УДК 536.24:517.967

Л.Л. Антонова, А.А.Чуриков, Г.В. Шишкина

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЗОНДА ДЛЯ НЕРАЗРУШАЮЩЕГО ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

Требования неразрушающего контроля (НК) комплекса теплофизических свойств (ТФС) твердых материалов накладывают на условия эксперимента ряд ограничений, возникающих при определении искомых величин без нарушения целостности и эксплуатационных характеристик исследуемого образца. Так аналитически точные и простые зависимости методов НК ТФС [1, 2] предполагают, что исследуемое тело и измерительный зонд являются полуограниченными в тепловом отношении образцами. Однако при исследовании реальных изделий из твердых материалов различных форм и весьма малых размеров возникает задача выбора конечных и достаточно небольших геометрических параметров измерительного зонда, позволяющих создавать в исследуемом образце и измерительном зонде тепловой процесс, адекватный процессу в полуограниченном теле. Рассмотрим модель относительного метода НК комплекса ТФС, основанного на дискретном тепловом воздействии [2]. Расчетные формулы данного метода получены из решения краевой задачи теплопроводности для температурного поля в двух соприкасающихся полуограниченных телах – исследуемом ($0 \le r < +\infty$, $0 \le z < +\infty$) и сравниваемом ($0 \le r < +\infty$, $-\infty < z \le 0$), между которыми в плоскости $z = 0$ действует круглый плоский источник тепла радиусом R_1. Проведем анализ выполнения условия полуограниченности по координате r, т.е. условия $0 \le r < +\infty$. Пусть верхнее тело имеет определенное конечное значение бокового размера $r = R_2$ (рис. 1), тогда модель теплового процесса примет следующий вид:

$$\frac{1}{a}\frac{\partial U(r,z,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 U(r,z,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U(r,z,t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 U(r,z,t)}{\partial z^2} \qquad (1)$$

$$(0 \le r < +\infty,\ 0 \le z < +\infty,\ t \ge 0);$$

$$\frac{1}{a_э}\frac{\partial U_э(r,z,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 U_э(r,z,t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U_э(r,z,t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_э(r,z,t)}{\partial z^2} \qquad (2)$$

$$(0 \le r \le R_2, -\infty < z \le 0,\ t \ge 0);$$

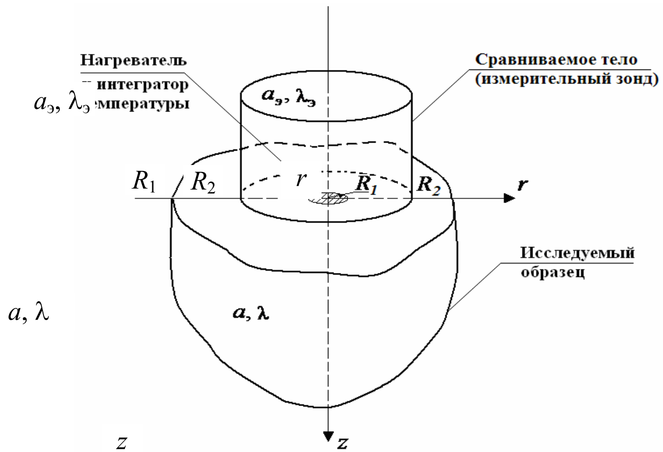

Рис. 1 Физическая модель относительного метода

$$U(r,z,0)=U_э(r,z,0)=0\,; \tag{3}$$

$$U(r,z,t)=0 \text{ при } r,z\to+\infty\,; U_э(r,z,t)=0 \text{ при } r=R_2,\ z\to-\infty\,; \tag{4}$$

$$\left.\frac{\partial U(r,z,t)}{\partial r}\right|_{r=0}=0\,,\quad \left.\frac{\partial U_э(r,z,t)}{\partial r}\right|_{r=0}=0\,; \tag{5}$$

$$\lambda\left.\frac{\partial U(r,z,t)}{\partial z}\right|_{\substack{z=0\\ r\le R_1}}=\begin{cases}-q_д(r,t) \text{ при } t\le t_к;\\ 0 \text{ при } t>t_к;\end{cases} \tag{6}$$

$$\lambda_э\left.\frac{\partial U(r,z,t)}{\partial z}\right|_{\substack{z=0\\ r\le R_1}}=\begin{cases}q_{дэ}(r,t) \text{ при } t\le t_к;\\ 0 \text{ при } t>t_к;\end{cases} \tag{7}$$

