УДК 553.517.2

***А.А. Коптев, А.В. Шершуков***

# ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ОДНОНАПРАВЛЕННО ВРАЩАЮЩИМИСЯ ПЕРФОРИРОВАННЫМИ ДИСКАМИ

Задано, что плоскости дисков параллельны, жидкость ньютоновская, несжимаемая.

Считаем, что коаксиально вращающиеся в одном направлении плоские диски с равными угловыми скоростями затоплены (помещены)

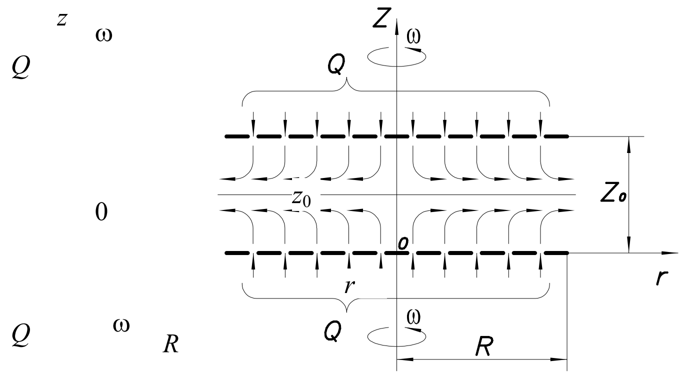


**Рис. 1 Схема движения жидкости**

в жидкую среду. Полагаем, что расстояние между дисками $z_0$ мало по сравнению с радиусом дисков $R$, движение установившееся, $\omega = \text{const}$, $Q$ – объемный расход жидкости (рис. 1).

Для решения задачи выбираем цилиндрическую систему координат $r$, $\varphi$, $z$. Движение сплошной среды (жидкости) в выбранной системе координат описывается уравнениями Навье-Стокса и уравнением неразрывности.

Задачу решаем в абсолютной системе координат. Граничные условия принимаем на основе гипотезы прилипания жидкости к поверхностям вращающихся дисков.

Систему уравнений Навье-Стокса преобразуем в безразмерный вид с помощью известной подстановки Т. Кармана [1, 2]:

$$\begin{aligned} &u = \omega r H'(\varepsilon); \\ &v = \omega r G(\varepsilon); \\ &w = -2\sqrt{\omega \nu} H(\varepsilon); \qquad (1) \\ &p - p_0 = -C \frac{\omega r^2}{2} p - 2 p \omega \nu P(\varepsilon), \end{aligned}$$

где $u$ – радиальная скорость жидкости; $v$ – окружная скорость жидкости; $w$ – осевая скорость жидкости; $H'$, $G$, $H$ – соответственно безразмерные скорости в радиальном окружном и осевом направлениях; $\varepsilon = z\sqrt{\omega/\nu}$ – безразмерная осевая координата; $\nu$ – кинематическая вязкость жидкости; $p$ – давление; $p_0$ – давление в точке $r = 0$, $z = 0$; $P$ – безразмерное давление; $C$ – коэффициент давления.

В итоге уравнения Навье-Стокса приводятся к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений:

$$H''' = C + H'H' - G^2 - 2HH'';$$
$$G'' = 2(H'G - HG'); \quad (2)$$
$$P' = H'' + 2HH',$$

где штрихи означают производные по ε.

При этом уравнение неразрывности удовлетворяется тождественно.

Нами получены результаты методами численного интегрирования, подтверждающие неоднозначность решений системы дифференциальных уравнений (2) при одних и тех же граничных условиях. Это обусловлено нелинейностью дифференциальных уравнений. Решение проводилось с помощью разложений функций $H(\varepsilon)$, $G(\varepsilon)$ в ряды Тэйлора.

На рис. 2 представлена найденная зависимость $H(0) = -H(\varepsilon_0)$ от $\varepsilon_0 = z_0\sqrt{\omega/\nu}$ при $C = 0$ на интервале изменения $\varepsilon_0 = 28\ldots36$.

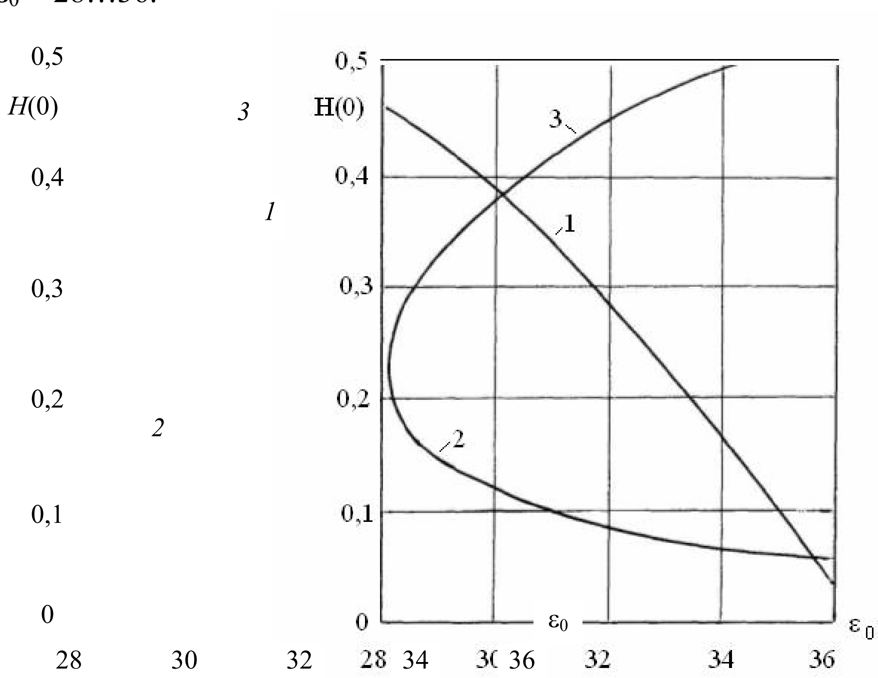


**Рис. 2 Зависимость безразмерной осевой скорости *H*(0) от безразмерного расстояния между дисками $\varepsilon_0$ при коэффициенте давления *C* = 0**

**ТАБЛИЦА**

| $\varepsilon_0$ | $H_1(0)$ | $H_2(0)$ | $H_3(0)$ |
|---|---|---|---|
| 28,0 | 0,463072 | – | – |
| 29,0 | 0,426439 | 0,145676 | 0,330964 |
| 30,0 | 0,384754 | 0,117771 | 0,381986 |
| 31,0 | 0,338060 | 0,099618 | 0,421099 |
| 32,0 | 0,286482 | 0,086245 | 0,453236 |
| 33,0 | 0,230232 | 0,075793 | 0,480236 |
| 34,0 | 0,169606 | 0,067329 | 0,503030 |
| 35,0 | 0,105004 | 0,060306 | 0,522175 |
| 36,0 | 0,036961 | 0,054377 | 0,538046 |

Из представленных графических и табличных данных видно, что на рассматриваемом интервале возможны три решения уравнений (2), т.е. неоднозначность при одном и том же значении $\varepsilon_0$. Это главный вывод нашего исследования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
2 Коптев А.А., Быченок В.И., Пасько Т.В. Движение жидкости в центробежном поле между вращающимся и неподвижным диском // Вестник Тамбовского государственного технического университета, 2000. Т. 6. № 2. С. 235 – 241.

***Кафедра "Техника и технологии машиностроительных производств"***