

А. Н. ГРИБКОВ, Д. Ю. МУРОМЦЕВ

**ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ  
СИСТЕМЫ МНОГОМЕРНЫМИ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ:  
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА**

Тамбов  
Издательство ФГБОУ ВО «ТГТУ»  
2016



А. Н. Грибков, Д. Ю. Муромцев **ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ  
МНОГОМЕРНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА**



Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Тамбовский государственный технический университет»

**А. Н. ГРИБКОВ, Д. Ю. МУРОМЦЕВ**

**ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ  
МНОГОМЕРНЫМИ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ:  
ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА**

*Рекомендовано научно-техническим советом  
ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»  
в качестве монографии*



---

Тамбов  
◆ Издательство ФГБОУ ВО «ТГТУ» ◆  
2016

УДК 681.518

ББК 381

Г82

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретическая и экспериментальная физика» ФГБОУ ВО «ТГУ им. Г. Р. Державина»

*И. И. Пасечников*

Доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры «Системы автоматизированной поддержки  
принятия решений» ФГБОУ ВО «ТГТУ»

*Ю. В. Литовка*

**Грибков, А. Н.**

Г82

Информационно-управляющие системы многомерными технологическими объектами: теория и практика : монография / А. Н. Грибков, Д. Ю. Муромцев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2016. – 164 с. – 300 экз.

ISBN 978-5-8265-1566-2

Изложены теоретические основы и приведены практические примеры разработки информационно-управляющих систем многомерными технологическими объектами на примере вальце-ленточных и барабанных сушильных установок. Показаны основные методы разработки алгоритмического обеспечения информационно-управляющих систем. Рассмотрены информационные технологии, применяемые при решении задач построения информационно-управляющих систем.

Предназначена для научных работников и инженеров, а также для аспирантов и студентов технических вузов, занимающихся исследованиями в области разработки информационно-управляющих систем многомерными технологическими объектами.

УДК 681.518

ББК 381

ISBN 978-5-8265-1566-2

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный технический университет» (ФГБОУ ВО «ТГТУ»), 2016

## ВВЕДЕНИЕ

---

Задачи повышения энергетической эффективности и внедрения энергосберегающих технологий в промышленное производство в настоящее время являются весьма актуальными. Одним из возможных подходов к решению данных задач является разработка и практическое применение информационно-управляющих систем (ИУС), осуществляющих оптимальное управление энергоемкими технологическими объектами. Внедрение ИУС позволяет снизить затраты энергоресурсов, обеспечить требуемое качество выпускаемой продукции, минимизировать материальные затраты, сократить уровень загрязнения окружающей среды и т.д. На современном этапе развития технологии практически ни одно производство не обходится без систем управления, которые позволяют решать все более сложные задачи по мере совершенствования информационных технологий и вычислительной техники.

Одним из самых наукоемких этапов разработки ИУС является формализация и решение задачи анализа и синтеза оптимального управления (ОУ) применительно к конкретному объекту. В настоящее время наиболее изученной и проработанной является теория ОУ одномерными объектами. Однако почти все объекты, встречающиеся на практике, являются многомерными, поскольку включают многочисленные взаимосвязанные входные и выходные переменные.

При разработке ИУС многомерными объектами необходимо учитывать не только множество управляемых и контролируемых параметров, но и влияние, которое оказывают различные возмущения и помехи, так как это влияние может существенно снизить вероятность достижения цели управления.

Повышение помехоустойчивости и точности реализации управляющих воздействий является одним из направлений совершенствования ИУС. Для решения задач повышения помехоустойчивости широко применяются методы оптимальной фильтрации и прогнозирования шумов в каналах управления и измерения ИУС. Основоположниками современной теории фильтрации являются А. Н. Колмогоров, Н. Винер, Р. Калман, Р. Бьюси, Р. Л. Стратонович. Процедуры фильтрации, предложенные этими учеными, получили широкое распространение на практике и были развиты в многочисленных публикациях, авторами которых являются: К. Т. Леондес, Р. Бутон, К. Остром, А. Балакришнан, К. Браммер, Г. Зиффлинг, И. И. Ляшко, В. П. Диденко, О. Е. Цитрицкий, Ю. И. Параев, Ф. Л. Черноусько, В. Б. Колмановский, В. И. Тихонов, Э. П. Сейдж, Дж. Л. Мелса, Ю. П. Гришин, Ю. М. Казаринов, Р. Ш. Липцер, А. Н. Ширяев и др.

В настоящее время для решения задач оптимального управления (ЗОУ) многомерными объектами применяются ИУС, как правило, проектируемые с использованием современных информационных технологий. В большинстве случаев разработка алгоритмического обеспечения для ИУС, решающих ЗОУ многомерными объектами в реальном масштабе времени, представляет собой сложное научно-техническое исследование, поскольку в состав алгоритмического обеспечения ИУС могут включаться достаточно сложные алгоритмы (идентификации моделей, анализа ЗОУ, оперативного синтеза управляющих воздействий, имитационного моделирования, принятия решений в условиях неопределенности и т.д.).

В настоящее время издано большое количество монографий, учебников, статей, посвященных проблемам создания систем автоматизации и управления. Постоянно проводятся конференции по проблемам теории и практики таких систем. В данной предметной области известны труды многих ученых, таких как Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко, Р. Беллман, А. М. Летов, А. А. Красовский, М. Атанс, П. Фалб., А. Гурвиц, Х. Найквист, А. В. Михайлов, В. А. Трапезников, Н. Н. Красовский, В. А. Бесекерский, А. Г. Александров, В. В. Солодовников, А. А. Воронов, К. А. Пупков, Н. Д. Егупов, В. И. Зубов, В. С. Пугачев, Б. Т. Поляк, И. П. Норенков, Г. К. Гудвин, С. Ф. Греббе, М. Э. Сальгадо, Ю. Л. Муромцев, В. И. Бодров и др.

Вместе с тем в области построения ИУС многомерными технологическими объектами можно выделить следующие проблемные места:

- в настоящее время процесс разработки алгоритмического обеспечения ИУС, обеспечивающих решение задач анализа и синтеза ОУ многомерными объектами, является очень наукоемким и трудоемким;
- несмотря на значительное число публикаций по автоматизации и ОУ в разных отраслях промышленности, следует отметить, что системы управления многомерными объектами рассматриваются не часто;
- существующая в настоящее время теория решения ЗОУ многомерными объектами в основном базируется на методах аналитического конструирования оптимальных регуляторов, синтеза линейных квадратичных регуляторов и др. При этом, при разработке математического, алгоритмического и программного обеспечения ИУС возникают большие трудности, связанные, в первую очередь, со сложностью математического аппарата анализа и синтеза ОУ многомерными объектами;
- в настоящее время практически отсутствует развитая формальная методология построения ИУС, обеспечивающих оперативный

синтез управляющих воздействий многомерными объектами при наличии случайных возмущений.

Основная цель монографии – систематизированное изложение теоретических основ и рассмотрение практических примеров построения ИУС многомерными технологическими объектами.

Монография состоит из четырех глав.

В первой главе рассмотрены теоретические основы разработки алгоритмического обеспечения ИУС многомерными технологическими объектами. Приведены основные особенности и примеры многомерных технологических объектов. Рассмотрены современные методы решения ЗОУ многомерными объектами с позиций детерминированного и стохастического подходов. Приведены постановки ЗОУ и рассмотрены особенности структурной и параметрической идентификации математических моделей динамики многомерных технологических объектов. Приведена классификация ЗОУ многомерными объектами на множестве состояний функционирования (МСФ). Рассмотрены методы анализа ЗОУ многомерными объектами. Приведены алгоритмы оперативного синтеза оптимальных управляющих воздействий.

Во второй главе рассмотрены информационные технологии, применяемые при построении ИУС. Показаны основные подходы и рассмотрены примеры инструментальных средств разработки алгоритмического и программного обеспечения ИУС. Показаны особенности построения экспертных систем с непрерывно развивающейся базой знаний, применяемых при разработке алгоритмического обеспечения ИУС. Рассмотрены особенности проектирования ИУС с применением программно-аналитического комплекса.

В третьей главе проведена формализация ЗОУ и рассмотрены основные этапы программно-технической реализации ИУС сушильными установками вальце-ленточного типа. Рассмотрена структура сушильной установки как объекта управления и выделены управляющие воздействия и фазовые координаты. Проведена структурная и параметрическая идентификация математических моделей динамики сушильной установки. Выделены основные факторы, влияющие на изменение состояния функционирования сушилки в процессе реальной эксплуатации. Разработаны структурная схема, функциональная модель, фреймовая модель базы знаний, информационная модель базы данных и программные модули ИУС. Приведен состав технического обеспечения и рассмотрены особенности технической реализации ИУС на предприятии. Приведены результаты практического применения ИУС в производственных условиях для управления динамическими режимами процесса сушки органических красителей, входящих в состав типографской краски.

В четвертой главе проведена формализация ЗОУ и рассмотрены основные этапы программно-технической реализации ИУС сушильными установками барабанного типа. Рассмотрена структура сушильной установки как объекта управления и выделены управляющие воздействия и фазовые координаты. Выделены основные факторы, влияющие на изменение состояния функционирования сушилки в процессе реальной эксплуатации. Разработаны структурная схема и программные модули ИУС. Рассмотрены особенности технической реализации ИУС в рамках действующей системы управления производством. Приведены результаты практического применения ИУС в производственных условиях для управления динамическими режимами процесса сушки послеспиртовой барды.

Результаты научных исследований, представленные в монографии, получены при частичной поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках базовой части Государственного задания в сфере научной деятельности № 2014/219 на 2014–2016 годы, а также при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований № 14-08-00489-а, 14-08-00198-а.



# 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ МНОГОМЕРНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

## 1.1. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОМЕРНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Технологические объекты, применяемые в современной промышленности, весьма разнообразны по назначению и конструктивному исполнению. Наиболее широкое применение в химической, металлургической, машиностроительной, строительной, пищевой и других отраслях промышленности находят теплотехнологические аппараты, машины с электроприводами, двигающиеся устройства, транспортные средства и т.д. Как объекты управления они имеют свои особенности, которые необходимо учитывать при разработке ИУС.

В зависимости от количества входных  $n$  и выходных  $m$  переменных выделяют различные виды объектов управления с точки зрения их размерности (табл. 1.1). В свою очередь, МИМО-объекты делят на многоосвязные – когда входные и выходные переменные взаимно связаны друг с другом, и несвязные – когда каждая входная переменная связана только с одной выходной переменной [1].

### 1.1. Виды объектов управления различной размерности

$n, m$	Обозначение	Описание
$n = 1,$ $m = 1$	SISO (single input single output)	Одномерный объект с одним входом и одним выходом
$n = 1,$ $m > 1$	SIMO (single input multiple output)	Многомерный объект с одним входом и несколькими выходами
$n > 1,$ $m = 1$	MISO (multiple input single output)	Многомерный объект с несколькими входами и одним выходом
$n > 1,$ $m > 1$	MIMO (multiple input multiple output)	Многомерный объект с несколькими входами и несколькими выходами

Практически все технологические объекты, используемые в промышленности, включают многочисленные взаимодействующие входные и выходные переменные, т.е. относятся к многосвязным ММО-объектам. В ряде случаев взаимодействием между переменными можно пренебречь и такие объекты рассматривать как несвязные, при этом задача разработки ИУС такими объектами существенно упрощается. Однако, во многих случаях взаимодействия между входными и выходными переменными могут быть очень существенными, и для управления такими объектами приходится проектировать ИУС с учетом их многомерности и многосвязности.

Рассмотрим ряд примеров технологических объектов, применяемых в различных отраслях промышленности, относящихся к многосвязным многомерным объектам:

- 1) многозонные электрические печи, при управлении которыми необходимо учитывать как взаимное влияние тепловых режимов соседних зон друг на друга, так и температурный профиль по длине печи [2];
- 2) модульные газовые котельные, в которых для нагрева воды используется одновременно несколько котлов [3];
- 3) конвертеры для синтеза аммиака, содержащие от 5 до 10 взаимосвязанных переменных [4];
- 4) доменные печи, используемые для получения чугуна, имеющие множество входных и выходных параметров [5].

В научно-технической литературе наиболее часто рассматриваются линейные многомерные объекты [6 – 8], которые описываются линейными математическими моделями пространства состояний [9 – 11].

В настоящее время значительное внимание уделяется вопросам повышения энергетической эффективности технологических установок и внедрения энергосберегающих технологий в различных отраслях промышленности. В связи с этим весьма актуальными являются вопросы проектирования и разработки ИУС энергоёмкими технологическими объектами, значительная часть которых является многомерными [12]. В частности, такими объектами являются тепло-технологические аппараты [13], например, многосекционные сушильные установки [14], многозонные электрические печи [15] и т.д.

При проектировании и разработке ИУС многомерными технологическими объектами необходимо учитывать следующие факторы:

- 1) многочисленность и распределенность контролируемых и регулируемых параметров объекта;
- 2) наличие нескольких независимых управляющих воздействий, которые могут различаться типом энергоносителя;
- 3) сложность критерия оптимальности, который должен обеспечивать минимизацию затрат энергоресурсов, требуемое качество конечного продукта и производительность технологического объекта.

Разработка алгоритмического обеспечения ИУС во многих случаях основывается на методах математического моделирования и теории оптимального управления.

Теория ОУ получила значительное развитие с появлением в шестидесятых годах XX века фундаментальных работ Л. С. Понтрягина, В. Г. Болтянского, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко, Р. Беллмана, А. М. Летова, Р. Калмана, А. А. Красовского, А. М. Ляпунова, М. Атанса, П. Фалба. Значительный вклад в развитие теоретических основ ОУ внесли А. Г. Александров, В. В. Солодовников, А. А. Воронов, В. А. Трапезников, Н. Н. Красовский, В. А. Бесекерский, В. И. Zubov, В. С. Пугачев, Б. Т. Поляк, И. П. Норенков, Г. К. Гудвин, С. Ф. Гребен, М. Э. Сальгадо, Дж. Лэннинг, Р. Бэттин, Д. Ньютон, Л. Гулд, Д. Кайзер, А. А. Фельдбаум, А. Г. Бутковский, Р. Изерман, Ю. Л. Муромцев, В. И. Бодров, А. М. Цыкунов, Е. А. Паршева, Е. Л. Еремин, А. З. Асанов и др.

Одними из основополагающих методов теории ОУ являются принцип максимума Л. С. Понтрягина [16 – 20] и метод динамического программирования Р. Беллмана [21 – 23].

В настоящее время хорошо развитой является как теория ОУ детерминированными объектами [24], так и теория стохастически оптимальных систем автоматического управления [25 – 28].

В теории автоматического управления значительное число научных исследований посвящено решению задач получения моделей динамики объектов управления [29–30]. Во многих случаях при решении ЗОУ модели динамики многомерных объектов представляются в виде обыкновенных дифференциальных или дифференциально-разностных уравнений. Однако на практике многие многомерные объекты представляют собой системы с распределенными параметрами [31 – 33], динамические режимы которых описываются системами нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных, что затрудняет решение ЗОУ в реальном масштабе времени.

## **1.2. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ**

Формализация и математическая постановка ЗОУ является одним из первых и очень важных этапов разработки алгоритмического обеспечения ИУС. В научно-технической литературе, посвященной оптимальному управлению, приводится большое число постановок ЗОУ, например [11, 24, 34 – 38]. В общем виде математическую постановку ЗОУ динамическими режимами многомерного объекта можно записать следующим образом.

Заданы:

- модель динамики объекта в виде уравнения состояния

$$\frac{d\mathbf{Z}(t)}{dt} = f_1(\mathbf{Z}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{W}(t), t), t \in [t_0, t_k] \quad (1.1)$$

и уравнения наблюдения

$$\mathbf{Y}(t) = f_2(\mathbf{Z}(t), \mathbf{V}(t), t); \quad (1.2)$$

- условия изменения вектора фазовых координат

$$\mathbf{Z}(t_0) = \mathbf{Z}^0 \rightarrow \mathbf{Z}(t_k) = \mathbf{Z}^k; \quad (1.3)$$

- ограничения, накладываемые на компоненты вектора управляющих воздействий в каждый момент времени,

$$\forall t \in [t_0, t_k]: \mathbf{U}(t) \in [\mathbf{U}^H, \mathbf{U}^B]; \quad (1.4)$$

- минимизируемый функционал

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f_3(\mathbf{Z}(t), \mathbf{U}(t), t) dt \rightarrow \min. \quad (1.5)$$

В данной задаче  $\mathbf{Z}(t) = (Z_1(t), Z_2(t), \dots, Z_n(t))^T$  –  $n$ -мерный вектор фазовых координат;  $\mathbf{U}(t) = (U_1(t), U_2(t), \dots, U_m(t))^T$  –  $m$ -мерный вектор управляющих воздействий;  $\mathbf{W}(t) = (W_1(t), W_2(t), \dots, W_p(t))^T$  –  $p$ -мерный вектор возмущающих воздействий в канале управления;  $[t_0, t_k]$  – временной интервал управления;  $\mathbf{Y}(t) = (Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_o(t))^T$  –  $o$ -мерный вектор выходных переменных;  $\mathbf{V}(t) = (V_1(t), V_2(t), \dots, V_q(t))^T$  –  $q$ -мерный вектор возмущающих воздействий в канале измерения;  $\mathbf{Z}^0 = (Z_1^0, Z_2^0, \dots, Z_n^0)^T$ ,  $\mathbf{Z}^k = (Z_1^k, Z_2^k, \dots, Z_n^k)^T$  –  $n$ -мерные векторы начальных и конечных значений вектора фазовых координат;  $\mathbf{U}^H = (U_1^H, U_2^H, \dots, U_m^H)^T$ ,  $\mathbf{U}^B = (U_1^B, U_2^B, \dots, U_m^B)^T$  –  $m$ -мерные векторы нижних и верхних граничных значений вектора управляющих воздействий;  $J$  – минимизируемый функционал;  $f_1, f_2, f_3$  – векторные функции.

Если уравнение состояния (1.1) представляет собой систему линейных дифференциальных уравнений и уравнение наблюдения (1.2) тоже линейно, то ЗОУ (1.1) – (1.5) примет вид

$$\frac{d\mathbf{Z}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{Z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}(t) + \mathbf{C}\mathbf{W}(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (1.6)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{D}\mathbf{Z}(t) + \mathbf{E}\mathbf{V}(t), \quad (1.7)$$

$$\mathbf{Z}(t_0) = \mathbf{Z}^0 \rightarrow \mathbf{Z}(t_k) = \mathbf{Z}^k, \quad (1.8)$$

$$\forall t \in [t_0, t_k]: \mathbf{U}(t) \in [\mathbf{U}^H, \mathbf{U}^B], \quad (1.9)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f_3(\mathbf{Z}(t), \mathbf{U}(t), t) dt \rightarrow \min, \quad (1.10)$$

где  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}$  – матрицы параметров соответствующих размерностей.

Требуется для задаваемого массива исходных данных (реквизитов) ЗОУ  $R$  определить значения компонентов вектора  $\mathbf{U}(t)$ , при которых для модели (1.1)–(1.2), с учетом условий (1.3) и ограничений (1.4), достигается минимум функционала (1.5). Массив исходных данных ЗОУ должен включать: параметры модели динамики объекта (параметры функций  $f_1, f_2$ ); границы временного интервала управления  $[t_0, t_k]$ ; начальное  $\mathbf{Z}^0$  и конечное  $\mathbf{Z}^k$  значения вектора фазовых координат; границы изменения вектора управляющих воздействий  $\mathbf{U}^H, \mathbf{U}^B$ ; характеристики возмущающих воздействий в каналах управления и измерения.

Например, если в задаче (1.6) – (1.10) компонентами векторов возмущающих воздействий в каналах управления и измерения  $\mathbf{W}(t), \mathbf{V}(t)$  являются случайные величины (шумы), распределенные по гауссовскому закону, имеющие нулевые средние значения и известные средние квадратические отклонения, то в этом случае массив реквизитов ЗОУ можно записать в следующем виде:

$$R = \{ \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}, \mathbf{U}^H, \mathbf{U}^B, \mathbf{Z}^0, \mathbf{Z}^k, t_0, t_k, \Sigma^w, \Sigma^v \}, \quad (1.11)$$

где  $\Sigma^w, \Sigma^v$  – матрицы средних квадратических отклонений компонентов векторов случайных возмущений в каналах управления и измерения.

Представленные задачи (1.1) – (1.5) и (1.6) – (1.10) представляют собой ЗОУ при наличии возмущений в каналах управления и измерения с ограничениями на вектор управляющих воздействий фиксированным временным интервалом управления и закрепленными концами траектории изменения вектора фазовых координат.

Функция  $f_3(\mathbf{Z}(t), \mathbf{U}(t), t)$  в ЗОУ (1.1) – (1.5) и (1.6) – (1.10) определяет вид минимизируемого функционала, который выбирается исходя из условий решаемой задачи. Например, в задачах энергосберегающего управления могут применяться следующие виды функционалов [24, 39]:

- минимума затрат энергии

$$J_3 = \int_{t_0}^{t_k} \mathbf{U}^T(t) \mathbf{U}(t) dt = \int_{t_0}^{t_k} \sum_{i=1}^m U_i^2(t) dt ; \quad (1.12)$$

- минимума расхода топлива

$$J_T = \int_{t_0}^{t_k} \sum_{i=1}^m |U_i(t)| dt . \quad (1.13)$$

В задачах повышения производительности может применяться функционал

$$J_6 = \int_{t_0}^{t_k} dt ,$$

который минимизирует время перевода системы из начального состояния в конечное, такие задачи называются задачами быстродействия.

Наряду с рассмотренными постановками ЗОУ известно множество других постановок задач оптимального управления. В частности, применительно к энергосберегающему управлению динамическими режимами многомерных объектов наибольший интерес представляют следующие задачи [39]:

1. ЗОУ, в которых конечное время  $t_k$  задается интервальным значением или ограничено, т.е.

$$t_k \in [t_k^H, t_k^B] \quad (1.14)$$

или

$$t_k \leq t_k^{\text{доп}} , \quad (1.15)$$

где  $t_k^H, t_k^B$  – нижнее и верхнее граничные значения  $t_k$ ;  $t_k^{\text{доп}}$  – максимально допустимое значение  $t_k$ .

2. ЗОУ с заданием допустимого лимита использования электроэнергии ( $J_3^{\text{доп}}$ ) или запаса топлива ( $J_T^{\text{доп}}$ ), т.е.

$$\int_{t_0}^{t_k} \sum_{i=1}^m U_i^2(t) dt \leq J_3^{\text{доп}}, \quad (1.16)$$

или

$$\int_{t_0}^{t_k} \sum_{i=1}^m |U_i(t)| dt \leq J_T^{\text{доп}}. \quad (1.17)$$

3. ЗОУ с комбинированными функционалами, например, с минимизацией затрат энергии и расхода топлива

$$J_{\text{эТ}} = \int_{t_0}^{t_k} \left( \sum_{i=1}^{m_3} U_{3i}^2(t) dt + \sum_{i=m_3+1}^m |U_{Ti}(t)| \right) dt \rightarrow \min, \quad (1.18)$$

где  $U_{3i}(t)$  – компоненты вектора  $U(t)$ , относящиеся к «энергетическим» (количество таких компонентов –  $m_3$ );  $U_{Ti}(t)$  – компоненты вектора  $U(t)$ , относящиеся к «топливным».

Данный тип задач применяется при оптимальном управлении гибридными объектами, использующими несколько типов энергоносителей.

4. ЗОУ с ограничениями на траектории изменения фазовых координат.

5. ЗОУ с частично закрепленными концами траектории изменения фазовых координат (когда начальное и конечное значения вектора фазовых координат могут быть заданы интервальными значениями).

6. ЗОУ, в которых не учитываются случайные возмущения в канале управления (измерения) или в обоих каналах одновременно.

Следует также заметить, что для некоторых многомерных технологических объектов математические модели динамики в виде моделей пространства состояний (1.1), (1.2) в ЗОУ (1.1) – (1.5) могут быть достаточно сложными и слабо формализованными, что значительно затрудняет задачу проектирования ИУС, обеспечивающих синтез оптимальных управляющих воздействий в реальном времени. В таких случаях наиболее часто используемым подходом является использование методов искусственного интеллекта при разработке математического и алгоритмического обеспечения ИУС.

В большинстве случаев ИУС технологическими объектами проектируются в предположении, что система в дальнейшем будет работать в состоянии нормального функционирования. Однако, в процессе реальной эксплуатации могут происходить случайные изменения параметров технологического процесса, окружающей среды, интенсивно-

сти возмущающих воздействий и т.д. Эти изменения влияют на значения компонентов массива исходных данных ЗОУ, поэтому при проектировании ИУС необходимо рассматривать постановки ЗОУ и решать задачи анализа и синтеза ОУ на МСФ.

При рассмотрении ЗОУ на МСФ используется переменная  $h$ , обозначающая текущее состояние функционирования. При этом  $h \in \mathbf{H}$ , где  $\mathbf{H}$  – множество состояний функционирования, т.е. множество возможных значений переменной  $h$ . Изменение значения переменной  $h$  может происходить в случайные моменты времени. В зависимости от характера изменения переменной  $h$  и возможности идентификации ее значений на временном интервале управления  $[t_0, t_k]$  выделяют четыре основных класса ЗОУ на МСФ [35, 39].

ЗОУ на МСФ первого класса характеризуются тем, что значение переменной состояния функционирования  $h$  известно до начала управления и на временном интервале управления  $[t_0, t_k]$  оно остается постоянным. Например, ЗОУ на МСФ первого класса используются в надежных системах управления простыми аппаратами периодического действия, в которых изменения  $h$  происходят между временными интервалами реализации ОУ.

ЗОУ на МСФ второго класса характеризуются тем, что значение переменной состояния функционирования  $h$  до начала управления неизвестно и на временном интервале управления  $[t_0, t_k]$  оно не изменяется. При этом значение  $h$  неизвестно и на временном интервале управления, но могут быть известны вероятности возможных значений переменной  $h$ . Очень часто ЗОУ на МСФ второго класса применяются в стохастических системах.

ЗОУ на МСФ третьего класса характеризуются тем, что значение переменной состояния функционирования до начала управления известно и на временном интервале управления оно может меняться, при этом значение  $h(t)$  в каждый момент времени  $[t_0, t_k]$  известно. Такие задачи решаются системами, в составе которых есть модули, обеспечивающие идентификацию текущего значения переменной состояния функционирования, например [40].

ЗОУ на МСФ четвертого класса характеризуются тем, что значение переменной состояния функционирования до начала управления может быть или известно или неизвестно и на временном интервале управления оно может меняться, но не может быть точно идентифицировано. При решении задач четвертого класса могут применяться модели, позволяющие проводить имитационное моделирование возможных траекторий изменения переменной состояния функционирования  $h$  в процессе реальной эксплуатации. Следует также заметить, что



для эффективного функционирования систем, обеспечивающих решение ЗОУ на МСФ третьего и четвертого классов, важную роль играет выполнение условий включаемости [41 – 44].

Множество состояний функционирования  $\mathbf{H}$  также включает в себя множество состояний работоспособности (надежности) технических средств объекта управления  $\mathbf{H}^p$ , которое содержит состояния нормальной работоспособности и состояния с отказами отдельных элементов.

В множестве  $\mathbf{H}$  можно выделить два подмножества: наиболее вероятных состояний

$$\mathbf{H}_b = \{h_0, h_1, \dots, h_{g_1}\}$$

и критических состояний

$$\mathbf{H}_k = \{h_{g_1+1}, \dots, h_{g_2}\}.$$

Подмножество  $\mathbf{H}_b$  включает состояния с нормальной работоспособностью элементов, а подмножество  $\mathbf{H}_k$  содержит все состояния с отказами технических средств. При разработке информационно-управляющих систем, обеспечивающих решение ЗОУ на МСФ необходимо создать алгоритмическое обеспечение, включающее модели и алгоритмы управления для состояний  $h \in \mathbf{H}_b$ , а также возможные действия при  $h \in \mathbf{H}_k$ .

Следует заметить, что помимо рассмотренных факторов в МСФ могут учитываться: изменения атмосферного давления, влажности, параметров технологического процесса и другие факторы, которые могут повлиять на результаты решения ЗОУ. В целом МСФ определяется особенностями построения ИУС для конкретного объекта.

Для решения ЗОУ на МСФ разрабатываются алгоритмы анализа ОУ и оперативного синтеза управляющих воздействий для различных состояний функционирования. При этом постановки ЗОУ на МСФ включаются в базу знаний ИУС в виде формализованных моделей.

### 1.3. МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ МНОГОМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ

Важным этапом проектирования ИУС является идентификация математической модели динамики объекта управления. Под идентификацией в данном случае понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели динамики объекта управления, представляемой в виде системы дифференциальных уравнений (1.6).

В настоящее время для получения моделей разработано и успешно применяется большое число методов [29, 30, 45 – 50].

Модели динамики, используемые в современных информационно-управляющих системах сложными объектами, имеют свои особенности и должны удовлетворять ряду требований, в том числе противоречивых. К этим требованиям относятся: адекватность описания динамических режимов при всех состояниях функционирования, возможность их использования для синтеза оптимального управления в реальном времени и совмещенного синтеза, простота алгоритмов идентификации. Модель должна иметь допустимые характеристики быстродействия и компактности [39].

Одним из возможных вариантов для использования в ИУС являются модели в виде обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывной правой частью [51], при помощи которых можно моделировать многомерные объекты управления, в том числе нелинейные. Такие модели в дальнейшем будем называть «многостадийными».

Задача идентификации математической модели динамики в общем случае формулируется следующим образом: по результатам измеренных значений входных и выходных переменных объекта необходимо получить оптимальную в некотором смысле или допустимую по величине погрешности модель, пригодную для оперативного решения ЗОУ и реализации алгоритмов ОУ в ИУС.

Общая задача идентификации модели динамики объекта управления состоит из ряда частных задач, важнейшими из которых являются следующие:

- идентификация структуры модели (структурная идентификация);
- оценка параметров модели (параметрическая идентификация);
- проверка адекватности модели.

Рассмотрим основные особенности решения задач идентификации моделей динамики применительно к многомерным объектам более подробно.

Задача идентификации структуры модели обычно формулируется как задача выбора наиболее подходящей по некоторому критерию модели из нескольких альтернативных вариантов. Критериями оценки вариантов при сравнении могут являться: пригодность модели для использования в задачах синтеза ОУ в реальном времени; точность модели (погрешность не должна превышать допустимого значения) и т.д.

Обычно, прежде чем рассматривать многомерный объект как многосвязный, т.е. имеющий множество взаимодействующих входных и выходных переменных, пытаются проверить возможность применения некоторых упрощающих методов. Одним из таких методов является децентрализованное управление, с помощью которого возможно использование SISO-методов в MIMO-объектах. Основным упрощаю-

щим предположением полностью децентрализованного управления является то, что некоторые взаимодействия входных и выходных переменных можно рассматривать как возмущающие воздействия. В этом случае ММО-объект можно представить множеством SISO-объектов, а соответственно общую модель динамики многомерного объекта (1.6), (1.7) в ЗОУ (1.6) – (1.10) можно декомпозировать на несколько более простых моделей. При этом многомерный объект условно разделяется на несколько зон, в каждой из которых выделяются фазовые координаты и управляющие воздействия, характерные только для этой зоны, а взаимное влияние зон друг на друга рассматривается как возмущающие воздействия.

Рассмотрим упрощенную схему  $n$ -зонного многомерного объекта (рис. 1.1).

На данной схеме:  $Z_i, U_i, i = \overline{1, n}$  – векторы фазовых координат и управляющих воздействий  $i$ -й зоны;  $W_i^l, W_i^r$  – возмущающие воздействия со стороны соседних зон (слева и справа).

Каждую зону многомерного объекта можно рассматривать как многостадийный SISO-объект с сосредоточенными параметрами, описываемый системой дифференциальных уравнений с разрывной правой частью. Модель  $i$ -й зоны  $M_i$  записывается в виде

$$\dot{Z}_i = \begin{cases} A_{i,1}Z_{i,1}(t) + B_{i,1}U_{i,1}(t) + C_{i,1}^l W_{i,1}^l(t) + C_{i,1}^r W_{i,1}^r(t), & Z_{i,1} \in [Z_{i,1}^0, Z_{i,1}^k]; \\ A_{i,2}Z_{i,2}(t) + B_{i,2}U_{i,2}(t) + C_{i,2}^l W_{i,2}^l(t) + C_{i,2}^r W_{i,2}^r(t), & Z_{i,2} \in [Z_{i,2}^0, Z_{i,2}^k]; \\ \dots & \dots \\ A_{i,s_i}Z_{i,s_i}(t) + B_{i,s_i}U_{i,s_i}(t) + C_{i,s_i}^l W_{i,s_i}^l(t) + C_{i,s_i}^r W_{i,s_i}^r(t), & Z_{i,s_i} \in [Z_{i,s_i}^0, Z_{i,s_i}^k], \end{cases} \quad (1.19)$$

где  $A_{i,j}, B_{i,j}, C_{i,j}^l, C_{i,j}^r, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, s_i}$  – матрицы параметров для  $j$ -й стадии  $i$ -й зоны;  $Z_{i,j}^0, Z_{i,j}^k$  – границы  $j$ -й стадии  $i$ -й зоны;  $n$  – количество зон;  $s_i$  – количество стадий в модели  $i$ -й зоны.

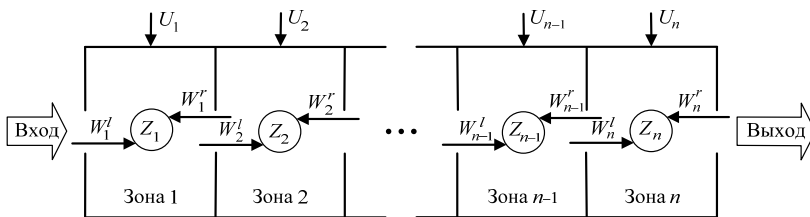


Рис. 1.1. Упрощенная схема  $n$ -зонного многомерного объекта

В модели (1.19) присутствуют векторы, характеризующие взаимное влияние соседних зон объекта друг на друга  $W_{i,j}^l(t)$ ,  $W_{i,j}^r(t)$ , причем эти векторы можно рассматривать или как случайные величины или в ряде случаев как некоторые функции от значений фазовых координат соседних зон. Например, в многозонных тепловых объектах, если в качестве фазовых координат рассматривать температуру в  $i$ -й зоне, то возмущающие воздействия со стороны соседних зон можно рассматривать как разницу температур в  $i$ -й и  $(i \pm 1)$ -й зонах.

Динамику всего многомерного объекта можно описать моделью, включающей множество моделей зон:

$$\mathbf{M} = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}, \quad (1.20)$$

где  $M_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  – модель  $i$ -й зоны вида (1.19).

Каждая стадия в (1.19) может быть представлена одной из известных (базовых) моделей динамики, если добавить в нее возмущающие воздействия [52, 53]:

- аperiodическое звено (А)

$$\dot{z} = az(t) + bu(t) + c^l w^l(t) + c^r w^r(t), \quad (1.21)$$

- двойной интегратор (ДИ)

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2(t), \\ \dot{z}_2 = bu(t) + c^l w^l(t) + c^r w^r(t); \end{cases} \quad (1.22)$$

- реальный двойной интегратор (РДИ)

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2(t), \\ \dot{z}_2 = az_2(t) + bu(t) + c^l w^l(t) + c^r w^r(t); \end{cases} \quad (1.23)$$

- двойное аperiodическое звено (ДА)

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2(t), \\ \dot{z}_2 = a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) + bu(t) + c^l w^l(t) + c^r w^r(t). \end{cases} \quad (1.24)$$

Если многостадийная модель состоит из базовых моделей (1.21) – (1.24), то ее структуру условно обозначают в виде сокращенных обозначений, входящих в нее базовых моделей, соединенных знаком «+». Например, запись «ДА+ДА» – обозначает двухстадийную модель из двух моделей вида (1.24); запись «ДИ+РДИ+А» – обозначает трехстадийную модель, включающую модели стадий вида (1.22), (1.23) и (1.21).

Для моделирования стадий могут применяться и другие, более сложные, виды моделей. Однако, при выборе количества стадий  $s_i$  в моделях зон (1.19) необходимо учитывать, что при  $s_i > 3$  можно достигнуть высокой точности модели, однако в последующем это ведет к сильному росту объема вычислений на этапе синтеза оптимального управления, при  $s_i \leq 3$  и использовании моделей первого и второго порядков типа (1.21) – (1.24), как правило, оперативность расчета оптимальных управляющих воздействий гарантируется.

В качестве примера сложной модели рассмотрим математическую модель с тремя фазовыми координатами, двумя управляющими воздействиями. При отсутствии возмущающих воздействий, модель динамики объекта может иметь следующую структуру:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = a_{1,1}z_1(t) + a_{1,2}z_2(t) + a_{1,3}z_3(t) + b_{1,1}u_1(t) + b_{1,2}u_2(t), \\ \dot{z}_2 = a_{2,1}z_1(t) + a_{2,2}z_2(t) + a_{2,3}z_3(t) + b_{2,1}u_1(t) + b_{2,2}u_2(t), \\ \dot{z}_3 = a_{3,1}z_1(t) + a_{3,2}z_2(t) + a_{3,3}z_3(t) + b_{3,1}u_1(t) + b_{3,2}u_2(t), \\ y_i(t) = d_i z_i(t), \quad i = \overline{1,3}. \end{cases}$$

Также следует заметить, что в некоторых случаях бывает очень сложно четко разделить многомерный объект на зоны и в каждой зоне выделить влияющие только на нее фазовые координаты и управляющие воздействия. В этом случае приходится использовать более сложные виды моделей.

В результате решения задачи структурной идентификации определяются: модели зон, количество стадий для каждой зоны и модели стадий, т.е. в итоге получают общую модель вида (1.20), компонентами которой являются модели (1.19).

Следующим этапом после решения задачи структурной идентификации является идентификация параметров модели (параметрическая идентификация). На данном этапе по экспериментальным данным (результатам проведенных измерений значений входных и выходных переменных объекта) рассчитываются параметры модели динамики. Методы получения соотношений для расчета параметров моделей (1.21) – (1.24) без учета возмущающих воздействий известны и рассмотрены, в частности, в [54]. По аналогии можно получить расчетные формулы и для моделей с возмущениями.

После окончания этапов структурной и параметрической идентификации оценивается адекватность полученной модели. При этом понятие адекватности модели для использования в ИУС следует рассматривать несколько шире, чем просто удовлетворение требованиям

точности. Помимо этого адекватная модель должна: обеспечивать принципиальную возможность решения ЗОУ с данной моделью и имеющимися в базе знаний ИУС алгоритмами синтеза ОУ; иметь определенную устойчивость решений ЗОУ к незначительным изменениям параметров модели; иметь допустимые характеристики быстродействия и компактности для реализации алгоритмов синтеза ОУ в реальном времени и т.д.

#### 1.4. МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Анализ ЗОУ охватывает широкий круг задач, связанных с исследованиями вопросов существования решения, устойчивости, определения возможных видов функций ОУ и др. [39]. В настоящее время для решения задач анализа ОУ применяются различные методы. Очень эффективным является подход к решению задач анализа ОУ с использованием математического аппарата принципа максимума и метода синтезирующих переменных [55 – 58].

Наиболее изученными являются методы решения задач анализа ОУ применительно к одномерным объектам, однако на практике многие технологические установки представляют собой многомерные объекты. При решении задач анализа оптимального управления МИМО-объектами возникают трудности, связанные с их многомерностью [59]. Кроме того, задача оптимального управления МИМО-объектом является более общим случаем, чем аналогичная задача для СИСО-объекта, что приводит к некоторой неполноте математического аппарата, применяемого при исследовании СИСО-объектов.

Существование решения ЗОУ, а, следовательно, и успешное достижение цели управления зависит от ряда факторов, важнейшими из которых являются наличие ограничений на управляющие воздействия и временной интервал управления. Рассмотрим получение условий существования решения ЗОУ на следующем примере:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + BU(t); \quad (1.25)$$

$$Z(t_0) = Z^0 \rightarrow Z(t_k) = Z^K; \quad (1.26)$$

$$\forall t \in [t_0; t_k]: U(t) \in [U^H; U^B]; \quad (1.27)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f(U(t), Z(t), t) dt \rightarrow \min. \quad (1.28)$$

Массив исходных данных, необходимый для численного решения задачи (1.25)-(1.28), имеет вид

$$R = (A, B, U^H, U^B, Z^0, Z^K, t_0, t_k). \quad (1.29)$$

Условие существования решения ЗОУ можно определить при помощи метода синтезирующих переменных [55], в соответствии с которым производится нормирование исходной задачи (1.25) – (1.28) и вводится вектор синтезирующих переменных  $\Lambda$ , размерность которого значительно меньше размерности массива исходных данных  $R$ . Вектор  $\Lambda$  однозначно определяет вид и параметры функции оптимального управления, а его компоненты зависят от массива исходных данных ЗОУ.

Для исследования области существования решения ЗОУ (1.25) – (1.28) предлагается аналитико-графический метод на базе метода синтезирующих переменных, включающий следующие этапы [60, 61]:

1. Нормирование исходной задачи. В нормированной ЗОУ временной интервал и область допустимых значений вектора  $U(t)$  постоянны:

$$t \in [t_0; t_k] \rightarrow \bar{t} \in [0; 2], \quad U(t) \in [U^H; U^B] \rightarrow \bar{U}(\bar{t}) \in [-1; 1].$$

2. Решение нормированной задачи:

$$\bar{Z}(\bar{t}) = e^{\bar{A}\bar{t}} \bar{Z}(0) + \bar{B} \int_0^{\bar{t}} e^{\bar{A}(\bar{t}-\tau)} \bar{U}(\tau) d\tau,$$

где  $\bar{A}, \bar{B}$  – матрицы параметров модели динамики объекта в нормированной задаче.

3. Введение вектора синтезирующих переменных  $\Lambda$ . Аналитические зависимости для расчета элементов вектора  $\Lambda$  выводятся на основе решения нормированной задачи, полученного на предыдущем этапе:

$$\Lambda = (L_1, L_2, \dots, L_n), \quad L_i = f_i^1(R) = f_i^1(\bar{U}(\bar{t}), R), \quad i = \overline{1, n}.$$

4. Построение в  $n$ -мерном евклидовом пространстве синтезирующих переменных  $2^m$  гиперповерхностей, ограничивающих область существования решения ЗОУ:

$$L_i^{\text{rp}} = f_i^2(\bar{u}_j^{\text{rp}}(\bar{t}), R), \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m},$$

$$\text{где } \bar{u}_j^{\text{rp}}(\bar{t}) \in \{\bar{u}_j^{\text{rp1}}, \bar{u}_j^{\text{rp2}}\}; \quad \bar{u}_j^{\text{rp1}}(\bar{t}) = \begin{cases} -1, \bar{t} < \bar{t}_j^{\text{п}}, \\ 1, \bar{t} \geq \bar{t}_j^{\text{п}}; \end{cases} \quad \bar{u}_j^{\text{rp2}}(\bar{t}) = \begin{cases} 1, \bar{t} < \bar{t}_j^{\text{п}}, \\ -1, \bar{t} \geq \bar{t}_j^{\text{п}}; \end{cases}$$

$\bar{t}_j^{\text{п}}$  – время переключения  $j$ -го управления.

5. Рассечение  $n$ -мерных гиперповерхностей, ограничивающих область существования решения ЗОУ,  $n$ -мерной гиперплоскостью с фиксированием одного значения  $L_i(R)$ . Определение аналитической зависимости  $m$  – к времен переключения, где к – номер шага.

6. Применение пункта № 5  $m-1$  раз относительно сечения, полученного на предыдущем шаге, с последовательным декрементом размерности гиперповерхности и гиперплоскости, и, соответственно, инкрементом к. При этом сечения берутся по различным неповторяющимся компонентам вектора  $\Lambda$ .

7. Получение аналитических зависимостей времен переключения  $\bar{t}_j^n(R)$  и определение вида функций  $L_i^H(\bar{t}_j^n)$  и  $L_i^B(\bar{t}_j^n)$  для различных комбинаций выполнения условий  $\bar{t}_j^n \in [0; 2]$  (зон).

При практическом решении задачи исследования области существования решения ЗОУ рассчитываются  $\bar{t}_j^n(R)$ , определяется зона и виды функций  $L_i^H(\bar{t}_j^n)$  и  $L_i^B(\bar{t}_j^n)$ , выполняется проверка двойного неравенства  $L_i^H(\bar{t}_j^n) \leq L_i(R) \leq L_i^B(\bar{t}_j^n)$ . Если неравенство выполняется, – решение существует. В противном случае, решения ЗОУ не существует.

