

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДВУХСТАДИЙНОГО ДОЗИРОВАНИЯ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ

Объектом моделирования является лоток прямоугольного поперечного сечения, который шарнирно соединен с горизонтальным основанием и совершает гармонические колебания [1]. Начальным этапом моделирования является разбиение рабочего пространства лотка на конечное число ячеек $q(k)$ [2]. Набор вероятностей, характеризующих пребывание частиц в ячейках, образует в модельном пространстве вектор состояния S с элементами $S_i, i = 1, 2, 3, \dots, m$. Этот вектор представляется как вектор столбец размером $m \cdot 1$:

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \dots \\ S_m \end{bmatrix} = [S_1 \ S_2 \ \dots \ S_m]^T, \quad (1)$$

где $'$ – означает транспонирование вектора или матрицы.

В любой момент времени этот вектор полностью характеризует состояние процесса, поскольку показывает, какое количество материала находится в каждой ячейке лотка. Через промежуток времени Δt , называемым временем одного перехода, вектор S_k изменится и станет S_{k+1} . Считая Δt постоянным, заменим непрерывное время его дискретными моментами $t_k = k \Delta t$ и будем рассматривать k как целочисленные моменты условного времени. Связь между векторами состояния до и после k -го перехода описывается следующей матричной формулой

$$S_k = P S_{k-1}, \quad (2)$$

где P – матрица переходных вероятностей.

В матрице P вероятность $P_{mm} = 1$. Это означает, что в цепи последняя ячейка является поглощающим экраном или абсорбирующей ячейкой [2]. Она не принадлежит рабочему пространству питателя и моделирует ячейку пробоотборника на выходе. Если матрица P постоянна, то цепь однородная.

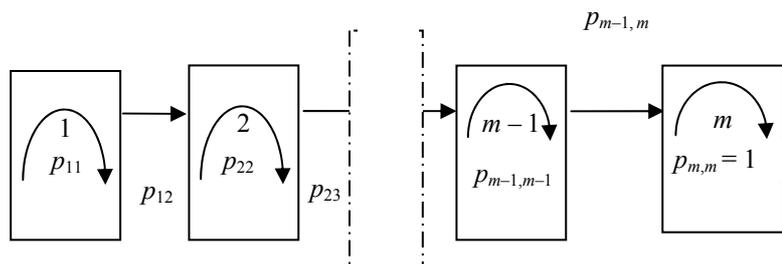


Рис. 1 Графическое представление одномерной цепи Маркова

Будем считать, что величина Δt достаточно мала и за один переход частицы могут переместиться только в соседние ячейки, но не далее. Эти возможные переходы показаны на рис. 1 стрелками.

Для случая, изображенного на рис. 1 матрица переходных вероятностей имеет вид:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & P_{22} & P_{23} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & P_{m-1,m-1} & P_{m-1,m} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Модель, построенная на основе цепи Маркова, позволяет рассчитать эволюцию процесса преобразования отдельных порций в непрерывный поток и вычислить все его характеристики. Для того, чтобы начать вычисления, необходимо знать начальный вектор состояния S_1^0 , т.е. распределение материала по ячейкам в начальный момент времени. Поскольку частицы могут попасть в систему (на вибрирующий лоток) не только в начальный момент времени, но и после любого перехода уравнение (2) примет вид:

$$S_{k+1} = P(S_k + S_k^0). \quad (4)$$

Для рассматриваемого процесса интерес представляют два вида подачи материала на лоток.
Однократная импульсная подача в 1-ю ячейку (ввод трассера)

* Работа выполнена под руководством д-ра техн. наук, проф. В.Ф. Першина и доц. И.В. Милованова.

$$S_k^0 = [1, 0, \dots, 0]', \quad k = 0; \quad S_k^0 = 0, \quad k = 1, \dots \quad (5)$$

В этом случае выход материала в абсорбирующую ячейку дает распределение времени пребывания частиц на вибрирующей лотке (кривую РВП), являющуюся исчерпывающей характеристикой однородной цепи и позволяющей рассчитать все остальные случаи подачи материала.

Непрерывная постоянная подача в 1-ю ячейку с наложенной на нее переменной составляющей

$$S_k^0 = [S_k^0(k), 0, \dots, 0]', \quad k = 1, 2, \dots, z. \quad (6)$$

В этом случае поток материала в абсорбирующую ячейку также будет переменным, и расчет позволяет сравнить характеристики переменных составляющих на входе и выходе, т.е. эффективность преобразования входного сигнала.

Поток на выходе после k -го перехода рассчитывался по формуле:

$$q(k) = S_{k,m-1} P_{m,m-1}. \quad (7)$$

Для случая единичной импульсной подачи (5) $q(k)$ соответствует кривой РВП, для которой может быть рассчитано среднее время пребывания частиц на лотке, выраженное в числе переходов, и ее моменты (в частности, ее дисперсия)

$$\langle k \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} k q(k), \quad (8)$$

$$\sigma_m^2 = \sum_{k=1}^{\infty} (k - \langle k \rangle)^2 q(k). \quad (9)$$

При периодических возмущениях на входе, рассчитывается дисперсия входного и выходного потоков, и затем значение VRR, которое характеризует сглаживающую способность устройства:

$$\sigma_{in}^2 = \frac{1}{m-n} \sum_{k=n}^m (S_1^0(k) - \langle S_1^0(k) \rangle)^2, \quad (10)$$

$$\sigma_{out}^2 = \frac{1}{m-n} \sum_{k=n}^m (q(k) - \langle q(k) \rangle)^2, \quad (11)$$

$$VRR = \frac{\sigma_{in}^2}{\sigma_{out}^2}. \quad (12)$$

Средства компьютерной поддержки матричных операций позволяют рассчитывать характеристики процесса по указанным формулам.

Сравнения результатов численных и натуральных экспериментов показали, что предлагаемая модель может быть использована не только для расчета процесса, но и для оптимизации геометрических и режимных параметров для обеспечения высокой точности непрерывного весового дозирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Каляпин Д.К., Осипов А.А., Барышникова С.В. Совершенствование технологии двухстадийного дозирования сыпучих материалов // Труды ТГТУ. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. Вып. 13. С. 46 – 49.

2 Баранцева Е.А. Исследование процессов непрерывного смешения сыпучих материалов и разработка метода их расчета на основе теории цепей Маркова: Дис. ... канд. техн. наук. Иваново: Ивановский государственный энергетический университет, 2003. 184 с.

Кафедра «Прикладная механика и сопротивление материалов»