

УДК 330.45

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ СРЕДНЕСРОЧНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

В.Н. Дякин

Кафедра «Информационные процессы и управление», ТГТУ

Ключевые слова и фразы: параметрическое программирование; промышленное предприятие; распределение ресурсов; среднесрочное планирование.

Аннотация: Предложена математическая модель задачи среднесрочного развития промышленного предприятия, обладающего рядом возможных к применению конкурирующих технологий производства продукции. В модели учитываются как требования внешней по отношению к предприятию среды, так и существующие производственные возможности.

Список обозначений

- t – номер интервала времени;
 T – число интервалов времени, на которые разбит горизонт планирования;
 d_t – коэффициент дисконтирования для t -го интервала времени;
 N_{it} – ставка по налогу на прибыль организаций для i -го продукта на t -м интервале времени;
 Q – общая прибыль предприятия за T интервалов времени;
 n – число планируемых к выпуску продуктов;
 p_{it} – цена единицы i -го продукта на t -м интервале времени;
 y_{it} – объем продаж i -го продукта за t -й интервал времени;
 x_{it} – объем производства i -го продукта за t -й интервал времени;
 zr_{it} – стоимость хранения запасов i -го продукта за t -й интервал времени;
 zr_{jt} – стоимость хранения запасов ресурсов j -го вида за t -й интервал времени;
 b_{it} – запас ресурсов предприятия на t -м интервале времени, используемый для производства i -го продукта (в натуральном выражении);
 b_m+1 – запас денежных средств предприятия в целом;
 $N(b_{it})$ – налоговые отчисления, связанные с поддержанием запасов ресурсов b_{it} ;
 $I_{it}(b_{it-1}, b_{it})$ – функция, определяющая величину инвестиций на увеличение запасов ресурсов предприятия, связанных с производством i -го продукта в t -й интервал времени, от b_{t-1} до b_t ;

c_{it} – себестоимость производства единицы i -го продукта на t -м интервале времени;

l , b_{jilt} и p_{jlt} – соответственно количество групп ресурсов с различными ценами,

количество единиц ресурсов в каждой группе и сами цены единиц каждого вида;

$N2_{jt}$ – налог на добавленную стоимость;

$N3_{jt}$ – единый социальный налог;

$N4_{jt}$ – налог на имущество;

$N5_{jt}$ – транспортный налог;

a_{jilt} – расход j -го ресурса на производство единицы i -го продукта по l -й технологии в t -м интервале времени;

r_i – число различных технологий производства i -го продукта;

m – число ресурсов, необходимых для производства n продуктов;

x_{it}^{\max} – максимальный объем производства i -го продукта за t -й интервал времени;

x_{it}^{\min} – минимальный объем производства i -го продукта за t -й интервал времени;

b_{jt}^{\max} – максимально допустимый расход j -го ресурса, определяемый исходя из

условия выполнения максимальной производственной программы (x_t^{\max});

p_{it}^{\min} – минимальное значение цены единицы i -го продукта на t -м интервале времени;

p_{it}^{\max} – максимальное значение цены единицы i -го продукта на t -м интервале времени;

y_{it}^{\max} – максимальный объем продаж i -го продукта за t -й интервал времени;

y_{it}^{\min} – минимальный объем продаж i -го продукта за t -й интервал времени;

$F2_{it}(p_{it})$ – значение совокупной функции спроса рынка на i -й продукт на t -м интервале времени, определяемое исходя из цены единицы i -го продукта на t -м интервале времени;

ΔI_{jt}^+ – величина инвестиций, необходимая для увеличения запаса j -го ресурса в t -й интервал времени на единицу;

ΔI_{jt}^- – ликвидационная стоимость «лишнего» ресурса, получаемая предприятием при уменьшении запаса j -го ресурса в t -й интервал времени на единицу;

b_{jilt} – запас j -го ресурса в t -й интервал времени, используемый на производство i -го продукта;

h_{jt} – количество оборудования, персонала, партий сырья, материалов и т.д.;

Δh_{jt} – увеличение количества единиц производственного ресурса j -го вида за t -й интервал времени;

ΔS_{jt}^+ , ΔS_{jt}^- – стоимость увеличения (уменьшения) j -го ресурса на Δh_{jt} ;

t_n – время начала инвестиций в увеличение ресурсов j -го вида на Δh_{jt} ;

Fin_{kit} – объем денежных средств, привлекаемый предприятием для производства i -го продукта в t -й интервал времени из k -го источника;

Fin_{kit}^{\min} , Fin_{kit}^{\max} – соответственно минимальный и максимальный объем денежных средств в k -м источнике для i -го продукта в t -й интервал времени;

K – число источников денежных средств, к которым относится и само предприятие, обладающее к $t = 0$ определенными запасами нераспределенной прибыли;

$Fout_{kit}$ – объем денежных средств, возвращаемый предприятием в результате реализации i -го продукта в t -й интервал времени в k -й источник;

F_{it}^{\min} – минимально возможное значение сальдо денежных потоков от производства и реализации i -го продукта в t -й интервал времени;

