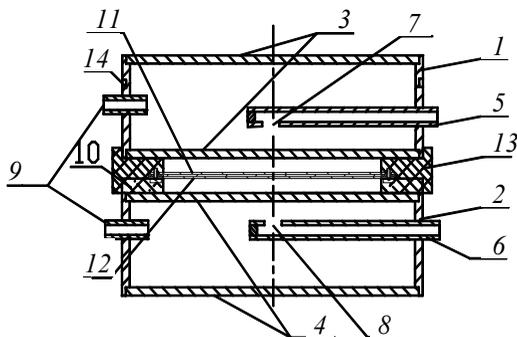


Рис. 3.3. Конструкция измерительной ячейки

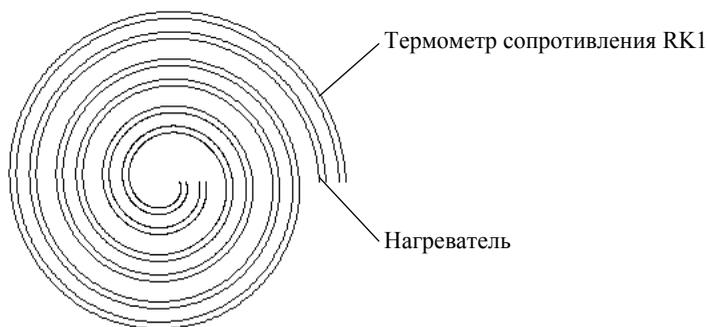


Рис. 3.4. Конструкция первого слоя ИЯ

Для отвода теплоносителя используются трубки 9. К нижнему теплообменнику приклеивается кольцо 10 из теплоизоляционного материала. Деталь 11 представляет собой металлический диск (слой 3 на рис. 3.1) с приклеенной к его поверхности полиэтилентерефтолатной пленкой (слой 2 на рис. 3.1), на которую по спирали Архимеда бифилярно (рис. 3.4) приклеивается медная проволока (термометр сопротивления РК1, измеряющий температуру \bar{T}_1) и нагреватель из манганиновой проволоки, образующие первый слой 1 физической модели, представленной на рис. 3.1. Деталь 12 также представляет собой металлический диск (слой 3' на рис. 3.1) с приклеенной к его поверхности полиэтилентерефтолатной пленкой (слой 2' на рис. 3.1). Детали 11 и 12 скрепляются между собой и с кольцом 13 винтами. Кольцо 13 изготовлено из теплоизоляционного материала.

Пространство, образованное верхней поверхностью нижнего теплообменника, внутренней поверхностью кольца 10 и нижней поверхностью диска 12, заполняется исследуемым материалом (слой 4' на рис. 3.1), имеющим форму плоского диска. Аналогично, пространство, образованное нижней поверхностью верхнего теплообменника, внутренней поверхностью кольца 13 и верхней поверхностью диска 11, заполняется исследуемым материалом (слой 4 на рис. 3.1). В кольцевой канавке 14 верхнего теплообменника намотана медная проволока, выполняющая функцию термометра сопротивления (RK2), измеряющего температуру теплообменника T_0 .

Измерительная установка, кроме измерительной ячейки, включает жидкостной термостат, измерительный блок и персональный компьютер (рис. 3.5).

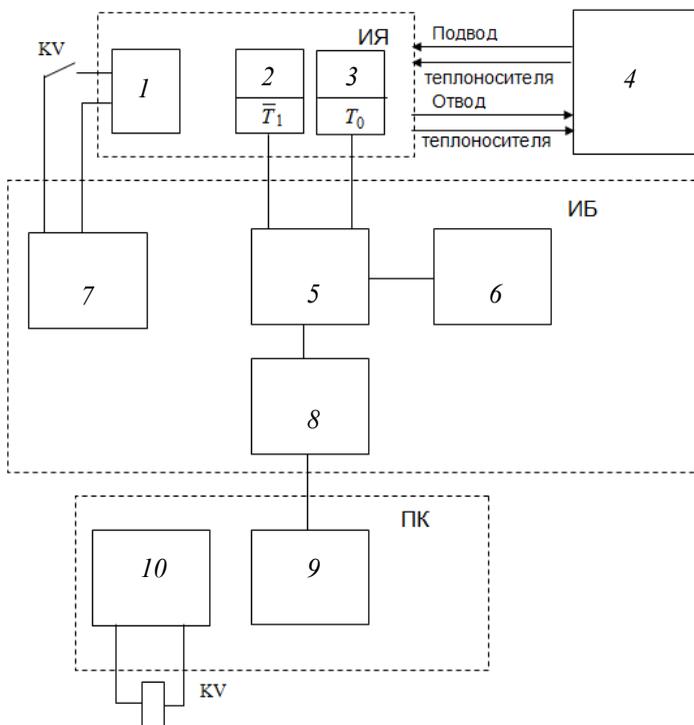


Рис. 3.5. Структурная схема АИУ:

1 – нагреватель; 2, 3 – термометры сопротивления, измеряющие температуру \bar{T}_1 и T_0 соответственно; 4 – жидкостной термостат; 5 – мостовая измерительная схема; 6 – блок питания мостовой измерительной схемы; 7 – блок питания нагревателя; 8 – усилитель; 9 – АЦП; 10 – ЦАП; ИЯ – измерительная ячейка; ИБ – измерительный блок; ПК – персональный компьютер

Исследуемые образцы помещаются в ИЯ. Включается термостат 4, обеспечивающий циркуляцию воды через теплообменники ИЯ и поддержание постоянной температуры воды. Таким образом, сопротивление термометра 3, измеряющего температуру термостатирования T_0 , остается всегда постоянным в ходе эксперимента.

Термометры сопротивления 2 и 3, предназначенные для измерения температур \bar{T}_1 и T_0 соответственно, включены в мостовую измерительную схему 5 таким образом, чтобы выходное напряжение с мос-

товой схемы было связано функциональной зависимостью с разностью температур $\bar{T}_1 - T_0$. По команде оператора ПК контакты реле кV замыкаются, соединяя нагреватель 1 измерительного устройства с блоком питания 7. Через нагреватель течет ток и выделяется тепло объемной мощностью W_1 . Сопротивление термометра 2 начинает изменяться пропорционально температуре \bar{T}_1 нагревателя 1. Происходит разбалансирование мостовой схемы 5 и на выходе мостовой схемы появляется напряжение U_x . Напряжение U_x усиливается усилителем 8 и поступает на АЦП, где преобразуется в цифровую форму. Персональный компьютер регистрирует разность температур $\bar{T}_1 - T_0$ с постоянным шагом во времени. Включение и отключение напряжения питания нагревателя контролируется персональным компьютером.

Блоки 5, 6, 7, 8 выполнены в одном корпусе ИБ для удобства соединения с ИЯ и ПК.

3.2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОМБИНИРОВАННОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПЛОСКИХ ОБРАЗЦОВ ХЕМОСОРБЕНТОВ

Одним из существенных недостатков методов двух альфа является большая длительность экспериментального исследования ТФС, обусловленная наличием предварительной стадии термостатирования измерительных ячеек, которая занимает более 70% времени эксперимента и является обязательной, но не информативной в плане получения информации о ТФС исследуемых материалов. Для исключения случайных погрешностей необходимо проведение большого числа измерений, что приводит к значительным затратам времени. Поэтому в целях повышения оперативности методов двух альфа измерения ТФС необходимо повысить информативность стадии предварительного термостатирования путем использования ее для получения информации о теплопроводности исследуемого материала.

При анализе погрешностей методов двух альфа, а также рассмотренного выше двухстадийного метода измерения ТФС было отмечено, что источниками погрешностей могут быть допущения, позволяющие упростить записи математических моделей температурных полей в измерительных ячейках и дальнейшие решения стационарных и нестационарных задач теплопроводности. Такие погрешности можно отнести к методическим. В целях уменьшения вклада методических погрешностей в общую погрешность измерения ТФС, т.е. в целях

дополнительного повышения точности измерений, можно, например, измерить искомые характеристики исследуемых образцов несколькими разными методами и усреднить полученный результат.

Таким образом, в целях повышения оперативности и точности измерения ТФС предлагается комбинированный метод, предполагающий проведение двух экспериментов. Первый эксперимент состоит в том, что пару идентичных исследуемых образцов приводят в тепловой контакт по плоскости с нагревателем. Внешние поверхности образцов термостатируют при температуре T_0 и на первом этапе к нагревателю подводят постоянную мощность. По достижении стационарного теплового состояния в измерительной ячейке регистрируют перепад температур по толщине исследуемых образцов, по величине которого вычисляют теплопроводность исследуемого материала. Начиная второй этап эксперимента. Прекращают подвод мощности к нагревателю, на внешних поверхностях исследуемых образцов поддерживают граничные условия первого рода (термостатируют поверхности образцов) и на стадии регулярного режима первого рода определяют температуропроводность исследуемого материала. Как видно из описания, в первом эксперименте реализуется рассмотренный в разделе 3.1 двухстадийный метод измерения ТФС. Второй эксперимент также состоит из двух этапов. Первый этап второго эксперимента полностью идентичен первому этапу первого эксперимента. По окончании первого этапа начинают второй, на котором на внешних поверхностях исследуемых образцов задают граничные условия третьего рода – конвективный теплообмен с окружающей средой, характеризуемый постоянством температуры и коэффициента теплоотдачи. Значение коэффициента теплоотдачи определяют из опыта с эталонным образцом по методике, описанной в главе 2. На стадии регулярного режима первого рода определяют температуропроводность исследуемого материала. Таким образом, в отличие от методов двух альфа, в результате реализации двух экспериментов комбинированного метода имеется возможность определить не одну, а две пары теплофизических характеристик – λ и a .

3.2.1. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЯЧЕЙКИ

Для реализации комбинированного метода разработана измерительная ячейка, физическая модель которой (рис. 3.6) аналогична модели, представленной на рис. 3.1. Она представляет четырехслойную

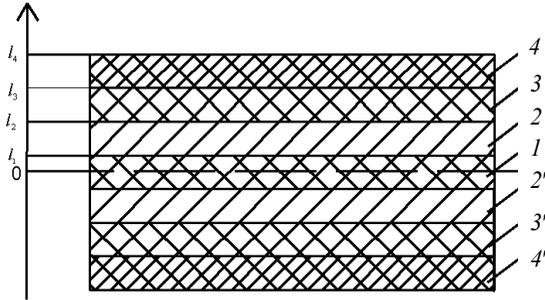


Рис. 3.6. Физическая модель ИЯ

плоскую симметричную систему. Первый слой 1 – нагреватель и термометр сопротивления, выполненные соответственно из манганиновой и медной проволок и навитых по спирали Архимеда. Второй слой ($2, 2'$) – металлическая пластина, предотвращающая контакт первого слоя со слоями 3 и $3'$, образованными идентичными исследуемыми образцами. Для защиты исследуемых образцов от воздействия внешней окружающей среды используют слои 4 и $4'$, выполненные из полиметилметакрилата.

3.2.2. РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА ПЕРВОМ ЭТАПЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

На первом этапе на нагреватель измерительной ячейки подводят постоянную мощность, а внешние поверхности слоев 4 термостатируют при температуре T_0 . Термометром сопротивления контролируется среднеинтегральная температура первого слоя \bar{T}_1 . При достижении стационарного значения $\bar{T}_{1\infty}$ этой температуры регистрируется разность температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$ и прекращается подвод мощности на нагреватель.

На стационарной стадии теплопереноса первого этапа температурные поля в слоях измерительной ячейки описываются краевой задачей (3.1) – (3.4), из решения (3.5) – (3.7) которой получим формулу для вычисления теплопроводности третьего слоя (слоя исследуемого материала) измерительной ячейки

$$\lambda_3 = \frac{h_3}{\frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1 h_1} - \frac{1}{6} \frac{h_1}{\lambda_1} - \frac{h_2}{\lambda_2} - \frac{h_3}{\lambda_3}}, \quad (3.24)$$

где $h_1 = 2l_1$, $h_2 = l_2 - l_1$, $h_3 = l_3 - l_2$, $h_4 = l_4 - l_3$ – толщины соответственно первого слоя, второго слоя, исследуемого образца, пластины из полиметилметакрилата; λ_1 , λ_2 , λ_4 – теплопроводность первого слоя, второго, четвертого слоев;

$$W_1 = \frac{U^2}{RV},$$

где U – напряжение, подводимое к нагревателю; R – сопротивление нагревателя; V – объем первого слоя.

3.2.3. РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ НА ВТОРОМ ЭТАПЕ ПЕРВОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

На втором этапе первого эксперимента краевой задаче (3.10) – (3.14) теплопроводности в многослойной системе (рис. 3.10) соответствует краевая задача Штурма–Лиувилля (3.17) – (3.20), причем, число Фурье определяется как $Fo = \frac{a_4 \tau}{l_4^2}$, а безразмерный параметр β определяется из выражений

$$\beta_i = \begin{cases} \beta_1 = a_1 / a_4 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ \beta_2 = a_2 / a_4 & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ \beta_3 = a_3 / a_4 & \text{при } l_2 < x < l_3, \\ \beta_4 = 1 & \text{при } l_3 < x < l_4. \end{cases} \quad (3.25)$$

Регистрируя посредством термометра сопротивления среднеинтегральную температуру \bar{T}_1 первого слоя многослойной системы в моменты времени τ можно вычислить безразмерную среднеинтегральную температуру

$$\bar{\Theta}_1 = \frac{\bar{T}_1 - T_0}{T_{1\infty} - T_0},$$

в моменты времени Fo .

Первое собственное значение ε_1^2 задачи (3.17) – (3.20) определяется как тангенс угла наклона прямолинейного участка графика зависимости $\ln \bar{\Theta}_1 = f(Fo)$. Подставив полученное значение ε_1^2

задачу (3.17) – (3.20), и решая последнюю численно, подбирают значение параметра β_3 , удовлетворяющее граничным условиям. Искомую теплопроводность a_3 вычисляют по формуле

$$a_3 = \beta_3 a_4. \quad (3.26)$$

3.2.4. РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ НА ВТОРОМ ЭТАПЕ ВТОРОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

На втором этапе второго эксперимента на внешних плоскостях слоев 4 и 4' многослойной системы задают граничные условия третьего рода. Математическая модель нестационарного процесса теплопереноса на этом этапе примет вид

$$\frac{\partial \Theta_i(\bar{x}, Fo)}{\partial Fo} = \beta_i \frac{\partial^2 \Theta_i(\bar{x}, Fo)}{\partial \bar{x}^2}, \quad 0 < \bar{x} < 1, \quad Fo > 0, \quad i = \overline{1, 4}, \quad (3.27)$$

$$\Theta_i(\bar{x}, 0) = \Theta_i(\bar{x}), \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial \Theta_1(0, Fo)}{\partial \bar{x}} = 0, \quad (3.29)$$

$$\begin{cases} \Theta_i\left(\frac{l_i}{l_4} - 0, Fo\right) = \Theta_{i+1}\left(\frac{l_i}{l_4} + 0, Fo\right), \\ \lambda_i \left(\frac{\partial \Theta_i\left(\frac{l_i}{l_4} - 0, Fo\right)}{\partial \bar{x}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{\partial \Theta_{i+1}\left(\frac{l_i}{l_4} - 0, Fo\right)}{\partial \bar{x}} \right), \end{cases} \quad i = \overline{1, 3}, \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \Theta_4(1, Fo)}{\partial \bar{x}} + Bi \Theta_4(1, Fo) = 0, \quad (3.31)$$

где $\Theta_i(\bar{x}, Fo) = \frac{T_i(x, \tau) - T_c}{T_{1\infty} - T_c}$ – безразмерная температура; T_c – постоянная температура среды, в которой охлаждается многослойная система; $T_{1\infty}$ – среднеинтегральная температура первого слоя, измеренная в начале второго этапа второго эксперимента; τ – время, отсчитывае-

мое с момента начала второго этапа; $\Theta_i(\bar{x}) = \frac{T_i(x) - T_c}{T_{1\infty} - T_c}$ – функция распределения безразмерной температуры в многослойной системе на момент окончания первого этапа второго эксперимента; $T_i(x)$ – температурное поле на момент начала второго этапа, определяемое по формулам (3.5)–(3.6); $Bi = \alpha l_4 / \lambda_4$ – число Био.

На стадии регулярного режима первого рода краевой задаче (3.27) – (3.31) соответствует задача Штурма–Лиувилля:

$$\Psi''_{i1}(\bar{x}) + \varepsilon_1^2 / \beta_i \Psi_{i1}(\bar{x}) = 0, \quad (3.32)$$

$$\Psi'_{i1}(0) = 0, \quad (3.33)$$

$$\begin{cases} \Psi_{i1}\left(\frac{l_i}{l_4} - 0\right) = \Psi_{i+1}\left(\frac{l_i}{l_4} + 0\right), \\ \lambda_i \Psi'_{i1}\left(\frac{l_i}{l_4} - 0\right) = \lambda_{i+1} \Psi'_{i+1}\left(\frac{l_i}{l_4} + 0\right), \end{cases} \quad i = 1, 3, \quad (3.34)$$

$$\Psi'_{41}(1) + Bi \Psi_{41}(1) = 0, \quad (3.35)$$

где первое собственное значение ε_1^2 имеет смысл тангенса угла наклона прямолинейного участка графика зависимости $\ln \bar{\Theta}_1(Fo) = f(Fo)$, $\bar{\Theta}_1$ – безразмерная среднеинтегральная температура первого слоя.

Определив по данным второго этапа эксперимента значение величины ε_1^2 , численно решают задачу (3.32) – (3.35) относительно безразмерного параметра β_3 . Температуропроводность исследуемого материала вычисляют по формуле (3.26).

3.2.5. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Для реализации комбинированного метода используется измерительная ячейка, аналогичная той, что используется для реализации метода двух альфа (рис. 2.32, а). Единственным отличием является дополнительное использование в конструкции ИЯ нагревательного элемента, выполненного по спирали Архимеда из манганиновой проволоки. Причем диаметр нагревательного элемента равен диаметру исследуемого образца, а диаметр термометра сопротивления примерно в 1,5 раза меньше (рис. 3.7). Таким способом удается уменьшить влияние боковых утечек теплоты на результат измерения температуры.

Образец		
Н	ТС + Н	Н

Рис. 3.7. Соотношение диаметров нагревателя (Н) и термометра сопротивления (ТС) к диаметру образца

Дополнительно к ИЯ используют СЯ, конструкция которой приводится в разделе 2.4.2.

Измерительная установка, применяемая для реализации метода измерения, описана в разделе 3.1.4. Дополнительно к ней используют воздушный термостат.

3.3. МЕТОДИКА ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ И ОПЕРАТИВНОСТИ МНОГОСТАДИЙНЫХ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

3.3.1. АНАЛИЗ ИСТОЧНИКОВ ПОГРЕШНОСТЕЙ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ

К погрешностям многостадийных методов можно отнести [225, 228]: погрешности задания ТФС слоев многослойных систем; погрешности измерения толщин слоев многослойных систем; погрешности измерения разности среднеинтегральной температуры первого слоя и температуры термостатирования; погрешность измерения мощности источников теплоты, расположенных в первом слое многослойной системы; погрешности, вызванные допущениями, позволяющими упростить запись математической модели температурного поля в измерительной ячейке и дальнейшее решение стационарной и нестационарной задач теплопроводности, а именно:

- а) погрешности, связанные с колебанием температуры T_0 термостатирования внешних поверхностей исследуемых образцов;
- б) погрешности, вызванные учетом наличия контактных термических сопротивлений на границах слоев;
- в) погрешности, вызванные отличием между теоретическим распределением теплового потока и его реальным распределением.

Одной из причин отличия между теоретически и реальным распределениями тепловых потоков может быть наличие боковых утечек тепла в окружающую среду; погрешности определения первого собст-

венного значения ε_1^2 краевой задачи Штурма–Лиувилля (3.17) – (3.20) или (3.30) – (3.35); погрешность численного решения краевой задачи (3.17) – (3.20) или (3.30) – (3.35).

Погрешности задания свойств слоев многослойной системы, измерения толщины слоев и объемной мощности W_1 источников теплоты можно отнести к систематическим составляющим общей погрешности измерения ТФС.

3.3.2. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ НА ПЕРВОМ ЭТАПЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

3.3.2.1. Получение расчетных зависимостей

Для получения теоретической оценки погрешности измерения теплопроводности двухстадийным методом прологарифмируем формулу (3.9) и получим

$$\ln \lambda_4 = \ln h_4 - \ln \left[\frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1 h_1} - \frac{1}{6} \frac{h_1}{\lambda_1} - \frac{h_2}{\lambda_2} - \frac{h_3}{\lambda_3} \right].$$

Последнее выражение с учетом обозначения

$$F_1 = \frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1 h_1} - \frac{1}{6} \frac{h_1}{\lambda_1} - \frac{h_2}{\lambda_2} - \frac{h_3}{\lambda_3}$$

примет вид

$$\ln \lambda_4 = \ln h_4 - \ln F_1.$$

Продифференцировав последнюю формулу, получим

$$\frac{d\lambda_4}{\lambda_4} = \frac{dh_4}{h_4} - \frac{dF_1}{F_1},$$

где
$$\frac{dF_1}{F_1} = \frac{1}{F_1} \left[\frac{\partial F_1}{\partial (\bar{T}_{1\infty} - T_0)} d(\bar{T}_{1\infty} - T_0) + \frac{\partial F_1}{\partial W_1} dW_1 + \frac{\partial F_1}{\partial h_1} dh_1 + \frac{\partial F_1}{\partial h_2} dh_2 \right] +$$

$$+ \frac{1}{F_1} \left[\frac{\partial F_1}{\partial h_3} dh_3 + \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_1} d\lambda_1 + \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_2} d\lambda_2 + \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_3} d\lambda_3 \right].$$

Перейдя от дифференциалов к конечным разностям и заменив знаки «-» на «+», получим предельную оценку погрешности определения теплопроводности

$$\left(\frac{\Delta\lambda_4}{\lambda_4} \right)_{\text{пр}} = \frac{\Delta h_4}{h_4} + \frac{\Delta F_1}{F_1}, \quad (3.36)$$

$$\text{где } \frac{\Delta F_1}{F_1} = \frac{1}{F_1} \left[\frac{\partial F_1}{\partial(\bar{T}_{1\infty} - T_0)} \Delta(\bar{T}_{1\infty} - T_0) + \frac{\partial F_1}{\partial W_1} \Delta W_1 + \frac{\partial F_1}{\partial h_1} \Delta h_1 + \frac{\partial F_1}{\partial h_2} \Delta h_2 \right] + \\ + \frac{1}{F_1} \left[\frac{\partial F_1}{\partial h_3} \Delta h_3 + \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_1} \Delta \lambda_1 + \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_2} \Delta \lambda_2 + \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_3} \Delta \lambda_3 \right].$$

Полученная предельная оценка погрешности имеет завышенное значение. Поэтому для получения более точного результата воспользуемся среднеквадратичной оценкой погрешности. Выражение для вычисления среднеквадратичной погрешности определения теплопроводности имеет вид

$$\left(\frac{\Delta\lambda_4}{\lambda_4} \right)_{\text{ск}} = \sqrt{\left[\frac{\Delta h_4}{h_4} \right]^2 + \frac{1}{F_1^2} E_1}, \quad (3.37)$$

$$\text{где } E_1 = \left[\frac{\partial F_1}{\partial(\bar{T}_{1\infty} - T_0)} \Delta(\bar{T}_{1\infty} - T_0) \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial W_1} \Delta W_1 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial h_1} \Delta h_1 \right]^2 + \\ + \left[\frac{\partial F_1}{\partial h_2} \Delta h_2 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial h_3} \Delta h_3 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial \lambda_1} \Delta \lambda_1 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial \lambda_2} \Delta \lambda_2 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial \lambda_3} \Delta \lambda_3 \right]^2.$$

Соответствующие частные производные вычисляются по формулам:

$$\frac{\partial F_1}{\partial(\bar{T}_{1\infty} - T_0)} = \frac{2}{W_1 h_1}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial W_1} = -\frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1^2 h_1}, \\ \frac{\partial F_1}{\partial h_1} = -\frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1 h_1^2} - \frac{1}{6\lambda_1}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial h_2} = -\frac{1}{\lambda_2}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial h_3} = -\frac{1}{\lambda_3}, \\ \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_1} = \frac{h_1}{6\lambda_1^2}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_2} = \frac{h_2}{\lambda_2^2}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_3} = \frac{h_3}{\lambda_3^2}.$$

Аналогичным образом получены расчетные зависимости для оценки среднеквадратичной погрешности измерения теплопроводности на первом этапе комбинированного метода:

$$\left(\frac{\Delta\lambda_3}{\lambda_3}\right)_{\text{СК}} = \sqrt{\left[\frac{\Delta h_3}{h_3}\right]^2 + \frac{1}{F_1^2} E_1}, \quad (3.38)$$

где $F_1 = \frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1 h_1} - \frac{1}{6} \frac{h_1}{\lambda_1} - \frac{h_2}{\lambda_2} - \frac{h_4}{\lambda_4}$;

$$E_1 = \left[\frac{\partial F_1}{\partial (\bar{T}_{1\infty} - T_0)} \Delta (\bar{T}_{1\infty} - T_0) \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial W_1} \Delta W_1 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial h_1} \Delta h_1 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial h_2} \Delta h_2 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial h_4} \Delta h_4 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial \lambda_1} \Delta \lambda_1 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial \lambda_2} \Delta \lambda_2 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial \lambda_4} \Delta \lambda_4 \right]^2.$$

Соответствующие частные производные вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_1}{\partial (\bar{T}_{1\infty} - T_0)} &= \frac{2}{W_1 h_1}; \quad \frac{\partial F_1}{\partial W_1} = -\frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1^2 h_1}; \\ \frac{\partial F_1}{\partial h_1} &= -\frac{2(\bar{T}_{1\infty} - T_0)}{W_1 h_1^2} - \frac{1}{6\lambda_1}; \quad \frac{\partial F_1}{\partial h_2} = -\frac{1}{\lambda_2}; \quad \frac{\partial F_1}{\partial h_4} = -\frac{1}{\lambda_4}; \\ \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_1} &= \frac{h_1}{6\lambda_1^2}; \quad \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_2} = \frac{h_2}{\lambda_2^2}; \quad \frac{\partial F_1}{\partial \lambda_4} = \frac{h_4}{\lambda_4^2}. \end{aligned}$$

3.3.2.2. Анализ расчетных зависимостей для оценки погрешности измерения теплопроводности

Для численных расчетов среднеквадратичной погрешности по формуле (3.37) примем следующие исходные данные.

Теплопроводности: первого слоя системы $\lambda_1 = 190 \pm 10$ Вт/(м·К); второго слоя системы $\lambda_2 = 0,15 \pm 0,01$ Вт/(м·К); третьего слоя системы $\lambda_3 = 42 \pm 3$ Вт/(м·К).

Толщины слоев системы: первого слоя $h_1 = 0,3 \pm 0,01$ мм; второго слоя $h_2 = 0,3 \pm 0,01$ мм; третьего слоя $h_3 = 1 \pm 0,01$ мм; четвертого слоя $h_4 = 8 \pm 0,01$ мм;

Объемная мощность источников теплоты $W_1 = 585\,340 \pm 49\,000$ Вт/м³ определена по формуле

$$W_1 = \frac{U^2}{RV},$$

где U – напряжение, подводимое к нагревателю, В; R – сопротивление нагревателя, Ом; V – объем первого слоя, м³.

Абсолютная погрешность измерения разности температур $\Delta(\bar{T}_{1\infty} - T_0) = 0,07 \text{ }^\circ\text{C}$.

Из формулы (3.37) видно, что среднеквадратичная погрешность определения теплопроводности зависит от:

- 1) погрешностей измерения толщины слоев;
- 2) погрешностей задания свойств слоев;
- 3) погрешности измерения мощности W_1 источников теплоты;
- 4) погрешности измерения разности температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$.

Очевидно, что погрешности по пунктам 1 – 3 являются величинами постоянными, имеющими одно и то же значение в различных опытах. Поэтому эти погрешности можно отнести к систематическим и при проведении экспериментов с эталонными веществами найти величину поправки, введение которой позволит исключить систематическую погрешность. Погрешность измерения разности температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$ изменяется в зависимости от величины измеряемых температур. При заданной абсолютной погрешности $\Delta(\bar{T}_{1\infty} - T_0) = 0,07 \text{ }^\circ\text{C}$ очевидно, что относительная погрешность будет тем меньше, чем больше измеряемая разность температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$. Поэтому, учитывая вышесказанное, можно сделать вывод, что среднеквадратичная погрешность определения теплопроводности есть функция от измеряемой разности температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$. Определим вид этой функции в интервале температур $0,5 \text{ }^\circ\text{C} \leq \bar{T}_{1\infty} - T_0 \leq 10 \text{ }^\circ\text{C}$. Выбор нижнего значения перепада температур, равного $0,5 \text{ }^\circ\text{C}$, объясняется тем, что, чем меньше значение температуры, тем выше погрешность ее измерения. Выбор верхнего значения перепада температур, равного $10 \text{ }^\circ\text{C}$, объясняется тем, что при увеличении значения перепада температур, уравнения, описывающие температурные поля в ИЯ, становятся нелинейными.