Рассмотрим основные этапы метода на примере ЗОУ с моделью объекта

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t); \\ \dot{z}_2(t) = b_1 u_1(t) + b_2 u_2(t); \\ \dot{z}_3(t) = a z_3(t) + b_3 u_1(t) + b_4 u_2(t) \end{cases} \quad (1.30)$$

и массивом реквизитов

$$R = (a = -0,055; b_1 = 0,05; b_2 = 0,01; b_3 = 0,01; b_4 = 0,06;$$

$$u_1^H = -100; u_2^H = -100; u_1^B = 100; u_2^B = 100;$$

$$z_1^0 = 0; z_2^0 = 0; z_3^0 = 0; z_1^K = 50; z_2^K = 0; z_3^K = 40; t_0 = 0; t_K = 20).$$

ЗОУ для модели (1.30) можно привести к виду (1.25) – (1.28), где

$$\dot{Z}(t) = \begin{pmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{pmatrix}; A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}; Z(t) = \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}; U(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix},$$

$$\forall t \in [t_0; t_K]: u_1(t) \in [u_1^H; u_1^B], u_2(t) \in [u_2^H; u_2^B],$$

$$z_i(t_0) = z_i^0; z_i(t_K) = z_i^K; i = 1, 3.$$



В соответствии с рассмотренным выше методом вначале проведем нормирование исходной ЗОУ. При этом временной интервал и область допустимых значений управляющих воздействий  $u_1^H, u_1^B, u_2^H, u_2^B$  становятся постоянными:

$$\begin{aligned} t \in [t_0; t_k] &\rightarrow \bar{t} \in [0; 2]; \\ u_1(t) \in [u_1^H; u_1^B] &\rightarrow \bar{u}_1(\bar{t}) \in [-1; 1]; \\ u_2(t) \in [u_2^H; u_2^B] &\rightarrow \bar{u}_2(\bar{t}) \in [-1; 1]. \end{aligned}$$

В нормированном виде задача (1.25) – (1.28) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{\bar{Z}}(\bar{t}) &= \bar{A}\bar{Z}(\bar{t}) + \bar{B}\bar{U}(\bar{t}); \\ \bar{z}_i(0) &\rightarrow z_i^0; \quad \bar{z}_i(2) \rightarrow z_i^k; \quad i = \overline{1, 3}; \\ \forall \bar{t} \in [0; 2]: &\bar{u}_1(\bar{t}) \in [-1; 1], \quad \bar{u}_2(\bar{t}) \in [-1; 1]; \\ \bar{J} &= \int_0^2 f(\bar{U}(\bar{t}), \bar{Z}(\bar{t}), \bar{t}) d\bar{t} \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (1.31)$$

где

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Delta t}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \frac{\Delta t}{2} \end{pmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b_1 \gamma_1 & b_2 \gamma_2 \\ b_3 \gamma_1 & b_4 \gamma_2 \end{pmatrix}; \quad \gamma_1 = \frac{\Delta u_1 \Delta t}{4}; \quad \gamma_2 = \frac{\Delta u_2 \Delta t}{4};$$

$$\Delta t = t_k - t_0; \quad \Delta u_1 = u_1^B - u_1^H; \quad \Delta u_2 = u_2^B - u_2^H,$$

$$\dot{\bar{Z}}(\bar{t}) = \begin{pmatrix} \dot{\bar{z}}_1(\bar{t}) \\ \dot{\bar{z}}_2(\bar{t}) \\ \dot{\bar{z}}_3(\bar{t}) \end{pmatrix}; \quad \bar{Z}(\bar{t}) = \begin{pmatrix} \bar{z}_1(\bar{t}) \\ \bar{z}_2(\bar{t}) \\ \bar{z}_3(\bar{t}) \end{pmatrix}; \quad \bar{U}(\bar{t}) = \begin{pmatrix} \bar{u}_1(\bar{t}) \\ \bar{u}_2(\bar{t}) \end{pmatrix}.$$

Формулы для перехода от исходной задачи к нормированной

$$\bar{t} = 2 \frac{t - t_0}{t_k - t_0}; \quad \bar{u}_1(\bar{t}) = \frac{u_1(t)}{u_1^B}; \quad \bar{u}_2(\bar{t}) = \frac{u_2(t)}{u_2^B}.$$

Формулы для перехода от нормированной задачи к исходной

$$t = \frac{t_k - t_0}{2} \bar{t} + t_0; \quad u_1(t) = \bar{u}_1(\bar{t}) \cdot u_1^B; \quad u_2(t) = \bar{u}_2(\bar{t}) \cdot u_2^B.$$

Для решения нормированной ЗОУ (1.31), запишем уравнение Коши в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \bar{z}_1(2) \\ \bar{z}_2(2) \\ \bar{z}_3(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{z}_1(0) + \Delta t \cdot \bar{z}_2(0) \\ \bar{z}_2(0) \\ \bar{z}_3(0) \cdot e^{a \cdot \Delta t} \end{pmatrix} + \int_0^2 \begin{pmatrix} \frac{\Delta t}{2}(2-\tau)b_1\gamma_1 \cdot \bar{u}_1(\tau) + \frac{\Delta t}{2}(2-\tau)b_2\gamma_2 \cdot \bar{u}_2(\tau) \\ b_1\gamma_1 \cdot \bar{u}_1(\tau) + b_2\gamma_2 \cdot \bar{u}_2(\tau) \\ e^{a \cdot \frac{\Delta t}{2}(2-\tau)} b_3\gamma_1 \cdot \bar{u}_1(\tau) + e^{a \cdot \frac{\Delta t}{2}(2-s)} b_4\gamma_2 \cdot \bar{u}_2(\tau) \end{pmatrix} d\tau. \quad (1.32)$$

На основании (1.32) введем вектор синтезирующих переменных. Разделив уравнения на части зависящие и независящие от вида управления, и упростив подынтегральные выражения, получим следующий вид вектора синтезирующих переменных:

$$\begin{aligned} \Lambda &= (L_1, L_2, L_3), \\ L_1 &= \bar{z}_1(2) - \bar{z}_1(0) - \Delta t \bar{z}_2(0) = \frac{\Delta t}{2} b_1 \gamma_1 \int_0^2 (2-\tau) \bar{u}_1(\tau) d\tau + \frac{\Delta t}{2} b_2 \gamma_2 \int_0^2 (2-\tau) \bar{u}_2(\tau) d\tau; \\ L_2 &= \bar{z}_2(2) - \bar{z}_2(0) = b_1 \gamma_1 \int_0^2 \bar{u}_1(\tau) d\tau + b_2 \gamma_2 \int_0^2 \bar{u}_2(\tau) e^{-\frac{a\Delta t}{2}\tau} d\tau; \\ L_3 &= \bar{z}_3(2) - \bar{z}_3(0) e^{a\Delta t} = b_3 \gamma_1 e^{a\Delta t} \int_0^2 \bar{u}_1(\tau) e^{-\frac{a\Delta t}{2}\tau} d\tau + b_4 \gamma_2 e^{a\Delta t} \int_0^2 \bar{u}_2(\tau) e^{-\frac{a\Delta t}{2}\tau} d\tau. \end{aligned} \quad (1.33)$$

На основании полученного вектора  $\Lambda$  выполним графическое построение области существования решения ЗОУ в пространстве синтезирующих переменных  $L_1, L_2, L_3$ . В одномерном случае область существования решения нормированной ЗОУ в пространстве синтезирующих переменных заключена в границах, образованных ступенчатыми видами функций управления, с изменением времени переключения от 0 до 2 [52, 53].

В нашем случае имеется два управляющих воздействия, соответственно, область существования решения будет пространственной фигурой, образованной комбинациями ступенчатых переключений управлений.

Возможны четыре комбинации управляющих воздействий:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_1^k: \bar{u}_1(\bar{t}) &= \bar{u}_1^{\text{rp1}}(\bar{t}) \text{ и } \bar{u}_2(\bar{t}) = \bar{u}_2^{\text{rp1}}(\bar{t}); \\ \mathbf{U}_2^k: \bar{u}_1(\bar{t}) &= \bar{u}_1^{\text{rp2}}(\bar{t}) \text{ и } \bar{u}_2(\bar{t}) = \bar{u}_2^{\text{rp2}}(\bar{t}); \\ \mathbf{U}_3^k: \bar{u}_1(\bar{t}) &= \bar{u}_1^{\text{rp2}}(\bar{t}) \text{ и } \bar{u}_2(\bar{t}) = \bar{u}_2^{\text{rp1}}(\bar{t}); \\ \mathbf{U}_4^k: \bar{u}_1(\bar{t}) &= \bar{u}_1^{\text{rp1}}(\bar{t}) \text{ и } \bar{u}_2(\bar{t}) = \bar{u}_2^{\text{rp2}}(\bar{t}). \end{aligned}$$

Для комбинации  $\mathbf{U}_1^k$  значения синтезирующих переменных, в зависимости от времен переключений, будут определяться по формулам:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{\Delta t}{2} \cdot b_1 \gamma_1 \left( \bar{t}_1^{n^2} - 4\bar{t}_1^n + 2 \right) + \frac{\Delta t}{2} \cdot b_2 \gamma_2 \left( \bar{t}_2^{n^2} - 4\bar{t}_2^n + 2 \right); \\ L_2 &= 2b_1 \gamma_1 (1 - \bar{t}_1^n) + 2b_2 \gamma_2 (1 - \bar{t}_2^n); \\ L_3 &= b_3 \gamma_1 e^{a\Delta t} \cdot \frac{2}{a\Delta t} \left( 2e^{-\frac{a\Delta t}{2} \bar{t}_1^n} - e^{-a\Delta t} - 1 \right) + b_4 \gamma_2 e^{a\Delta t} \cdot \frac{2}{a\Delta t} \left( 2e^{-\frac{a\Delta t}{2} \bar{t}_2^n} - e^{-a\Delta t} - 1 \right). \end{aligned}$$

Изменяя времена переключений в диапазоне  $[0; 2]$ , получим поверхность  $\Pi_1$  в пространстве  $L_1, L_2, L_3$  (рис. 1.2, а).

Для комбинации  $\mathbf{U}_2^k$ , значения синтезирующих переменных, в зависимости от времен переключений, будут определяться по формулам:

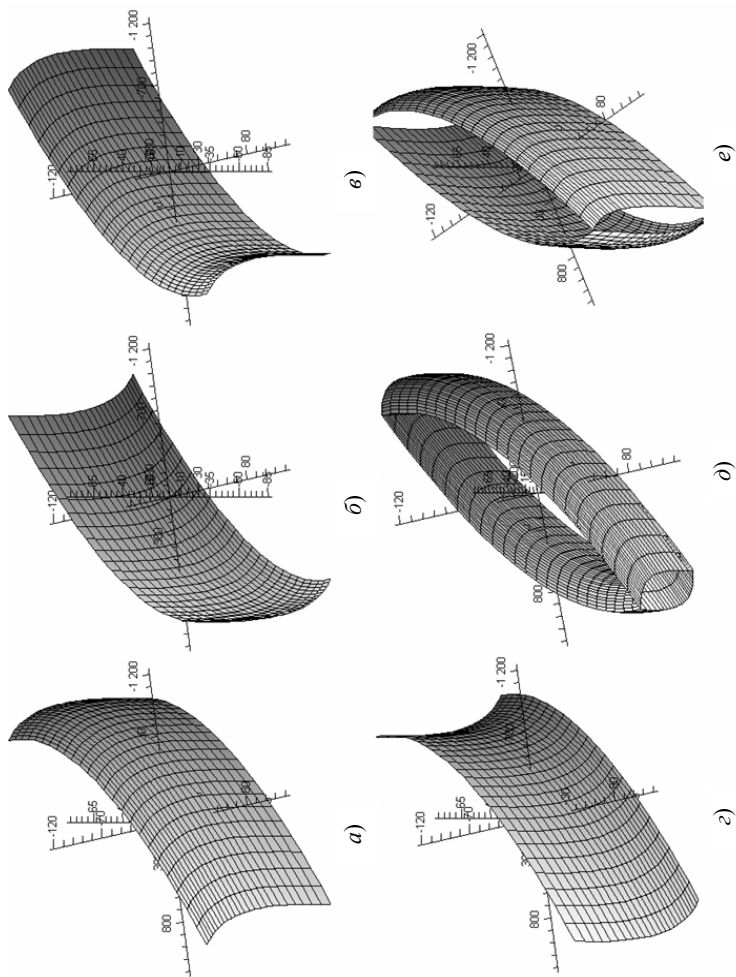
$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{\Delta t}{2} \cdot b_1 \gamma_1 \left( -\bar{t}_1^{n^2} + 4\bar{t}_1^n - 2 \right) + \frac{\Delta t}{2} \cdot b_2 \gamma_2 \left( -\bar{t}_2^{n^2} + 4\bar{t}_2^n - 2 \right); \\ L_2 &= 2b_1 \gamma_1 (-1 + \bar{t}_1^n) + 2b_2 \gamma_2 (-1 + \bar{t}_2^n); \\ L_3 &= -b_3 \gamma_1 e^{a\Delta t} \cdot \frac{2}{a\Delta t} \left( 2e^{-\frac{a\Delta t}{2} \bar{t}_1^n} - e^{-a\Delta t} - 1 \right) - b_4 \gamma_2 e^{a\Delta t} \cdot \frac{2}{a\Delta t} \left( 2e^{-\frac{a\Delta t}{2} \bar{t}_2^n} - e^{-a\Delta t} - 1 \right). \end{aligned}$$

Изменяя времена переключений в диапазоне  $[0; 2]$ , получим поверхность  $\Pi_2$  в пространстве  $L_1, L_2, L_3$  (рис. 1.2, б).

Для комбинации  $\mathbf{U}_3^k$ , значения синтезирующих переменных, в зависимости от времен переключений, будут определяться по формулам:

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{\Delta t}{2} \cdot b_1 \gamma_1 \left( -\bar{t}_1^{n^2} + 4\bar{t}_1^n - 2 \right) + \frac{\Delta t}{2} \cdot b_2 \gamma_2 \left( \bar{t}_2^{n^2} - 4\bar{t}_2^n + 2 \right); \\ L_2 &= 2b_1 \gamma_1 (-1 + \bar{t}_1^n) + 2b_2 \gamma_2 (1 - \bar{t}_2^n); \\ L_3 &= -b_3 \gamma_1 e^{a\Delta t} \cdot \frac{2}{a\Delta t} \left( 2e^{-\frac{a\Delta t}{2} \bar{t}_1^n} - e^{-a\Delta t} - 1 \right) + b_4 \gamma_2 e^{a\Delta t} \cdot \frac{2}{a\Delta t} \left( 2e^{-\frac{a\Delta t}{2} \bar{t}_2^n} - e^{-a\Delta t} - 1 \right). \end{aligned}$$

Изменяя времена переключений в диапазоне  $[0; 2]$ , получим поверхность  $\Pi_3$  в пространстве  $L_1, L_2, L_3$  (рис. 1.2, в).



**Рис. 1.2. Графики поверхностей в области существования решения ЗОУ:**  
*a* –  $\Pi_1$ ; *б* –  $\Pi_2$ ; *в* –  $\Pi_3$ ; *г* –  $\Pi_4$ ; *д* –  $\Pi_1$ ; *е* –  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$

Для комбинации  $U_4^k$ , значения синтезирующих переменных, в зависимости от времен переключений, будут определяться по формулам:

$$L_1 = \frac{\Delta t}{2} \cdot b_1 \gamma_1 \left( \bar{t}_1^{n^2} - 4\bar{t}_1^n + 2 \right) + \frac{\Delta t}{2} \cdot b_2 \gamma_2 \left( -\bar{t}_2^{n^2} + 4\bar{t}_2^n - 2 \right);$$

$$L_2 = 2b_1 \gamma_1 \left( 1 - \bar{t}_1^n \right) + 2b_2 \gamma_2 \left( -1 + \bar{t}_2^n \right);$$

$$L_3 = b_3 \gamma_1 e^{a\Delta t} \cdot \frac{2}{a\Delta t} \left( 2e^{\frac{a\Delta t}{2} \bar{t}_1^n} - e^{-a\Delta t} - 1 \right) - b_4 \gamma_2 e^{a\Delta t} \cdot \frac{2}{a\Delta t} \left( 2e^{\frac{a\Delta t}{2} \bar{t}_2^n} - e^{-a\Delta t} - 1 \right).$$

Изменяя времена переключений в диапазоне  $[0; 2]$ , получим поверхность  $\Pi_4$  в пространстве  $L_1, L_2, L_3$  (рис. 1.2, з).

Построив все четыре полученных поверхности  $\Pi_1 - \Pi_4$ , получим графическое отображение ограничивающих поверхностей области существования решения ЗОУ (рис. 1.2, д).

При построении области существования решения для многомерного объекта имеются некоторые особенности, нехарактерные для одномерной задачи – при наличии одновременно ненулевых коэффициентов  $b_2, b_3$  и/или  $b_1, b_4$ , ограничивающие поверхности области существования решения ЗОУ не «замкнуты» на «торцах» при использовании только поверхностей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  (рис. 1.2, е).

При введении поверхностей  $\Pi_3$  и  $\Pi_4$ , «торцы» ограничивающих поверхностей становится замкнутыми, как было показано на рис. 1.2, д.

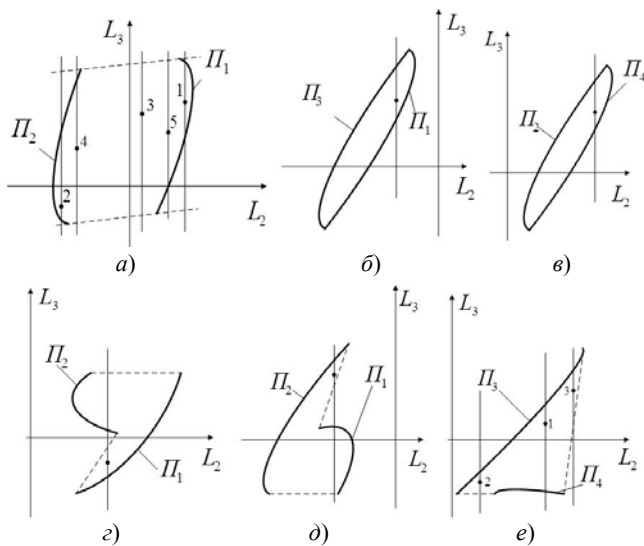
Для получения условий существования решения ЗОУ рассечем область существования решения плоскостью  $L_1 = L_1(R)$  и рассмотрим двумерные сечения области существования решения ЗОУ, все возможные виды которых при  $a < 0$  и  $b_1, b_2, b_3, b_4 > 0$  представлены на рис. 1.3.

Обозначим

$$\gamma_3 = 2\Delta t b_1 \gamma_1 - \Delta t b_2 \gamma_2 \left( \bar{t}_2^n \right)^2 + 4\Delta t b_2 \gamma_2 \bar{t}_2^n - 2\Delta t b_2 \gamma_2,$$

$$\gamma_4 = 2\Delta t b_1 \gamma_1 + \Delta t b_2 \gamma_2 \left( \bar{t}_2^n \right)^2 - 4\Delta t b_2 \gamma_2 \bar{t}_2^n + 2\Delta t b_2 \gamma_2.$$

Здесь и далее  $\bar{t}_j^{n(k)}$  – время переключения  $j$ -го управления при построении  $k$ -й поверхности.



**Рис. 1.3. Возможные виды сечений области существования ЗОУ**

Тогда для первого варианта переключений ( $U_1^k$ )

$$\bar{t}_1^{n(1)} = 2 - \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 (\gamma_3 + 2L_1(R))}}{\Delta t b_1 \gamma_1},$$

для второго варианта переключений ( $U_2^k$ )

$$\bar{t}_1^{n(2)} = 2 - \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 (\gamma_3 - 2L_1(R))}}{\Delta t b_1 \gamma_1},$$

для третьего варианта переключений ( $U_3^k$ )

$$\bar{t}_1^{n(3)} = 2 - \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 (\gamma_4 - 2L_1(R))}}{\Delta t b_1 \gamma_1}$$

для четвертого варианта переключений ( $U_4^k$ )

$$\bar{t}_1^{n(4)} = 2 - \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 (\gamma_4 + 2L_1(R))}}{\Delta t b_1 \gamma_1}.$$

Проведем сечение прямой  $L_2 = L_2(R)$  и определим значения  $\bar{t}_2^n$ .

Обозначим

$$\gamma_5 = 8\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 + 4\Delta t b_2^2 \gamma_2^2 + 4\Delta t b_1^2 \gamma_1^2 - \Delta t L_2^2(R).$$

Рассчитаем

$$L_3^B(R) = L_3^{(1)}(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)} = 0) + \frac{L_2(R) - L_2^{(1)}(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)} = 0)}{L_2^{(2)}(\bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(2)} = 2) - L_2^{(1)}(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)} = 0)} \times \\ \times (L_3^{(2)}(\bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(2)} = 2) - L_3^{(1)}(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)} = 0)),$$

$$L_3^H(R) = L_3^{(1)}(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)} = 2) + \frac{L_2(R) - L_2^{(1)}(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)} = 2)}{L_2^{(2)}(\bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(2)} = 0) - L_2^{(1)}(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)} = 2)} \times \\ \times (L_3^{(2)}(\bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(2)} = 0) - L_3^{(1)}(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)} = 2)).$$

Тогда для первого варианта переключений ( $U_1^k$ )

$$\bar{t}_2^{n(1)} = -\frac{\Delta t b_2 \gamma_2 L_2(R) - 2\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 - 2\Delta t b_2^2 \gamma_2^2}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)} \pm \\ \pm \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 (\gamma_5 - 4\Delta t (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_2(R) + 8(b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_1(R))}}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)}.$$

Обозначим

$$\bar{t}_2^{n(1-)} = -\frac{\Delta t b_2 \gamma_2 L_2(R) - 2\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 - 2\Delta t b_2^2 \gamma_2^2}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)} - \\ - \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 (\gamma_5 - 4\Delta t (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_2(R) + 8(b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_1(R))}}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)},$$

$$\bar{t}_2^{n(1+)} = -\frac{\Delta t b_2 \gamma_2 L_2(R) - 2\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 - 2\Delta t b_2^2 \gamma_2^2}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)} + \\ + \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 (\gamma_5 - 4\Delta t (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_2(R) + 8(b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_1(R))}}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)}.$$

Рассчитав значения  $\bar{t}_2^{n(1-)}$  и  $\bar{t}_2^{n(1+)}$ , можно определить значения  $\bar{t}_1^{n(1-)}$  и  $\bar{t}_1^{n(1+)}$ .

Условия существования решения ЗОУ можно представить в виде набора неравенств.

Если рассчитанные значения  $\bar{t}_1^{n(1-)}, \bar{t}_1^{n(1+)}, \bar{t}_2^{n(1-)}, \bar{t}_2^{n(1+)} \in [0, 2]$  (рис. 1.3, а, точка 1), то проверяется неравенство

$$L_3(\bar{t}_1^{n(1+)}, \bar{t}_2^{n(1+)}) \leq L_3(R) \leq L_3(\bar{t}_1^{n(1-)}, \bar{t}_2^{n(1-)}).$$

Для второго варианта переключений ( $U_2^k$ )

$$\begin{aligned} \bar{t}_2^{n(2)} = & \frac{\Delta t b_2 \gamma_2 L_2(R) + 2\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 + 2\Delta t b_2^2 \gamma_2^2}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)} \pm \\ & \pm \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 (\gamma_5 + 4\Delta t (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_2(R) - 8(b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_1(R))}}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)}. \end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned} \bar{t}_2^{n(2-)} = & \frac{\Delta t b_2 \gamma_2 L_2(R) + 2\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 + 2\Delta t b_2^2 \gamma_2^2}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)} - \\ & - \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 (\gamma_5 + 4\Delta t (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_2(R) - 8(b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_1(R))}}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{t}_2^{n(2+)} = & \frac{\Delta t b_2 \gamma_2 L_2(R) + 2\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 + 2\Delta t b_2^2 \gamma_2^2}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)} + \\ & + \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 (\gamma_5 + 4\Delta t (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_2(R) - 8(b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1) L_1(R))}}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 + b_1 \gamma_1)}. \end{aligned}$$

Рассчитав значения  $\bar{t}_2^{n(2-)}$  и  $\bar{t}_2^{n(2+)}$ , можно определить значения  $\bar{t}_1^{n(2-)}$  и  $\bar{t}_1^{n(2+)}$ .

Если

$$\bar{t}_1^{n(2-)}, \bar{t}_1^{n(2+)}, \bar{t}_2^{n(2-)}, \bar{t}_2^{n(2+)} \in [0, 2]$$

(рис. 1.3, а, точка 2), то проверяется неравенство

$$L_3(\bar{t}_1^{n(2-)}, \bar{t}_2^{n(2-)}) \leq L_3(R) \leq L_3(\bar{t}_1^{n(2+)}, \bar{t}_2^{n(2+)}).$$



Если

$$\bar{t}_1^{n(1-)}, \bar{t}_1^{n(1+)}, \bar{t}_2^{n(1-)}, \bar{t}_2^{n(1+)}, \bar{t}_1^{n(2-)}, \bar{t}_1^{n(2+)}, \bar{t}_2^{n(2-)}, \bar{t}_2^{n(2+)} \notin [0, 2]$$

(рис. 1.3, а, точка 3), то проверяется неравенство

$$L_3^H(R) \leq L_3(R) \leq L_3^B(R).$$

Если

$$\bar{t}_1^{n(2+)}, \bar{t}_2^{n(2+)} \in [0; 2] \text{ и } \bar{t}_1^{n(1-)}, \bar{t}_1^{n(1+)}, \bar{t}_2^{n(1-)}, \bar{t}_2^{n(1+)}, \bar{t}_1^{n(2-)}, \bar{t}_2^{n(2-)} \notin [0, 2]$$

(рис. 1.3, а, точка 4), то проверяется неравенство

$$L_3^H(R) \leq L_3(R) \leq L_3(\bar{t}_1^{n(2+)}, \bar{t}_2^{n(2+)}).$$

Если

$$\bar{t}_2^{n(1+)}, \bar{t}_1^{n(1+)} \in [0; 2] \text{ и } \bar{t}_1^{n(1-)}, \bar{t}_1^{n(2+)}, \bar{t}_2^{n(1-)}, \bar{t}_2^{n(2+)}, \bar{t}_1^{n(2-)}, \bar{t}_2^{n(2-)} \notin [0, 2]$$

(рис. 1.3, а, точка 5), то проверяется неравенство

$$L_3(\bar{t}_2^{n(1+)}, \bar{t}_1^{n(1+)}) \leq L_3(R) \leq L_3^B(R)$$

Обозначим

$$\gamma_6 = 8\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 - 4\Delta t b_2^2 \gamma_2^2 - 4\Delta t b_1^2 \gamma_1^2 + \Delta t L_2^2(R).$$

Для третьего варианта переключений ( $U_3^k$ )

$$\begin{aligned} \bar{t}_2^{n(3)} = & \frac{\Delta t b_2 \gamma_2 L_2(R) + 2\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 - 2\Delta t b_2^2 \gamma_2^2}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1)} + \\ & + \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 (\gamma_6 + 4\Delta t (b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1) L_2(R) - 8(b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1) L_1(R))}}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1)}. \end{aligned}$$

Рассчитав значение  $\bar{t}_2^{n(3)}$ , можно определить значение  $\bar{t}_1^{n(3)}$ .

Для четвертого варианта переключений ( $U_4^k$ )

$$\begin{aligned} \bar{t}_2^{n(4)} = & \frac{2\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 - \Delta t b_2 \gamma_2 L_2(R) - 2\Delta t b_2^2 \gamma_2^2}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1)} + \\ & + \frac{\sqrt{\Delta t b_1 \gamma_1 b_2 \gamma_2 (\gamma_6 + 4\Delta t (b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1) L_2(R) - 8(b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1) L_1(R))}}{2\Delta t b_2 \gamma_2 (b_2 \gamma_2 - b_1 \gamma_1)}. \end{aligned}$$

Рассчитав значение  $\bar{t}_2^{n(4)}$ , можно определить значение  $\bar{t}_1^{n(4)}$ .

В последующих расчетах будем считать, что:

$$\bar{t}_2^{n(1)} = \begin{cases} \bar{t}_2^{n(1+)}, & \text{если } \bar{t}_2^{n(1+)} \in [0; 2] \text{ и } \bar{t}_2^{n(1-)} \notin [0; 2]; \\ \bar{t}_2^{n(1-)}, & \text{если } \bar{t}_2^{n(1-)} \in [0; 2] \text{ и } \bar{t}_2^{n(1+)} \notin [0; 2]; \end{cases}$$

$$\bar{t}_2^{n(2)} = \begin{cases} \bar{t}_2^{n(2+)}, & \text{если } \bar{t}_2^{n(2+)} \in [0; 2] \text{ и } \bar{t}_2^{n(2-)} \notin [0; 2]; \\ \bar{t}_2^{n(2-)}, & \text{если } \bar{t}_2^{n(2-)} \in [0; 2] \text{ и } \bar{t}_2^{n(2+)} \notin [0; 2]. \end{cases}$$

При этом значения  $\bar{t}_1^{n(1)}$  и  $\bar{t}_1^{n(2)}$  определяются по соответствующим формулам.

Если рассчитанные значения  $\bar{t}_2^{n(3)}, \bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(1)}, \bar{t}_1^{n(1)} \in [0; 2]$  (рис. 1.3, б), то проверяется неравенство

$$L_3(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)}) \leq L_3(R) \leq L_3(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)}).$$

Если рассчитанные значения  $\bar{t}_2^{n(2)}, \bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(4)}, \bar{t}_1^{n(4)} \in [0; 2]$  (рис. 1.3, в), то проверяется неравенство

$$L_3(\bar{t}_1^{n(4)}, \bar{t}_2^{n(4)}) \leq L_3(R) \leq L_3(\bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(2)}).$$

Если

$$\bar{t}_2^{n(2)}, \bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(1)}, \bar{t}_1^{n(1)} \in [0; 2] \text{ и } L_3^H(R) \in [L_3(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)}), L_3(\bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(2)})]$$

(рис. 1.3, г), то проверяется неравенство

$$L_3(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)}) \leq L_3(R) \leq L_3^H(R).$$

Если

$$\bar{t}_2^{n(2)}, \bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(1)}, \bar{t}_1^{n(1)} \in [0; 2] \text{ и } L_3^B(R) \in [L_3(\bar{t}_1^{n(1)}, \bar{t}_2^{n(1)}), L_3(\bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(2)})]$$

(рис. 1.3, д), то проверяется неравенство

$$L_3^B(R) \leq L_3(R) \leq L_3(\bar{t}_1^{n(2)}, \bar{t}_2^{n(2)}).$$

Если рассчитанные значения  $\bar{t}_2^{n(3)}, \bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(4)}, \bar{t}_1^{n(4)} \in [0; 2]$  (рис. 1.3, е, точка 1), то проверяется неравенство

$$L_3(\bar{t}_1^{n(4)}, \bar{t}_2^{n(4)}) \leq L_3(R) \leq L_3(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)}).$$

Рассчитаем

$$L_3^{B^2}(R) = L_3^{(3)}(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)} = 0) + \frac{L_2(R) - L_2^{(3)}(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)} = 0)}{L_2^{(4)}(\bar{t}_1^{n(4)}, \bar{t}_2^{n(4)} = 2) - L_2^{(3)}(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)} = 0)} \times \\ \times (L_3^{(4)}(\bar{t}_1^{n(4)}, \bar{t}_2^{n(4)} = 2) - L_3^{(3)}(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)} = 0)),$$

$$L_3^{H^2}(R) = L_3^{(3)}(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)} = 2) + \frac{L_2(R) - L_2^{(3)}(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)} = 2)}{L_2^{(4)}(\bar{t}_1^{n(4)}, \bar{t}_2^{n(4)} = 0) - L_2^{(3)}(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)} = 2)} \times \\ \times (L_3^{(4)}(\bar{t}_1^{n(4)}, \bar{t}_2^{n(4)} = 0) - L_3^{(3)}(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)} = 2)).$$

Если  $\bar{t}_2^{n(3)}, \bar{t}_1^{n(3)} \in [0; 2]$  и  $\bar{t}_2^{n(4)}, \bar{t}_1^{n(4)} \notin [0; 2]$  (рис. 1.3, *e*, точки 2 и 3), то проверяется неравенство

$$\max(L_3^{B^2}(R), L_3^{H^2}(R)) \leq L_3(R) \leq L_3(\bar{t}_1^{n(3)}, \bar{t}_2^{n(3)}).$$

Если проверяемое неравенство выполняется, то решение исследуемой ЗОУ существует, в противном случае решения не существует.

Решение ЗОУ, а, следовательно, и успешное достижение цели управления в значительной мере зависит от интенсивности и характера влияния возмущающих воздействий. Возмущающие воздействия могут оказывать существенное влияние на систему управления и приводить к нежелательным эффектам в поведении управляемых объектов, поэтому их желательно учитывать на ранних этапах проектирования ИУС, в частности, на этапах анализа ЗОУ и разработки алгоритмического обеспечения ИУС.

При проектировании ИУС большое внимание уделяется вопросам анализа и повышения помехоустойчивости каналов связи ИУС с объектом управления. В качестве характеристик помехоустойчивости можно рассматривать точность реализации управляющих воздействий по каналу управления, достоверность информации, получаемой по каналу измерения и т.д. На снижение помехоустойчивости каналов управления и измерения значительное влияние оказывают случайные возмущения и шумы, которые искажают полезный сигнал и препятствуют получению достоверной информации [62 – 64].

Для снижения влияния шумов в каналах управления и измерения на работу ИУС применяются помехоустойчивые алгоритмы синтеза оптимальных управляющих воздействий. Однако и на этапе анализа ОУ очень важно учитывать влияние возмущающих воздействий, поскольку на данном этапе принципиально важным является ответ на вопрос: существует ли решение ЗОУ при наличии шумов заданной интенсивности?

Рассмотрим основные особенности исследования области существования решения ЗОУ при наличии случайных возмущений на примере следующей задачи:

$$\dot{Z} = AZ(t) + BU(t) + CW(t), \quad (1.34)$$

$$Z(t_0) = Z^0 \rightarrow Z(t_k) = Z^k, \quad (1.35)$$

$$\forall t \in [t_0; t_k]: U(t) \in [U^H; U^B], \quad (1.36)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_k} f(U(t), Z(t), t) dt \rightarrow \min. \quad (1.37)$$

Массив исходных данных, который необходим для численного решения задачи (1.34) – (1.37) задается в следующем виде:

$$R = (A, B, C, U^H, U^B, Z^0, Z^k, t_0, t_k, \Sigma^w).$$

Для исследования области существования решения ЗОУ (1.34) – (1.37) предлагается метод [65], включающий следующие этапы:

1. Нормирование исходной задачи. В нормированной ЗОУ временной интервал и область допустимых значений управляющих и возмущающих воздействий постоянны:

$$\begin{aligned} t \in [t_0; t_k] &\longrightarrow \bar{t} \in [0; 2], \\ U(t) \in [U^H; U^B] &\longrightarrow \bar{U}(\bar{t}) \in [-1; 1], \\ W(t) \in [W^H; W^B] &\longrightarrow \bar{W}(\bar{t}) \in [-1; 1]. \end{aligned}$$

Следует заметить, что нормирование возмущающих воздействий предполагает наличие априорной информации об интервалах изменения компонентов вектора  $W(t)$ . В случае «белых» гауссовских шумов, граничные значения возмущений можно задать в соответствии с правилом «трех сигм» в следующем виде:  $w_i^H = -3\sigma_i^w$ ,  $w_i^B = 3\sigma_i^w$ ,  $i = \overline{1, m}$ , где  $\sigma_i^w$  – средние квадратические отклонения.

2. Решение нормированной задачи

$$Z(t_k) = e^{2\bar{A}} Z(t_0) + \int_0^2 e^{\bar{A}(2-\tau)} [\bar{B}\bar{U}(\tau) + \bar{C}\bar{W}(\tau)] d\tau.$$

где  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  – матрицы параметров модели динамики объекта в нормированной задаче.

3. Введение  $n$ -мерного вектора синтезирующих переменных  $\Lambda$ . При этом аналитические формулы для расчета компонентов вектора  $\Lambda$  выводятся на основе решения нормированной задачи, полученного на предыдущем этапе:

$$\Lambda = (L_1, L_2, \dots, L_n), \quad L_i = f_i^1(R) = f_i^2(\overline{U}(\bar{t}), \overline{W}(\bar{t}), R), \quad i = \overline{1, n},$$

где  $L_i$  – компоненты вектора  $\Lambda$ ;  $f_i^1, f_i^2$  – функции, получаемые на основе решения нормированной задачи.

4. Построение в пространстве синтезирующих переменных области существования решения ЗОУ, ограниченной поверхностями:

$$L_j^{\text{rp}} = f_i^2(\bar{u}_j^{\text{rp}}(\bar{t}), \bar{w}_j^{\text{rp}}(\bar{t}), R), \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m},$$

где

$$\begin{aligned} \bar{u}_j^{\text{rp}}(\bar{t}) = \{\bar{u}_j^{\text{rp1}}, \bar{u}_j^{\text{rp2}}\}; \quad \bar{u}_j^{\text{rp1}}(\bar{t}) = \begin{cases} -1, \bar{t} < \bar{t}_j^{\text{п}}, \\ 1, \bar{t} \geq \bar{t}_j^{\text{п}}; \end{cases} \quad \bar{u}_j^{\text{rp2}}(\bar{t}) = \begin{cases} 1, \bar{t} < \bar{t}_j^{\text{п}}, \\ -1, \bar{t} \geq \bar{t}_j^{\text{п}}; \end{cases} \\ \bar{w}_j^{\text{rp}}(\bar{t}) = \{\bar{w}_j^{\text{rp1}}, \bar{w}_j^{\text{rp2}}\}, \quad \bar{w}_j^{\text{rp1}}(\bar{t}) = \begin{cases} -1, \bar{t} < \bar{t}_j^{\text{п}}, \\ 1, \bar{t} \geq \bar{t}_j^{\text{п}}; \end{cases} \quad \bar{w}_j^{\text{rp2}}(\bar{t}) = \begin{cases} 1, \bar{t} < \bar{t}_j^{\text{п}}, \\ -1, \bar{t} \geq \bar{t}_j^{\text{п}}; \end{cases} \end{aligned}$$

$\bar{t}_j^{\text{п}}$  – время переключения  $j$ -го управления.

5. Выделение в пространстве синтезирующих переменных областей трех видов:  $S_g$  – областей гарантированного существования решения;  $S_w$  – областей, в которых возможность существования решения ЗОУ определяется случайным характером влияния возмущений;  $S_o$  – областей, в которых решение ЗОУ не существует. При этом область существования решения ЗОУ является объединением  $S_g$  и  $S_w$

$$S = S_g \cup S_w.$$

6. Определение возможности существования решения ЗОУ в зависимости от положения точки  $\mu(L_1, \dots, L_n)$  в области существования решения, при этом координатами точки являются значения синтезирующих переменных, полученных на третьем этапе:

$$L_i = f_i^1(R), \quad i = \overline{1, n}.$$

Условия существования решения ЗОУ (1.34)–(1.37), можно сформулировать следующим образом:

1. Если  $\mu(L_1, \dots, L_n) \in S_g$  – решение ЗОУ существует.

2. Если  $\mu(L_1, \dots, L_n) \in S_w$  – возможность существования решения ЗОУ определяется характером влияния возмущающих воздействий.

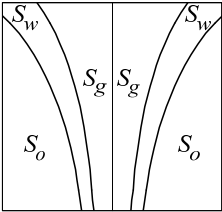
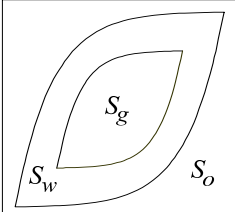
3. Если  $\mu(L_1, \dots, L_n) \in S_o$  – решение ЗОУ не существует.

Практическая значимость рассмотренного метода заключается в том, что он позволяет непосредственно по значениям компонентов массива исходных данных проверить возможность существования решения задачи оптимального управления без определения вида функции оптимального управления.

В таблице 1.2 приведено графическое представление области существования решения для объектов, описываемых моделями динамики в виде апериодического звена первого и второго порядков, а также показаны массивы исходных данных ЗОУ и формулы для расчета значений синтезирующих переменных. Более подробно с результатами применения предложенного метода можно ознакомиться в [66 – 68].

При практическом исследовании области существования решения ЗОУ для конкретного объекта можно по результатам применения рассмотренного метода сформулировать требования, касающиеся помехоустойчивости алгоритмического обеспечения ИУС.

## 1.2. Практические примеры исследования области существования решения ЗОУ

Модель динамики объекта	$\dot{z} = az(t) + bu(t) + cw(t)$	$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2(t), \\ \dot{z}_2 = a_1z_1(t) + a_2z_2(t) + b(u(t) + w(t)) \end{cases}$
Массив исходных данных ЗОУ	$\left\{ \begin{array}{l} a, b, c, z^0, z^k, \\ u^H, u^B, t_0, t_k, \sigma^w \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} a_1, a_2, b, z_1^0, z_1^k, z_2^0, z_2^k, \\ u^H, u^B, t_0, t_k, \sigma^w \end{array} \right\}$
Сечения области существования решения ЗОУ в пространстве синтезирующих переменных		

Например, если возможность существования решения ЗОУ определяется характером влияния возмущающих воздействий, то для повышения вероятности достижения цели управления необходимо применять специальные алгоритмы, позволяющие снизить негативное влияние возмущающих воздействий.

При решении задач анализа ЗОУ, помимо исследования условий существования решения ЗОУ многомерным объектом, не менее важным этапом является определение возможных видов функций ОУ и соотношений для расчета их параметров. Для получения видов и параметров функций ОУ многомерным объектом с учетом ограничений на управляющие воздействия предлагается аналитический метод [69, 70], который дополняет рассмотренный ранее аналитико-графический метод исследования области существования решения ЗОУ многомерным объектом.

Рассмотрим метод получения видов функций ОУ на примере ЗОУ объектом, имеющим размерность  $n = 2$  и  $m = 2$ ; в этом случае

$$\dot{z}(t) = \begin{pmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \end{pmatrix}, Z(t) = \begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix}, U(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}.$$

В нормированном виде ЗОУ примет вид

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + BU(t) \rightarrow \dot{\bar{Z}}(\bar{t}) = \bar{A}\bar{Z}(\bar{t}) + \bar{B}\bar{U}(\bar{t});$$

$$z_i^0 \rightarrow \bar{z}_i^0; \quad z_i^k \rightarrow \bar{z}_i^k; \quad i = \overline{1,2}; \quad \forall \bar{t} \in [0;2]: \quad \bar{u}_i(\bar{t}) \in [-1;1];$$

$$J = \int_{\bar{t}_0}^{\bar{t}_k} (\bar{u}_1^2(\bar{t}) + \bar{u}_2^2(\bar{t})) d\bar{t} \rightarrow \min,$$

где

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} a_1 \frac{\Delta t}{2} & a_2 \frac{\Delta t}{2} \\ a_3 \frac{\Delta t}{2} & a_4 \frac{\Delta t}{2} \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} b_1 \frac{\Delta t \Delta u_1}{4} & b_2 \frac{\Delta t \Delta u_2}{4} \\ b_3 \frac{\Delta t \Delta u_1}{4} & b_4 \frac{\Delta t \Delta u_2}{4} \end{pmatrix},$$

$$\Delta t = t_k - t_0, \Delta u_1 = u_1^B - u_1^H, \Delta u_2 = u_2^B - u_2^H.$$

Для упрощения дальнейших преобразований введем следующие обозначения:

$$\bar{a}_{11} = a_1 \frac{\Delta t}{2}, \quad \bar{a}_{12} = a_2 \frac{\Delta t}{2}, \quad \bar{a}_{21} = a_3 \frac{\Delta t}{2}, \quad \bar{a}_{22} = a_4 \frac{\Delta t}{2},$$

$$\bar{b}_{11} = b_1 \frac{\Delta t \Delta u_1}{4}, \quad \bar{b}_{12} = b_2 \frac{\Delta t \Delta u_2}{4}, \quad \bar{b}_{21} = b_3 \frac{\Delta t \Delta u_1}{4}, \quad \bar{b}_{22} = b_4 \frac{\Delta t \Delta u_2}{4}.$$

Левые части синтезирующих переменных запишутся в следующем виде:

$$L_1(R) = \bar{z}_1(2) - \frac{e^{\bar{\alpha}_m(\bar{s} - \bar{\beta})} + e^{\bar{\alpha}_p(\bar{s} + \bar{\beta})}}{2\bar{s}} \bar{z}_1(0) + \frac{\bar{a}_{12}(e^{\bar{\alpha}_m} - e^{\bar{\alpha}_p})}{\bar{s}} \bar{z}_2(0), \quad (1.38)$$

$$L_2(R) = \bar{z}_2(2) + \frac{\bar{a}_{21}(e^{\bar{\alpha}_m} - e^{\bar{\alpha}_p})}{\bar{s}} \bar{z}_1(0) - \frac{e^{\bar{\alpha}_m(\bar{s} + \bar{\beta})} + e^{\bar{\alpha}_p(\bar{s} - \bar{\beta})}}{2\bar{s}} \bar{z}_2(0), \quad (1.39)$$

где

$$\bar{\alpha}_p = \bar{\alpha} + \bar{s}, \quad \bar{\alpha}_m = \bar{\alpha} - \bar{s}, \quad \bar{\alpha} = \bar{a}_{11} + \bar{a}_{22}, \quad \bar{\beta} = \bar{a}_{11} - \bar{a}_{22},$$

$$\bar{s} = \sqrt{\bar{a}_{11}^2 - 2\bar{a}_{11}\bar{a}_{22} + \bar{a}_{22}^2 + 4\bar{a}_{12}\bar{a}_{21}}.$$

Правые части синтезирующих переменных:

$$L_1(\bar{i}) = \bar{p}_1 \int_0^{\bar{i}} \frac{\bar{u}_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\tau}} d\tau + \bar{p}_2 \int_0^{\bar{i}} \frac{\bar{u}_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\tau}} d\tau + \bar{p}_3 \int_0^{\bar{i}} \frac{\bar{u}_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\tau}} d\tau + \bar{p}_4 \int_0^{\bar{i}} \frac{\bar{u}_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\tau}} d\tau, \quad (1.40)$$

$$L_2(\bar{i}) = \bar{p}_5 \int_0^{\bar{i}} \frac{\bar{u}_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\tau}} d\tau + \bar{p}_6 \int_0^{\bar{i}} \frac{\bar{u}_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\tau}} d\tau + \bar{p}_7 \int_0^{\bar{i}} \frac{\bar{u}_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\tau}} d\tau + \bar{p}_8 \int_0^{\bar{i}} \frac{\bar{u}_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\tau}} d\tau, \quad (1.41)$$

где

$$\bar{p}_1 = \left( \frac{\bar{b}_{11}}{2\bar{s}}(\bar{s} - \bar{\beta}) - \frac{\bar{a}_{12}\bar{b}_{21}}{\bar{s}} \right) e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\bar{i}}, \quad \bar{p}_2 = \left( \frac{\bar{b}_{11}}{2\bar{s}}(\bar{s} + \bar{\beta}) + \frac{\bar{a}_{12}\bar{b}_{21}}{\bar{s}} \right) e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\bar{i}},$$

$$\bar{p}_3 = \left( \frac{\bar{b}_{12}}{2\bar{s}}(\bar{s} - \bar{\beta}) - \frac{\bar{a}_{12}\bar{b}_{22}}{\bar{s}} \right) e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\bar{i}}, \quad \bar{p}_4 = \left( \frac{\bar{b}_{12}}{2\bar{s}}(\bar{s} + \bar{\beta}) + \frac{\bar{a}_{12}\bar{b}_{22}}{\bar{s}} \right) e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\bar{i}},$$

$$\bar{p}_5 = \left( \frac{\bar{b}_{21}}{2\bar{s}}(\bar{s} - \bar{\beta}) + \frac{\bar{a}_{21}\bar{b}_{11}}{\bar{s}} \right) e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\bar{i}}, \quad \bar{p}_6 = \left( \frac{\bar{b}_{21}}{2\bar{s}}(\bar{s} + \bar{\beta}) - \frac{\bar{a}_{21}\bar{b}_{11}}{\bar{s}} \right) e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\bar{i}},$$

$$\bar{p}_7 = \left( \frac{\bar{b}_{22}}{2\bar{s}}(\bar{s} - \bar{\beta}) + \frac{\bar{a}_{21}\bar{b}_{12}}{\bar{s}} \right) e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\bar{i}}, \quad \bar{p}_8 = \left( \frac{\bar{b}_{22}}{2\bar{s}}(\bar{s} + \bar{\beta}) - \frac{\bar{a}_{21}\bar{b}_{12}}{\bar{s}} \right) e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\bar{i}}.$$

Значения  $\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_8$  зависят от параметров математической модели объекта и не зависят от вида функций управления. Представление синтезирующих переменных в виде (1.40)–(1.41) позволит в дальнейшем более оперативно рассматривать различные виды функций ОУ.

Функции ОУ без учета ограничений на управляющие воздействия, рассчитанные при помощи метода максимума Понтрягина, примут вид



$$\bar{u}_1(\bar{t}) = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_5 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \bar{t}} + \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_6 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \bar{t}}; \quad (1.42)$$

$$\bar{u}_2(\bar{t}) = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_7 e^{-\frac{1}{2} \bar{\gamma}_m \bar{t}} + \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_8 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \bar{t}}, \quad (1.43)$$

где

$$\bar{\gamma}_3 = -\frac{\bar{\beta} + \bar{s}}{2\bar{a}_{21}}, \quad \bar{\gamma}_4 = -\frac{\bar{\beta} - \bar{s}}{2\bar{a}_{21}}, \quad \bar{\gamma}_5 = \bar{b}_{11} + \bar{\gamma}_3 \bar{b}_{21},$$

$$\bar{\gamma}_6 = \bar{b}_{11} + \bar{\gamma}_4 \bar{b}_{21}, \quad \bar{\gamma}_7 = \bar{b}_{12} + \bar{\gamma}_3 \bar{b}_{22}, \quad \bar{\gamma}_8 = \bar{b}_{12} + \bar{\gamma}_4 \bar{b}_{22}.$$

Следует заметить, что наиболее распространенными на практике видами функций ОУ являются: монотонно неубывающие функции, монотонно невозрастающие функции, а также функции с одним экстремумом на временном интервале управления. В тех случаях, когда не происходит нарушения ограничений, накладываемых на управляющие воздействия, полученные функции (1.42), (1.43) могут принимать один из перечисленных выше видов. Если же для достижения цели управления необходимо нарушить ограничения, то функция ОУ может принимать один из видов функций, имеющих точки переключения (когда на временном интервале управления часть времени значение функции ОУ равно верхней или нижней границе управляющего воздействия). Типовые виды функций ОУ подробно рассмотрены в литературе [39, 52, 53], однако число типовых видов можно сократить в два раза за счет введения коэффициента *sign*.

Функции ОУ при соблюдении ограничений на управляющие воздействия можно записать в следующем виде

$$\bar{u}_i^0(\bar{t}) = f_i(\bar{t}), \quad \bar{u}_i^0(\bar{t}) = f_2(\bar{t}),$$

$$f_1(\bar{t}) = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_5 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \bar{t}} + \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_6 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \bar{t}}, \quad f_2(\bar{t}) = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_7 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \bar{t}} + \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_8 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \bar{t}}.$$

Как видно,  $f_1(\bar{t})$  отличается от  $f_2(\bar{t})$  только коэффициентами.

Рассмотрим случай, когда ограничения на управляющие воздействия не нарушаются (рис. 1.4). При этом  $\bar{u}_i^0(\bar{t}) = f_i(\bar{t})$ ,  $i = 1, 2$ .

При наличии нарушений ограничений на управляющие воздействия в функции ОУ появляются точки переключения, при этом возможны виды функций ОУ, показанные в табл. 1.3.

