

Ю.В. Кулаков, М.Ю. Неудахин, В.Н. Шамкин

**ДЕКОМПОЗИЦИЯ ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ
ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДУЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ
МОДЕЛИ СТАТИКИ**

Одним из этапов разработки математической модели статики объекта экспериментальным или экспериментально-аналитическим методом является ее параметрическая идентификация – определение настроечных параметров модели, минимизирующих целевую функцию идентификации. Целевая функция идентификации определяется с использованием экспериментов, и представляет собой выбранную меру рассогласования расчетных значений некоторых выходных переменных модели, называемых координатами адекватности, и соответствующих значений переменных моделируемого объекта.

Решение задачи параметрической идентификации даже сравнительно простых моделей сопряжено, как правило, с большими вычислительными затратами. Однако, если математическая модель построена по модульному принципу, задача ее идентификации при определенных условиях может быть декомпозирована на несколько более простых задач. При этом достигается значительное сокращение времени вычисления. Вышесказанное проиллюстрируем на примере виртуального объекта.

Пусть математическая модель статики объекта представлена системой линейных уравнений:

$$\begin{cases} y_1 = k_1 y_4 + k_8 y_6; \\ y_2 = k_2 x_1 + 4x_2 + k_3 y_1; \\ y_3 = x_1 + k_2 x_2 + k_3 y_1; \\ y_4 = k_4 y_2 + k_5 y_1; \\ y_5 = k_5 y_2 + k_4 y_1; \\ y_6 = k_6 y_3 - k_7 y_5; \\ y_7 = k_7 y_3 + k_6 y_5; \\ y_8 = k_1 y_4 - k_8 y_6, \end{cases} \quad (1)$$

где x_i ($i=1,2$) – входные переменные модели; y_i ($i=1,2,\dots,8$) – выходные переменные модели; k_i ($i=1,2,\dots,8$) – настроечные параметры модели.

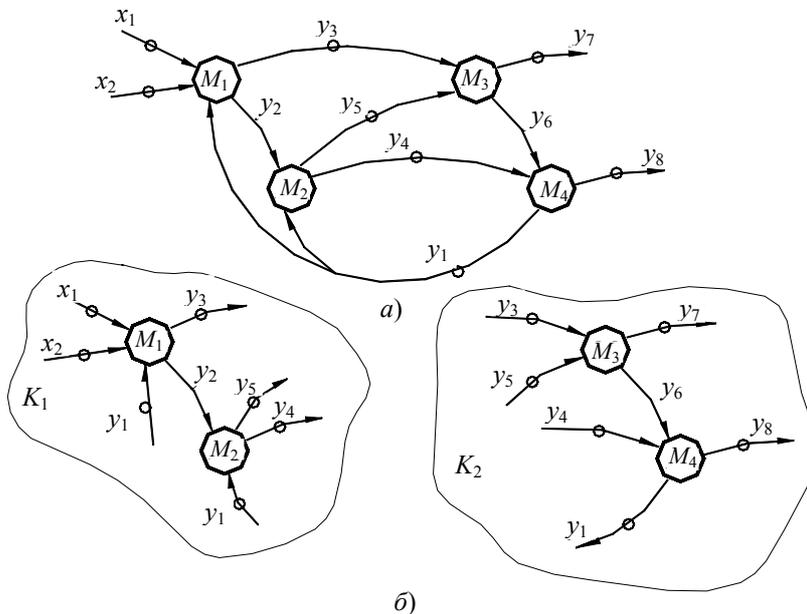


Рис. 1 Графы моделей объекта:
а – исходной; б – модифицированной

Эту модель назовем исходной моделью, ее граф представлен на рис. 1, а. Вершины графа обозначают модули математической модели, а дуги – входные и выходные переменные. Модули M_i ($i=1, 2, 3, 4$) включают соответственно второе и третье, четвертое и пятое, шестое и седьмое, первое и восьмое уравнения

системы (1). Дуги, помеченные кружком, отвечают измеряемым на объекте переменным, а соответствующие им переменные модели выступают в качестве координат адекватности.

