

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ  
СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА НА НАКЛОННОМ  
ВИБРИРУЮЩЕМ ЛОТКЕ**

Процесс преобразования отдельных порций в непрерывный поток включает в себя: изменение формы открытой поверхности, ограничивающей отдельную порцию; перемещение материала вдоль лотка и соединение отдельных порций между собой.

Под системой будем понимать совокупность частиц, контактирующих между собой и образующих отдельную порцию материала. По аналогии, с энергетической гипотезой о поведении сыпучего материала в гладком вращающемся барабане [1], определим минимум потенциальной энергии системы  $W_{\Pi \min}$  на вибрирующем лотке, при наличии границ. Предположим, что система, находящаяся в превалирующем поле гравитационных сил на вибрирующем лотке, стремится к состоянию, соответствующему возможному минимуму потенциальной энергии, причем скорость изменения потенциальной энергии системы пропорциональна разности потенциальных энергий рассматриваемого и конечного состояния. С математической точки зрения это будет выглядеть следующим образом. Если  $W_{\Pi} = f(t)$ , то,  $df(t)/dt = KW_{\Pi}$ , т.е. первая производная от функции прямо пропорциональна самой функции. Учитывая, что функция во времени убывает, то данному условию соответствует зависимость

$$y = e^{-ax+b}. \quad (1)$$

Рассматривая перемещение центра тяжести сыпучего материала вдоль лотка можно выделить два основных механизма: перемещение за счет наклона лотка к горизонту; перемещение за счет вибрации лотка.

Сделаем допущение, что ускорение движения центра тяжести сыпучего материала вдоль лотка складывается из двух составляющих

$$a = a_{\alpha} + a_A, \quad (2)$$

где  $a_{\alpha}$  – составляющая ускорения, зависящая от наклона лотка;  $a_A$  – составляющая ускорения, зависящая от амплитуды колебаний лотка.

Уравнение равновесия центра тяжести сыпучего материала, движущегося с ускорением  $a_{\alpha}$  по лотку можно записать в следующем виде:

$$ma = mg \sin \alpha - f_{\text{тр}} mg \cos \alpha. \quad (3)$$

Как известно при вибрации сыпучего материала коэффициент внутреннего трения стремится к нулю и при виброожигенном состоянии практически достигает этого значения. Таким образом, в выражении (3) второе слагаемое в правой части близко к нулю и в первом приближении его можно не учитывать. Следовательно, ускорение движения центра тяжести сыпучего материала вдоль лотка прямо пропорционально синусу угла наклона этого лотка к горизонту.

В рассматриваемом нами случае амплитуда колебаний линейно изменяется от загрузочного края к разгрузочному. Будем считать, что ускорение  $a_A$  пропорционально отношению амплитуд колебаний, т.е.

$$a_A = k_A \frac{A_X}{A_0}, \quad (4)$$

где  $k_A$  – коэффициент пропорциональности;  $A_X$  – амплитуда колебаний на расстоянии  $x$  от загрузочного края лотка;  $A_0$  – амплитуда колебаний на загрузочном краю лотка.

Проверку гипотезы о характере изменения потенциальной энергии проводили следующим образом. В центр горизонтально расположенной коробки, расположенной на вибраторе вертикального действия, загружалась порция сыпучего модельного материала (семян люцерны). Одновременно с началом вибровоздействия начинали видеосъемку процесса движения сыпучего материала в коробе. В данном случае за нулевой уровень принимали горизонтальную линию, проходящую через центр тяжести сыпучего материала, находящегося в коробе, у которого открытая поверхность горизонтальна.

По материалам видеосъемки, используя программу AutoCAD, определяли положение центра тяжести сыпучего материала, и затем расстояние между этим положением и нулевым уровнем. Экспериментальные значения, имеющие минимальные отклонения от средних значений (не более 10 %), представлены на рис. 1 в виде точек. В результате аппроксимации получена зависимость вида

$$W_{\Pi}(t) = e^{-at+b}. \quad (5)$$

График данной функции показан на рис. 1 сплошной линией. Как видно из графика, наблюдается удовлетворительная сходимость расчетных и экспериментальных данных.

\* Работа выполнена под руководством д-ра техн. наук, проф. В.Ф. Першина.

Следующим этапом движения центра масс вибрирующего лотка от Загружалась порция Проводили съемку материала. По полученным масс порции сыпучего

На рис. 2 показано параметрах: объем порции расстояние от края лотка до шарнирного закрепления 50 мм.

В соответствии с выдвинутой ранее гипотезой уравнение движения центра масс сыпучего материала можно записать в следующем виде

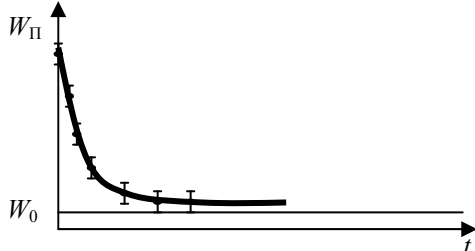


Рис. 1 График зависимости потенциальной энергии

было определение зависимостей ускорений сыпучего материала относительно наклонного геометрических и режимных параметров. сыпучего модельного материала (семян люцерны). процесса движения отдельной порции сыпучего данным определяли расстояние, пройденное центром материала.