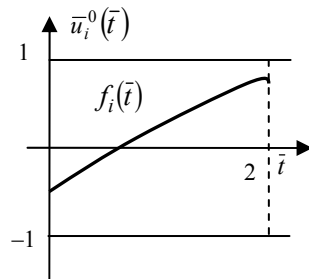
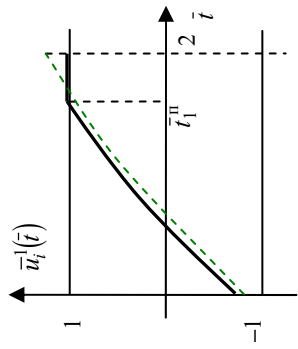
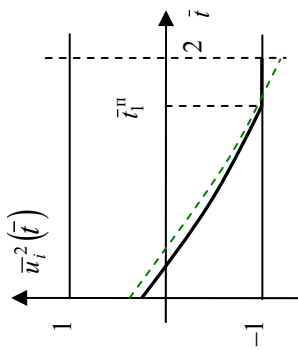
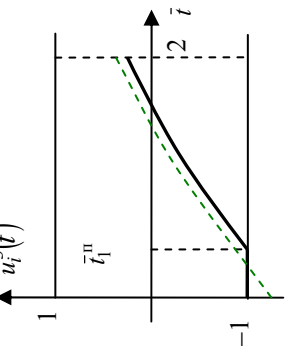
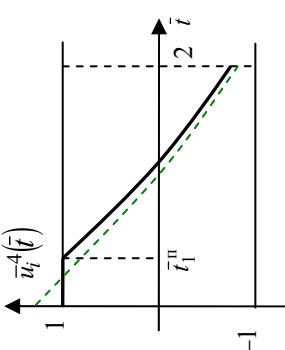
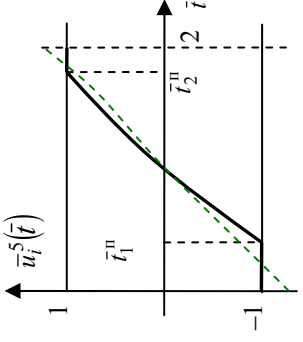
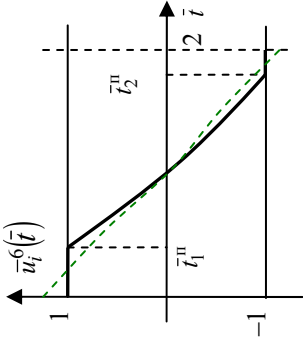
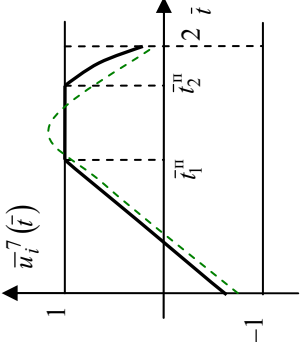
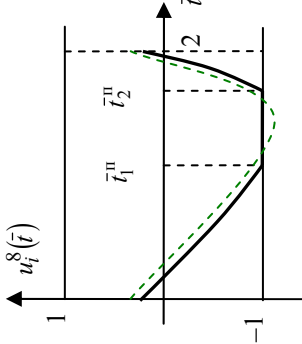
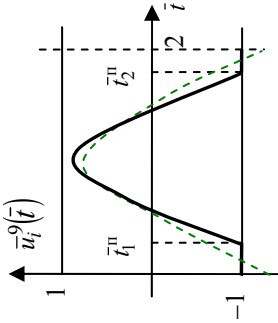
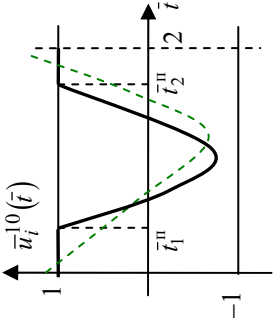
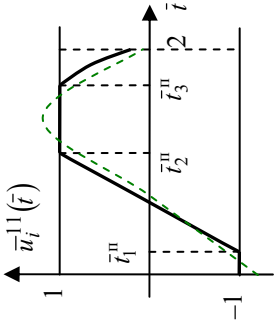
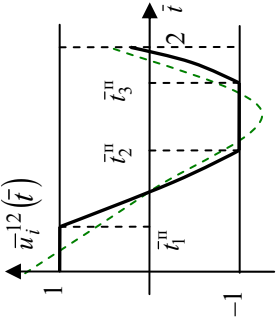


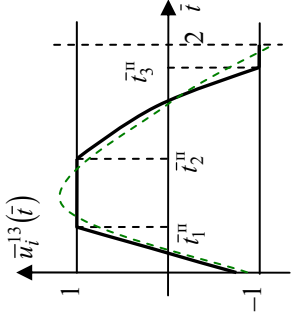
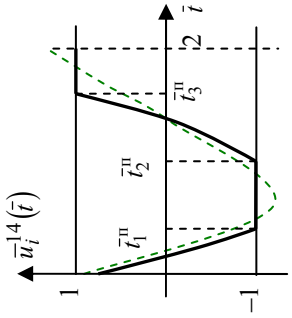
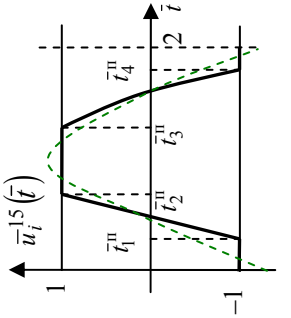
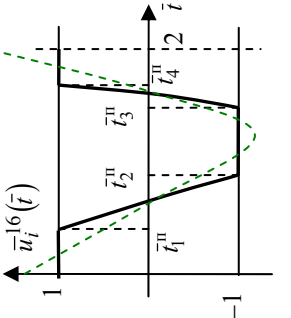
Рис. 1.4. Траектория  $\bar{u}_i^0(\bar{t})$

### 1.3. Виды функций ОУ с точками переключения

Аналитический вид функции ОУ	Графический вид функции ОУ	
$\bar{u}_i^{1,2}(\bar{t}) = \begin{cases} f_i(\bar{t}), \bar{t} < \bar{t}_1^n, \\ \text{sign}_i, \bar{t} \geq \bar{t}_1^n. \end{cases}$	$\text{sign}_i = 1$ 	$\text{sign}_i = -1$ 
$\bar{u}_i^{3,4}(\bar{t}) = \begin{cases} -\text{sign}_i, \bar{t} < \bar{t}_1^n, \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} \geq \bar{t}_1^n. \end{cases}$	$\bar{u}_i^3(\bar{t})$ 	$\bar{u}_i^4(\bar{t})$ 

Аналитический вид функции ОУ	Графический вид функции ОУ	
	$sign \eta_i = 1$	$sign \eta_i = -1$
$\bar{u}_i^{5,6}(\bar{t}) = \begin{cases} -sign \eta_i, \bar{t} < \bar{t}_1^n; \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} \in [\bar{t}_1^n, \bar{t}_2^n]; \\ sign \eta_i, \bar{t} > \bar{t}_2^n. \end{cases}$		
$\bar{u}_i^{7,8}(\bar{t}) = \begin{cases} f_i(\bar{t}), \bar{t} < \bar{t}_1^n; \\ sign \eta_i, \bar{t} \in [\bar{t}_1^n, \bar{t}_2^n]; \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} > \bar{t}_2^n. \end{cases}$		

Аналитический вид функции ОУ	Графический вид функции ОУ	
$\bar{u}_i^{9,10}(\bar{t}) = \begin{cases} \text{sign}_i, \bar{t} < \bar{t}_1^n, \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} \in [\bar{t}_1^n, \bar{t}_2^n], \\ \text{sign}_i, \bar{t} > \bar{t}_2^n. \end{cases}$	$\text{sign}_i = 1$ 	$\text{sign}_i = -1$ 
$\bar{u}_i^{11,12}(\bar{t}) = \begin{cases} -\text{sign}_i, \bar{t} < \bar{t}_1^n, \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} \in [\bar{t}_1^n, \bar{t}_2^n], \\ \text{sign}_i, \bar{t} \in (\bar{t}_2^n, \bar{t}_3^n], \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} > \bar{t}_3^n. \end{cases}$	$\text{sign}_i = 1$ 	$\text{sign}_i = -1$ 

Аналитический вид функции ОУ	Графический вид функции ОУ	
	$sign_t = 1$	$sign_t = -1$
$\bar{u}_i^{13,14}(\bar{t}) = \begin{cases} f_i(\bar{t}), \bar{t} < \bar{t}_1^n; \\ sign_t, \bar{t} \in [\bar{t}_1^n, \bar{t}_2^n]; \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} \in (\bar{t}_2^n, \bar{t}_3^n]; \\ -sign_t, \bar{t} > \bar{t}_3^n. \end{cases}$		
$\bar{u}_i^{15,16}(\bar{t}) = \begin{cases} -sign_t, \bar{t} < \bar{t}_1^n; \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} \in [\bar{t}_1^n, \bar{t}_2^n]; \\ sign_t, \bar{t} \in (\bar{t}_2^n, \bar{t}_3^n]; \\ f_i(\bar{t}), \bar{t} \in [\bar{t}_3^n, \bar{t}_4^n]; \\ -sign_t, \bar{t} > \bar{t}_4^n. \end{cases}$		

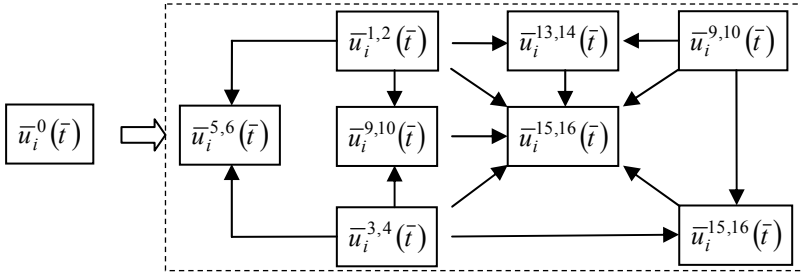
Задача определения параметров функции управления в общем случае сводится к решению системы  $n + n_t$  уравнений, где  $n$  уравнений можно получить из формул для расчета синтезирующих переменных, а  $n_t$  дополнительных уравнений можно получить из условий для времен переключения, которые приведены в табл. 1.4.

#### 1.4. Условия для получения дополнительных уравнений

Вид функции ОУ	$n_t$	Условия для времен переключения
$\bar{u}_i^{1,2}(\bar{t})$	1	$f_i(\bar{t}_1^n) = \text{sign}_i$
$\bar{u}_i^{3,4}(\bar{t})$	1	$f_i(\bar{t}_1^n) = -\text{sign}_i$
$\bar{u}_i^{5,6}(\bar{t})$	2	$f_i(\bar{t}_1^n) = -\text{sign}_i, f_i(\bar{t}_2^n) = \text{sign}_i$
$\bar{u}_i^{7,8}(\bar{t})$	2	$f_i(\bar{t}_1^n) = \text{sign}_i, f_i(\bar{t}_2^n) = \text{sign}_i$
$\bar{u}_i^{9,10}(\bar{t})$	2	$f_i(\bar{t}_1^n) = \text{sign}_i, f_i(\bar{t}_2^n) = \text{sign}_i$
$\bar{u}_i^{11,12}(\bar{t})$	3	$f_i(\bar{t}_1^n) = -\text{sign}_i, f_i(\bar{t}_2^n) = \text{sign}_i, f_i(\bar{t}_3^n) = \text{sign}_i$
$\bar{u}_i^{13,14}(\bar{t})$	3	$f_i(\bar{t}_1^n) = \text{sign}_i, f_i(\bar{t}_2^n) = \text{sign}_i, f_i(\bar{t}_3^n) = -\text{sign}_i$
$\bar{u}_i^{15,16}(\bar{t})$	4	$f_i(\bar{t}_1^n) = -\text{sign}_i, f_i(\bar{t}_2^n) = \text{sign}_i, f_i(\bar{t}_3^n) = \text{sign}_i, f_i(\bar{t}_4^n) = -\text{sign}_i$

Частные виды функций управления (например,  $\bar{u}_i(\bar{t}) = -1$  или  $\bar{u}_i(\bar{t}) = 1$  при  $\bar{t} \in [0, 2]$ ) подробно рассматривать не будем. Следует также заметить, что на этапе получения видов функций ОУ при анализе ЗОУ многомерными объектами требуется осуществлять пересчет видов функций ОУ для соблюдения ограничений на управляющие воздействия. В результате такого пересчета возможно изменение видов функций управления. Применительно к рассмотренным выше видам функций ОУ возможны следующие шесть типов нарушений ограничений:

- 1)  $\bar{u}_i(\bar{t}_k) > \bar{u}_i^B$ ;
- 2)  $\bar{u}_i(\bar{t}_k) < \bar{u}_i^H$ ;
- 3)  $\bar{u}_i(\bar{t}_0) > \bar{u}_i^B$ ;
- 4)  $\bar{u}_i(\bar{t}_0) < \bar{u}_i^H$ ;
- 5)  $\bar{u}_i(\bar{t}) > \bar{u}_i^B, \bar{t} \in (\bar{t}_0, \bar{t}_k)$ ;
- 6)  $\bar{u}_i(\bar{t}) < \bar{u}_i^H, \bar{t} \in (\bar{t}_0, \bar{t}_k)$ .



**Рис. 1.5.** Схема возможных переходов видов функций ОУ при нарушении ограничений на управляющие воздействия

Учитывая, что основные затраты времени ИУС расходятся на решение нелинейных уравнений, можно выделить последовательность проверки видов функций ОУ с учетом количества нелинейных уравнений. Последовательность проверки можно представить в виде схемы переходов, показанной на рис. 1.5. На каждой итерации выполняется проверка ограничений на управляющие воздействия. При нарушении ограничений в зависимости от типа нарушения осуществляется переход от одного вида функции ОУ к другому, более сложному. При этом из вида  $\bar{u}_i^0(\bar{t})$  возможен переход в любой из 16 видов функций ОУ, имеющих точки переключения.

Для удобства получения уравнений для синтезирующих переменных введем следующие обозначения:

$$f_1^m = \int_{\bar{t}_1^n}^{\bar{t}_2^n} \frac{f_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m \tau}} d\tau = \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_5 \left( e^{-\bar{t}_2^n \bar{\alpha}_m} - e^{-\bar{t}_1^n \bar{\alpha}_m} \right) \bar{\alpha} + \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_6 \left( e^{-\bar{t}_2^n \bar{\alpha}} - e^{-\bar{t}_1^n \bar{\alpha}} \right) \bar{\alpha}_m ; \quad (1.44)$$

$$f_1^p = \int_{\bar{t}_1^n}^{\bar{t}_2^n} \frac{f_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p \tau}} d\tau = \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_5 \left( e^{-\bar{t}_2^n \bar{\alpha}} - e^{-\bar{t}_1^n \bar{\alpha}} \right) \bar{\alpha}_p + \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_6 \left( e^{-\bar{t}_2^n \bar{\alpha}_p} - e^{-\bar{t}_1^n \bar{\alpha}_p} \right) \bar{\alpha} ; \quad (1.45)$$

$$f_2^m = \int_{\bar{t}_1^n}^{\bar{t}_2^n} \frac{f_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m \tau}} d\tau = \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_7 \bar{\alpha} \left( e^{-\bar{t}_2^n \bar{\alpha}_m} - e^{-\bar{t}_1^n \bar{\alpha}_m} \right) + \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_8 \left( e^{-\bar{t}_2^n \bar{\alpha}} - e^{-\bar{t}_1^n \bar{\alpha}} \right) \bar{\alpha}_m ; \quad (1.46)$$

$$f_2^p = \int_{\bar{t}_1^n}^{\bar{t}_2^n} \frac{f_2(\tau)}{\frac{1}{\bar{\alpha}_p} e^{\bar{\alpha}_p \tau}} d\tau = \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_7 \left( e^{-\bar{t}_2^n \bar{\alpha}} - e^{-\bar{t}_1^n \bar{\alpha}} \right) \bar{\alpha}_p + \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_8 \left( e^{-\bar{t}_2^n \bar{\alpha}_p} - e^{-\bar{t}_1^n \bar{\alpha}_p} \right) \bar{\alpha}; \quad (1.47)$$

$$f_i^{sm} = \int_{\bar{t}_1^n}^{\bar{t}_2^n} \frac{sign_i}{\frac{1}{\bar{\alpha}_m} e^{\bar{\alpha}_m \tau}} d\tau = -\frac{2 sign_i e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m (\bar{t}_1^n + \bar{t}_2^n)}}{\bar{\alpha}_m} \left( e^{\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \bar{t}_1^n} - e^{\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \bar{t}_2^n} \right); \quad (1.48)$$

$$f_i^{sp} = \int_{\bar{t}_1^n}^{\bar{t}_2^n} \frac{sign_i}{\frac{1}{\bar{\alpha}_p} e^{\bar{\alpha}_p \tau}} d\tau = -\frac{2 sign_i e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p (\bar{t}_1^n + \bar{t}_2^n)}}{\bar{\alpha}_p} \left( e^{\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \bar{t}_1^n} - e^{\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \bar{t}_2^n} \right), \quad (1.49)$$

где

$$f_1(\tau) = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_5 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \tau} + \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_6 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \tau}, \quad f_2(\tau) = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_7 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \tau} + \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_8 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \tau},$$

$$\bar{\gamma}_9 = -\frac{1}{\bar{\alpha}_m \bar{\alpha}}, \quad \bar{\gamma}_{10} = -\frac{1}{\bar{\alpha}_p \bar{\alpha}}.$$

При предлагаемом подходе, определение зависимостей для синтезирующих переменных производится подстановкой соответствующих функций (1.44) – (1.49) в зависимости от вида функций управления. Например, для ситуации  $\langle \bar{u}_1(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_1^0(\bar{t}), \bar{u}_2(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_2^0(\bar{t}) \rangle$  синтезирующие переменные примут вид

$$L_1(\bar{u}) = \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_3 f_2^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_4 f_2^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2};$$

$$L_2(\bar{u}) = \bar{p}_5 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_6 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_7 f_2^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_8 f_2^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2}.$$

Подставив значения функций (1.44) – (1.47) и обозначив константы,

$$\bar{\gamma}_{11} = \bar{\gamma}_9 \bar{\alpha} (\bar{\gamma}_5 \bar{p}_1 + \bar{p}_3 \bar{\gamma}_7) (e^{-2\bar{\alpha}_m} - 1) + \bar{\gamma}_{10} (\bar{p}_2 \bar{\gamma}_5 + \bar{p}_4 \bar{\gamma}_7) (e^{-2\bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_p;$$

$$\bar{\gamma}_{12} = \bar{\gamma}_9 (\bar{p}_3 \bar{\gamma}_8 + \bar{p}_1 \bar{\gamma}_6) (e^{-2\bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_m + \bar{\gamma}_{10} \bar{\alpha} (\bar{p}_2 \bar{\gamma}_6 + \bar{p}_4 \bar{\gamma}_10 \bar{\gamma}_8) (e^{-2\bar{\alpha}_p} - 1);$$

$$\bar{\gamma}_{13} = \bar{\gamma}_{10} (\bar{p}_5 \bar{\gamma}_5 + \bar{p}_7 \bar{\gamma}_7) (e^{-2\bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_p + \bar{\gamma}_9 \bar{\alpha} (\bar{p}_6 \bar{\gamma}_5 + \bar{p}_8 \bar{\gamma}_7) (e^{-2\bar{\alpha}_m} - 1);$$

$$\bar{\gamma}_{14} = \bar{\gamma}_9 (\bar{p}_6 \bar{\gamma}_6 + \bar{p}_8 \bar{\gamma}_8) (e^{-2\bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_m + \bar{\gamma}_{10} \bar{\alpha} (\bar{p}_7 \bar{\gamma}_8 + \bar{p}_5 \bar{\gamma}_6) (e^{-2\bar{\alpha}_p} - 1),$$



получим систему уравнений

$$\begin{cases} L_1(\bar{u}) = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_{11} + \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_{12}; \\ L_2(\bar{u}) = \bar{\gamma}_1 \bar{\gamma}_{13} + \bar{\gamma}_2 \bar{\gamma}_{14}. \end{cases}$$

Так как левые и правые части синтезирующих переменных должны быть равны, то

$$\bar{\gamma}_1 = \frac{\bar{\gamma}_{14} L_1(R) - \bar{\gamma}_{12} L_2(R)}{\bar{\gamma}_{11} \bar{\gamma}_{14} - \bar{\gamma}_{12} \bar{\gamma}_{13}}, \quad \bar{\gamma}_2 = \frac{\bar{\gamma}_{11} L_2(R) - \bar{\gamma}_{13} L_1(R)}{\bar{\gamma}_{11} \bar{\gamma}_{14} - \bar{\gamma}_{12} \bar{\gamma}_{13}}.$$

Аналогично можно получить формулы расчета синтезирующих переменных для функций управления с точками переключения.

Рассмотрим случай  $\langle \bar{u}_1(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_1^1(\bar{t}), \bar{u}_2(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_2^0(\bar{t}) \rangle$ . Тогда

$$\bar{u}_1^1(\bar{t}) = \begin{cases} f_1(\bar{t}), \bar{t} < \bar{t}_1^n; \\ 1, \bar{t} \geq \bar{t}_1^n, \end{cases} \quad \bar{u}_2^0(\bar{t}) = f_2(\bar{t}).$$

Синтезирующие переменные можно определить из следующих равенств:

$$\begin{aligned} L_1(\bar{u}) &= \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^n} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^n} + \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^n, \bar{t}_2^n=2, \text{sign}_1=1} + \\ &+ \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^n, \bar{t}_2^n=2, \text{sign}_1=1} + \bar{p}_3 f_2^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_4 f_2^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2(\bar{u}) &= \bar{p}_5 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^n} + \bar{p}_6 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^n} + \bar{p}_5 f_1^{sp} \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^n, \bar{t}_2^n=2, \text{sign}_1=1} \\ &+ \bar{p}_6 f_1^{sm} \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^n, \bar{t}_2^n=2, \text{sign}_1=1} + \bar{p}_7 f_2^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_8 f_2^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2}. \end{aligned}$$

Подставив значения функций (1.44) – (1.47), обозначив константы

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}_{15} &= \bar{p}_3 \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_7 (e^{-2\bar{\alpha}_m} - 1) \bar{\alpha} + \bar{p}_4 \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_7 (e^{-2\bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_p; \\ \bar{\gamma}_{16} &= \bar{p}_3 \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_8 (e^{-2\bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_m + \bar{p}_4 \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_8 (e^{-2\bar{\alpha}_p} - 1) \bar{\alpha}; \\ \bar{\gamma}_{17} &= \bar{p}_7 \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_7 (e^{-2\bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_p + \bar{p}_8 \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_7 (e^{-2\bar{\alpha}_m} - 1) \bar{\alpha}; \\ \bar{\gamma}_{18} &= \bar{p}_7 \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_8 (e^{-2\bar{\alpha}_p} - 1) \bar{\alpha} + \bar{p}_8 \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_8 (e^{-2\bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_m \end{aligned}$$

и переменные, зависящие от  $\bar{t}^n$ ,

$$\bar{v}_1(\bar{t}^n) = \bar{p}_1 \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_5 (e^{-\bar{t}^n \bar{\alpha}_m} - 1) \bar{\alpha} + \bar{p}_2 \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_5 (e^{-\bar{t}^n \bar{\alpha}} - 1) \bar{\alpha}_p + \bar{\gamma}_{15};$$

$$\begin{aligned}
\bar{v}_2(\bar{t}^n) &= \bar{p}_1 \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_6 \left( e^{-\bar{t}^n \bar{\alpha}} - 1 \right) \bar{\alpha}_p + \bar{p}_2 \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_6 \left( e^{-\bar{t}^n \bar{\alpha}_p} - 1 \right) \bar{\alpha} + \bar{\gamma}_{16}; \\
\bar{v}_3(\bar{t}^n) &= -\frac{2\bar{p}_1 e^{-\frac{\bar{\alpha}_m}{2}(\bar{t}^n+2)}}{\bar{\alpha}_m} \left( e^{\frac{\bar{\alpha}_m}{2} \bar{t}^n} - e^{\bar{\alpha}_m} \right) - \frac{2\bar{p}_2 e^{-\frac{\bar{\alpha}_p}{2}(\bar{t}^n+2)}}{\bar{\alpha}_p} \left( e^{\frac{\bar{\alpha}_p}{2} \bar{t}^n} - e^{\bar{\alpha}_p} \right); \\
\bar{v}_4(\bar{t}^n) &= \bar{p}_6 \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_5 \left( e^{-\bar{t}^n \bar{\alpha}_m} - 1 \right) \bar{\alpha} + \bar{p}_5 \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_5 \left( e^{-\bar{t}^n \bar{\alpha}} - 1 \right) \bar{\alpha}_p + \bar{\gamma}_{17}; \\
\bar{v}_5(\bar{t}^n) &= \bar{p}_6 \bar{\gamma}_9 \bar{\gamma}_6 \left( e^{-\bar{t}^n \bar{\alpha}} - 1 \right) \bar{\alpha}_m + \bar{p}_5 \bar{\gamma}_{10} \bar{\gamma}_6 \left( e^{-\bar{t}^n \bar{\alpha}_p} - 1 \right) \bar{\alpha} + \bar{\gamma}_{18}; \\
\bar{v}_6(\bar{t}^n) &= -\frac{2\bar{p}_6 e^{-\frac{\bar{\alpha}_m}{2}(\bar{t}^n+2)}}{\bar{\alpha}_m} \left( e^{\frac{\bar{\alpha}_m}{2} \bar{t}^n} - e^{\bar{\alpha}_m} \right) - \frac{2\bar{p}_5 e^{-\frac{\bar{\alpha}_p}{2}(\bar{t}^n+2)}}{\bar{\alpha}_p} \left( e^{\frac{\bar{\alpha}_p}{2} \bar{t}^n} - e^{\bar{\alpha}_p} \right),
\end{aligned}$$

получим систему уравнений

$$\begin{cases} L_1(\bar{u}) = \bar{\gamma}_1 \bar{v}_1(\bar{t}^n) + \bar{\gamma}_2 \bar{v}_2(\bar{t}^n) + \bar{v}_3(\bar{t}^n); \\ L_2(\bar{u}) = \bar{\gamma}_1 \bar{v}_4(\bar{t}^n) + \bar{\gamma}_2 \bar{v}_5(\bar{t}^n) + \bar{v}_6(\bar{t}^n). \end{cases}$$

Из этой системы можно получить уравнения для  $\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2$  в зависимости от  $\bar{t}^n$ :

$$\begin{aligned}
\bar{\gamma}_1(\bar{t}^n) &= \frac{[L_1(R) - \bar{v}_3(\bar{t}^n)] \bar{v}_5(\bar{t}^n) - [L_2(R) - \bar{v}_6(\bar{t}^n)] \bar{v}_2(\bar{t}^n)}{\bar{v}_1(\bar{t}^n) \bar{v}_5(\bar{t}^n) - \bar{v}_2(\bar{t}^n) \bar{v}_4(\bar{t}^n)}; \\
\bar{\gamma}_2(\bar{t}^n) &= -\frac{[L_1(R) - \bar{v}_3(\bar{t}^n)] \bar{v}_4(\bar{t}^n) - [L_2(R) - \bar{v}_6(\bar{t}^n)] \bar{v}_1(\bar{t}^n)}{\bar{v}_1(\bar{t}^n) \bar{v}_5(\bar{t}^n) - \bar{v}_2(\bar{t}^n) \bar{v}_4(\bar{t}^n)}.
\end{aligned}$$

Для определения неизвестного времени переключения можно воспользоваться дополнительным условием  $f_1(\bar{t}^n) = 1$ , т.е.

$$\bar{\gamma}_1(\bar{t}^n) \bar{\gamma}_5 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_m \bar{t}^n} + \bar{\gamma}_2(\bar{t}^n) \bar{\gamma}_6 e^{-\frac{1}{2} \bar{\alpha}_p \bar{t}^n} = 1. \quad (1.50)$$

Найти аналитическое решение уравнения (1.50) достаточно сложно, так как оно содержит две экспоненты с различными показателями. Кроме того, функции  $\bar{\gamma}_1(\bar{t}^n)$  и  $\bar{\gamma}_2(\bar{t}^n)$  также имеют нелинейную зависимость от  $\bar{t}^n$ . Наиболее рационально решать уравнение (1.50) с ис-

пользованием численных методов. Таким образом, в случае  $\langle \bar{u}_1(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_1^1(\bar{t}), \bar{u}_2(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_2^0(\bar{t}) \rangle$  решение ЗОУ можно свести к решению уравнения (1.50).

Уравнения синтезирующих переменных применительно к линейным объектам можно разделить на две составляющие, зависящие от конкретного управляющего воздействия, т.е.

$$L_1(\bar{u}) = L_1^p(\bar{u}_1) + L_1^p(\bar{u}_2), \quad L_2(\bar{u}) = L_2^p(\bar{u}_1) + L_2^p(\bar{u}_2),$$

где

$$L_1^p(\bar{u}_1) = \bar{p}_1 \int_0^2 \frac{\bar{u}_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\tau}} d\tau + \bar{p}_2 \int_0^2 \frac{\bar{u}_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\tau}} d\tau, \quad L_1^p(\bar{u}_2) = \bar{p}_3 \int_0^2 \frac{\bar{u}_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\tau}} d\tau + \bar{p}_4 \int_0^2 \frac{\bar{u}_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\tau}} d\tau;$$

$$L_2^p(\bar{u}_1) = \bar{p}_5 \int_0^2 \frac{\bar{u}_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\tau}} d\tau + \bar{p}_6 \int_0^2 \frac{\bar{u}_1(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\tau}} d\tau, \quad L_2^p(\bar{u}_2) = \bar{p}_7 \int_0^2 \frac{\bar{u}_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_p\tau}} d\tau + \bar{p}_8 \int_0^2 \frac{\bar{u}_2(\tau)}{e^{\frac{1}{2}\bar{\alpha}_m\tau}} d\tau.$$

Рассмотрим составляющие уравнений синтезирующих переменных для всех рассмотренных видов функций ОУ (на примере  $\bar{u}_1$ ):

$$L_1^p(\bar{u}_1^0) = \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=2};$$

$$L_1^p(\bar{u}_1^{1,2}) = \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^n} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^n} +$$

$$+ \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}};$$

$$L_1^p(\bar{u}_1^{3,4}) = \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} +$$

$$+ \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=2};$$

$$L_1^p(\bar{u}_1^{5,6}) = \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}} +$$

$$+ \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}} + \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}};$$

$$L_1^p(\bar{u}_1^{7,8}) = \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}} + \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} +$$

$$+ \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=2};$$

$$\begin{aligned}
L_1^p(\bar{u}_1^{9,10}) &= \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}} + \\
&+ \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}} + \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}}; \\
L_1^p(\bar{u}_1^{11,12}) &= \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}} + \\
&+ \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}} + \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n3}, \text{sign}_1=\pm 1} + \\
&+ \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n3}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n3}, \bar{t}_2^n=2} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n3}, \bar{t}_2^n=2}; \\
L_1^p(\bar{u}_1^{13,14}) &= \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}} + \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}}, + \\
&+ \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n3}} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n3}} + \\
&+ \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n3}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n3}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}}; \\
L_1^p(\bar{u}_1^{15,16}) &= \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=0, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n1}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}} + \\
&+ \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n1}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n2}} + \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n3}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n2}, \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n3}, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \\
&+ \bar{p}_1 f_1^m \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n3}, \\ \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n4}}} + \bar{p}_2 f_1^p \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n3}, \\ \bar{t}_2^n=\bar{t}^{n4}}} + \bar{p}_1 f_1^{sm} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n4}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}} + \\
&+ \bar{p}_2 f_1^{sp} \Big|_{\substack{\bar{t}_1^n=\bar{t}^{n4}, \bar{t}_2^n=2, \\ \text{sign}_1=\pm 1}}.
\end{aligned}$$

В рассматриваемом случае  $L_i^p(\bar{u}_1)$  будет отличаться от  $L_i^p(\bar{u}_2)$  только коэффициентами функций управления и индексом коэффициентов  $\bar{p}_j$ . При необходимости вычислить функции для второго управляющего воздействия и для второй синтезирующей переменной не представляется сложным.

Рассмотрим практический пример применения метода для решения ЗОУ с массивом исходных данных

$$\begin{aligned}
R &= \left( A = \begin{pmatrix} -0,23 & -0,09 \\ -0,1 & -0,25 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,1 \\ 0,08 & 0,5 \end{pmatrix}; U^H = \begin{pmatrix} -100 \\ -100 \end{pmatrix}; U^B = \begin{pmatrix} 100 \\ 100 \end{pmatrix}; \right. \\
Z^0 &= \begin{pmatrix} 5 \\ 15 \end{pmatrix}; Z^K = \begin{pmatrix} 100 \\ 70 \end{pmatrix}; t_0 = 0; t_K = 5 \left. \right).
\end{aligned}$$

В этом случае

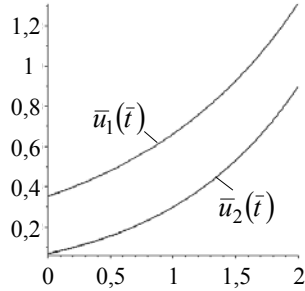
$$L_1(R) = 100,3523; \quad L_2(R) = 65,9748;$$

$$\bar{\gamma}_1 = 0,0014804; \quad \bar{\gamma}_2 = 0,0020531.$$

Функции управления без учета ограничений на управляющие воздействия принимают следующий вид:

$$\bar{u}_1(\bar{t}) = 0,1792455e^{0,8384848 \bar{t}} + 0,1702479e^{0,3615152 \bar{t}},$$

$$\bar{u}_2(\bar{t}) = 0,2320421e^{0,8384848 \bar{t}} - 0,1678276e^{0,3615152 \bar{t}}.$$



**Рис. 1.6. Графики функций ОУ без учета ограничений на управляющие воздействия**

Графики функций управления  $\bar{u}_1(\bar{t})$ ,  $\bar{u}_2(\bar{t})$  представлены на рис. 1,6.

Как видно из рис. 1,6, управление  $\bar{u}_1(\bar{t})$  нарушает границы управления, поэтому случай  $\langle \bar{u}_1(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_1^0(\bar{t}), \bar{u}_2(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_2^0(\bar{t}) \rangle$  переходит в случай  $\langle \bar{u}_1(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_1^1(\bar{t}), \bar{u}_2(\bar{t}) \rightarrow \bar{u}_2^0(\bar{t}) \rangle$ . При этом значения синтезирующих переменных не изменятся, а параметры будут равны

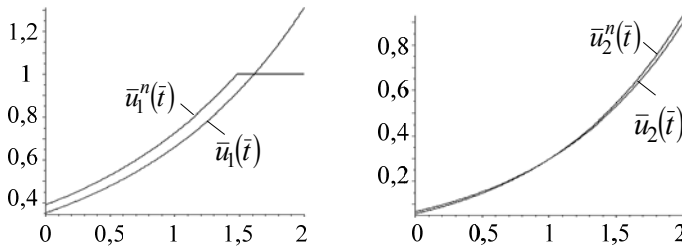
$$\bar{t}^n = 1,483317, \quad \bar{\gamma}_1 = 0,00158245, \quad \bar{\gamma}_2 = 0,00236613.$$

Функции управления примут вид

$$\bar{u}_1^n(\bar{t}) = \begin{cases} 0,1916009e^{0,8384848 \bar{t}} + 0,196202e^{0,3615152 \bar{t}}, & \bar{t} < 1,483317; \\ 1, & \bar{t} \geq 1,483317; \end{cases}$$

$$\bar{u}_2^n(\bar{t}) = 0,2480367e^{0,8384848 \bar{t}} - 0,1934128e^{0,3615152 \bar{t}}.$$

Графики функций ОУ представлены на рис. 1.7.



**Рис. 1.7. Графики функций ОУ**

Как видно из графиков, полученные виды функций ОУ  $\bar{u}_1^n(\bar{t})$ ,  $\bar{u}_2^n(\bar{t})$  обеспечивают достижение цели управления с учетом ограничений на управляющие воздействия.

Рассмотренный аналитический метод позволяет получить виды функций и соотношения для расчета параметров ОУ многомерным объектом при наличии ограничений на управляющие воздействия.

### 1.5. АЛГОРИТМЫ ОПЕРАТИВНОГО СИНТЕЗА УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

На основе результатов анализа ЗОУ разрабатываются алгоритмы синтеза оптимальных управляющих воздействий, которые включаются в состав алгоритмического обеспечения ИУС. Для синтеза оптимальных управляющих воздействий используются две основные стратегии: программная и позиционная (с обратной связью). При программной стратегии рассчитывается оптимальная траектория изменения управляющего воздействия  $U^*(\bullet)$ , а при позиционной – определяется синтезирующая функция, устанавливающая связь между  $U^*(t)$  и  $Z(t)$  с учетом оставшегося времени управления  $t_k - t$ .

Рассмотрим данные алгоритмы на примере решения ЗОУ:

$$z_{k+1} = Fz_k + Gu_k + w_k, \quad k = \overline{0, N-1}, \quad (1.51)$$

$$y_k = Qz_k + v_k, \quad (1.52)$$

$$z_0 = z^0, \quad z_N = z^k, \quad (1.53)$$

$$\forall k \in [0, N-1]: u_k \in [u^H, u^B], \quad (1.54)$$

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} f(z_k, u_k, k, \delta t) \rightarrow \min. \quad (1.55)$$

Здесь  $\delta t$  – временной шаг дискретизации;  $N$  – число шагов на временном интервале управления ( $t_k - t_0 = N\delta t$ );  $F$ ,  $G$ ,  $Q$  – параметры дискретной модели, которые связаны с параметрами непрерывной модели известными соотношениями:

$$F = e^{a\delta t}, \quad G = -\frac{b}{a}(1 - e^{a\delta t}), \quad Q = d.$$

Массив реквизитов задачи (1.51) – (1.55) имеет вид

$$R = (a, b, d, z^0, z_H^K, z_B^K, u^H, u^B, t_0, t_K, \sigma^W, \sigma^V), \quad (1.56)$$

в котором конечное значение фазовой координаты  $z^K$  задается диапазоном значений  $z^K \in [z_H^K, z_B^K]$ .

Применительно к многомерным объектам модель первого порядка (1.51)–(1.52) может быть использована для описания одной зоны объекта, а при использовании «многостадийных» моделей – для описания одной «стадии».

В алгоритме с программной стратегией (в дальнейшем *PR*-алгоритм) управляющее воздействие рассчитывается, исходя из значений массива реквизитов задачи

$$u_k^*(\bullet) = f^{Pr}(R, k). \quad (1.57)$$

В алгоритме с позиционной стратегией (*PZ*-алгоритм) оптимальное управление  $u_k^*$  на каждом шаге рассчитывается в зависимости от текущего значения выходной переменной  $y_k$  и остаточного числа шагов  $N - k$ , алгоритм расчета задается синтезирующей функцией  $f^{Pz}$ , т.е.

$$u_k^* = f^{Pz}(y_k, N - k, R). \quad (1.58)$$

Синтезирующая функция аналитически выводится на этапе анализа ОУ и на каждом шаге однозначно определяет оптимальное управляющее воздействие  $u_k^*$ , необходимое для достижения цели управления с минимумом функционала (1.55). Однако при выработке оптимальных управляющих воздействий на них оказывает влияние шум в канале управления, что приводит к неточной реализации ОУ и снижению вероятности достижения цели управления.

Учет возможных ошибок и погрешностей измерения фазовых координат обычно связывают с решением задачи оптимальной фильтрации, решение которой в общем виде предложил Р. Л. Стратонович. Однако, в общем случае, аналитическое решение задачи фильтрации оказывается весьма затруднительным. Для получения более простых схем используют различные упрощающие предположения, в частности, широкое применение находит линейная калмановская фильтрация [71 – 75]. Причина популярности фильтра Калмана заключается в том, что алгоритм формирования оценки является рекуррентным и не требует сложных математических вычислений, что является очень удобным и позволяет реализовывать данный алгоритм в реальном масштабе времени.

Алгоритм синтеза ОУ с оптимальной фильтрацией (*FK*-алгоритм) является разновидностью *PZ*-алгоритма. При этом в формулу расчета управляющего воздействия (1.58) вместо значения выходной переменной  $y_k$  подставляется оценка фазовой координаты  $\hat{z}_k$ , получаемая при помощи фильтра Калмана, т.е.

$$\hat{u}_k^* = f^{PZ}(\hat{z}_k, N - k, R), \quad (1.59)$$

где [76]

$$\hat{z}_k = F\hat{z}_{k-1} + G\hat{u}_{k-1} + K_k^f(y_k - F\hat{z}_{k-1} - G\hat{u}_{k-1}),$$

Значения  $K_k^f$  (коэффициента усиления фильтра Калмана) определяются по формулам

$$K_k^f = \frac{F^2 P_{k-1}^f + \sigma^w}{F^2 P_{k-1}^f + \sigma^w + \sigma^v}, \quad P_k^f = \frac{\sigma_w F^2 P_{k-1}^f + \sigma^w}{F^2 P_{k-1}^f + \sigma^w + \sigma^v},$$

где  $P_k^f$  – дисперсии ошибок фильтрации.

Для оценки эффективности *FK*-алгоритма было проведено имитационное моделирование работы системы энергосберегающего управления [77 – 80]. Основная цель моделирования – анализ функционирования СОУ при различных шагах дискретизации времени  $\delta t$  и интенсивностях шумов  $\sigma^w$  и  $\sigma^v$ . На основании проведенных экспериментов можно сделать следующие выводы:

1. При значительных интенсивностях шумов в каналах управления и измерения использование оптимальной фильтрации позволяет существенно повысить экономию энергоресурсов, причем с уменьшением временного шага дискретизации эффект энергосбережения возрастает.

2. В случае малой интенсивности шума в канале измерения применение фильтра Калмана не ведет к ощутимой экономии энергозатрат при любом временном шаге дискретизации.

3. Для получения наибольшего эффекта от использования оптимальной фильтрации необходимо устранить (компенсировать) шум в канале управления и уменьшать шаг дискретизации.

Для снижения влияния шума в канале управления и повышения точности реализации управляющих воздействий применяется алгоритм помехоустойчивого управления с прогнозирующей моделью (*PM*-алгоритм) [81, 82]. При этом в качестве стратегии реализации управления может быть использована как позиционная

$$\tilde{u}_k^* = f^{PZ}(y_k, N - k, R) - \tilde{w}_k, \quad (1.60)$$



так и программная стратегия

$$\tilde{u}_k^* = f^{pr}(R, k) - \tilde{w}_k. \quad (1.61)$$

Прогнозирующая модель в простейшем случае имеет вид [83]

$$\tilde{w}_k = \bar{w} + \phi(w_{k-1} + \bar{w}), \quad (1.62)$$

здесь

$$\phi = \frac{1}{(N_b - 1)(\sigma^w)^2} \sum_{i_p=1}^{N_b-1} (w_{i_p} - \bar{w})(w_{i_p+1} - \bar{w}),$$

где  $(\sigma^w)^2$ ,  $\bar{w}$  – дисперсия и математическое ожидание шума в канале управления ( $\bar{w} = 0$ );  $N_b$  – количество значений (объем выборки).

Модель (1.62) выбирается с учетом требуемой точности прогнозирования и возможности ее использования управляющим устройством. При необходимости для увеличения точности прогноза могут применяться более сложные модели, например скользящего среднего, авторегрессии проинтегрированного скользящего среднего или другие. Необходимо учитывать, что эффективная работа системы зависит от выбранного шага квантования и среднеквадратичного отклонения шума в канале управления  $\sigma^w$ . Окончательный выбор модели прогноза производится на основе имитации работы системы с различными параметрами [84].

Для оценки эффективности *PM*-алгоритма было проведено имитационное моделирование работы системы энергосберегающего управления [85–86]. Цель имитационного моделирования – анализ функционирования системы при различной интенсивности шума в канале управления  $\sigma^w$ .

На основании проведенных экспериментов можно сделать следующие выводы:

1. При наличии возмущения по каналу управления на эффективность работы СОУ существенное влияние оказывает величина шага дискретизации и параметры случайного процесса изменения возмущения.
2. Использование модели прогнозирования возмущения в алгоритме управления позволяет увеличить экономию энергоресурсов на 5...10%.

При аналитическом конструировании оптимальных регуляторов возникают серьезные трудности при выборе весовых коэффициентов для обеспечения выполнения интегрального ограничения на управляющее воздействие, т.е. если требуется не перерасходовать выделен-

ный лимит энергии или запас топлива. С учетом этого возникла необходимость создания алгоритма аналитического конструирования оптимальной программы управления (в дальнейшем АКОП или АК-алгоритм), позволяющего обеспечивать различные ограничения на управление и фазовые координаты.

Рассмотрим АК-алгоритм на примере решения ЗОУ для объекта, описываемого моделью аperiодического звена первого порядка при наличии ограничений на управляющее воздействие, с закрепленными концами траектории изменения фазовой координаты, фиксированном временном интервале управления, отсутствии шумов в каналах управления и измерения и квадратичным критерием оптимальности. Математически постановку ЗОУ можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= az(t) + bu(t), \\ \forall t \in [t_0, t_k]: u(t) &\in [u^H, u^B], \\ z(t_0) &= z^0, \quad z(t_k) = z^K, \\ J_{\text{КВ}} &= \int_{t_0}^{t_k} (\alpha_u u^2(t) + \alpha_z z^2(t)) dt \rightarrow \min, \\ \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt &\leq J_{\text{доп}}^u, \quad \int_{t_0}^{t_k} z^2(t) dt \leq J_{\text{доп}}^z, \end{aligned} \quad (1.63)$$

где  $\alpha_u, \alpha_z$  – весовые коэффициенты;  $J_{\text{КВ}}$  – минимизируемый функционал (квадратичный);  $J_{\text{доп}}^u, J_{\text{доп}}^z$  – ограничения, накладываемые на компоненты функционала  $J_{\text{КВ}}$ .

Массив исходных данных задачи (1.63) имеет вид

$$R = (a, b, z^0, z^K, u^H, u^B, t_0, t_k, \alpha_u, \alpha_z, J_{\text{доп}}^u, J_{\text{доп}}^z). \quad (1.64)$$

Для оценки эффективности АК-алгоритма декомпозируем квадратичный функционал на две составляющие

$$J^u = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt, \quad J^z = \int_{t_0}^{t_k} z^2(t) dt. \quad (1.65)$$

Будем предполагать, что для ЗОУ (1.63) получены результаты полного анализа. Воспользуемся также предположением, что составляющая функционала  $J^z$  достигает минимума ( $J_{\text{min}}^z$ ) в задаче оптимального быстрогодействия (при этом  $t_k$  не фиксируется), а максимума

( $J_{\max}^z$ ) в задаче минимизации затрат энергии (т.е. при  $\alpha_z = 0$ ). В свою очередь составляющая  $J^u$  имеет минимум ( $J_{\min}^u$ ) при решении задачи минимизации затрат энергии и максимум ( $J_{\max}^u$ ) в задаче оптимального быстрогодействия.

На основании этих предположений в качестве оптимального управления предлагается использовать функцию вида [87]

$$u^*(t) = \begin{cases} \alpha_{\text{ак}} u_6^*(t) + (1 - \alpha_{\text{ак}}) u_3^*(t), & t \in [t_0, t^{\text{II}}], \\ u_{\text{ЭК}}^*(t), & t \in [t_{\text{II}}, t_{\text{к}}]. \end{cases} \quad (1.66)$$

где  $u_6^*(t)$  – управление, получаемое при решении задачи оптимального быстрогодействия (равное  $u^{\text{H}}$  или  $u^{\text{B}}$ );  $u_3^*(t)$  – оптимальное управление при решении задачи минимизации затрат энергии (получаемое с использованием *PR*- или *PZ*-алгоритма);  $u_{\text{ЭК}}^*$  – оптимальное управление, полученное для задачи с интервалом времени  $[t_{\text{II}}, t_{\text{к}}]$ ;  $\alpha_{\text{ак}}$  – параметр настройки управления;  $t^{\text{II}}$  – время переключения.

В настоящее время для синтеза оптимальных управляющих воздействий применяют две основные стратегии управления: программную и позиционную, которые были рассмотрены ранее. При использовании программной стратегии для выхода на заданный режим необходимо точно знать параметры модели, а при позиционной за счет обратной связи в большинстве случаев заданная цель управления будет достигнута, но при этом могут резко увеличиться затраты энергоресурсов. В процессе реальной эксплуатации, параметры объекта управления могут иметь некоторую неопределенность, связанную с возможным влиянием случайных возмущений и помех, случайных изменений состояния функционирования объекта и т.д.