Для решения задачи параметрической идентификации модели (1) использовался метод Нелдера-Мида (деформированного многогранника) [1], а целевая функция идентификации представляла собой сумму квадратов разностей вычисленных и измеренных значений координат адекватности $y_1, y_3, y_4, y_5, y_7, y_8$. Идентификация проводилась по данным двух измерений входных и выходных переменных, представленным в табл. 1. Заметим, что такого количества экспериментальных данных необходимо и достаточно для определения восьми настроечных параметров при шести координатах адекватности. Попытки решения задачи с задаваемой точностью $\varepsilon = 10^{-7}$ не дали положительных результатов. Вычисления были либо искусственно прерваны вследствие недостижения сходимости (в процессе поиска значение целевой функции достигало в течение примерно одной минуты уровня 10^4 и после этого переставало заметно изменяться на протяжении часа и более), либо сходимость достигалась в точке с неудовлетворительным значением целевой функции порядка 10^4 (скорее всего в локальном минимуме, поскольку увеличение точности расчетов не приводило к изменению получаемых результатов).

1 Экспериментальные значения входных и выходных переменных

x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
2	4	15	40	55	165	200	-100	1050	60
3	5	9,271	60,26	72,16	187,3	299,4	-148	1425	75,85

Однако, измерение выходных переменных y_1, y_3, y_4, y_5 позволяет из исходной модели (1) получить модифицированную модель в виде совокупности двух независимых систем уравнений:

$$\begin{cases} y_3 = x_1 + k_2 x_2 + k_3 y_1^3; \\ y_4 = k_2 k_4 x_1 + 4k_4 x_2 + (k_5 + k_3 k_4) y_1^3; \\ y_5 = k_2 k_5 x_1 + 4k_5 x_2 + (k_4 + k_3 k_5) y_1^3, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y_1 = k_1 y_4^3 + k_6 k_8 y_3^3 - k_7 k_8 y_5^3; \\ y_7 = k_7 y_3^3 + k_6 y_5^3; \\ y_1 = k_1 y_4^3 - k_6 k_8 y_3^3 + k_7 k_8 y_5^3, \end{cases} \quad (3)$$

где верхний индекс «э» обозначает экспериментальное значение.

Соответствующий модифицированной модели граф, представляющий собой совокупность двух компонент связности (комплексов K_1 и K_2), изображен на рис. 1, б. Модифицированный граф был получен путем разрыва внутренних дуг y_1, y_3, y_4, y_5 исходного графа.

Следовательно, задача параметрической идентификации модели (1) декомпозируется – сводится к двум независимым задачам параметрической идентификации моделей (2) и (3).

При решении задачи параметрической идентификации модели (2) использовался тот же метод, а в качестве координат адекватности выступали переменные y_3, y_4, y_5 . Идентификация проводилась с использованием тех же экспериментальных данных. Во всех выполненных расчетах сходимость достигалась при любых начальных приближениях, целевая функция (min) имела удовлетворительное значение, а временные затраты (time) не превышали пяти минут (табл. 2).

2 Результаты идентификации модели (2)

Нач. приб.	k_2	k_3	k_4	k_5	time	min	Сход. дост.
0	14,436	-0,321	2,398	4,5943	2м 6с	$8 \cdot 10^{-3}$	Да
4	14,436	-0,321	2,398	4,5943	43с	$8 \cdot 10^{-3}$	Да
8	14,436	-0,321	2,398	4,5943	4м 54с	$8 \cdot 10^{-3}$	Да

Подобные результаты (табл. 3) были получены и при идентификации модели (3).

3 Результаты идентификации модели (3)

Нач. приб.	k_1	k_6	k_7	k_8	time	min	Сход. дост.
0	0,2272	4,385	1,5508	0,225	1м 54с	$2 \cdot 10^{-9}$	Да
4	0,2272	4,385	1,5508	0,225	1м 1с	$2 \cdot 10^{-9}$	Да
8	0,2272	4,385	1,5508	0,225	51с	$2 \cdot 10^{-9}$	Да

Полученные при идентификации модели (2) и (3) значения настроечных параметров были использованы в качестве начальных приближений при решении задачи идентификации модели (1). Расчеты подтвердили, что задаваемые начальные приближения являются решением этой задачи.

Таким образом, декомпозиция задачи параметрической идентификации математической модели, построенной по модульному принципу, может привести к весьма ощутимым положительным результатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Банди Б. Методы оптимизации: Вводный курс. М.: Радио и связь. 1988. 128 с.

Кафедра «Информационные технологии в проектировании»