движение семян люцерны при следующих 25 мм<sup>3</sup>; ширина лотка 30 мм; длина лотка 220 мм;

$$S(t) = \frac{at^2}{2} = \frac{(a_\alpha + a_A)t^2}{2}. \quad (6)$$

Как отмечалось ранее,  $a_\alpha$  для каждого опыта величина постоянная, а  $a_A$  изменяется линейно.

Для того, чтобы при разных углах наклона лотка среднее значение ускорения  $a_A$  можно было считать одинаковым, экспериментально определяли время, за которое центр тяжести сыпучего материала при разных углах  $\alpha$  проходил одинаковый путь  $S = 110$  мм.

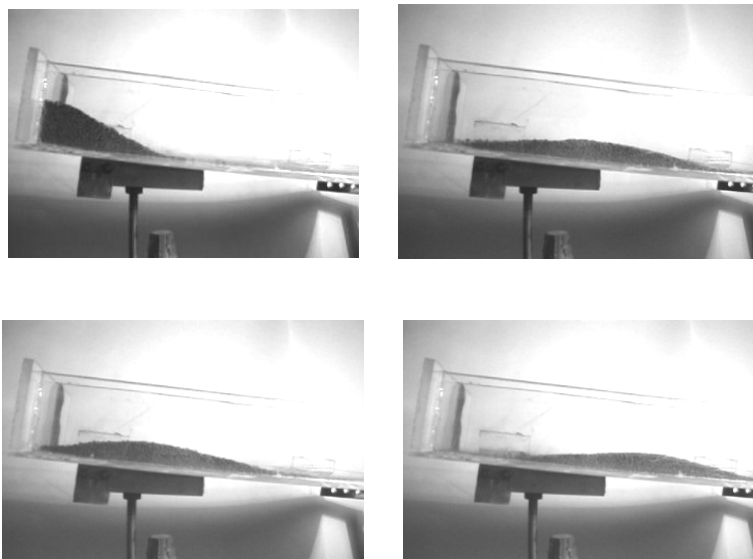


Рис. 2 Движение сыпучего материала по наклонному лотку

Для опытов эти значения времени соответственно были равны:  $t(\alpha_1) = 4$  с;  $t(\alpha_2) = 3$  с;  $t(\alpha_3) = 2,7$  с (угол наклона лотка  $2^\circ 20'$ ,  $6^\circ$ ,  $8^\circ$  соответственно). Для этих значений времени были найдены средние значения ускорений  $a$ , соответственно равные:  $a(\alpha_1) = 1,4 \cdot 10^{-2}$  м/с<sup>2</sup>;  $a(\alpha_2) = 2,47 \cdot 10^{-2}$  м/с<sup>2</sup>;  $a(\alpha_3) = 3 \cdot 10^{-2}$  м/с<sup>2</sup>.

Было сделано предположение, что, поскольку  $\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2 = 0,38$ , то  $a_\alpha(\alpha_1) = 0,38 a_\alpha(\alpha_2)$ .

С учетом данного предположения можно записать следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} a_A + 0,38 a_\alpha(\alpha_2) = 1,4 \cdot 10^{-2}, \\ a_A + a_\alpha(\alpha_2) = 2,47 \cdot 10^{-2}. \end{cases}$$

из решения системы получено:

$$a_\alpha(\alpha_1) = 0,65 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2, \quad a_\alpha(\alpha_2) = 1,72 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2, \quad a_A = 0,45 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2.$$

С полученными значениями было рассчитано ускорение  $a_\alpha(\alpha_3)$ :

$$a_A + a_\alpha(\alpha_3) = a(\alpha_3) \Rightarrow a_\alpha(\alpha_3) = 2,55 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2.$$

Отношение ускорения движения центра тяжести сыпучего материала при угле наклона лотка  $\alpha_2$  к ускорению при угле наклона лотка  $\alpha_3$  будет равно  $a(\alpha_2)/a(\alpha_3) = 0,748$ . Отношение синусов углов наклона лотка  $\sin \alpha_2 / \sin \alpha_3 = 0,75$ .

Аналогичные результаты были получены для других материалов.

На основании зависимостей (5) и (6) предложена математическая модель процесса преобразования отдельной порции в непрерывный поток. Проведена идентификация параметров этой модели и проверка ее адекватности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Першин В.Ф. Энергетический метод движения сыпучего материала в поперечном сечении гладкого вращающегося цилиндра // Теоретические основы химической технологии. 1988. № 2. С. 255 – 260.

*Кафедра «Прикладной механики и сопротивления материалов»*