Каждое состояние объекта однозначно определяется вектором синтезирующих переменных  $\Lambda$ . При этом на практике траектория изменения вектора синтезирующих переменных может отклоняться от расчетной. Это может происходить, например, за счет влияния шумов в каналах управления и измерения. Отклонение вектора синтезирующих переменных обозначим

$$\Delta\Lambda = |\Lambda_{\text{ф}} - \Lambda_{\text{р}}|, \quad (1.67)$$

где  $\Lambda_{\text{ф}}$ ,  $\Lambda_{\text{р}}$  – фактическое и расчетное значения вектора  $\Lambda$ .

Предлагается использовать алгоритм с корректируемой стратегией управления (*FL*-алгоритм), в котором за счет весового коэффи-

циента выбирается оптимальное сочетание стратегий по следующей формуле [88]:

$$u_k^* = \alpha_f u_k^{pz} + (1 - \alpha_f) u_k^{pr}, \quad (1.68)$$

где  $u_k^{pz}$  – управляющее воздействие, рассчитанное при помощи *PZ*-алгоритма;  $u_k^{pr}$  – управляющее воздействие, рассчитанное при помощи *PR*-алгоритма;  $\alpha_f$  – весовой коэффициент, подбираемый при помощи алгоритма нечеткого логического вывода в зависимости от значения переменной  $\Delta\Lambda$ .

Выбор  $\Delta\Lambda$  в качестве индикатора рассогласования обусловлен двумя факторами, во-первых, по значению  $\Lambda$  можно сделать вывод о существовании решения ЗОУ, а во-вторых, по  $\Lambda$  выбирается наиболее подходящий вид функции управления на каждом шаге.

Для определения значения весового коэффициента  $\alpha_f$  вводится нечеткая переменная  $\lambda$ , которая характеризует значение отклонения  $\Delta\Lambda$ . Продукционные правила имеют следующий вид:

$\lambda_1$ : если  $\Delta\Lambda = \Delta\Lambda_{\text{в}}$ , то  $\alpha_f = 1$  (применяется *PZ*-алгоритм);

$\lambda_2$ : если  $\Delta\Lambda \in [\Delta\Lambda_{\text{н}}, \Delta\Lambda_{\text{в}}]$ , то  $\alpha_f$  определяется при помощи алгоритма нечеткого вывода (применяется корректируемая стратегия управления);

$\lambda_3$ : если  $\Delta\Lambda = \Delta\Lambda_{\text{н}}$ , то  $\alpha_f = 0$  (применяется *PR*-алгоритм),

где  $\Delta\Lambda_{\text{н}}, \Delta\Lambda_{\text{в}}$  – граничные значения  $\Delta\Lambda$ .

Следует заметить, что рассмотренный *FL*-алгоритм может применяться при решении ЗОУ в двух различных модификациях. В первом случае, когда синтезирующая функция на временном интервале управления не меняет свой вид, т.е. вектор синтезирующих переменных находится в одной зоне; такой алгоритм будем называть *FL*-алгоритмом с мягкой коррекцией. Во втором случае вектор синтезирующих переменных пересекает границы зон, при этом происходит изменение оператора синтеза; такой алгоритм будем называть *FL*-алгоритмом с жесткой коррекцией [89].

Важным свойством системы управления является робастность. Робастными принято считать системы, обладающие высокой эффективностью при номинальных условиях функционирования и приемлемой эффективностью при отклонении от номинальных условий в заданных допустимых пределах [90]. Шумы и помехи, действующие по

каналам управления и измерения, могут оказывать существенное влияние на работу системы управления и являться причиной отклонения от номинальных условий функционирования системы. В частности, действие помех приводит к изменению значения одного или нескольких параметров в математической модели, описывающей динамические режимы объекта управления. Такие помехи называют параметрическими помехами или параметрическими возмущениями. От влияния параметрических возмущений также в значительной мере зависит вероятность достижения цели управления (решения ЗОУ). Поэтому часто при решении ЗОУ в случае отклонения параметров модели в заданных допустимых пределах требуется за счет изменения некоторых ограничений задачи гарантированно получать решение ЗОУ.

Рассмотрим алгоритм робастного управления (*RB*-алгоритм) на примере решения ЗОУ

$$\dot{z} = \begin{cases} a_1 z(t) + b_1 u(t), & z \in [z_0^l = z^0, z_1^l], t \in [t_0, t_1^e = t_1 + t_1^r]; \\ a_2 z(t) + b_2 u(t), & z \in [z_1^l, z_2^l], t \in [t_1^e, t_2^e = t_2 + t_2^r]; \\ \dots \\ a_{s_1} z(t) + b_{s_1} u(t), & z \in [z_{s_1-1}^l, z_{s_1}^l = z^k], t \in [t_{s_1-1}^e, t_{s_1}^e = t_{s_1-1} + t_{s_1-1}^r = t_k]. \end{cases} \quad (1.69)$$

$$z(t_0) = z^0 \rightarrow z(t_k) = z^k; \quad (1.70)$$

$$\forall t \in [t_0, t_k]; \quad (1.71)$$

$$u(t) \in [u^H, u^B]; \quad (1.72)$$

$$\int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \leq J_{\text{доп}}^u; \quad (1.73)$$

$$J = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min. \quad (1.74)$$

Здесь  $a_i, b_i, i = \overline{1, s_1}$  – векторы параметров модели для  $i$ -й стадии модели;  $z_i^l$  – граничные значения фазовых координат;  $t_i$  – граничные значения временного интервала управления;  $t_i^r$  – время, необходимое для достижения цели управления при использовании алгоритма робастного управления;  $t_i^e$  – расширенные границы временного интервала.

Для решения сформулированной ЗОУ (1.69) – (1.74) необходимо найти оптимальную управляющую программу

$$u^*(\bullet) = (u^*(t), t \in [t_0, t_k])$$

и рассчитать значение функционала затрат.

Массив реквизитов задачи (1.69) – (1.74) представляет собой вектор массивов содержащих исходные данные для каждой зоны

$$\begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_s \end{pmatrix} = \begin{cases} (a_1, b_1, z_0, z_1, u^H, u^B, t_0, t_1); \\ (a_2, b_2, z_1, z_2, u^H, u^B, t_1, t_2); \\ \dots \\ (a_{s_1}, b_{s_1}, z_{s_1-1}, z_k, u^H, u^B, t_{s_1-1}, t_k). \end{cases} \quad (1.75)$$

В ЗОУ (1.69) – (1.74) можно выделить два вида ограничений: строгие, которые нельзя нарушать, и нестрогие. Например, при оптимальном управлении процессами нагрева нарушение нестрогих ограничений приводит к увеличению времени вывода объекта на заданный режим (1.71) и превышению лимита энергии (1.73), а несоблюдение строгих ограничений может привести к нарушению технологического регламента и браку (1.70), (1.72), что является недопустимым.

Основной целью управления является перевод объекта из начального состояния в конечное с минимумом энергозатрат при соблюдении строгих ограничений. В качестве дополнительных целей могут рассматриваться следующие: не превышение лимита энергии, вывод объекта на заданный режим за фиксированный временной интервал и др.

Под робастным управлением будем понимать такое управление, при котором обеспечивается основная цель управления с соблюдением строгих ограничений за счет отклонения от нестрогих в зависимости от дополнительной цели и интенсивности параметрических возмущений. Например, в некоторых случаях для достижения цели управления расширяется временной интервал управления

$$t \in [t_0, t_k + t^r],$$

где  $t^r$  – время, на которое увеличивается временной интервал.

Блок-схема *RB*-алгоритма приведена на рис. 1.8.

На практике параметры модели  $a_i, b_i$  могут меняться под воздействием возмущений, т.е. представляют собой случайные величины, и выполнение ограничения (1.73) является более предпочтительным, чем ограничения (1.71), поэтому обычно робастное ОУ используется для

обеспечения достижения цели управления при всех возможных значениях параметров за счет увеличения временного интервала на время  $t^r$ . Время  $t^r$ , необходимое для обеспечения робастности управления, рассчитывается на этапе анализа ОУ [91].

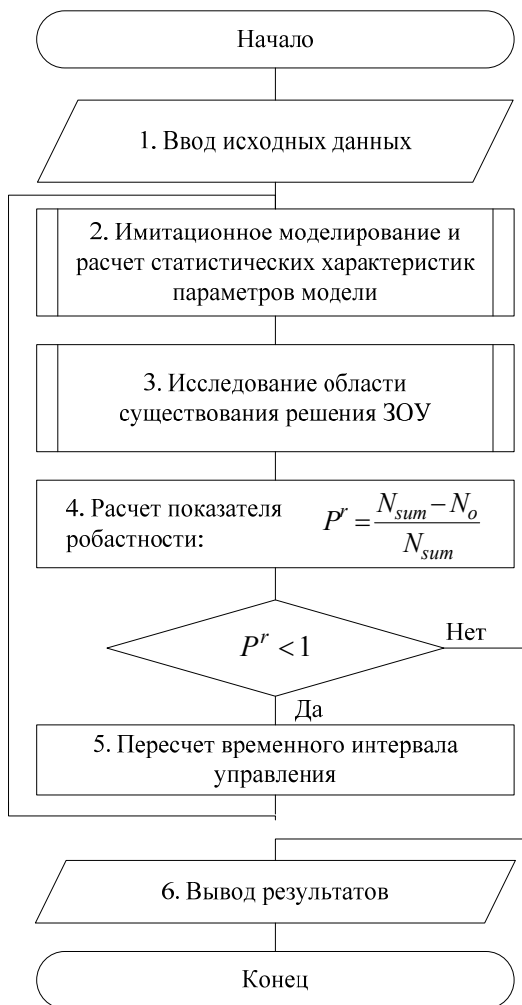


Рис. 1.8. Блок-схема *RB*-алгоритма

Рассмотренные ранее алгоритмы управления в основном применяются для решения частных ЗОУ применительно к отдельным зонам многомерных объектов. Решение общей ЗОУ многомерным объектом имеет некоторые особенности, связанные с необходимостью учета взаимного влияния зон объекта друг на друга. Для решения этой задачи предлагается алгоритм адаптивного управления (АС-алгоритм).

Рассмотрим АС-алгоритм на примере решения следующей задачи: объект, описываемый моделью

$$\mathbf{M} = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}, \quad (1.76)$$

$$M_i: \dot{z}_i = \mathbf{A}_i z_i(t) + \mathbf{B}_i u_i(t) + \mathbf{C}_i w_i^l(t) + \mathbf{D}_i w_i^r(t), \quad i = \overline{1, n},$$

$$w_i^l(t) = z_i(t) - z_{i-1}(t), \quad w_i^r(t) = z_i(t) - z_{i+1}(t),$$

необходимо перевести из начального состояния в конечное

$$z_i(t_i^0) = z_i^0 \rightarrow z_i(t_i^k) = z_i^k, \quad (1.77)$$

при ограничении на управляющее воздействие в каждый момент времени

$$\forall t \in [t_i^0, t_i^k]: u_i(t) \in [u^H, u^B], \quad (1.78)$$

с минимумом функционала

$$J_\Sigma = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n \int_{t_i^k}^{t_i^0} |u_i(t)| dt \rightarrow \min, \quad (1.79)$$

при этом накладывается дополнительное условие

$$t_1^k = t_2^k = \dots = t_n^k, \quad (1.80)$$

которое позволит обеспечить одновременное завершение динамических режимов во всех зонах объекта. Различие во времени окончания  $t_i^k$  для различных зон объекта может быть обусловлено тем, что в разных зонах могут использоваться различные типы технологического оборудования (например, различные типы калориферов в многосекционных сушильных установках или различные типы ТЭНов в многокамерных печах и т.д.), следовательно, параметры моделей динамики  $M_i$  для каждой зоны также могут различаться, что и приводит к разнице во времени  $t_i^k$  для разных зон.

Алгоритм решения задачи (1.76)–(1.80) включает в себя следующие этапы [92]:



1. На основе результатов полного анализа ОУ путем подбора оптимального значения  $t_i^k$  рассчитываются оптимальные программы управления для каждой зоны объекта  $u_i^*(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

2. Определяется максимальное конечное время управления

$$t_{\max}^k = \max \{t_i^k\}, \quad i = \overline{1, n}.$$

3. Вычисляются времена начала управления для каждой зоны объекта, относительно  $t_{\max}^k$ :

$$t_i^H = t_{\max}^k - t_i^k.$$

4. В результате получившееся множество программ  $\{u_1^*(\bullet), u_2^*(\bullet), \dots, u_n^*(\bullet)\}$ , позволяет минимизировать функционал  $J_\Sigma$  по всем зонам совместно и обеспечивает выполнение условия (1.80).

Рассмотренные алгоритмы синтеза управляющих воздействий являются основой для разработки алгоритмического обеспечения ИУС, однако для синтеза управляющих воздействий в условиях реальной эксплуатации необходимо решить задачу выбора наиболее подходящего алгоритма синтеза ОУ в зависимости от текущего состояния функционирования объекта.

Решение задачи заключается в выборе наилучшего алгоритма управления  $AC_i, i = \overline{1, N_{AC}}$  для каждого из возможных значений переменной состояния функционирования объекта  $h \in \mathbf{H}$ . В качестве критериев сравнения алгоритмов будем использовать минимум функционала  $J$  и точность достижения цели управления (т.е. точность достижения  $z^k$ ) для заданной постановки ЗОУ  $CP_j, j = \overline{1, N_{CP}}$  и массива исходных данных  $R_k, k = \overline{1, N_R}$ . Для решения задачи предлагается метод выбора алгоритма синтеза ОУ на основе метода имитационного моделирования.

Метод включает в себя следующие этапы:

1. Составление плана эксперимента, в котором варьируемыми переменными являются: постановки ЗОУ  $CP_j$  и соответствующие им массивы реквизитов  $R_k$ , а также алгоритмы управления  $AC_i$ . Следует заметить, что в качестве алгоритмов управления могут применяться не только рассмотренные выше алгоритмы, но и их комбинации (например,  $PM+FK$ -алгоритм, т.е. при синтезе ОУ будет применяться оптимальная фильтрация шумов в канале измерения и прогнозирование и компенсация шумов в канале управления).

2. Задание объема выборки (количества экспериментов, которые будут проводиться для конкретных значений  $CP_j, R_k, AC_i$ ).

3. Проведение численных экспериментов, по результатам которых определяются значение функционала  $J$  и точность достижения цели управления для конкретных значений  $CP_j, R_k, AC_i$ .

4. Сопоставление алгоритмов управления  $AC_i$ .

5. Составление таблиц, в которых для конкретных  $CP_j, R_k$  указываются предпочтительные алгоритмы синтеза управляющих воздействий  $AC_i$ . Метод выбора наилучшего алгоритма управления с использованием имитационного моделирования применялся при создании информационной технологии синтеза оптимальной структуры алгоритмического обеспечения системы энергосберегающего управления и подробно рассмотрена в [93].

## **1.6. МЕТОДОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ МНОГОМЕРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ НА МНОЖЕСТВЕ СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ**

Методология основывается на применении следующих методов и алгоритмов на этапах построения ИУС многомерными объектами [94]:

1. На этапе постановок задач применяются методы представления ЗОУ на МСФ. При рассмотрении ЗОУ на МСФ используется переменная, обозначающая текущее состояние функционирования, а МСФ представляет собой множество возможных значений этой переменной. Во всем множестве состояний функционирования выделяют два подмножества: наиболее вероятных и критических состояний. Первое подмножество включает состояния с нормальной работоспособностью элементов ИУС, а второе – содержит все состояния с отказами технических средств ИУС. В дальнейшем, при разработке ИУС, обеспечивающих решение ЗОУ, на МСФ создается алгоритмическое обеспечение, включающее модели и алгоритмы управления для наиболее вероятных состояний, а также возможные действия при критических состояниях функционирования.

2. На этапе идентификации математических моделей объектов управления применяются методы структурной и параметрической идентификации математических моделей многомерных объектов на МСФ. На данном этапе также оценивается адекватность полученных моделей.

3. На этапе анализа задач оптимального управления применяются: аналитико-графический метод исследования области существования решения задачи оптимального управления многомерным объектом; методы и алгоритмы получения видов функций оптимального программного и позиционного управления на основе метода синтезирующих переменных и принципа максимума Понтрягина.

4. На этапе разработки алгоритмов синтеза оптимальных управляющих воздействий могут применяться следующие алгоритмы:

- 1) помехоустойчивого управления с оптимальной фильтрацией;
- 2) помехоустойчивого управления с прогнозирующей моделью;
- 3) аналитического конструирования оптимальной программы управления;
- 4) интеллектуального управления на основе нечеткой логики;
- 5) робастного управления;
- 6) адаптивного управления и др.

5. На этапе разработки информационного и программного обеспечения проводится функциональное и информационное моделирование ИУС, после чего определяются и создаются базовые компоненты ИУС, такие как:

1) интеллектуальная база знаний, в которой хранятся процедурные знания в виде фреймов, реализующих алгоритмическое обеспечение ИУС;

2) реляционная база данных, предназначенная для хранения исходных данных и результатов работы системы;

3) модуль имитационного моделирования, предназначенный для имитирования влияния шумов и смены состояния функционирования объекта, что необходимо для сравнения эффективности различных алгоритмов управления;

4) модуль планирования эксперимента, который обеспечивает составление плана эксперимента и получение статистических данных по заданному количеству опытов;

5) модуль полного анализа задач оптимального управления на множестве состояний функционирования;

6) модуль идентификации состояния функционирования позволяет идентифицировать текущее состояние функционирования объекта управления;

7) модуль синтеза оптимального управления, который обеспечивает выбор оптимального алгоритма управления в зависимости от текущего состояния функционирования объекта управления;

8) интегрированная среда разработки, позволяющая инженерам и экспертам вносить изменения в базу знаний (необходимость внесения изменений возникает при замене технологического оборудования или режимов его работы, смене номенклатуры выпускаемой продукции и т.д.);

9) подсистема пользовательского интерфейса, обеспечивающая наглядный и доступный графический интерфейс для ввода исходных данных и вывода результатов работы ИУС.

При разработке программных модулей ИУС возможно использование как готовых инструментальных средств, предназначенных для создания систем автоматизации и управления, например, SCADA-систем, так и применение инструментальных средств на основе CASE-и RAD-технологий.

Предлагаемая методология предназначена для создания ИУС, позволяющих оперативно решать ЗОУ с учетом возможных изменений состояния функционирования объекта управления в процессе реальной эксплуатации.

### **Выводы по первой главе**

1. Рассмотрены основные виды математических постановок ЗОУ многомерными объектами, в том числе ЗОУ учитывающие: влияние случайных возмущений по каналам управления и измерения, ограничения на вектор управляющих воздействий в каждый момент времени и т.д.

2. Приведены математические модели динамики многомерных объектов в виде систем дифференциальных уравнений с разрывной правой частью и особенности их структурной и параметрической идентификации.

3. Показаны особенности представления и классификации ЗОУ на МСФ.

4. Развит и усовершенствован существующий подход к оперативному решению задачи полного анализа ЗОУ применительно к многомерным объектам.

5. Предложен аналитико-графический метод, позволяющий по заданным исходным данным осуществлять графическое построение и исследование области существования решения ЗОУ многомерным объектом, данный метод также позволяет получать аналитические выражения для условий существования решения задачи.

6. Приведен аналитический метод получения видов функций и соотношений для расчета параметров оптимального управления многомерным объектом с учетом ограничений на управляющие воздействия.

7. Рассмотрены алгоритмы синтеза оптимальных управляющих воздействий, в том числе алгоритмы: с программной и позиционной стратегиями управления; энергосберегающего управления с оптимальной фильтрацией и с прогнозирующей моделью; аналитического конструирования оптимальной программы управления; интеллектуального управления на основе нечеткой логики; робастного управления; адаптивного управления.

8. Разработан метод выбора алгоритма синтеза ОУ для различных состояний функционирования объекта.

9. Приведены основные этапы методологии построения интеллектуальных ИУС многомерными объектами на МСФ.

## **2. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

---

### **2.1. ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

ИУС широко применяются в современной промышленности для автоматизации процессов контроля и управления многомерными технологическими объектами. Одним из наиболее наукоемких и трудоемких этапов разработки ИУС является создание алгоритмического обеспечения и последующая программная реализация разработанных методов и алгоритмов управления.

При разработке программного обеспечения ИУС обычно выбирают один из следующих известных подходов:

- использование проблемно-ориентированных программных средств, предназначенных для автоматизации и управления технологическими процессами, например, SCADA-систем (Supervisory Control And Data Acquisition System – система сбора данных и оперативного диспетчерского управления технологическими процессами) [95];

- применение инструментальных программных систем на базе CASE-технологий (Computer Aided Software Engineering – автоматизированное проектирование программного обеспечения), CALS-технологий (Continuous Acquisition and Life cycle Support – непрерывная информационная поддержка жизненного цикла продукта) и RAD-технологий (Rapid Application Development – быстрая разработка приложений) [96–97].

SCADA-система представляет собой набор инструментальных программных средств и модулей, которые обеспечивают создание автоматизированных рабочих мест операторов, осуществляющих управление технологическим процессом и наблюдение за его состоянием [95].

SCADA-системы, как правило, имеют следующие функциональные возможности:

- сбор, обработка, накопление и хранение информации об основных режимных параметрах управляемого технологического процесса и состоянии объекта управления;

- вывод информации о текущих параметрах управляемого технологического процесса в виде графических мнемосхем;

- ведение архива (в виде базы данных) изменения режимных параметров управляемого технологического процесса;
- обнаружение критических (аварийных) ситуаций;
- осуществление управления технологическим процессом и т.д.

В большинстве случаев разработка алгоритмического и программного обеспечения для ИУС, обеспечивающих оптимальное энергосберегающее управление многомерными объектами, представляет собой сложное научно-техническое исследование, поскольку в состав алгоритмического обеспечения ИУС могут включаться достаточно сложные алгоритмы, например: идентификации моделей, анализа и синтеза оптимального управления, имитационного моделирования, принятия решений в условиях неопределенности и т.д.

Следует заметить, что в каталогах фирм-разработчиков программных и технических средств, предназначенных для промышленной автоматизации (в том числе фирм КРУГ, Техноконт, AdAstra Research Group, Siemens и др.), отсутствуют сведения об алгоритмах синтеза оптимального энергосберегающего управления, направленных на минимизацию затрат энергии или расхода топлива. В большинстве существующих SCADA-систем применяется стандартный набор алгоритмов, которые реализуют: ПИ- и ПИД-регулятор, решение задачи оптимального быстродействия, линейный квадратичный оптимальный регулятор, нечеткий регулятор и ряд других [98].

Второй подход к разработке ИУС, связанный с использованием инструментальных программных систем на основе CASE-, CALS- и RAD-технологий, в частности, применяется при создании программного обеспечения «наукоемких» ИУС, в которых широкое применение находят методы искусственного интеллекта и теория оптимальных процессов.

В качестве примеров программных CASE-средств, широко используемых при разработке ИУС, можно выделить следующие продукты:

- AllFusion ERwin Data Modeler (ранее назывался ERwin) – программное средство проектирования реляционных баз данных в стандартах IDEF1x, IE, Dimensional [99];
- AllFusion Process Modeler (ранее назывался BPwin) – среда визуального моделирования бизнес-процессов на основе нотаций стандартов функционального моделирования (IDEF0), моделирования потоков данных (DFD) и потоков работ (IDEF3) [100];
- Rational Rose – среда визуального моделирования и документирования программных систем (объектно-ориентированных) и бизнес-процессов в стандарте UML (Unified Modeling Language – унифицированный язык моделирования) [101];

– системы визуальной разработки приложений (RAD-системы), например, Delphi [102, 103], C++ Builder [104, 105] и др.

Одним из наиболее мощных средств, применяемых при разработке алгоритмического обеспечения ИУС, является система компьютерной математики Matlab [106, 107]. В состав данной системы входят различные пакеты, обеспечивающие решение задач идентификации моделей, анализа и синтеза ОУ, в частности:

– Control System Toolbox – пакет проектирования и моделирования систем автоматического управления на основе методов пространства состояний и передаточных функций;

– Nonlinear Control Design Toolbox – пакет разработки нелинейных систем управления с использованием метода динамической оптимизации, обеспечивающий проектирование систем управления для SISO- и MIMO-объектов;

– Robust Control Toolbox – пакет проектирования и анализа многопараметрических систем управления, устойчивых к воздействию случайных возмущений;

– LMI Control Toolbox – пакет проектирования и исследования систем управления с помощью методов теории линейных матричных неравенств;

– Model Predictive Control Toolbox – пакет моделирования и анализа сложных систем управления многомерными объектами, имеющих большое число входных и выходных параметров с учетом ограничений на управляющие воздействия и переменные состояния;

– Quantitative Feedback Theory Toolbox – пакет, предназначенный для создания робастных систем управления с обратной связью;

– System Identification Toolbox – пакет идентификации математических моделей динамических систем.

Помимо этого система Matlab содержит ряд пакетов, позволяющих осуществлять проектирование и моделирование интеллектуальных алгоритмов управления, в том числе: Neural Network Toolbox – нейронные сети; Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox – генетический алгоритмы; Fuzzy Logic Toolbox – нечеткая логика.

Помимо Matlab для разработки алгоритмического обеспечения ИУС широко применяется система компьютерной математики Maple, ориентированная на решение сложных математических задач [108]. Основными функциями системы Maple являются: символьные и численные вычисления, в том числе дифференцирование функций, численное и аналитическое интегрирование, интегральные преобразования Фурье, Лапласа и др.; численное и символьное решение уравнений, в том числе систем линейных и нелинейных уравнений, систем дифференциальных уравнений; вычисление элементарных и специаль-

ных математических функций; линейная алгебра [108]. Помимо этого Maple обеспечивает графическую визуализацию вычислений и имеет мощный встроенный язык программирования.

По результатам проведенных исследований опубликовано значительное число научных статей, посвященных вопросам решения задач проектирования и практической реализации ИУС сложными объектами в различных отраслях промышленности, в частности [109 – 113]. Ряд публикаций посвящен решению задач диагностирования, повышения надежности и верификации программного обеспечения ИУС [114 – 117].

В настоящее время проблема проектирования систем управления динамическими объектами характеризуется переходом от парадигмы адаптивного управления к парадигме интеллектуального управления, что вызвано рядом причин: постоянным увеличением сложности объектов управления и условий их функционирования; повышением производительности вычислительных средств и скорости передачи информации по каналам связи; существенным повышением требований к надежности и эффективности функционирования ИУС в условиях неопределенности [118].

## **2.2. ОСОБЕННОСТИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

На протяжении последних лет все возрастающее внимание уделяется развитию систем управления сложными техническими системами. С увеличением требований, которые предъявляются к сложным системам, и числа ограничений, накладываемых на их переменные и параметры, при одновременном росте размерности систем, с учетом неопределенности их функционирования, трудной формализуемости цели управления, а также необходимости обработки информации и формирования управления в реальном времени становится более актуальной разработка систем, обладающих теми или иными элементами интеллекта [119]. Одной из важнейших областей применения интеллектуальных систем является управление сложными динамическими объектами, свойства и условия работы которых априорно недостаточно известны и непостоянны [120].

Под интеллектуальной системой обычно понимается программно-техническая система, которая способна решать задачи, считающиеся «творческими» и относящимися к определенной предметной области; при этом знания о данной предметной области закладываются в память системы [121]. В некотором смысле приведенное понятие интеллектуальной системы является синонимом экспертной системы [122]. Согласно определению, принятому Комитетом группы специалистов



по экспертным системам Британского компьютерного общества, экспертная система объединяет возможности компьютера со знаниями и опытом эксперта; при этом система может самостоятельно предложить «разумный» совет или осуществить «разумное» решение поставленной задачи.

Современные многомерные технологические объекты управления представляют собой сложные и во многих случаях распределенные системы. При этом, как правило, многомерные объекты характеризуются некоторыми взаимными зависимостями входных и выходных переменных, которые зачастую являются слабоформализуемыми, поэтому построить четкую математическую модель таких объектов во многих случаях не представляет возможным. В таких случаях для описания свойств многомерного объекта управления применяются так называемые интеллектуальные модели, которые воспроизводят логику рассуждения лица, принимающего решение. Основой реализации интеллектуальных моделей является база знаний, включаемая в состав ИУС [123].

Постановка и решение практически любой задачи всегда связаны с некоторой предметной областью (предметами и событиями, составляющими основу понимания информации, необходимой для решения поставленной задачи). Модели, которые используются для описания предметных областей, в научно-технической литературе называются моделями представления знаний. Типичными моделями представления знаний, используемые в базах знаний интеллектуальных систем являются: логические, сетевые, продукционные, фреймовые [124]. Рассмотрим их более подробно.

Логические модели применяются для представления знаний с использованием системы логики предикатов первого порядка. При использовании логических моделей знания представляются в виде системы формально точных определений и выводов. Исследованиям логических моделей, в частности, посвящены публикации [124 – 126].

Модель логического типа можно представить в виде формальной системы, включающей: множество базовых элементов; множество синтаксических правил, с помощью которых из множества базовых элементов образуют синтаксически правильные совокупности; подмножество аксиом, которое выделяется в множестве синтаксически правильных совокупностей; множество правил вывода, с помощью которых можно получать новые синтаксически правильные совокупности, применяя их к подмножеству аксиом [126]. По сути, такая формальная система представляет собой генератор новых знаний. При использовании логических моделей в базе знаний хранятся только знания, включающие множество базовых элементов, а все остальные знания получают из имеющихся при помощи правил вывода.

В основе сетевых моделей лежит конструкция, которая ранее называлась семантической сетью. Сетевая модель состоит из понятий различных категорий, таких как: объекты, свойства, события, операции и т.д. [127]. При этом задача поиска решения в базе знаний, построенной на основе сетевой модели, по-сути сводится к задаче поиска некоторого сетевого фрагмента, который соответствует определенной подсети, отвечающей на поставленный вопрос [128 – 131].

Продукционные модели во многом являются дальнейшим развитием логических моделей с точки зрения повышения эффективности представления знаний [132 – 134]. В продукционных моделях используются элементы и логических моделей и сетевых. В частности, из первых была взята идея правил вывода, а из вторых – описание знаний, представляемых в виде некоторой сети. В продукционных моделях процедурные знания выделены явным образом и описывается не так, как декларативные.

В общем виде продукцию можно представить в виде выражения, включающего следующие элементы [127]:

- имя продукции (необходимое для того, чтобы ее можно было отличить от других продукций);
- сферу применения продукции;
- условие применимости ядра продукции;
- ядро продукции (основной элемент);
- постусловие продукции.

Модель представления знаний в виде фреймов была впервые предложена М. Минским в 70-х годах XX в. Фрейм представляет собой некоторую структуру данных (в виде абстрактного образа или ситуации), а также формализованную модель для отображения абстрактного образа или представления ситуации [135].

Основными структурными единицами, составляющими фрейма, являются слоты. Значениями слотов могут быть: математические соотношения или некоторые числа; программы или тексты на естественном языке; ссылки на другие слоты, входящие в данный фрейм или другие фреймы и т.д.

Основным преимуществом использования фреймовой модели представления знаний является способность формализованного представления объектов типов данных (называемых классами) в объектно-ориентированных средах разработки программного обеспечения.

В настоящее время все большее количество систем управления сложными технологическими объектами разрабатываются в виде интеллектуальных ИУС, в основе которых лежат последние достижения науки и техники в области информационных технологий и методов искусственного интеллекта. В работе [136] приводится обоснование

необходимости построения систем управления на основе методов искусственного интеллекта. В публикациях [137, 138] интеллектуализация рассматривается как одно из основных направлений развития компьютерных и информационных технологий.

При разработке ИУС наибольшее применение находят такие направления искусственного интеллекта как нечеткая логика [139 – 141], искусственные нейронные сети [142 – 146], генетические алгоритмы [147, 148], экспертные [149 – 151] и мультиагентные [152 – 156] системы. Следует заметить, что очень эффективными являются системы, объединяющие в себе сразу несколько из перечисленных направлений.

Механизм нечеткого вывода давно применяется в различных интеллектуальных системах, однако наиболее широкое распространение он получил в области проектирования алгоритмов и систем управления. Алгоритм синтеза управляющих воздействий с использованием механизма нечеткого логического вывода, в общем случае, включает следующие этапы:

1. «Фаззификация» исходных данных. На данном этапе точные исходные данные, полученные с датчиков и измерителей, установленных на управляемом объекте, переводятся в значения лингвистических переменных.

2. Реализация процедуры нечеткого вывода с использованием множества продукционных правил, включенных в базу знаний системы управления. В результате выполнения данного этапа формируются значения выходных лингвистических переменных.

3. «Дефаззификация» полученных результатов. На данном этапе значения переменных, полученные на предыдущем этапе, переводятся в точные значения результатов вычислений.

4. Формирование управляющих воздействий, которые подаются на исполнительные механизмы.

Рассмотренный алгоритм синтеза управляющих воздействий лежит в основе функционирования нечетких контроллеров, находящих широкое применение в интеллектуальных ИУС [141].

Искусственную нейронную сеть можно условно представить в виде мультипроцессорного устройства параллельных вычислений, которое состоит из множества процессоров, взаимодействующих друг с другом. Каждый процессор, входящий в состав сети, является достаточно простым и осуществляет непосредственную обработку только тех сигналов, которые он периодически получает и посылает другим процессорам. При этом формирование из простых процессоров достаточно большой сети с управляемым взаимодействием позволяет решать достаточно сложные задачи [143].

В настоящее время нейросетевое моделирование является одним из эффективных методов решения сложных технических задач, в том числе задач адаптивного управления, прогнозирования, разработки экспертных систем [144]. Известно множество примеров применения моделей искусственных нейронных сетей при построении систем управления технологическими объектами, например, [123, 145].

Генетические алгоритмы – это поисковые алгоритмы, основанные на природных механизмах селекции и генетики. Данные алгоритмы обеспечивают поиск лучших решений с помощью механизмов наследования и усиления полезных свойств объектов определенного приложения в процессе имитации их эволюции. Генетические алгоритмы создаются таким образом, чтобы при генерации каждой новой популяции использовались некоторые фрагменты исходных решений, к которым добавляются новые элементы, обеспечивающие улучшение решений относительно сформулированного критерия отбора [148].

Основное назначение экспертных систем – решение неформализованных или слабоформализованных задач. Экспертная система, по сути, моделирует механизм мышления человека, являющегося экспертом в определенной проблемной области. В [151] рассмотрен пример применения экспертной системы для разработки интеллектуальных контроллеров энергосберегающего управления.

В последнее время для разработки сложных интеллектуальных систем все чаще применяется подход, основанный на декомпозиции системы и представление ее в виде набора так называемых «агентов», представляющих собой высокоуровневые взаимодействующие сущности, способные работать автономно. Такие системы получили название мультиагентных систем [152]. Агент, как правило, представляет собой вычислительную систему, которая помещается во внешнюю среду и осуществляет взаимодействие с ней путем совершения автономных рациональных действий, направленных на достижение поставленных целей [153, 154]. Интеллектуальным является агент, поведение которого определяет база знаний [155]. При этом интеллектуальный агент должен обладать следующими свойствами [154]:

- 1) реактивностью – способностью взаимодействовать с внешней средой, в том числе оперативно реагировать на различные изменения, совершая при этом действия, направленные на достижение поставленных целей;

- 2) проактивностью – способностью показывать поведение, которое направлено на достижение поставленных целей;

- 3) социальностью – способностью осуществлять взаимодействие с другими сущностями, находящимися во внешней среде, направленное на достижение поставленных целей.

В промышленности мультиагентные системы широко применяются в системах управления сложными технологическими объектами и процессами, чему посвящены публикации [156 – 158].

### **2.3. ЭКСПЕРТНАЯ СИСТЕМА С НЕПРЕРЫВНО РАЗВИВАЮЩЕЙСЯ БАЗОЙ ЗНАНИЙ**

Разработка ИУС динамическими режимами энергоемких технологических объектов является достаточно сложной задачей как в теоретическом, так и в практическом плане. Предметная область данной задачи включает обширный и сложный математический аппарат анализа и синтеза ОУ, идентификации моделей динамики, методики экспериментальных исследований реальных технологических объектов и т.д. В связи с этим возникают существенные трудности, связанные с трудоемкостью получения новых моделей и алгоритмов для базы знаний ИУС и необходимостью привлечения для решения этой задачи специалистов высокого класса в данной предметной области.

Вместе с тем, для синтеза алгоритмического обеспечения ИУС реальными объектами без привлечения экспертов в узкой предметной области и сокращения затрат времени на проектирование ИУС возможно достичь с применением современных экспертных систем.

Следует заметить, что значительная часть разрабатываемых экспертных систем не доводятся до промышленного прототипа [159]. Во многом это связано с необходимостью больших временных и материальных затрат, снижением со временем актуальности решаемых задач, появлением в предметной области новых задач, в решении которых экспертная система не может оказать помощь пользователю. Важным фактором повышения эффективности создаваемых систем является дальнейшая их интеллектуализация и непрерывное расширение базы знаний. Особенно это актуально для экспертных систем, которые должны обеспечивать помощь при решении большого числа, а во многих случаях счетного множества, сложных в математическом отношении задач.

Рассмотрим основные аспекты создания экспертной системы с непрерывно развивающейся базой знаний (НРБЗ) [160]. Будем полагать, что экспертная система предназначена для оказания помощи в решении различных математических задач из конкретной предметной области. Примерами таких задач могут быть задачи управления и проектирования.

Термин «задача» включает математическую постановку задачи, которая может интересовать пользователей, методы, алгоритмы и результаты ее решения, содержащиеся в базе знаний, форму представле-

ния результатов решения для задаваемых пользователем исходных данных.

Обычно задачи формулируются как оптимизационные, при этом конкретизируются модель объекта, критерий оптимальности, ограничения и другие особенности. В множестве задач предметной области выделим два подмножества: 1) задачи, постановки и решения которых содержатся в базе знаний; 2) задачи, которые могут быть востребованы пользователями, но в базе знаний не содержится сведений, достаточных для их решения.

В процессе эксплуатации экспертной системы можно выделить следующие основные режимы работы:

- решение задач, содержащихся в базе знаний, по запросам пользователей, т.е. режим «пользователь»;
- работа с экспертами и администратором, связанная с вводом в ЭС новых знаний, изменением интерфейса и т.д., данный режим будем называть «эксперт»;
- режим «ожидание».

В режиме «пользователь» возможны два исхода: решение задачи, интересующей пользователя, получено (если для этого имеются соответствующие сведения в базе знаний), и задачу не удалось решить вследствие отсутствия сведений в базе знаний.

Для оценки эффективности применения экспертной системы может использоваться показатель, характеризующий долю задач, которые решены пользователями, от общего числа режимов работы «пользователь» за определенный интервал времени (например, за месяц или год), т.е.

$$E = \frac{N^p}{N^p + N^o},$$

где  $N^p$ ,  $N^o$  – количества режимов работы «пользователь», оканчивающихся решением задачи и отсутствием решения вследствие недостаточности базы знаний соответственно.

Для повышения эффективности функционирования экспертной системы необходимо непрерывное развитие базы знаний. Экспертные системы, которые обладают свойством самостоятельно выполнять «творческую» работу по развитию базы знаний, будем называть активными или системами с НРБЗ. Режим работы экспертной системы с НРБЗ, при котором создаются знания для решения новых задач, будем называть «активность».

Таким образом, в экспертных системах, обладающих свойством активности (ЭСА), режим «ожидание» используется для пополнения

базы знаний информацией, необходимой пользователю для решения новых задач.

Экспертные системы с НРБЗ должны удовлетворять ряду принципов, важнейшими из них являются следующие.

1. *Принцип активности.* Для ЭСА характерны три «основных» режима функционирования – «эксперт», «пользователь» и «активность». Наряду с этими режимами работы возможны различного рода простои системы, например в связи с отключением аппаратных средств, а также совмещенные режимы, например, «эксперт» и «активность» и т.д.

В качестве показателя активности ЭСА можно использовать коэффициент  $K_a$ , определяемый по формуле

$$K_a = \frac{\Delta t_a}{\Delta t_a + \Delta t_3 + \Delta t_n},$$

где  $\Delta t_a$ ,  $\Delta t_3$ ,  $\Delta t_n$  – интервалы времени работы системы соответственно в режимах «активность», «эксперт» и пользователь за определенный календарный период (месяц или год).

Другим показателем, характеризующим ЭСА, является средняя продолжительность интервала активной работы системы между корректирующими воздействиями экспертов, обозначим этот показатель  $T_a$ .

Корректирующим воздействием эксперта называется выдаваемая им информация, которая используется экспертной системой в режиме «активность». К корректирующим воздействиям могут относиться внесение изменений в постановки решаемых задач, введение приоритетов в решаемые задачи, задание требований к выходной информации и т.д.

В зависимости от значений показателей  $K_a$  и  $T_a$  можно выделить следующие виды ЭСА:

- ЭС высокой степени активности, для которых  $K_a > 0,7$  и  $T_a$  составляет десятки и сотни часов;
- ЭС средней степени активности с  $K_a \in [0,4; 0,7]$  и  $T_a$  равно часам;
- ЭС низкой степени активности с  $K_a < 0,4$  и  $T_a$  составляет десятки минут.

2. *Принцип легитимности (гарантированности) результата.* Информация, получаемая в режиме «активность» и заносимая в базу знаний должна гарантировать, что ее применение будет совпадать с

результатами решений, получаемых на основе использования классических методов.

В качестве показателя легитимности может использоваться коэффициент  $K_{л}$ , характеризующий уровень «защиты» новой информации от ошибочных результатов. Коэффициент  $K_{л}$  рассчитывается по формуле

$$K_{л} = \sum_{i=1}^{m_k} c_i^k K_{ли}, \quad \sum_{i=1}^{m_k} c_i^k = 1,$$

где  $m_k$  – число определяемых компонентов решаемой задачи в режиме «активность»;  $c_i^k$  – весовые коэффициенты компонентов;  $K_{ли}$  – коэффициент, определяющий уровень защиты (частный показатель легитимности) при определении  $i$ -го компонента.

Показатель  $K_{ли}$  принимает значения 0, 1, 2, ..., которые соответствуют числу используемых различных методов для соответствующих компонентов.

Так, если  $K_{ли} = 2$ , то достоверно результат по  $i$ -му компоненту получен двумя разными классическими методами. В случае  $K_{лj} = 0$   $j$ -й компонент определялся эвристическим способом, который не гарантирует полную достоверность результата.

3. *Принцип кортежного представления моделей исследуемых задач (концептуального моделирования)*. Исследуемый класс задач представляется кортежной моделью, компоненты которой соответствуют составным частям задачи, а полный набор компонентов однозначно выделяет исследуемую задачу из всего многообразия задач.

Кортежная форма записи модели позволяет: обеспечить классификацию фреймов базы знаний в ЭСА; ввести однозначное кодирование имен фреймов; определить (очертить границы) объема знаний фрейма.

Следует заметить, что важную роль играет очередность расположения компонент в кортежной модели. Покажем это на следующем примере.

В качестве кортежной модели  $K_M$  ЗОУ можно использовать четверку [39]:

$$K_M = \langle M_K, F_K, S_K, G_K \rangle, \quad M_K \in M_K, \quad F_K \in F_K, \quad S_K \in S_K, \quad G_K \in G_K, \quad (2.1)$$

где  $M_K$  – модель динамики объекта управления;  $F_K$  – вид минимизируемого функционала;  $S_K$  – стратегия реализации ОУ;  $G_K$  – накладываемые



ваемые ограничения и условия;  $M_k, F_k, S_k, G_k$  – множества возможных значений соответственно для  $M_k, F_k, S_k, G_k$ .

В кортеже (2.1) на первом месте расположен компонент  $M_k$ , это объясняется тем, что независимо от значений других компонентов он определяет границы области существования решений ЗОУ при различных исходных данных. Задание двух первых компонент  $M_k, F_k$  однозначно определяют число и возможные виды функций ОУ и т.д.

4. *Принцип «счетности» кортежных моделей.* Создание ЭСА целесообразно, если множество  $K_M$  кортежных моделей для соответствующей предметной модели счетно.

Например, для кортежной модели (2/1) множество  $K_M$  определяется соотношением

$$K_M = M_k \times F_k \times S_k \times G_k, \quad (2.2)$$

здесь  $\times$  – знак декартова произведения множеств.

Модель динамики объекта  $M_k$  даже для линейного случая, т.е.

$$\dot{z} = Az(t) + Bu(t - \tau),$$

определяется большим числом факторов – размерностью вектора фазовых координат  $z$ , размерностью вектора управления  $u$ , структурами матриц параметров  $A$  и  $B$ , наличием временного запаздывания  $\tau$ , т.е. имеет место

$$M_k = Z_k \times U_k \times A_k \times B_k \times T_k,$$

где  $Z_k, U_k$  – соответственно множества размерностей  $z, u$ ;  $A_k, B_k$  – множества структур матриц  $A, B$ ;  $T_k$  – множество вариантов временного запаздывания  $\tau$ .

Кроме того, следует учитывать нелинейные модели, модели с возмущающими воздействиями, стохастические и т.д. Все это дает основание считать множество  $M_k$  счетным, а с учетом множеств  $F_k, S_k$  и  $G_k$  множество  $K_M$  тем более счетным.

Кластер кортежных моделей и соответственно фреймов, связанных первым одинаковым компонентом  $M_k$ , будем называть  $M$ -кластером и обозначать  $Кл_M$ , аналогично вводятся  $MF$ -кластер моделей с одинаковыми компонентами  $M_k$  и  $F_k$  ( $Кл_{MF}$ ) и  $MFS$ -кластер ( $Кл_{MFS}$ ). В определенном смысле кластеры  $Кл_M, Кл_{MF}, Кл_{MFS}$  можно рассматривать как концептуальные модели определенных групп задач.

5. *Принцип наследования знаний из существующих фреймов.* Согласно этому принципу знания, содержащиеся в кортежной модели  $K_M$  используются в соответствии с иерархической структурой, в которой модели второго уровня и все последующие наследуют соотношения для проверки существования решения задачи, полученные для модели  $M_K$  динамики объекта. Начиная с третьего уровня, наследуются виды функций ОУ, полученные для соответствующих моделей второго уровня. Модели четвертого уровня иерархии наследуют знания, полученные для моделей первых трех уровней. В случае необходимости может быть добавлены пятый и другие уровни, учитывающие особенности ограничений и связей.

В качестве показателя наследования используется распределение полного объема работ  $V_K$ , необходимого для создания одного фрейма базы знаний, между уровнями иерархии.

Например, если объемы работ оцениваются в %, то  $V_K = \langle 20, 30, 30, 20 \rangle$  означает, что при решении новой задачи в кластере  $K_{L_{MFS}}$  наследуется 80% результатов ранее выполненных работ. Если  $V_K = \langle 0, 0, 0, 100 \rangle$ , то при решении задачи наследование не используется, такие задачи называются независимыми.

6. *Принцип полезности (востребованности) результатов.* Результаты работы ЭСА в режиме «активность» должны иметь достаточную вероятность того, что соответствующие фреймы базы знаний будут в последующем востребованы пользователями для решения прикладных задач.

Множество задач  $K_{II}$  предметной области ЭСА представим в виде объединения четырех подмножеств, т.е.

$$K_{II} = K_{B3} \cup K_3 \cup K_V \cup K_O,$$

где  $K_{B3}$  – множество задач, для решения которых разработаны фреймы базы знаний;  $K_3$  – множество задач, для решения которых отсутствуют фреймы базы знаний, но поступали запросы от пользователей;  $K_V$  – множество задач, для которых отсутствуют фреймы базы знаний, запросы пользователей на них не поступали, но  $K \subset K_{L_M}$  и  $K_{L_M} \neq \emptyset$ ;  $K_O$  – множество задач, на которые запросы не поступали и соответствующий кластер  $K_{L_M} = \emptyset$ .

В режиме «активность» экспертная система вырабатывает знания для задач в порядке очередности, которая устанавливается с учетом их приоритетов.

7. *Принцип когнитивности представления результатов.* В целях наглядного представления знаний, содержащихся в фреймах базы знаний, оперативности и удобства их использования широким кругом пользователей, которые не имеют достаточной теоретической подготовки в соответствующей предметной области, получаемые результаты следует представлять в виде когнитивных моделей, использующих графические образы [161].