Результаты расчетов теплопроводности исследуемого образца и среднеквадратичной погрешности как функций разности температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$ представлены на рис. 3.8.

Из графиков видно, что в интервале температур $(\bar{T}_{1\infty} - T_0)_{\min} \leq \bar{T}_{1\infty} - T_0 \leq (\bar{T}_{1\infty} - T_0)_{\max}$ погрешность измерения теплопроводности меняется мало, а именно, $9,5\% \leq \left(\frac{\Delta\lambda_4}{\lambda_4} \right)_{\text{ск}} \leq 11,5\%$.

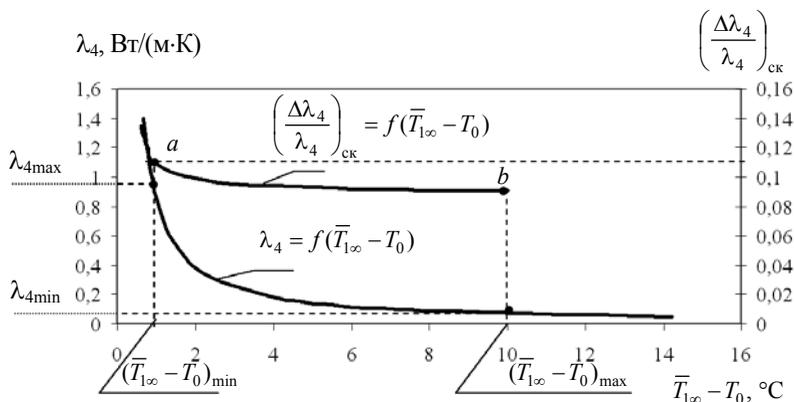


Рис. 3.8. К оценке погрешности измерения теплопроводности

Как видно из рис. 3.8, при разности $(\bar{T}_{1\infty} - T_0)$, меньшей 1 °С, погрешность определения теплопроводности возрастает вследствие погрешности измерения температур.

Следовательно, чем больше измеряемая разность температур, тем меньше погрешность ее измерения. Однако не рекомендуется превышать максимальное значение перепада температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$, приблизительно равное 10 °С, из-за возможного возникновения нелинейности в записи уравнений теплопроводности, описывающих температурное поле в ИЯ.

Таким образом, получен диапазон действия метода по теплопроводности $[\lambda_{4\min}, \lambda_{4\max}]$. Кроме того, можно сделать вывод, что если в конце первого этапа эксперимента получена стационарная разность температур, которая меньше $(\bar{T}_{1\infty} - T_0)_{\min}$, то мощность, подводимую к источнику теплоты, следует увеличить и провести повторный эксперимент. Увеличение мощности источника теплоты приведет к увеличению стационарной разности температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$ и попаданию этой разности температур в диапазон $[(\bar{T}_{1\infty} - T_0)_{\min}, (\bar{T}_{1\infty} - T_0)_{\max}]$. При этом относительная погрешность измерения теплопроводности попадет в диапазон [9,5%; 11,5%].

Следует отметить, что полученная теоретическая оценка содержит систематические погрешности, которые могут быть устранены путем введения поправки в результаты измерения. Величина этой поправки может быть определена в экспериментах с веществами с известными ТФС.

3.3.2.3. Определение критерия окончания первого этапа эксперимента

Для решения задачи автоматизации проведения эксперимента на первом этапе программа, управляющая ходом эксперимента, должна определить момент времени (рациональный момент окончания первого этапа эксперимента), когда тепловой процесс с заданной точностью можно считать стационарным и прекратить подвод мощности к нагревателю. С этой целью предлагается в ходе первого этапа эксперимента контролировать значение динамического параметра γ , вычисляемого по формуле [131, 132]

$$\gamma = \frac{(\bar{T}_{1,1} - \bar{T}_{1,0}) - (\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{1,j-1})}{(\bar{T}_{1,1} - \bar{T}_{1,0})} = 1 - \frac{(\bar{T}_{1,j} - \bar{T}_{1,j-1})}{(\bar{T}_{1,1} - \bar{T}_{1,0})}, \quad (3.39)$$

где $\bar{T}_{1,0}, \bar{T}_{1,1}$ – среднеинтегральные температуры первого слоя, измеренные при $\tau = 0$ и на первом шаге измерения соответственно; $\bar{T}_{1,j}, \bar{T}_{1,j-1}$ – среднеинтегральные температуры первого слоя, измеренные на текущем j -м и предыдущем $j - 1$ шагах измерения.

Для определения значения динамического параметра, при котором наступает стационарное тепловое состояние, было проведено численное моделирование температурного поля в многослойной системе. В качестве исходных данных для свойств четвертого слоя были взяты теплофизические свойства органического стекла (вещество 1), полистирола (вещество 2) и текстолита (вещество 3). Результаты расчетов представлены на рис. 3.9.

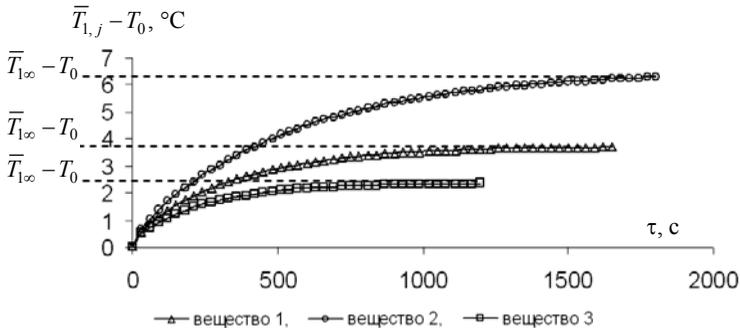


Рис. 3.9. Зависимость от времени разности между среднеинтегральной температурой первого слоя и температурой термостатирования на первом этапе эксперимента

Для каждого вычисленного численным методом значения $\bar{T}_{1,j} - T_0$ по формуле (3.9) определялась теплопроводность λ_4 , при этом предполагалось, что $\bar{T}_{1,j} - T_0 = \bar{T}_{1\infty} - T_0$. Очевидно, что значение λ_4 , вычисленное таким образом, не содержит погрешности задания свойств слоев, измерения толщины слоев, температур и мощности источников теплоты. Значение теплопроводности λ_4 содержит только погрешность, связанную с предположением, что текущее значение измеряемой разности температур $\bar{T}_{1,j} - T_0$ равно стационарной разности температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$, т.е. λ_4 содержит погрешность, равную $\frac{|\lambda_4 - \lambda_c|}{\lambda_4} 100\%$, где λ_c – теплопроводность, вычисленная по формуле (3.9) при стационарной разности температур $\bar{T}_{1\infty} - T_0$. Относительную погрешность измерения теплопроводности определим по формуле

$$\frac{\Delta\lambda_4}{\lambda_4} = \frac{|\lambda_4 - \lambda_c|}{\lambda_4} 100\% + \left(\frac{\Delta\lambda_4}{\lambda_4} \right)_{\text{ск}} 100\% .$$

Для определения диапазона значений динамического параметра, при которых погрешность измерения теплопроводности минимальна, были построены графики функции $\frac{\Delta\lambda_4}{\lambda_4} = f(\gamma)$, представленные на рис. 3.10.

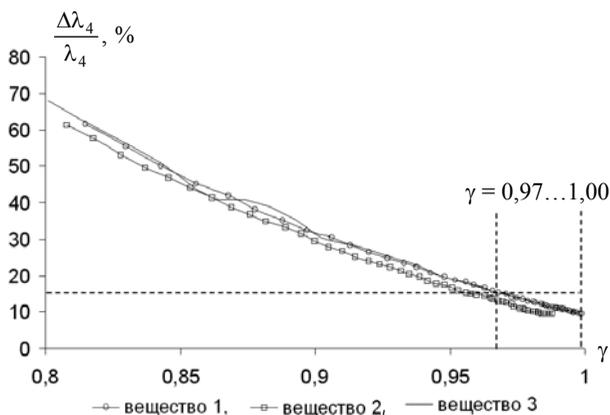


Рис. 3.10. Графики функции $\frac{\Delta\lambda_4}{\lambda_4} = f(\gamma)$

Из полученных численных данных видно, что в диапазоне значений динамического параметра 0,97...1,00 вклад члена $\frac{|\lambda_4 - \lambda_c|}{\lambda_4}$ в общую погрешность теплопроводности составляет 5...0%.

Суммарная погрешность измерения теплопроводности не превысит 15% при условии окончания первого этапа эксперимента при $\gamma = 0,97$. Эту погрешность можно уменьшить путем введения поправок в результаты измерения, а значение динамического параметра уточняют при проведении экспериментов с веществами с известными ТФС.

3.3.3. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

3.3.3.1. Получение расчетных зависимостей

Для получения теоретической оценки погрешности измерения температуропроводности двухстадийным методом прологарифмируем и продифференцируем уравнение (3.22), после чего получим

$$\frac{da_4}{a_4} = \frac{d\beta_4}{\beta_4} + \frac{da_3}{a_3}. \quad (3.40)$$

Параметр β_4 есть функция следующих величин

$$\beta_4 = f(\varepsilon_1^2, l_1, l_2, l_3, l_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, a_1, a_2, a_3).$$

С учетом этого выражения формула (3.40) примет вид

$$\frac{da_4}{a_4} = \frac{1}{\beta_4} \left\{ \frac{\partial \beta_4}{\partial \varepsilon_1^2} d\varepsilon_1^2 + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \beta_4}{\partial l_i} dl_i + \sum_{i=1}^4 \frac{\partial \beta_4}{\partial \lambda_i} d\lambda_i + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \beta_4}{\partial a_i} da_i \right\} + \frac{da_3}{a_3}. \quad (3.41)$$

Численное моделирование показало, что членами $\sum_{i=1}^4 \left[\frac{\partial \beta_4}{\partial l_i} \Delta l_i \right]$,

$\sum_{i=1}^4 \left[\frac{\partial \beta_4}{\partial \lambda_i} \Delta \lambda_i \right]$, $\sum_{i=1}^3 \left[\frac{\partial \beta_4}{\partial a_i} \Delta a_i \right]$ в выражении (3.41) можно пренебречь

в силу того, что сумма их значений много меньше суммы значений остальных членов зависимости (3.41). Поэтому, перейдя от дифференциалов к конечным разностям, получим предельную оценку погрешности измерения температуропроводности в виде зависимости

$$\left(\frac{\Delta a_4}{a_4}\right)_{\text{пр}} = \frac{1}{\beta_4} \left\{ \frac{\partial \beta_4}{\partial (\varepsilon_1^2)} \Delta \varepsilon_1^2 \right\} + \frac{\Delta a_3}{a_3}. \quad (3.42)$$

Первое собственное значение задачи Штурма–Лиувилля ε_1^2 вычисляется по формуле

$$\varepsilon_1^2 = \frac{\ln \bar{\Theta}_1^* - \ln \bar{\Theta}_1^{**}}{\text{Fo}^{**} - \text{Fo}^*} = \frac{l_4^2 \ln \bar{\Theta}_1^* / \bar{\Theta}_1^{**}}{a_3 (\tau^{**} - \tau^*)}, \quad (3.43)$$

где τ^*, τ^{**} – моменты времени, которым соответствуют значения чисел Фурье $\text{Fo}^*, \text{Fo}^{**}$.

Прологарифмируем формулу (3.43) и получим

$$\ln \varepsilon_1^2 = \ln \left(\ln \frac{\bar{\Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^{**}} l_4^2 \right) - \ln \left([\tau^{**} - \tau^*] a_3 \right)$$

или

$$\ln \varepsilon_1^2 = \ln \left(\ln \frac{\bar{\Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^{**}} \right) + 2 \ln l_4 - \ln a_3 - \ln (\tau^{**} - \tau^*).$$

Продифференцировав последнее выражение, получим

$$\frac{d(\varepsilon_1^2)}{\varepsilon_1^2} = \frac{1}{\ln \frac{\bar{\Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^{**}}} \left[\frac{d\bar{\Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^*} - \frac{d\bar{\Theta}_1^{**}}{\bar{\Theta}_1^{**}} \right] + 2 \frac{dl_4}{l_4} - \frac{da_3}{a_3} - \frac{d(\tau^{**} - \tau^*)}{(\tau^{**} - \tau^*)}.$$

Подставим последнее выражение в формулу (3.43), предварительно заменив дифференциалы на конечные разности, а знаки « \rightarrow » поменяв на « \leftarrow », получим предельную оценку погрешности измерения температуропроводности

$$\left(\frac{\Delta a_4}{a_4}\right)_{\text{пр}} = \frac{\varepsilon_1^2}{\beta_4} \frac{\partial \beta_4}{\partial (\varepsilon_1^2)} \left\{ E_2 + \frac{2\Delta l_4}{l_4} + \frac{\Delta \tau}{\tau^{**} - \tau^*} + \frac{\Delta a_3}{a_3} \right\} + \frac{\Delta a_3}{a_3},$$

где $E_2 = \frac{1}{\ln \frac{\bar{\Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^{**}}} \left[\frac{\Delta \bar{\Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^*} + \frac{\Delta \bar{\Theta}_1^{**}}{\bar{\Theta}_1^{**}} \right].$

Среднеквадратичная оценка погрешности имеет вид

$$\left(\frac{\Delta a_4}{a_4}\right)_{\text{СК}} = \sqrt{\left[\frac{\Delta a_3}{a_3}\right]^2 + \left[\frac{\varepsilon_1^2}{\beta_4}\right]^2 \left[\frac{\partial \beta_4}{\partial \varepsilon_1^2}\right]^2 \left\{ E_3 + \left[\frac{\Delta l_4}{l_4}\right]^2 + \left[\frac{\Delta \tau}{\tau^{**} - \tau^*}\right]^2 + \left[\frac{\Delta a_3}{a_3}\right]^2 \right\}}, \quad (3.44)$$

$$\text{где } E_3 = \frac{1}{\left[\ln \frac{\bar{\Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^{**}}\right]^2} \left[\left[\frac{\bar{\Delta \Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^*}\right]^2 + \left[\frac{\bar{\Delta \Theta}_1^{**}}{\bar{\Theta}_1^{**}}\right]^2 \right].$$

Аналогичным образом могут быть получены расчетные соотношения для оценки погрешности измерения температуропроводности на втором этапе первого эксперимента комбинированного метода измерения.

$$\left(\frac{\Delta a_3}{a_3}\right)_{\text{СК}} = \sqrt{\left[\frac{\Delta a_4}{a_4}\right]^2 + \left[\frac{\varepsilon_1^2}{\beta_3}\right]^2 \left[\frac{\partial \beta_3}{\partial \varepsilon_1^2}\right]^2 \left\{ E_3 + \left[\frac{\Delta l_4}{l_4}\right]^2 + \left[\frac{\Delta \tau}{\tau^{**} - \tau^*}\right]^2 + \left[\frac{\Delta a_4}{a_4}\right]^2 \right\}}, \quad (3.45)$$

$$\text{где } E_3 = \frac{1}{\left[\ln \frac{\bar{\Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^{**}}\right]^2} \left[\left[\frac{\bar{\Delta \Theta}_1^*}{\bar{\Theta}_1^*}\right]^2 + \left[\frac{\bar{\Delta \Theta}_1^{**}}{\bar{\Theta}_1^{**}}\right]^2 \right].$$

3.3.3.2. Анализ расчетных зависимостей для оценки погрешности измерения температуропроводности

Как видно из формул (3.44), (3.45), погрешности измерения температуропроводности на втором этапе двухстадийного метода и втором этапе первого эксперимента комбинированного метода зависят от геометрических размеров (толщины) и свойств слоев многослойной системы, от погрешности измерения температуры и от погрешности определения первого собственного значения ε_1^2 задачи Штурма–Лиувилля.

Очевидно, что погрешности задания свойств слоев и измерения толщины слоев имеют систематический характер, а погрешность определения ε_1^2 является величиной случайной, зависящей от выбора граничных точек прямолинейного участка графика функции $\ln \bar{\Theta}_1(\text{Fo})$.

Проанализируем, как изменяется погрешность вычисления температуропроводности в зависимости от выбора граничных точек прямолинейного участка графика функции $\ln \bar{\Theta}_1(Fo)$. Для этого смоделируем второй этап эксперимента (рис. 3.11). Как и в случае моделирования первого этапа, в качестве исходных данных для свойств четвертого слоя взяты теплофизические свойства веществ 1, 2 и 3. По полученным данным построены графики функции $\ln \bar{\Theta}_1(Fo)$ (рис. 3.12).

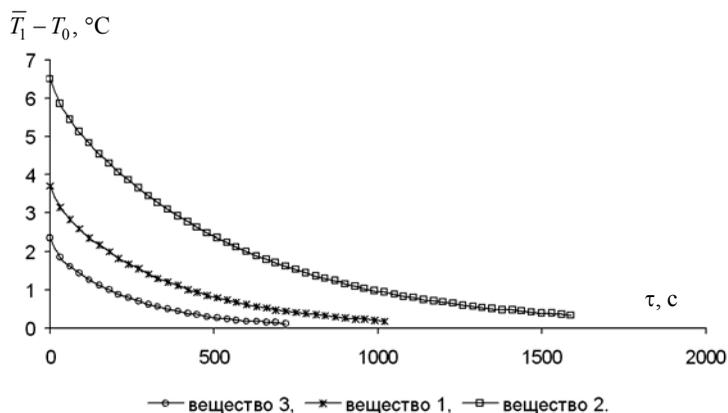


Рис. 3.11. Графики зависимости $\bar{T}_1 - T_0 = f(\tau)$

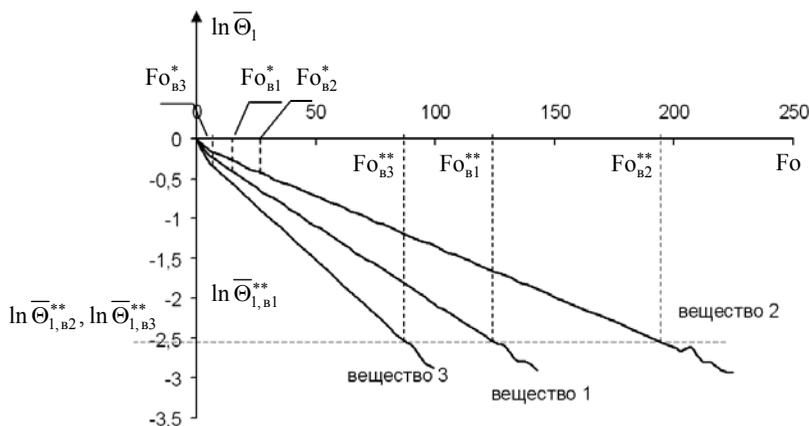


Рис. 3.12. Графики зависимости $\ln \bar{\Theta}_1(Fo)$

Дальнейший расчет погрешностей измерения температуропроводности будет производиться по результатам численного моделирования второго этапа эксперимента. Понятно, что в результатах численного моделирования отсутствуют систематические погрешности задания свойств слоев, измерения геометрических размеров слоев и времени. Поэтому полученная выше формула (3.44) не будет содержать вышеупомянутые систематические погрешности и примет вид

$$\left(\frac{\Delta a_4}{a_4}\right)_{\text{СК}} = \sqrt{\left[\frac{\varepsilon_1^2}{\beta_4}\right]^2 \left[\frac{\partial \beta_4}{\partial \varepsilon_1^2}\right]^2} E_3.$$

Приведем алгоритм расчета зависимости среднеквадратичной погрешности определения температуропроводности от выбора координат граничных точек прямолинейного участка графика $\ln \bar{\Theta}_1(\text{Fo})$ на примере вещества 2. Расчет производим в следующем порядке:

1. Зафиксируем координаты правой граничной точки прямолинейного участка:

$$\text{Fo}_{\text{B2}}^{**} = 194,4, \quad \ln \bar{\Theta}_{1,\text{B2}}^{**} = -2,54, \quad \bar{\Theta}_{1,\text{B2}}^{**} = 0,08.$$

2. Уменьшая Fo , получаем ряд точек с координатами

$$[(\text{Fo}_{\text{B2}})_j, (\ln \tilde{\Theta}_{1,\text{B2}})_j], \quad j = \overline{1, N}.$$

3. Допускаем, что каждая j -я точка является левой граничной точкой прямолинейного участка графика функции $\ln \bar{\Theta}_1(\text{Fo})$, т.е.

$$(\text{Fo}_{\text{B2}})_j = \text{Fo}_{\text{B2}}^*, \quad (\ln \bar{\Theta}_{1,\text{B2}})_j = \ln \bar{\Theta}_{1,\text{B2}}^*, \quad (\bar{\Theta}_{1,\text{B2}})_j = \bar{\Theta}_{1,\text{B2}}^*.$$

4. Вычисляем первое собственное значение ε_1^2 .

5. Подставляем найденное значение ε_1^2 в задачу Штурма-Лиувилля (3.18) – (3.21) и определяем параметр β_4 .

6. Вычисляем значение $\left(\frac{\Delta a_4}{a_4}\right)_{\text{СК}}$.

По полученным данным строим график функции $\left(\frac{\Delta a_4}{a_4}\right)_{\text{СК}} = f(\bar{\Theta}_1)$ (правая ветвь графика на рис. 3.13)

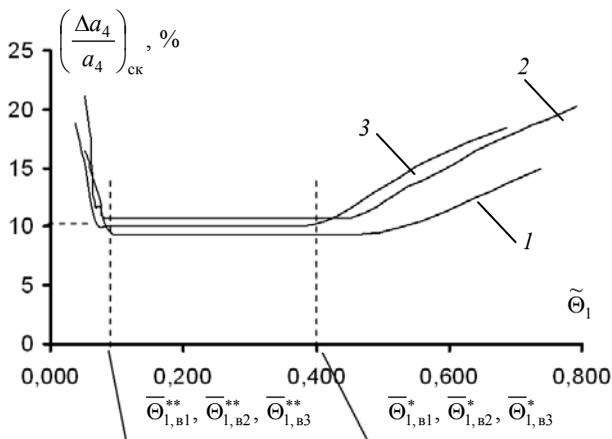


Рис. 3.13. Графики функции $\left(\frac{\Delta a_4}{a_4}\right)_{\text{ск}} = f(\bar{\Theta}_1)$:

1 – вещество 1; 2 – вещество 2; 3 – вещество 3

Аналогичным образом получают данные для построения левой ветви графика на рис. 3.13. А именно, для построения этого графика функции:

7. Зафиксируем координаты левой граничной точки прямолинейного участка:

$$Fo_{B2}^* = 31,1, \ln \bar{\Theta}_{1,B2}^* = -0,47, \bar{\Theta}_{1,B2}^* = 0,62.$$

8. Увеличивая Fo , получаем ряд точек с координатами

$$[(Fo_{B2})_j, (\ln \bar{\Theta}_{1,B2})_j], \quad j = \overline{1, N}.$$

9. Допускаем, что каждая j -я точка является правой граничной точкой прямолинейного участка графика функции $\ln \bar{\Theta}_1(Fo)$, т.е.

$$(Fo_{B2})_j = Fo_{B2}^{**}, \quad (\ln \bar{\Theta}_{1,B2})_j = \ln \bar{\Theta}_{1,B2}^{**}, \quad (\bar{\Theta}_{1,B2})_j = \bar{\Theta}_{1,B2}^{**}.$$

Дальнейшие расчеты производятся по пунктам 4 – 6.

Из полученных графиков видно, что в диапазонах значений $\bar{\Theta}_1$:

– для вещества 1 $\bar{\Theta}_{1,B1}^{**} = 0,1 \leq \bar{\Theta}_1 \leq \bar{\Theta}_{1,B1}^* = 0,5$;

– для вещества 3 $\bar{\Theta}_{1,B3}^{**} = 0,08 \leq \bar{\Theta}_1 \leq \bar{\Theta}_{1,B3}^* = 0,37$;

– для вещества 2 $\bar{\Theta}_{1,в2}^{**} = 0,1 \leq \bar{\Theta}_1 \leq \bar{\Theta}_{1,в2}^* = 0,45$, среднеквадратичная погрешность определения температуропроводности не превышает 10%.

Второй этап эксперимента рекомендуется проводить до тех пор, пока текущее значение безразмерной температуры $\bar{\Theta}_1$ (динамического параметра) не станет меньше 0,1. В этом случае, как показали расчеты, погрешность измерения температуропроводности не превысит 10%.

Таким образом, на втором этапе эксперимента рекомендуется контролировать значение динамического параметра $\bar{\Theta}_1$. Эксперимент следует заканчивать в тот момент времени (рациональный момент окончания 2 этапа), когда текущее значение динамического параметра $\bar{\Theta}_1$ станет меньше 0,1.

График функции $\ln \bar{\Theta}_1(Fo)$ для веществ с температуропроводностью в диапазоне $(0,74...1,40) \cdot 10^{-7}$ м²/с имеет прямолинейный участок при значениях динамического параметра $\bar{\Theta}_1$ из диапазона 0,10...0,37.

3.4. АЛГОРИТМЫ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И ОБРАБОТКИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ И ОПЕРАТИВНОСТИ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

В целях повышения точности и оперативности разработанных методов измерения рекомендуется:

1) на первом этапе эксперимента контролировать значение динамического параметра γ и прекращать проведение первого этапа при $\gamma > \gamma_3 = 0,97$, что позволит сократить длительность этого эксперимента при сохранении требуемой точности определения теплопроводности;

2) на втором этапе эксперимента контролировать значение безразмерной температуры $\bar{\Theta}_1$ и прекращать проведение второго этапа при условии $\bar{\Theta}_1 < 0,15...0,20$;

3) при вычислении первого собственного значения использовать экспериментальные данные из диапазона $[\bar{\Theta}_1^* = 0,4; \bar{\Theta}_1^{**} = 0,2]$, что позволит повысить точность определения температуропроводности.

Алгоритмы проведения экспериментов для двухстадийного и комбинированного методов приведены на рис. 3.14 и 3.15.

