

Красненков П. Г., Ковалев С. В.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА СУШКИ МАТЕРИАЛОВ С ВЫСОКИМ ВНУТРИДИФфуЗИОННЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ

Работа выполнена под руководством к.т.н. Пестрецова С. И.

*ТГТУ, Кафедра «Машины и аппараты
химических производств»*

Цель работы: математическое описание процесса сушки материалов с высоким внутридиффузионным сопротивлением и определение основных кинетических закономерностей.

В работе [1] было предложено на основе уравнения массопроводности математическое описание процесса сушки материалов с высоким внутридиффузионным сопротивлением применительно к сушильному аппарату с движущимся плотным поперечно-продуваемым кольцевым слоем.

При составлении математического описания и расчета процесса тепло- и массообмена в аппарате принимались допущения:

1) Аналогом процесса сушки дисперсного материала в движущемся слое служит периодический процесс сушки в неподвижном слое. При этом время сушки в неподвижном слое соответствует времени пребывания движущегося слоя в аппарате;

2) Частицы высушиваемого материала имеют каноническую форму;

3) Неподвижный слой представляется как совокупность элементарных слоев толщиной, кратной эквивалентному диаметру частицы;

4) Фильтрация сушильного агента через неподвижный элементарный слой соответствует режиму идеального вытеснения;

5) В элементарном слое соблюдается равенство температур материала и сушильного агента.

В соответствии с принятыми допущениями математическое описание процесса сушки материала с высоким внутридиффузионным сопротивлением в элементарном слое включает:

– уравнения материального и теплового балансов

$$G_i \cdot \left(\bar{u}_i^{-j-1} - \bar{u}_i^{-j} \right) = L \cdot (x_{i-1} - x_i) \cdot \tau_j, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m} \quad (1)$$

$$Lc_{c.a.} \cdot (t_{i-1} - t_i) \cdot \tau_j = G_i \cdot r_u \cdot \left(\bar{u}_i^{-j-1} - \bar{u}_i^{-j} \right) \quad (2)$$

– нелинейное уравнение диффузии влаги в частице материала

$$u_{ij} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} [r \cdot D_e(u_i, T) \cdot u_{ir}], \quad 0 \leq r \leq R_{\text{экв}}, \tau > 0 \quad (3)$$

с начальным

$$u_i(r, 0) = u \quad (4)$$

и граничными условиями

$$\begin{aligned} u_{ir}(0, \tau) &= 0 \\ u_i(R_{\text{экв}}, \tau) &= u_p \end{aligned} \quad (5)$$

где G количество материала в i -ом слое, кг; \bar{u}_i^{j-1} , \bar{u}_i^j средние значения влагосодержания материала в моменты времени τ_{j-1} и τ_j , соответственно, кг/кг; x_i^{j-1} , x_i^j влагосодержание сушильного агента материала в моменты времени τ_{j-1} и τ_j , соответственно, кг/кг.

Габариты сушильного аппарата с движущимся плотным поперечно-продуваемым кольцевым слоем рассчитываются по уравнениям:

– внутренний диаметр аппарата, м

$$D_{\text{вн}} = \sqrt{\frac{(4 \cdot L)}{\pi \cdot v_{\phi} \cdot \rho_{\text{с.а.}}}}, \quad D_{\text{вн}} = 0.031 \quad (6)$$

– наружный диаметр аппарата, м

$$D_a = D_{\text{вн}} + 2S, \quad D_a = 0.5 \quad (7)$$

где S определяется из решения задачи оптимизации процесса и аппарата сушки;

– высота аппарата, м

$$H_a = V \cdot \tau_{\text{суш}}, \quad H_a = 1.5 \quad (8)$$

Гидравлическое сопротивление аппарата ΔP_a , Па:

$$\Delta P_a = 2 \cdot \Delta P_{\text{см}} + \Delta P_{\text{ст}}, \quad \Delta P_a = 655858 \quad (9)$$

где сопротивление перфорированных стенок [2], Па:

$$\Delta P_{\text{см}} = \frac{0.503 \cdot V_0^2 \cdot \rho_{\text{с.а.}} \cdot (1 - \phi^2)}{C_c^2}, \quad \Delta P_{\text{см}} = 298174 \quad (10)$$

– сопротивление слоя дисперсного материала [3], Па:

$$\Delta P_{\text{ст}} = 9.81 \cdot A \cdot S \cdot V_{\phi}^n, \quad \Delta P_{\text{ст}} = 59510 \quad (11)$$

Мощность, затрачиваемая на продувку слоя материала [2], кВт

$$N_B = \frac{V_L \cdot \Delta P_a}{1000}, \quad N_B = 41.295 \quad (12)$$

Для электрокалорифера определяются [2]:

– расход тепла на нагрев сушильного агента, кДж

$$Q_{\kappa} = Lc_{c.a.}(t_n - t_{\kappa}), Q_{\kappa} = 21.958 \quad (13)$$

Ввиду незначительности сопротивления калорифера данной величины можно пренебречь.