8. *Принцип «мягкости».* Данный принцип реализуется в двух аспектах. Первый аспект связан с получением результатов, позволяющих пользователю принимать решения, когда для задаваемых исходных данных не выполняются условия существования решения. Например, вследствие жестких ограничений на варьируемые переменные и т.п. Второй аспект обусловлен поиском решений при работе экспертной системы в режиме «активности», например, в разного рода конфликтных ситуаций и условиях неопределенности.

9. *Принцип «самоконтроля» (самодиагностики).* В соответствии с данным принципом учитывается время, затрачиваемое на выполнение работ в режиме «активность». Это время сопоставляется с максимальными значениями временных интервалов, которые требовались при разработке аналогичных компонентов в созданных фреймах базы знаний. Если затрачиваемое время начинает многократно превосходить соответствующий максимальный временной интервал, то экспертная система переходит к разработке очередных компонентов согласно принятым приоритетам. Величина кратности превышения должна учитывать, прежде всего, увеличение размерности переменных в новой задаче и другие факторы.

Сформулированные принципы положены в основу методики проектирования ЭСА. Основные положения методики применительно к режиму «активность» заключаются в следующем:

1. Формализуется типовая задача предметной области и в соответствии с принципом 3 разрабатывается вид кортежной модели, однозначно отображающей специфику множества задач предметной области.

2. Вводятся множества возможных значений для каждой компоненты кортежной модели. В соответствии с соотношением (2.2) определяется структура множества  $K_M$  кортежных моделей.

3. Формируется состав результатов, получаемых в каждой задаче.

4. Формируется массив методов, с помощью которых могут быть получены результаты полного анализа исследуемых задач. В соответствии с принципом 2 обеспечение гарантированности результатов анализа достигается за счет использования разных методов при их получении. Например, набор методов при анализе ЗОУ может включать

вариационное исчисление, принцип максимума, динамическое программирование, метод синтезирующих переменных и другие.

5. Для удобства представления пользователю результатов полногo анализа задач используется когнитивное моделирование.

6. Вводятся приоритеты, определяющие очередность разработки новых фреймов базы знаний в соответствии с принципом б (о полезности результатов).

7. Выбираются программные продукты, необходимые для реализации ЭСА в соответствии с рассмотренной методикой.

Примером экспертной системы с НРБЗ является система «Энергосберегающее управление динамическими объектами» [162, 163], которая предназначена для оперативной разработки алгоритмического и программного обеспечения для энергосберегающего управления машинами с электроприводами, тепловыми аппаратами и транспортными средствами. Программные модули экспертной системы по массиву исходных данных ЗОУ позволяют оперативно определить вид функции ОУ, рассчитать параметры ОУ и траектории изменения фазовых координат и управляющего воздействия, оценить эффект энергосбережения, оценить робастность алгоритма управления при изменении исходных данных, решить обратные ЗОУ.

## **2.4. ПРОГРАММНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

Создание, развитие и внедрение «умных» технологий во многие отрасли человеческой жизнедеятельности приводит к повышению потребностей в специалистах по управлению. Постоянное удешевление себестоимости массового производства микросхем памяти, микроконтроллеров и т.д. привело к более широкому их применению во многих бытовых приборах. Большинство современных устройств поддерживают возможность «тонкой» настройки и расширения функциональности при помощи использования программного обеспечения, на распространенных языках программирования, например большинство SCADA-систем поддерживают С-подобные языки, Python и т.д. Аппаратная часть может содержать устройства согласования с объектом и иметь возможность управляться по тому или иному протоколу, например с коммуникатора или домашнего персонального компьютера, через сеть Internet.

Однако, даже основы теории ОУ не всегда входят в программу обучения программистов различных специальностей, кроме того, с каждым годом появляется все большее количество программистов-самоучек.

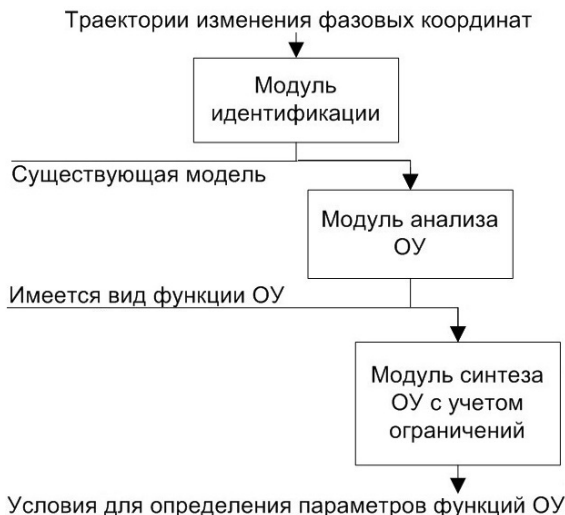
Данные предпосылки приводят к определенному парадоксу: аппаратная часть большинства современных приборов позволяет производить более тонкую настройку при помощи разработки оригинального программного обеспечения, учитывающего конкретные условия эксплуатации оборудования, однако даже для людей, обладающих специальными познаниями в области программирования, разработка необходимого алгоритмического обеспечения, зачастую, представляет достаточно сложную задачу, выходящую за пределы их компетенции.

Одним из наиболее удобных методов решения данной проблемы являются проблемно-ориентированные экспертные системы, например [164], помогающие решать типовые ЗОУ. Следующим шагом эволюции вспомогательного программного обеспечения для разработки ИУС, возможно, станут программно-аналитические комплексы (ПАК), позволяющие осуществлять анализ ЗОУ и оперативный синтез ОУ без углубленных знаний в области теории оптимальных процессов, теории автоматического управления и т.д. В тоже время недостатком комплексов данного типа является сложность оценки адекватности получаемых математических моделей, поскольку идентификация моделей осуществляется, как правило, на основе статистического анализа экспериментальных данных, и для проверки соответствия законам термодинамики, механики и т.д., желательнее производить анализ значений и знаков коэффициентов математических моделей.

Рассмотрим концепцию построения ПАК для разработки алгоритмического обеспечения ИУС. Основными функциями ПАК являются: структурная и параметрическая идентификация математических моделей динамики объектов управления; определение видов функции оптимального программного управления на основе метода максимума Понтрягина, в том числе определение возможных видов функций ОУ с учетом ограничений на управляющие воздействия, а также условий и соотношений для расчета их параметров.

В качестве инструмента разработки ПАК данного вида целесообразно использовать существующие системы компьютерной математики, позволяющие использовать символьные вычисления и поддерживающие функциональную парадигму программирования, например Maple [108, 165].

Возможность Maple решать системы дифференциальных уравнений в аналитическом виде, поддержка матричных вычислений, интегральных преобразований Фурье, Лапласа и т.д., наличие встроенного языка с поддержкой функциональной и процедурной парадигм программирования, инструментов для графического отображения результатов вычислений, позволяет создавать комплексы скриптов, результатом исполнения которых является получение видов функций ОУ и соотношений для расчета их параметров.



**Рис. 2.1. Модель ПАК**

В обобщенном виде с точки зрения процесса модель ПАК представлена на рис. 2.1.

Функционал ПАК может использоваться как полностью (с таблицы траекторий фазовых координат и проведения идентификации), так и частично (только параметрическая идентификация, только анализ ОУ, получение условий для определения параметров функций ОУ).

В качестве исходных данных задаются траектории изменения переменных состояния объекта и управляющих воздействий. Для получения более точной математической модели желательно использовать кривую разгона, полученную на реальном объекте.

Модуль идентификации производит перебор типовых моделей для аппроксимации загружаемых данных с помощью метода наименьших квадратов. Выходом процедуры структурной идентификации является многостадийная регрессионная математическая модель процесса.

Наиболее точными математическими моделями являются аналитические, полученные на основе анализа соответствующих объекту законов термодинамики, механики и т.д. Для таких моделей возможно использовать параметрическую идентификацию с различными критериями (метод наименьших квадратов, наименьшее отклонение и т.д.).

Модуль анализа ОУ осуществляет решение задачи анализа ОУ, получение условий существования решения ЗОУ, а также получение

видов функций ОУ методом максимума Понтрягина. В качестве исходных данных используется математическая модель динамики объекта управления.

Результатом выполнения скрипта является получение условий существования решения ЗОУ, а также виды функций ОУ без учета ограничений на управляющие воздействия.

Модуль синтеза ОУ в качестве исходных данных использует математическую модель динамики объекта управления и виды функций ОУ. Результатом выполнения скриптов является получение условий для определения типов и параметров функций ОУ на основе параметров модели, начальных и конечных значениях фазовых координат, начальном и конечном моменте времени, нижних и верхних допустимых значений управляющих воздействий.

Наиболее полезными для разработки элементов аналогичных комплексов являются функции solve (решение систем алгебраических уравнений), dsolve (решение систем дифференциальных уравнений), LeastSquares (подбор неизвестных методом наименьших квадратов) и т.д.

В качестве примера рассмотрим фрагмент модуля анализа ОУ, реализующего анализ непрерывных функций ОУ без учета ограничений на управляющие воздействия при помощи метода максимума Понтрягина, с математической моделью в виде системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка с двумя фазовыми координатами и двумя управлениями.

Исходными данными здесь являются дифференциальные уравнения модели динамики и критерий оптимальности (минимизируемый функционал), которые на языке системы Maple можно записать в виде

```
> z1pr := a1*z1(t)+a2*z2(t)+b1*u1+b2*u2; # первое уравнение
```

```
> z2pr := a3*z1(t)+a4*z2(t)+b3*u1+b4*u2; # второе уравнение
```

```
> f0 := p1*u1*u1+p2*u2*u2; # функционал
```

Все остальные вычисления осуществляются автоматически без участия оператора/проектировщика.

На первом этапе осуществляется формирование гамильтониана

```
> H := f0-psi1(t)*z1pr+psi2(t)*z2pr
```

Для взятия частных производных требуется ввести вспомогательный гамильтониан, заменив обозначения функций  $z1(t)$  и  $z2(t)$  на переменные  $z1$  и  $z2$ :

```
> Hvspom := eval(H, {z1(t) = z1, z2(t) = z2})
```

Система для определения вспомогательных функций примет вид

```
> sys := {diff(Hvspom, z1) = -(diff(psi1(t), t)), diff(Hvspom, z2) =  
-(diff(psi2(t), t))}
```

Решение системы уравнений и ассоциация полученных решений со вспомогательными функциями выполняется кодом

```
> asd := dsolve(sys)  
> assign(asd); psi1(t); psi2(t):
```

На втором этапе происходит определение видов функций ОУ (решение системы уравнений в частных производных, их ассоциация с соответствующими обозначениями) осуществляется кодом

```
> asd := solve(sys, {u1, u2}):  
> assign(asd); u1; u2;
```

Определение траекторий фазовых координат с учетом полученных траекторий управления осуществляется при помощи кода

```
> asd := dsolve(sys);  
> assign(asd); z1(t); z2(t);
```

Для осуществления вывода решения в символьном виде

```
> u1; u2; z1(t); z2(t);
```

На третьем этапе осуществляется ввод параметров модели динамики, начальных и конечных значений фазовых координат, временно-го интервала, стоимостей электрической энергии из первого и второго источников.

```
> a1 := -0.2; a2 := -0.3; a3 := -0.12; a4 := -0.24; b1 := 0.8; b2 := 0.15;  
b3 := 0.22; b4 := 0.7; z10 := 10; z1k := 50; z20 := 20; z2k := 80; t0 := 0;  
tk := 30; p1 := 100; p2 := 80;
```

На четвертом этапе производится определение параметров ОУ за счет решения системы уравнений, исходя из равенства траекторий фазовых координат в начальный и конечный моменты времени:

```
> sys := {eval(z1(t), t = t0) = z10, eval(z1(t), t = tk) = z1k, eval(z2(t),  
t = t0) = z20, eval(z2(t), t = tk) = z2k}  
> asd := solve(sys);  
> assign(asd); _C1; _C2; _C3; _C4;
```

Графическое отображение траекторий управляющих воздействий и фазовых координат осуществляется кодом

```
> plot({u1, u2}, t = t0 .. tk);  
> plot({z1(t), z2(t)}, t = t0 .. tk);
```



Вывод аналитических зависимостей траекторий управляющих воздействий и фазовых координат осуществляется командами

> evalf(u1); evalf(u2); evalf(z1); evalf(z2)

Учитывая, что часть решений имеет различные реализации в зависимости от параметров модели динамики (появление отрицательного значения под корнем и, соответственно, использование комплексных чисел), для части моделей может использоваться условный оператор if. Кроме того, данный оператор используется при проверке устойчивости и управляемости системы.

### Пример 1.

Модель

$$\begin{cases} z_1'(t) = a_1 z_1(t) + b_1 u_1(t) + b_2 u_2(t), \\ z_2'(t) = a_3 z_1(t) + a_4 z_2(t) + b_3 u_1(t) + b_4 u_2(t). \end{cases}$$

Критерий оптимальности

$$J = \int_{t_0}^{t_k} (p_1 u_1^2(t) + p_2 u_2^2(t)) dt .$$

Реквизиты для численного решения задачи  $a_1 = -0.2$ ,  $a_4 = -0.12$ ,  $b_1 = 0.65$ ,  $b_2 = 0.15$ ,  $b_3 = 0.22$ ,  $b_4 = 0.7$ ,  $z_1(t_0) = 10$ ,  $z_1(t_k) = 50$ ,  $z_2(t_0) = 20$ ,  $z_2(t_k) = 80$ ,  $t_0 = 0$ ,  $t_k = 20$ ,  $p_1 = 100$ ,  $p_2 = 80$ . Результаты вывода приведены на рис. 2.2 – 2.4.

$$\begin{aligned} & \triangleright \text{asd} := \text{solve}(\text{sys}, \{u1, u2\}) : \text{assign}(\text{asd}) : u1; u2; \\ & - \frac{1}{2} \frac{C2 e^{-a4t} b3 a1 - e^{-a4t} C2 a3 b1 + C2 e^{-a4t} b3 a4}{p1 (a1 + a4)} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{e^{a1t} C1 a1 b1 + e^{a1t} C1 a4 b1}{p1 (a1 + a4)} \\ & - \frac{1}{2} \frac{C2 e^{-a4t} b4 a1 - e^{-a4t} C2 a3 b2 + C2 e^{-a4t} b4 a4}{p2 (a1 + a4)} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{e^{a1t} C1 a1 b2 + e^{a1t} C1 a4 b2}{p2 (a1 + a4)} \\ & \triangleright \text{sys} := \left\{ \frac{\partial}{\partial t} z1(t) = z1pr, \frac{\partial}{\partial t} z2(t) = z2pr \right\} : \end{aligned}$$

Рис. 2.2. Аналитические зависимости траекторий управления для примера 1

$$\begin{aligned}
&> \text{asd} := \text{dsolve}(\text{sys}) : \text{assign}(\text{asd}); z1(t); z2(t): \\
&\left( \frac{1}{2 p1 p2 (a1 + a4)} \right. \\
&\left. \left( -\frac{C2(b2 (a1 b4 - a3 b2 + a4 b4) p1}{-a1 - a4} + \right. \right. \\
&\left. \left. + \frac{p2 b1 (a1 b3 - a3 b1 + a4 b3)}{-a1 - a4} \right) e^{-t(a1 + a4)} + \right. \\
&\left. + C1(a1 + a4)(b1^2 p2 + b2^2 p1)t \right) + C4 \Big) e^{a1 t}
\end{aligned}$$

Рис. 2.3. Аналитические зависимости траекторий фазовых координат для примера 1

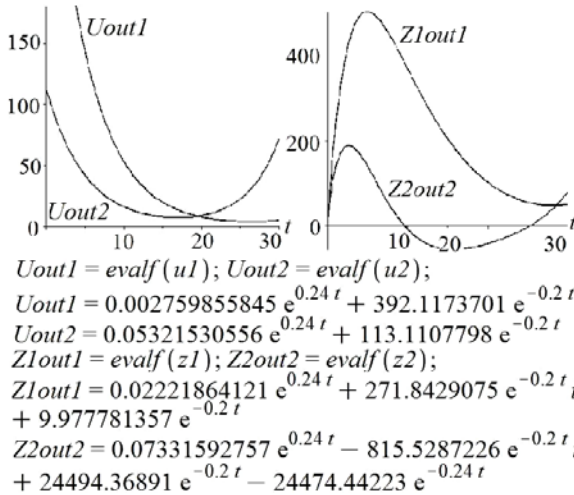


Рис. 2.4. Траектории управления и фазовых координат для примера 1

### Пример 2.

Модель

$$\begin{cases} z_1'(t) = a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) + b_1 u_1(t) + b_2 u_2(t), \\ z_2'(t) = a_4 z_2(t) + b_4 u_2(t). \end{cases}$$

Критерий оптимальности

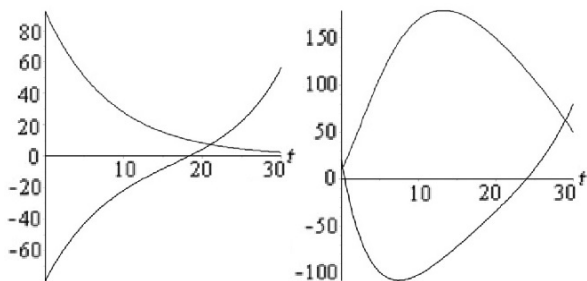
$$J = \int_{t_0}^{t_k} (p_1 u_1^2(t) + p_2 u_2^2(t)) dt.$$

Реквизиты для численного решения задачи  $a_1 = -0.12$ ,  $a_2 = -0.2$ ,  $a_4 = -0.16$ ,  $b_1 = 0.35$ ,  $b_2 = 0.15$ ,  $b_4 = 0.55$ ,  $z_1(t_0) = 10$ ,  $z_1(t_k) = 50$ ,  $z_2(t_0) = 20$ ,  $z_2(t_k) = 80$ ,  $t_0 = 0$ ,  $t_k = 30$ ,  $p_1 = 100$ ,  $p_2 = 80$ .

Результаты вывода приведены на рис. 2.5 и 2.6.

$$\begin{aligned}
 &> \text{asd} := \text{solve}(\text{sys}, \{u1, u2\}) : \text{assign}(\text{asd}) : u1; u2; \\
 &\quad \frac{1}{2} \frac{\_C2 e^{a1 t} b1}{p1} \\
 &\quad \frac{1}{2} \frac{\_C2 e^{a1 t} b2 a1 - e^{a1 t} \_C2 a2 b4 + \_C2 e^{a1 t} b2 a4}{p2 (a1 + a4)} \\
 &\quad \frac{e^{-a4 t} \_C1 a1 b4 + e^{-a4 t} \_C1 a4 b4}{p2 (a1 + a4)} \\
 &> \text{sys} := \left\{ \frac{\partial}{\partial t} z1(t) = z1pr, \frac{\partial}{\partial t} z2(t) = z2pr \right\}; \\
 &> \text{asd} := \text{dsolve}(\text{sys}) : \text{assign}(\text{asd}); z1(t); z2(t); \\
 &\left( \frac{1}{4} \frac{1}{(a1 + a4)(a1 - a4)a4 p1 p2} \left( 2 \_C2 a2 a4 b4 p1 (a1 b2 - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - a2 b4 + a4 b2)t + (a1 - a4) \left( - \frac{2 \_C1 b2 b4 p1 a4 (a1 + a4)}{-a1 - a4} \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \cdot e^{-t(a1 + a4)} + a2 p1 (a1 + a4) \left( \frac{\_C1 b4^2 e^{-a1 t - a4 t}}{-a1 - a4} + \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \frac{4 \_C4 p2 a4 e^{-a1 t + a4 t}}{-a1 + a4} \right) + 2 \_C2 ((b1^2 p2 + b2^2 p1) a4 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + (a1 b2^2 - a2 b2 b4) p1 + a1 b1^2 p2) a4 t \right) \right) + \_C3 \right) e^{a1 t} \\
 &\quad \frac{1}{4} \frac{1}{(a1 + a4) p2 (a1 - a4) a4} \left( 4 e^{a4 t} \_C4 a1^2 p2 a4 - \right. \\
 &\quad \left. - 4 e^{a4 t} a4^3 \_C4 p2 + 2 \_C2 a1 b2 b4 e^{a4 t + t(a1 - a4)} a4 - \right. \\
 &\quad \left. - 2 \_C2 a2 b4^2 e^{a4 t + t(a1 - a4)} a4 + 2 a4^2 \_C2 b2 b4 \cdot \right. \\
 &\quad \left. \cdot e^{a4 t + t(a1 - a4)} + \_C1 a1^2 b4^2 e^{-a4 t} - a4^2 \_C1 b4^2 e^{-a4 t} \right)
 \end{aligned}$$

Рис. 2.5. Аналитические зависимости траекторий фазовых координат для примера 2



$$\begin{aligned}
 &U_{out1} = evalf(u1); U_{out2} = evalf(u2); \\
 &Z1_{out1} = evalf(z1); Z2_{out2} = evalf(z2); \\
 &U_{out1} = 92.45906060 e^{-0.12 t} \\
 &U_{out2} = -80.19408310 e^{-0.12 t} + 0.4831146018 e^{0.16 t} \\
 &Z1_{out1} = (240.8652874 t - 0.3342980502 e^{0.28 t} + \\
 &\quad + 5609.191450 e^{-0.04 t} - 5598.857154) e^{-0.12 t} \\
 &Z2_{out2} = 1121.83829 e^{-0.16 t} - 1102.668643 e^{-0.12 t} + \\
 &\quad + 0.8303532218 e^{0.16 t}
 \end{aligned}$$

**Рис. 2.6.** Траектории управления и фазовых координат для примера 2

Использование данного ПАК позволяет снизить как время разработки алгоритмического обеспечения систем энергосберегающего управления, так и требования к знаниям проектировщика [166].

### Выводы по второй главе

1. Приведены основные подходы, применяемые при построении ИУС, и рассмотрены примеры инструментальных средств разработки алгоритмического и программного обеспечения ИУС.
2. Рассмотрены теоретические и практические аспекты интеллектуализации ИУС и основные методы искусственного интеллекта, применяемые при построении ИУС.
3. Показаны особенности построения экспертных систем с непрерывно развивающейся базой знаний, применяемых при разработке алгоритмического обеспечения ИУС.
4. Рассмотрены особенности проектирования ИУС с применением программно-аналитического комплекса.

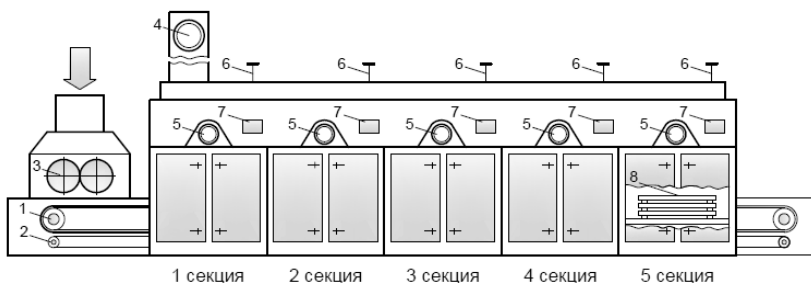
### 3. ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА ВАЛЬЦЕ-ЛЕНТОЧНЫМИ СУШИЛЬНЫМИ УСТАНОВКАМИ

#### 3.1. ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА ДИНАМИЧЕСКИМИ РЕЖИМАМИ ВАЛЬЦЕ-ЛЕНТОЧНЫХ СУШИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

##### 3.1.1. Формализация задачи оптимального управления

Для формализации ЗОУ рассмотрим конструкцию многосекционной конвективной сушильной установки вальце-ленточного типа (СВЛ), применяемой для сушки пастообразных материалов [14] и представляющей собой типичный тепло-технологический аппарат, относящийся к классу многомерных многосвязных объектов. Конструктивно СВЛ представляет собой коридор, в котором размещены продуктовый (1) и скребковый (2) транспортеры (рис. 3.1). Коридор разделен на несколько секций (в частности, на рис 3.1 показана схема пятисекционной СВЛ).

Высушиваемый материал и сушильный агент (воздух) движутся по коридору противоточно. В секциях СВЛ также обеспечивается перекрестный ток с применением рециркуляционных вентиляторов (5). Подогрев воздуха в секциях СВЛ осуществляется при помощи паровых калориферов (8). Для измельчения материала, подаваемого на продуктовый транспортер, применяются формовочные вальцы (3).



**Рис. 3.1. Структурная схема пятисекционной СВЛ:**

- 1 – продуктовый транспортер; 2 – скребковый транспортер;
- 3 – формовочные вальцы; 4 – вытяжной вентилятор;
- 5 – рециркуляционные вентиляторы; 6 – сбросные шибера;
- 7 – воздухозаборные окна; 8 – паровые калориферы

Воздухозаборные окна (7) обеспечивают приток сушильного агента (воздуха). Вытяжной вентилятор (4) и сбросные шиберы (6) осуществляют отведение отработанного сушильного агента (влажного воздуха) из секций СВЛ.

Все возможные режимы работы СВЛ можно представить в виде двух обобщенных режимов: «Пуск» и «Процесс» [332]. «Пуск» – технологический режим, в котором осуществляется процесс разогрева секций сушильной установки до требуемой температуры, при этом высушиваемый материал в сушилке отсутствует. К обобщенному режиму «Пуск» относятся все динамические режимы работы СВЛ. К обобщенному режиму «Процесс» относятся все технологические режимы сушки материала.

Сушильную установку, находящуюся в режиме «Пуск» можно рассматривать как многомерный объект, в котором в качестве управляющих воздействий используются степени открытия клапанов подачи пара в калориферы, а в качестве фазовых координат – значения температур в каждой секции СВЛ. Влияние соседних секций друг на друга можно рассматривать как возмущающие воздействия.

В режиме «Процесс» основными параметрами процесса сушки являются температура и влажность материала в секциях сушильной установки. Причем эти параметры зависят от множества управляющих и возмущающих воздействий (начальная влажность материала, температура паровых калориферов, средневзвешенная температура и влажность воздуха в секциях, работа вытяжных вентиляторов, положение воздухозаборных окон и шиберов в секциях СВЛ, скорость движения ленты продуктового транспортера, влажность и температура воздуха в цехе и др.).

Для построения ИУС динамическими режимами СВЛ (ИУС СВЛ) необходимо знать поведение сушильной установки в динамических режимах, т.е. решить задачу идентификации математической модели динамики.

Рассмотрим идентификацию модели динамики на примере пятисекционной СВЛ. Для решения задачи идентификации модели проведен эксперимент и сняты термограммы разогрева секций СВЛ, которые приведены на рис. 3.2.

Исходя из конструктивных и технологических соображений, общую модель динамики сушильной установки можно декомпозировать и представить в виде нескольких многостадийных моделей отдельных секций. В результате структурной идентификации были определены наиболее оптимальные структуры моделей динамики для различных секций СВЛ по критерию минимума абсолютной погрешности модели [168].

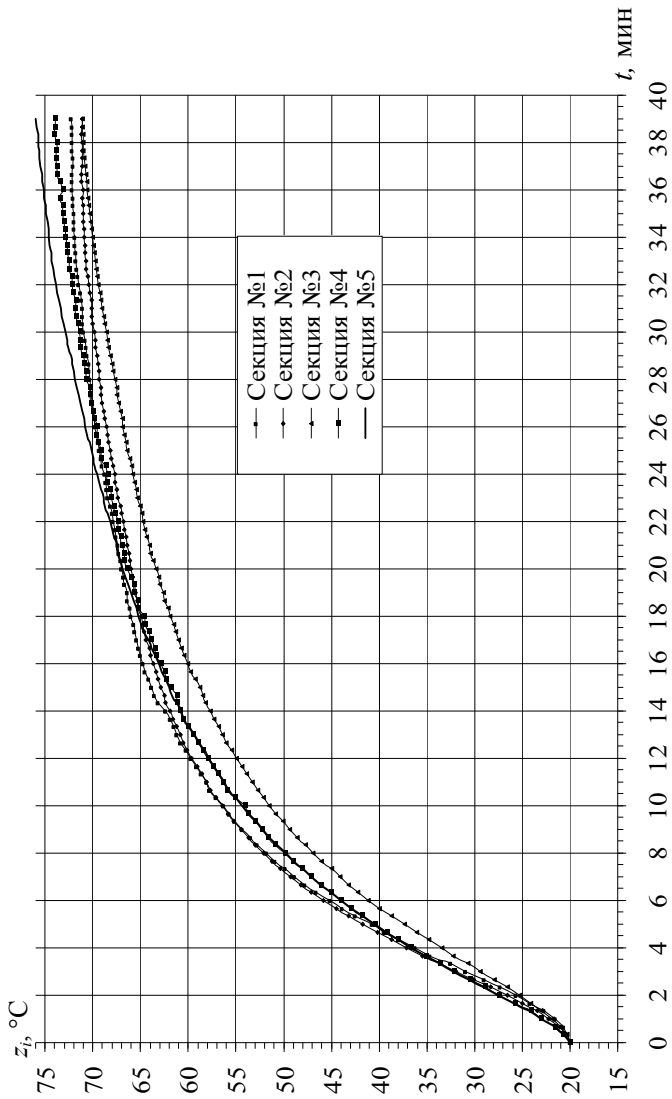


Рис. 3.2. Термограммы разогрева секций СВЛ

Структура модели динамики СВЛ выглядит следующим образом:

$$\mathbf{M} = \{M_1, M_2, M_3, M_4, M_5\},$$

где модели отдельных секций  $M_i, i = \overline{1,5}$  состоит из базовых моделей и имеют следующий вид:  $M_1$  : ДА + ДА ;  $M_2$  : РДИ + А + А ;  $M_3$  : ДИ + А + А ;  $M_4$  : ДА + ДА ;  $M_5$  : ДА + РДИ .

По результатам параметрической идентификации получены следующие модели динамики секций СВЛ:

$$M_1 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{1,1}^1 \\ \dot{z}_{1,1}^2 \\ \dot{z}_{1,2}^1 \\ \dot{z}_{1,2}^2 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,1028 & -0,9747 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,1}^1(t) \\ z_{1,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0875 \end{pmatrix} u_{1,1}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,2228 \end{pmatrix} w_{1,1}^l(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,3464 \end{pmatrix} w_{1,1}^r(t), z_{1,1}^1 \in [20; 59,7); \\ \text{-----} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,8615 & -0,1319 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,2}^1(t) \\ z_{1,2}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,1032 \end{pmatrix} u_{1,2}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,7312 \end{pmatrix} w_{1,2}^l(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,2746 \end{pmatrix} w_{1,2}^r(t), z_{1,2}^1 \in [59,7; 71]. \end{cases}$$

$$M_2 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{2,1}^1 \\ \dot{z}_{2,1}^2 \\ \dot{z}_{2,2}^1 \\ \dot{z}_{2,2}^2 \\ \dot{z}_{2,3}^1 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0,1402 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{2,1}^1(t) \\ z_{2,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,788 \end{pmatrix} u_{2,1}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,1091 \end{pmatrix} w_{2,1}^l(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,2439 \end{pmatrix} w_{2,1}^r(t), z_{2,1}^1 \in [20; 37,1); \\ \text{-----} \\ -0,3203 z_{2,2}^1(t) + 0,088 u_{2,2}(t) - 0,0941 w_{2,2}^l(t) + \\ + 0,733 w_{2,2}^r(t), z_{2,2}^1 \in [37,1; 56,4); \\ \text{-----} \\ -0,1213 z_{2,3}^1(t) + 0,2365 u_{2,3}(t) - 0,102 w_{2,3}^l(t) + \\ + 0,328 w_{2,3}^r(t), z_{2,3}^1 \in [56,4; 69,8]. \end{cases}$$



$$M_3 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{3,1}^1 \\ \dot{z}_{3,1}^2 \\ \dot{z}_{3,2}^1 \\ - \\ \dot{z}_{3,3}^1 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{3,1}^1(t) \\ z_{3,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,1225 \end{pmatrix} u_{3,1}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0519 \end{pmatrix} w_{3,1}'(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0793 \end{pmatrix} w_{3,1}''(t), z_{3,1}^1 \in [20; 29,4]; \\ \hline -0,284 z_{3,2}^1(t) + 0,1608 u_{3,2}(t) + 0,5175 w_{3,2}'(t) + \\ + 0,8112 w_{3,2}''(t), z_{3,2}^1 \in [29,4; 51,5]; \\ \hline -0,094 z_{3,3}^1(t) + 0,1801 u_{3,3}(t) + 0,1279 w_{3,3}'(t) + \\ + 0,011 w_{3,3}''(t), z_{3,3}^1 \in [51,5; 71,1]. \end{cases}$$

$$M_4 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{4,1}^1 \\ \dot{z}_{4,1}^2 \\ - \\ \dot{z}_{4,2}^1 \\ \dot{z}_{4,2}^2 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,2253 & -0,3757 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{4,1}^1(t) \\ z_{4,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,1772 \end{pmatrix} u_{4,1}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,1317 \end{pmatrix} w_{4,1}'(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,4508 \end{pmatrix} w_{4,1}''(t), z_{4,1}^1 \in [20; 58]; \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,1492 & -0,0941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{4,2}^1(t) \\ z_{4,2}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0516 \end{pmatrix} u_{4,2}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,672 \end{pmatrix} w_{4,2}'(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,096 \end{pmatrix} w_{4,2}''(t), z_{4,2}^1 \in [58,7; 71,4]. \end{cases}$$

$$M_5 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{5,1}^1 \\ \dot{z}_{5,1}^2 \\ - \\ \dot{z}_{5,2}^1 \\ \dot{z}_{5,2}^2 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,1549 & -0,4715 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{5,1}^1(t) \\ z_{5,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,1133 \end{pmatrix} u_{5,1}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -1,1003 \end{pmatrix} w_{5,1}'(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,0687 \end{pmatrix} w_{5,1}''(t), z_{5,1}^1 \in [20; 57,9]; \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0,8291 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{5,2}^1(t) \\ z_{5,2}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,2574 \end{pmatrix} u_{5,2}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,7862 \end{pmatrix} w_{5,2}'(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,2604 \end{pmatrix} w_{5,2}''(t), z_{5,2}^1 \in [57,9; 72,9]. \end{cases}$$

Следует заметить, что в результате перехода с одной стадии на другую могут изменяться как параметры модели, так и размерность вектора фазовых координат.

Рассмотрим особенности определения состояний функционирования для пятисекционной СВЛ. В качестве факторов, оказывающих влияние на значение переменной  $h$ , можно выделить [169]:

– внутренние факторы, которые связаны с возможными изменениями структуры и параметров моделей динамики секций СВЛ ( $H_i^{\text{мд}}, i = \overline{1,5}$ );

– внешние факторы, в том числе:  $H^{\text{дп}}$  – возможные изменения давления пара, подаваемого в калориферы секций СВЛ;  $H^{\text{тс}}$  – возможные изменения температуры окружающей среды.

Элементы подмножества  $H_i^{\text{мд}}, i = \overline{1,5}$  могут принимать два или три состояния, в зависимости от вида и параметров модели  $j$ -й стадии  $i$ -й секции:

$$H_1^{\text{мд}} = \{\hbar_{1,1}^{\text{мд}}, \hbar_{1,2}^{\text{мд}}\}, H_2^{\text{мд}} = \{\hbar_{2,1}^{\text{мд}}, \hbar_{2,2}^{\text{мд}}, \hbar_{2,3}^{\text{мд}}\}, H_3^{\text{мд}} = \{\hbar_{3,1}^{\text{мд}}, \hbar_{3,2}^{\text{мд}}, \hbar_{3,3}^{\text{мд}}\}, \\ H_4^{\text{мд}} = \{\hbar_{4,1}^{\text{мд}}, \hbar_{4,2}^{\text{мд}}\}, H_5^{\text{мд}} = \{\hbar_{5,1}^{\text{мд}}, \hbar_{5,2}^{\text{мд}}\}.$$

Здесь и в дальнейшем символом « $\hbar$ » будем обозначать возможные значения переменной  $h$ .

Составляющая переменной  $h$ , связанная с подмножеством  $H_i^{\text{мд}}$ , можно представить в виде следующего кортежа:

$$H^{\text{мд}} = \langle h_1^{\text{мд}}, h_2^{\text{мд}}, h_3^{\text{мд}}, h_4^{\text{мд}}, h_5^{\text{мд}} \rangle,$$

где  $h_i^{\text{мд}}, i = \overline{1,5}$  – компонент  $H^{\text{мд}}$ , обозначающий определенную структуру и параметры модели  $i$ -й секции.

По результатам проведенных замеров давление пара, подаваемого в калориферы секций СВЛ, может изменяться в пределах 2...4 атм. В связи с этим возможно выделение трех основных состояний:  $\hbar_{\text{н}}^{\text{дп}} \leq 2,5$  атм. (низкое давление пара);  $\hbar_{\text{о}}^{\text{дп}} \in (2,5; 3,5)$  атм. (оптимальное давление);  $\hbar_{\text{в}}^{\text{дп}} \geq 3,5$  атм. (высокое давление); таким образом, подмножество  $H^{\text{дп}}$  можно записать в следующем виде:

$$H^{\text{дп}} = \{\hbar_{\text{н}}^{\text{дп}}, \hbar_{\text{о}}^{\text{дп}}, \hbar_{\text{в}}^{\text{дп}}\}.$$

Для учета сезонных колебаний температуры окружающей среды можно ввести следующие обозначения: зимняя температура –  $\hbar_3^{\text{тс}} \leq 10$  °С; весенняя и осенняя –  $\hbar_{\text{во}}^{\text{тс}} \in (10; 20)$  °С; летняя температура –  $\hbar_{\text{л}}^{\text{тс}} \geq 20$  °С. В этом случае

$$H^{\text{тс}} = \{\hbar_{\text{л}}^{\text{тс}}, \hbar_{\text{во}}^{\text{тс}}, \hbar_3^{\text{тс}}\}.$$

Помимо рассмотренных факторов на изменение значения переменной состояния функционирования существенное влияние могут оказывать возмущающие воздействия. Соответствующее подмножество  $H_i^{\text{HSH}}$  может принимать четыре состояния:  $\hat{h}_0^{\text{HSH}}$  – возмущающими воздействиями можно пренебречь;  $\hat{h}_y^{\text{HSH}}$  – возмущение по каналу управления;  $\hat{h}_и^{\text{HSH}}$  – возмущение по каналу измерения;  $\hat{h}_{иу}^{\text{HSH}}$  – возмущения по каналам измерения и управления, т.е.

$$H_i^{\text{HSH}} = \{\hat{h}_0^{\text{HSH}}, \hat{h}_y^{\text{HSH}}, \hat{h}_и^{\text{HSH}}, \hat{h}_{иу}^{\text{HSH}}\}.$$

Составляющая переменной состояния функционирования, связанная с  $H_i^{\text{HSH}}$ , представляет собой кортеж

$$\langle h_1^{\text{HSH}}, h_2^{\text{HSH}}, h_3^{\text{HSH}}, h_4^{\text{HSH}}, h_5^{\text{HSH}} \rangle,$$

где  $h_i^{\text{HSH}}$ ,  $i = \overline{1,5}$  – компонент кортежа для  $i$ -й секции СВЛ.

В общем виде МСФ для динамических режимов СВЛ можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{\text{Д}} = & H_1^{\text{МД}} \times H_2^{\text{МД}} \times H_3^{\text{МД}} \times H_4^{\text{МД}} \times H_5^{\text{МД}} \times H^{\text{ДП}} \times \\ & \times H^{\text{ТС}} \times H_1^{\text{HSH}} \times H_2^{\text{HSH}} \times H_3^{\text{HSH}} \times H_4^{\text{HSH}} \times H_5^{\text{HSH}}. \end{aligned}$$

Помимо этого необходимо учитывать состояния работоспособности элементов технических средств сушильной установки, в том числе:

- продуктового транспортера  $H^{\text{ПТ}}$ ;
- скребкового транспортера  $H^{\text{СТ}}$ ;
- формовочных вальцов  $H^{\text{ФВ}}$ ;
- двигателя вытяжного вентилятора  $H^{\text{ДВ}}$ ;
- паровых калориферов  $H_i^{\text{ПК}}$ ;
- двигателей рециркуляционных вентиляторов  $H_i^{\text{РВ}}$ ;
- сбросных шиберов  $H_i^{\text{СШ}}$ ;
- задвижек воздухозаборных окон  $H_i^{\text{ВО}}$ .

Каждый из перечисленных выше элементов может находиться в одном из двух возможных состояний («работает» или «не работает»), т.е. множество состояний работоспособности  $\mathbf{H}^{\text{Р}}$  включает состояния с нормальной работоспособностью элементов и состояния с отказом, т.е.

$$\mathbf{H}^P = H_1^{\text{ПК}} \times H_2^{\text{ПК}} \times H_3^{\text{ПК}} \times H_4^{\text{ПК}} \times H_5^{\text{ПК}} \times H_1^{\text{ДВ}} \times H_2^{\text{ДВ}} \times H_3^{\text{ДВ}} \times H_4^{\text{ДВ}} \times H_5^{\text{ДВ}} \times \\ H_1^{\text{ВО}} \times H_2^{\text{ВО}} \times H_3^{\text{ВО}} \times H_4^{\text{ВО}} \times H_5^{\text{ВО}} \times H_1^{\text{СШ}} \times H_2^{\text{СШ}} \times H_3^{\text{СШ}} \times H_4^{\text{СШ}} \times H_5^{\text{СШ}} \times \\ \times H^{\text{ДВ}} \times H^{\text{ФВ}} \times H^{\text{ПТ}} \times H^{\text{СТ}}.$$

В связи с вышесказанным, переменная состояния функционирования  $h$  объекта в целом будет состоять из двух частей, т.е.

$$h = \langle h^{\text{Д}}, h^{\text{P}} \rangle, \quad h^{\text{Д}} \in \mathbf{H}^{\text{Д}}, h^{\text{P}} \in \mathbf{H}^{\text{P}}.$$

Изменение значения переменной  $h$  происходит в том случае, если изменяется значение одной из ее частей ( $h^{\text{Д}}$  или  $h^{\text{P}}$ ). С учетом этого МСФ можно представить в виде декартова произведения двух множеств:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^{\text{Д}} \times \mathbf{H}^{\text{P}}.$$

При изменении значения переменной состояния функционирования  $h$  происходит изменение одного или нескольких компонентов массива реквизитов ЗОУ. В частности, при изменении компонента  $h$ , связанного с подмножеством  $H^{\text{МД}}$ , происходит изменение структуры и параметров модели динамики объекта; при изменении давления пара ( $H^{\text{ДП}}$ ) – происходит изменение верхней границы управления и временного интервала; при изменении температуры окружающей среды ( $H^{\text{ТС}}$ ) – происходит изменение начального значения вектора фазовых координат.

Рассмотрим пример состояния функционирования СВЛ  $h_0$  в начальный момент времени  $t_0$  при следующих условиях: давление пара, подаваемого в калориферы равно 3 атм.; температура окружающей среды составляет 18 °С; все элементы находятся в состоянии нормальной работоспособности. На основании этих данных можно определить переменную состояния функционирования объекта следующим образом:

$$h_0 = \langle h_0^{\text{Д}}, h_0^{\text{P}} \rangle, \quad h_0 \in \mathbf{H}_{\text{В}},$$

$$h_0^{\text{Д}} = \left( \left( \dot{h}_{1,1}^{\text{МД}}, \dot{h}_{2,1}^{\text{МД}}, \dot{h}_{3,1}^{\text{МД}}, \dot{h}_{4,1}^{\text{МД}}, \dot{h}_{5,1}^{\text{МД}} \right), \dot{h}_0^{\text{ДП}}, \dot{h}_{\text{ВО}}^{\text{ТС}} \left( \dot{h}_{1,1}^{\text{НШ}}, \dot{h}_{2,1}^{\text{НШ}}, \dot{h}_{3,1}^{\text{НШ}}, \dot{h}_{4,1}^{\text{НШ}}, \dot{h}_{5,1}^{\text{НШ}} \right) \right),$$

$$h_0^{\text{P}} = \left( \left( \dot{h}_{i\text{норм}}^{\text{ПК}} \right), \left( \dot{h}_{i\text{норм}}^{\text{ДВ}} \right), \left( \dot{h}_{i\text{норм}}^{\text{ВО}} \right), \left( \dot{h}_{i\text{норм}}^{\text{СШ}} \right), \dot{h}_{\text{норм}}^{\text{ДВ}}, \dot{h}_{\text{норм}}^{\text{ФВ}}, \dot{h}_{\text{норм}}^{\text{ПТ}}, \dot{h}_{\text{норм}}^{\text{СТ}} \right), \quad i = \overline{1,5}.$$

### 3.1.2. Структурная схема системы

Современные ИУС сложными технологическими объектами, как правило, строятся на базе универсальных или специализированных ЭВМ (например, персональных компьютеров, промышленных контроллеров и т.д.); при этом от сложности технологического процесса и модели объекта управления во многом зависит и сложность программного обеспечения ИУС [170].

ИУС многомерными объектами, как правило, содержат большое количество сложных вычислительных алгоритмов, в которых широкое применение находят методы теории оптимальных систем, искусственного интеллекта и др. Также очень часто в процессе реальной эксплуатации ИУС возникает необходимость синтеза управляющих воздействий в реальном масштабе времени, что особенно сложно реализовать при управлении многомерными технологическими объектами. Поэтому в настоящее время значительное внимание уделяется вопросам проектирования программного обеспечения ИУС, которое обладает всеми свойствами сложных систем [171].

Проектирование программного обеспечения (ПО), как правило, представляет собой итерационный процесс при помощи которого требования, предъявляемые к ПО ИУС транслируются в определенное представление о ПО ИУС. На ранних этапах проектирования это представление во многом абстрактно и представляет собой некоторую концепцию, которая уточняется на более поздних этапах и в конечном итоге приводит к формам, близким к текстам программных модулей системы. Обычно процесс проектирования ПО разбивают на несколько подпроцессов. В частности, выделяют предварительное, детальное и интерфейсное проектирование. Первый подпроцесс отвечает за формирование абстракций архитектурного уровня, второй подпроцесс уточняет сформированные абстракции и дополняет их подробностями алгоритмического уровня, третий подпроцесс обеспечивает формирование графического интерфейса пользователя [172].

В процессе предварительного проектирования производится структурирование системы (декомпозиция ее на несколько подсистем, каждая из которых также может быть декомпозирована на несколько модулей) и определение модели связей между отдельными частями системы.

В качестве модели системного структурирования при разработке ИУС СВЛ выбрана трехуровневая модель (рис. 3.3), являющаяся дальнейшим развитием известной модели «клиент-сервер».

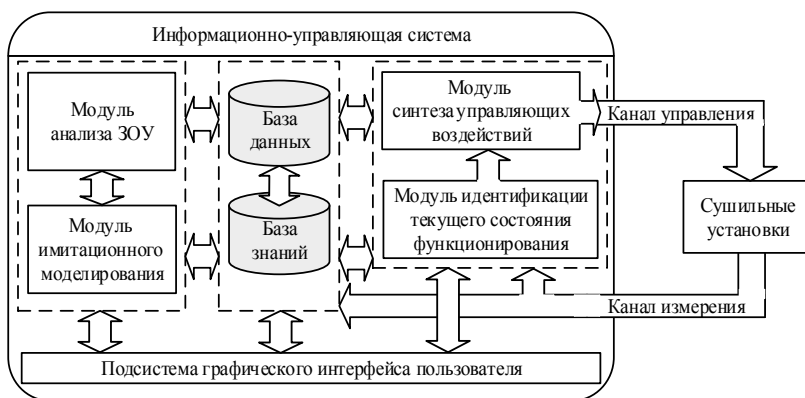


**Рис. 3.3. Трехуровневая модель системного структурирования**

Уровень графического интерфейса пользователя реализуется программным модулем, который запускается на клиентской машине. Уровень бизнес-логики реализуется на серверной машине при помощи программных модулей, обеспечивающих основные функциональные возможности системы. База знаний и база данных обеспечивают хранение декларативных и процедурных знаний, необходимых программным модулям уровня бизнес-логики.

Структурная схема ИУС СВЛ, полученная на этапе предварительного проектирования, показана на рис. 3.4. Система включает подсистему пользовательского интерфейса, базу знаний, базу данных и четыре программных модуля, реализующих основные функции системы.