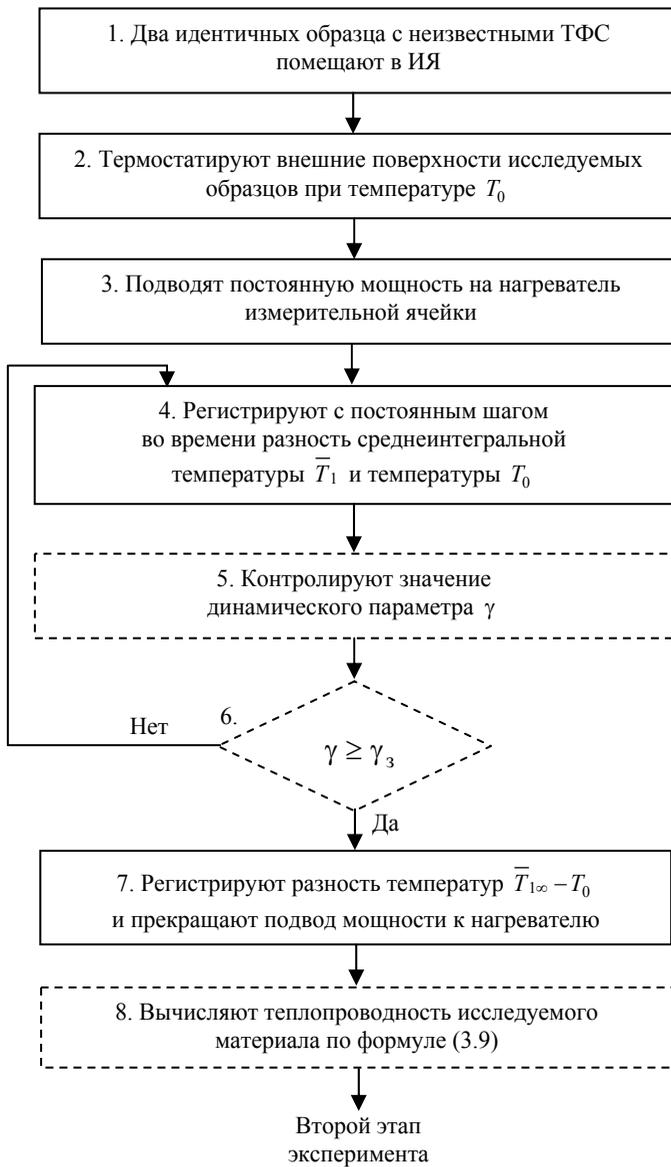


Рис. 3.14. Алгоритм осуществления измерительных операций и обработки экспериментальных данных двухстадийного метода измерения (начало)

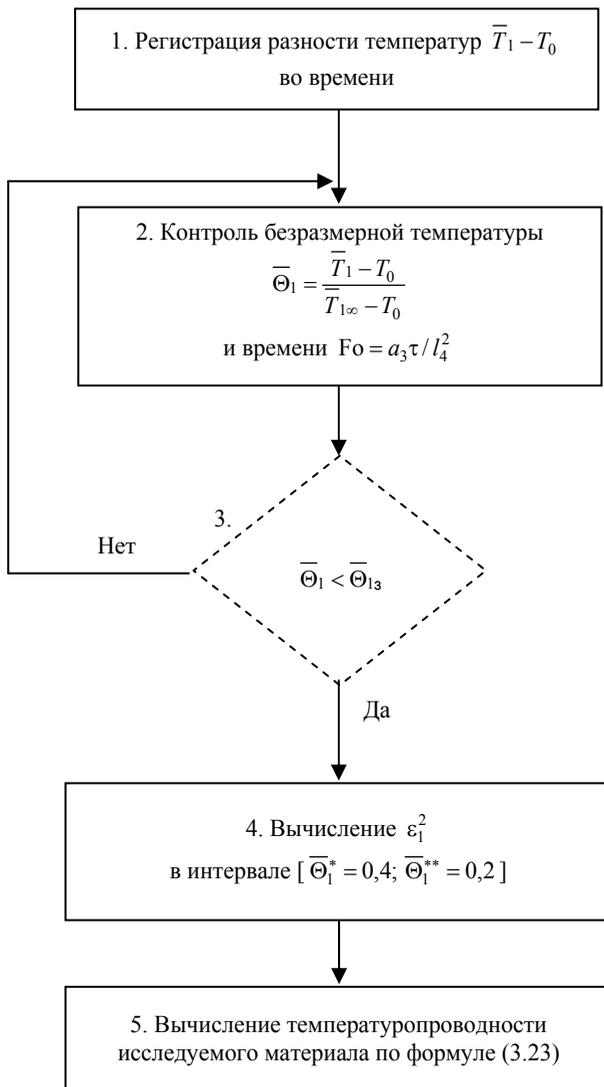


Рис. 3.14. Окончание

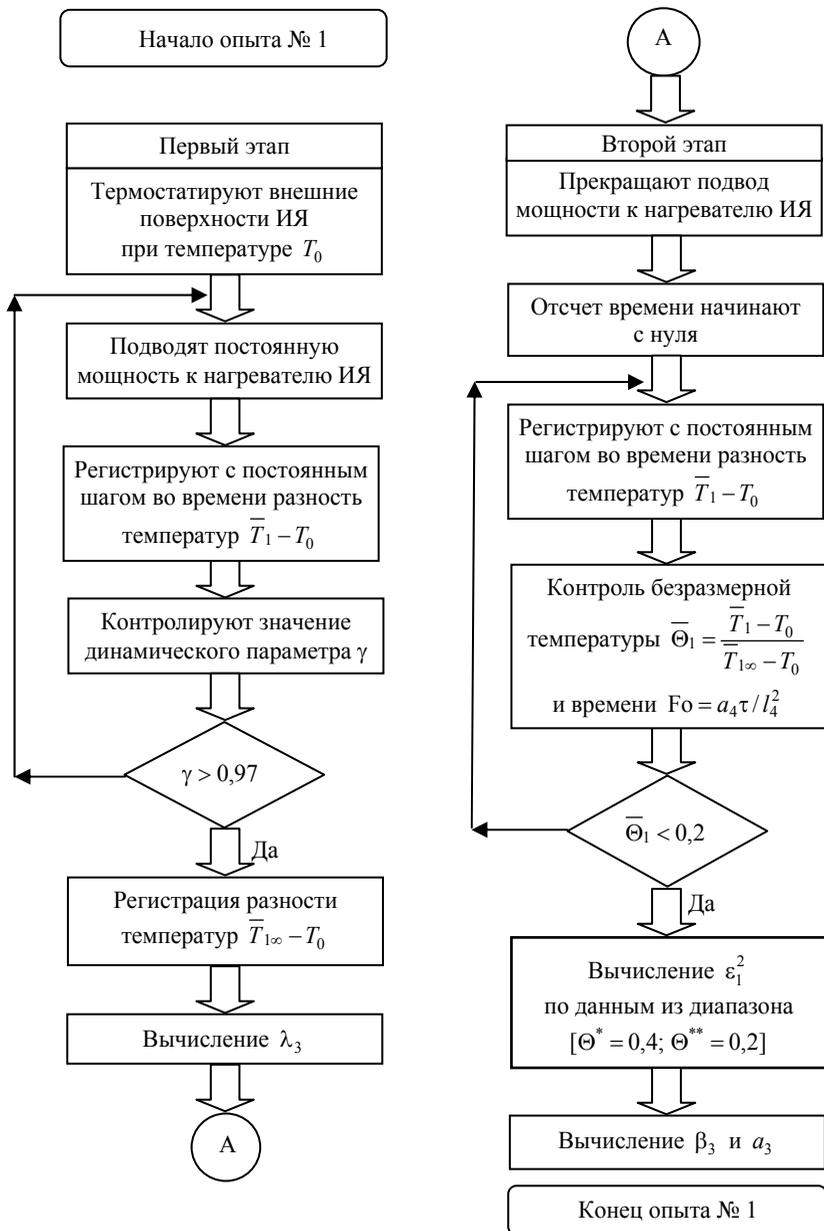


Рис. 3.15. Алгоритм осуществления измерительных операций и обработки экспериментальных данных комбинированного метода измерения (начало)

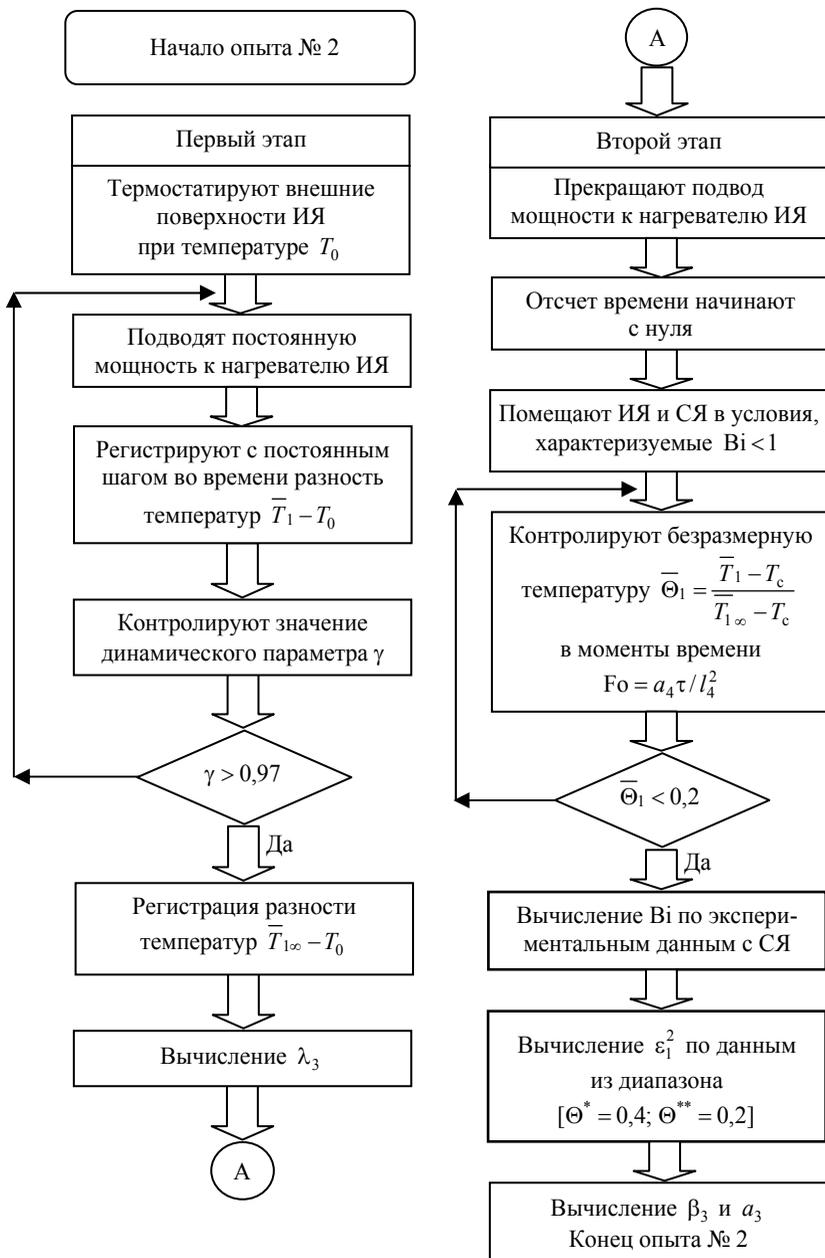
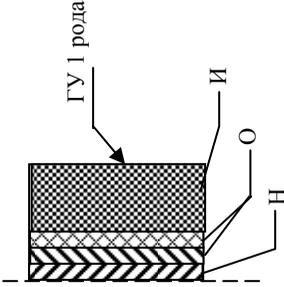
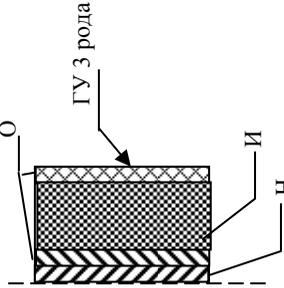


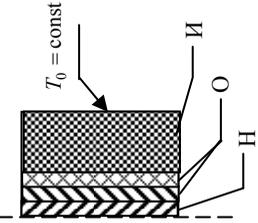
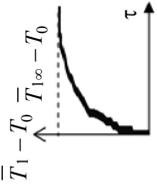
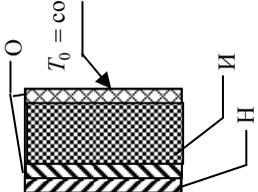
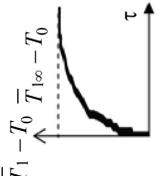
Рис. 3.15. Окончание

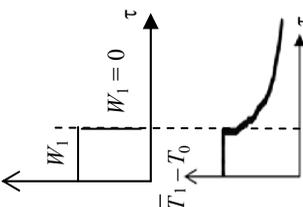
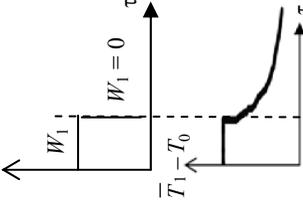
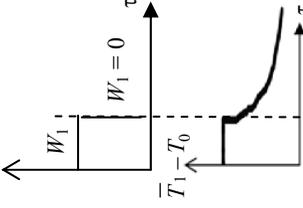
3.5. ОБОБЩЕННАЯ МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ И ОПЕРАТИВНОСТИ МНОГОСТАДИЙНЫХ МЕТОДОВ

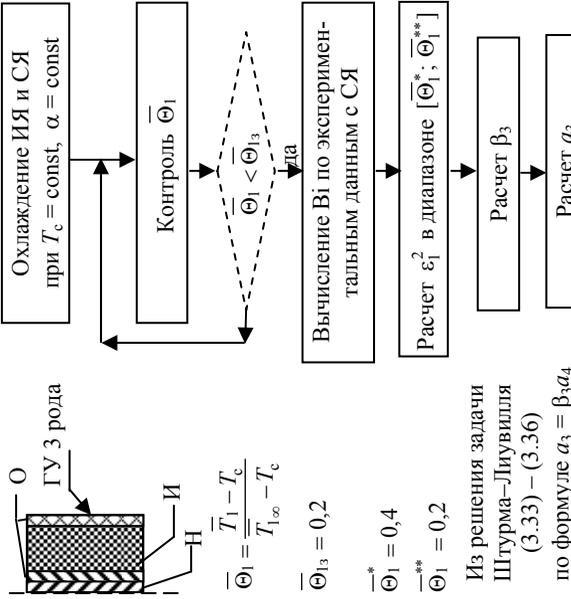
Обобщенная методика приведена в табл. 3.1.

3.1. Обобщенная методика проведения эксперимента

	<p>Двухстадийный метод измерения ТФС блоков РП и ХП</p>	<p>Многостадийный метод измерения ТФС плоских РП и ХП</p>
<p>Физическая модель ИИ</p>	 <p>Н – 1-й слой (нагреватель) О – слой 2, 3 (защитные оболочки) И – слой 4 (исследуемый образец)</p>	 <p>Н – 1-й слой (нагреватель) О – слои 2, 4 (защитные оболочки) И – слой 3 (исследуемый образец)</p>

	<p>Двухстадийный метод измерения ТФС блоков РП и ХП</p>	<p>Многостадийный метод измерения ТФС плоских РП и ХП</p>
<p>1-й этап эксперимента</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>$T_0 = \text{const}$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$\bar{T}_1 - T_0$ $\bar{T}_{\infty} - T_0$</p> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <p>$\gamma_3 = 0,97$</p> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <p>Расчет λ_4 по формуле (3.9)</p> </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>$T_0 = \text{const}$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$\bar{T}_1 - T_0$ $\bar{T}_{\infty} - T_0$</p> </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <p>$\gamma_3 = 0,97$</p> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> <p>Расчет λ_3 по формуле (3.25)</p> </div>
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>Термостатирование внешней поверхности слоя 4</p> <p>↓</p> <p>Подвод мощности W_1 к нагревателю</p> <p>↓</p> <p>Регистрация $\bar{T}_1 - T_0$</p> <p>↓</p> <p>Контроль γ</p> <p>↓</p> <p>$\gamma > \gamma_3$?</p> <p>Да</p> <p>↓</p> <p>Регистрация $\bar{T}_{\infty} - T_0$ и расчет λ_4</p> </div> <div style="width: 45%; text-align: right;"> <p>Термостатирование внешней поверхности слоя 4</p> <p>↓</p> <p>Подвод мощности W_1 к нагревателю</p> <p>↓</p> <p>Регистрация $\bar{T}_1 - T_0$</p> <p>↓</p> <p>Контроль γ</p> <p>↓</p> <p>$\gamma > \gamma_3$?</p> <p>Да</p> <p>↓</p> <p>Регистрация $\bar{T}_{\infty} - T_0$ и расчет λ_3</p> </div> </div>	

2-й этап эксперимента	<p>Двухстадийный метод измерения ТФС блоков РП и ХП</p>	<p>Многостадийный метод измерения ТФС плоских РП и ХП</p>
<p>Прекращение подвода мощности к нагревателю</p>  <p>Регистрация</p> <p>Контроль $\bar{\Theta}_1$</p> <p>$\bar{\Theta}_1 < \bar{\Theta}_{13}$</p> <p>да</p> <p>Расчет ε_1^2 в диапазоне $[\bar{\Theta}_1^*; \bar{\Theta}_1^{**}]$</p> <p>Расчет β_4</p> <p>Расчет a_4</p> <p>$\bar{\Theta}_1 = 0,4$</p> <p>$\bar{\Theta}_1^{**} = 0,2$</p> <p>Из решения задачи Штурма-Лиувилля (3.18) – (3.21)</p> <p>по формуле $a_4 = \beta_4 a_3$</p>	<p>Прекращение подвода мощности к нагревателю</p>  <p>Регистрация</p> <p>Контроль $\bar{\Theta}_1$</p> <p>$\bar{\Theta}_1 < \bar{\Theta}_{13}$</p> <p>да</p> <p>Расчет ε_1^2 в диапазоне $[\bar{\Theta}_1^*; \bar{\Theta}_1^{**}]$</p> <p>Расчет β_3</p> <p>Расчет a_3</p> <p>$\bar{\Theta}_1 = 0,4$</p> <p>$\bar{\Theta}_1^{**} = 0,2$</p> <p>Из решения задачи Штурма-Лиувилля (3.18) – (3.21)</p> <p>по формуле $a_3 = \beta_3 a_4$</p>	<p>Прекращение подвода мощности к нагревателю</p>  <p>Регистрация</p> <p>Контроль $\bar{\Theta}_1$</p> <p>$\bar{\Theta}_1 < \bar{\Theta}_{13}$</p> <p>да</p> <p>Расчет ε_1^2 в диапазоне $[\bar{\Theta}_1^*; \bar{\Theta}_1^{**}]$</p> <p>Расчет β_3</p> <p>Расчет a_3</p> <p>$\bar{\Theta}_1 = 0,4$</p> <p>$\bar{\Theta}_1^{**} = 0,2$</p> <p>Из решения задачи Штурма-Лиувилля (3.18) – (3.21)</p> <p>по формуле $a_3 = \beta_3 a_4$</p>

	<p>Двухстадийный метод измерения ТФС блоков РП и ХП</p> <p>Не предусмотрен</p>	<p>Многостадийный метод измерения ТФС плоских РП и ХП</p> <p>Аналогичен 1 этапу первого эксперимента</p>
<p>2-й эксперимент</p> <p>1-й этап</p>	<p>Не предусмотрен</p>	 <p> $\bar{\Theta}_1 = \frac{T_1 - T_c}{T_{1\infty} - T_c}$ $\bar{\Theta}_{13} = 0,2$ $\bar{\Theta}_1^* = 0,4$ $\bar{\Theta}_1^{**} = 0,2$ </p> <p>Из решения задачи Штурма–Лиувилля (3.33) – (3.36) по формуле $a_3 = \beta_3 a_4$</p>

3.6. МЕТРОЛОГИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Результаты измерения ТФС содержат систематические погрешности, которые уменьшаются путем введения поправок. Для определения поправок были измерены ТФС материалов с известными свойствами: полиметилметакрилата ($\lambda_4^д = 0,195$ Вт/(м·К), $a_4^д = 1,06 \cdot 10^{-7}$ м²/с, толщина образцов 10,5 мм) и текстолита ($\lambda_4^д = 0,318$ Вт/(м·К), $a_4^д = 1,21 \cdot 10^{-7}$ м²/с, толщина образцов – 11,1 мм).

Величины поправок в теплопроводность и температуропроводность вычисляются по формулам:

$$P_\lambda = \lambda_4^д - \lambda_4, \quad P_a = a_4^д - a_4,$$

где λ_4 , a_4 – измеренные значения теплопроводности и температуропроводности.

При определении случайных погрешностей использовались вещества из табл. 3.2.

Результаты расчетов относительных погрешностей результатов измерений приведены в табл. 3.3.

Представленные в данной главе разработки использованы при исследованиях ТФС хемосорбентов, применяемых в изолирующих средствах защиты органов дыхания человека.

3.2. Свойства исследуемых веществ при температуре 20 °С

Вещество	ГОСТ	Плотность ρ , кг/м ³	Теплопроводность λ , Вт/(м·К)	Теплоемкость c_p , кДж/(кг·К)	Температуропроводность $a \cdot 10^7$, м ² /с
Оргстекло	15809–70	1180	0,195	1,56	1,06
Текстолит	2910–74	1300	0,318	1,72	1,21
Полистирол	9440–60	1060	0,11	1,39	0,77

3.3. Результаты вычисления относительных погрешностей

Вещество	Случайная относительная погрешность среднего арифметического результатов 15 измерений, %		Случайная относительная погрешность отдельного результата измерения, %	
	δ_{λ_4}	δ_{a_4}	δ_{λ_4}	δ_{a_4}
Оргстекло	2,3	1,9	9,2	7,0
Текстолит	1,5	2,0	5,5	7,6
Полистирол	1,6	2,4	6,1	7,0

Глава 4

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ВТОРОГО РОДА

4.1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НА ОСНОВЕ РЕГУЛЯРНОГО ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ВТОРОГО РОДА

4.1.1. ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Рассмотрим плоскую и цилиндрическую многослойные системы (рис. 2.1), на внешние поверхности которых (при $r = r_n$) воздействует постоянный тепловой поток мощностью q . Используя те же самые допущения, что и в разделе 2.1.1, запишем математическую модель теплопереноса в многослойных системах в виде дифференциального уравнения

$$\frac{\partial T_i(r, \tau)}{\partial \tau} = a_i \frac{1}{r^\Gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^\Gamma \frac{\partial T_i(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad 0 < r < r_n, \quad \tau > 0, \quad (4.1)$$

с начальным условием

$$T_i(r, 0) = T_0 = \text{const}, \quad (4.2)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial r} = 0, \quad (4.3)$$

$$\begin{cases} T_i(r_i - 0, \tau) = T_{i+1}(r_i + 0, \tau), \\ \lambda_i \frac{\partial T_i(r_i - 0, \tau)}{\partial r} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(r_i + 0, \tau)}{\partial r}, \end{cases} \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (4.4)$$

$$\lambda_n \frac{\partial T_n(r_n, \tau)}{\partial r} = q, \quad (4.5)$$

где $\Gamma = 0, 1$ – для плоской и цилиндрической систем соответственно.

Допустим, что теплофизические характеристики n -го слоя многослойной системы известны. Тогда введем следующие переменные:

$$\Theta_i(\bar{r}, \text{Fo}) = \frac{T_i(r, \tau) - T_0}{qr_n/\lambda_n}, \quad \bar{r} = r/r_n, \quad \text{Fo} = \frac{a_n \tau}{r_n^2}$$

и представим краевую задачу (4.1) – (4.5) в безразмерном виде:

$$\frac{\partial \Theta_i(\bar{r}, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}} = \beta_i \frac{1}{\bar{r}^\Gamma} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{\partial \Theta_i(\bar{r}, \text{Fo})}{\partial \bar{r}} \right], \quad 0 \leq \bar{r} \leq 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad (4.6)$$

$$\Theta_i(\bar{r}, 0) = 0, \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial \Theta_1(0, \text{Fo})}{\partial \bar{r}} = 0, \quad (4.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_i\left(\frac{r_i}{r_n} - 0, \text{Fo}\right) = \Theta_{i+1}\left(\frac{r_i}{r_n} + 0, \text{Fo}\right), \\ \lambda_i \left(\frac{\partial \Theta_i\left(\frac{r_i}{r_n} - 0, \text{Fo}\right)}{\partial \bar{r}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{\partial \Theta_{i+1}\left(\frac{r_i}{r_n} + 0, \text{Fo}\right)}{\partial \bar{r}} \right) \end{array} \right. \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \Theta_n(1, \text{Fo})}{\partial \bar{r}} = 1, \quad (4.10)$$

где $\beta_i = \begin{cases} a_1/a_n, & 0 < \bar{r} < r_1/r_n, \\ \dots \\ 1, & r_{n-1}/r_n < \bar{r} < 1. \end{cases}$

Из теории теплопроводности известно, что на стадии регулярного режима второго рода (при $\text{Fo} > \text{Fo}^{***}$, где Fo^{***} соответствует времени наступления в системе регулярного режима второго рода) поле температур $\Theta(\bar{r}, \text{Fo})$ будет автомодельным относительно координаты Fo [134].

При условии $\text{Fo} > \text{Fo}^{***}$ будем искать решение задачи (4.6) – (4.10) в виде

$$\Theta_i^{***}(\bar{r}, \text{Fo}) = A\text{Fo} + F_i(\bar{r}), \quad (4.11)$$

где A – постоянный коэффициент; $F_i(\bar{r})$ – функция, определяющая вид температурного поля в многослойной системе.

Подстановка выражения (4.11) в (4.6) даст уравнение

$$A = \beta_i \frac{1}{\bar{r}^\Gamma} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{\partial F_i(\bar{r})}{\partial \bar{r}} \right], \quad (4.12)$$

интегрирование которого по координате \bar{r} позволяет получить искомую функцию $F_i(\bar{r})$, которая в общем виде может быть записана как

$$F_i(\bar{r}) = f(A, C_1, C_2, \dots, C_n), \quad (4.13)$$

где C_1, C_2, \dots, C_n – постоянные интегрирования, значения которых определяются для каждого из слоев многослойной системы из соответствующих граничных условий.

При условии $Fo < Fo^{***}$ перейдем от температуры $\Theta_i(\bar{r}, Fo)$ к температуре

$$\Theta_{i1}(\bar{r}, Fo) = \Theta_i(\bar{r}, Fo) - \Theta_i^{***}(\bar{r}, 0), \quad (4.14)$$

где $\Theta_i^{***}(\bar{r}, 0) = F_i(\bar{r})$ – известное решение выражения (4.11) задачи (4.6) – (4.10) при $Fo > Fo^{***}$.

С учетом уравнения (4.14) краевая задача теплопроводности (4.6) – (4.10) примет вид

$$\frac{\partial \Theta_{i1}(\bar{r}, Fo)}{\partial Fo} = \beta_i \frac{1}{\bar{r}^\Gamma} \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{\partial \Theta_{i1}(\bar{r}, Fo)}{\partial \bar{r}} \right], \quad 0 \leq \bar{r} \leq 1, \quad Fo > 0, \quad (4.15)$$

$$\Theta_{i1}(\bar{r}, 0) = -\Theta_i^{***}(\bar{r}, 0), \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \Theta_{i1}(0, Fo)}{\partial \bar{r}} = 0, \quad (4.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Theta_{i1} \left(\frac{r_i}{r_n} - 0, Fo \right) = \Theta_{i+11} \left(\frac{r_i}{r_n} + 0, Fo \right), \\ \lambda_i \left(\frac{\partial \Theta_{i1} \left(\frac{r_i}{r_n} - 0, Fo \right)}{\partial \bar{r}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{\partial \Theta_{i+11} \left(\frac{r_i}{r_n} + 0, Fo \right)}{\partial \bar{r}} \right), \end{array} \right. \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \Theta_{i1}(1, Fo)}{\partial \bar{r}} = 0. \quad (4.19)$$

Решение задачи (4.15) – (4.19) будем искать методом разделения переменных в виде произведения двух функций $\Theta_{i1}(\bar{r}, \text{Fo}) = \psi_i(\bar{r})t(\text{Fo})$. Воспользуемся полученным ранее решением (2.15) и запишем выражение для вычисления безразмерной температуры $\Theta_1(\bar{r}, \text{Fo})$ в виде бесконечного ряда Фурье

$$\Theta_{i1}(\bar{r}, \text{Fo}) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \exp(-\varepsilon_k^2 \text{Fo}) \psi_{ik}(\bar{r}), \quad (4.20)$$

где ε_k^2 , $\psi_{ik}(\bar{r})$ – собственные значения и собственные функции задачи Штурма–Лиувилля:

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r}^\Gamma \frac{d\psi_k(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] + \frac{\varepsilon_k^2}{\beta_i} \bar{r}^\Gamma \psi_{ik}(\bar{r}) = 0, \quad (4.21)$$

$$\psi'_{1k}(0) = 0, \quad (4.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{ik} \left(\frac{r_i}{r_n} - 0 \right) = \psi_{i+1k} \left(\frac{r_i}{r_n} + 0 \right), \\ \lambda_i \left(\frac{d\psi_{ik} \left(\frac{r_i}{r_n} - 0 \right)}{d\bar{r}} \right) = \lambda_{i+1} \left(\frac{d\psi_{i+1k} \left(\frac{r_i}{r_n} + 0 \right)}{d\bar{r}} \right), \end{array} \right. \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (4.23)$$

$$\psi'_{ik}(1) = 0. \quad (4.24)$$

Для нахождения коэффициентов B_k воспользуемся начальным условием (4.16).

Получим выражение

$$\Theta_1(\bar{r}, 0) = -\Theta_i^{***}(\bar{r}, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k \psi_{ik}(\bar{r}),$$

представляющее собой разложение начального условия в ряд Фурье по собственным функциям.

Коэффициенты B_k этого разложения находим по формуле

$$B_k = \int_0^1 -\Theta_i^{***}(\xi, 0) \psi_{ik}(\xi) \xi^\Gamma d\xi \bigg/ \int_0^1 \psi_{ik}^2(\xi) \xi^\Gamma d\xi.$$

Окончательное решение задачи (4.15) – (4.19) запишем в виде

$$\Theta_{i1}(\bar{r}, Fo) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\int_0^1 -F(\xi)\psi_{ik}(\xi)\xi^\Gamma d\xi}{\int_0^1 \psi_{ik}^2(\xi)\xi^\Gamma d\xi} \exp(-\varepsilon_k^2 Fo)\psi_{ik}(\bar{r}) . \quad (4.25)$$

С учетом выражения (4.14) получим уравнение, описывающее распределение безразмерной температуры в многослойной системе плоской или цилиндрической форм при воздействии на ее поверхность постоянного теплового потока

$$\Theta_i(\bar{r}, Fo) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\int_0^1 -F(\xi)\psi_{ik}(\xi)\xi^\Gamma d\xi}{\int_0^1 \psi_{ik}^2(\xi)\xi^\Gamma d\xi} \exp(-\varepsilon_k^2 Fo)\psi_{ik}(\bar{r}) + \Theta_i^{***}(\bar{r}, Fo) . \quad (4.26)$$

4.1.2. РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Рассмотрим общий подход получения расчетных зависимостей для нахождения теплофизических свойств исследуемых образцов. В случае исследуемого образца в форме неограниченной пластины толщиной $2R$, нагреваемой с обеих сторон от источника с постоянным тепловым потоком, решение (4.26) примет вид

$$\Theta(\bar{r}, Fo) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\varepsilon_n^2} \exp(-\varepsilon_n^2 Fo) \cos(\varepsilon_n \bar{r}) + Fo + \frac{\bar{r}^2}{2} - \frac{1}{6}, \quad (4.27)$$

где $\varepsilon_n = n\pi$, $n = 1, 2, \dots$

Причем на стадии регулярного режима второго рода, пренебрегая суммой бесконечного ряда (4.27), получим

$$\Theta^{***}(\bar{r}, Fo) \approx Fo + \frac{\bar{r}^2}{2} - \frac{1}{6} .$$

Разность температур, измеренных в двух точках пластины с координатами $r = r_1$ и $r = r_2$, позволит записать выражение вида

$$\frac{T(r_1, \tau) - T_0}{qR/\lambda} - \frac{T(r_2, \tau) - T_0}{qR/\lambda} = \frac{\bar{r}_1^2}{2} - \frac{\bar{r}_2^2}{2},$$

из которого получают расчетную формулу для вычисления теплопроводности

$$\lambda = \frac{1}{2} \frac{q}{R} \frac{r_1^2 - r_2^2}{T(r_1, \tau) - T(r_2, \tau)}. \quad (4.28)$$

Для вычисления температуропроводности используется выражение

$$a = \left(\frac{1}{2} \frac{T(r_1, \tau) - T_0}{T(r_1, \tau) - T(r_2, \tau)} (r_1^2 - r_2^2) - \frac{1}{2} r_1^2 + \frac{1}{6} R^2 \right) / \tau. \quad (4.29)$$

В случае нагрева постоянным тепловым потоком сплошного цилиндра радиусом R на стадии регулярного режима второго рода температурное поле будет описываться выражением [135]

$$\theta(\bar{r}, Fo) - \bar{\theta}(Fo) = 2Fo + 0,5(\bar{r})^2 - 0,25, \quad (4.30)$$

где $\bar{\theta}(Fo) = \int_0^1 \theta(\bar{r}, Fo) \bar{r} d\bar{r} / \int_0^1 \bar{r} d\bar{r}$.

