УДК 532.517.6

В.В. Акулин, М.А. Промтов

МЕТОД РАСЧЕТА СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ ПОТОКА ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ РОТОРНО-ИМПУЛЬСНОГО АППАРАТА

РОТОРНО-ИМПУЛЬСНЫЕ АППАРАТЫ (РИА) ПРИМЕНЯЮТСЯ ДЛЯ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ (ХТП) В РАЗЛИЧНЫХ ОТРАСЛЯХ ПРОМЫШЛЕННОСТИ. ПРИНЦИП РАБОТЫ РИА ОСНОВАН НА НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ПОТОКОВ ВЕЩЕСТВА, ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА. РИА ЭФФЕКТИВНЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ ТВЕРДОЕ – ЖИДКОСТЬ, ЖИДКОСТЬ – ЖИДКОСТЬ, ГАЗ – ЖИДКОСТЬ, А ИМЕННО – ЭМУЛЬГИРОВАНИЯ, ДИСПЕРГИРОВАНИЯ, ЭКСТРАГИРОВАНИЯ [1].

Роторно-импульсный аппарат реализует дискретный, многофакторный метод воздействия на ХТП, который обусловлен пульсациями давления и скорости потока жидкости, развитой турбулентностью, интенсивной кавитацией, большими сдвиговыми и срезывающими усилиями.

Основными параметрами, определяющими эффективную работу аппарата, являются закон изменения скорости и давления в потоке жидкости, проходящей через прерыватель РИА. Прерыватель РИА представляет собой канал ротора, канал статора и радиальный зазор между ними. При вращении ротора его каналы периодически совмещаются с каналами статора, за счет этого в канале статора генерируется импульс давления.

От характера пульсаций скорости и давления зависит степень развитости кавитации и турбулентности, интенсифицирующих ХТП.

Течение потока жидкости в прерывателе РИА описывается нестационарным уравнением Бернулли

$$\beta l_э \frac{d\mathrm{v}}{dt} + \frac{\mathrm{v}^2}{2}\left(\xi(t) + \frac{B(t)\mu}{d_э \rho \mathrm{v}}\right) = \frac{\Delta P(t)}{\rho}, \tag{1}$$

где β – коэффициент количества движения; $l_э$ – длина пути жидкости в прерывателе, м; $d_э$ – эквивалентный гидравлический диаметр, м; $\xi(t)$ – суммарный коэффициент местного гидравлического сопротивления, $B(t)$ – коэффициент гидравлического сопротивления, учитывающий потери напора; ρ – плотность жидкости, кг/м^3; μ – коэффициент динамической вязкости, Па · с; v – скорость потока жидкости по каналу прерывателя, м/с; $\Delta P(t)$ – перепад давления, Па.

Численное решение этого уравнения позволяет определить зависимости $\frac{d}{dt}\mathrm{v}(t)$, $\mathrm{v}(t)$, а по ним определить значения динамических параметров потока жидкости.

Коэффициенты $\xi(t)$, $B(t)$ находят из предположения, что прерыватель сужает поток жидкости, поэтому гидравлическое сопротивление прерывателя можно рассчитывать по формулам, применяемым для расчета диафрагм. Коэффициент β принимают равным единице [2].

Коэффициент $\xi(t)$, определяемый по формуле (2), зависит от площади $S(t)$, свободной для протекания обрабатываемой среды, и коэффициента ε, который определяется по таблицам, или по аппроксимирующей формуле (3) [2, 3]:

$$\xi(t) = \left(\frac{1}{\varepsilon(s(t))\ s(t)} - 1 \right)^2; \tag{2}$$

$$\varepsilon(s) = \frac{1}{\dfrac{4{,}5}{\exp(s)} - 2{,}88\exp(s) + 7{,}17s}. \tag{3}$$