– мощность электрокалорифера, кВт

$$N_{\kappa} = \frac{Q_{\kappa}}{\eta}, N_{\kappa} = 23.114 \quad (14)$$

где η - кпд электрокалорифера.

В выражениях (10) – (12): ϕ доля живого сечения (степень перфорации) стенки; $V_0 = \frac{V\phi}{\phi}$ скорость потока в отверстиях стенки, м/с; C_c^2 коэффициент сопротивления стенки, зависящий от соотношения диаметра отверстий перфорации к толщине стенки; A и n эмпирические коэффициенты; V_L объемный расход сушильного агента, м³/с.

Алгоритм решения уравнений (1) – (5) включает следующие шаги.

Шаг 1. Рассчитывается шаг τ_i по формуле $\tau_j = \frac{S}{v_{c.a.}}$ (на первом шаге $j=1$), задается номер i слоя (для первого слоя $i=1$) и значения $t_i^V = t_{i-1}$, $x_i^V = x_{i-1}$ (для первой итерации $v=1$). Определяется значение $u_p(t_i^V, x_i^V)$ и решается нелинейная краевая задача диффузии (3) – (5) конечно-разностным методом с использованием разностной схемы неявного типа и четырехточечного шаблона [4 – 6]. Рассчитывается \bar{u}_i^j по формуле:

$$\bar{u}_i^j = \frac{2}{R_{\text{экв}}^3} \cdot \int_0^{R_{\text{экв}}} r \cdot u_i(r, \tau_j) \cdot dr$$

Шаг 2. Из уравнений (1), (2) определяются значения t_i , x_i и осуществляется проверка выполнения условий сходимости итераций:

$$\left| \frac{x_i - x_i^V}{x_i^V} \right| \leq \delta_1, \left| \frac{t_i - t_i^V}{t_i^V} \right| \leq \delta_2$$

Если условия не выполняются, то производится уточнение задаваемых значений температуры и влагосодержания в i -ом слое:

$$t_i^{v+1} = \frac{(t_i + t_i^V)}{2}, x_i^{v+1} = \frac{(x_i + x_i^V)}{2}$$

и осуществляется переход к шагу 1, в противном случае - к шагу 3.

Шаг 3. Принимаются $t_i^v = t_i$, $x_i^v = x_i$, $v = 1$, номер слоя $\langle i \rangle := i + 1$ и проверяется условие $i > 1$. Если условие не выполняется, то следует переход к шагу 1, в противном случае - на следующий шаг 4.

Шаг 4. Проверяется условие

$$\frac{|\bar{u}_N - \bar{u}_{зад}|}{\Delta u_{дон}} \leq \delta_3,$$

если условие не выполняется, то задается новый шаг по времени $\langle j \rangle := j + 1$ и следует переход к шагу 1. В противном случае расчет закончен.

Затем по формулам (6) – (14) производится расчет габаритов сушильного аппарата с движущимся плотным поперечно-продуваемым кольцевым слоем, гидравлического сопротивления сушильного аппарата, мощности, затрачиваемой на продувку слоя материала в сушильной камере и мощности электрокалорифера.

Список литературы

1. Сельскохозяйственные машины / А. Б. Лурье, Ф. Г. Гусинцев, Е. И. Давидсон. // Ленинград: Колос. – 1983. – 383 с.
2. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии / К. Ф. Павлов, П. Г. Романков, А. А. Носков. // Ленинград: Химия. – 1987. – 576 с.
3. Сушильные установки сельскохозяйственного назначения / В. С. Мальтри. // М.: Машиностроение. – 1979. – 526 с.
4. Математические методы в химической технике / Л. М. Батунер, М. Е. Позин. // Л.: Химия. – 1968. – 824 с.
5. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков. // М.: Физматгиз. – 1962. – Т.2, – 640 с.
6. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. // М.: Наука. – 1967. – 368 с.