Из последнего выражения видно, что для вычисления теплопроводности материала цилиндра может применяться формула (4.28).

Выражение для расчета объемной теплоемкости материала цилиндра может быть получено из уравнения теплового баланса в виде

$$c\rho = 2q / (kR), \quad (4.31)$$

где $k = \partial T / \partial \tau$ – скорость изменения температуры в любой точке цилиндрического образца.

Как видно из приведенных расчетных выражений, для вычисления ТФС исследуемых образцов необходимо измерять мощность q тепловых потоков, воздействующих на внешние поверхности образцов. Для измерения мощности тепловых потоков можно использовать тепломёры или вычислять мощность теплового потока по известному напряжению, подводимому к нагревателю с известным сопротивлением. В последнем случае в конструкциях измерительных ячеек необходимо предусмотреть выполнение условия: мощность, выделяемая на нагревателе, полностью расходуется на нагрев образца. Для выполнения этого условия нагреватель необходимо расположить между идентичными исследуемыми образцами, что приводит к необходимости разработки симметричных многослойных систем, подобных рассмотренным в главе 2. Рассмотрим метод измерения ТФС плоских образцов исследуемого материала на стадии регулярного режима второго рода, в основу которого положены теоретические закономерности, рассмотренные в настоящем разделе.

4.2. МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПЛОСКОГО СЛОЯ ГЕТЕРОГЕНННОГО МАТЕРИАЛА НА СТАДИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ВТОРОГО РОДА

4.2.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА

Физическая модель измерительного устройства, предназначенного для реализации метода измерения ТФС образцов плоских пористых материалов или насыпного слоя сыпучих веществ, представляет собой плоскую трехслойную систему (рис. 4.1).

Слои 1 и 3 системы образованы идентичными по свойствам и размерам плоскими исследуемыми образцами, между которыми расположен слой 2. Этот слой состоит из двух тонких металлических пластин, между которыми помещают нагреватель и термометр сопротивления, выполненные из манганиновой и медной проволоки, навитых по спирали Архимеда. Такая конструкция слоя 2 позволяет сделать допущение о том, что мощность, выделяемая на нагревателе, будет равномерно распределена по всему объему слоя, а термометр сопротивления, выполненный из медной проволоки, позволяет измерять среднеинтегральную температуру второго слоя. На внешних поверхностях исследуемых образцов заданы тепловые потоки q_1 и q_3 .

Тепловые потоки q_1 и q_3 создаются нагревательными элементами 4 и 5, расположенными на внешних плоскостях исследуемых образцов, при $x=0$ и $x=l_3$ (рис. 4.2) и имеющими такую же конструкцию, что и слой 2. Тепловые потоки с противоположных поверхностей каждого нагревательного элемента 4 и 5 одинаковы в силу симметричности измерительной системы.

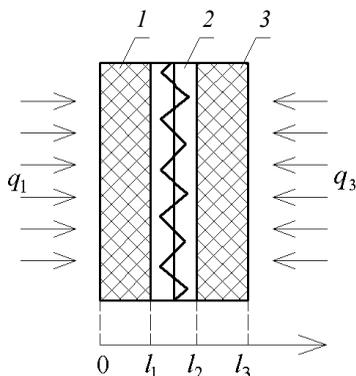


Рис. 4.1. Физическая модель измерительного устройства

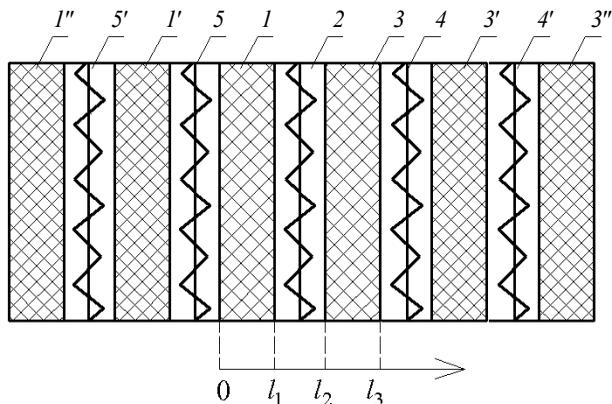


Рис. 4.2. Многослойная симметричная система

Для создания симметричной системы дополнительно используют идентичные образцы $1'$, $1''$, $3'$, $3''$, изготовленные из исследуемого материала, а также нагревательные элементы $4'$, $5'$.

Величина теплового потока может быть вычислена по формуле

$$q_i = 0,5 \frac{U_i^2}{R_i S_i}, \quad i = \overline{1, 3}, \quad (4.32)$$

где U_i – напряжение, подводимое к нагревателю; R_i , S_i – сопротивление и площадь нагревателя соответственно.

Математическая модель, описывающая температурное поле в многослойной системе, была сформулирована при следующих допущениях: теплоперенос излучением в исследуемых образцах отсутствует; температурное поле внутри системы считается одномерным; термические сопротивления на границах контакта слоев отсутствуют; на внешних границах исследуемых образцов заданы постоянные тепловые потоки; в ходе эксперимента температура слоев системы изменяется незначительно, поэтому теплофизические свойства слоев постоянны.

С учетом допущений математическая модель получена в виде дифференциального уравнения [135]

$$\frac{\partial T_i(x, \tau)}{\partial \tau} = a_i \frac{\partial^2 T_i(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{W_i}{c_i \rho_i},$$

$$0 < x < l_3, \quad \tau > 0, \quad i = \overline{1, 3}, \quad (4.33)$$

с начальным условием

$$T_i(x, 0) = T_0 = \text{const}, \quad (4.34)$$

граничными условиями

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial x} = q_1, \quad (4.35)$$

$$\begin{cases} T_i(l_i - 0, \tau) = T_{i+1}(l_{i+1} + 0, \tau), \\ \lambda_i \frac{\partial T_i(l_i - 0, \tau)}{\partial x} = \lambda_{i+1} \frac{\partial T_{i+1}(l_{i+1} + 0, \tau)}{\partial x}, \quad i = 1, 2, \end{cases} \quad (4.36)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial T_3(l_3, \tau)}{\partial x} = q_3, \quad (4.37)$$

$$\text{где } a_i = \begin{cases} a_1 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ a_2 & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ a_3 & \text{при } l_2 < x < l_3; \end{cases} \quad c_i \rho_i = \begin{cases} c_1 \rho_1 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ c_2 \rho_2 & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ c_3 \rho_3 & \text{при } l_2 < x < l_3, \end{cases}$$

$$W_i = \begin{cases} W_1 = 0 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ W_2 & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ W_3 = 0 & \text{при } l_2 < x < l_3; \end{cases}$$

$a_i, \lambda_i, c_i \rho_i$ – температуропроводность, теплопроводность, объемная теплоемкость i -го слоя системы соответственно; T_0 – начальная температура; W_i – мощность внутренних источников теплоты i -го слоя системы, причем $W_1 = W_3 = 0$, а W_2 определяется из выражения

$$W_2 = \frac{U_2^2}{R_2 V_2}, \quad (4.38)$$

V_2 – объем слоя 2.

В безразмерных переменных задача (4.33) – (4.37) примет вид

$$\frac{\partial \Theta_i(\bar{x}, \text{Fo})}{\partial \text{Fo}} = \beta_i \frac{\partial^2 \Theta_i(\bar{x}, \text{Fo})}{\partial \bar{x}^2} + \bar{W}_i, \quad 0 < \bar{x} < 1, \quad \text{Fo} > 0, \quad (4.39)$$

с начальным условием

$$\Theta_i(\bar{x}, 0) = 0, \quad (4.40)$$

граничными условиями

$$\frac{\partial \Theta_1(0, Fo)}{\partial \bar{x}} = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad (4.41)$$

$$\Theta_i\left(\frac{l_i}{l_3} - 0, Fo\right) = \Theta_{i+1}\left(\frac{l_i}{l_3} + 0, Fo\right), \quad (4.42)$$

$$\lambda_i \frac{\partial \Theta_i\left(\frac{l_i}{l_3} - 0, Fo\right)}{\partial \bar{x}} = \lambda_{i+1} \frac{\partial \Theta_{i+1}\left(\frac{l_i}{l_3} + 0, Fo\right)}{\partial \bar{x}}, \quad i = 1, 2, \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial \Theta_3(1, Fo)}{\partial \bar{x}} = \frac{q_3 \lambda_2}{q_1 \lambda_3}, \quad (4.44)$$

где $\beta_i = a_i / a_2$ – безразмерный параметр; $\bar{W}_i = W_i l_3 / q_1$ – безразмерная объемная мощность внутренних источников теплоты;

$\Theta_i(\bar{x}, Fo) = \frac{T_i(x, \tau) - T_0}{q_1 l_3 / \lambda_2}$ – безразмерная температура; $\bar{x} = x / l_3$ – безраз-

мерная пространственная координата; $Fo = \frac{a_2 \tau}{l_3^2}$ – число Фурье; x, τ –

пространственная координата и время соответственно.

На стадии регулярного режима второго рода будем искать решение задачи (4.39) – (4.44) в виде

$$\Theta_i(\bar{x}, Fo) = A Fo + F_i(\bar{x}), \quad (4.45)$$

где A – постоянный коэффициент; $F_i(\bar{x})$ – функции, определяемые по следующим выражениям

$$F_i(\bar{x}) = \begin{cases} A \frac{a_2}{a_1} \frac{\bar{x}^2}{2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \bar{x} + C_1 & \text{при } 0 < x < l_1, \\ \left(A - \bar{W}_2\right) \frac{\bar{x}^2}{2} + C_{21} \bar{x} + C_{22} & \text{при } l_1 < x < l_2, \\ A \frac{a_2}{a_3} \frac{\bar{x}^2}{2} - \left(-\frac{q_3 \lambda_2}{q_1 \lambda_3} + A \frac{a_2}{a_3}\right) \bar{x} + C_3 & \text{при } l_2 < x < l_3. \end{cases} \quad (4.46)$$

Константы A , C_1 , C_{21} , C_{22} , C_3 определяются из четырех уравнений, составляющих граничные условия (4.41) – (4.44), а также из уравнения теплового баланса, записанного для многослойной системы в виде

$$\begin{aligned} \tau(q_1 + q_3 + W_2(l_2 - l_1)) &= \frac{c_1 \rho_1 l_1 l_3 q_1 \bar{\Theta}_1}{\lambda_2} + \frac{c_2 \rho_2 (l_2 - l_1) l_3 q_1 \bar{\Theta}_2}{\lambda_2} + \\ &+ \frac{c_3 \rho_3 (l_3 - l_2) l_3 q_1 \bar{\Theta}_3}{\lambda_2}, \end{aligned}$$

где $\bar{\Theta}_1$, $\bar{\Theta}_2$, $\bar{\Theta}_3$ – безразмерные среднеинтегральные температуры 1 – 3 слоев системы, определяемые по формулам

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_1 &= \int_0^{l_1/l_3} \Theta_1(\bar{x}, Fo) d\bar{x} \Big/ \int_0^{l_1/l_3} d\bar{x}, \\ \bar{\Theta}_2 &= \int_{l_1/l_3}^{l_2/l_3} \Theta_2(\bar{x}, Fo) d\bar{x} \Big/ \int_{l_1/l_3}^{l_2/l_3} d\bar{x}, \\ \bar{\Theta}_3 &= \int_{l_2/l_3}^1 \Theta_3(\bar{x}, Fo) d\bar{x} \Big/ \int_{l_2/l_3}^1 d\bar{x}. \end{aligned}$$

С учетом приведенных выше уравнений и граничных условий (4.41) – (4.44) получены выражения для расчета констант A , C_1 , C_{21} , C_{22} , C_3 :

$$A = \frac{1 + \bar{W}_2(l_2/l_3 - l_1/l_3) + \frac{q_3}{q_1}}{\frac{c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2} (l_1/l_3) - l_1/l_3 - \frac{c_3 \rho_3}{c_2 \rho_2} (l_2/l_3) + \frac{c_3 \rho_3}{c_2 \rho_2} + l_2/l_3}, \quad (4.47)$$

$$C_1 = \Pi_8 + C_{22},$$

$$C_{21} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left(A \frac{a_2}{a_1} \frac{l_1}{l_3} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) - (A - \bar{W}_2) \frac{l_1}{l_3},$$

$$C_{22} = - \frac{\Pi_1 \Pi_5 + \Pi_1 \Pi_8 + \Pi_2 \Pi_6 + \Pi_3 \Pi_7 + \Pi_3 \Pi_9}{\Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3},$$

$$C_3 = \Pi_9 + C_{22},$$

где $\Pi_1 = c_1 \rho_1 l_1 q_1$, $\Pi_2 = c_2 \rho_2 (l_2 - l_1) q_1$, $\Pi_3 = c_3 \rho_3 (l_3 - l_2) q_1$,

$$\Pi_5 = \frac{1}{6} A \frac{a_2}{a_1} \left(\frac{l_1}{l_3} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{l_1}{l_3},$$

$$\begin{aligned} \Pi_6 &= \frac{1}{6} (A - \bar{W}_2) \left(\frac{(l_2/l_3)^3 - (l_1/l_3)^3}{l_2/l_3 - l_1/l_3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{(l_2/l_3)^2 - (l_1/l_3)^2}{l_2/l_3 - l_1/l_3} \right) \times \\ &\times \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left(A \frac{a_2}{a_1} \frac{l_1}{l_3} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) - (A - \bar{W}_2) \frac{l_1}{l_3} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Pi_7 &= \frac{1}{6} A \frac{a_2}{a_3} \left(\frac{1 - (l_2/l_3)^3}{1 - l_2/l_3} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1 - (l_2/l_3)^2}{1 - l_2/l_3} \right) \left(-\frac{q_3 \lambda_2}{q_1 \lambda_3} + A \frac{a_2}{a_3} \right), \\
\Pi_8 &= \frac{1}{2} (A - \bar{W}_2) \left(\frac{l_1}{l_3} \right)^2 + \frac{l_1}{l_3} \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left(A \frac{a_2 l_1}{a_1 l_3} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) - (A - \bar{W}_2) \frac{l_1}{l_3} \right] - \\
&\quad - \frac{1}{2} A \frac{a_2}{a_1} \left(\frac{l_1}{l_3} \right)^2 + \frac{\lambda_2 l_1}{\lambda_1 l_3}, \\
\Pi_9 &= \frac{1}{2} (A - \bar{W}_2) \left(\frac{l_2}{l_3} \right)^2 + \frac{l_2}{l_3} \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left(A \frac{a_2 l_1}{a_1 l_3} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) - (A - \bar{W}_2) \frac{l_1}{l_3} \right] - \\
&\quad - \frac{1}{2} A \frac{a_2}{a_3} \left(\frac{l_2}{l_3} \right)^2 + \left(-\frac{q_3 \lambda_2}{q_1 \lambda_3} + A \frac{a_2}{a_3} \right) \frac{l_2}{l_3}.
\end{aligned}$$

Учитывая, что теплофизические свойства первого и третьего слоев системы равны, обозначим $c_1 \rho_1 = c_3 \rho_3 = c_x \rho_x$ и из выражения (4.47) получим выражение для расчета объемной теплоемкости исследуемых образцов:

$$c_x \rho_x = c_2 \rho_2 \frac{1 + \frac{W_2}{q_1} (l_2 - l_1) + \frac{q_3}{q_1}}{A + l_1/l_3 - l_2/l_3} \quad (4.48)$$

Расчетная формула для вычисления теплопроводности получена следующим образом. С учетом равенства теплопроводностей первого и третьего слоев обозначим $\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_x$. Из выражения для безразмерной среднеинтегральной температуры второго слоя

$$\bar{\Theta}_2 = \frac{\int_{l_1/l_3}^{l_2/l_3} \Theta_2(\bar{x}, Fo) d\bar{x}}{\int_{l_1/l_3}^{l_2/l_3} d\bar{x}}$$

выразим λ_x с учетом известных выражений для констант C_{21} , C_{22} и безразмерной температуры $\Theta_2(\bar{x}, Fo)$. Получим следующую расчетную формулу:

$$\lambda_x = -\frac{K_1 + K_2}{\chi + K_3 + K_4 + K_5}, \quad (4.49)$$

где $K_1 = c_x \rho_x l_1 q_1 \left[-\frac{1}{3} A \frac{\lambda_2 c_x \rho_x}{c_2 \rho_2} \left(\frac{l_1}{l_3} \right)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 \frac{l_1}{l_3} \right]$,

$$\begin{aligned}
K_2 &= \left[\frac{1}{6} A \frac{\lambda_2 c_x \rho_x}{c_2 \rho_2} \left(\frac{1 - (l_2/l_3)^3}{1 - l_2/l_3} \right) + \frac{1}{2} \lambda_2 \left(\frac{1 - (l_2/l_3)^2}{1 - l_2/l_3} \right) \left(\frac{q_3}{q_1} - A \frac{c_x \rho_x}{c_2 \rho_2} \right) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} A \frac{\lambda_2 c_x \rho_x}{c_2 \rho_2} \left(\frac{l_2}{l_3} \right)^2 - \frac{q_3}{q_1} \frac{l_2}{l_3} \lambda_2 + A \frac{l_2}{l_3} \frac{\lambda_2 c_x \rho_x}{c_2 \rho_2} \right] c_x \rho_x (l_3 - l_2) q_1, \\
\chi &= \left\{ \bar{\Theta}_2 - A Fo - \frac{1}{6} (A - \bar{W}_2) \left(\frac{(l_2/l_3)^3 - (l_1/l_3)^3}{l_2/l_3 - l_1/l_3} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{(l_2/l_3)^2 - (l_1/l_3)^2}{l_2/l_3 - l_1/l_3} \right) \right\} \times \\
&\times \left[A \frac{c_x \rho_x}{c_2 \rho_2} \frac{l_1}{l_3} - 1 - (A - \bar{W}_2) \frac{l_1}{l_3} \right] \left\{ [c_x \rho_x l_1 q_1 + c_2 \rho_2 (l_2 - l_1) q_1 + c_x \rho_x (l_3 - l_2) q_1] \right\}, \\
K_3 &= \Pi_2 \Pi_6, \\
K_4 &= c_x \rho_x l_1 q_1 \left[\frac{1}{2} (A - \bar{W}_2) \left(\frac{l_1}{l_3} \right)^2 + A \left(\frac{l_1}{l_3} \right) \frac{c_x \rho_x}{c_2 \rho_2} - \frac{l_1}{l_3} - (A - \bar{W}_2) \left(\frac{l_1}{l_3} \right)^2 \right], \\
K_5 &= c_x \rho_x (l_3 - l_2) q_1 \left[\frac{1}{2} (A - \bar{W}_2) \left(\frac{l_2}{l_3} \right)^2 + A \frac{l_1 l_2}{l_3^2} \frac{c_x \rho_x}{c_2 \rho_2} - \frac{l_2}{l_3} - (A - \bar{W}_2) \frac{l_1 l_2}{l_3^2} \right].
\end{aligned}$$

Метод измерения теплофизических свойств заключается в следующем.

1. Два идентичных по свойствам и размерам исследуемых образца помещают в измерительное устройство и выдерживают в нем некоторое время до достижения в системе постоянной температуры T_0 .

2. После достижения постоянства температур в исследуемых образцах на их внешние поверхности воздействуют постоянными тепловыми потоками q_1 и q_3 , а также подводят постоянное напряжение на нагреватель, расположенный во втором слое системы, в результате чего в этом слое действуют постоянные источники теплоты с объемной плотностью W_2 .

Возможны два варианта проведения эксперимента [136]. В первом случае задают равные тепловые потоки $q_1 = q_3$ и ненулевую мощность внутренних источников теплоты второго слоя $W_2 \neq 0$ (рис. 4.3). Во втором случае задают равные тепловые потоки $q_1 = q_3$ и нулевую мощность внутренних источников теплоты второго слоя $W_2 = 0$ (рис. 4.4).

3. В ходе эксперимента измеряют среднеинтегральную температуру $\bar{T}_2(\tau)$ второго слоя системы, тепловые потоки q_1 и q_3 (путем измерения напряжения, подводимого к соответствующим нагревательным элементам), время от начала эксперимента τ .

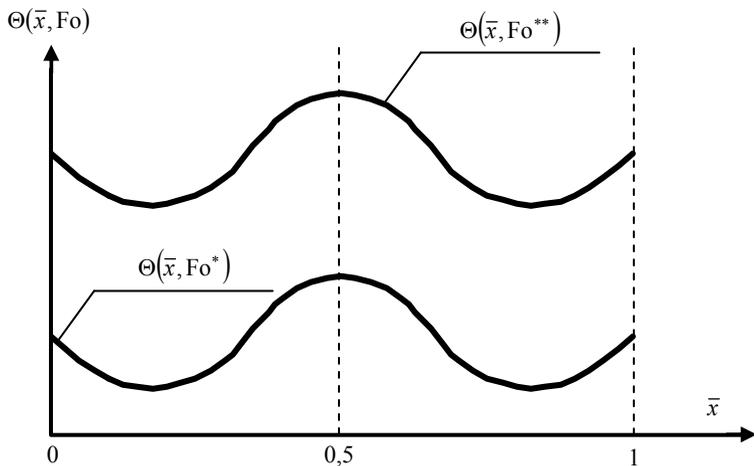


Рис. 4.3. Зависимости безразмерной температуры $\Theta(\bar{x}, Fo)$ от координаты \bar{x} для варианта проведения эксперимента $q_1 = q_3$, $W_2 \neq 0$

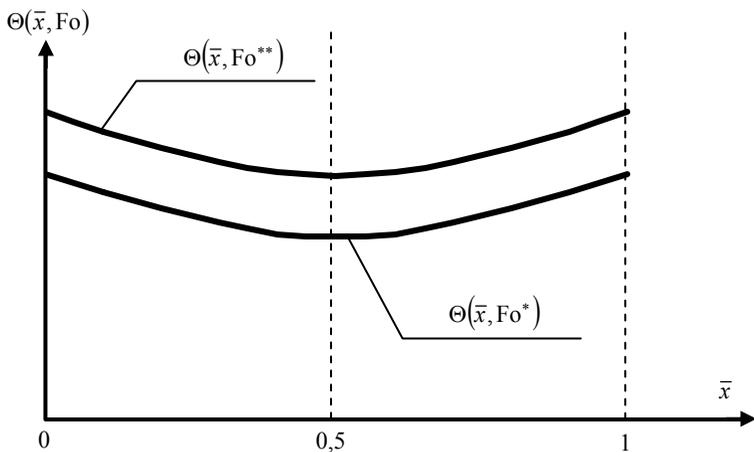


Рис. 4.4. Зависимости безразмерной температуры $\Theta(\bar{x}, Fo)$ от координаты \bar{x} для варианта проведения эксперимента $q_1 = q_3$, $W_2 = 0$

4. По полученным экспериментальным данным, известным геометрическим размерам слоев системы, известным теплофизическим свойствам второго слоя вычисляют число Фурье $Fo = \frac{a_2 \tau}{l_3^2}$ и

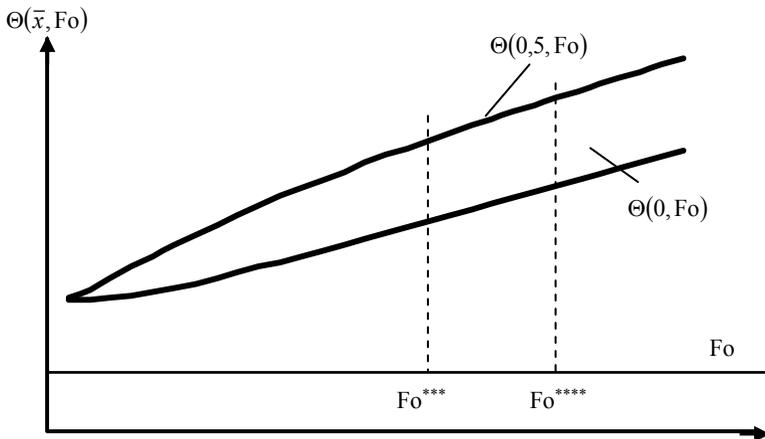


Рис. 4.5. Кривые зависимости безразмерной температуры $\Theta(\bar{x}, Fo)$ от числа Fo

безразмерную среднеинтегральную температуру второго слоя

$$\bar{\Theta}_2(Fo) = \frac{\bar{T}_2(\tau) - T_0}{q_1 l_3 / \lambda_2}.$$

5. После достижения регулярного режима второго рода вычисляют значение константы A по значениям $\bar{\Theta}_2$, измеренным в моменты времени Fo^{***} и Fo^{****} (рис. 4.5):

$$A = \frac{\bar{\Theta}_2(Fo^{****}) - \bar{\Theta}_2(Fo^{***})}{Fo^{****} - Fo^{***}}.$$

6. По формулам (4.48) и (4.49) вычисляют объемную теплоемкость и теплопроводность исследуемых образцов.

4.2.2. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Для оценки погрешности измерения объемной теплоемкости введем обозначения:

$$F_1 = \frac{1}{A} + \frac{W_2}{q_1 A} (l_2 - l_1) + \frac{q_3}{q_1} \frac{1}{A} + \frac{l_1}{l_3} - \frac{l_2}{l_3},$$

$$F_2 = 1 + \frac{l_1}{l_3} - \frac{l_2}{l_3},$$

и прологарифмируем, а затем продифференцируем выражение (4.48)

$$\frac{dc_x \rho_x}{c_x \rho_x} = \frac{dc_2 \rho_2}{c_2 \rho_2} + \frac{dF_1}{F_1} - \frac{dF_2}{F_2}, \quad (4.50)$$

$$\text{где } dF_1 = \frac{\partial F_1}{\partial A} dA + \frac{\partial F_1}{\partial W_2} dW_2 + \frac{\partial F_1}{\partial q_1} dq_1 + \frac{\partial F_1}{\partial q_3} dq_3 + \frac{\partial F_1}{\partial l_1} dl_1 + \frac{\partial F_1}{\partial l_2} dl_2 + \frac{\partial F_1}{\partial l_3} dl_3, \\ dF_2 = \frac{\partial F_2}{\partial l_1} dl_1 + \frac{\partial F_2}{\partial l_2} dl_2 + \frac{\partial F_2}{\partial l_3} dl_3.$$

В выражении (4.50) заменим дифференциалы на конечные разности, а знаки «-» на «+». Получим предельную оценку погрешности определения объемной теплоемкости

$$\left(\frac{\Delta c_x \rho_x}{c_x \rho_x} \right)_{\text{np}} = \frac{\Delta c_2 \rho_2}{c_2 \rho_2} + \frac{1}{F_2} \left\{ \frac{\partial F_2}{\partial l_1} \Delta l_1 + \frac{\partial F_2}{\partial l_2} \Delta l_2 + \frac{\partial F_2}{\partial l_3} \Delta l_3 \right\} + \\ + \frac{1}{F_1} \left\{ \frac{\partial F_1}{\partial A} \Delta A + \frac{\partial F_1}{\partial W_2} \Delta W_2 + \frac{\partial F_1}{\partial q_1} \Delta q_1 + \frac{\partial F_1}{\partial q_3} \Delta q_3 + \frac{\partial F_1}{\partial l_1} \Delta l_1 + \frac{\partial F_1}{\partial l_2} \Delta l_2 + \frac{\partial F_1}{\partial l_3} \Delta l_3 \right\}.$$

При условии равенства абсолютных погрешностей измерения геометрических размеров ($\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_3 = \Delta l$) и определения тепловых потоков ($\Delta q_1 = \Delta q_3 = \Delta q$) получим выражение для вычисления среднеквадратичной погрешности определения объемной теплоемкости

$$\left(\frac{\Delta c_x \rho_x}{c_x \rho_x} \right)_{\text{ск}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta c_2 \rho_2}{c_2 \rho_2} \right)^2 + \frac{1}{F_1^2} E_1 + \frac{1}{F_2^2} E_2}, \quad (4.51)$$

$$\text{где } E_1 = \left[\frac{\partial F_1}{\partial A} \Delta A \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial W_2} \Delta W_2 \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial q_1} \Delta q \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial q_3} \Delta q \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial l_1} \Delta l \right]^2 + \\ + \left[\frac{\partial F_1}{\partial l_2} \Delta l \right]^2 + \left[\frac{\partial F_1}{\partial l_3} \Delta l \right]^2, \quad E_2 = \left[\frac{\partial F_2}{\partial l_1} \Delta l \right]^2 + \left[\frac{\partial F_2}{\partial l_2} \Delta l \right]^2 + \left[\frac{\partial F_2}{\partial l_3} \Delta l \right]^2, \quad \frac{\partial F_1}{\partial A} = \\ = - \left[1 + \frac{W_2}{q_1} (l_2 - l_1) + \frac{q_3}{q_1} \right] \frac{1}{A^2}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial W_2} = - \frac{l_2 - l_1}{q_1 A}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial q_1} = - \left[\frac{W_2}{A} (l_2 - l_1) + \frac{q_3}{A} \right] \frac{1}{q_1^2}, \\ \frac{\partial F_1}{\partial q_3} = \frac{1}{q_1 A}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial l_1} = \frac{1}{l_3} - \frac{W_2}{q_1 A}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial l_2} = \frac{W_2}{q_1 A} - \frac{1}{l_3}, \quad \frac{\partial F_1}{\partial l_3} = - [l_1 - l_2] \frac{1}{l_3^2}, \\ \frac{\partial F_2}{\partial l_1} = \frac{1}{l_3}, \quad \frac{\partial F_2}{\partial l_2} = - \frac{1}{l_3}, \quad \frac{\partial F_2}{\partial l_3} = - [l_1 - l_2] \frac{1}{l_3^2}.$$

Удельные тепловые потоки q_1 и q_3 в эксперименте определяются как косвенные величины по формуле

$$q_i = 0,5 \frac{4U_i^2}{R_i \pi D_i^2}, \quad i = 1, 3, \quad (4.52)$$

где U_i , R_i , D_i – напряжение, подводимое к нагревателю, сопротивление и диаметр нагревательного элемента соответственно.