Fpr_{kit} – величина процентных выплат за пользование денежными средствами из k -го источника для i -го продукта в t -й интервал времени;

pr_{kit} – ставка процентных выплат с денежных средств из k -го источника, взятых для i -го продукта в t -й интервал времени;

F_t^O – сумма невозвращенных к t -у интервалу времени кредитов;

m^1 – количество видов материальных ресурсов (сырье, материалы, топливо и т.п.);

m^2 – количество видов персонала;

g_j и v_j – соответственно число лет и часов в сутки полезного использования станков, оборудования j -го вида;

S_{jt} – стоимость ресурсов j -го вида к t -му интервалу времени;

zp_{it}^1 – стоимость хранения единицы продукции i -го вида за t -й интервал времени;

x_{i0} – начальный запас продукции i -го вида;

zr_{jt}^1 – стоимость хранения единицы ресурса j -го вида на t -м интервале времени;

b_{jt} – запас ресурсов j -го вида к интервалу времени t .

Проблема оптимального управления промышленным предприятием вообще является одной из ключевых как в рамках классической экономической теории, так и в работах современных отечественных и зарубежных ученых [1, 2]. Вследствие того, что российская экономика находится в стадии роста, возникает необходимость как в стратегическом, так и в среднесрочном планировании развития промышленных предприятий, являющихся главной структурной составляющей экономики страны, определяющей ее будущее.

Важным моментом становится то, что в результате расширения рынков сбыта продукции возникает потребность в расширении ресурсной базы предпри-

ятия в целях выполнения возрастающих рыночных запросов. При этом необходимо связать воедино сильные стороны предприятия с точки зрения его ресурсов и уникальных технологических возможностей и потребности рынка в конечной продукции с учетом сопутствующих затрат.

Предлагаемая в статье задача и соответствующая модель относятся к классу задач параметрического программирования, позволяющего приблизить жесткие постановки задач линейного программирования к реальной действительности.

Целевая функция общего чистого дисконтированного дохода предприятия

$$Q = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^n \left[\left(p_{it} y_{it} - c_{it} x_{it} - z p_{it} - \sum_{j=1}^m z r_{jt} - I_{it}(b_{it-1}, b_{it}) - N(b_{it}) \right) N1_{it} \right] d_t \right] \rightarrow \max. \quad (1)$$

Предприятие к начальному интервалу времени имеет определенный запас производственных и денежных ресурсов $b_j, j = 1, 2, \dots, m + 1$.

Налоговые отчисления определяются по формуле

$$N(b_{it}) = \sum_{l^1} \sum_{j=1}^{m^1} \left[b_{jil^1 t} p_{jl^1 t} N2_{jt} / (1 + N2_{jt}) \right] + \sum_{l^2} \sum_{j=m^1}^{m^1+m^2} \left[b_{jil^2 t} p_{jl^2 t} N3_{jt} \right] + \sum_{l^3} \sum_{j=m^1+m^2}^m \left[b_{jil^3 t} p_{jl^3 t} N2_{jt} / (1 + N2_{jt}) N4_{jt} N5_{jt} \right], \quad (2)$$

Система технологических ограничений для t -го интервала времени имеет следующий вид

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^{r_i} a_{jilt} x_{ilt} \leq b_{jt}, & j = 1, 2, \dots, m, \\ 0 \leq x_{it}^{\min} \leq x_{it} \leq x_{it}^{\max}, & i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (3)$$

При этом b_{jt} лежит в пределах

$$b_{jt}^{\max} \geq b_{jt} \geq b_{jt}^{\min}. \quad (4)$$

Модель внешней (рыночной) среды на t -м интервале времени

$$\begin{cases} 0 \leq c_{it} \leq p_{it}^{\min} \leq p_{it} \leq p_{it}^{\max}, \\ y_{it}^{\max} = F2_{it}(p_{it}), \\ 0 \leq y_{it}^{\min} \leq y_{it} \leq y_{it}^{\max}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (5)$$

Значение функции инвестиций $I_{it}(b_{it-1}, b_{it})$ для перехода от $(t-1)$ -го к t -у интервалу времени

$$I_{it}(b_{it-1}, b_{it}) = \begin{cases} \sum_{j=1}^m [(b_{jit} - b_{jit-1}) \Delta I_{jt}^+ \Delta S_{jt}^+], & \forall j \ni b_{jit} > b_{jit-1}, \\ 0, & \forall j \ni b_{jit} = b_{jit-1}, \\ \sum_{j=1}^m [(b_{jit} - b_{jit-1}) \Delta I_{jt}^- \Delta S_{jt}^-], & \forall j \ni b_{jit} < b_{jit-1}. \end{cases} \quad (6)$$

