УДК 532.517.2

Т.В. Пасько, А.А. Пасько

ГИДРОДИНАМИКА ВНУТРИРОТОРНЫХ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ

Одним из основных видов технологического оборудования, применяемого в различных отраслях промышленности, являются жидкостные сепараторы, относящиеся к классу роторных машин, рабочий процесс в которых осуществляется при движении тонкослойных потоков жидкости между соосно расположенными пакетами конусов или плоских дисков, установленных в быстро вращающемся роторе.

Одной из основных задач, стоящих перед исследователями и конструкторами современных роторных машин, является изучение гидродинамики внутрироторных потоков жидкости, движущейся в межтарелочном пространстве.

Поскольку обрабатываемые малоконцентрированные суспензии обладают свойствами вязкой жидкости, в качестве приближенной модели принимают модель ньютоновской жидкости, и в качестве исходных кинетических уравнений – систему уравнений Навье-Стокса.

Вследствие осевой симметрии течения уравнения Навье-Стокса и уравнение неразрывности упрощаются и в цилиндрической системе координат получают вид:

$$\left.\begin{aligned} u\frac{\partial u}{\partial r}-\frac{\mathrm{v}^2}{r}+w\frac{\partial u}{\partial z}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+\nu\left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{u}{r}\right)+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right];\\ u\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial r}+\frac{uV}{r}+w\frac{\partial v}{\partial z}&=\nu\left[\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial r^2}+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\mathrm{v}}{r}\right)+\frac{\partial^2 \mathrm{v}}{\partial z^2}\right];\\ u\frac{\partial w}{\partial r}+w\frac{\partial w}{\partial z}&=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right];\\ \frac{\partial u}{\partial r}+\frac{u}{r}+\frac{\partial w}{\partial z}&=0. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где p – давление, Н/м^2; r – радиальная координата, м; u – компонента радиальной скорости, м/с; v – компонента тангенциальной скорости, м/с; w – компонента аксиальной скорости, м/с; z – аксиальная координата, м; ν – кинематическая вязкость, м^2/с; ρ – плотность жидкости, кг/м^3.

Для интегрирования системы (1) целесообразно ввести вместо z безразмерное расстояние (аксиальная координата)

$$\zeta = z\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}\,, \tag{2}$$

где ω – угловая скорость диска, рад/с.

Далее примем, что составляющие скорости и давление определяются формулами

$$\left.\begin{aligned} &u = r\omega F(\zeta),\ \ \mathrm{v} = r\omega G(\zeta),\ \ w = -2\sqrt{\omega\nu}H(\zeta);\\ &p = C\frac{\rho\omega^2 r^2}{2}-2\rho\omega\nu P(\zeta). \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

где C – коэффициент радиального градиента давления; G – безразмерная тангенциальная компонента скорости; H – безразмерная аксиальная компонента скорости; F – безразмерная радиальная компонента скорости; P – безразмерная функция давления.

После подстановки выражений (3) в уравнения (1) получим для определения неизвестных функций F, G, H и P следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &F-H'=0;\\ &2FG-2HG'-G''=0;\\ &F^2-G^2-2HF'-F''+C=0;\\ &2HH'+P'+H''=0. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где G', G'' – производные безразмерной тангенциальной компоненты скорости; P' – производная безразмерной функции давления.

Система уравнений (4) позволяет получать решения для целого комплекса задач о характере движения жидкости вблизи вращающихся поверхностей, а также между ними. В зависимости от вида решаемой задачи необходимо сформулировать граничные условия для системы (4).

Так, например, для случая движения жидкости между двумя дисками, вращающимися в противоположные стороны с одинаковой частотой, граничными условиями будут:

$$F = 0,\ \ G = 1,\ \ H = 0, P = 0 \quad \text{при}\ \ \zeta = 0;$$

$$F = 0,\ \ G = -1 \qquad\qquad\quad \text{при}\ \ \zeta = \varepsilon;$$

где ε – безразмерное расстояние между дисками.

На рис. 1, 2, 3 изображены графики функций F, G, H.

Для случая вращающегося диска вблизи неподвижной плоскости граничными условиями будут:

$$F = 0,\ \ G = 1,\ \ H = 0, P = 0 \quad \text{при} \ \ \zeta = 0;$$

$$F = 0,\ \ G = 0 \qquad\qquad\qquad \text{при} \ \ \zeta = \varepsilon.$$

Решение этой задачи приведено в виде графиков на рис. 4, 5, 6.