Модуль анализа ЗОУ обеспечивает исследование области существования решения ЗОУ, определение видов функций ОУ и аналитических соотношений для расчета их параметров.



**Рис. 3.4. Структурная схема ИУС СВЛ**

Модуль имитационного моделирования позволяет осуществлять имитирование влияния шумов в каналах управления и измерения и смены состояния функционирования объекта, планирование эксперимента и получение статистических данных по заданному количеству опытов.

Модуль идентификации текущего состояния функционирования позволяет в каждый момент времени определять значение переменной состояния функционирования объекта управления, на основании которого выбирается наиболее оптимальный алгоритм синтеза управляющих воздействий.

Модуль синтеза управляющих воздействий реализует процедуры оперативного синтеза управляющих воздействий в зависимости от текущего состояния функционирования объекта управления.

### **3.1.3. Функциональная модель**

В процессе проектирования ПО ИУС разработчикам зачастую приходится сталкиваться со множеством сложных и трудновыполнимых задач. При разработке программных модулей системы необходимо обеспечить, чтобы они удовлетворяли ряду требований в области надежности, управляемости, производительности и т.д. Поэтому очень важным этапом разработки ПО сложных информационных систем является этап моделирования и анализа бизнес-процессов.

Одним из наиболее наглядных и удобных языков моделирования бизнес-процессов является IDEF0 (Integrated DEFinition 0) [173, 174], который ранее назывался SADT (Structured Analysis & Design Technique).

Функциональная модель, согласно нотации IDEF/0, представляет собой серию диаграмм с сопроводительной документацией [175]. Визуально каждая диаграмма представляется в виде ориентированного графа, вершинами которого являются прямоугольные блоки, соединенные направленными дугами (стрелками) [176].

На начальном этапе моделирования составляется контекстная диаграмма, которая показывает общую функциональность моделируемого процесса в целом, без подробностей. Взаимодействие с внешней средой представляется в виде:

«входов» – данных или объектов, потребляемых или изменяемых в результате выполнения процесса;

«выходов» – основных результатов выполнения процесса;

«управлений» – стратегий и процедур, которыми необходимо руководствоваться при выполнении процесса;

«механизмов» – ресурсов, необходимых для выполнения процесса.

В процессе создания контекстной диаграммы осуществляется формулирование цели моделирования, определение области (четкое разграничение того, что будет в модели рассматриваться в качестве компонентов моделируемого процесса, а что в качестве внешнего воздействия) и точки зрения (позиции, с которой будет осуществляться построение модели).

После построения контекстной диаграммы осуществляется ее функциональная декомпозиция, при этом моделируемый процесс разбивается на подпроцессы и строится диаграмма декомпозиции первого уровня. Далее каждый подпроцесс разбивается на более мелкие и строятся диаграммы декомпозиции второго уровня для каждого подпроцесса. Последующая декомпозиция и построение диаграмм продолжается до достижения требуемой детализации описания моделируемого процесса.

В настоящее время в нашей стране разработан и действует ряд стандартов, регламентирующих процесс разработки ПО информационных систем. Одним из основных является ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207 «Процессы жизненного цикла программных средств» [177], определяющий основные цели процессов разработки ПО. На основе требований данного стандарта при помощи CASE-средства AllFusion Process Modeler разработана функциональная модель работы ИУС СВЛ [178]. Диаграмма декомпозиции первого уровня показана на рис. 3.5.

На вход ИУС поступают исходные данные, которые задаются оператором или загружаются из базы данных; на их основе формируется массив исходных данных ЗОУ. Далее осуществляется анализ ЗОУ и проводится имитационное моделирование, после чего производится непосредственно управление СВЛ и выводятся результаты. В качестве механизмов выступают программные модули ИУС, а в качестве управлений – соответствующие фреймы из базы знаний и данные из базы данных системы.

Диаграмма декомпозиции второго уровня, построенная для подпроцесса А4 «Управление СВЛ», показана на рис. 3.6.

Процесс управления СВЛ осуществляется следующим образом: вначале на основе данных, полученных от датчиков, идентифицируется текущее состояние функционирования СВЛ, затем выбирается наиболее оптимальный алгоритм синтеза ОУ и формируются управляющие воздействия, при этом проводится постоянный контроль основных параметров процесса, и полученные значения параметров передаются по обратной связи в модуль идентификации состояния функционирования.



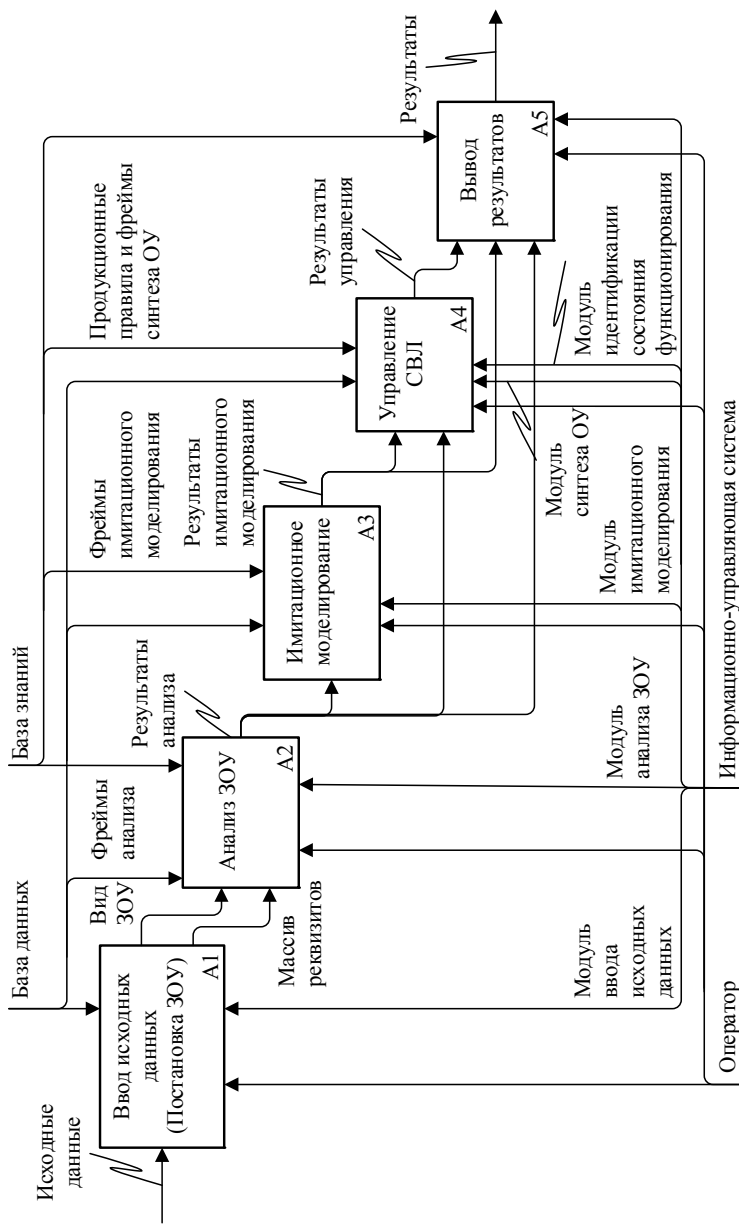


Рис. 3.5. Диаграмма декомпозиции первого уровня

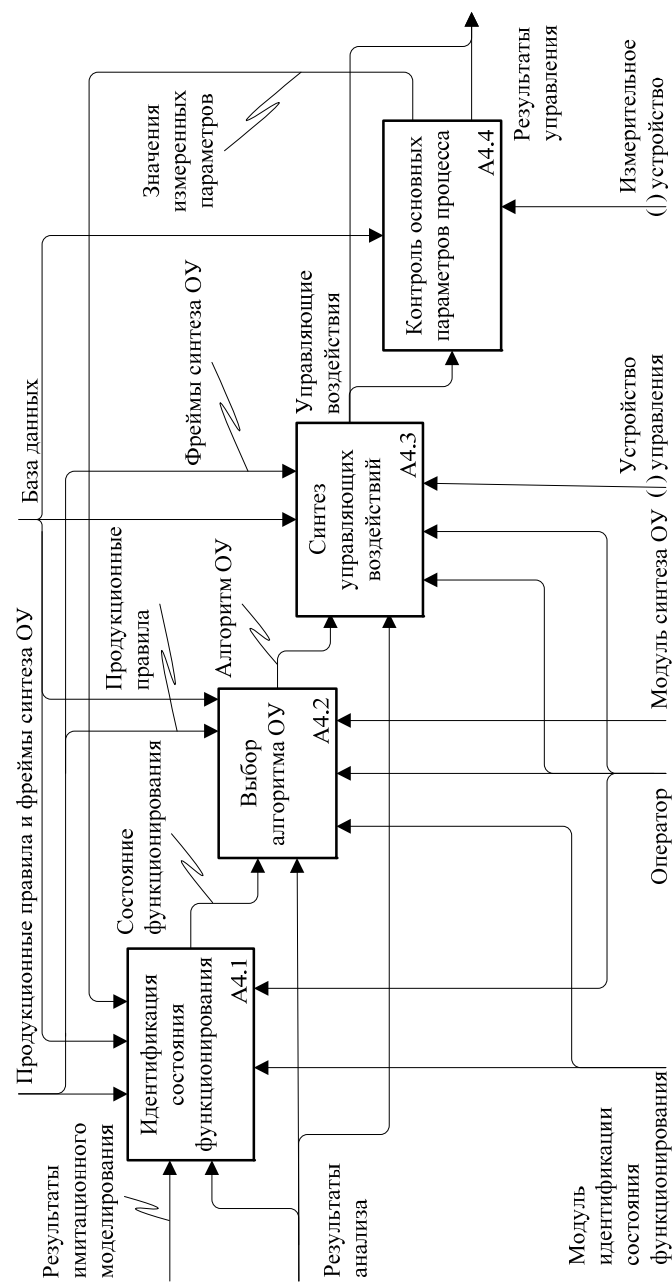


Рис. 3.6. Диаграмма декомпозиции второго уровня

### 3.1.4. База знаний и база данных

При проектировании объектно-ориентированных программных систем широкое применение находят специальные языки визуального моделирования. Одним из наиболее распространенных и применяемых в настоящее время стандартов визуального моделирования является UML (Unified Modeling Language) [179], который используется для проектирования, визуализации и документирования ПО информационных систем, разработанных с использованием объектно-ориентированного подхода.

Язык UML представляет собой совокупность графических нотаций, созданных на базе единой метамодели [179]. Графические модели, созданные при помощи UML, называют диаграммами. При моделировании информационных систем, созданных с применением объектно-ориентированной парадигмы программирования, наиболее часто в качестве модели структуры системы используют диаграмму классов, поскольку она позволяет визуализировать статическое проектное представление разрабатываемой информационной системы. Диаграмма классов показывает какие классы используются в системе и какие отношения существуют между ними.

Ядром ИУС СВЛ является фреймовая база знаний. В базе знаний хранятся процедурные знания, обеспечивающие реализацию методов и алгоритмов, входящих в состав алгоритмического обеспечения ИУС. Для упрощения программной реализации в качестве модели представления знаний применяется фреймовая модель [135], которая обеспечивает достаточно наглядное представление объектных типов данных (классов). Следует также отметить, что используемые при разработке объектно-ориентированных систем понятия «класс» и «объект» в значительной степени схожи с такими понятиями как «фрейм-образец» и «фрейм-экземпляр». Статическая модель базы знаний в виде диаграммы классов [180], созданной на основе стандарта UML, показана на рис. 3.7.

В процессе функционирования программные модули ИУС обращаются к конкретным фреймам базы знаний, представленных в виде классов. Модуль анализа ЗОУ использует фрейм frAnalysisOC, который агрегирует фреймы, обеспечивающие выполнение отдельных этапов анализа ЗОУ, в том числе исследования области существования решения ЗОУ (фрейм frSolveExists), получения видов функций ОУ (фрейм frFunctionOC) и аналитических соотношений для расчета их параметров (фрейм frParamsOC).

Модуль имитационного моделирования использует фрейм frImitationModelling, в состав которого входят фреймы для моделирования шумов frWhiteNoise и frColorNoise.

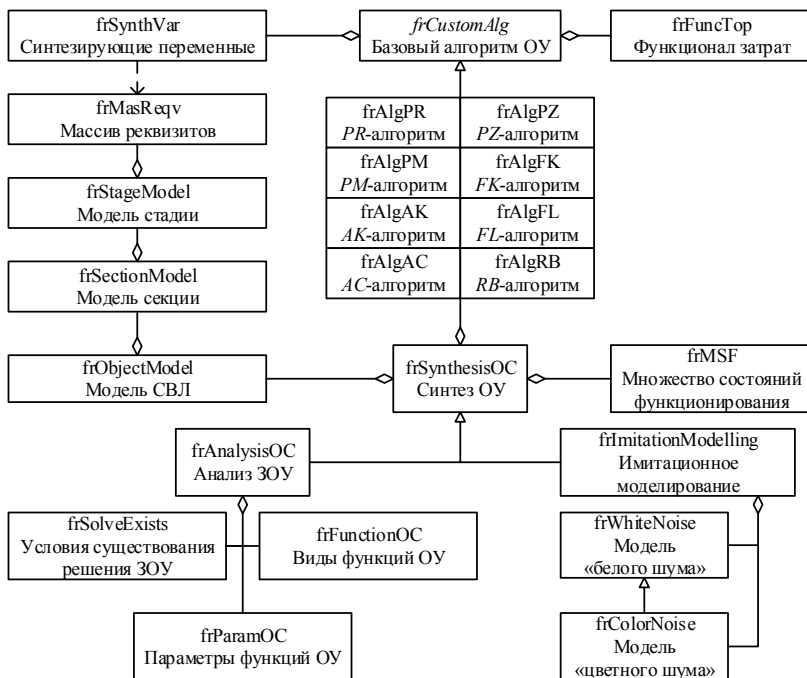


Рис. 3.7. Диаграмма классов базы знаний ИУС СВЛ

Модуль синтеза управляющих воздействий использует фрейм `frSynthesisOC`, в состав которого входят фреймы:

- математических моделей объекта `frObjectModel`, отдельных секций `frSectionModel` и стадий `frStageModel`;
- алгоритмов синтеза оптимальных управляющих воздействий: `frCustomAlg`, `frAlgPR`, `frAlgPZ`, `frAlgPM`, `frAlgFK`, `frAlgAK`, `frAlgFL`, `frAlgAC`, `frAlgRB`.
- множества состояний функционирования `frMSF`.

Фрейм массивов исходных данных ЗОУ `frMasReqv` агрегируется во фрейм `frStageModel` и связан с фреймом, обеспечивающим расчет значений компонентов вектора синтезирующих переменных `frSynthVar`.

Фрейм синтеза ОУ `frSynthesisOC` также содержит набор производственных правил, в соответствии с которыми осуществляется определение наиболее оптимального алгоритма синтеза управляющих воздействий в зависимости от значений компонентов переменной состояния функционирования объекта. Примеры производственных правил, на основании которых осуществляется выбор алгоритма синтеза ОУ:

1. ЕСЛИ:  $(h^{MD} = \hat{h}_{A}^{MD}) \& (h^{DP} = \hat{h}_{H}^{DP}) \& (h^{TC} = \hat{h}_{3}^{TC}) \& (h^{HSH} = \hat{h}_{ИУ}^{HSH})$   
ТО: Алгоритм синтеза ОУ =  $FL$ ;
2. ЕСЛИ:  $(h^{MD} = \hat{h}_{ДИ}^{MD}) \& (h^{DP} = \hat{h}_{H}^{DP}) \& (h^{TC} = \hat{h}_{Л}^{TC}) \& (h^{HSH} = \hat{h}_{O}^{HSH})$   
ТО: Алгоритм синтеза ОУ =  $PR$ ;
3. ЕСЛИ:  $(h^{MD} = \hat{h}_{ДА}^{MD}) \& (h^{DP} = \hat{h}_{B}^{DP}) \& (h^{TC} = \hat{h}_{Л}^{TC}) \& (h^{HSH} = \hat{h}_{И}^{HSH})$   
ТО: Алгоритм синтеза ОУ =  $FK$ ;
4. ЕСЛИ:  $(h^{MD} = \hat{h}_{ДИ}^{MD}) \& (h^{DP} = \hat{h}_{O}^{DP}) \& (h^{TC} = \hat{h}_{Д}^{TC}) \& (h^{HSH} = \hat{h}_{У}^{HSH})$   
ТО: Алгоритм синтеза ОУ =  $PM$ .

Следует заметить, что на рис. 3.7 представлена общая структура базы знаний ИУС, включающая основные фреймы, обеспечивающие реализацию алгоритмического обеспечения. Каждый из рассмотренных фреймов, в свою очередь, может содержать другие фреймы, поля и методы, а также взаимодействовать с другими фреймами для реализации необходимых методов и алгоритмов.

В качестве примера рассмотрим более подробно фрагмент базы знаний (рис. 3.8), обеспечивающий реализацию аналитического метода определения видов и параметров функций ОУ многомерным объектом с учетом ограничений на управляющие воздействия, рассмотренный в п. 1.4. Для реализации данного метода используются поля и методы фреймов  $frMasReqv$ ,  $frSynthVar$ ,  $frAnalysisOC$ ,  $frSynthesisOC$ .

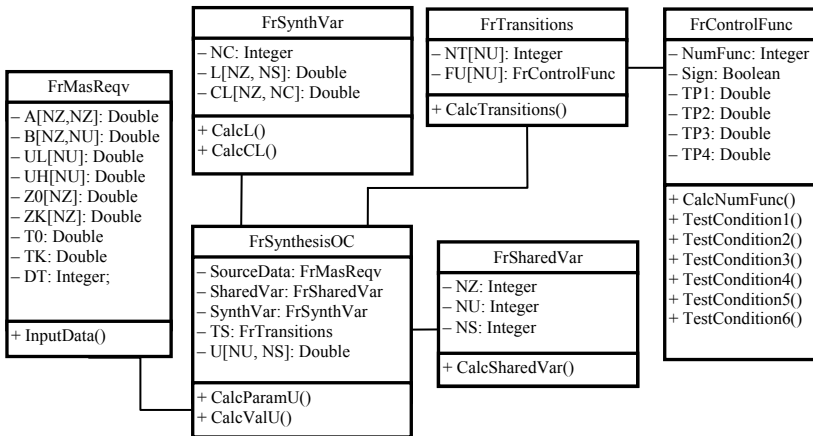


Рис. 3.8. Фрагмент базы знаний

Представленный на рис. 3.8 фрагмент базы знаний включает шесть фреймов [181]:

1) FrMasReqv – фрейм для хранения значений массива реквизитов ЗОУ (A, B, UL, UH, Z0, ZK, T0, TK – соответствующие компоненты массива реквизитов; DT – шаг дискретизации; InputData() – функция, обеспечивающая ввод значений);

2) FrSynthVar – фрейм, обеспечивающий расчет значений вектора синтезирующих переменных (NC – количество компонентов синтезирующих переменных; L, CL – массивы для хранения значений синтезирующих переменных и их компонентов; CalcL(), CalcCL() – функции, обеспечивающие расчет значений значений L и CL);

3) FrSynthesisOC – фрейм синтеза управляющих воздействий (U – массив для хранения значений управляющих воздействий; CalcParamU(), CalcValU() – функции для расчета параметров и значений ОУ);

4) FrTransitions – фрейм, реализующий алгоритм выбора функции ОУ на основе схемы переходов (NT – массив, содержащий количество переходов по схеме для каждого управляющего воздействия; FU – массив видов функций ОУ; CalcTransitions() – функция расчета переходов по схеме);

5) FrSharedVar – фрейм, в котором хранятся значения общих переменных, используемых другими фреймами (NZ – размерность вектора фазовых координат; NU – размерность вектора управляющих воздействий; NS – количество шагов на временном интервале управления ( $NS = [TK - T0]/DT$ ));

6) FrControlFunc – фрейм, реализующий определение вида функции ОУ (NumFunc – номер вида функции ОУ; Sign – атрибут, который принимает значение «1» при возрастающей и «0» при убывающей функции ОУ в начальный момент времени; TP1, TP2, TP3, TP4 – значения времен переключения; CalcNumFunc() – функция вычисления вида функции ОУ; TestCondition1(), TestCondition2(), TestCondition3(), TestCondition4(), TestCondition5(), TestCondition6() – функции проверки выполнения ограничений на управляющие воздействия, подробно рассмотренные в п. 3.4).

База знаний ИУС СВЛ программно реализована с использованием среды визуального программирования Delphi 2007 системы CodeGear RAD Studio.

Важным этапом процесса проектирования ПО ИУС СВЛ является разработка информационной модели базы данных (БД), которая явля-

ется необходимым дополнением функциональной модели [173]. БД ИУС СВЛ предназначена для хранения и дальнейшего использования данных, вводимых в систему при помощи подсистемы графического интерфейса пользователя или являющихся результатами работы программных модулей системы.

ИУС СВЛ обеспечивает управление множеством однотипных объектов (сушильных установок), которые расположены в нескольких цехах и отличаются друг от друга различными технологическими параметрами (количеством секций, типами установленных в секциях калориферов и т.д.). Для каждой СВЛ в зависимости от ее текущего состояния функционирования могут решаться разные ЗОУ и синтезироваться разные алгоритмы управления. При этом синтезируемые алгоритмы ОУ, перед первым применением проходят предварительное тестирование в модуле имитационного моделирования.

В качестве модели представления данных выбрана реляционная модель. Основными преимуществами использования реляционной модели являются минимизация дублирования данных и исключение определенных типов ошибок, возникающих при обработке данных.

Для представления семантики описываемой предметной области и разработки информационной модели БД использовался стандарт IDEF1X. Нотация IDEF1X представляет собой формализованный язык для описания структур данных, основными компонентами которого являются сущности, отношения между сущностями и атрибуты. Сущность представляет собой некоторое множество экземпляров объектов, обладающих общими характеристиками (атрибутами). Отношения представляют собой связи между двумя и более сущностями. Набор атрибутов, который обеспечивает однозначную идентификацию конкретного экземпляра сущности, называют ключевым [182].

Для создания информационных моделей БД в настоящее время применяются CASE-средства, которые позволяют не только создать модель в нотации IDEF1X, но и осуществить автоматическое преобразование полученной инфологической модели в даталогическую модель для конкретной системы управления базами данных (СУБД) [183].

Разработанная информационная модель БД ИУС СВЛ представлена на рис. 3.9. Основными сущностями в проектируемой БД являются: «Исходные данные», «Массив реквизитов», «Результаты», «Функционал затрат» [184].

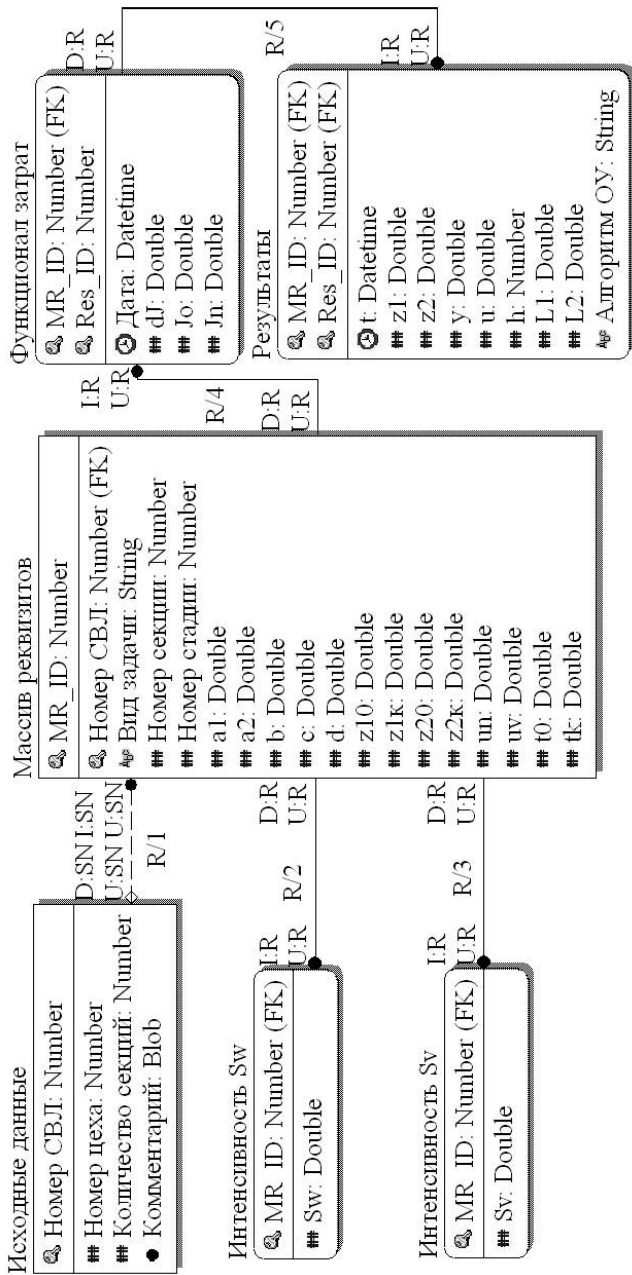


Рис. 3.9. Информационная модель БД



Разработка модели БД осуществлялась с использованием CASE-средства Egwin. Функции СУБД реализованы непосредственно в программных модулях ИУС СВЛ.

### 3.1.5. Программно-техническая реализация системы

Разработка программных модулей ИУС СВЛ осуществлялась в рамках спиральной модели жизненного цикла в соответствии с требованиями стандарта ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207–99 [177]. В процессе разработки ПО использовались CASE-технологии, а также интегрированная среда разработки приложений Delphi RAD-системы CodeGear RAD Studio.

Подсистема графического интерфейса пользователя ИУС СВЛ реализована при помощи технологии MDI (Multiple Document Interface – многодокументный интерфейс). На рисунке 3.10 приведены примеры оформления графического интерфейса пользователя системы для модуля имитационного моделирования.

Техническое обеспечение включает комплекс технических средств, обеспечивающих функционирование программных модулей ИУС, а также документацию на технические средства и технологические процессы. В состав технического обеспечения ИУС СВЛ входят:

1) технические средства канала управления, обеспечивающие реализацию синтезированных системой оптимальных управляющих воздействий (устройства сопряжения с объектом):


– двухпортовые односедельные клапаны LE33 (Ti-P303-01, Spirax/Sarco), предназначенные для плавной регулировки подачи пара в калориферы секций СВЛ, имеющие равнопроцентную характеристику регулирования и максимальную расчетную температуру – 250 °С;

– электроприводы EL5600 (Ti-P358-07, Spirax/Sarco), предназначенные для автоматического регулирования степени открытия штока клапанов подачи пара в калориферы секций СВЛ (применяемый тип двигателя – асинхронный реверсивный; напряжение питания сети – 220 В, 50 Гц; энергопотребление – 9,2 ВА; скорость перемещения штока клапана – 0,25 мм/с; максимальное усилие привода – 1 кН);

2) технические средства канала измерения, обеспечивающие измерение температуры в центре каждой секции СВЛ (измерительные устройства):

– датчики TCM-0193 (ТУ 311-002262253.035–93), предназначенные для измерения температуры различных сред (твердых, жидких и газообразных). Пределы, в которых осуществляются измерения от –50 до +150 °С;

а)

 Ввод данных для расчета

Параметры модели  $a =$    $b =$

Время управления

Начальное время  $t_0 =$

Конечное время  $t_k =$

Шаг  $\delta t =$

Начальное и конечное состояния системы

$X_0 =$    $X_k =$    $X_{kv} =$

Ограничения на управление

$U_n =$    $U_v =$

Комбинированная стратегия управления

Включение Пр с  по  шаг

Запас энергии

$J_{доп} =$

Параметры шумов

Цветной шум в канале управления

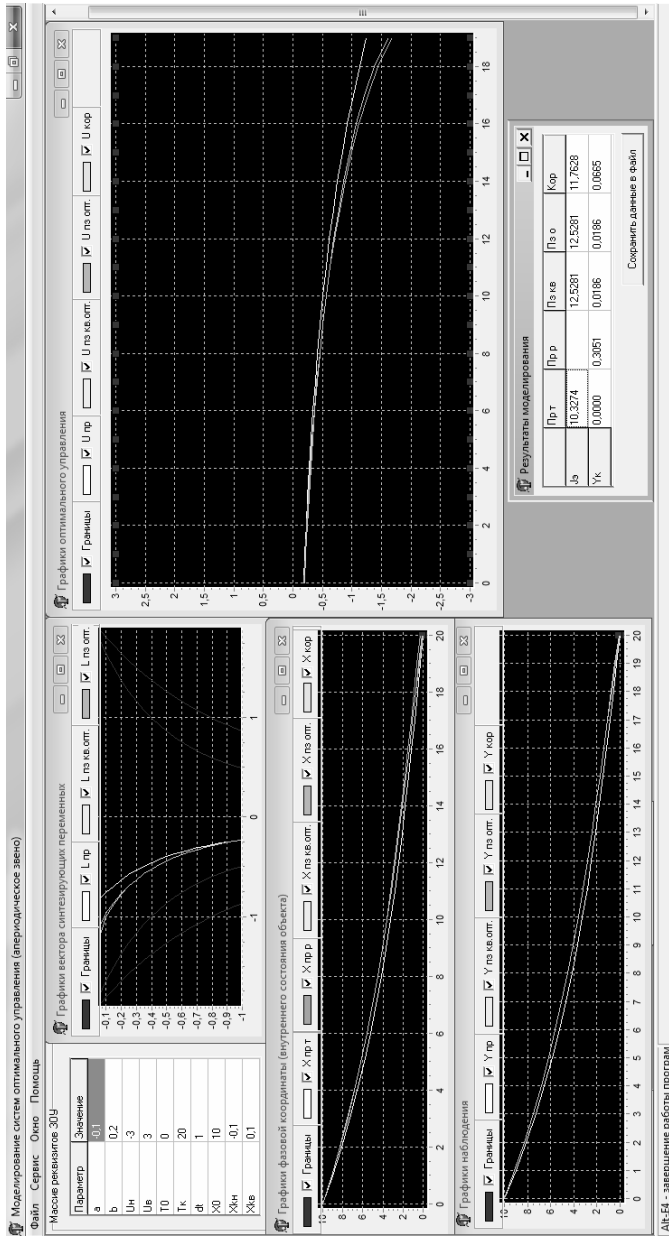
$\sigma_w =$    $\rho_1 =$

$\sigma_\delta =$

Белый шум в канале измерения

$\sigma_y =$

Произвести расчет  Отмена



б)

**Рис. 3.10. Графический интерфейс модуля имитационного моделирования.**  
 а – окно ввода исходных данных; б – окно вывода результатов

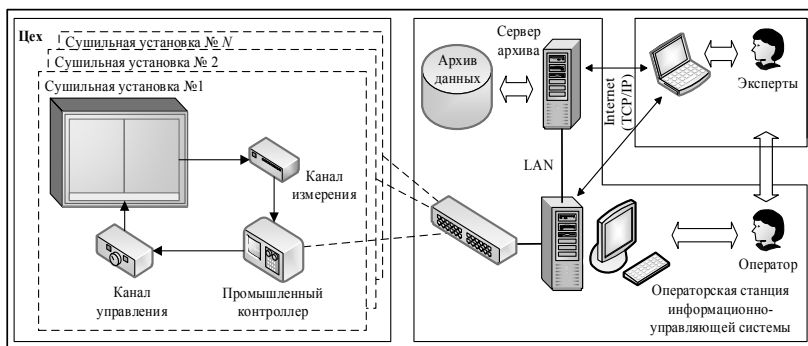
– измерители восьмиканальные УКТ 38-01 (вторичные приборы), используемые совместно с сетевыми адаптерами AC2, предназначены для передачи информации о значениях температуры с датчиков к промышленному контроллеру при помощи интерфейса RS232. Пределы измерений температуры: от  $-40$  до  $+600$  °С. Погрешность измерения  $\pm 0,5\%$ ;

3) промышленные контроллеры WinCon 8000;

4) компьютер на базе операционной системы Microsoft Windows, содержащий программные модули ИУС СВЛ (операторская станция ИУС).

ИУС СВЛ внедрена на ОАО «Пигмент» (г. Тамбов) и применяется для управления динамическими режимами процессов сушки органических красителей, входящих в состав типографской краски.

Схема технической реализации ИУС СВЛ на предприятии с использованием описанных выше технических средств представлена на рис. 3.11.



**Рис. 3.11. Схема технической реализации ИУС СВЛ на предприятии**

На схеме, показанной на рис. 3.11 помимо рассмотренного технического обеспечения также присутствует сервер архива, который предназначен для хранения архива результатов работы ИУС и может быть реализован на базе персонального компьютера или сервера.

### 3.1.6. Практический пример

Рассмотрим пример работы ИУС для управления пятисекционной СВЛ. ЗОУ в этом случае можно сформулировать в следующем виде:

$$\mathbf{M} = \{M_1, M_2, M_3, M_4, M_5\},$$

$$M_1 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{1,1}^1 \\ \dot{z}_{1,1}^2 \\ \dot{z}_{1,2}^1 \\ \dot{z}_{1,2}^2 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,1028 & -0,9747 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,1}^1(t) \\ z_{1,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0875 \end{pmatrix} u_{1,1}(t) + \\ - \begin{pmatrix} 0 \\ -0,2228 \end{pmatrix} w_{1,1}'(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,3464 \end{pmatrix} w_{1,1}^r(t), z_{1,1}^1 \in [20; 59,7); \\ \hline \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,8615 & -0,1319 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1,2}^1(t) \\ z_{1,2}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1,1032 \end{pmatrix} u_{1,2}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,7312 \end{pmatrix} w_{1,2}'(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,2746 \end{pmatrix} w_{1,2}^r(t), z_{1,2}^1 \in [59,7; 71]. \end{cases}$$

$$M_2 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{2,1}^1 \\ \dot{z}_{2,1}^2 \\ \dot{z}_{2,2}^1 \\ \dot{z}_{2,3}^1 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0,1402 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{2,1}^1(t) \\ z_{2,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,788 \end{pmatrix} u_{2,1}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,1091 \end{pmatrix} w_{2,1}'(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,2439 \end{pmatrix} w_{2,1}^r(t), z_{2,1}^1 \in [20; 37,1); \\ \hline -0,3203 z_{2,2}^1(t) + 0,088 u_{2,2}(t) - 0,0941 w_{2,2}'(t) + \\ + 0,733 w_{2,2}^r(t), z_{2,2}^1 \in [37,1; 56,4); \\ \hline -0,1213 z_{2,3}^1(t) + 0,2365 u_{2,3}(t) - 0,102 w_{2,3}'(t) + \\ + 0,328 w_{2,3}^r(t), z_{2,3}^1 \in [56,4; 69,8]. \end{cases}$$

$$M_3 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{3,1}^1 \\ \dot{z}_{3,1}^2 \\ \dot{z}_{3,2}^1 \\ \dot{z}_{3,3}^1 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{3,1}^1(t) \\ z_{3,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,1225 \end{pmatrix} u_{3,1}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0519 \end{pmatrix} w_{3,1}'(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0793 \end{pmatrix} w_{3,1}^r(t), z_{3,1}^1 \in [20; 29,4); \\ \hline -0,284 z_{3,2}^1(t) + 0,1608 u_{3,2}(t) + 0,5175 w_{3,2}'(t) + \\ + 0,8112 w_{3,2}^r(t), z_{3,2}^1 \in [29,4; 51,5); \\ \hline -0,094 z_{3,3}^1(t) + 0,1801 u_{3,3}(t) + 0,1279 w_{3,3}'(t) + \\ + 0,011 w_{3,3}^r(t), z_{3,3}^1 \in [51,5; 71,1]. \end{cases}$$

$$M_4 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{4,1}^1 \\ \dot{z}_{4,1}^2 \\ \dot{z}_{4,1}^3 \\ \dot{z}_{4,1}^4 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,2253 & -0,3757 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{4,1}^1(t) \\ z_{4,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,1772 \end{pmatrix} u_{4,1}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,1317 \end{pmatrix} w_{4,1}^l(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,4508 \end{pmatrix} w_{4,1}^r(t), z_{4,1}^1 \in [20; 58]; \\ \text{-----} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,1492 & -0,0941 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{4,2}^1(t) \\ z_{4,2}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,0516 \end{pmatrix} u_{4,2}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,672 \end{pmatrix} w_{4,2}^l(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,096 \end{pmatrix} w_{4,2}^r(t), z_{4,2}^1 \in [58,7; 71,4]. \end{cases}$$

$$M_5 : \begin{pmatrix} \dot{z}_{5,1}^1 \\ \dot{z}_{5,1}^2 \\ \dot{z}_{5,2}^1 \\ \dot{z}_{5,2}^2 \end{pmatrix} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,1549 & -0,4715 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{5,1}^1(t) \\ z_{5,1}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,1133 \end{pmatrix} u_{5,1}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ -1,1003 \end{pmatrix} w_{5,1}^l(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,0687 \end{pmatrix} w_{5,1}^r(t), z_{5,1}^1 \in [20; 57,9]; \\ \text{-----} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0,8291 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{5,2}^1(t) \\ z_{5,2}^2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,2574 \end{pmatrix} u_{5,2}(t) + \\ + \begin{pmatrix} 0 \\ 0,7862 \end{pmatrix} w_{5,2}^l(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ -0,2604 \end{pmatrix} w_{5,2}^r(t), z_{5,2}^1 \in [57,9; 72,9]. \end{cases}$$

$$y_i^j = z_{i1}^j(t) + v_i^j(t), \quad i = \overline{1, 5}, \quad j = \overline{1, 3},$$

$$z_i^j(t_0) = (20; 20; 20; 20; 20)^T \rightarrow z_i^j(t_k) = (71; 69,8; 71,1; 71,4; 72,9)^T,$$

$$\forall t \in [t_0, t_k]: u_i^j(t) \in [0, 100],$$

$$J = \int_{t_0}^{t_k} |u_i^j(t)| dt \rightarrow \min.$$

На рисунке 3.12 показаны графики управляющих воздействий для каждой секции СВЛ при традиционном и оптимальном управлении.

На рисунке 3.13 приведены графики траекторий изменения температуры в секциях СВЛ при традиционном и оптимальном управлении.

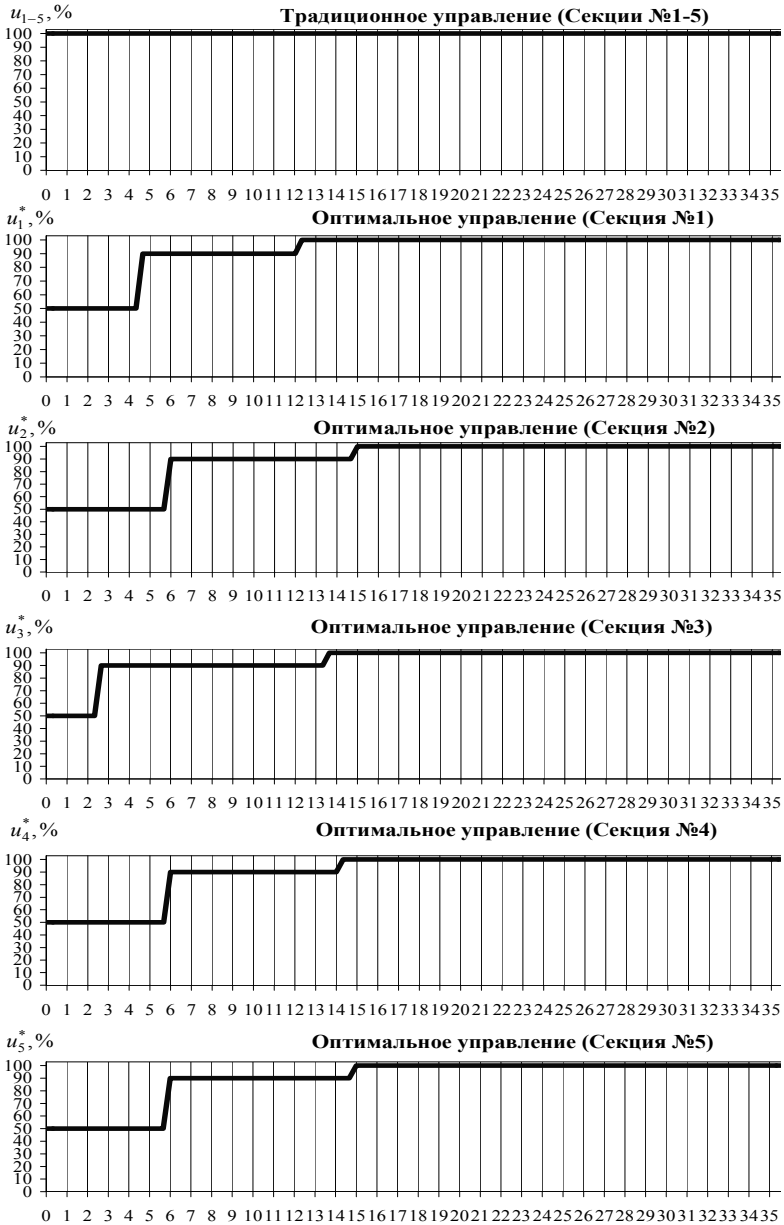


Рис. 3.12. Графики управляющих воздействий

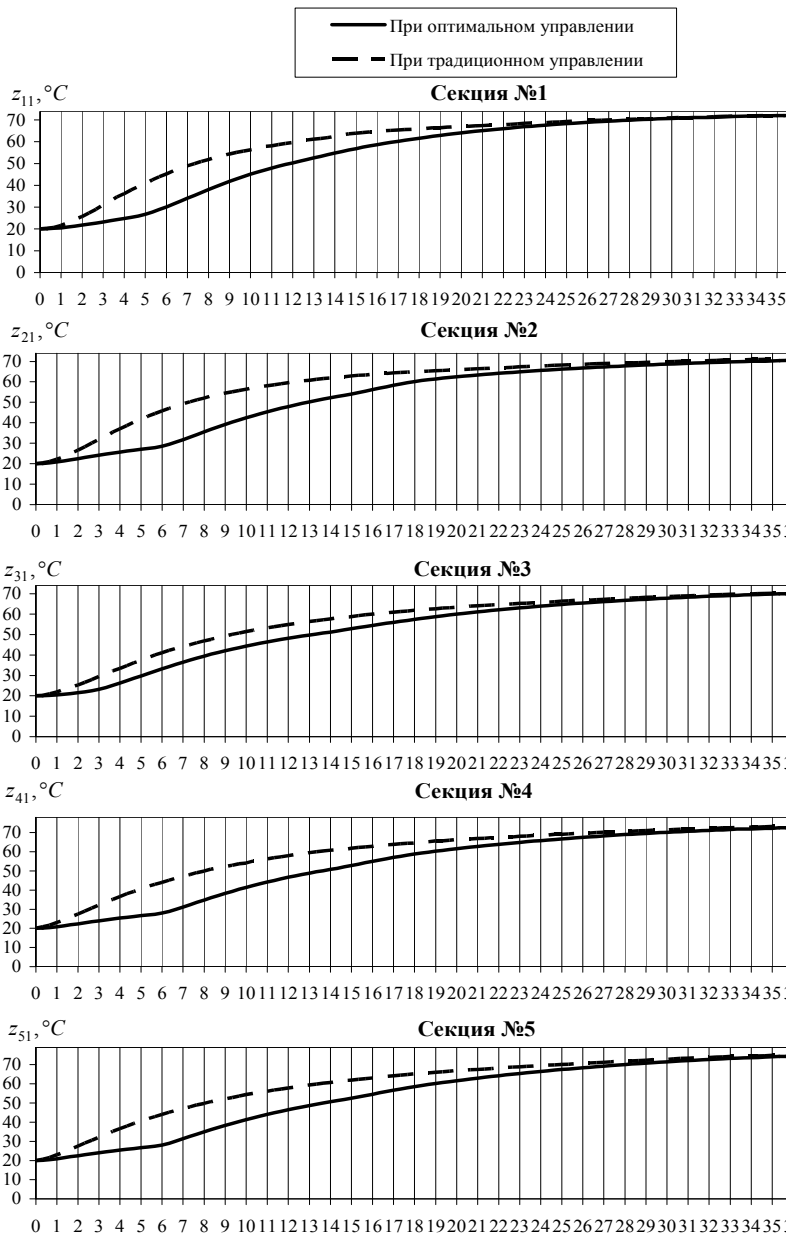


Рис. 3.13. Графики траекторий изменения температуры в секциях СВЛ



Экономия энергоресурсов при оптимальном управлении в рассматриваемом примере составила 5,5 % по сравнению с традиционным, при этом было обеспечено требуемое качество выпускаемой продукции. Внедрение и практическое применение ИУС СВЛ обеспечило снижение затрат энергоресурсов в динамических режимах процессов сушки органических красителей на 5...15%.

## **3.2. ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА СТАТИЧЕСКИМИ РЕЖИМАМИ ВАЛЬЦЕ-ЛЕНТОЧНЫХ СУШИЛЬНЫХ УСТАНОВОК**

### **3.2.1. Постановка задачи управления**

При создании систем управления процессами сушки, требуется учитывать специфические особенности сушильных установок в качестве объектов управления. На практике, для оптимизации процесса сушки зачастую требуется решить громоздкую систему уравнений тепло- и массообмена, что приводит к высокой сложности процесса разработки алгоритмического и программного обеспечения ИУС, обеспечивающих синтез оптимальных управляющих воздействий в режиме реального времени. Другой возможный подход заключается в применении методов искусственного интеллекта при разработке математического и алгоритмического обеспечения ИУС.

СВЛ спроектирована таким образом, что характерные участки кинетической кривой процесса сушки соответствуют отдельным секциям сушильной установки. Для решения задачи управления процессом сушки СВЛ можно рассматривать как многозонный объект, имеющий несколько входов и выходов.

В каждой секции можно выделить два вида управляющих воздействий, оказывающих основное влияние только на эту секцию:  $u_i^{ca}$  – управление степенью открытия сбросного шиберов и воздухозаборного окна в  $i$ -й секции;  $u_i^{nk}$  – управление нагревом парового калорифера в  $i$ -й секции. Еще два управления  $u^{bb}$  – включением/выключением вытяжного вентилятора и  $u^{cl}$  – скоростью движения ленты конвейера, действуют на все секции одновременно. Вектор управляющих воздействий для сушильной установки можно представить в виде

$$U(t) = (U_1(t), \dots, U_5(t), U_0(t)), t \in [t_0, t_k];$$

$$U_i(t) = (u_i^{nk}, u_i^{ca}), i = \overline{1, 5}, U_0(t) = (u^{cl}, u^{bb}),$$

где  $[t_0, t_k]$  – временной интервал управления;  $n$  – число секций СВЛ.

Задача может быть сформулирована в следующем виде: *заданы*:

– технологический режим процесса сушки, определяемый областью допустимых значений для температуры и влажности в секциях сушильной установки

$$T_i(t) \in [T_i^H, T_i^B], \varphi_i(t) \in [\varphi_i^H, \varphi_i^B], i = \overline{1, 5}, \quad (3.1)$$

где  $T_i^H, T_i^B$  – нижнее и верхнее допустимые значения температуры материала в  $i$ -й секции;  $\varphi_i^H, \varphi_i^B$  – нижнее и верхнее допустимые значения влажности  $i$ -й секции;

– ограничения на компоненты вектора управляющих воздействий в каждый момент времени

$$\begin{aligned} u_i^{\text{пк}} &\in [u_i^{\text{пкн}}, u_i^{\text{пкв}}], \quad u_i^{\text{са}} \in [u_i^{\text{сан}}, u_i^{\text{сав}}], \\ u^{\text{сл}} &\in [u^{\text{слн}}, u^{\text{слв}}], \quad u^{\text{вв}} \in [u^{\text{ввн}}, u^{\text{ввв}}], \quad i = \overline{1, 5}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

где  $u_i^{\text{пкн}}, u_i^{\text{пкв}}, u_i^{\text{сан}}, u_i^{\text{сав}}$  – граничные значения управляющих воздействий паровым калорифером, степенью открытия воздухозаборного окна и сбросного шиберов в  $i$ -й секции;  $u^{\text{слн}}, u^{\text{слв}}$  – граничные значения управления скоростью движения ленты продуктового конвейера;  $u^{\text{ввн}}, u^{\text{ввв}}$  – граничные значения управления мощностью вытяжного вентилятора;

– минимизируемый функционал

$$J_{\Sigma} = p_{\text{з}} J_{\text{з}} + p_{\text{пр}} J_{\text{пр}}, \quad (3.3)$$

где  $p_{\text{з}}, p_{\text{пр}}$  – коэффициенты;  $J_{\text{з}}$  – функционал минимума затрат энергии;  $J_{\text{пр}}$  – функционал максимума производительности.