Производственные ресурсы b_{jt} (нормо-часы работы станков, оборудования, персонала, единицы измерения материальных ресурсов) кратны h_{jt} . Тогда

$$\Delta h_{jt} = h_{jt} - h_{jt-1}. \quad (7)$$

Между ΔS_{jt}^+ и ΔS_{jt}^- есть функциональная зависимость (возможно разная для покупки и продажи ресурсов)

$$\Delta S_{jt} = F4_{jt}(\Delta h_{jt}). \quad (8)$$

Пусть для увеличения j -го ресурса на Δh_{jt} требуется времени

$$\Delta t_{jt} = F5_{jt}(\Delta h_{jt}). \quad (9)$$

Тогда можно определить

$$t_{\text{н}} = t - \Delta t_{jt}. \quad (10)$$

При этом стоимость этого увеличения также может быть распределена во времени

$$\Delta S_{jt} = \sum_{t_p=t_{\text{н}}}^t \Delta S_{jt_p}. \quad (11)$$

Естественно, что

$$S_{jt} = S_{jt-1} + \Delta S_{jt}. \quad (12)$$

Инвестиции имеют свою цену – предоставляются за определенные проценты. В начальные интервалы времени возможны отрицательные значения общего сальдо денежных потоков деятельности, связанной с производством отдельных продуктов, а то и для всего предприятия. Это вызвано тем, что прежде чем производить продукцию в полном объеме, необходимо сначала создать производственные мощности и отладить производство в малых объемах. Только после этого возможен переход к промышленной эксплуатации технологических линий.

Поэтому возникает необходимость в привлечении дополнительных денежных средств, как из собственных источников, так и извне. Причем, максимальный объем денежных средств для каждого конкретного источника также ограничен

$$0 \leq Fin_{kit}^{\min} \leq Fin_{kit} \leq Fin_{kit}^{\max}, \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (13)$$

Для денежных средств, предоставляемых в виде кредита, имеет место следующее равенство

$$\sum_t Fin_{kit} = \sum_t Fout_{kit}. \quad (14)$$

Денежные средства берутся, исходя из следующих соотношений:

$$Fin_{kit} = F_{it}^{\min} - (p_{it}y_{it} - c_{it}x_{it} - I_{it} - \sum_k Fpr_{kit}), \quad \text{если}$$

$$F_{it}^{\min} > (p_{it}y_{it} - c_{it}x_{it} - I_{it} - \sum_k Fpr_{kit}). \quad (15)$$

Причем:

$$Fpr_{kit} = pr_{kit}F_t^0, \quad pr_{kit} = F3_{kit}(Fin_{kit}), \quad F_t^0 = \sum_{\tau=1}^t [Fin_{ki\tau} - Fout_{ki\tau}]. \quad (16)$$

Возврат денежных средств происходит следующим образом:

$$F_{out_{kit}} = (p_{it}y_{it} - c_{it}x_{it} - I_{it} - \sum_k Fpr_{kit}) - F_{it}^{\min}, \text{ если}$$

$$F_{it}^{\min} > (p_{it}y_{it} - c_{it}x_{it} - I_{it} - \sum_k Fpr_{kit}). \quad (17)$$

Себестоимость c_{it} определяется по следующей формуле

$$c_{it} = \sum_{j=1}^{m^1} [a_{jilt} p_{jt}] + \sum_{j=m^1}^{m^1+m^2} [a_{jilt} p_{jt}] + \sum_{j=m^1+m^2}^m [a_{jilt} S_{jt} / (365 g_j v_j)]. \quad (18)$$

Стоимость хранения запасов продукции zp_{it} можно определить по формуле

$$zp_{it} = zp_{it}^1 \left[x_{i0} + \sum_{\tau=1}^t (x_{i\tau} - y_{i\tau}) \right]. \quad (19)$$

Стоимость хранения запасов ресурсов j -го вида (складские затраты, затраты на поддержание в рабочем состоянии оборудования) за t -й интервал времени zr_{jt} можно определить по формуле

$$zr_{jt} = zr_{jt}^1 b_{jt}. \quad (20)$$

Таким образом, представленная модель предполагает сведение задачи среднесрочного планирования развития предприятия к задаче параметрического программирования. Помимо учета диапазонов изменений отдельных параметров в модели, в данной постановке одновременно представлены следующие задачи теории принятия решений:

- задача управления запасами продукции и производственных ресурсов;
- задача распределения ограниченных ресурсов;
- задача замены оборудования;
- задача распределения средств между несколькими производителями.

Одновременный учет стольких параметров в одной модели позволит значительно повысить ее адекватность реальным экономическим процессам, протекающим на крупных промышленных предприятиях и корпорациях.

Список литературы

1. Косачев, Ю.В. Оптимизация интегрированной корпоративной структуры в условиях риска / Ю.В. Косачев // Экономика и математические методы. – 2005. – Т. 41, № 3. – С. 54–67.

2. Чистяков, В.В. Выбор оптимизации очередности реконструкции комплекса предприятий / В.В. Чистяков // Экономика и математические методы. – 2005. – Т. 41, № 2. – С. 102–110.

**MATHEMATICAL MODEL OF THE TASK OF INTERMEDIATE TERM
PLANNING OF DEVELOPMENT OF INDUSTRIAL FIRM**

V.N. Dyakin

Key words and phrases: Industrial firm; intermediate term planning; parametric programming; resource allocation.

Abstract: The mathematical model of the task of intermediate term development of industrial firm having a number possible to application of the competing «know-how» of production is offered. In a model are taken into account both requirement external in relation to firm of the environment, and existing industrial possibilities.