Коэффициент гидравлического сопротивления $B(t)$ берется из справочника гидравлических сопротивлений или определяется по аппроксимирующей формуле (4) [3]

$$B(t) = \exp(-10{,}58s^2 + 8{,}18\exp(s) - 7{,}34s). \tag{4}$$

Относительная площадь проходного сечения прерывателя при вращении определяется по формуле (5) [2]:

$$s(t) = \begin{cases} \left(1 - \dfrac{t\omega R_\text{р}}{a_\text{с}}\right) \sqrt{\left(\dfrac{t\omega R_\text{р}}{a_\text{с}}\right)^2 + \left(\dfrac{\delta}{a_\text{с}}\right)^2} + \left(\dfrac{t\omega R_\text{р}}{a_\text{с}}\right)^2; \ 0 \le t \le \dfrac{a_\text{с}}{\omega R_\text{р}}; \\ 1; \ \dfrac{a_\text{с}}{\omega R_\text{р}} < t \le \dfrac{a_\text{р}}{\omega R_\text{р}}; \\ \left(\dfrac{t\omega R_\text{р}}{a_\text{с}} - \dfrac{a_\text{р}}{a_\text{с}}\right) \sqrt{\left(\dfrac{a_\text{р}}{a_\text{с}} + 1 - \dfrac{t\omega R_\text{р}}{a_\text{с}}\right)^2 + \left(\dfrac{\delta}{a_\text{с}}\right)^2} + \left(\dfrac{a_\text{р}}{a_\text{с}} + 1 - \dfrac{t\omega R_\text{р}}{a_\text{с}}\right)^2; \\ \dfrac{a_\text{р}}{\omega R_\text{р}} < t \le \dfrac{a_\text{р} + a_\text{с}}{\omega R_\text{р}}; \\ \dfrac{\delta}{a_\text{с}}; \ \dfrac{a_\text{р} + a_\text{с}}{\omega R_\text{р}} < t \le \dfrac{b_\text{с} + a_\text{р}}{\omega R_\text{р}}, \end{cases} \tag{5}$$

где $a_\text{с}$ – ширина канала статора, м; $a_\text{р}$ – ширина канала ротора, м; $b_\text{с}$ – расстояние между двумя ближайшими стенками соседних каналов статора, м; $R_\text{р}$ – радиус ротора, м; δ – зазор между ротором и статором, м; ω – угловая скорость, 1/с; t – время, с.

Начальные условия принимаем как

$$\frac{d\text{v}}{dt}\Big|_{t=0} = 0. \tag{6}$$

Начальное значение скорости находится путем решения уравнения (1) при условиях (6) и $t = 0$. Получается квадратное уравнение (7) относительно $\text{v}(0)$

$$\text{v}^2(0)\frac{1}{2}(\xi(0)) + \text{v}(0)\frac{B(0)\mu}{2d_\text{э}\rho} - \frac{\Delta P}{\rho} = 0. \tag{7}$$

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ (7) ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ДВА КОРНЯ, ОДИН ОТРИЦАТЕЛЬНЫЙ, ДРУГОЙ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ. ОТРИЦАТЕЛЬНЫЙ КОРЕНЬ РЕШЕНИЯ НЕ УЧИТЫВАЕТСЯ.