Требуется определить вектор управляющих воздействий

$$U^*(\cdot) = \{U_i^*(t), U_0^*(t), i = \overline{1, 5}, t \in [t_0, t_k]\}, \quad (3.4)$$

который обеспечит с учетом технологического режима СВЛ (3.1) и ограничений (3.2) оптимум функционала (3.3).

### 3.2.2. Структурная схема информационно-управляющей системы

Разработка ИУС процессом сушки осуществлялась с использованием мультиагентного подхода. ИУС включает следующие агенты управления (АУ), которые реализуют управляющие воздействия:

АСЛ – агент управления скоростью ленты  $u^{cl}$ ; АBB – агент управления вытяжным вентилятором  $u^{bb}$ ; АПК – агент управления паровым калорифером  $i$ -й секции  $u_i^{pk}$  и АСА – агент управления сбросным шибером и воздухозаборным окном в  $i$ -й секции  $u_i^{ca}$ . Агент координатор (АК) лежит в основе ИУС. Он координирует работу агентов управления.

Массив параметров агентов управления может быть представлен в виде

$$R_j^{AY} = (u_j^H, u_j^B, \Delta u_j, K_j^{\text{э}}, K_j^{\text{пп}}), \quad j = \overline{1, 12},$$

где  $u_j^H, u_j^B$  – минимальные и максимальные значения управляющего воздействия для  $j$ -ого агента;  $\Delta u_j$  – коэффициент преобразования управления;  $K_j^{\text{э}}, K_j^{\text{пп}}$  – коэффициенты влияния на энергопотребление и производительность.

На рисунке 3.14 приведена структурная схема ИУС процессом сушки на примере пятисекционной СВЛ [185].

В пятисекционных СВЛ зонами максимального влагосъема являются вторая и третья секции, поэтому для мониторинга процесса сушки достаточно трех датчиков. Два датчика влажности (в конце второй и третьей секций) используются для контроля технологического процесса сушки, а третий датчик (в конце пятой секции) применяется для контроля влажности на выходе СВЛ. При этом для оценки влажности пастообразного материала в реальном времени непосредственно в процессе сушки возможно применение интеллектуальной информационно-измерительной системы [186].

Весь коридор СВЛ относительно датчиков влажности можно разделить на три зоны:

- 1) первая и вторая секции;
- 2) третья секция;
- 3) четвертая и пятая секции.

АК имеет в своем составе три агента-наблюдателя (АН1-АН3). АН1 осуществляет наблюдение и контроль за первой зоной СВЛ (первая и вторая секции); АН2, соответственно, за второй зоной (третья секция); АН3, соответственно, за третьей зоной (четвертая и пятая секции). Главной функцией АК является расчет необходимого управления и распределение его между АУ.

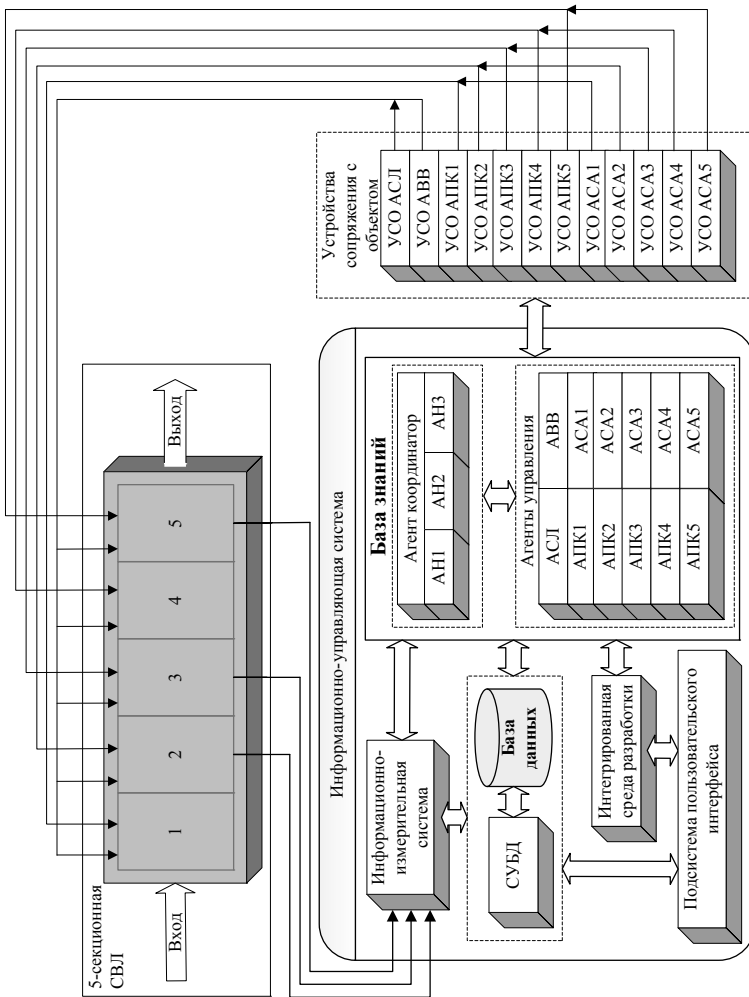


Рис. 3.14. Структурная схема ИУС процессом сушики

Помимо рассмотренных выше модулей в ИУС входят:

- интегрированная среда разработки, которая позволяет инженерам и экспертам вносить изменения в базу знаний; необходимость внесения изменений возникает при замене технологического оборудования или изменении режимов его работы, смене номенклатуры выпускаемой продукции и т.д.;

- подсистема пользовательского интерфейса, которая обеспечивает наглядный и доступный графический интерфейс для ввода данных в систему и вывода результатов;

- система управления базой данных (СУБД) и база данных, в которой хранятся исходные данные и результаты работы системы.

Непосредственная реализация агентами необходимых управляющих воздействий осуществляется при помощи устройств сопряжения с объектом (УСО).

### 3.2.3. Алгоритм синтеза управляющих воздействий

Алгоритм синтеза включает в себя четыре этапа [187]. На первом этапе производится фаззификация значений влажности материала в областях максимального влагосъема (в конце второй и третьей секций СВЛ). Предлагаемый вид функции принадлежности влажности материала показан на рис. 3.15.

В представленной функции принадлежности, области влажности материала обозначены при помощи термов: МВ – намного ниже допустимого, В – ниже допустимого, Р – допустимое, Н – выше допустимого; МН – намного выше допустимого.

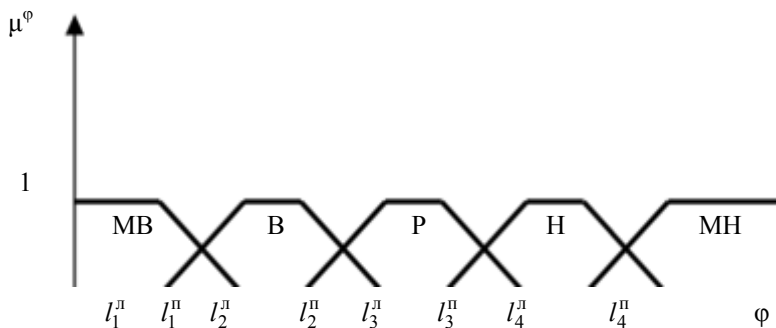


Рис. 3.15. Вид функций принадлежности

Ненулевые вероятности термов могут быть рассчитаны по формуле

$$\mu_i^\varphi = \begin{cases} 1, & \varphi_i \in [l_{j-1}^{ni}; l_j^{ni}], \\ \frac{\varphi_i - l_j^{ni}}{l_j^{ni} - l_j^{pi}}, & \varphi_i \in [l_j^{pi}; l_j^{ni}], \end{cases} \quad (3.5)$$

где  $i = \overline{2, 3}$  – номер секции СВЛ;  $j = \overline{1, 4}$  – номер терма функции принадлежности (рис. 3.15).

На втором этапе алгоритма производится расчет необходимого управляющего воздействия. Для этого в базе данных системы хранится массив коэффициентов  $k_i^u(j)$ ,  $i = 2, 3$ , элементы которого количественно отображают степень отклонения текущей ситуации в  $i$ -й секции СВЛ, определяемой термом  $j$ , от идеального течения технологического процесса сушки. Коэффициенты учитывают тот факт, что длина первой области больше длины второй области в рассматриваемом примере в два раза.

Применение методов нечеткой логики для идентификации текущей ситуации позволяет при помощи конфигурации функций принадлежности создавать сложные нелинейные зависимости между абсолютным отклонением от идеального процесса сушки и необходимым управлением.

Если значения влажности материала в секциях выходят за пределы допустимых значений, то агентами АН1, АН2 и АН3 производится расчет управляющего воздействия, необходимого для возврата технологического режима к допустимым значениям.

На третьем этапе определяются приоритеты агентов управления для реализации управляющего воздействия, рассчитанного на втором этапе.

В процессе расчета управления, АН1 использует АУ, которые могут оказать влияние на технологический процесс в первой зоне, т.е. АПК1, АПК2, АСА1, АСА2; АН2 соответственно АПК3, АСА3; АН3 использует АПК4, АПК5, АСА4, АСА5. Агенты АСЛ и АВВ оказывают влияние на все секции одновременно и управляются напрямую координатором.

В комбинациях ситуаций, когда влажность в первой и второй зоне ниже допустимых значений, управление осуществляет координатор при помощи АСЛ (для повышения производительности), реализуя управление  $\min(|U_2^*|, |U_3^*|)$ , после чего происходит реализация нереа-

лизованной части управления средствами АН1-АН3. В остальных ситуациях реализация управления производится в соответствии с рассчитанными приоритетами.

Для каждого агента в базе данных сохранены параметры, характеризующие его влияние на производительность ( $K_j^{np}$ ) и энергозатраты ( $K_j^3$ ). Следовательно, в различных ситуациях, когда есть несколько альтернативных вариантов реализации управления, необходимо выбрать наиболее оптимальный. Для решения этой задачи оптимизации используются параметры настройки текущего приоритета системы в виде весовых коэффициентов. Далее производится ранжирование приоритетов агентов по группам в порядке убывания. В результате получим три одномерных массива содержащих номера агентов управления в порядке приоритетности их использования.

На четвертом этапе производится распределение управляющего воздействия между агентами и непосредственно его реализация.

В базе данных ИУС для каждого АУ сохранен параметр, который является коэффициентом перевода управления, передаваемого АУ в управляющее воздействие, характерное для данного типа АУ. При такой форме перевода, в случае избытка управления АУ способен преобразовать нереализованное управление в безразмерные единицы и передать его назад координатору в соответствующий ему АН для перераспределения нереализованного управления между другими агентами в соответствии с рассчитанными на предыдущем этапе приоритетами использования АУ.

После того как все необходимое управляющее воздействие оказывается распределенными между АУ, производится его реализация при помощи устройств сопряжения с объектом.

### **Выводы по третьей главе**

1. Формализована ЗОУ динамическими режимами многосекционных сушильных установок. В процессе формализации рассмотрена структура СВЛ как объекта управления и выделены управляющие воздействия и фазовые координаты. Проведена структурная и параметрическая идентификация математических моделей динамики секций СВЛ. Выделены основные факторы, влияющие на изменение состояния функционирования СВЛ в процессе реальной эксплуатации.

2. В ходе предварительного проектирования проведена декомпозиция системы на подсистемы (модули) и создана структурная схема ИУС СВЛ.

3. Создана функциональная модель, детально описывающая процесс функционирования ИУС СВЛ.

4. В ходе детального и интерфейсного проектирования разработаны фреймовая модель базы знаний, информационная модель реляционной базы данных и программные модули ИУС СВЛ.

5. Приведен состав технического обеспечения и рассмотрены особенности технической реализации ИУС СВЛ на предприятии.

6. Приведены результаты практического применения ИУС в производственных условиях для управления динамическими режимами процесса сушки органических красителей, входящих в состав типографской краски. Использование разработанной ИУС СВЛ позволяет снизить затраты энергоресурсов в динамических режимах на 5...15%.

7. Рассмотрены особенности построения ИУС статическими режимами СВЛ. Приведена постановка задачи управления процессом сушки, структурная схема ИУС и алгоритм синтеза управляющих воздействий.



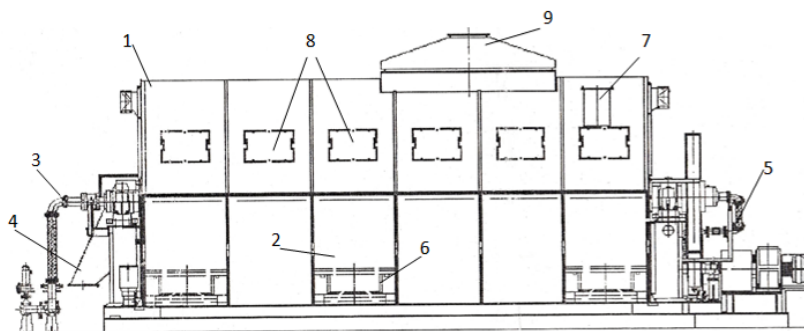
## 4. ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА ДИНАМИЧЕСКИМИ РЕЖИМАМИ БАРАБАННЫХ СУШИЛЬНЫХ УСТАНОВОК

### 4.1. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ БАРАБАННЫМИ СУШИЛЬНЫМИ УСТАНОВКАМИ

В качестве объекта управления рассматривается барабанная кожухотрубная сушильная установка (торговая марка Vetter). Конструкция барабанной сушильной установки (БСУ) представлена на рис. 4.1.

Сушильная установка представляет собой неподвижный корпус, в котором расположен вращающийся барабан, состоящий из двух головных частей, двух трубных плит и развальцованных в них труб. Нагревательная мощность БСУ определяется количеством, длиной и диаметром труб.

Нагрев барабана паром осуществляется по принципу противотока, т.е. пар движется в трубах в противоположном направлении относительно движения материала в сушилке. При этом высушиваемый материал соприкасается с трубами. Транспортировку высушиваемого материала внутри БСУ (от входа к выходу) осуществляют подъемные и подающие скребки, расположенные на внешней окружности барабана. Материал, в процессе сушки, поднимается при помощи скребков к верхней части корпуса, а затем сыпется вниз, проходя через нагретые трубы. За счет этого обеспечивается одновременно и контактная и конвективная сушка.



**Рис. 4.1. Конструкция БСУ:**

1 – корпус; 2 – барабан; 3 – устройство подачи пара; 4 – выход сухого продукта; 5 – устройство отвода отработанного пара; 6 – скребки; 7 – устройство подачи высушиваемого материала; 8 – воздухозаборные окна; 9 – отвод пара

В качестве устройства подачи пара используется автоматическая уплотнительная паровая головка. Для отвода конденсата используются специальные черпаки, а для отвода отработанного выпара используется еще одна паровая уплотнительная головка.

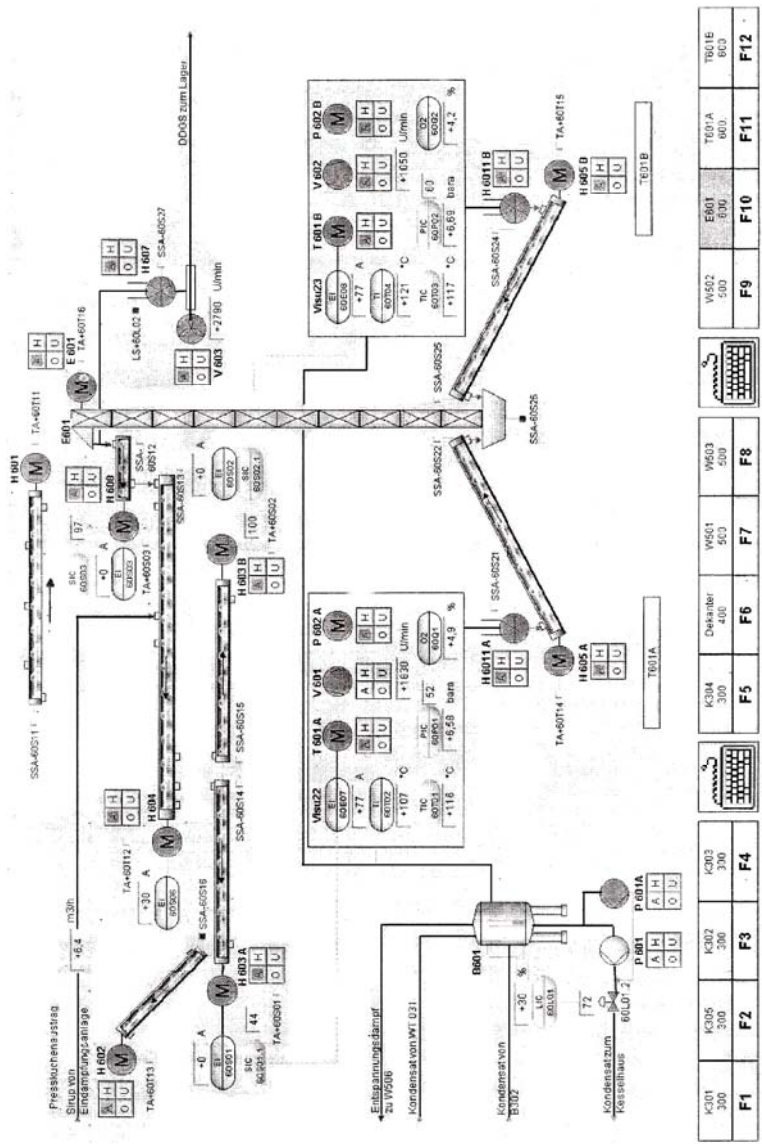
На рассматриваемом производстве (ОАО «Талвис», Тамбовская область), при помощи БСУ осуществляется сушка послеспиртовой барды, которая является побочным продуктом в технологическом процессе производства спирта. Получаемая барда представляет собой сироп, из которого были отобраны необходимые в основном производстве фракции. Поэтому для дальнейшего использования осуществляют сушку барды, после чего она может быть использована в качестве удобрения или кормовой добавки.

На технологический процесс сушки барды накладываются определенные ограничения. В частности, температура материала в процессе сушки должна быть не выше 120 °С, иначе качество конечного продукта будет очень низким. Массовая доля сухой барды может варьироваться в зависимости от области применения и составлять  $90 \pm 1\%$ ,  $93 \pm 2\%$  или  $96 \pm 1\%$ .

На ОАО «Талвис» применяется система управления производством (MES-система – Manufacturing Execution System), реализованная на базе SCADA-системы Siemens WinCC. На рисунке 4.2 показана технологическая схема процессов сушки в рамках существующей системы управления производством. Для сушки барды на предприятии применяются две однотипные БСУ (Т601А и Т601В на рис. 4.2). На рисунке 4.3 показана технологическая схема одной из применяемых на производстве БСУ (Т601А).

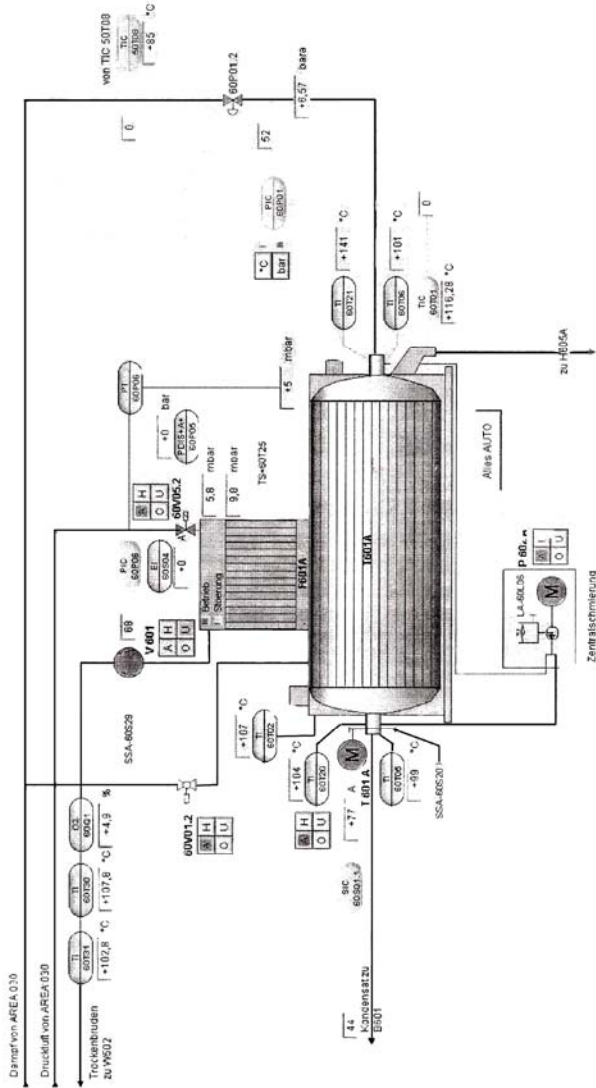
Как показывает практика, задачи оптимизации режимов работы существующих систем управления технологическими объектами, как правило, направлены на выявление предельных возможностей систем и достижение наилучших показателей качества управления. Оптимизация процесса управления является достаточно сложной проблемой, которая связана с интенсификацией и оптимизацией производства. Зачастую те методы управления, которые применяются в действующей системе, до определенного момента являются вполне приемлемыми, но с течением времени становятся недостаточно эффективными и не могут в полной мере обеспечить необходимую гибкость системы управления [188].

Поскольку в применяемой на рассматриваемом предприятии системе управления производством до выполнения настоящей работы отсутствовала система управления динамическими режимами технологических процессов сушки (управление такими режимами осуществлялось в ручном режиме), то возникла задача создания ИУС динамическими режимами БСУ (ИУС БСУ), которая позволит обеспечить одновременное управление обеими БСУ.



F1	K301 300	K302 300	K303 300	K304 300	Dekeator 400	W501 500	W502 500	EB01 500	T601-A 600	T601-B 600	
F2	K305 300	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12

Рис. 4.2. Технологическая схема процессов сушки на предприятии



K-301 300	F1	K-305 300	F2	K-302 300	F3	K-303 300	F4	K-304 300	F5	Dekanter 400	F6	W501 500	F7	W503 500	F8	W502 500	F9	T601B 600	F10	T601A 600	F11	T601E 600	F12
--------------	----	--------------	----	--------------	----	--------------	----	--------------	----	-----------------	----	-------------	----	-------------	----	-------------	----	--------------	-----	--------------	-----	--------------	-----

Рис. 4.3. Технологическая схема БСУ в рамках MES-системы

Для дальнейшей формализации ЗОУ на МСФ рассмотрим основные факторы, оказывающие влияние на изменение состояния функционирования БСУ.

1. Вид используемого сырья:

$$H^c = \{h_k^c, h_o^c, h_p^c, h_p^c, h_c^c, h_y^c\},$$

где  $h_k^c$  – картофель;  $h_o^c$  – овес;  $h_p^c$  – пшеница;  $h_p^c$  – рожь;  $h_c^c$  – сахарная свекла;  $h_y^c$  – ячмень.

2. Массовая доля сухой барды на выходе сушильной установки в процентах:

$$H^{M6} = \{h_1^{M6}, h_2^{M6}, h_3^{M6}\},$$

где  $h_1^{M6} \in [95; 97]$ ;  $h_2^{M6} \in [91; 95]$ ;  $h_3^{M6} \in [89; 91]$ .

3. Массовая доля барды, поступающая со смесительного шнека в процентах:

$$H^{Mш} = \{h_1^{Mш}, \dots, h_9^{Mш}\},$$

где  $h_1^{Mш} \in [20; 23]$ ;  $h_2^{Mш} \in [23; 25]$ ;  $h_3^{Mш} \in [23; 27]$ ;  $h_4^{Mш} \in [27; 28]$ ;  $h_5^{Mш} \in [28; 29]$ ;  $h_6^{Mш} \in [29; 30]$ ;  $h_7^{Mш} \in [30; 31]$ ;  $h_8^{Mш} \in [31; 33]$ ;  $h_9^{Mш} \in [33; 35]$ .

4. Мощность вытяжных вентиляторов, выраженная в процентах:

$$H^{BB} = \{h_1^{BB}, \dots, h_5^{BB}\},$$

где  $h_1^{BB} \in [50; 65]$ ;  $h_2^{BB} \in [65; 80]$ ;  $h_3^{BB} \in [80; 95]$ ;  $h_4^{BB} \in [95; 100]$ ;  $h_5^{BB} \in f(t)$ , в последнем состоянии  $h_5^{BB}$  возможно использование мощности вытяжного вентилятора как дополнительное управляющее воздействие.

5. Температура пара (°C):

$$H^{тп} = \{h_1^{тп}, \dots, h_4^{тп}\},$$

где  $h_1^{тп} \in [160; 165]$ ;  $h_2^{тп} \in [165; 170]$ ;  $h_3^{тп} \in [170; 175]$ ;  $h_4^{тп} \in [175; 180]$ .

6. Давление пара (атм.):

$$H^{дп} = \{h_1^{дп}, h_2^{дп}\},$$

где  $h_1^{дп} \in [5; 6]$ ;  $h_2^{дп} \in [6; 7]$ .

7. Температура окружающей среды ( $^{\circ}\text{C}$ ):

$$H^{\text{TC}} = \{\hbar_1^{\text{TC}}, \dots, \hbar_3^{\text{TC}}\},$$

где  $\hbar_1^{\text{TC}} \in [5;10)$ ;  $\hbar_2^{\text{TC}} \in [10;17)$ ;  $\hbar_3^{\text{TC}} \in [17;25]$ .

8. Работоспособность датчиков температуры воздуха, температуры выпара и влажности воздуха:

$$H^{\text{PD}} = \{\hbar_1^{\text{PD}}, \dots, \hbar_8^{\text{PD}}\},$$

значения компонентов  $H^{\text{PD}}$  приведены в табл. 4.1 (значение «0» означает, что датчик находится в неисправном состоянии, «1» – датчик находится в работоспособном состоянии).

Переменная состояния функционирования зависит от набора значений рассмотренных факторов. При этом общее количество возможных состояний функционирования сушильной установки превышает 150 тысяч.

Проектируемая ИУС предназначена для управления динамическими режимами процессов сушки барды. В данном случае под динамическим режимом следует понимать переход сушильной установки из одного состояния функционирования в другое или значительное изменение значений вектора фазовых координат.

Рассматривая БСУ как объект управления, можно выделить следующие основные фазовые координаты:  $z_1(t)$  – температура выходного материала;  $z_2(t)$  – температура воздуха в сушилке;  $z_3(t)$  – температура отводимого выпара.

#### 4.1. Значения компонентов $H^{\text{PD}}$

Наименование датчика	Значения компонентов $H^{\text{PD}}$							
	$\hbar_1^{\text{PD}}$	$\hbar_2^{\text{PD}}$	$\hbar_3^{\text{PD}}$	$\hbar_4^{\text{PD}}$	$\hbar_5^{\text{PD}}$	$\hbar_6^{\text{PD}}$	$\hbar_7^{\text{PD}}$	$\hbar_8^{\text{PD}}$
Датчик температуры воздуха	1	0	1	1	0	0	1	0
Датчик температуры выпара	1	1	0	1	0	1	0	0
Датчик влажности воздуха	1	1	1	0	1	0	0	0

В качестве управляющего воздействия рассматривается

$$u(t) = p(t)u_s(t),$$

где  $p(t)$  – давление пара;  $u_s(t)$  – степень открытия клапана подачи пара.

Рассмотрим идентификацию математических моделей динамики БСУ для трех ситуаций, определяемых разностью фазовых координат (температур)  $z_1(t)$ ,  $z_2(t)$ ,  $z_3(t)$  [189]:

I.  $z_1(t) - z_2(t) < 0$  – ситуация, которая возникает в результате внепланового временного прекращения работы сушильной установки (например, после отключения электричества на несколько часов);

II.  $z_1 - z_2 > 0$  и  $z_3 - z_1 < 10$  – ситуация, при которой БСУ находится в динамическом режиме работы;

III.  $z_1 - z_2 > 0$  и  $z_3 - z_1 \in [10; 30]$  – ситуация, когда БСУ находится в разогретом состоянии.

В общем виде математическая модель динамики с тремя фазовыми координатами и одним управляющим воздействием имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) + a_3 z_3(t) + b_1 u(t), \\ \dot{z}_2(t) = a_4 z_1(t) + a_5 z_2(t) + a_6 z_3(t) + b_2 u(t), \\ \dot{z}_3(t) = a_7 z_1(t) + a_8 z_2(t) + a_9 z_3(t) + b_3 u(t). \end{cases} \quad (4.1)$$

В процессе решения задачи структурной идентификации были рассмотрены все модели вида (6.1) с минимизацией относительной ошибки по каждой фазовой координате. В результате решения задачи структурной и параметрической идентификации получены математические модели динамики для трех рассмотренных ситуаций. Результаты идентификации приведены в табл. 4.2.

Идентификация моделей динамики осуществлялась с использованием программного модуля [190]. Для идентификации 18 параметров моделей использовались 1120 точек траекторий переменных состояния.

Траектории изменения фазовых координат приведены на рис. 4.4 – 4.6 (сплошными линиями показаны траектории, построенные по экспериментальным данным; пунктирными линиями – траектории, построенные по полученным моделям) [191, 192].

Максимальные значения относительной ошибки идентификации составили: 2,72% – для температуры выходного материала  $z_1(t)$ ; 4,34% – для температуры воздуха  $z_2(t)$ ; 0,88% – для температуры отводимого пара  $z_3(t)$ .

## 4.2. Результаты идентификации математических моделей динамики

Ситуация	Структура модели динамики	Значения параметров
I	$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = a_1 z_1(t), \\ \dot{z}_2(t) = a_5 z_2(t) + a_6 z_2(t) + b_2 u(t), \\ \dot{z}_3(t) = a_9 z_3(t) + b_3 u(t), \end{cases}$	$a_1 = 0,0001328;$ $a_5 = -0,0000002;$ $a_6 = 0,0000051;$ $a_9 = 0,0000799;$ $b_2 = 0,0001533;$ $b_3 = 0,0000403$
II	$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = b_1 u(t) \\ \dot{z}_2(t) = a_5 z_2(t) + a_6 z_3(t) \\ \dot{z}_3(t) = a_9 z_3(t) + b_3 u(t) \end{cases}$	$a_5 = -0,00474;$ $a_6 = 0,00406;$ $a_9 = -0,0001527;$ $b_1 = 0,000148;$ $b_3 = 0,0000811$
III	$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) + b_1 u(t) \\ \dot{z}_2(t) = a_5 z_2(t) + b_2 u(t) \\ \dot{z}_3(t) = a_7 z_1(t) + b_3 u(t) \end{cases}$	$a_1 = -0,0002164;$ $a_2 = -0,0001424;$ $a_5 = -0,00003;$ $a_7 = -0,0000041;$ $b_1 = 0,000285;$ $b_2 = 0,0000012;$ $b_3 = 0,0000308$

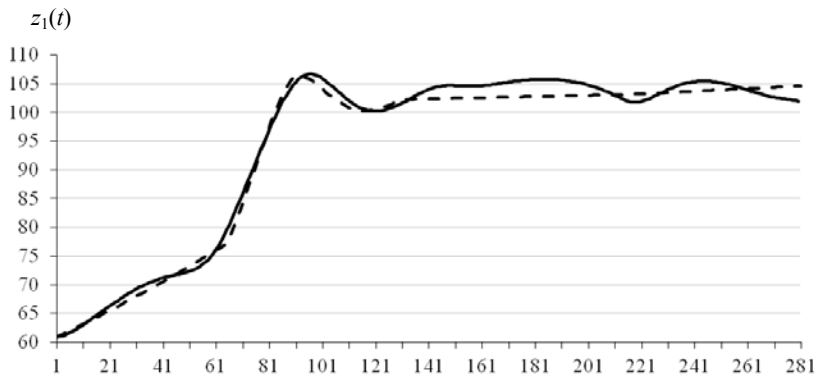
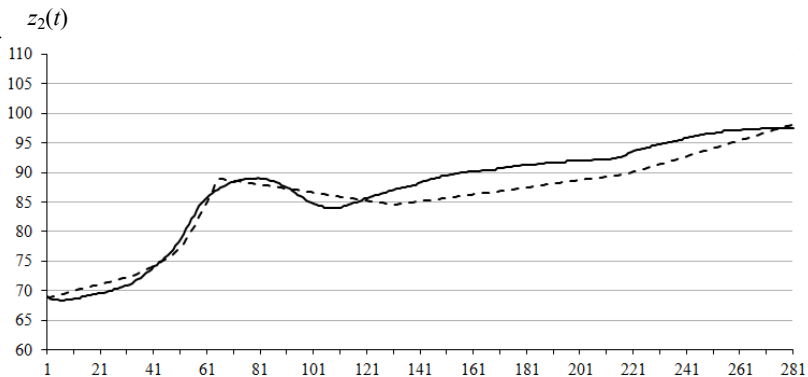
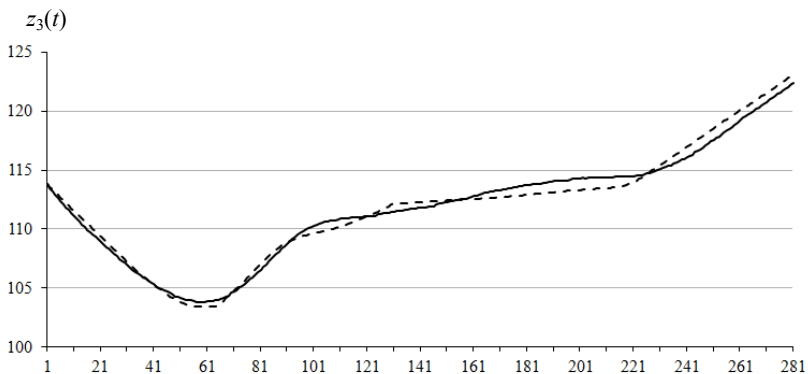


Рис. 4.4. Траектория изменения температуры выходного материала  $z_1(t)$





**Рис. 4.5.** Траектория изменения температуры воздуха  $z_2(t)$



**Рис. 4.6.** Траектория изменения температуры отводимого пара  $z_3(t)$

Полученные в результате идентификации математические модели динамики сушильной установки удовлетворяют требованиям точности и адекватности, а также являются пригодными для оперативного решения задач анализа и синтеза ресурсосберегающего управления и реализации в ИУС БСУ.

## **4.2. ПРОГРАММНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ**

В настоящее время при разработке систем управления технологическими процессами широко применяются SCADA-системы, построенные на платформе Microsoft Windows, поддерживающие стандарт-

ные интерфейсы обмена данными и API функции (Application Programming Interface – интерфейс программирования приложений), что существенно облегчает процесс разработки отдельных подсистем управления и их интеграции в существующие MES-системы [193].

Используемая на предприятии MES-система создана на базе четвертой версии Siemens WinCC и имеет многопользовательскую структуру с несколькими серверами и клиентами. SCADA-система Siemens WinCC предназначена для упрощенной разработки HMI (Human-Machine Interface – человеко-машинный интерфейс), имеет множество инструментов для разработки GUI (Graphical User Interface – графический пользовательский интерфейс) и встроенный язык программирования (С-подобный).

В связи с тем, что в системе Siemens WinCC отсутствует непосредственная поддержка ряда современных парадигм программирования, которые применяются при проектировании ПО ИУС (в частности, не поддерживаются возможности параллельных вычислений, конкурентного и объектно-ориентированного программирования, функционального программирования высоких порядков, отсутствуют механизмы прямой работы с памятью с использованием указателей и т.д.). Поэтому при разработке ПО ИУС в основном применялись методы императивного программирования и функционального программирования первого порядка.

В качестве верхнего уровня иерархии объектов в системе выступает проект, который представляет собой некоторую совокупность графических кадров, переменных (тегов), данных и методов, и описывающих их взаимосвязей.

В WinCC используется три основных подхода к конфигурации систем:

- 1) конфигурация, использующая стандартные ресурсы SCADA-системы;
- 2) конфигурация, использующая внешние приложения Windows посредством стандартных интерфейсов, например, Active X, OLE, DDE или ODBC;
- 3) конфигурация, использующая собственное встроенное в проект приложение, разработанное с помощью встроенного в систему языка программирования.

Система управления предприятием на ОАО «Талвис» реализована с использованием третьего подхода.

Учитывая рассмотренные выше особенности структуры MES-системы предприятия, разработка ИУС БСУ также осуществлялась с использованием третьего подхода путем добавления нескольких новых программных модулей и модификации соответствующих кадров.

Язык программирования, встроенный в систему, имеет статическую типизацию и не имеет поддержки типов, определяемых пользователем, однако в нем есть возможности по обработке записей (структурных тегов), которые формируются из базовых типов. При этом для реализации алгоритмического обеспечения ИУС использовались возможности разработки собственных сценариев и процедур в рамках существующей системы.

Структурная схема ИУС БСУ представлена на рис. 4.7. Система включает четыре модуля, базу знаний и подсистему графического интерфейса [194].

Модуль идентификации модели динамики обеспечивает решение задачи параметрической идентификации модели динамики БСУ. Модуль разработан с применением парадигмы функционального программирования первого порядка и реализован в виде встроенного в проект приложения.

Модуль идентификации текущего состояния функционирования обеспечивает определение текущих значений автоматически измеряемых параметров, влияющих на изменение значения переменной состояния функционирования объекта (массовой доли барды на смесительном шнеке; текущей мощности работы вытяжных вентиляторов; рабочей температуры и давления пара в системе). На основании полученных значений параметров осуществляется определение текущего состояния функционирования БСУ. Программный модуль разработан с применением парадигмы функционального программирования первого порядка и реализован в виде встроенного в проект приложения.

Модуль синтеза управляющих воздействий обеспечивает исследование возможности существования решения ЗОУ для заданных исходных данных и определение вида и параметров функции ОУ для реализации алгоритма синтеза оптимальных управляющих воздействий.

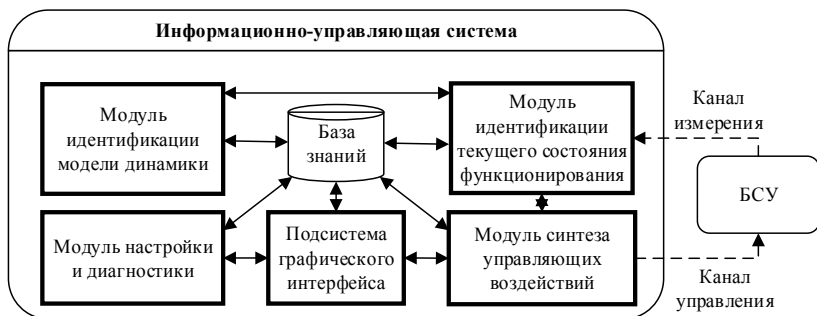


Рис. 4.7. Структурная схема ИУС БСУ

Рассмотренные программные модули разработаны с применением парадигмы функционального программирования первого порядка и реализованы в виде встроенных в проект приложений.

Следует также заметить, что наиболее рациональным методом реализации алгоритма определения видов и параметров функций ОУ является применение объектно-ориентированной парадигмы программирования с использованием механизма наследования. Однако в связи с тем, что система Siemens WinCC не поддерживает возможности объектно-ориентированного программирования, то для реализации алгоритма был реализован самый сложный вариант процедуры для видов функций ОУ  $\bar{u}_i^{15,16}(\bar{r})$ , а другие виды функций рассматривались как частный случай с другой инициализацией.

Модуль настройки и диагностики позволяет технологу производить изменение и дополнение базы знаний системы, в том числе за счет определения дополнительных переменных, оказывающих влияние на состояние функционирования, внесения изменений в используемые модели, алгоритмы и т.д. Программный модуль реализован на основе конфигурации с использованием встроенного языка программирования и стандартных ресурсов системы.

База знаний содержит процедурные знания о функциях, необходимых для синтеза конечной системы уравнений, решение которой определяет параметры функций ОУ для текущего состояния функционирования сушильной установки. База знаний реализована на основе парадигмы функционального программирования первого порядка при помощи создания приложения, встроенного в проект.

В состав базы знаний также включен набор производственных правил, позволяющих в зависимости от текущего состояния функционирования БСУ и значениям компонентов массива исходных данных ЗОУ найти функции синтезирующих переменных для определения возможности существования решения ЗОУ, а также элементарные функции для определения видов и параметров функций ОУ.

Устройства согласования с объектом, каналы управления и измерения (показанные на рис. 4.7 пунктирными линиями) реализованы в рамках существующей системы управления производством. Для реализации подсистемы графического интерфейса были внесены изменения в соответствующие кадры в рамках структуры кадров MES-системы, а именно в кадр, который непосредственно отвечает за управление БСУ (рис. 4.8).

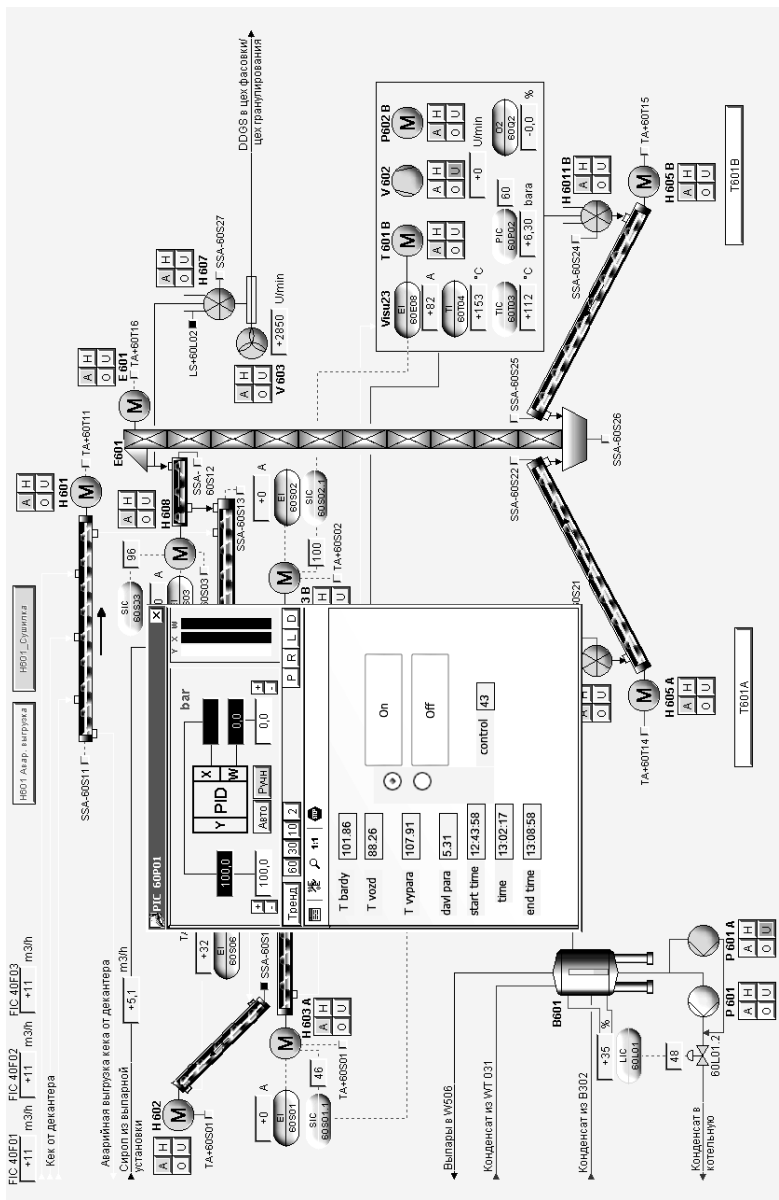


Рис. 4.8. Графический интерфейс пользователя ИУС БСУ

Существующая реализация управляющего регулятора в устоявшихся режимах не изменялась. В графический интерфейс пользователя (где ранее была возможность только ручного управления динамическими режимами) добавлена возможность оптимального управления с использованием разработанных модулей ИУС.

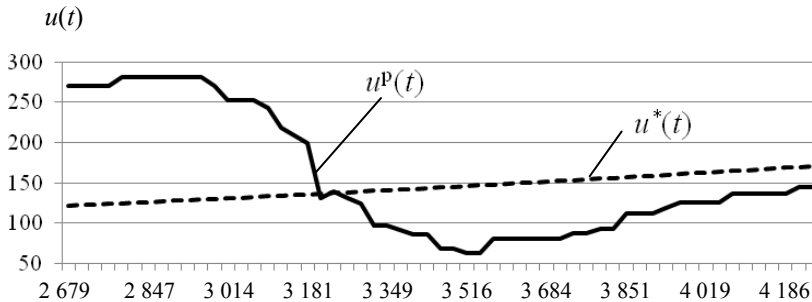
### 4.3. ПРАКТИЧЕСКИЙ ПРИМЕР

Рассмотрим пример работы ИУС для управления БСУ, находящейся в состоянии функционирования:  $h = (\hbar_1^c, \hbar_1^{мб}, \hbar_1^{мш}, \hbar_4^{вв}, \hbar_3^{тп}, \hbar_2^{дп}, \hbar_2^{тс}, \hbar_4^{пл})$  применительно к третьей ситуации (см. табл. 4.2). Модель динамики в этом случае имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = -2,164 \cdot 10^{-4} \cdot z_1(t) + 1,424 \cdot 10^{-4} \cdot z_2(t) + 2,85 \cdot 10^{-4} \cdot u(t); \\ \dot{z}_2(t) = -2,997 \cdot 10^{-5} \cdot z_2(t) + 1,168 \cdot 10^{-6} \cdot u(t); \\ \dot{z}_3(t) = -4,103 \cdot 10^{-6} \cdot z_1(t) + 3,075 \cdot 10^{-5} \cdot u(t). \end{cases}$$

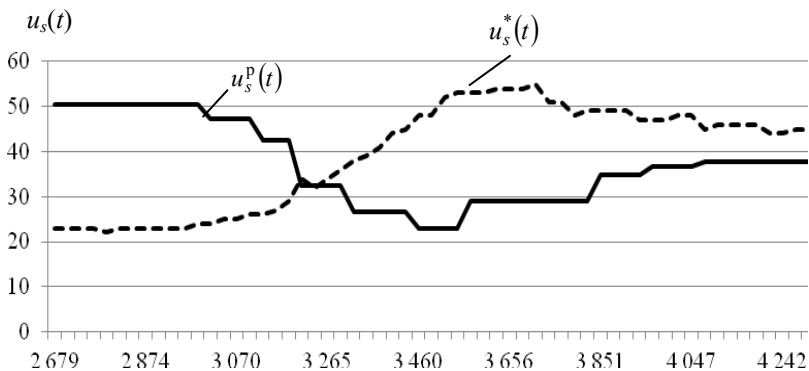
Начальные значения компонентов вектора фазовых координат:  $z_1^0 = 84; z_2^0 = 79; z_3^0 = 98$ , конечные значения  $z_1^0 = 108; z_2^0 = 93; z_3^0 = 115$ .

Сравнение результатов управления сушильной установкой при помощи ручного управления и с использованием программных модулей разработанной ИУС представлено на рис. 4.9 – 4.11.