Допустим, что $U_1 = U_3 = U$, $R_1 = R_3 = R$, $D_1 = D_3 = D$, тогда $q_1 = q_3 = q$ и среднеквадратичную погрешность определения теплового потока можно вычислить по формуле

$$\left(\frac{\Delta q}{q}\right)_{\text{СК}} = \sqrt{4\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2}. \quad (4.53)$$

При определении мощности внутренних источников теплоты второго слоя используется формула

$$W_2 = \frac{U_2^2}{R_2 V_2}.$$

При условии $U_2 = U$, $R_2 = R$, $D_2 = D$ среднеквадратичную погрешность определения мощности внутренних источников теплоты вычисляют по формуле

$$\left(\frac{\Delta W_2}{W_2}\right)_{\text{СК}} = \sqrt{4\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + 2\left(\frac{\Delta l}{l_2 - l_1}\right)^2}. \quad (4.54)$$

Применяя традиционные подходы теории погрешностей измерений к расчетной зависимости

$$A = \frac{l_3 c_2 \rho_2}{q_1} \frac{T_2}{\tau} \frac{-T_2}{-\tau},$$

получим выражение для вычисления среднеквадратичной погрешности определения параметра A

$$\left(\frac{\Delta A}{A}\right)_{\text{СК}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l_3}\right)^2 + \left(\frac{\Delta c_2 \rho_2}{c_2 \rho_2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta q}{q}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T_2 - T_2}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta \tau}{\tau - \tau}\right)^2}, \quad (4.55)$$

где ΔT , $\Delta \tau$ – абсолютные погрешности определения температуры и времени соответственно.

Полученные формулы (4.51) – (4.55) можно применить для оценки погрешности определения объемной теплоемкости и определения рациональных режимных параметров проведения эксперимента и конструкционных размеров измерительной ячейки [137, 138].

В целях получения расчетной зависимости для оценки погрешности определения теплопроводности исследуемого материала прологарифмируем, а затем продифференцируем выражение (4.49) с учетом обозначений

$$F_3 = -(K_1 + K_2), \quad F_4 = \chi + K_3 + K_4 + K_5.$$

Получим

$$\frac{d\lambda_x}{\lambda_x} = \frac{dF_3}{F_3} - \frac{dF_4}{F_4}.$$

Пропуская промежуточные преобразования, запишем выражение для вычисления среднеквадратичной погрешности определения теплопроводности [137, 138]

$$\left(\frac{\Delta\lambda_x}{\lambda_x} \right)_{\text{ск}} = \sqrt{\frac{1}{F_3^2} E_3 + \frac{1}{F_4^2} E_4}, \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} \text{где } E_3 = & \left(\frac{\partial F_3}{\partial c_x \rho_x} \Delta c_x \rho_x \right)^2 + \left(\frac{\partial F_3}{\partial q_i} \Delta q_i \right)^2 + \left(\frac{\partial F_3}{\partial l_j} \Delta l_j \right)^2 + \left(\frac{\partial F_3}{\partial c_2 \rho_2} \Delta c_2 \rho_2 \right)^2 + \\ & + \left(\frac{\partial F_3}{\partial \lambda_2} \Delta \lambda_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial F_3}{\partial A} \Delta A \right)^2, \quad E_4 = \left(\frac{\partial F_4}{\partial c_x \rho_x} \Delta c_x \rho_x \right)^2 + \left(\frac{\partial F_4}{\partial c_2 \rho_2} \Delta c_2 \rho_2 \right)^2 + \\ & + \left(\frac{\partial F_4}{\partial q_i} \Delta q_i \right)^2 + \left(\frac{\partial F_4}{\partial W_2} \Delta W_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial F_4}{\partial l_j} \Delta l_j \right)^2 + \left(\frac{\partial F_4}{\partial \lambda_2} \Delta \lambda_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial F_4}{\partial A} \Delta A \right)^2 + \\ & + \left(\frac{\partial F_4}{\partial \bar{\Theta}_2} \Delta \bar{\Theta}_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial F_4}{\partial F_0} \Delta F_0 \right)^2, \quad i = 1, 3, \quad j = \bar{1}, \bar{3}. \end{aligned}$$

Формулы для вычисления соответствующих частных производных получают с помощью программы MatLab.

4.2.3. ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И КОНСТРУКЦИОННЫХ РАЗМЕРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЯЧЕЙКИ

Для автоматизации теплофизического эксперимента, в частности при компьютерной обработке экспериментальных данных, необходима информация о времени наступления в многослойной системе регуляр-

ного режима второго рода, на которое существенное влияние оказывают геометрические размеры (толщина) и свойства слоев измерительной ячейки. Определим вначале момент достижения регулярного режима второго рода в центре неограниченной пластины, толщина которой равна толщине трехслойной системы. Решение задачи нагрева неограниченной пластины постоянным тепловым потоком хорошо известно (например, приведено А. В. Лыковым в работе [24]) и имеет вид выражения (4.27)

$$\Theta_{\text{пл}}(\bar{r}, \text{Fo}_{\text{пл}}) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\varepsilon_n^2} \exp(-\varepsilon_n^2 \text{Fo}_{\text{пл}}) \cos(\varepsilon_n \bar{r}) + \text{Fo}_{\text{пл}} + \frac{\bar{r}^2}{2} - \frac{1}{6},$$

где $\varepsilon_n = n\pi$, $n = 1, 2, \dots$

Если в приведенном решении пренебречь суммой бесконечного ряда, то погрешность определения безразмерной температуры составит

$$\delta\Theta_{\text{пл}}(\text{Fo}_{\text{пл}}) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\varepsilon_n^2} \exp(-\varepsilon_n^2 \text{Fo}_{\text{пл}}) \cos(\varepsilon_n \bar{r})}{\text{Fo}_{\text{пл}} + \frac{\bar{r}^2}{2} - \frac{1}{6}}.$$

Будем считать, что для центра пластины регулярный режим второго рода наступит при некотором значении $\text{Fo}_{\text{пл}}^{***}$, для которого выполняется условие $\delta\Theta_{\text{пл}}^{***}(\text{Fo}_{\text{пл}}^{***}) < 1\%$.

Как видно из рис. 4.6, при $\text{Fo}_{\text{пл}} > 0,45$ в центре неограниченной пластины температурное поле с погрешностью не выше 1% описывается выражением $\Theta_{\text{пл}}(0, \text{Fo}_{\text{пл}}) = \text{Fo}_{\text{пл}} - \frac{1}{6}$, т.е. суммой бесконечного ряда можно пренебречь.

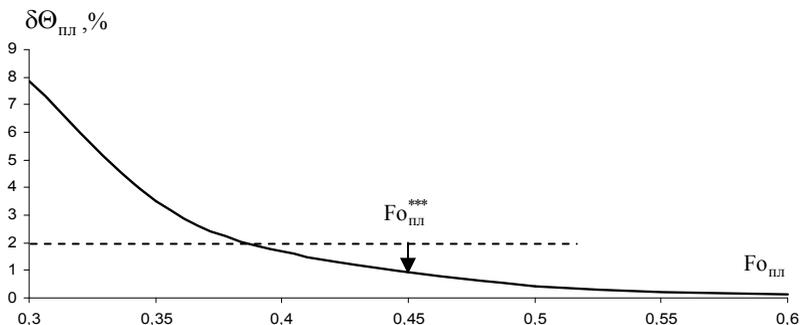


Рис. 4.6. Зависимость $\delta\Theta(\text{Fo})$ для центра пластины

Для пластины, толщина которой равна толщине трехслойной системы, время наступления регулярного режима второго рода определяется по выражению

$$\tau_{\text{пл}}^{***} = \frac{0,45}{a_{\text{пл}}} \left(\frac{l_3}{2} \right)^2. \quad (4.57)$$

В случае многослойной плоской системы, при изготовлении слоя 2 из высокотеплопроводного материала (металла) время наступления регулярного режима незначительно изменится. Например, сравнение температурных кривых, полученных по результатам моделирования в системе FemLab теплопереноса в трехслойной системе (рис. 4.7, а) и в пластине (рис. 4.7, б), позволяет сделать вывод о незначительном (не более 1...3%) отличии температур, вычисленных в одни и те же моменты времени.

Поэтому, допустив, что $\tau^{***} \approx \tau_{\text{пл}}^{***}$, где τ^{***} – время наступления в центре трехслойной системы регулярного режима второго рода, а $\tau_{\text{пл}}^{***}$ определяется по формуле (4.57) при $Fo_{\text{пл}}^{***} = 0,5$ (рис. 4.8), можно вычислить число Fo^{***} , характеризующее безразмерное время достижения в центре трехслойной системы регулярного режима второго рода

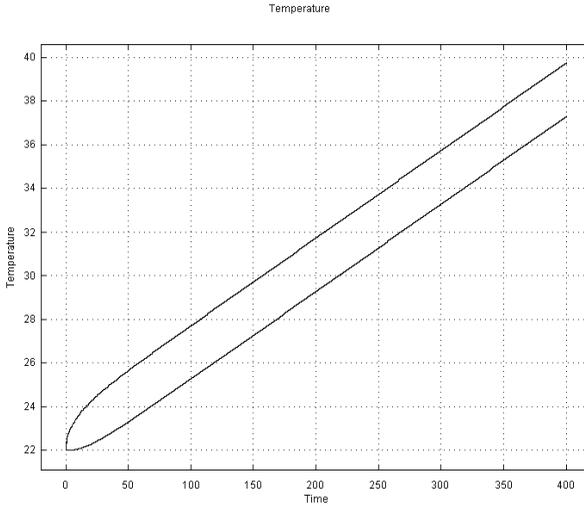
$$Fo^{***} = \frac{a_2 \tau_{\text{пл}}^{***}}{l_3^2}. \quad (4.58)$$

Таким образом, при определении параметра Fo^{***} , определяющего момент времени достижения в центре системы регулярного режима второго рода, необходимо воспользоваться следующим алгоритмом:

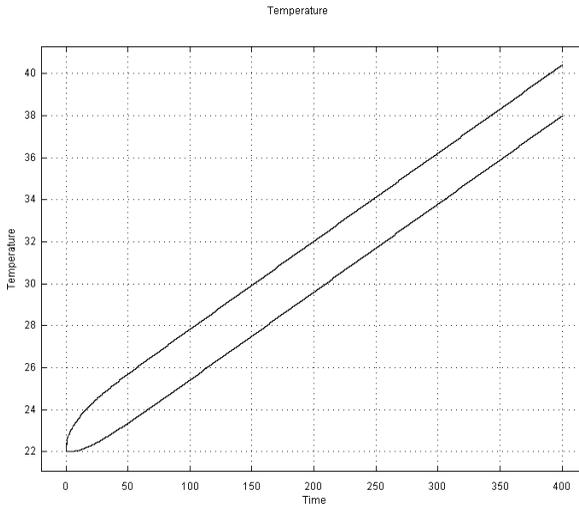
1) в зависимости от толщины исследуемых образцов определяют половину толщины $l_3/2$ трехслойной измерительной ячейки;

2) по формуле (4.57) определяют время $\tau_{\text{пл}}^{***}$ достижения регулярного режима второго рода в центре однородной пластины толщиной l_3 , причем в качестве $a_{\text{пл}}$ в расчетах используют теплопроводность материала (полиметилметакрилата), свойства которого близки к свойствам исследуемого вещества;

3) момент времени Fo^{***} достижения в центре трехслойной системы регулярного режима второго рода определяют по формуле (4.58).



a)



б)

Рис. 4.7. Зависимости температур в центре и на поверхности (нижняя и верхняя кривые соответственно) плоских систем от времени при нагреве их постоянным тепловым потоком мощностью 270 Вт/м^2 :

a – трехслойная плоская система, слои 1 и 3 толщиной 3 мм ($\lambda = 0,195 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $a = 1,06 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$), слой 2 толщиной 1 мм ($\lambda = 160 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $a = 6,58 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$);
б – сплошная пластина толщиной 7 мм ($\lambda = 0,195 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $a = 1,06 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$)

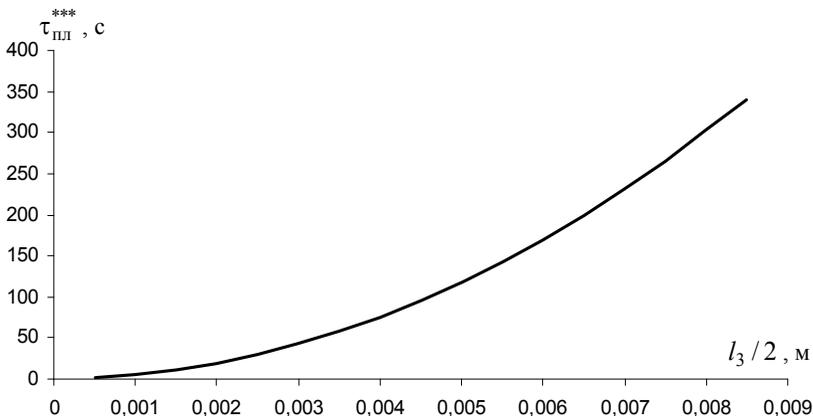


Рис. 4.8. Время наступления регулярного режима в пластине толщиной l_3

После достижения в центре измерительной ячейки регулярного режима второго рода с постоянным шагом по Fo регистрируют безразмерную среднеинтегральную температуру $\bar{\Theta}_2(Fo)$. Эксперимент заканчивают при $Fo > Fo^{****}$, причем значение Fo^{****} определяют в следующей последовательности:

1) задаются промежутком времени $\tau^{****} - \tau^{***}$ и определяют соответствующий ему перепад температур $\bar{T}_2^{****} - \bar{T}_2^{***}$;

2) вычисляют среднеквадратичные погрешности определения объемной теплоемкости исследуемого материала $\left(\frac{\Delta c_x \rho_x}{c_x \rho_x} \right)_{\text{ск}}$ (рис. 4.9);

3) по полученному графику определяют значение $\bar{T}_2^{****} - \bar{T}_2^{***}$, которое соответствует минимальной погрешности определения объемной теплоемкости исследуемого материала.

Как видно из рисунка, при изготовлении ИЯ из материалов, геометрические размеры и свойства которых были заданы в расчетах, перепад температур, которому соответствует минимальная погрешность определения объемной теплоемкости, составит $\bar{T}_2^{****} - \bar{T}_2^{***} \approx \approx 6...10 \text{ }^\circ\text{C}$. При перепадах температур в ходе эксперимента более $10 \text{ }^\circ\text{C}$ задача теплопереноса в многослойной системе может становиться нелинейной.

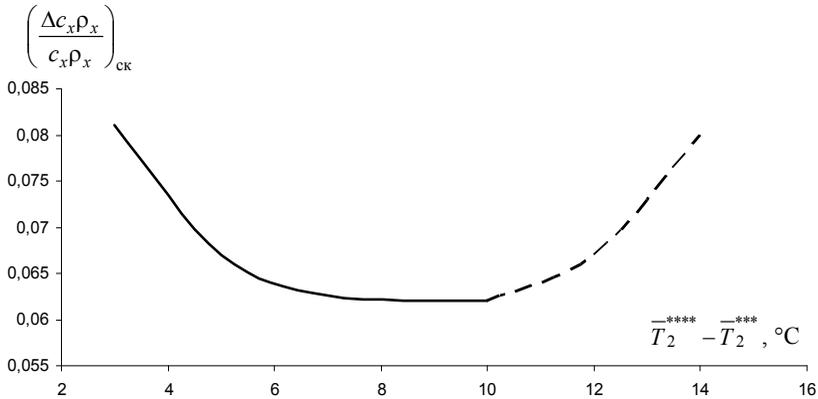


Рис. 4.9. Зависимость $\left(\frac{\Delta c_x \rho_x}{c_x \rho_x}\right)_{ск} = f(T_2^{****} - T_2^{***})$

Следует также учесть, что за период времени $[0; \tau^{***}]$ многослойная система дополнительно нагреется до некоторой температуры $\Delta T^{***} = \overline{T_2^{****}} - T_0$. Поэтому потребуем, чтобы за весь эксперимент перепад температур $\overline{T_2^{****}} - T_0$ не превысил 10°C . Допустим, что $\overline{T_2^{****}} - T_2^{***} \approx 6...7^\circ\text{C}$. Тогда, учитывая, что

$$\overline{T_2^{****}} - T_0 = (\overline{T_2^{****}} - T_2^{***}) + \Delta T^{***},$$

получим $\Delta T^{***} \approx 3...4^\circ\text{C}$.

Величина ΔT^{***} существенно зависит от величины напряжения, подводимого к нагревателям ИЯ. Задаваясь толщиной и свойствами слоев измерительной ячейки, путем численного моделирования отыскивают рациональные значения напряжений, подводимых к нагревателям ИЯ, при которых будет выполняться условие $\Delta T^{***} \approx 3...4^\circ\text{C}$.

Таким образом, обобщенную методику проведения эксперимента по измерению ТФС, обеспечивающую повышение точности и оперативности разработанного метода, можно представить в виде последовательности операций измерения и обработки экспериментальных данных (рис. 4.10).

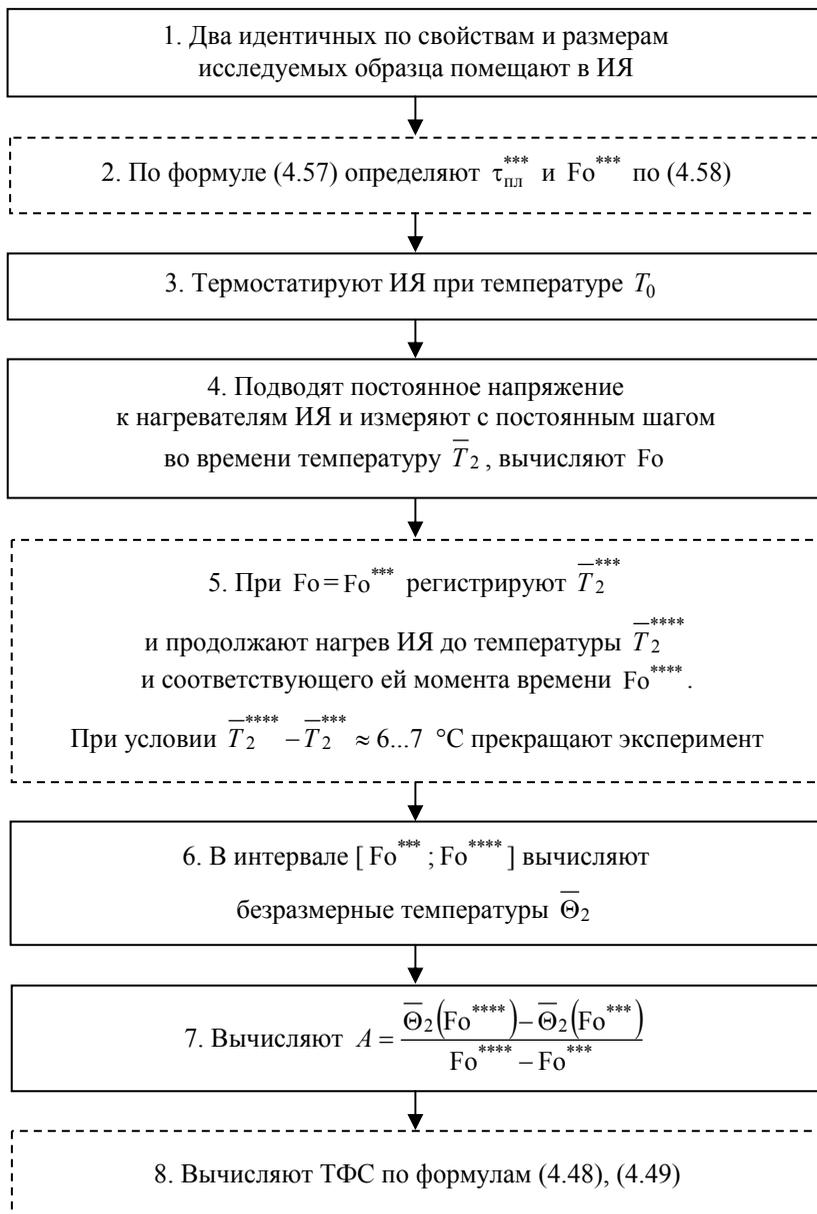


Рис. 4.10. Алгоритм проведения эксперимента и обработки экспериментальных данных

4.2.4. КОНСТРУКЦИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Измерительная установка для реализации метода измерения ТФС на стадии регулярного режима второго рода состоит из измерительной ячейки, комплекса мостовых схем (МС), питаемых от источника постоянного напряжения, нормирующих преобразователей (НП), источников питания нагревательных элементов (ИП), а также компьютера (ПК), обрабатывающего измерительные сигналы (рис. 4.11, 4.12).

В металлических пластинах крайних нагревательных элементов (самого верхнего и самого нижнего) дополнительно предусмотрено наличие отверстий 15, предназначенных для размещения керамических трубок от центральных нагревательных элементов.

Измерительная ячейка состоит из цилиндрического корпуса 1 (фторопласт) с центральным нагревательным элементом 2. Для вывода и крепления электрических проводов нагревателя и термометра сопротивления в корпусе 1 просверлено отверстие 3 и предусмотрено наличие разъема 4. В измерительную ячейку помещают шесть идентичных плоских образцов 5, причем каждый из образцов по плоскости приведен в тепловой контакт с идентичными нагревательными элементами 6. Для вывода электрических проводов нагревателя и термометра сопротивления от каждого элемента 6 предусмотрена пара керамических трубок 7 (рис. 4.12). Система образцов и нагревательных элементов 6, расположенных под центральным нагревательным элементом 2, размещена на массивном основании 8 (фторопласт).

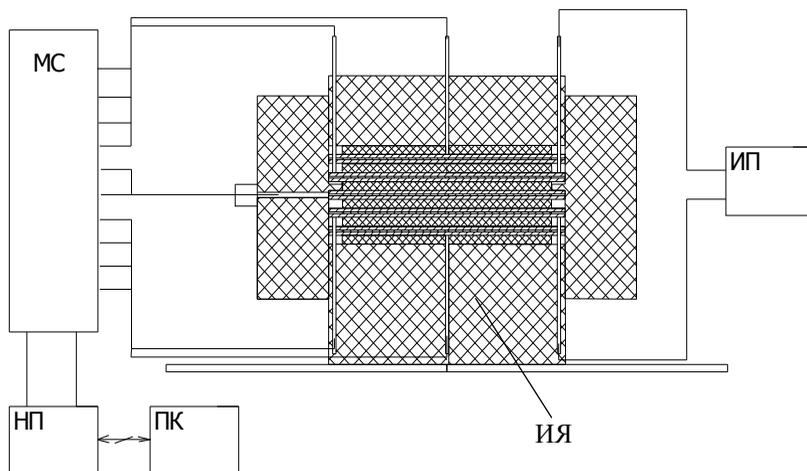


Рис. 4.11. Схема измерительной установки

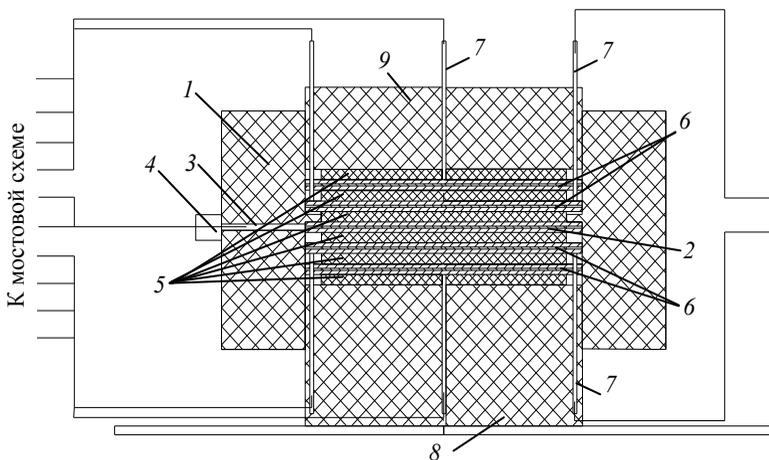


Рис. 4.12. Схема измерительной ячейки

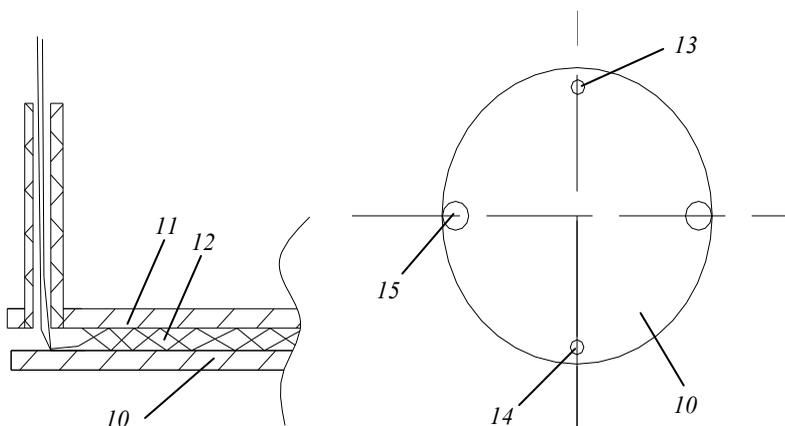


Рис. 4.13. Фрагмент верхнего нагревательного элемента:
а – в разрезе; б – вид сверху

Верхняя система образцов и нагревательных элементов закрывается платформой 9, на которой размещается груз. Нагревательные элементы 6 (рис. 4.12) состоят из двух тонких металлических пластин 10, между которыми по спирали Архимеда намотаны медная 11 и марганцевая 12 проволоки, выполняющие функции термометра сопротивления и нагревателя соответственно (рис. 4.13). Для вывода электрических проводов к верхней металлической пластине крепятся две керамические трубки 13, 14 – первая для вывода медных проводов, вторая – марганцевых.

Глава 5

МАНОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ОБЪЕМА ТВЕРДОЙ ФАЗЫ, КАЖУЩЕЙСЯ ПЛОТНОСТИ И ПОРИСТОСТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ

5.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ МАНОМЕТРИЧЕСКОГО МЕТОДА

Устройство для реализации манометрического метода измерения объема твердой фазы сыпучих материалов состоит из измерительной емкости 3, в которую помещается материал, соединенной с емкостью 1 переменного объема и преобразователем давления ПД (рис. 5.1) [88, 98 – 103, 107 – 110, 113, 114].