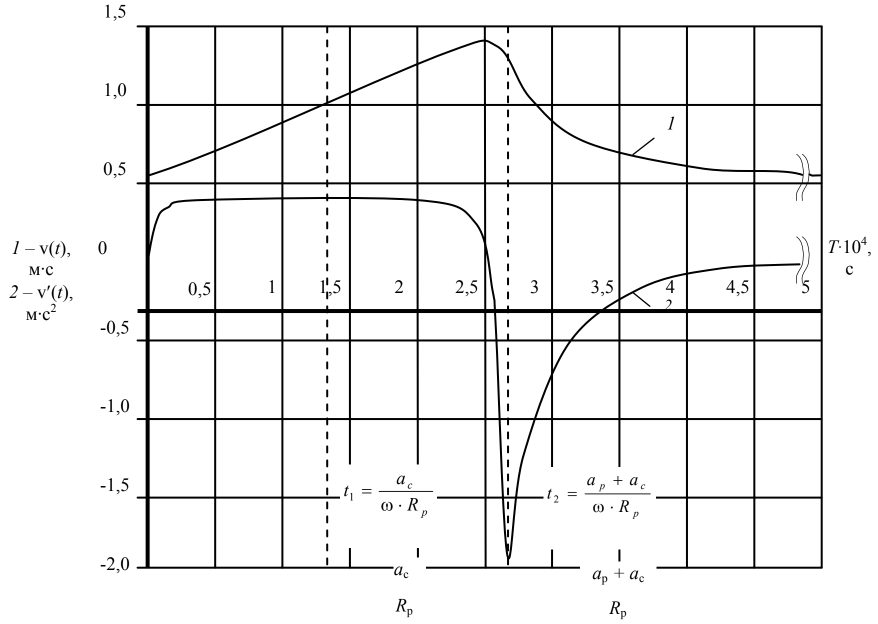
Уравнение (1) решалось в среде MathCAD 2001i с помощью вычислительного блока *Given/Odesolve* для решения одного обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ), реализующий численный метод Рунге-Кутты 4-го порядка. В качестве жидкости была взята вода для которой: $\mu = 0{,}0018$ Па · с, $\rho = 1000$ кг/м^3. Геометрические и режимные характеристики РИА: $a_\text{р} = a_\text{с} = 0{,}002$ м, $b_\text{р} = b_\text{с} = 0{,}029$ м,$l_\text{р} = 0{,}01$ м, $l_\text{с} = 0{,}02$ м, $\delta = 1 \cdot 10^{-4}$ м, $R_\text{р} = 0{,}1$ м, угловая скорость ротора $\omega = 150$ с$^{-1}$, $\Delta P = 10^5$ Па.

В результате численного решения уравнения (1) построены графики зависимостей скорости $\text{v}(t)$ и ускорения $\text{v}'(t)$ потока жидкости от времени $t \in [0 : T]$ (рис 1). Период времени совмещения каналов ротора с каналами статора определяется по формуле

$$T = \frac{a_\text{с} + b_\text{с}}{\omega R_\text{р}}. \tag{8}$$

Вычислительный процессор MathCAD решает обыкновенные дифференциальные уравнений записанные только в стандартной форме (форме Коши): $y'(t) = f(y(t), t)$.

Правильная с математической точки зрения постановка соответствующей задачи Коши для ОДУ первого порядка должна, помимо самого уравнения, содержать одно начальное условие – значение функции $y(t_0)$ в некоторой точке t_0. Требуется явно определить функцию $y(t)$ на интервале от t_0 до t_i.



Для численного интегрирования одного ОДУ по версии MathCAD 2001 необходимо сделать выбор: использовать вычислительный блок *Given*/*Odesolve*, либо встроенные функции, как в прежних версиях MathCAD. Первый путь предпочтительнее из соображений наглядности представления задачи и результатов, а второй дает пользователю больше возможностей по параметрам численного метода.

Вычислительный блок *Given*/*Odesolve* для решения одного ОДУ, реализующий численный метод Рунге-Кутты, состоит из трех частей: Given – ключевое слово; ОДУ и начальное условие, записанное с помощью логических операторов, причем начальное условие должно быть в форме $y(t_0) = b$; *Odesolve*(t, t_i) – встроенная функция для решения ОДУ относительно переменной t на интервале $[t_0, t_i]$.

Допустимо, и даже часто предпочтительнее, задание функции *Odesolve*(t, t_i, *step*) с тремя параметрами, где "*step*" – внутренний параметр численного метода, определяющий количество шагов, в которых метод Рунге-Кутты, будет рассчитывать решение дифференциального уравнения. Чем больше "*step*", тем с лучшей точностью будет получен результат, но тем больше времени будет затрачено на его поиск. Подбором этого параметра можно в несколько раз ускорить расчеты без существенного снижения их точности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Промтов М. А. Пульсационные аппараты роторного типа: теория и практика. М.: Машиностроение, 2001. 260 с.

2 Зимин А. И. Прикладная механика прерывистых течений. М.: Фолиант, 1997. 308 с.

3 Промтов М.А. Монастырский М.В. Итерационный метод определения кинематических параметров потока жидкости в роторно-импульсном аппарате с учетом изменения перепада давления // Моделирование. Теория методы и средства: Материалы Междунар. науч.-практ. конф. Новочеркасск: УПЦ ЮРГТУ(НПИ), 2001. Ч. 8. С. 17 – 19.

Кафедра "Машины и аппараты химических производств"

УДК 541.16