

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ГРУНТОВЫХ ИСПАРИТЕЛЕЙ ТЕПЛОВЫХ НАСОСОВ

Для описания процессов, протекающих в грунтовых испарителях, используемых в системах теплоснабжения с тепловыми насосами, необходимо разработать математическую модель температурных полей стенок аппарата и прилежащего (рабочего) слоя грунта.

Моделирование температурных полей в теплообменном оборудовании можно осуществлять на основе решения линейных дифференциальных уравнений теплопроводности для системы элементов, определяющих условия протекания теплового процесса. Эти уравнения допускают аналитические решения.

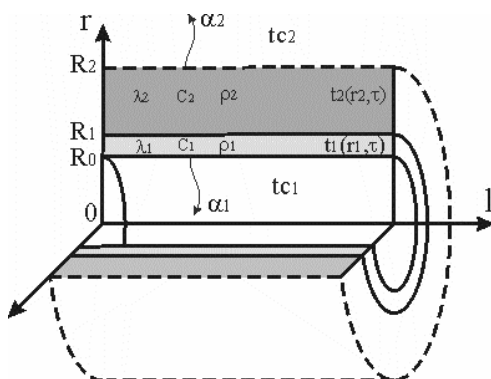


Рис. 1. Двухслойный неограниченный полый цилиндр

На рис. 1. представлен участок трубы горизонтального грунтового испарителя и слой окружающего ее грунта. Они образуют двухслойный неограниченный полый цилиндр, для которого задача теплопроводности может быть представлена системой дифференциальных уравнений в частных производных (1) – (5):

$$\frac{\partial t_i(r_i, \tau)}{\partial \tau} = a_i^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 t_i(r_i, \tau)}{\partial r_i^2} + \frac{1}{r_i} \cdot \frac{\partial t_i(r_i, \tau)}{\partial r_i} \right), \quad (1)$$

$$i = 1, 2; \quad R_{i-1} \leq r_i \leq R_i; \quad \tau > 0.$$

Начальное условие:

$$t_i(r_i, 0) = f_i(r_i). \quad (2)$$

Граничные условия III рода:

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(R_0, \tau)}{\partial r_1} + \alpha_1 (t_1(R_0, \tau) - t_{c1}) = 0; \quad \alpha_1 < 0. \quad (3)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial t_2(R_2, \tau)}{\partial r_2} + \alpha_2 (t_2(R_2, \tau) - t_{c2}) = 0; \quad \alpha_2 \geq 0. \quad (4)$$

Граничные условия на стыке слоев:

$$t_1(R_1, \tau) = t_2(R_1, \tau); \quad \lambda_1 \frac{\partial t_1(R_1, \tau)}{\partial r_1} = \lambda_2 \frac{\partial t_2(R_1, \tau)}{\partial r_2}. \quad (5)$$

Где $t_i(r_i, \tau)$ – поле распределения температур по радиусу трубы и в прилежащем слое грунта; r_i – пространственная координата; τ – время; R_0 – координата внутренней поверхности стенки трубы; R_1 – координата наружной поверхности стенки трубы; R_2 – координата внешней границы слоя прилежащего грунта; a_i – коэффициент температуропроводности i -ого слоя; λ_i – коэффициент теплопроводности i -ого слоя; α_1, α_2 – коэффициенты конвективной теплоотдачи соответственно от стенки трубы теплообменного аппарата к рабочему веществу, от слоя прилежащего грунта к нерабочему слою; t_{c1} – температура рабочего вещества; t_{c2} – температура отдаленных (нерабочих) слоев грунта.

Решение этой задачи целесообразнее представить в виде суммы стационарной и нестационарной составляющих:

$$t_i(r_i, \tau) = S_i(r_i) + P_i(r_i, \tau), \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

Такой подход позволяет улучшить сходимость рядов при реализации вычислений на компьютере, а также более наглядно отражает физические особенности процесса.