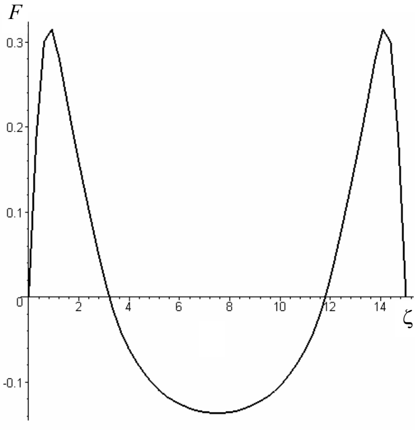

Рис. 1 Безразмерная радиальная скорость

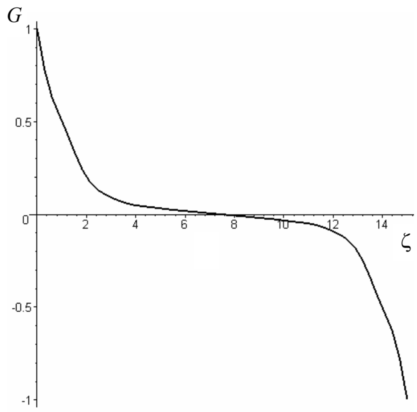

Рис. 2 Безразмерная тангенциальная скорость

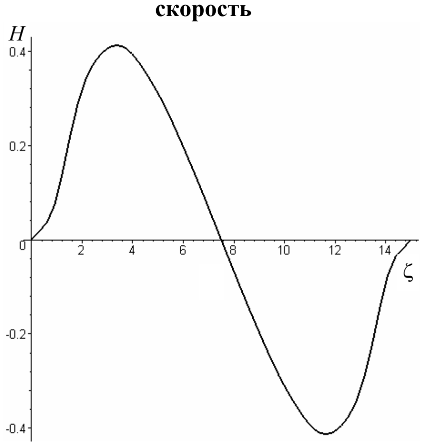

Рис. 3 Безразмерная осевая скорость

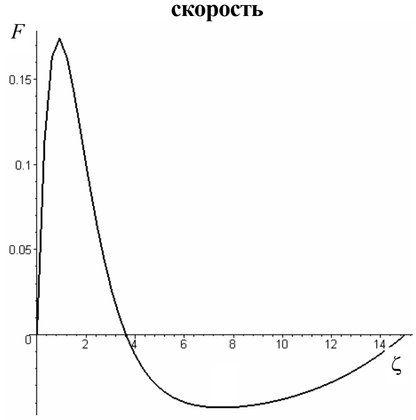

Рис. 4 Безразмерная радиальная скорость

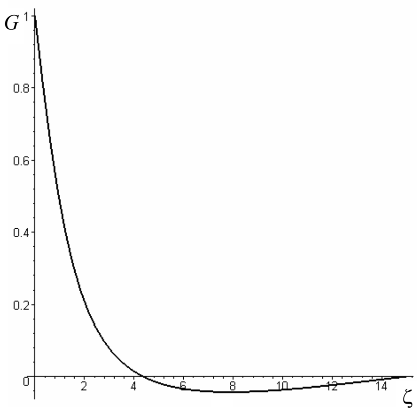

Рис. 5 Безразмерная тангенциальная скорость

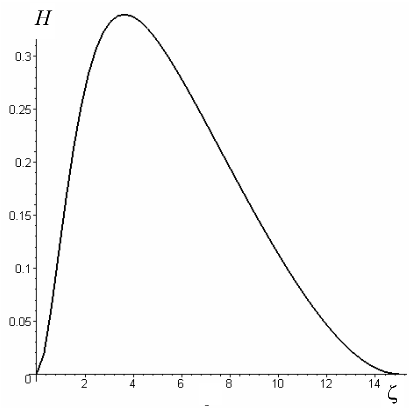

Рис. 6 Безразмерная осевая скорость

Система дифференциальных уравнений (4) нелинейна и в замкнутом аналитическом виде неразрешима. Для ее решения использовались численные методы. Заметим, что в ряде случаев система (4) может иметь несколько решений. Эта проблема исследована в работе [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коптев А.А., Быченок В.И., Пасько Т.В. Движение жидкости в центробежном поле между вращающимся и неподвижным дисками // Вестник ТГТУ. 2000. Т. 6. № 2.

Кафедра «Техника и технологии машиностроительных производств»