

## ПОВЕДЕНИЕ ОДИНОЧНОЙ ЧАСТИЦЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВИБРАЦИИ НА КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

При действии вибрации даже на простейшие механические системы возникает ряд явлений, которые необходимо учитывать при проектировании оборудования.

Поведение простейшей механической системы, такой как маятник, при наложении вибраций на точку подвеса изменяется: верхнее неустойчивое при отсутствии вибрации положение может стать устойчивым, а нижнее устойчивое – неустойчивым; при других условиях вибрации может наблюдаться стационарное вращение маятника [1].

Такие явления могут приводить как к нежелательным побочным эффектам, так и к положительным. К числу таких эффектов относятся:

- 1 Эффект вибрационного перемещения.
- 2 Изменение под влиянием вибрации реологических свойств тел.
- 3 Резкое изменение поведения твердых или упругих тел и систем тел под действием вибрации [2].

Поведение частицы (материальной точки) на вибрирующей наклонной плоскости рассмотрено в работе [3], в вибрирующем цилиндрическом барабане в работе [2].

Рассмотрим аппарат, поверхность которого описана уравнением  $y = f(x)$ , совершающий прямолинейные гармонические колебания с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$  в направлении, образующем угол  $\beta$  с вертикальной осью. На частицу массы  $m$ , находящуюся на внутренней поверхности аппарата, действует сила тяжести  $P = mg$ , сила трения о поверхность аппарата  $F_f$ , нормальная реакция поверхности  $N$ , а так же сила инерции  $I$ . На рис. 1 изображены силы, действующие на частицу.

Движение частицы относительно вибрирующей по гармоническому закону поверхности аппарата в системе координат, связанной с этой поверхностью описывается уравнениями

$$m\ddot{x} = -mg \sin \varphi - mA\omega^2 \sin(\omega t) \sin(\beta + \varphi) - F_f, \quad (1)$$

$$m\ddot{y} = -mg \cos \varphi - mA\omega^2 \sin(\omega t) \cos(\beta + \varphi) + N. \quad (2)$$

Если частица находится на вибрирующей поверхности и не отрывается от нее, то ее ускорение относительно этой поверхности равно нулю. Тогда из последнего уравнения находим

$$N = mg \cos \varphi + mA\omega^2 \sin(\omega t) \cos(\beta + \varphi). \quad (3)$$

Рассмотрим случай безотрывного движения частицы ( $N > 0$ ). Считая, что  $F_f = fN$ , где  $f$  – коэффициент трения частицы о поверхность аппарата, уравнение (1) можно записать в виде

$$m\ddot{x} = -mg \sin \varphi - mA\omega^2 \sin(\omega t) \times \\ \times \sin(\beta + \varphi) - fN. \quad (4)$$

Учитывая, что  $\operatorname{tg} \varphi = f'(x)$  и применяя тригонометрические преобразования уравнения (3) и (4) можно записать в виде:

$$N = mg \frac{1}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} + mA\omega^2 \sin(\omega t) \left( \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} - \frac{\sin \beta f'(x)^2}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} \right). \quad (5)$$

$$m\ddot{x} = -mg \frac{f'(x)^2}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} - \\ - mA\omega^2 \sin(\omega t) \left( \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} + \frac{\cos \beta f'(x)^2}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} \right) - fN. \quad (6)$$

Подставим (5) в (6) исключая  $m$  и с учетом того, что сила трения направлена противоположно скорости, окончательно получим:

$$\ddot{x} = -g \frac{f'(x)^2}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} - A\omega^2 \sin(\omega t) \left( \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} + \frac{\cos \beta f'(x)^2}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} \right) - \\ - \frac{\dot{x}}{\ddot{x}^2} f \left( g \frac{1}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} + A\omega^2 \sin(\omega t) \left( \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} - \frac{\sin \beta f'(x)^2}{\sqrt{1 + f'(x)^2}} \right) \right). \quad (7)$$

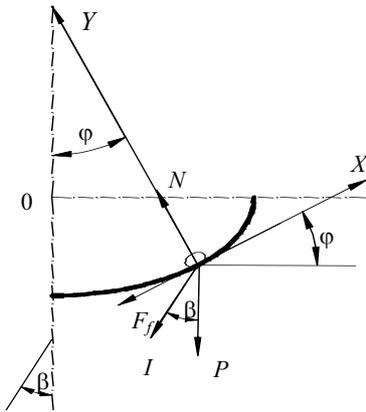


Рис. 1 Схема действия сил на частицу вибрации

\* Работа выполнена под руководством канд. техн. наук, проф. А.А. Коптева.

На рис. 2, а показано численное решение уравнения (7) при следующих значениях:  $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2 + a^2 b}}{a}$  (нижняя часть эллипса),  $A = 0,005$  м,  $\omega = 50$  Гц,  $\beta = 30^\circ$ ,  $f = 0,2$ ,  $b = 0,1$  м и  $a = 0,2 \dots 1$  м.

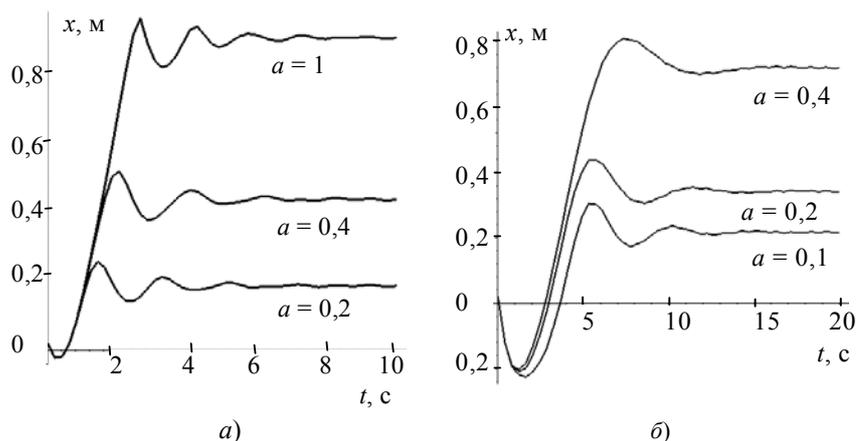


Рис. 2 Поведение частицы под действием вибрации

На рис. 2, б показано численное решение того же уравнения для:  $f(x) = ax^2$  (парабола),  $A = 0,005$  м,  $\omega = 50$  Гц,  $\beta = 30^\circ$ ,  $f = 0,2$  и  $a = 0,1 \dots 0,4$ .

На рисунках наглядно видно, что через некоторый промежуток времени частица приходит в новое квазиравновесное состояние. Решение данной задачи во многом похоже на решение задачи, описанной о поведении частицы на внутренней поверхности цилиндрического барабана [2]. Наблюдается тенденция смещения в положительную сторону положения квазиравновесия и уменьшения амплитуды колебаний частицы при увеличении радиуса кривизны  $\rho$  поверхности. Зависимости, полученные выше, могут быть использованы для расчета геометрии вибрационных аппаратов с произвольной формой поверхности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. Колебания нелинейных механических систем / Под ред. И.И. Блехмана. М.: Машиностроение, 1979. Т. 2. 351 с.
- 2 Пасько А.А. Действие вибрации на нелинейные механические системы // Труды ТГТУ: Сб. науч. ст. молодых ученых и студентов. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2000. С. 86 – 89.
- 3 Членов В.А., Михайлов Н.В. Виброкипящий слой. М.: Наука, 1972. 340 с.

Кафедра «Техника и технологии машиностроительных производств»