**Рис. 4.9. Графики управляющих воздействий:**

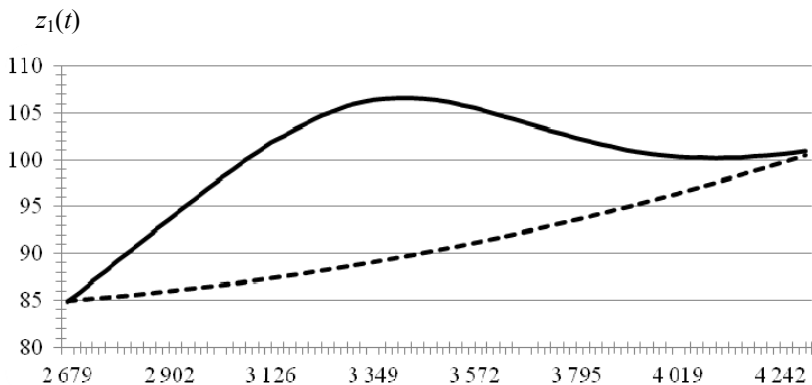
$u^P(t)$  – управление в ручном режиме;  
 $u^*(t)$  – управление с использованием ИУС



**Рис. 4.10. Графики степени открытия паровой головки:**

$u_s^p(t)$  – управление в ручном режиме;

$u_s^*(t)$  – управление с использованием ИУС



a)

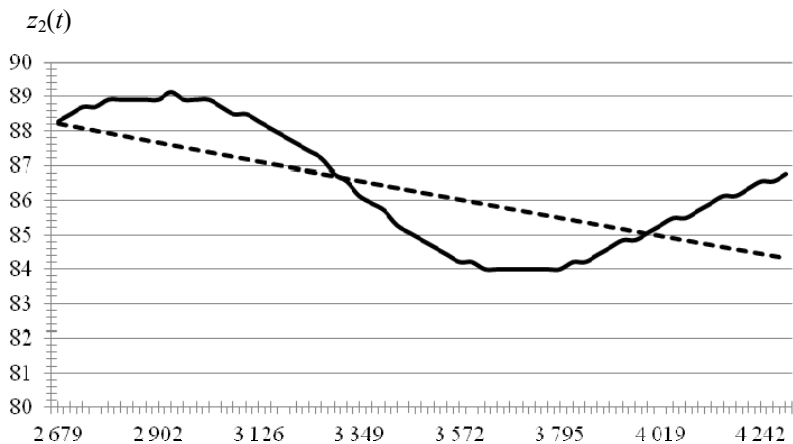
**Рис. 4.11. Графики фазовых координат (начало)**

(сплошные линии – при управлении в ручном режиме,  
пунктирные линии – при управлении с использованием ИУС):

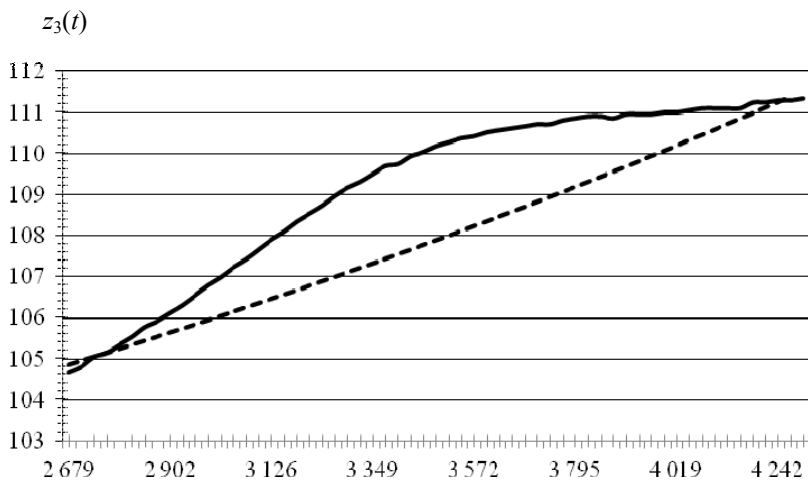
$a$  – температура выходного материала  $z_1(t)$ ;

$\bar{b}$  – температура воздуха в сушильной установке  $z_2(t)$ ;

$\bar{v}$  – температура отводимого выпара  $z_3(t)$



б)



в)

**Рис. 4.11. Графики фазовых координат (окончание)**  
 (сплошные линии – при управлении в ручном режиме,  
 пунктирные линии – при управлении с использованием ИУС):  
 а – температура выходного материала  $z_1(t)$ ;  
 б – температура воздуха в сушильной установке  $z_2(t)$ ;  
 в – температура отводимого пара  $z_3(t)$



Для рассмотренного примера, экономия энергоресурсов составила около 7%. Внедрение разработанной ИУС БСУ обеспечило снижение затрат энергоресурсов в динамических режимах процессов сушки барды в на 5...10%.

### **Выводы по четвертой главе**

1. Формализована ЗОУ динамическими режимами барабанных сушильных установок на МСФ. В процессе формализации рассмотрена структура БСУ как объекта управления и выделены управляющие воздействия и фазовые координаты. Проведена структурная и параметрическая идентификация математических моделей БСУ. Выделены основные факторы, влияющие на изменение состояния функционирования БСУ в процессе реальной эксплуатации.

2. Рассмотрены основные особенности разработки программного обеспечения ИУС и ее интеграции в действующую систему управления производством.

3. Разработана структурная схема и программные модули ИУС БСУ при помощи SCADA-системы WinCC

4. Приведены результаты практического применения ИУС в производственных условиях для управления динамическими режимами процесса сушки послеспиртовой барды. Использование разработанной ИУС БСУ позволяет снизить затраты энергоресурсов в динамических режимах на 5...10%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

---

В монографии рассмотрены теоретические основы и приведены практические примеры построения ИУС многомерными технологическими объектами. Показаны основные методы разработки алгоритмического обеспечения ИУС. Приведено формализованное описание основных видов математических постановок ЗОУ многомерными объектами. Рассмотрены особенности структурной и параметрической идентификации математических моделей динамики многомерных объектов в виде систем дифференциальных уравнений с разрывной правой частью, пригодных для оперативного решения задач анализа и синтеза ОУ. Приведена классификация ЗОУ на МСФ.

Показаны особенности анализа ЗОУ многомерными объектами, в том числе рассмотрен аналитико-графический метод, позволяющий по заданным исходным данным осуществлять графическое построение и исследование области существования решения ЗОУ многомерным объектом. Приведены методы получения видов функций и соотношений для расчета параметров ОУ многомерным объектом с учетом ограничений на управляющие воздействия.

Рассмотрены алгоритмы синтеза оптимальных управляющих воздействий и методика выбора алгоритма синтеза управляющих воздействий для различных состояний функционирования объекта управления.

Рассмотрены информационные технологии, применяемые при решении задач построения ИУС. Показаны основные подходы и рассмотрены примеры инструментальных средств разработки алгоритмического и программного обеспечения ИУС. Показаны особенности построения экспертных систем с непрерывно развивающейся базой знаний, применяемых при разработке алгоритмического обеспечения ИУС. Рассмотрены особенности проектирования ИУС с применением программно-аналитического комплекса.

Приведены практические примеры разработки ИУС многомерными технологическими объектами на примере вальце-ленточных и барабанных сушильных установок.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

---

1. Гудвин, Г. К. Проектирование систем управления / Г. К. Гудвин, С. Ф. Гребе, М. Э. Сальгадо. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. – 911 с.
2. Муромцев, Д. Ю. Энергосберегающее управление сложными объектами / Д. Ю. Муромцев, И. В. Тюрин // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2005. – № 11. – С. 24 – 27.
3. Иванов, С. В. Нейросетевой алгоритм управления котельной / С. В. Иванов, О. А. Белоусов // Актуальные проблемы нано- и микроэлектроники : тез. докл. Всерос. науч. школы. Тамбов : Изд-во Першина Р. В., 2011. – С. 191–192.
4. Bastiani, A. Advanced control and optimization of an ammonia synthesis loop / A. Bastiani // ME Thesis. Department of Electrical and Computer Engineering ; The University of Newcastle, Australia. – 2000.
5. Сучков, А. В. Подход к формированию перечня параметров модели многомерного технологического объекта на примере доменной печи / А. В. Сучков // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2010. – Т. 6, № 9. – С. 54 – 57.
6. Skogestad, S. Multivariable Feedback Control: Analysis and Design / S. Skogestad, I. Postlethwaite. – New York : Wiley, 2005. – 608 p.
7. Kailath, T. Linear systems / T. Kailath. – New Jersey : Prentice-Hall, 1980. – 682 p.
8. Уонэм, М. Линейные многомерные системы управления / М. Уонэм. – М. : Наука, 1980. – 375 с.
9. Rosenbrock, H. H. State-space and multivariable theory / H. H. Rosenbrock. – London : Nelson, 1970. – 375 с.
10. Деруссо, П. Пространство состояний в теории управления / П. Деруссо, Р. Рой, Ч. Клоуз. – М. : Наука, 1970. – 620 с.
11. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А. А. Красовского. – М. : Наука, 1987. – 712 с.
12. Муромцев, Ю. Л. Анализ энергосберегающего управления многомерными объектами / Ю. Л. Муромцев, В. А. Погонин, Р. В. Гребенников // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2007. – Т. 13, № 4. – С. 838 – 846.
13. Промышленная теплоэнергетика и теплотехника : справочник. (Теплоэнергетика и теплотехника; Кн. 4) / под общ. ред. А. В. Клименко и В. М. Зорина. – М. : Изд-во МЭИ, 2004. – 632 с.

14. Леонтьева, А. И. О возможностях повышения эффективности процесса сушки пастообразных полупродуктов органических красителей / А. И. Леонтьева [и др.] // Журнал прикладной химии. – 2000. – Т. 73, Вып. 3. – С. 456 – 458.
15. Тюрин, И. В. Оптимальное управление температурным профилем сложных объектов / И. В. Тюрин, Е. Н. Яшин // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2006. – № 9. – С. 1 – 4.
16. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. В. Мищенко. – М. : Физматгиз, 1969. – 384 с.
17. Понтрягин, Л. С. Принцип максимума в оптимальном управлении / Л. С. Понтрягин. – М. : Изд-во «Едиториал УРСС», 2004. – 64 с.
18. Арутюнов, А. В. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения / А. В. Арутюнов, Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров. – М. : Факториал Пресс, 2006. – 144 с.
19. Милютин, А. А. Принцип максимума в общей задаче оптимального управления / А. А. Милютин. – М. : Физматлит, 2001. – 303 с.
20. Габасов, Р. Принцип максимума в теории оптимального управления / Р. Габасов, Ф. М. Кириллова. – М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. – 272 с.
21. Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1960. – 400 с.
22. Беллман, Р. Некоторые вопросы математической теории процессов управления / Р. Беллман, И. Гликсберг, О. Гросс. – М. : Иностранная литература, 1962. – 336 с.
23. Беллман, Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М. : Наука, 1965. – 458 с.
24. Атанс, М. Оптимальное управление / М. Атанс, П. Л. Фалб ; пер. с англ. – М. : Мир, 1968. – 764 с.
25. Бертсекас, Д. Стохастическое оптимальное управление / Д. Бертсекас, С. Шрив. – М. : Наука, 1985. – 280 с.
26. Казаков, И. Е. Методы оптимизации стохастических систем / И. Е. Казаков, Д. И. Гладков. – М. : Наука, 1987. – 304 с.
27. Лэннинг, Дж. Случайные процессы в задачах автоматического управления / Дж. Лэннинг, Р. Бэттин. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1958. – 388 с.
28. Фельдбаум, А. А. Основы теории оптимальных автоматических систем / А. А. Фельдбаум. – М. : Физматгиз, 1966. – 624 с.

29. Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – М. : Мир, 1975. – 684 с.
30. Бессонов, А. Н. Методы и средства идентификации динамических объектов / А. Н. Бессонов, Ю. В. Загашвили, А. С. Маркелов. – Л. : Энергоатомиздат, 1989. – 300 с.
31. Бутковский, А. Г. Методы управления системами с распределенными параметрами / А. Г. Бутковский. – М. : Наука, 1975. – 568 с.
32. Рапопорт Э. Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами / Э. Я. Рапопорт. – М. : Высшая школа, 2009. – 680 с.
33. Лионс, Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными / Ж.-Л. Лионс. – М. : Мир, 1972. – 414 с.
34. Александров, А. Г. Оптимальные и адаптивные системы / А. Г. Александров. – М. : Высшая школа, 1989. – 263 с.
35. Муромцев, Ю. Л. Моделирование и оптимизация сложных систем при изменениях состояния функционирования / Ю. Л. Муромцев, Л. Н. Ляпин, О. В. Попова. – Воронеж : Изд-во ВГУ, 1992. – 164 с.
36. Лейтман, Дж. Введение в теорию оптимального управления / Дж. Лейтман. – М. : Наука, 1968. – 192 с.
37. Олейников, В. А. Основы оптимального и экстремального управления : учебное пособие для студентов вузов / В. А. Олейников, Н. С. Зотов, А. М. Пришвин. – М. : Высшая школа, 1969. – 296 с.
38. Алексеев, В. М. Оптимальное управление / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин. – М. : Наука, 1979. – 432 с.
39. Муромцев, Д. Ю. Методы и алгоритмы синтеза энергосберегающего управления технологическими объектами : монография / Д. Ю. Муромцев. – Тамбов ; М. ; СПб. ; Баку ; Вена : Изд-во «Нобелистика», 2005. – 202 с.
40. Грибков, А. Н. Информационно-управляющая система динамическими режимами в многосекционных сушильных установках / А. Н. Грибков // Информатика и системы управления. – 2009. – № 2(20). – С. 123 – 129.
41. Муромцев, Ю. Л. Использование включаемости для моделирования сложных информационных процессов и систем / Ю. Л. Муромцев, В. М. Тютюнник // Науч.-техн. информация. Сер. 2. Информ. процессы и системы. – 2006. – № 12. – С. 8 – 12.
42. Муромцев, Ю. Л. Включаемость сложных систем / Ю. Л. Муромцев, Л. Н. Ляпин // Сб. тр. / Всесоюз. науч.-исслед. ин-т систем. исслед. – М., 1988. – Вып. 14. – С. 14 – 25.

43. Муромцев, Ю. Л. Включаемость как условие обеспечения робастности систем управления / Ю. Л. Муромцев, В. М. Тютюнник, П. В. Малев // Информационные системы и процессы : сб. науч. тр. – Тамбов ; М. ; СПб ; Баку ; Вена : Изд-во «Нобелистика», 2007. – Вып. 6. – С. 15 – 18.

44. Муромцев, Ю. Л. Включаемость в моделировании информационных систем / Ю. Л. Муромцев, В. М. Тютюнник // Информационные системы и процессы : сб. науч. тр. – Тамбов ; М. ; СПб. ; Баку ; Вена : Изд-во «Нобелистика», 2006. – Вып. 4. – С. 5 – 17.

45. Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг. – М. : Наука, 1991. – 432 с.

46. Дейч, А. М. Методы идентификации динамических объектов / А. М. Дейч. – М. : Энергия, 1979. – 240 с.

47. Балакирев, В. С. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов управления / В. С. Балакирев, Е. Г. Дудников, А. М. Цирлин. – М. : Энергия, 1967. – 232 с.

48. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник; в 5 т. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 640 с.

49. Сейдж, Э. П. Идентификация систем / Э. П. Сейдж, Дж. Л. Мелса. – М. : Наука, 1974. – 248 с.

50. Цыпкин, Я. З. Информационная теория идентификации / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука, 1995. – 336 с.

51. Филиппов, А. Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А. Ф. Филиппов. – М. : Наука, 1985. – 224 с.

52. Микропроцессорные системы оптимального управления : учебное пособие / Ю. Л. Муромцев, Л. Н. Ляпин, В. В. Качкин, Е. В. Сатина. – Тамбов : ТИХМ, 1990. – 93 с.

53. Муромцев, Ю. Л. Микропроцессорные системы энергосберегающего управления : учебное пособие / Ю. Л. Муромцев, Л. П. Орлова. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001. – 80 с.

54. Артемова, С. В. Энергосберегающее управления технологическими процессами нагрева (на примере установки отжига магнитопроводов) : дис. ... канд. техн. наук: 05.13.07 / С. В. Артемова. – Тамбов, 1998. – 149 с.

55. Муромцев, Ю. Л. Метод синтезирующих переменных при оптимальном управлении линейными объектами / Ю. Л. Муромцев,

Л. Н. Ляпин, Е. В. Сатина // Приборостроение. Изв. вузов. – 1993. – № 11–12. – С. 19 – 25.

56. Ляпин, Л. Н. Оптимальный по минимуму затрат регулятор объекта двойного интегрирования / Л. Н. Ляпин, Ю. Л. Муромцев, О. В. Попова // Техническая кибернетика. – 1992. – № 2. – С. 19 – 22.

57. Грибков, А. Н. Метод синтезирующих переменных в задаче оптимального управления МИМО-объектом / А. Н. Грибков, И. А. Куркин, И. С. Базылюк, Е. Ю. Кривошеина // Проблемы ноосферной безопасности и устойчивого развития : сб. науч. ст. молодых ученых и студентов. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2010. – Вып. 1. – С. 208 – 211.

58. Грибков А. Н. Модифицированный метод синтезирующих переменных и его применение в задачах оптимального управления многомерными линейными объектами / А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Робототехника в сельскохозяйственных технологиях : мат-лы Междунар. науч. практ. конф. – Мичуринск : Изд-во Мичуринского госагроуниверситета, 2014. – С. 168 – 172.

59. Грибков, А. Н. К вопросу оценки области существования решения задачи оптимального управления в МИМО-системах / А. Н. Грибков, А. Е. Ерышов, Р. В. Гребенников // Информационные системы и процессы : сб. науч. тр. / под ред. В. М. Тютюнника. – Тамбов; М.; СПб.; Баку; Вена : Изд-во «Нобелистика», 2007. – С. 21–22.

60.. Алгоритм анализа области существования решения задачи оптимального управления многомерным объектом / А. Н. Грибков, И. А. Куркин, И. С. Базылюк, Е. Ю. Кривошеина // Проблемы техногенной безопасности и устойчивого развития : сб. науч. ст. молодых ученых, аспирантов и студентов. – Тамбов : Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2011. – Вып. II. – С. 63 – 67.

61. Грибков, А. Н. Аналитико-графический метод исследования области существования решения задачи оптимального управления многомерным объектом / А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Информатика и системы управления. – 2011. – № 3(29). – С. 141 – 152.

62. Грибков, А. Н. К вопросу повышения помехоустойчивости каналов управления и измерения информационно-управляющих систем / А. Н. Грибков, И. А. Куркин, И. С. Базылюк // Наука и устойчивое развитие общества. Наследие В. И. Вернадского : сб. материалов 3-й междунар. науч.-практ. конф. – Тамбов : Изд-во ТАМБОВПРИНТ, 2008. – С. 436–437.

63. Грибков, А. Н. Особенности разработки алгоритмического обеспечения помехоустойчивых микропроцессорных систем оптимального управления / А. Н. Грибков // Биотехнические, медицинские

и экологические системы и комплексы : сб. материалов XXVII Всерос. науч.-техн. конф. студентов, молодых ученых и специалистов (Биомедсистемы-2014). – Рязань : ООО «НПЦ «Информационные технологии», 2014. – С. 17 – 19.

64. Артемов, А. А. К вопросу существования решения задачи энергосберегающего управления в условиях помех / А. А. Артемов, С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2003. – Т. 8, Вып. 3. – С. 341.

65. Метод исследования области существования решения задачи оптимального управления при наличии случайных возмущений / А. Н. Грибков, С. В. Артемова, И. А. Куркин, П. А. Подхватилин // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2012. – Т. 18, № 2. – С. 345 – 349.

66. Грибков, А. Н. К вопросу существования решения задачи оптимального управления при наличии случайных возмущений / А. Н. Грибков // Актуальные проблемы вузовской науки: теоретические и практические аспекты : мат-лы Всерос. науч. практ. конф. – Тамбов : Издательский дом ТГУ им. Г. Р. Державина, 2009. – С. 226 – 230.

67. Расширенный анализ задач оптимального управления Информационные процессы и управление [Электронный журнал] / С. В. Артемова, А. Н. Грибков, А. Е. Ерышов, М. А. Артемова – Тамбов : ТГТУ, 2006. – № 1. <http://www.tstu.ru/ipu/2006-1/002.pdf>.

68. Грибков, А. Н. Программный модуль построения области существования решения задачи оптимального управления при наличии случайных возмущений / А. Н. Грибков, И. В. Белолипецкий // Актуальные проблемы вузовской науки: теоретические и практические аспекты : материалы III Всерос. науч. практ. конф. – Тамбов : Издательский дом ТГУ им. Г. Р. Державина, 2010. – С. 119 – 122.

69. Грибков, А. Н. Аналитический метод получения видов функций и расчета параметров оптимального управления многомерным объектом с учетом ограничений на управляющие воздействия / А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Информатика и системы управления. – 2014. – № 3(41). – С. 71 – 83.

70. Грибков, А. Н. Об одном подходе к получению видов функций оптимального управления многомерным объектом с учетом ограничений на управляющие воздействия / А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Управление большими системами : материалы X Всерос. шк. конф.



молодых ученых. – Уфа : Уфимск. гос. авиац. тех. ун-т, 2013. – Т. 1. – С. 42 – 45.

71. Kalman, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems / R. E. Kalman // Trans. ASME Journal Basic Engineering. – 1960. – P. 35 – 45.

72. Kalman, R. E. New results in linear filtering and prediction theory / R. E. Kalman, R. C. Bucy // Trans. ASME, Journal Of Basic Engineering. – 1961. – V. 83, N 1. – P. 35 – 78.

73. Балакришнан, А. Теория фильтрации Калмана / А. Балакришнан. – М. : Мир, 1988. – 168 с.

74. Браммер, К. Фильтр Калмана-Бьюси / К. Браммер, Г. Зиффлинг. – М. : Наука, 1982. – 210 с.

75. Simon, D. Kalman Filtering / D. Simon // Embedded systems programming. – 2001. – P. 72 – 79.

76. Гришин, Ю. П. Динамические системы, устойчивые к отказам / Ю. П. Гришин, Ю. М. Казаринов. – М. : Радио и связь, 1985. – 176 с.

77. Артемова, С. В. Влияние интенсивности помех на минимизируемый функционал при энергосберегающем управлении с оптимальной фильтрацией / С. В. Артемова, Д. Ю. Муромцев, А. Н. Грибков // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2002. – Т. 8, № 3. – С. 402 – 409.

78. Артемова, С. В. Информационная технология энергосберегающего управления объектами в условиях помех / С. В. Артемова, Д. Ю. Муромцев, А. Н. Грибков // IV Междунар. конгресс «Машиностроительные технологии '04». – Варна, Болгария, 2004. – С. 127 – 129.

79. Муромцев, Ю. Л. Энергосберегающее управление в условиях помех / Ю. Л. Муромцев, С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Энергосбережение – теория и практика : тр. первой Всерос. шк.-семинара молодых ученых и специалистов. – М. : Изд-во МЭИ, 2002. – С. 49 – 53.

80. Грибков, А. Н. Анализ и синтез оптимального управления объектом первого порядка при наличии случайных возмущений / А. Н. Грибков, С. В. Артемова // Радиотехника. – 2010. – № 5. – С. 23 – 27.

81. Красовский, А. А. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами / А. А. Красовский. – М. : Наука, 1977. – 271 с.

82. Шендрик, В. С. Синтез оптимальных управлений методом прогнозирующей модели / В. С. Шендрик // ДАН СССР. – 1975. – Т. 224, № 3. – С. 561–562.

83. Романенко, А. Ф. Аппроксимативные методы анализа случайных процессов / А. Ф. Романенко, Г. А. Сергеев. – М. : Энергия, 1974. – 176 с.

84. Кольтюков, Н. А. Применение прогнозирующей модели в системе оптимального энергосберегающего управления резиносмесителем / Н. А. Кольтюков, С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Труды ТГТУ. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2002. – Вып. 11. – С. 159 – 163.

85. Артемова, С. В. Прогнозирование и компенсация возмущения в системах оптимального управления / С. В. Артемова, Д. Ю. Муромцев, А. Н. Грибков // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2003. – Т. 9, № 4. – С. 632 – 637.

86. Артемова, С. В. К вопросу повышения качества функционирования системы энергосберегающего управления в условиях помех / С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Метрология, стандартизация, сертификация и управление качеством продукции. – Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2003. – С. 91 – 93.

87. Артемова, С. В. Информационная технология аналитического конструирования энергосберегающего управления / С. В. Артемова, А. Н. Грибков, Д. Ю. Муромцев // Информационные системы и процессы. – Тамбов-Москва-С.-Петербург-Баку-Вена : Изд-во «Нобелистика», 2004. – С. 48 – 52.

88. Артемова, С. В. Информационная технология анализа и синтеза энергосберегающего управления с использованием нечеткой логики / С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Информационные системы и процессы. – Тамбов-Москва-С.-Петербург-Баку-Вена : Изд-во «Нобелистика», 2003. – С. 165 – 169.

89. Артемова, С. В. Алгоритмы мягкой и жесткой коррекции энергосберегающего управления динамическими объектами при наличии помех / С. В. Артемова, А. Н. Грибков, А. А. Артемов // Актуальные проблемы информатики и информационных технологий. – Тамбов : Изд-во ТГУ, 2003. – С. 8–9.

90. Небылов, А. В. Гарантирование точности управления / А. В. Небылов. – М. : Наука, Физматлит, 1998. – 304 с.

91. Артемова, С. В. Система робастного энергосберегающего управления процессами нагрева / С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2006. – № 5. – С. 31 – 34.

92. Грибков, А. Н. Алгоритм ресурсосберегающего управления динамическими режимами многосекционных сушильных установок / А. Н. Грибков, С. В. Артемова // Известия Томского политехнического университета. – 2008. – Т. 313, № 4. – С. 48 – 50.

93. Артемова, С. В. Информационная технология синтеза оптимальной структуры алгоритмического обеспечения системы энергосберегающего управления / С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2010. – № 4. – С. 14 – 19.

94. Грибков, А. Н. Методология построения интеллектуальных информационно-управляющих систем многомерными объектами на множестве состояний функционирования / А. Н. Грибков // Проблемы техногенной безопасности и устойчивого развития : сб. науч. ст. молодых ученых, аспирантов и студентов. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2015. – Вып. 6. – С. 31 – 34.

95. Андреев, Е. Б. SCADA-системы: взгляд изнутри / Е. Б. Андреев, Н. А. Куцевич, О. В. Синенко. – М. : Изд-во «РТСофт», 2004. – 176 с.

96. Маклаков, С. В. BPwin и Erwin. CASE-средства разработки информационных систем / С. В. Маклаков. – М. : Диалог-МИФИ, 2001. – 304 с.

97. Норенков, И. П. Основы автоматизированного проектирования / И. П. Норенков – 4-е изд. перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. – 430 с.

98. Муромцев, Д. Ю. Информационные технологии проектирования систем энергосберегающего управления / Д. Ю. Муромцев // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2007. – Т. 13, № 3. – С. 735 – 740.

99. Туманов, В. Е. Проектирование реляционных хранилищ данных / В. Е. Туманов, С. В. Маклаков. – М. : Диалог-МИФИ, 2007. – 333 с.

100. Маклаков, С. В. Моделирование бизнес-процессов с AllFusion Process Modeler. Практическое руководство / С. В. Маклаков. – М. : Диалог-МИФИ, 2008. – 224 с.

101. Боггс, У. UML и Rational Rose / У. Боггс, М. Боггс. – М. : «Лори», 2008. – 600 с.

102. Фленов, М. Е. Библия Delphi / М. Е. Фленов. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : БХВ-Петербург, 2009. – 800 с.

103. Фаронов, В. В. Delphi. Программирование на языке высокого уровня : учебник для ВУЗов / В. В. Фаронов. – СПб. : Питер, 2010. – 640 с.

104. Архангельский, А. Я. Программирование в C++ Builder / А. Я. Архангельский. – М. : Бином, 2010. – 896 с.

105. Федоренко, Ю. П. Алгоритмы и программы на C++ Builder / Ю. П. Федоренко. – М. : ДМК Пресс, 2010. – 544 с.

106. Дьяконов, В. П. МАТЛАВ. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник / В. П. Дьяконов, В. В. Круглов. – СПб. : Питер, 2001. – 448 с.

107. Дьяконов, В. П. MATLAB. Полный самоучитель / В. П. Дьяконов. – М. : ДМК Пресс, 2010. – 768 с.

108. Дьяконов, В. П. Maple 6 : учебный курс / В. П. Дьяконов. – СПб. : Питер, 2001. – 608 с.

109. Аршакян, А. А. Модульное построение цифровой информационно-управляющей системы самолетов нового поколения / А. А. Аршакян, Е. А. Макарецкий, А. А. Шишков // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2013. – Вып. 6. – Ч. 2. – С. 161 – 169.

110. Боровиков, Ю. С. Информационно-управляющая система мультипроцессорного комплекса моделирования в реальном времени энергосистем / Ю. С. Боровиков, А. О. Сулайманов // Электротехника. – 2013. – № 5. – С. 56 – 63.

111. Индустриальные информационно-управляющие системы: от проектирования и разработки до практической реализации / С. К. Голушко и др. // Вычислительные технологии. – 2013. – Т. 18. – Спец. вып. – С. 4 – 11.

112. Микрин, Е. А. Разработка моделей и методов проектирования информационно-управляющих систем космических аппаратов / Е. А. Микрин, В. В. Кульба, В. В. Павлов // Автоматика и телемеханика. – 2013. – № 3. – С. 38 – 50.

113. Шипитько, И. А. Информационно-управляющая система маловысотного аэромобильного комплекса / И. А. Шипитько, В. И. Богданов // Вестник инженерной школы Дальневосточного федерального университета. – 2013. – № 1(14). – С. 106 – 108.

114. Безмен, Г. В. Использование программных моделей для диагностирования информационно-управляющих систем / Г. В. Безмен, Н. В. Колесов // Программирование. – 2014. – № 5. – С. 56 – 67.

115. Тарасов, Е. М. Технологический цикл проектирования и технической реализации информационно-управляющих систем / Е. М. Тарасов, М. И. Кулшар // Известия академии управления: теория, стратегии, инновации. – 2014. – № 1(15). – С. 26 – 28.

116. Метод повышения общесистемного уровня надежности программного обеспечения информационно-управляющих систем / Р. Ю. Царев и др. // Решетневские чтения. – 2013. – Т. 2. № 17. – С. 267 – 269.

117. Гуда, А. Н. Формальная верификация встроенного программного обеспечения в информационно-управляющих системах на железнодорожном транспорте / А. Н. Гуда, М. А. Бутакова, В. С. Гна-

денберг // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. – 2012. – № 4(48). – С. 64 – 74.

118. Васильев, В. И. Проектирование интеллектуальных систем управления ГТД на основе принципа минимальной сложности / В. И. Васильев, С. С. Валеев // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2007. – Т. 9, № 2(20). – С. 32 – 41.

119. Пилишкин, В. Н. Системы с интеллектуальными свойствами в задачах управления сложными объектами / В. Н. Пилишкин // Микросистемная техника. – 2002. – № 3. – С. 12 – 16.

120. Ерофеев, А.А. Теория автоматического управления : учебник для вузов / А. А. Ерофеев. – 2-е изд. перераб. и доп. – СПб. : Политехника, 2003. – 302 с.

121. Таунсенд, К. Проектирование и программная реализация экспертных систем на персональных ЭВМ / К. Таунсенд, Д. Фохт : пер. с англ. – М. : Финансы и статистика, 1990. – 320 с.

122. Басалин, П. Д. Средства интеллектуальной поддержки процесса проектирования сложных технических объектов / П. Д. Басалин, С. Е. Власов // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2007. – № 1. – С. 177 – 182.

123. Савельев, А. Н. Построение продукционной базы знаний с использованием адаптивной нейронной сети / А. Н. Савельев // Вестник Астраханского государственного технического университета. – 2007. – № 1. – С. 144 – 149.

124. Представление и использование знаний / пер. с япон. ; под ред. Х. Уэно, М. Исидзука. – М. : Мир, 1989. – 220 с.

125. Ковальски, Р. Логика в решении проблем / Р. Ковальски. – М. : Наука, 1990. – 290 с.

126. Поспелов, Д. А. Логико-лингвистические модели в системах управления / Д. А. Поспелов. – М. : Энергоатомиздат, 1981. – 231 с.

127. Гаскаров, Д. В. Интеллектуальные информационные системы : учебник для вузов / Д. В. Гаскаров. – М. : Высшая школа, 2003. – 431 с.

128. Поспелов, Д. А. Ситуационное управление: Теория и практика / Д. А. Поспелов. – М. : Наука, 1986. – 288 с.

129. Цалепко, М. Ш. Моделирование семантики в базах данных / М. Ш. Цалепко. – М. : Наука, 1989. – 287 с.

130. Нильсон, Н. Принципы искусственного интеллекта / Н. Нильсон. – М. : Радио и связь, 1985. – 373 с.

131. Уинстон, П. Искусственный интеллект / П. Уинстон. – М. : Мир, 1980. – 519 с.

132. Осуга, С. Обработка знаний / С. Осуга : пер с япон. – М. : Мир, 1989. – 293 с.

133. Микони, С. В. Модели и базы знаний / С. В. Микони. – СПб. : СПГУПС, 2000. – 155 с.

134. Кандрашина, Е. Ю. Представление знаний о времени и пространстве в интеллектуальных системах / Е. Ю. Кандрашина, Л. В. Литвинцева, Д. А. Поспелов. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 2000. – 328 с.

135. Минский, М. Фреймы для представления знаний : пер. с англ. / М. Минский. – М. : Энергия, 1979. – 152 с.

136. Белоглазов, Д. А. Необходимость построения систем управления на основе методов искусственного интеллекта / Д. А. Белоглазов, И. С. Коберси // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2009. – Т. 94, № 5. – С. 186 – 191.

137. Луценко, Е. В. Интеллектуализация – генеральное направление развития информационных технологий / Е. В. Луценко, В. Е. Коржаков // Вестник Адыгейского государственного университета. – 2006. – № 1. – С. 242 – 244.

138. Рябов, Г. Г. Комплексные фундаментальные исследования интеллекта: путь к созданию компьютерных технологий новых поколений / Г. Г. Рябов, В. В. Суворов // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. – 2004. – Т. 5, № 2. – С. 38 – 41.

139. Заде, Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М. : Мир, 1976. – 166 с.

140. Прикладные нечеткие системы / пер. с япон. ; под ред. Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. – М. : Мир, 1993. – 368 с.

141. Караваев, М. В. Применение нечеткой логики в имитационной системе автономного адаптивного управления / М. В. Караваев // Труды Института системного программирования РАН. – 2004. – Т. 7. – С. 41 – 54.

142. Хайкин, С. Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин : пер. с англ. – 2-е изд. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.

143. Каллан, Р. Основные концепции нейронных сетей / Р. Каллан. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2001. – 288 с.

144. Тынченко, В. С. Многокритериальная оптимизация структуры нейросетевых моделей параллельными генетическими алгоритмами /

В. С. Тынченко // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М. Ф. Решетнева. – 2007. – № 3. – С. 23 – 27.

145. Степанцов, В. А. Применение экспертной подсистемы с нейросетевыми алгоритмами принятия решений для оперативного управления объектами гибких производственных систем / В. А. Степанцов // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2006. – № 2. – С. 125 – 129.

146. Сизых, В. Н. Ассоциативный автомат адаптивного управления технологическими процессами на основе нейронных сетей / В. Н. Сизых, А. Ю. Мухопад // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. – 2014. – № 1(54). – С. 34 – 45.

147. Гладков, Л. А. Генетические алгоритмы / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик. – 2-е изд., испр. и доп. – М. : Физматлит, 2010. – 368 с.

148. Андрейчиков, А. В. Интеллектуальные информационные системы / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова. – М. : Финансы и статистика, 2004. – 424 с.

149. Джексон, П. Введение в экспертные системы / П. Джексон. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2001. – 624 с.

150. Джарратано, Д. Экспертные системы: принципы разработки и программирование / Д. Джарратано, Г. Райли. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1152 с.

151. Муромцев, Ю. Л. Технология создания интеллектуальных контроллеров энергосберегающего управления / Ю. Л. Муромцев, Д. Ю. Муромцев, В. М. Тютюнник // Современные наукоемкие технологии. – 2009. – № 1. – С. 32.

152. Бугайченко, Д. Ю. Математическая модель и спецификация интеллектуальных агентных систем / Д. Ю. Бугайченко // Системное программирование. – 2006. – Т. 2, № 1. – С. 94 – 115.

153. Wooldridge, M. J. Intelligent Agents: Theory and Practice / M. J. Wooldridge, N. R. Jennings // The Knowledge Engineering Review. – 1995. – № 2(10). – P. 115 – 152.

154. Бугайченко, Д. Ю. Абстрактная архитектура интеллектуального агента и методы ее реализации / Д. Ю. Бугайченко, И. П. Соловьев // Системное программирование. – 2005. – Т. 1, № 1. – С. 36 – 67.

155. Еркин, С. Модель интеллектуального агента / С. Еркин // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2007. – Т. 77, № 2. – С. 215–216.

156. Итоги и перспективы развития исследований в области интеллектуального управления мехатронными технологическими систе-

мами / А. К. Тугенгольд, В. П. Димитров, Л. В. Борисова и др. // Вестник Донского государственного технического университета. – 2010. – Т. 10, № 5. – С. 713 – 730.

157. Мультиагентные технологии в эргатических системах управления / К. В. Петрин, Е. Д. Теряев, А. Б. Филимонов, Н. Б. Филимонов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2010. – Т. 104, № 3. – С. 7 – 13.

158. Клименко, А. Б. Алгоритм формирования минимальной конфигурации распределенной информационно-управляющей системы на основе мультиагентного взаимодействия / А. Б. Клименко, В. В. Клименко // Информационные технологии XXI века : материалы междунар. науч. конф. – Хабаровск : Изд-во Тихоокеанского государственного университета, 2013. – С. 258 – 261.

159. Уотермен Д. Руководство по экспертным системам / Д. Уотермен ; пер с англ. – М. : Мир, 1989. – 388 с.

160. Муромцев, Д. Ю. Концепция экспертной системы с непрерывно развивающейся базой знаний / Д. Ю. Муромцев, Ю. Л. Муромцев, А. Н. Грибков // Вестник Тамбовского высшего военного авиационного инженерного училища радиоэлектроники (военного института). – 2008. – № 3(7). – С. 30 – 36.

161. Муромцев, Д. Ю. Особенности создания систем энергосберегающего управления на множестве состояний функционирования / Д. Ю. Муромцев, Н. Г. Чернышов // Автоматика и вычислительная техника. – 2008. – № 3. – С. 74 – 82.

162. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 950464. Экспертная система «Энергосберегающее управление динамическими объектами» (EXPSYS) / Ю. Л. Муромцев, Л. П. Орлова, В. В. Орлов, А. В. Федоров, С. В. Артемова, Д. Ю. Муромцев. – Зарег. 19.12.95.

163. Применение экспертной системы для оптимального управления технологическими процессами / С. В. Артемова, Д. Ю. Муромцев, С. Б. Ушанев, Н. Г. Чернышов // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 1997. – № 1. – С. 12 – 16.

164. Муромцев, Ю. Л. Экспертная система «Энергосберегающее управление динамическими объектами». Общие сведения / Ю. Л. Муромцев, Л. П. Орлова, И. Е. Капитонов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 1995. – Т. 1, № 3–4. – С. 221 – 226.

165. Дьяконов, В. П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании / В. П. Дьяконов. – М. : Солон-Пресс, 2006. – 720 с.



166. Муромцев, Д. Ю. Программно-аналитический комплекс проектирования систем энергосберегающего управления / Д. Ю. Муромцев, А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Актуальные проблемы энергосбережения и энергоэффективности в технических системах : тез. докл. 2-й Междунар. конф. с элементами научной школы. – Тамбов : Изд-во Першина Р. В., 2015. – С. 148 – 150.

167. Артемова, С. В. Синтез управления теплотехнологическими аппаратами на основе интегрированного графа / С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011. – № 3(120). – С. 15 – 23.

168. Артемова, С. В. Модель динамических режимов многосекционной сушильной установки и ее реализация в системе энергосберегающего управления / С. В. Артемова, А. Н. Грибков, А. Е. Ерышов // Теплофизика в энергосбережении и управлении качеством : материалы Междунар. теплофиз. шк. (МТФШ-6). – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – Ч. 2. – С. 144 – 147.

169. Артемова, С. В. Математическая модель многосекционной сушильной установки на множестве состояний функционирования / С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2006. – Т. 12, № 4А. – С. 969 – 974.

170. Проблемно-ориентированные инструментальные средства разработки программного обеспечения управляющих и информационно-управляющих систем / В. С. Лаптев и др. // ПУСиМ. – 1988. – № 4. – С. 74 – 76.

171. Особенности формирования программного обеспечения для систем управления техническими объектами / А. А. Ступина, А. И. Пережилин, Л. Н. Корпачева, Р. И. Кузьмич // Вестник Красноярского государственного аграрного университета. – 2011. – № 1. – С. 12 – 16.

172. Орлов, С. А. Технологии разработки программного обеспечения : учебник / С. А. Орлов. – СПб. : Питер, 2002. – 464 с.

173. Марка, Д. Методология структурного анализа и проектирования / Д. Марка, К. МакГоуэн ; пер. с англ. – М. : МетаТехнология, 1993. – 210 с.

174. Р 50.1.028–2001. Рекомендации по стандартизации. Информационные технологии поддержки жизненного цикла продукции. Методология функционального моделирования. – М. : ИПК Изд-во стандартов, 2003. – 50 с.

175. Соколов, Е. В. Функциональная модель системы управления медицинскими диагностическими услугами / Е. В. Соколов, Е. В. Костырин // Электронное научно-техническое издание «Наука и образование» – 2009. – № 3.

176. Замятина, О. М. Метод моделирования и комплексного анализа бизнес-процессов / О. М. Замятина // Известия Томского политехнического университета. – 2005. – Т. 308, № 6. – С. 180 – 186.
177. ГОСТ Р ИСО/МЭК 12207–99. Процессы жизненного цикла программных средств. – М. : ИПК Издательство стандартов, 2003. – 42 с.
178. Грибков, А. Н. Функциональное моделирование при проектировании информационно-управляющих систем / А. Н. Грибков // Актуальные проблемы вузовской науки: теоретические и практические аспекты : материалы Всерос. науч.-практ. конф. – Тамбов : Издательский дом ТГУ им. Г. Р. Державина, 2008. – С. 216 – 219.
179. Фаулер, М. UML. Основы / М. Фаулер ; пер. с англ. – 3-е изд. – СПб. : Символ-Плюс, 2004. – 192 с.
180. Грибков, А. Н. Программное обеспечение информационно-управляющей системы сушильной установки / А. Н. Грибков // Программные продукты и системы. – 2009. – № 4. – С. 152–153.
181. Муромцев, Д. Ю. База знаний интеллектуальной информационно-управляющей системы многомерным объектом / Д. Ю. Муромцев, А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Информационно-управляющие системы. – 2015. – № 5. – С. 60 – 64.
182. Кренке, Д. Теория и практика построения баз данных / Д. Кренке. – СПб. : Питер, 2003. – 800 с.
183. Карпова, Т. С. Базы данных: модели, разработка, реализация / Т. С. Карпова. – СПб. : Питер, 2002. – 304 с.
184. Грибков, А. Н. Разработка базы данных информационно-управляющей системы многосекционными сушильными установками / А. Н. Грибков // Фундаментальные и прикладные исследования в системе образования : сб. тр. VII-й Междунар. науч.-практ. конф. – Тамбов : Издательский дом ТГУ им. Г. Р. Державина, 2009. – С. 207 – 209.
185. Грибков, А. Н. Мультиагентная информационная система интеллектуального управления процессом сушки пастообразных материалов / А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2012. – № 8. – С. 42 – 45.
186. Артемова, С. В. Система мониторинга процесса сушки с интеллектуальными датчиками влажности / С. В. Артемова, А. Н. Грибков // Датчики и системы. – 2009. – № 3. – С. 27 – 30.
187. Грибков, А. Н. Алгоритм интеллектуального управления процессами сушки пастообразных материалов / А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. – 2013. – № 1(45). – С. 53 – 63.

188. Чекмаев, С. Ю. Оптимизация режимов работы автоматической системы управления технологическим процессом / С. Ю. Чекмаев // Электротехнические и информационные комплексы и системы. – 2008. – Т. 4, № 4. – С. 3 – 8.

189. Грибков, А. Н. Идентификация математических моделей динамики барабанной сушильной установки на множестве состояний функционирования / А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В. И. Вернадского. – 2014. – № 52. – С. 32 – 36.

190. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014611295 от 30.01.2014 г. «Программный модуль параметрической идентификации математических моделей динамики многосвязных объектов на множестве состояний функционирования» / Д. Ю. Муромцев, А. Н. Грибков, И. А. Куркин.

191. Грибков, А. Н. Идентификация математической модели динамики барабанной сушильной установки по совокупности экспериментальных данных / А. Н. Грибков, И. А. Куркин, Т. Ю. Дорохова // Методы, средства и технологии получения и обработки измерительной информации : сб. науч. ст. Междунар. науч.-техн. конф. «Шляндинские чтения – 2014», Пенза : Изд-во ПГУ, 2014. – С. 32 – 35.

192. Грибков, А. Н. Практические аспекты идентификации математических моделей динамики энергоемких технологических объектов / А. Н. Грибков, И. А. Куркин, Т. Ю. Дорохова // Актуальные проблемы энергосбережения и энергоэффективности в технических системах : тез. докл. 2-й Междунар. конф. с элементами научной школы, Тамбов : Изд-во Першина Р. В., 2015. – С. 75–76.

193. Иващенко, В. А. Аппаратно-программные средства построения систем автоматизированного управления электропотреблением промышленных предприятий / В. А. Иващенко // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2007. – Т. 4, № 1(28). – С. 99 – 105.

194. Грибков, А. Н. Информационно-управляющая система динамическими режимами сушильной установки / А. Н. Грибков, И. А. Куркин // Актуальные проблемы энергосбережения и энергоэффективности в технических системах : тез. докл. 2-й Междунар. конф. с элементами научной школы, Тамбов : Изд-во Першина Р. В., 2015. – С. 77–78.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

---

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ АЛГОРИТМИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ МНОГОМЕРНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ ...	7
1.1. Оптимальное управление многомерными технологическими объектами .....	7
1.2. Формализация задач оптимального управления многомерными объектами .....	9
1.3. Модели динамических режимов многомерных объектов .....	15
1.4. Методы анализа задач оптимального управления многомерными объектами .....	20
1.5. Алгоритмы оперативного синтеза управляющих воздействий	52
1.6. Методология построения интеллектуальных информационно-управляющих систем многомерными объектами на множестве состояний функционирования .....	64
Выводы по первой главе .....	66
2. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ .....	67
2.1. Инструментальные средства разработки алгоритмического и программного обеспечения информационно- управляющих систем .....	67
2.2. Особенности интеллектуализации информационно- управляющих систем .....	70
2.3. Экспертная система с непрерывно развивающейся базой знаний .....	75
2.4. Программно-аналитический комплекс проектирования информационно-управляющих систем .....	82
Выводы по второй главе .....	90
3. ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА ВАЛЬЦЕ-ЛЕНТОЧНЫМИ СУШИЛЬНЫМИ УСТАНОВКАМИ	91
3.1. Информационно-управляющая система динамическими режимами вальце-ленточных сушильных установок .....	91
3.1.1. Формализация задачи оптимального управления .....	91
3.1.2. Структурная схема системы .....	99

3.1.3. Функциональная модель .....	101
3.1.4. База знаний и база данных .....	105
3.1.5. Программно-техническая реализация системы .....	111
3.1.6. Практический пример .....	114
3.2. Информационно-управляющая система статическими режимами вальце-ленточных сушильных установок .....	119
3.2.1. Постановка задачи управления .....	119
3.2.2. Структурная схема информационно-управляющей системы .....	120
3.2.3. Алгоритм синтеза управляющих воздействий .....	123
Выводы по третьей главе .....	125
4. ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА ДИНАМИЧЕСКИМИ РЕЖИМАМИ БАРАБАННЫХ СУШИЛЬНЫХ УСТАНОВОК .....	127
4.1. Формализация задачи оптимального управления барабанными сушильными установками .....	127
4.2. Программно-техническая реализация информационно- управляющей системы .....	135
4.3. Практический пример .....	140
Выводы по четвертой главе .....	143
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	144
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	145

Научное издание

ГРИБКОВ Алексей Николаевич  
МУРОМЦЕВ Дмитрий Юрьевич

**ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ  
МНОГОМЕРНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ  
ОБЪЕКТАМИ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА**

Монография

Редактор З. Г. Чернова

Инженер по компьютерному макетированию М. Н. Рыжкова

**ISBN 978-5-8265-1566-2**



Подписано в печать 30.05.2016.  
Формат 60 × 84 / 16. 9,53 усл. печ. л.  
Тираж 300 экз. (1-й з-д – 60 экз.)  
Заказ № 242

Издательско-полиграфический центр  
ФГБОУ ВО «ТГТУ»  
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14  
Тел. 8(4752) 63-81-08  
E-mail: izdatelstvo@admin.tstu.ru