Стационарная составляющая получена прямым интегрированием стационарной задачи теплопроводности с неоднородными граничными условиями и представляет собой логарифмическую зависимость температуры от радиуса:

$$S_i(r_i) = A_i + B_i \cdot \ln(r_i), \quad (7)$$

Нестационарная составляющая получена решением нестационарной задачи теплопроводности с однородными граничными условиями методом конечных интегральных преобразований и представляет собой следующий ряд:

$$P_i(r_i, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{Z_n} \left(C_{i,n} J_0 \left(\frac{\mu_n r_i}{a_i} \right) + D_{i,n} Y_0 \left(\frac{\mu_n r_i}{a_i} \right) \right) \cdot \exp(-\mu_n^2 \tau) \cdot \sum_{m=1}^2 \frac{\lambda_m}{a_m^2} \cdot \int_{R_{m-1}}^{R_m} r_m \cdot (f_m(r_m) - A_m - B_m \cdot \ln(r_m)) \cdot \left(C_{m,n} J_0 \left(\frac{\mu_n r_m}{a_m} \right) + D_{m,n} Y_0 \left(\frac{\mu_n r_m}{a_m} \right) \right) dr_m \quad (8)$$

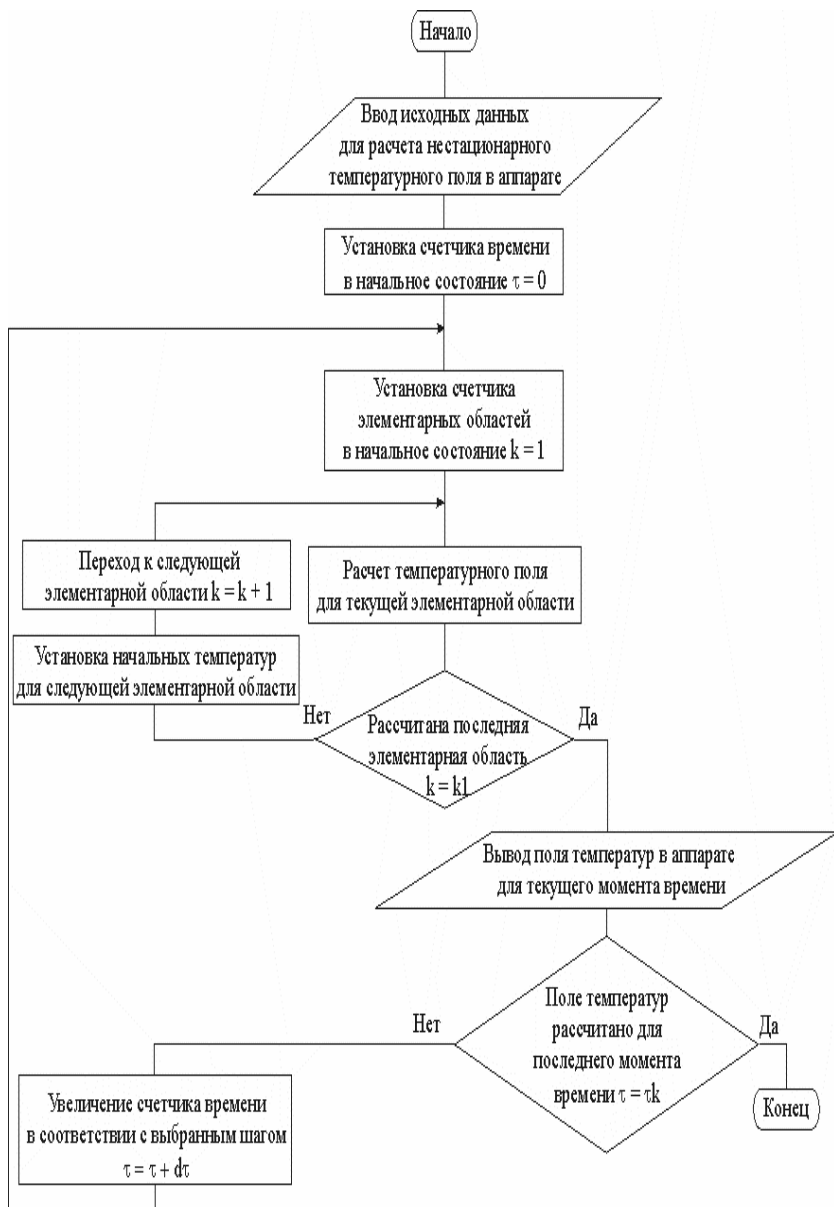


Рис. 2. Алгоритм расчета нестационарного температурного поля грунтовых теплообменников тепловых насосов

Представленные решения являются частным случаем решения линейной одномерной задачи теплопроводности для многослойного неограниченного полого цилиндра. Коэффициенты, входящие в выражения (7) – (8) вычисляются по формулам, приведенным в [1].