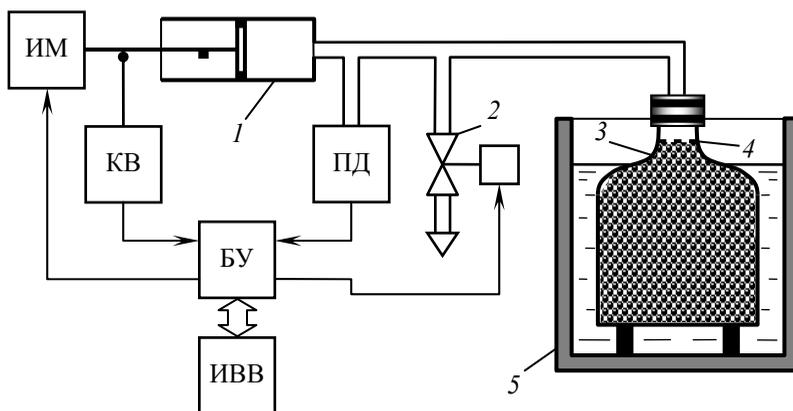


Рис. 5.1. Схема устройства для реализации манометрического метода измерения характеристик сыпучих материалов:

- 1 – емкость переменного объема поршневого типа;
- 2 – клапан с электромагнитным приводом; 3 – измерительная емкость;
- 4 – отметка; 5 – емкость жидкостного термостата; ИМ – исполнительный механизм; КВ – концевой выключатель; ПД – преобразователь давления; БУ – блок управления; ИВВ – интерфейс ввода-вывода

Рассмотрим две модификации манометрического метода измерения объема твердой фазы. Согласно одной из них емкость l переменного объема сжимается на заданную величину, а об объеме сыпучего материала судят по изменению давления [85, 86, 98 – 102, 113, 114]. Другая модификация предполагает определение объема материала по изменению объема емкости, которая необходима для достижения заданного давления [88, 103]. В любой модификации метода необходимо фиксировать показания приборов после достижения установившегося режима, когда газ отдаст тепло в окружающую среду [104]. В этом случае нет смысла проводить анализ тепловыделения и проводить сложные расчеты, как это делается в работе [103], где показания определяются непосредственно после срабатывания датчика – детектора давления.

Если не принимать специальных мер, процесс сжатия газа в пневматической системе будет политропным, т.е. к нему не применимы законы изотермического и адиабатического процессов [103]. В политропном процессе сжатия газа происходит увеличение температуры и давления. После завершения сжатия газ отдает свое тепло стенкам сосудов и контролируемому материалу. С течением времени его температура выравнивается с температурой окружающей среды, давление уменьшается.

На рисунке 5.2 представлены зависимости выходного напряжения U преобразователя давления ПД (см. рис. 5.1) от времени τ после сжатия емкости l переменного объема [113]. Резкие фронты измерительных сигналов соответствуют процессу сжатия газа. Экспоненциальное убывание выходного сигнала отражает процесс остывания сжатого газа.

Из рисунка 5.2 видно, что при увеличении объема V_m сыпучего материала амплитуда выброса напряжения U относительно установившегося значения уменьшается. Для заполненной измерительной емкости (на рисунке не показано) графики измерительных сигналов не имеют характерных экстремумов, так как большая часть объема сжимаемого газа непрерывно отдает тепло частицам материала. По этой и другим причинам целесообразно максимальное заполнение объема измерительной емкости контролируемым материалом.

При комплексном определении теплофизических свойств [113, 114] сыпучего материала нагрев газа при его сжатии изменяет параметры протекающих тепловых процессов, что является источником погрешностей. Однако при проведении многократных измерений процессы нагревания и охлаждения газа вследствие сжатия и растяжения емкости переменного объема протекают циклически, и в среднем выделение тепла будет отсутствовать.

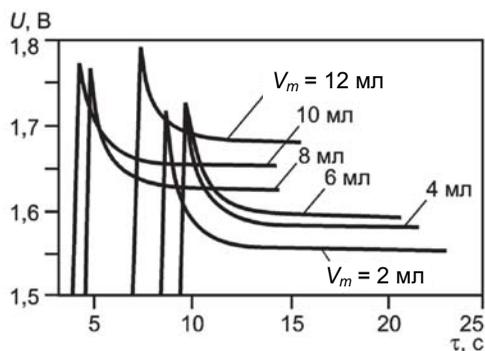


Рис. 5.2. Изменение выходного напряжения U преобразователя давления от времени τ после сжатия емкости переменного объема для различных значений объема V_m твердой фазы (положение кривых на оси абсцисс произвольное)

После охлаждения газа до температуры окружающей среды его давление будет соответствовать давлению после сжатия в изотермическом процессе, следовательно, допустимо для расчетов применять закон Бойля–Мариотта. На охлаждение газа затрачивается определенное время, поэтому манометрический метод предъявляет жесткие требования к герметичности пневмосистемы. Утечки приводят к уменьшению давления после сжатия газа, что вносит существенную погрешность в результат измерения. Даже микроутечки затрудняют фиксацию установившегося режима.

Во время комплексного определения теплофизических свойств сыпучего материала происходит его непрерывный нагрев, следовательно, закон Бойля–Мариотта не применим. По результатам экспериментов известно [113], что давление в пневмосистеме объемом 120 мл устанавливается за время не более 10 с. При темпе нагрева 0,1 К/с изменение температуры составит 1 К. Применяя преобразователь давления типа MPX5050GP с верхним пределом измерения 50 кПа, целесообразно выбирать избыточное давление в пневмосистеме приближенно равным 40 кПа. После сжатия газа во время измерения кажущейся плотности абсолютное давление составит около 140 кПа. Нагрев на 1 К в изохорном процессе приведет к изменению давления приблизительно на 470 Па, что составляет 1,2% от изменения давления в результате изменения объема пневмосистемы (40 кПа). При большей скорости нагрева погрешность будет пропорционально возрастать. Для уменьшения влияния нагрева материала на результат

измерения объема твердой фазы возможно внесение поправок или сжатие газа до больших значений давления. Последний вариант представляется нецелесообразным ввиду усложнения герметизации измерительной емкости и низкой эффективности.

В соответствии с законом Бойля–Мариотта можно записать уравнение

$$P_0(V_0 - V_m + \Delta V) = (P_0 + \Delta P)(V_0 - V_m + \Delta V_d), \quad (5.1)$$

где P_0 – атмосферное давление, Па; V_0 – объем пневмосистемы после сжатия емкости переменного объема, состоящий из объемов измерительной емкости, соединительных трубок и полости манометра, м³; V_m – объем сыпучего материала, м³; ΔV – изменение объема при сжатии газа, м³; ΔP – изменение давления в пневмосистеме при сжатии, Па; ΔV_d – изменение объема вследствие деформации элементов пневмосистемы при сжатии газа, м³. Примем $\Delta V_d = k_d \Delta V$, где k_d – коэффициент пропорциональности. Из уравнения (5.1) получим

$$\Delta P = P_0 \frac{\Delta V - k_d \Delta V}{V_0 - V_m + k_d \Delta V}. \quad (5.2)$$

Из уравнения (5.2) видно, что изменение P_0 давления прямо пропорционально атмосферному давлению P_0 и изменению ΔV объема при $k_d = 0$, зависимость ΔP от объема сыпучего материала – нелинейная. Из пропорциональности зависимости $\Delta P(\Delta V)$ следует, что нет никаких методических предпосылок для выбора значений этих величин в реальной измерительной установке. Для уменьшения утечек целесообразно выбирать ΔP и ΔV минимально возможными исходя из диапазона измерений применяемого манометра. Однако, вследствие нагрева сыпучего материала при комплексном контроле теплофизических свойств, минимальное значение ΔP следует выбирать так, чтобы оно было, по крайней мере, не меньше изменения давления, обусловленного нагревом материала. В противном случае будет затруднительно обеспечить эффективную компенсацию последнего.

При $\Delta V = 0,1(V_0 - V_m)$ и $k_d = 0,1$ максимальное отклонение зависимости $\Delta P(\Delta V)$ от пропорциональной не превышает 0,5% от среднего значения ΔP . Поэтому уравнение (5.2) без значимой потери точности может быть записано в виде

$$\Delta P = P_0 \frac{\Delta V}{V_0 - V_m}, \quad (5.3)$$

где V_0 является эмпирической константой. Экспериментальное определение объема V_0 необходимо по той причине, что затруднительно с высокой точностью определить действительный объем пневмосистемы каким-либо другим способом.

Максимальное отклонение экспериментальной зависимости $\Delta P(\Delta V)$ от пропорциональной не превышает 1,6% относительно среднего значения давления. При этом основной составляющей были случайные отклонения. В экспериментах изменение ΔV объема осуществлялось в диапазоне от 10 до 160 мл, давление ΔP изменялось в диапазоне от 4 до 60 кПа.

На рисунке 5.3 представлена зависимость выходного напряжения преобразователя давления с электрическим выходным сигналом типа MPX5050GP от объема сыпучего материала в измерительной емкости – статическая характеристика измерительной установки. Выходной сигнал манометра связан линейной функцией с избыточным давлением, поэтому при градуировке и использовании измерительной установки нецелесообразно переводить напряжение в давление. Достаточно все расчеты проводить, используя полученные значения напряжения.

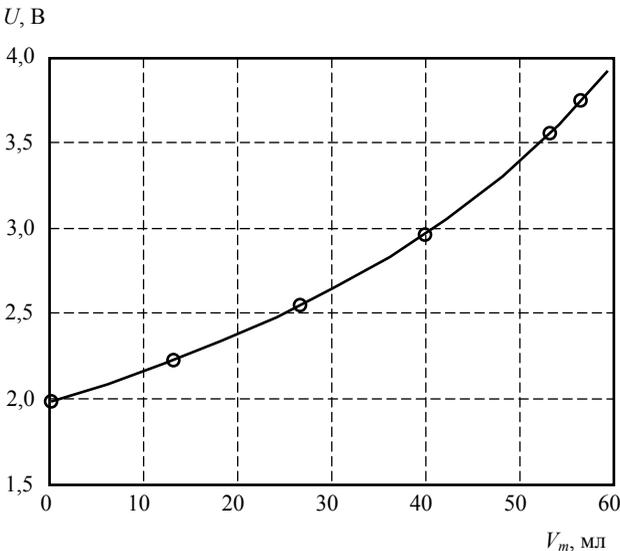


Рис. 5.3. Статическая характеристика устройства для измерения объема твердой фазы

Экспериментальные данные получены при заполнении измерительной емкости свинцовой дробью диаметром 6 мм. Объем дроби определялся по массе навески и плотности, полученной методом жидкостного замещения. Точки на статической характеристике (рис. 5.3) являются средними арифметическими результатов ряда наблюдений. Линия – результат аппроксимации экспериментальных данных функцией

$$\Delta U = U_0 \frac{\Delta V}{V_0 - V_m}, \quad (5.4)$$

где ΔU и U_0 – напряжения на выходе преобразователя давления, формально соответствующие давлениям ΔP и P_0 (см. уравнение (5.3)). Аппроксимация выполнена по методу наименьших квадратов линейной функцией $y = b_0 + b_1 V_m$ с заменой переменных: $y = \Delta U^{-1}$, $b_0 = V_0 / (U_0 \Delta V)$, $b_1 = -(U_0 \Delta V)^{-1}$. После вычисления коэффициентов b_0 и b_1 на основании экспериментальных данных y и V_m определены значения $U_0 \Delta V = -b_1^{-1} = 0,2387 \text{ В} \cdot \text{м}^3$ и $V_0 = U_0 \Delta V b_0 = 0,1201 \text{ м}^3$. Максимальное абсолютное отклонение экспериментальных данных от уравнения (5.4) не превышает 5 мВ, среднее квадратичное отклонение – 3,4 мВ, относительная погрешность аппроксимации – 0,12%.

Функция (5.4) является нелинейной. Из ее графика (рис. 5.3) видно, что наибольшая чувствительность установки к изменению объема V_m характерна для его максимальных значений. Поэтому, как и отмечалось ранее, целесообразно максимально заполнять измерительную емкость контролируемым сыпучим материалом.

После получения экспериментальных коэффициентов статической характеристики (5.4) установки для реализации манометрического метода измерения кажущейся плотности сыпучих материалов при том же атмосферном давлении определена его погрешность для различных материалов (табл. 5.1). Действительные значения плотности определены путем замещения объема пор водой с последующим удалением пузырьков воздуха.

Из данных табл. 5.1 видно, что результаты измерения плотности сыпучих материалов методами жидкостного и газового замещения существенно различаются. Газ легко проникает в поры и внутренние полости пористой керамики, куда вода проникнуть не может. Очевидно, что для применения метода жидкостного замещения для таких материалов необходим подбор соответствующей жидкости.

5.1. Результаты экспериментального определения погрешности манометрического метода измерения кажущейся плотности сыпучих материалов

Материал	Средний диаметр гранул, мм	Действительная плотность, кг/м ³	Измеренная плотность, кг/м ³	Абсолютная погрешность, кг/м ³	Относительная погрешность, %
Фарфор	5,5	2295	2421	126	5,5
Пористая керамика	6,5	1983	4849	2866	146
Стекло	1,7	2610	2617	7	0,3
Капролон	2,0	1146	1164	18	1,6
Поливинилхлорид	4,0	1243	1234	9	0,7

Для материалов, не характеризующихся развитой пористостью (стекло, пластик), результаты измерения различными методами отличаются незначительно, что говорит о высокой точности манометрического метода измерения плотности сыпучих веществ. Несмотря на это, результаты, получаемые методом газового замещения, в большинстве случаев выше. Аналогичные различия наблюдаются и в данных, представленных в работе [103]. Такая особенность измерения плотности сыпучих материалов вполне соответствует представлениям о лучшем заполнении пор газом.

В соответствии с уравнением (5.3) погрешность измерения объема частиц сыпучего материала манометрическим методом при изменении атмосферного давления в диапазоне от 96 до 104 кПа достигает $\pm 4\%$. Температура также влияет на результат измерения. Эта величина отсутствует в формулах (5.1) – (5.3) в связи с применением закона Бойля–Мариотта. Что справедливо для проведения измерения при постоянной температуре. При проведении измерений при разных температурах их результаты будут отличаться.

Для уменьшения влияния атмосферного давления и температуры на результат измерения применяют дифференциальные [88, 103, 104] и относительные [85, 86, 100, 102] методы измерения. Дифференциальные методы, в которых сжатие воздуха происходит в измерительной и сравнительной камерах с измерением перепада давлений в них, отли-

чаются сложностью технической реализации и расчетных зависимостей. В относительных методах перед определением объема частиц сыпучего материала производят оценку атмосферного давления путем сжатия газа в пустой измерительной емкости.

Для пустой измерительной емкости ($V_m = 0$) из уравнения (5.4) получим

$$\Delta U_a(P_0) = \frac{U_0 \Delta V}{V_0}, \quad (5.5)$$

где ΔU_a – напряжение, зависящее от атмосферного давления. На рис. 5.4 представлена зависимость напряжения на выходе манометра типа МРХ5050GP от атмосферного давления, полученная по результатам наблюдений за несколько месяцев. Экспериментальная зависимость аппроксимирована функцией $U_r = -0,083 + 0,016 P_0$, где напряжение в вольтах, а давление в килопаскалях. Модуль наибольшего абсолютного отклонения функции от экспериментальных данных составляет 16 мВ, средняя квадратичная погрешность аппроксимации – 6,1 мВ, относительная погрешность аппроксимации – 0,4%.

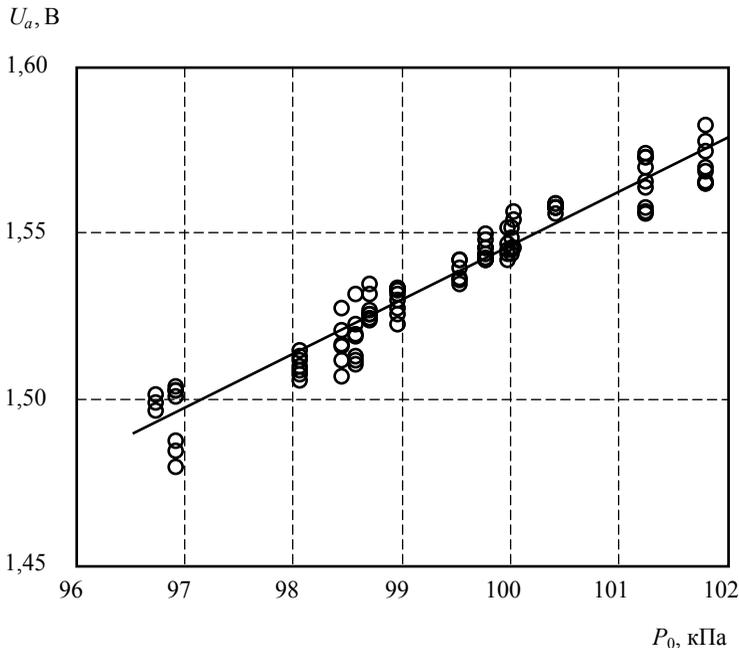


Рис. 5.4. Зависимость выходного напряжения ΔU_a манометра от атмосферного давления P_0

Представленный на рис. 5.4 график говорит о целесообразности применения относительного манометрического метода измерения объема твердой фазы сыпучих материалов для компенсации влияния атмосферного давления на результат измерения, так как технический преобразователь давления, используемый в реальном измерительном процессе, позволяет зафиксировать естественные колебания влияющей величины.

Из уравнения (5.4) получим формулу для определения объема частиц сыпучего материала

$$V_m = \frac{\Delta UV_0 - U_0 \Delta V}{\Delta U}, \quad (5.6)$$

где произведение ΔUV_0 можно определить исходя из полученного для пустой емкости значения напряжения U_a . Подставляя $U_0 \Delta V$ из уравнения (5.5) в формулу (5.6), получим

$$V_m = V_0 \left(1 - \frac{\Delta U_a}{\Delta U} \right), \quad (5.7)$$

где объем V_0 определяется в эксперименте с телом известного объема. Формула, аналогичная (5.7), приводится в работе [86] для случая сжатия газа давлением столба жидкости.

Применение относительного метода с компенсацией атмосферного давления и температуры позволяет снизить погрешность измерения до 1% и ниже. Относительный метод позволяет также упростить расчеты и оперативно менять объем ΔV в зависимости от пористости контролируемого материала без проведения градуировки.

По результатам исследования манометрического метода измерения объема твердой фазы сыпучих материалов можно сформулировать следующие выводы:

- необходимо фиксировать показания манометра в установившемся режиме после того, как газ отдаст тепло, полученное в результате сжатия;
- нагрев газа в процессе сжатия и нагрев сыпучего материала в процессе измерения теплофизических свойств оказывают взаимное влияние и в отдельных случаях требуют корректировать результаты измерения;
- для уменьшения утечек возможно осуществлять сжатие воздуха на минимальную величину, определяемую диапазоном измерения применяемого манометра, однако для эффективной коррекции резуль-

татов измерения объема изменение давления вследствие изменения объема не должно быть меньше изменения давления, обусловленного нагревом сыпучего материала в ходе измерения его теплофизических свойств;

- экспериментальные данные аппроксимируются теоретическими зависимостями с относительной погрешностью не более 0,5%, что говорит о высокой точности манометрического метода;

- при измерении объема твердой фазы целесообразно использовать относительный манометрический метод, обеспечивающий компенсацию влияния атмосферного давления и температуры на результат измерения и упрощение расчетов;

- в манометрическом методе точность часто ограничивается возможностью герметизации пневматической системы в реальной измерительной установке, для достижения точности в 1% и выше необходимо уделять большое внимание вопросам герметичности и постоянства объема пневмосистемы.

5.2. УСТРОЙСТВА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ МАНОМЕТРИЧЕСКОГО МЕТОДА

5.2.1. УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ОБЪЕМА ТВЕРДОЙ ФАЗЫ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

На рисунке 5.1 представлена схема устройства для неразрушающего измерения характеристик сыпучих материалов. Емкости 1 и 3 выполнены из стекла для снижения влияния температуры на их объем. Исполнительный механизм ИМ изменения объема емкости 1 изготовлен на основе шагового электродвигателя с передачей «винт–гайка», преобразующей вращательное движение в линейное. Концевой выключатель КВ предназначен для задания исходного объема емкости 1.

Методика измерения характеристик сыпучих материалов заключается в следующем.

Перед выполнением основной операции измерения объема V_m твердой фазы для компенсации влияния атмосферного давления и температуры производятся подготовительные действия с пустой емкостью 3. Емкость 3 закрывается крышкой и погружается в емкость 5 жидкостного термостата. Если температура емкости 3 отличается от температуры жидкости в термостате, необходима выдержка по времени для прогрева емкости 3. Контроль этого процесса производится по выходному сигналу преобразователя давления ПД. Измерения можно проводить после достижения установившегося значения напряжением на выходе ПД.

Измерительный процесс начинается подачей на микропроцессорный блок управления БУ соответствующей команды через интерфейс ввода-вывода ИВВ. БУ формирует на соответствующем выходе сигнал, под действием которого клапан 2 открывается, соединяя пневмосистему с атмосферой. Далее на соответствующем выходе БУ формируется сигнал, заставляющий исполнительный механизм ИМ перемещать поршень емкости 1 в сторону увеличения ее объема до исходного ΔV . Движение поршня прекращается после замыкания концевого выключателя КВ. По истечении выдержки времени для выравнивания давления в системе с атмосферным клапан 2 закрывается и измеряется исходное значение напряжения U_{a0} на выходе ПД. Посредством подачи соответствующего сигнала на вход исполнительного механизма ИМ осуществляется уменьшение объема емкости 1 до минимального значения. После достижения процессом изменения давления в пневмосистеме установившегося режима измеряется напряжение U_a на выходе ПД. Анализ выходного сигнала ПД необходим в связи с изменением давления из-за повышения температуры воздуха в пневмосистеме в результате политропного сжатия [101].

После измерения напряжения U_a блок управления БУ посредством механизма ИМ осуществляет увеличение объема емкости 1 до исходного. Клапан 2 кратковременно открывается для устранения отклонения давления в системе от атмосферного, что может наблюдаться из-за утечек газа. Затем измерения напряжений U_{a0} и U_a повторяются заданное число раз для уменьшения влияния случайной составляющей погрешности на их результаты. Необходимые данные сохраняются в памяти БУ.

Далее производится определение объема V_m твердой фазы. Заполняют измерительную емкость 3 до отметки 4 контролируемым материалом, закрывают ее крышкой и помещают в емкость 5 жидкостного термостата. Наличие отметки 4 позволяет определить насыпную плотность путем деления массы m материала на объем V емкости 3, ограниченный отметкой 4. Массу m определяют путем взвешивания контролируемого материала.

С емкостью, заполненной материалом, производятся те же действия, что и с пустой емкостью: прогрев емкости 3 и исследуемого материала, многократные измерения исходного напряжения U_{m0} и напряжения U_m на выходе ПД после сжатия.

Объем твердой фазы определяется по формуле

$$V_m = V_0 \left(1 - \frac{U_a - U_{a0}}{U_m - U_{m0}} \right), \quad (5.8)$$

где V_0 – объем пневмосистемы без учета объема емкости I , состоящий из объемов измерительной емкости 3 , соединительных трубок и полости преобразователя давления ПД, м³. Величина V_0 является константой для конкретного измерительного устройства и определяется в эксперименте с материалами известного объема [101].

Кажущаяся плотность ρ_0 определяется путем деления объема V_m на массу m . Пористость – по формуле (1.1).

Устройство прошло экспериментальную проверку. Значения и диапазоны изменения величин составили:

- объем твердой фазы $V_m = 25 \dots 60$ мл;
- насыпной объем емкости 3 до отметки 4 $V = 105$ мл;
- изменение объема емкости I $\Delta V = 23,2$ мл;
- объем пневмосистемы $V_0 = 115$ мл;
- исходные значения напряжений $U_{a0} = U_{m0} = 0,18 \dots 0,24$ В;
- напряжение после сжатия воздуха в пустой емкости $U_a = 1,98 \dots 2,28$ В;
- напряжение после сжатия воздуха в заполненной емкости $U_m = 2,51 \dots 4,20$ В.

В устройстве применен преобразователь давления типа MPX5050GP производства Motorola (США). За счет вычитания исходных значений напряжения U_{a0} и U_{m0} и реализации относительных измерений (см. формулу (5.8)) достигается более высокая точность, чем рассчитанная на основании данных, приводимых производителем в документации на преобразователь давления.

Систематическая погрешность измерения объема твердой фазы в устройстве может быть определена экспериментально исходя из точности выполнения зависимости (5.2). При градуировке устройства, т.е. экспериментальном определении объема V_0 , для любых объемов V_m должны получаться одинаковые значения. В диапазоне $V_m = 25 \dots 60$ мл максимальное отклонение V_0 от среднего значения 115 мл не превышает 1,4 мл (1,2%), среднее квадратичное отклонение отдельных наблюдений составляет 0,5 мл (0,4%). Из формулы (5.8)

следует, что относительная погрешность измерения объема V_m равна относительной погрешности измерения объема V_0 .

Случайная составляющая погрешности отдельного наблюдения не превышает 0,8%. При проведении многократных измерений случайной составляющей погрешности можно пренебречь. Анализируя массив значений, полученных при градуировке устройства, можно с вероятностью не менее 95% утверждать, что при проведении многократных измерений в диапазоне объемов от 25 до 60 мл относительная погрешность измерения не превысит 0,5%.

Значения величин насыпной и кажущейся плотности вычисляются на основании значений объемов и массы. Погрешность измерения массы не превышает 0,05%. То есть ей можно пренебречь.

На результат измерения насыпной плотности и пористости оказывает влияние степень уплотнения материала в измерительной емкости. Изменения этих величин под влиянием способа уплотнения превышают погрешность измерения.

5.2.2. УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КАЖУЩЕЙСЯ ПЛОТНОСТИ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

При контроле кажущейся плотности, т.е. массы единицы объема твердой фазы без учета возможного наличия закрытых пор, целесообразно использовать методы и устройства, в основу которых положены физические эффекты, позволяющие проводить операции взвешивания и определения объема в едином измерительном процессе [94, 139 – 141].

На рисунке 5.5 представлена схема устройства, реализующего пневмометрический компрессионный метод контроля кажущейся плотности и объема твердой фазы.

Устройство состоит из измерительной емкости 1 с крышкой 2. Платформа 3, расположенная в измерительной емкости 1, является подвижной и соединена штоком 4 с жестким центром 5 чулковой мембраны 6 и ограничителем перемещения 12. Исходное состояние платформы 3 определяется положением ограничителя 12. Мембрана 6 закреплена на боковой стенке 7 емкости 1. Жесткий мембранный центр 5 соединен пружиной 8 с дном 9 измерительной емкости 1. Возврат платформы 3 с контролируемым материалом 10 осуществляется с помощью штока 4. Для контроля перемещения элементов устройства шток 4 снабжен шкалой 11. Контроль давления в измерительной емкости 1 осуществляется с помощью манометра 13.

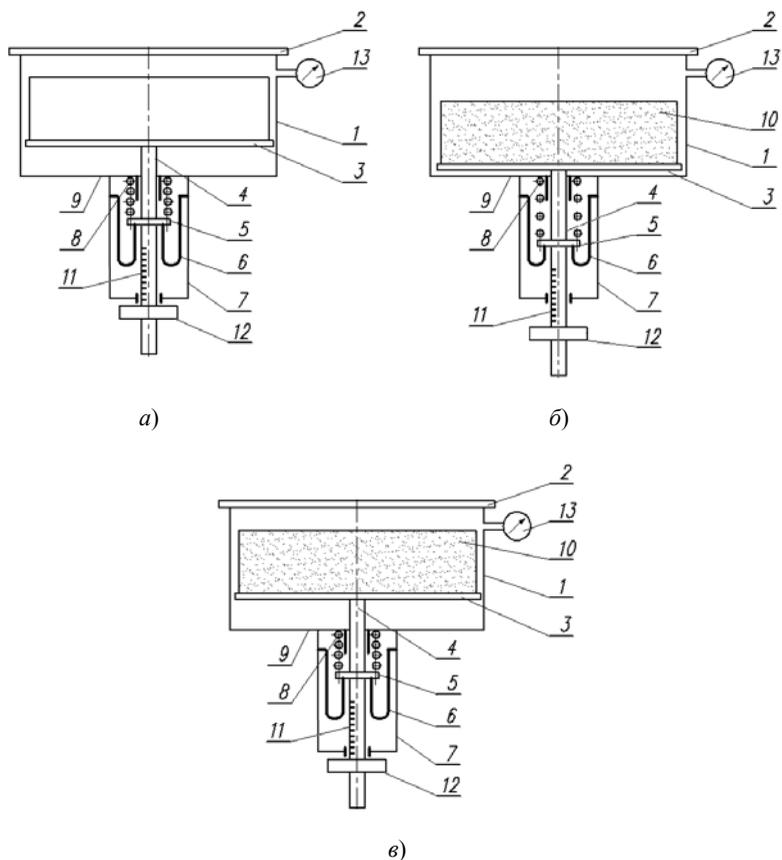


Рис. 5.5. Схема устройства для контроля кажущейся плотности сыпучих материалов:
а, б – до и после помещения контролируемого материала;
в – после проведения измерительной операции

В качестве основы для пневмометрических методов контроля объема твердой фазы целесообразно использовать уравнение Бойля–Мариотта для изотермического процесса [101]. В связи с тем, что показания манометра *13* соответствуют избыточному давлению, в предложенном устройстве необходимо производить определение атмосферного давления P_0 . Для этого посредством перемещения штока *4* увеличивают объем V измерительной емкости *1* на постоянную заданную величину ΔV_0 и герметично закрывают емкость *1* крыш-

кой 2. Значение перемещения Δh_0 штока 4 определяют по шкале 11. Затем уменьшают объем на ΔV_0 , что приводит к росту давления на величину ΔP_0 . Атмосферное давление определяется из уравнения Бойля–Мариотта

$$P_0(V + \Delta V_0) = (P_0 + \Delta P_0)V. \quad (5.9)$$

Из уравнения (5.9) после элементарных преобразований получим выражение для определения атмосферного давления

$$P_0 = \Delta P_0 V / \Delta V_0. \quad (5.10)$$

Процесс измерения объема твердой фазы заключается в следующем. В начальный момент контролируемое вещество 10 в емкости 1 отсутствует. Платформа 3 занимает положение, определяемое ограничителем 12, при котором объем емкости 1 равен V (рис. 5.5, а). Положение ограничителя 12 выбирается таким образом, что усилие пружины, с одной стороны, достаточно для обеспечения устойчивости положения пустой платформы 3, а с другой – значительно меньше веса контролируемого сыпучего материала 10.

После помещения контролируемого вещества 10 в открытую измерительную емкость 1 на платформу 3 (рис. 5.5, б) происходит ее перемещение и растяжение пружины 8 на величину

$$\Delta h = mg/c, \quad (5.11)$$

где m – масса контролируемого вещества 10, кг; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; c – жесткость пружины 8, Н/м. Объем V емкости 1 увеличивается на

$$\Delta V = S\Delta h, \quad (5.12)$$

где S – площадь сечения дополнительно образованного объема, м^2 . Значение величины Δh определяют по шкале 11.

Измерительную емкость 1 с контролируемым веществом 10 герметично закрывают крышкой 2. Шток 4 перемещают до упора ограничителя 12, приводя платформу 3 в исходное положение (рис. 5.5, в). Давление в измерительной емкости увеличивается на величину ΔP . Исходя из закона Бойля–Мариотта получим

$$P_0(V - V_S + \Delta V) = (P_0 + \Delta P)(V - V_S), \quad (5.13)$$

где V_S – объем твердой фазы контролируемого материала, м^3 . Из выражения (5.13) после преобразования и подстановки (5.11) и (5.12) имеем

$$\Delta P = \frac{S}{c} P_0 \frac{mg}{V - V_S}. \quad (5.14)$$

Полученное значение ΔP определяют по показаниям манометра *13*.

После определения давления ΔP измерительную емкость *1* открывают и извлекают контролируемый материал *10*. Платформу *3* перемещают на измеренное на предыдущем этапе значение Δh , увеличивая объем на ΔV . Затем емкость *1* герметизируют крышкой *2* и перемещают штوك *4* до нулевой отметки шкалы *11* в исходное положение. Газ сжимается с увеличением давления до ΔP_1 , которое может быть найдено из уравнения, подобного (5.14)

$$\Delta P_1 = \frac{S}{c} P_0 \frac{mg}{V}. \quad (5.15)$$

Из уравнений (5.14) и (5.15) определим объем V_S твердой фазы в виде

$$V_S = \left(\frac{1}{\Delta P_1} - \frac{1}{\Delta P} \right) \frac{S}{c} P_0 mg,$$

откуда получим выражение для определения кажущейся плотности

$$\rho_0 = \frac{m}{V_S} = \frac{c}{Sg} \left(\frac{1}{\Delta P_1} - \frac{1}{\Delta P} \right)^{-1} \frac{1}{P_0}. \quad (5.16)$$

Подставляя выражение (5.10) в (5.16), имеем

$$\rho_0 = \frac{c}{SVg} \left(\frac{1}{\Delta P_1} - \frac{1}{\Delta P} \right)^{-1} \frac{\Delta V_0}{\Delta P_0}. \quad (5.17)$$

В выражении (5.17) изменение объема ΔV_0 может быть определено по формуле, аналогичной (5.12). Учитывая это, получим

$$\rho_0 = \frac{c}{Vg} \left(\frac{1}{\Delta P_1} - \frac{1}{\Delta P} \right)^{-1} \frac{\Delta h_0}{\Delta P_0}. \quad (5.18)$$

Совокупность измерительных операций, описание которых представлено при выводе уравнения (5.18), включает в себя две операции сжатия газа в пустой измерительной емкости *1*. Различие между ними заключается лишь в том, что в первом случае (при определении атмосферного давления) штوك *4* перемещается на произвольную вели-

чину Δh_0 , а во втором – на величину Δh , зависящую от массы контролируемого материала l_0 . Вторая операция сжатия полностью заменяет первую, причем $\Delta P_0 = \Delta P_1$, а $\Delta h_0 = \Delta h$. С учетом этого из выражения (5.18) получим

$$\rho_0 = k \left(1 - \frac{\Delta P_1}{\Delta P} \right)^{-1} \Delta h, \quad (5.19)$$

где $k = c/Vg$ – постоянный коэффициент, определяемый конструкцией устройства. Из формулы (5.19) видно, что кажущаяся плотность определяется по трем величинам ΔP_1 , ΔP и Δh , определяемым в ходе двух операций сжатия газа в измерительной емкости l с заполненной и пустой платформой 3.

Из формулы (5.19) можно получить выражение для определения объема твердой фазы

$$V_m = \frac{mgV}{c} \left(1 - \frac{\Delta P_1}{\Delta P} \right) \frac{1}{\Delta h},$$

откуда с учетом (5.11) получим

$$V_m = V \left(1 - \frac{\Delta P_1}{\Delta P} \right). \quad (5.20)$$

Исходя из изложенного выше, методику контроля кажущейся плотности и объема твердой фазы сыпучих материалов можно представить в виде следующей совокупности действий:

- помещают контролируемый материал в измерительную емкость, герметизируют емкость и по шкале определяют величину перемещения Δh ;
- сжимают газ в измерительной емкости путем перемещения штока до ограничителя, доводя величину Δh до нуля;
- измеряют изменение давления ΔP ;
- извлекают контролируемый материал из измерительной емкости и перемещают шток на величину Δh ;
- герметизируют измерительную емкость и перемещают шток до положения $\Delta h = 0$;
- измеряют изменение давления ΔP_1 ;
- по формулам (5.19) и (5.20) определяют величины кажущейся плотности и объема твердой фазы контролируемого материала.

Измерительный процесс целесообразно проводить на низких давлениях, так как при повышении давления возникает дополнительная

погрешность из-за конденсации водяного пара или других конденсируемых газов, находящихся в объеме измерительной емкости, а также увеличивается вероятность утечек газа.

Для экспериментальной проверки разработанного устройства создан макет со следующими параметрами: $V = 0,628 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $\Delta V_{\text{max}} = 0,35 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$, $S = 7,065 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $c = 100 \text{ Н/м}$, $h_{\text{max}} = 50,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $F_{\text{max}} = 5,0 \text{ Н}$, где ΔV_{max} , h_{max} и F_{max} максимальные значения изменения объема, растяжения пружины и нагрузки на нее соответственно. Приведенная погрешность измерения плотности в диапазоне от 570 до 2190 кг/м³ не превышает 2,5%.

Преимуществом рассмотренного устройства является то, что кажущаяся плотность оценивается по результатам измерения массы и объема контролируемого вещества в едином измерительном процессе. Устройство, реализующее метод контроля плотности твердой фазы, обладает мобильностью, экспрессностью и не требует дополнительных источников энергии.

Величины кажущейся плотности и объема твердой фазы, полученные в ходе реализации предложенного метода, могут быть использованы для определения пористости сыпучего материала по формуле (1.1).

5.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОРИСТОСТИ, НАСЫПНОЙ И КАЖУЩЕЙСЯ ПЛОТНОСТИ СЫПУЧИХ ХЕМОСОРБЕНТОВ

Определение состояния сыпучих хемосорбентов на основе надпероксидов щелочных металлов возможно проводить путем контроля их теплофизических свойств [113]. При нарушении условий хранения хемосорбентов возможно ухудшение их регенеративных свойств, сопровождаемое уменьшением теплопроводности твердой фазы. Эффективная теплопроводность насыпного объема существенно не изменяется. Эта величина становится информативной при ее использовании в совокупности с пористостью ε . Контроль годности сыпучих хемосорбентов к эксплуатации можно осуществлять путем определения соответствия значения теплопроводности твердой фазы, вычисленной с использованием эффективной теплопроводности и пористости, установленному диапазону.

В таблице 5.2 приведены результаты измерения характеристик сыпучих хемосорбентов с помощью устройства, схема которого представлена на рис. 5.1 при температуре 25 °С. Измерения насыпной плотности производились при свободной засыпке. Для этой величины указаны диапазоны в связи с ее большими случайными изменениями в зависимости от распределении частиц материала в измерительной емкости.

5.2. Результаты измерения характеристик сыпучих хемосорбентов

№ п/п	Материал (смесь веществ)	Насыпная плотность ρ , кг/м ³	Кажущаяся плотность ρ_0 , кг/м ³	Пористость м ³ /м ³
1	Супероксид калия (85%), окись кальция (10%), асбест (зерна 2...3 мм)	740...780	2290	0,66
2	Гидроокись лития (70%), гидроокись кальция (20%), супероксид калия (1%) (гранулы)	380...400	1570	0,75
3	Надперекись натрия (85%), гидроокись кальция (5%), супероксид калия (1%) (зерна 3...5 мм)	790...830	2220	0,64
4	Надперекись натрия (40%), супероксид калия (50%), гидроокись кальция (5%), асбест (зерна 3...5 мм)	690...710	2190	0,68

Измерения проводились в диапазоне температур от 25 до 90 °С. Изменения характеристик материалов № 1, 3, 4 в этом диапазоне не превысили погрешности измерения. Изменения плотности, обусловленные тепловым расширением материалов, соизмеримы с погрешностью измерения. Пористость материала № 2 при температуре 90 °С составила – 0,77, насыпная плотность не вышла за пределы указанного в табл. 5.2 диапазона.

На рисунке 5.6 представлена зависимость кажущейся плотности материала № 2 от температуры. Точки соответствуют результатам измерений, линией изображен интерполирующий полином.

Из рисунка 5.6 видно, что с увеличением температуры плотность материала растет, т.е. происходит процесс, обратный тепловому расширению.

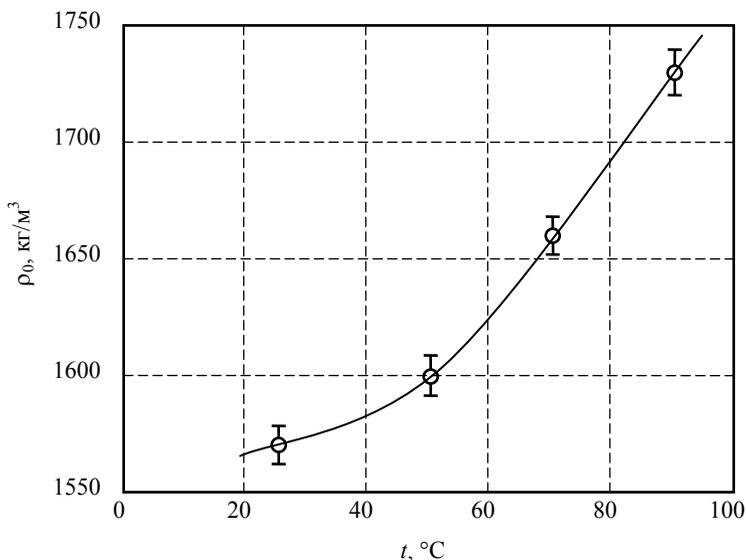


Рис. 5.6. Зависимость кажущейся плотности ρ_0 материала № 2 от температуры t

Это может быть обусловлено физическими (открытием новых пор при нагревании) и химическими процессами (увеличением поглощения газа при нагревании). В пользу второго выступает тот факт, что после закрытия измерительной емкости при температуре 90 °С в ней происходит уменьшение давления. Этот процесс не наблюдается при других температурах. Однако при сжатии газа в пневмосистеме в ходе измерительного процесса вполне логично предположить активизацию процессов поглощения. То есть увеличение плотности, представленное на рис. 5.6, может быть связано не с реальным изменением структуры хемосорбента, а с усилением поглощения газа при увеличении температуры.

Увеличение плотности под влиянием температуры характерно только для материала № 2, который отличается от других исследуемых материалов своей структурой. Материалы № 1, 3, 4 представляют собой бесформенные гранулы средним размером 4 мм, материал № 2 – экструдированные цилиндры диаметром 3,7 мм и длиной 5...20 мм. Цвет гранул материалов № 1, 3, 4 – желтый, № 2 – белый. Поэтому увеличение плотности с ростом температуры может быть также обу-

словлено и физическими причинами, связанными со структурой материала, в том числе и с открытием новых пор. Процесс увеличения плотности материала № 2 при нагревании является обратимым, т.е. после его охлаждения плотность принимает значение, соответствующее низкой температуре. Следовательно, если предположить, что увеличение плотности связано с изменением структуры, то нужно признать, что после охлаждения материала структура восстанавливается.

Если предположить, что изменение плотности материала № 2, прежде всего, обусловлено химическими причинами, то основным компонентом, влияющим на этот эффект, является гидроокись лития, так как это вещество присутствует только в этом материале.

Измерение характеристик хемосорбентов проводилось не только в автоматическом режиме. Некоторые наблюдения выполнены при ручном управлении измерительным устройством. После изоляции пневмосистемы с измерительной емкостью, заполненной материалами № 3, 4, от атмосферы наблюдается рост давления до 5 кПа. Это говорит о выделении газов, например, из-за попадания атмосферной влаги в газовую фазу хемосорбента. Выделение газов усиливается при повышении температуры и ослабевает при увеличении давления. Процесс выделения наиболее сильно проявляет материал № 3. Исходя из состава материалов (см. табл. 5.2), можно предположить, что активным веществом в процессе выделения газов является надперекись натрия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретические и практические аспекты измерения физических свойств гетерогенных материалов типа «газ–твёрдое тело», изложенные в монографии, позволяют разрабатывать принципиально новые измерительные установки для контроля различных материалов: сыпучих, пористых, волокнистых и т.д. Совместное применение пневматических методов измерения объема твердой фазы и кажущейся плотности и методов измерения теплопроводности и температуропроводности позволяет осуществлять переход от характеристик насыпного слоя к свойствам твердой фазы.

Необходимость определения теплофизических характеристик твердой фазы гетерогенных материалов возникла при контроле свойств хемосорбентов для изолирующих средств защиты органов дыхания. Это связано с тем, что процесс хемосорбции сопровождается изменением химического состава хемосорбента, следовательно, и его физико-химических свойств. При этом для ряда сорбентов при значительном изменении свойств твердой фазы характеристики насыпного слоя (например, эффективная теплопроводность, объемная теплоемкость) остаются практически неизменными, в то время, как характеристики материала твердой фазы существенно изменяются. Поэтому применение совокупности рассмотренных методов в этих условиях является крайне целесообразным.

Также полезно использовать рассматриваемые в работе методы для установления различного рода корреляционных зависимостей между теплофизическими характеристиками твердой фазы и среднеинтегральными по достаточно большому объему характеристиками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Осипова, В. А.** Экспериментальное исследование процессов теплообмена [Текст] / В. А. Осипова. – М. : Энергия, 1969. – 391 с.
2. **Чиркин, В. С.** Теплопроводность промышленных материалов [Текст] / В. С. Чиркин. – М. : Машгиз, 1962. – 245 с.
3. **Пономарев, С. В.** Теоретические и практические аспекты теплофизических измерений [Текст] : монография : в 2 кн. / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко, А. Г. Дивин. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – Кн. 1. – 204 с.
4. **Теоретические** и практические основы теплофизических измерений [Текст] / под ред. С. В. Пономарева. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 408 с.
5. **Исаченко, В. П.** Теплопередача [Текст] / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – М. : Энергия, 1975. – 488 с.
6. **Крейт, О.** Основы теплопередачи [Текст] / О. Крейт, У. Блек ; пер. с англ. – М. : Мир, 1983. – 256 с.
7. **Кузнецов, Н. Д.** Сборник задач и вопросов по теплотехническим измерениям и приборам [Текст] / Н. Д. Кузнецов, В. С. Чистяков. – М. : Энергия, 1978. – 215 с.
8. **Пономарев, С. В.** Методы и устройства для измерения эффективных теплофизических характеристик потоков технологических жидкостей [Текст] / С. В. Пономарев, С. В. Мищенко. – Тамбов : Тамб. гос. техн. ун-т, 1997. – 249 с.
9. **Кондратьев, Г. М.** Тепловые измерения [Текст] / Г. М. Кондратьев. – М. : Машгиз, 1956. – 253 с.
10. **А. с. 1032381 СССР, МКИ³ G 01 N 25/18.** Способ определения теплопроводности материалов [Текст] / Е. А. Высочанский, А. Г. Гуревич, Б. А. Славский и др. (СССР). – № 3294485/18-25 ; заявл. 02.06.81 ; опубл. 17.06.83, Бюл. № 28. – 4 с. : ил.
11. **А. с. 1337749 СССР, МКИ G 01 N 25/18.** Способ измерения теплопроводности [Текст] / Д. А. Буре, Г. В. Буйко, С. А. Марквичюс и др. (СССР). – № 4000355/29-25 ; заявл. 30.12.85 ; опубл. 23.07.87, Бюл. № 34. – 6 с. : ил.
12. **А. с. 1073664 СССР, МКИ³ G 01 N 25/18.** Способ определения теплопроводности материалов [Текст] / А. Г. Гуревич (СССР). –

№ 3502702/18-25 ; заявл. 25.10.82 ; опубл. 13.01.84, Бюл. № 6. – 5 с. : ил.

13. **А. с. 1086379 СССР, МКИ³ G 01 N 25/18.** Способ определения коэффициента теплопроводности твердых тел [Текст] / А. В. Щербаков, Л. И. Ройзен (СССР). – № 3527693/18-25 ; заявл. 27.12.82 ; опубл. 06.03.84, Бюл. № 14. – 6 с. : ил.

14. **А. с. 1111084 СССР, МКИ³ G 01 N 25/18.** Способ определения теплопроводности материалов [Текст] / Э. В. Осипов, А. И. Шевченко (СССР). – № 3632854/18-25 ; заявл. 12.08.83 ; опубл. 23.07.85, Бюл. № 32. – 8 с. : ил.

15. **А. с. 1130786 СССР, МКИ G 01 N 25/18.** Устройство для определения теплофизических свойств в стационарном режиме [Текст] / А. П. Дурович, Д. С. Лычников, А. В. Павлин (СССР). – № 3463092/24 ; заявл. 05.07.82 ; опубл. 22.11.84, Бюл. № 47. – 4 с. : ил.

16. **ГОСТ 7076–99.** Материалы и изделия строительные. Метод определения теплопроводности и термического сопротивления при стационарном тепловом режиме. – М. : ГУП ЦПП, 2000.

17. **Пустовалов, В. В.** Теплопроводность магнизиальных огнеупоров [Текст] / В. В. Пустовалов // Огнеупоры. – 1957. – № 7. – С. 25 – 34.

18. **Шахтин, Д. М.** Определение теплопроводности огнеупоров в вакууме [Текст] / Д. М. Шахтин, И. И. Вишнеvский // Заводская лаборатория. – 1957. – № 8. – С. 43 – 52.

19. **Фесенко, А. И.** Цифровые устройства для определения теплофизических свойств материалов [Текст] / А. И. Фесенко. – М. : Машиностроение, 1981. – 238 с.

20. **Курепин, В. В.** Принципы построения рядов промышленных теплофизических приборов [Текст] / В. В. Курепин // Пром. теплотехника. – 1981. – Т. 3, № 1. – С. 3 – 10.

21. **А. с. 1038852 СССР, МКИ G 01 N 25/18.** Способ определения теплопроводности материалов и устройство для его осуществления [Текст] / Д. Ж. Темирбаев (СССР). – № 3422654/18-25 ; заявл. 15.04.82 ; опубл. 18.07.83, Бюл. №32. – 3 с. : ил.

22. **А. с. 1562819 СССР, МКИ⁵ G 01 N 25/18.** Способ определения теплофизических характеристик материала [Текст] / Г. М. Коваль, И. И. Прядко, Н. Н. Новиков и др. (СССР). – № 4337623/31-25 ; заявлено 04.12.87 ; опубл. 12.02.90, Бюл. № 17. – 4 с. : ил.

23. **А. с. 1059493 СССР, МКИ G 01 N 25/18.** Устройство для определения теплофизических характеристик неэлектропроводных материалов [Текст] / Р. Б. Сендерович (СССР). – №3433897/18-25 ; заявл. 14.05.82 ; опубл. 31.10.83, Бюл. № 45. – 5 с. : ил.
24. **Лыков, А. В.** Теория теплопроводности [Текст] / А. В. Лыков. – М. : Высшая школа, 1967. – 599 с.
25. **Карслоу, Г.** Теплопроводность твердых тел [Текст] / Г. Карслоу, Д. Егер ; пер. с англ. – М. : Наука, 1964. – 488 с.
26. **Лыков, А. В.** Теплообмен [Текст] / А. В. Лыков. – М. : Энергия, 1978. – 480 с. : ил.
27. **Герашенко, О. А.** Тепловые и температурные измерения [Текст] / О. А. Герашенко, В. Г. Федоров. – Киев : Наукова думка, 1965. – 304 с.
28. **Цедерберг, Н. В.** Теплопроводность газов и жидкостей [Текст] / Н. В. Цедерберг. – М.–Л. : Госэнергоиздат, 1963. – 408 с.
29. **Филиппов, Л. П.** Измерение тепловых свойств твердых и жидких металлов при высоких температурах [Текст] / Л. П. Филиппов. – М. : Изд-во МГУ, 1967. – 325 с.
30. **Филиппов, Л. П.** Исследование теплопроводности жидкостей [Текст] / Л. П. Филиппов. – М. : Изд-во МГУ, 1970. – 239 с.
31. **Методы** определения теплопроводности и температуропроводности [Текст] / А. Г. Шашков и др. – М. : Энергия, 1973. – 336 с.
32. **Беляев, Н. М.** Методы теории теплопроводности [Текст] : в 2 ч. / Н. М. Беляев, А. А. Рядно. – М. : Высшая школа, 1982.
33. **Бойков, Г. П.** Определение теплофизических свойств строительных материалов [Текст] / Г. П. Бойков, Ю. В. Видин, В. Н. Журавлев. – Красноярск : Изд-во Красноярского университета, 1992. – 172 с.
34. **Вавилов, В. П.** Тепловые методы неразрушающего контроля [Текст] : справочник / В. П. Вавилов. – М. : Машиностроение, 1991. – 240 с.
35. **Кондратьев, Г. М.** Регулярный тепловой режим [Текст] / Г. М. Кондратьев. – М. : Гостехиздат, 1954. – 408 с.
36. **Дульнев, Г. Н.** Процессы переноса в неоднородных средах [Текст] / Г. Н. Дульнев, В. В. Новиков. – Л. : Энергоатомиздат, 1991. – 248 с.
37. **Коздоба, Л. А.** Методы решения нелинейных задач теплопроводности [Текст] / Л. А. Коздоба. – М. : Наука, 1975. – 228 с.

38. **А. с. 1460684 СССР, МКИ⁴ G 01 N 25/18.** Способ определения температуропроводности материалов [Текст] / В. П. Коньшев (СССР). – № 4124186/31-25 ; заявл. 09.06.86 ; опубл. 03.01.89, Бюл. № 7. – 8 с. : ил.

39. **А. с. 1539629 СССР, МКИ⁵ G 01 N 25/18.** Способ определения теплофизических характеристик материалов [Текст] / В. П. Коньшев, Н. Н. Ивашенкова, Г. В. Назарова (СССР). – № 4344607/31-25 ; заявл. 16.12.87 ; опубл. 27.12.89, Бюл. № 4. – 4 с. : ил.

40. **А. с. 1608534 СССР, МКИ⁵ G 01 N 25/18.** Способ определения температуропроводности материалов [Текст] / И. М. Драбкин (СССР). – № 4231755/31-25 ; заявл. 09.03.87 ; опубл. 13.11.90, Бюл. № 43. – 6 с. : ил.

41. **Олейник, Б. Н.** Точная калориметрия [Текст] / Б. Н. Олейник. – М. : Изд-во стандартов, 1977. – 208 с.

42. **Бровкин, Л. А.** Определение коэффициента температуропроводности при квазистационарном режиме [Текст] / Л. А. Бровкин // Заводская лаборатория. – 1961. – Т. 27, № 5. – С. 578 – 581.

43. **Васильев, Л. Л.** Теплофизические свойства плохих проводников тепла [Текст] / Л. Л. Васильев, Ю. Е. Фрайман. – Минск : Наука и техника, 1967. – 172 с.

44. **Краев, О. А.** Простой метод измерения температуропроводности теплоизоляторов [Текст] / О. А. Краев // Теплоэнергетика. – 1958. – № 4. – С. 81–82.

45. **А. с. 1165958 СССР, МКИ⁴ G 01 N 25/18.** Способ измерения коэффициента теплопроводности [Текст] / В. В. Курепин, Е. С. Платунов, Н. В. Нименский и др. (СССР). – № 3661943/24-25 ; заявл. 21.11.83 ; опубл. 31.05.85, Бюл. № 25. – 10 с. : ил.

46. **А. с. 1165957 СССР, МКИ⁴ G 01 N 25/18.** Способ определения теплофизических характеристик плоских образцов материалов и устройство для его осуществления [Текст] / Т. Г. Грищенко, О. А. Герашенко, Л. В. Декуша (СССР). – № 3659357/24-25 ; заявл. 27.09.83 ; опубл. 31.05.85, Бюл. № 25. – 15 с. : ил.

47. **А. с. 1562820 СССР, МКИ⁵ G 01 N 25/18.** Способ определения теплофизических характеристик материалов [Текст] / А. В. Ковалев, В. И. Теличкун, В. Н. Пахомов и др. (СССР). – № 4412021/31-25 ; заявл. 19.04.88 ; опубл. 12.02.90, Бюл. № 17. – 225 с. : ил.

48. **А. с. 1561025 СССР, МКИ⁵ G 01 N 25/18.** Способ измерения теплопроводности [Текст] / С. Е. Буравой, В. В. Курепин, В. М. Козин

и др. (СССР). – № 4450862/31-25 ; заявл. 23.05.88 ; опубл. 22.03.90, Бюл. № 16. – 8 с. : ил.

49. **А. с. 1578612 СССР, МКИ⁵ G 01 N 25/18.** Способ определения теплопроводности материалов [Текст] / Л. М. Драбкин (СССР). – № 4492345/31-25 ; заявл. 19.09.86 ; опубл. 19.06.90, Бюл. № 26. – 6 с. : ил.

50. **Платунов, Е. С.** Теплофизические измерения в монотонном режиме [Текст] / Е. С. Платунов. – Л. : Энергия, 1973. – 100 с.

51. **Платунов, Е. С.** Теплофизические измерения и приборы [Текст] / под общ. ред. Е. С. Платунова. – Л. : Машиностроение, Ленинг. отд-ние, 1986. – 256 с.

52. **Измеритель** теплопроводности ИТ-λ-400. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. – Актюбинск : Завод «Эталон», 1979. – 40 с.

53. **Шорин, С. Н.** Теплопередача [Текст] / С. Н. Шорин. – М. : Высшая школа, 1964. – 490 с.

54. **Харламов, А. Г.** Измерение теплопроводности твердых тел [Текст] / А. Г. Харламов. – М. : Атомиздат, 1973. – 152 с.

55. **А. с. 1038851 СССР, МКИ³ G 01 N 25/18.** Способ определения температуропроводности твердых тел [Текст] / М. Е. Гуревич, А. И. Носарь (СССР). – № 3420993/18-25 ; заявл. 12.04.82 ; опубл. 18.07.83, Бюл. № 32. – 4 с. : ил.

56. **А. с. 1603271 СССР, МКИ G01N 25/18.** Способ измерения коэффициента температуропроводности материалов [Текст] / А. Д. Ивлиев, А. А. Куриченко, А. Н. Поздеев и др. (СССР) – № 4382359/31-25 ; заявл. 25.02.88 ; опубл. 24.10.90, Бюл. № 40. – 8 с. : ил.

57. **А. с. 1293606 СССР, МКИ⁴ G 01 N 25/18.** Способ измерения коэффициента температуропроводности материалов и устройство для его осуществления [Текст] / С. М. Константинов, Ю. А. Скрипник, В. И. Водотовка и др. (СССР). – № 3879635/31-25 ; заявл. 08.04.85 ; опубл. 26.01.87, Бюл. № 8. – 7 с. : ил.

58. **Пат. 2224244** Российская Федерация, МПК⁷ G 01 N 25/18. Способ температурных волн для определения теплофизических свойств материалов [Текст] / Ищук И. Н. ; заявитель и патентообладатель Тамбовский военный авиационный инженерный институт. – № 2001130664/28 ; заявл. 12.11.2001 ; опубл. 20.02.2004, Бюл. № 5. – 10 с. : ил.

59. **Теплофизические** измерения [Текст] : справочное пособие по методам расчета полей, характеристик теплопереноса и автоматизации измерений / В. В. Власов и др. – Тамбов : Изд-во ВНИИРТмаш, 1975. – 256 с.

60. **Пат.** 2027172 Российская Федерация, МПК G 01 N 25/18. Способ комплексного определения теплофизических характеристик материалов и устройство для его осуществления [Текст] / Мищенко С. В., Глинкин Е. И., Чуриков А. А. и др. ; заявитель и патентообладатель Тамб. гос. техн. ун-т. – № 4932067/25 ; заявл. 06.05.1991 ; опубл. 20.01.1995 , Бюл. № 2. – 8 с. : ил.