На основе рассмотренных выше решений разработан алгоритм расчета нестационарных температурных полей стенки трубы горизонтального грунтового испарителя теплового насоса и слоя прилегающего грунта, а также создан программный код на языке C++.

Алгоритм расчета нестационарного температурного поля грунтовых теплообменников представлен на рис. 2.

В результате работы программа формирует таблицу, в которой показано изменение температуры по радиусу рассматриваемой области в различные моменты времени (временной интервал равен 1 суткам).

Используя данные расчетной таблицы, построены кривые, описывающие распределение температуры в слое прилегающего грунта, для моментов времени, соответствующих моменту начала эксплуатации системы, по прошествии суток, трех, десяти и пятидесяти суток (рис. 3. и рис. 4.).

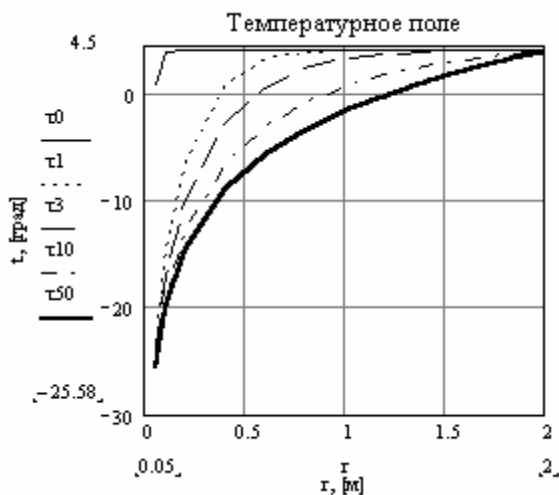


Рис. 3. Поле температур горизонтального грунтового испарителя теплового насоса в отопительный сезон

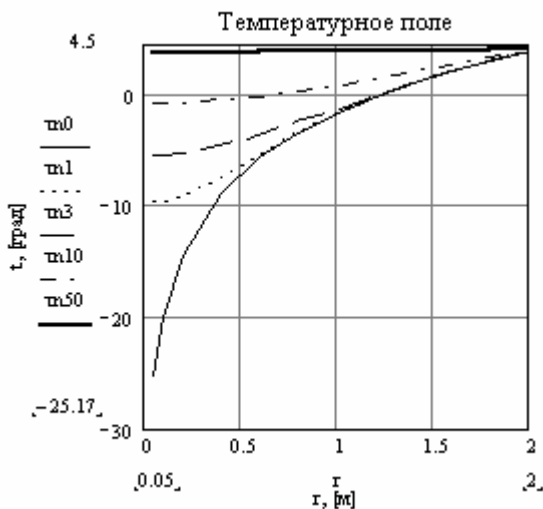


Рис. 4. Поле температур горизонтального грунтового испарителя теплового насоса в период восстановления температурного потенциала

Анализ семейства кривых для случая эксплуатации горизонтально-грунтового испарителя теплового насоса в отопительный сезон и в период восстановления температурного потенциала показал, что система к концу второго месяца с момента начала эксплуатации выходит на стационарный режим работы. Таким образом, температура слоев грунта, расположенных на фиксированном расстоянии, с течением времени остается практически постоянной.

Кроме того, полученные кривые позволяют оценить размер рабочего слоя грунта. Анализ кривых показывает, что на расстоянии 2 м от центральной продольной оси трубы горизонтального грунтового испарителя теплового насоса изменение температуры грунта в течение всего периода эксплуатации системы составляет около 0,1 градуса. Таким образом, минимальный шаг между соседними параллельно уложенными трубами испарителя, обеспечивающий исключение возможности наложения температурных полей близлежащих ветвей коллектора, составляет приблизительно 4 м.

Итак, используя математическую модель, описывающую нестационарные температурные поля горизонтального грунтового испарителя теплового насоса, можно составить некоторое представление как о конструкции теплообменного аппарата, так и о режиме его работы.

Список литературы:

- 1 Туголуков Е. Н. Математическое моделирование технологического оборудования многоассортиментных химических производств. / Е. Н. Туголуков. // Монография. – М.: Машиностроение, 2004. – 100с.

*Работа выполнена под руководством д.т.н., проф. кафедры
«Автоматизированное проектирование технологического оборудования»
Малыгина Е. Н.*