61. **Чуриков, А. А.** Методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств изделий и образцов из неоднородных твердых материалов [Текст] : автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.11.13 / А. А. Чуриков. – Тамбов, 2000. – 32 с.

62. **Чуриков, А. А.** Разработка и исследование методов и устройств для автоматического неразрушающего контроля температурозависимых теплофизических свойств твердых теплозащитных материалов [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.11.13 / А. А. Чуриков. – М., 1980. – 16 с.

63. **Фокин, В. М.** Неразрушающий контроль теплофизических характеристик строительных материалов [Текст] / В. М. Фокин, В. Н. Чернышов. – М. : Изд-во «Машиностроение-1», 2004. – 212 с.

64. **Пат.** 2216011 Российская Федерация, МПК G 01 N 25/18. Способ комплексного определения теплофизических характеристик вещества [Текст] / Тетерин Е. П., Потехин Д. С. и др. ; заявитель и патентообладатель Ковровская государственная технологическая академия. – № 2001100748/28 ; заявл. 09.01.01 ; опубл. 10.11.2003, Бюл. № 31. – 12 с. : ил.

65. **Пат.** 2221239 Российская Федерация, МПК G 01 N 25/18. Способ определения температуропроводности материалов [Текст] / Озерной Н. А., Ус Н. А. ; заявитель и патентообладатель Воронежский военный авиационный инженерный институт. – № 2001102670/28 ; заявл. 31.01.01 ; опубл. 10.01.2004, Бюл. № 1. – 7 с. : ил.

66. **Пат.** 2192000 Российская Федерация, МПК G 01 N 25/18. Способ неразрушающего контроля теплофизических характеристик материалов [Текст] / Клебанов М. Г., Обухов В. В., Фесенко Т. А. ; заявитель и патентообладатель Тамбовский военный авиационный

инженерный институт. – № 2000123040/28 ; заявл. 04.09.00 ; опубл. 27.10.2002, Бюл. № 30. – 6 с. : ил.

67. **Пат.** 2224245 Российская Федерация, МПК G 01 N 25/18. Способ определения теплофизических характеристик материалов [Текст] / Власов А. Б. ; заявитель и патентообладатель Мурманский гос. техн. ун-т. – № 2002108341/28 ; заявл. 02.04.02 ; опубл. 20.02.2004, Бюл. № 5. – 8 с. : ил.

68. **Чернышова, Т. И.** Методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов [Текст] / Т. И. Чернышова, В. Н. Чернышов. – М. : Машиностроение, 2001. – 240 с.

69. **Чернышов, В. Н.** Разработка и исследование методов и информационно-измерительных систем неразрушающего контроля теплофизических характеристик твердых материалов [Текст] : дис. ... канд. техн. наук: 05.11.13 / В. Н. Чернышов. – Л., 1980. – 242 с.

70. **Пат.** 2170423 Российская Федерация, МПК G 01 N 25/18. Термозонд для неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов и готовых изделий [Текст] / Чернышов В. Н., Селиванова З. М. ; заявитель и патентообладатель Тамб. гос. техн. ун-т. – № 2000112296/28 ; заявл. 16.05.00 ; опубл. 10.07.2001, Бюл. № 19. – 6 с. : ил.

71. **Чернышов, В. Н.** Разработка теоретических основ и алгоритмического обеспечения неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов с метрологическим анализом полученных результатов [Текст] : дис. ... докт. техн. наук: 05.11.13 / В. Н. Чернышов. – Л., 1997. – 496 с.

72. **Фокин, В. М.** Научно-методологические основы определения теплофизических свойств материалов методом неразрушающего контроля [Текст] / В. М. Фокин. – М. : Изд-во «Машиностроение-1», 2003. – 140 с.

73. **Балабанов, П. В.** Метод исследования изменения теплофизических характеристик зерновых хемосорбентов в процессе хемосорбции / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2012. – Т. 18, № 2. – С. 367 – 372.

74. **А. с.** 1573403 СССР, МКИ⁵ G 01 N 25/18. Способ измерения температуропроводности материалов [Текст] / Л. К. Шведов, В. М. Барановский, В. Н. Кестельман (СССР). – № 447330431/31-25 ; заявл. 27.05.88 ; опубл. 2.03.90, Бюл. № 23. – 5 с. : ил.

75. **Гаврильев, Р. И.** Метод определения теплофизических свойств горного массива без нарушений естественной структуры [Текст] / Р. И. Гаврильев, И. Д. Никифоров // ИФЖ. – 1983. – Т. 45, № 6. – С. 10 – 23.

76. **Особенности** метода иррегулярного режима при исследовании теплопроводности твердых тел [Текст] / О. В. Беляев, Г. Г. Спириин и др. // ИФЖ. – 1998. – Т. 71, № 5. – С. 805 – 810.

77. **Применение** метода зонда к исследованию теплопроводности порошковых материалов [Текст] / В. В. Поляков, М.А. Утемесов и др. // Теплофизические свойства веществ : тр. VII Всесоюз. конф. АН СССР. – Новосибирск, 1989. – С. 282.

78. **Пат.** 2208778 Российская Федерация, МПК G 01 N 25/18. Способ бесконтактного неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов [Текст] / Чернышов В. Н., Сысоев Э. В., Чернышов А. В. ; заявитель и патентообладатель Тамб. гос. техн. ун-т. – № 2001101230/28 ; заявл. 12.01.01 ; опубл. 20.07.2003, Бюл. № 20. – 10 с. : ил.

79. **А. с.** 1441285 СССР, МКИ G 01 N 25/18. Способ определения локальных теплофизических характеристик твердых материалов [Текст] / А. Л. Глазов, Г. К. Григорьев, Н. П. Калмыкова и др. (СССР). – № 4176010/31-25 ; заявл. 06.01.87 ; опубл. 05.11.88, Бюл. № 44. – 198 с. : ил.

80. **Григорьева, С. В.** Разработка метода и автоматизированной установки для измерения теплофизических свойств жидкостей [Текст] : дис. ... канд. техн. наук: 05.11.13 / С. В. Григорьева. – Тамбов, 1997. – 117 с.

81. **Ponomarev, S. V.** Measurements of Thermophysical Properties by Laminar Flow Methods [Text] / S. V. Ponomarev, S. V. Mishchenko, T. F. Irvine. – New-York : Begell House Inc., 2001. – 273 p.

82. **Пономарев, С. В.** Методы и устройства для измерения эффективных теплофизических характеристик потоков технологических жидкостей [Текст] : дис. ... докт. техн. наук: 05.11.13 / С. В. Пономарев. – М. : МГАХМ, 1994. – 475 с.

83. **Аэродинамика** воздухоочистных устройств с зернистым слоем : монография / А. Пушнов, П. Балтренас, А. Каган, А. Загорскис. – Вильнюс : Техника, 2010. – 348 с.

84. **Аэров, М. Э.** Аппараты со стационарным зернистым слоем: Гидравлические и тепловые, основы работы / М. Э. Аэров, О. М. Тодес, Д. А. Наринский. – Л. : Химия, 1979. – 176 с.

85. **Коузов, П. А.** Методы определения физико-химических свойств промышленных пылей / П. А. Коузов, Л. Я. Скрыбина. – Л. : Химия, 1983. – 143 с.

86. **Паничкина, В. В.** Методы контроля дисперсности и удельной поверхности металлических порошков / В. В. Паничкина, И. В. Уварова. – Киев : Наукова думка, 1973. – 168 с.

87. **Измерения в промышленности** : справ. изд. в 3-х кн. Кн. 2. Способы измерения и аппаратура / под ред. П. Профоса ; пер. с нем. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Металлургия, 1990. – 384 с.

88. **Кивилис, С. С.** Плотномеры / С. С. Кивилис. – М. : Энергия, 1980. – 280 с.

89. **А. с. 1728721 СССР, G01N 9/00.** Способ определения плотности пористых материалов / В. В. Шевелев, В. Д. Шантарин. – № 4746487/25 ; заявл. 05.10.1989 ; опубл. 23.04.1992, Бюл. № 15. – 3 с.

90. **Борщев, В. Я.** Разработка метода бесконтактного измерения концентрации твердой фазы в быстром сдвиговом потоке зернистой среды / В. Я. Борщев, В. Н. Долгунин, П. А. Иванов // Вестник ТГУ. – 2001. – Т. 6, вып. 4. – С. 428 – 430.

91. **Br. 1500055 FR, G01N.** Procédé de Mesure de la Porosité d'un Corps et Appareil Pour la Mise en Oeuvre de ce Procédé / R. Téoule. P. V. no. 66100 ; Demandé le 20.06.1966 ; Pub. 03.11.1967. – Bul. no. 44. – 4 p.

92. **Pat. 2741079 EP, G01N 27/74.** Porosity Measurement Apparatus and Porosity Measurement Method / M. Kawano, H. Watarai. – Appl. no. PCT/JP2012/069697 ; Filed 02.08.2012 ; Pub. 11.06.2014. – Bul. no. 2014/24. – 27 p.

93. **Pat. 1462171 EP, B01J 37/02, B01J 35/04, B01D 53/94, G01N 5/02.** Water Absorption Measuring Method of Porous Cell Structure and Method for Carrying a Catalyst on a Porous Support / Y. Ichikawa. – Appl. no. 04251682.3 ; Filed 24.03.2004 ; Priority : 28.03.2003, JP 2003090018 ; Pub. 29.09.2004. – Bul. no. 2004/40. – 13 p.

94. **Пат. 2162596 РФ, G01N 9/00, G01N 9/26.** Способ измерения плотности / Мордасов Д. М., Мордасов М. М., Булгаков Н. А. – № 99106223/28 ; заявл. : 30.03.1999 ; опубл. : 27.01.2001, Бюл. № 3. – 6 с.

95. **Pat.** 2247964 РФ, G01N 9/00, G01N 9/26. Способ измерения плотности / Мордасов Д. М., Мордасов М. М. № 2002104152/28 ; заявл. : 14.02.2002 ; опубл. : 10.03.2005, Бюл. № 7. – 5 с.

96. **Безменов, В. С.** Пневмодинамические измерительные преобразователи объема для контроля качества картофеля / В. С. Безменов, Р. А. Суровцев, Т. К. Ефремова // Приборы и системы управления. – 1997. – № 9. – С. 29 – 32.

97. **Мордасов, М. М.** Пневматическое времяимпульсное устройство для измерения плотности сыпучих материалов / М. М. Мордасов, Д. М. Мордасов, Н. А. Булгаков // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2000. – Т. 6, № 2. – С. 201 – 206.

98. **Pat.** 0936451 EP, G01F 17/00, G01N 9/02. Verfahren und Vorrichtung zur Ermittlung des Volumens Eines Keramischen Probenkörpers / Engmann, Dietrich. – Anmeldenummer : 99101955.5 ; Anmeldetag : 30.01.1999 ; Veröffentlichungstag : 18.08.1999. – Patentblatt 1999/33. – 13 p.

99. **Pat.** 2304731 US, G01N 9/00. Method of Determination the Density and Shrinkage of the Wool in a Bale of Wool / R. A. Fairbairn. – Appl. No. 317475 ; Filed : 06.02.1940 ; Pat. : 08.12.1942. – 7 p.

100. **Pat.** 8413488 US, G01N 11/08, G01N 21/00, G01N 11/00, G01N 11/06. Measuring Procedure and Measuring Device for Measuring Physical Quantities of Non-compressible Media / W. Belitsch. – Appl. No. : 12/786134 ; Filed : 24.05.2010 ; Pat. : 09.04.2013. – 11 p.

101. **Мордасов, М. М.** Манометрический метод измерения кажущейся плотности сыпучих материалов / М. М. Мордасов, А. П. Савенков, К. Е. Чечетов // Измерительная техника. – 2015. – № 4. – С. 38 – 42.

102. **Pat.** 2399904 РФ, G01N 9/00. Способ измерения плотности / Мордасов М. М., Мордасов Д. М., Дмитриева А. Р. – № 2009119100/28 ; заявл. : 20.05.2009 ; опубл. : 20.09.2010, Бюл. № 26. – 5 с.

103. **Силина, Л. А.** Исследование методов автоматизации измерений объема твердых тел произвольной формы : дис. ... канд. техн. наук / Л. А. Силина. – Львов, 1970. – 144 с.

104. **Торопин, С. И.** Установка для определения плотности пористых и сыпучих тел / С. И. Торопин, А. Т. Руденко, Л. Ф. Светлакова // Измерительная техника. – 1972. – № 12. – С. 62–63.

105. **Bv.** 1478618 FR, G01N. Procédé et Dispositif de Mesure de la Porosité Utile des Roches / A. Pochitaloff. – P. V. no. 53800 ; Demandé le 17.03.1966 ; Pub. : 27.04.1967. – Bul. no. 17. – 3 p.

106. **Pat.** 1084738 GB, G01N 9/02. Improvements Relating to Methods of Measuring Volume and Apparatus Therefore / J. Sharpe. – Appl. No. 22693/63 ; Filed : 07.06.1963 ; Pub. : 27.09.1967. – 5 p.

107. **Pat.** 1220313 GB, G01F 17/00. Method and Apparatus for Volume Measurement / E. V. H. Keng. – Appl. No. 29769/69 ; Filed : 12.06.1969 ; Pub. : 27.01.1971. – 10 p.

108. **Pat.** 2176016 GB, G01F 17/00. Determining Volume / G. A. Wilkin. – Appl. No. 8611877 ; Filed : 15.05.1986 ; Pub. : 10.12.1986. – 7 p.

109. **Pat.** 4238684 DE, G01N 9/26, G01N 9/02. Selbstkalibrierendes Gas-Pyknometer zur Bestimmung der Dichte, Volumen und Porosität von Flüssigen und Festen Stoffen / W. Merkel. – Aktenzeichen : P 4238684.5 ; Anmeldetag : 17.11.1992 ; Offenlegungstag : 19.05.1994. – Patentblatt 114. – Jhrg. Heft. 20. – 4 p.

110. **Pat.** 4315455 DE, G01N 9/26, G01F 17/00, G01N 7/04. Gas-Pyknometer Sorp. / W. Merkel. – Aktenzeichen : P 4315455.7 ; Anmeldetag : 10.05.1993 ; Offenlegungstag : 17.11.1994. – Patentblatt 114. – Jhrg. Heft. 46. – 4 p.

111. **Pat.** 19633846 DE, G01N 9/26, G01F 17/00, G01N 7/04. Vorrichtung und Verfahren zur Messung des Rauminhaltes von Festen Körpern oder Flüssigkeiten, Insbesondere Porösen Oder Schaumartigen Körpern / F. Noni. – Aktenzeichen : 19633846.8 ; Anmeldetag : 22.08.1996 ; Offenlegungstag : 06.03.1997. – Patentblatt 117. – Jhrg. Heft. 10. – 4 p.

112. **Pat.** 102007025067 DE, G01N 9/36, G01N 9/02, G01N 33/24, G01F 17/00. Verfahren und Vorrichtung zur Bestimmung des Wassergehalts von Proben / K. Lemke. – Aktenzeichen : 102007025067.5 ; Anmeldetag : 29.05.2007 ; Offenlegungstag : 06.12.2007 ; Veröffentlichungstag : 20.08.2009. – Patentblatt 129. – Jhrg. Heft. 34. – 6 p.

113. **Балабанов, П. В.** Метод комплексного определения теплотехнических характеристик сыпучих хемосорбентов / П. В. Балабанов // Измерительная техника. – 2013. – № 10. – С. 51 – 54.

114. **Балабанов, П. В.** Метод комплексного определения объемной и удельной теплоемкостей сыпучих материалов и устройство для его осуществления / П. В. Балабанов, С. В. Мищенко, А. С. Костров // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2013. – Т. 19, № 2. – С. 255 – 261.

115. **Балабанов, П. В.** Применение теории решений задач Штурма-Лиувилля при разработке методов измерения теплофизических характеристик / П. В. Балабанов // Измерительная техника. – 2012. – № 9. – С. 30 – 34.

116. **Карташов, Э. М.** Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел [Текст] : учеб. пособие / Э. М. Карташов. – 2-е изд., доп. – М. : Высшая школа, 1985. – 480 с.

117. **Балабанов, П. В.** Применение теории метода двух альф для исследования теплофизических характеристик регенеративных продуктов и химических поглотителей [Текст] / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев // Измерительная техника. – 2010. – № 11. – С. 45 – 49.

118. **Балабанов, П. В.** Измерение теплофизических характеристик насыпного слоя / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2011. – Т. 77, № 10. – С. 36 – 41.

119. **Балабанов, П. В.** Оценка погрешностей при измерении теплофизических характеристик на стадии регулярного режима первого рода / П. В. Балабанов // Метрология. – 2012. – № 6. – С. 28 – 38.

120. **Повышение** точности метода двух альф при измерении теплофизических характеристик [Текст] / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев // Измерительная техника. – 2011. – № 2. – С. 57 – 60.

121. **Повышение** точности метода измерения теплофизических свойств за счет выбора рациональных параметров проведения эксперимента и обработки опытных данных [Текст] / С. В. Пономарев, П. В. Балабанов, В. Ф. Сорочинский, А. С. Щекочихин // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2009. – Т. 15, № 4. – С. 718 – 728.

122. **Рабинович, С. Г.** Погрешности измерений [Текст] / С.Г. Рабинович. – Л. : Энергия, 1978. – 262 с.

123. **Шабалин, С. А.** Прикладная метрология в вопросах и ответах [Текст] / С. А. Шабалин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во стандартов, 1990. – 192 с.

124. **Карташева, А. Н.** Достоверность измерений и критерий качества испытаний приборов [Текст] / А. Н. Карташева. – М. : Изд-во стандартов, 1967. – 158 с.

125. **Маркин, Н. С.** Метрология. Введение в специальность [Текст] / Н. С. Маркин, В. С. Ерисов. – М. : Изд-во стандартов, 1991. – 208 с.

126. **Пономарев, С. В.** Метод и устройство для измерения теплофизических характеристик регенеративных продуктов [Текст] / С. В. Пономарев, П. В. Балабанов, Е. С. Пономарева // Измерительная техника. – 2003. – № 9. – С. 51 – 54.

127. **Балабанов, П. В.** Математическая модель метода и устройства для измерения теплофизических свойств регенеративных веществ [Текст] / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев, Е. С. Пономарева // Труды ТГТУ : сб. науч. ст. молодых ученых и студентов. – 2002. – Вып. 11. – С. 80–81.

128. **Пономарев, С. В.** Комплексное определение теплофизических характеристик материалов [Текст] / С. В. Пономарев, А. В. Трофимов, П. В. Балабанов // Измерение, контроль, информатизация : материалы Междунар. науч.-техн. конф. «ИКИ-2003». – Барнаул, 2003. – С. 80–81.

129. **Пономарев, С. В.** Оценка погрешностей измерения теплофизических свойств твердых материалов [Текст] / С. В. Пономарев, П. В. Балабанов, А. В. Трофимов // Измерительная техника. – 2004. – № 1. – С. 44 – 47.

130. **Пономарев, С. В.** Математическая обработка результатов при измерении теплопроводности и температуропроводности методом, аналогичным регулярному режиму первого рода [Текст] / С. В. Пономарев, П. В. Балабанов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2003. – Т. 9, № 3. – С. 382 – 390.

131. **Трофимов, А. В.** Повышение точности измерения теплопроводности путем введения критерия управления ходом измерения [Текст] / А. В. Трофимов, П. В. Балабанов // Метрология, стандартизация, сертификация и управление качеством продукции : Программа, материалы школы-семинара молодых ученых. – Тамбов : ТГТУ, 2003. – С. 137.

132. **Балабанов, П. В.** Повышение точности измерения температуропроводности путем введения критерия управления ходом измерения [Текст] / П. В. Балабанов // Метрология, стандартизация, сертификация и управление качеством продукции : Программа, материалы школы-семинара молодых ученых. – Тамбов : ТГТУ, 2003. – С. 93.

133. **Пат. 2243543** Российская Федерация, МПК G 01 N 25/18. Способ комплексного определения теплофизических характеристик материалов [Текст] / Мищенко С. В., Пономарев С. В., Трофимов А. В., Балабанов П. В., Пономарева Е. С. ; заявитель и патентообладатель

Тамб. гос. техн. ун-т. – № 2003110027/28 ; заявл. 08.04.2003 ; опубл. 27.12.2004, Бюл. № 36. – 36 с. : ил.

134. **Петухов, Б. С.** Опытное изучение процессов теплопередачи [Текст] / Б. С. Петухов. – М.–Л. : Госэнергоиздат, 1952. – 344 с.

135. **К вопросу** об исследовании теплофизических свойств материалов методом регулярного теплового режима второго рода // Труды ТГТУ [Текст] : сб. науч. статей. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. – Вып. 19. – С. 69 – 72

136. **Балабанов, П. В.** Метод и устройство для измерения теплофизических свойств образцов регенеративного продукта на матрице при нагреве их постоянным тепловым потоком [Текст] / П. В. Балабанов, С. В. Пономарев, Е. Н. Балабанова // Измерительная техника. – 2009. – № 5. – С. 49 – 53.

137. **Пат.** 2387981 РФ, G01N 25/18. Способ комплексного определения теплофизических характеристик материалов / Балабанов П. В., Балабанова Е. Н., Пономарев С. В. № 2009108994/28 ; заявл. 11.03.2009 ; опубл. 27.04.2010, Бюл. № 12. – 16 с.

138. **Методика** повышения точности и оперативности измерения теплофизических характеристик на стадии регулярного режима второго рода [Текст] / П. В. Балабанов, А. С. Костров // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2011.

139. **Мордасов, Д. М.** Технические измерения плотности сыпучих материалов / Д. М. Мордасов, М. М. Мордасов. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2004. – 80 с.

140. **Можегов, Н. Н.** Пневмометрическое измерение объемов материалов в герметичных емкостях / Н. Н. Можегов // Механизация и автоматизация производств. – 1986. – № 8. – С. 31–32.

141. **Мордасов, Д. М.** Пневмодинамический метод измерения удельного объема твердой фазы гетерогенных систем / Д. М. Мордасов, М. М. Мордасов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2002. – Т. 68, № 3. – С. 27 – 29.

142. **Миснар, А.** Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций / А. Миснар ; пер. с фр. М. Г. Беды, А. Н. Вишнякова, Ю. Б. Воронова. – М. : Мир, 1968.

143. **Дульнев, Г. Н.** Теплопроводность смесей и композиционных материалов / Г. Н. Дульнев, Ю. П. Заричняк. – Л. : Энергия, 1974.

144. **Богомолв, В. З.** Теплопередача в дисперсном теле (теплопроводность почв) / В. З. Богомолв // Работы по агрономической физике. – 1941. – Вып. 3. – С. 4 – 27.

145. **Каганер, М. Г.** Тепловая изоляция в технике низких температур / М. Г. Каганер. – М. : Машиностроение, 1966.

146. **Пористые** проницаемые материалы : справочное издание / под ред. С. В. Белова. – М. : Metallurgia, 1987.

147. **Maqsood, A.** Thermophysical Properties of AgCl in the Temperature Range 77-300 K / A. Maqsood, K. Kamran, I. Gul // Phys. D : Appl. Phys. – 2004. – N. 37. – P. 1845 – 1847.

148. **Изучение** температуропроводности сложных гетерогенных систем типа «капиллярно-пористая матрица – несмачивающая жидкость» / А. П. Сорокин, В. К. Гонор, В. Г. Мальцев, В. Г. Митрошин // Труды регионального конкурса научных проектов в области естественных наук. – Калуга : Изд-во АНО «Калужский научный центр», 2007. – Вып. 12. – С. 499 – 511.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ МЕТОДОВ И СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕН- НЫХ МАТЕРИАЛОВ	6
1.1. Методы определения теплопроводности, тепло- емкости и температуропроводности	6
1.1.1. Аналитические методы определения тепло- физических свойств гетерогенного материала	6
1.1.2. Экспериментальные методы определения тепло- физических свойств гетерогенного материала	8
1.2. Методы измерения объема твердой фазы, кажущейся плотности и пористости	21
Глава 2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ПЕРВОГО РОДА	27
2.1. Общий подход применения теории решений задач Штурма–Лиувилля для измерения теплофизических свойств	27
2.1.1. Постановка и решение прямых краевых задач теплопроводности	27
2.1.2. Принципы применения решений задач Штурма– Лиувилля	33
2.1.3. Определение числа Био с использованием срав- нительной ячейки	37
2.2. Частные случаи применения теории решений задач Штурма–Лиувилля для измерения теплофизических свойств	38
2.2.1. Измерение теплофизических свойств плоского насыпного слоя	38
2.2.2. Измерение теплофизических свойств насыпного слоя сферической формы	41
2.2.3. Измерение теплофизических свойств насыпного слоя цилиндрической формы	44

2.3. Повышение точности и оперативности методов двух альфа	48
2.3.1. Анализ источников погрешностей методов двух альфа	48
2.3.2. Оценка влияния погрешностей определения первых собственных значений на погрешности определения теплофизических свойств	51
2.3.3. Оценка влияния погрешностей определения чисел Био на погрешности определения теплофизических свойств	53
2.3.4. Методика повышения точности определения первых собственных значений	54
2.3.5. Методика повышения точности определения чисел Био	64
2.3.6. Выбор материалов слоев измерительной ячейки ...	67
2.3.7. Теоретическая оценка погрешностей определения теплофизических свойств методами двух альфа	70
2.3.8. Методика проведения эксперимента и обработки опытных данных в методах двух альфа	76
2.4. Технические средства реализации методов измерения теплофизических свойств	77
2.4.1. Измерительные ячейки	77
2.4.2. Сравнительные ячейки	80

Глава 3. МНОГОСТАДИЙНЫЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ	81
--	----

3.1. Двухстадийный метод измерения теплофизических свойств	81
3.1.1. Физическая модель измерительной ячейки	81
3.1.2. Определение теплопроводности по данным первого этапа эксперимента	82
3.1.3. Определение температуропроводности по данным второго этапа эксперимента	85
3.1.4. Конструкция измерительной установки	88
3.2. Теоретические основы комбинированного метода измерения теплофизических свойств плоских образцов хемосорбентов	91

3.2.1. Физическая модель измерительной ячейки	92
3.2.2. Расчетные соотношения для определения теплопроводности на первом этапе экспериментов	93
3.2.3. Расчетные соотношения для определения температуропроводности на втором этапе первого эксперимента	94
3.2.4. Расчетные соотношения для определения температуропроводности на втором этапе второго эксперимента	95
3.2.5. Технические средства измерительной установки	96
3.3. Методика повышения точности и оперативности многостадийных методов измерения теплофизических свойств	97
3.3.1. Анализ источников погрешностей методов измерения	97
3.3.2. Оценка погрешности измерения теплопроводности на первом этапе эксперимента	98
3.3.3. Оценка погрешности измерения температуропроводности	105
3.4. Алгоритмы проведения экспериментов и обработки опытных данных, обеспечивающие повышение точности и оперативности методов измерения теплофизических свойств	111
3.5. Обобщенная методика проведения экспериментов, обеспечивающая повышение точности и оперативности многостадийных методов	116
3.6. Метрологическая оценка измерительных установок	120

Глава 4. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ВТОРОГО РОДА	121
---	------------

4.1. Теоретическое обоснование методов измерения теплофизических свойств на основе регулярного теплового режима второго рода	121
4.1.1. Постановка и решение прямой краевой задачи теплопроводности	121
4.1.2. Решения обратных краевых задач теплопроводности	125

4.2. Метод измерения теплофизических свойств плоского слоя гетерогенного материала на стадии регулярного режима второго рода	127
4.2.1. Теоретические основы метода	127
4.2.2. Оценка погрешностей измерения теплоемкости и теплопроводности	135
4.2.3. Выбор рациональных параметров проведения эксперимента и конструкционных размеров измерительной ячейки	138
4.2.4. Конструкция измерительной установки	145
Глава 5. МАНОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ОБЪЕМА ТВЕРДОЙ ФАЗЫ, КАЖУЩЕЙСЯ ПЛОТНОСТИ И ПОРИСТОСТИ ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ	147
5.1. Теоретические и экспериментальные исследования манометрического метода	147
5.2. Устройства для реализации манометрического метода	156
5.2.1. Устройство для измерения объема твердой фазы сыпучих материалов	156
5.2.2. Устройство для измерения кажущейся плотности сыпучих материалов	159
5.3. Результаты измерения пористости, насыпной и кажущейся плотности сыпучих хемосорбентов	164
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	168
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	169

Научное издание

БАЛАБАНОВ Павел Владимирович
САВЕНКОВ Александр Петрович

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
ГЕТЕРОГЕННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Монография

Редактор Л. В. Комбарова
Инженер по компьютерному макетированию Т. Ю. Зотова

ISBN 978-5-8265-1630-0



Подписано в печать 08.11.2016.
Формат 60×84 /16. 10,93 усл. печ. л.
Тираж 400 экз. (1-й з-д 32). Заказ № 448

Издательско-полиграфический центр
ФГБОУ ВО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14
Тел. 8(4752) 63-81-08;

E-mail: izdatelstvo@admin.tstu.ru