$$q_д(r,t)+q_{дэ}(r,t)=Q_д(t)\,, \tag{8}$$

где $U(r,z,t)$ и $U_э(r,z,t)$ – избыточные температуры исследуемого и сравниваемого тел соответственно; $q_д(r,t)=q_д(t)$ и $q_{дэ}(r,t)=q_{дэ}(t)$ – плотности дискретных тепловых потоков, идущих от нагревателя в исследуемое и сравниваемое тело соответственно; $t_к$ – время действия источника тепла; $Q_д(t)$ – удельная тепловая мощность источника тепла. Данная задача для нижнего полуограниченного тела была решена ранее с применением интегрального преобразования Лапласа по времени t и интегрального преобразования Ханкеля с бесконечным пределом по координате r [2]. Наш метод основан на использовании интеграторов температуры, позволяющих измерять поверхностную интегральную характеристику температуры тела $S(t)=\frac{2}{R_1^2}\int_0^{R_1}U(r,0,t)\,r\,dr$, с учетом чего поверхностно-временная интегральная характеристика (ПВИХ) температуры нагреваемого круга поверхности $z=0$ для нижнего исследуемого тела имеет вид:

$$S^*(p)=\frac{2q_д^*(p)(1-e^{-pt_д})}{\lambda}\int_0^\infty\frac{J_1(\xi R_1)}{\xi\sqrt{\xi^2+p/a}}d\xi\,, \tag{9}$$

где $S^*(p)=\int_0^\infty S(t)\,e^{-pt}dt$; $p>0$ – параметр интегрального преобразования Лапласа.

Решение задачи для верхнего тела в области интегрального преобразования Лапласа находим с применением интегрального преобразования Ханкеля с конечным пределом по r вида [3]:

$$\widetilde{U}_э(\xi_n R_n,z,t)=\int_0^{R_2} r\,U_э(r,z,t)\,J_0(\xi_n r)\,dr$$

с формулой обращения

$$U_э(r,z,t)=\frac{2}{R_2}\sum_{n=1}^\infty\left(\frac{J_0(\xi_n r)}{J_1{}^2(\xi_n R_2)}\widetilde{U}_э(\xi_n R_2,z,t)\right), \tag{10}$$

где $(\xi_n R_2)>0$ – корни уравнения $J_0(\xi_n R_2)=0$, $n=1, 2, 3, \ldots$; J_0 и J_1 – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка.

С учетом (10) ПВИХ температуры нагреваемого круга для эталонного тела будет иметь вид:

$$S_э^*(p)=\frac{4\,q_{дэ}{}^*(p)\,(1-e^{-pt_к})}{R_2{}^2\lambda_э}\sum_{n=1}^\infty\left(\frac{J_1(\xi_n R_1)}{J_1{}^2(\xi_n R_2)\,\xi_n{}^2\,\sqrt{\xi_n{}^2+p/a_э}}\right). \tag{11}$$

В плоскости контакта $z=0$ температуры полуограниченных верхнего и нижнего тел должны быть равны на участке поверхности $0\le r\le R_2$. Сравнивая выделенные части формул (9) и (11):

$$V_1(g_э(p),m)=\frac{2}{m^2}\sum_{n=1}^\infty\left(\frac{J_1(\mu_n)}{J_1{}^2(\mu_n m)\,\mu_2{}^2\,\sqrt{\mu_n{}^2+g_э(p)}}\right); \tag{12}$$

$$V_2(g(p))=\int_0^\infty\frac{J_1(\mu)}{\mu\sqrt{\mu^2+g(p)}}d\mu\,, \tag{13}$$

где $g(p)=\dfrac{p\,R_1^{\,2}}{a}$, $g_э(p)=\dfrac{p\,R_1^{\,2}}{a_э}$, $\mu=\xi R_1$, $\mu_n=\xi_n R_1$, $m=\dfrac{R_2}{R_1}$ – безразмерные переменные, находим погрешность замены члена (12), соответствующего реальным условиям эксперимента, на более простое и точное выражение (13), соответствующее полубесконечной тепловой модели рассматриваемого метода. Из анализа оптимальных режимных параметров с точки зрения минимальной погрешности определения a находятся значения безразмерных переменных g и $g_э$. Тогда конкретное значение безразмерного параметра m, определяющего соотношение радиуса нагревателя и радиуса измерительного зонда, можно найти из условия минимума функции $\Delta V(g_э,g,m)=\left|V_1(g_э,m)-V_2(g)\right|$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Чуриков, А.А. Методы и средства неразрушающего контроля теплофизических свойств изделий и образцов из неоднородных твердых материалов : дис. ... д-ра техн. наук / А.А. Чуриков. Тамбов, 2000. 650 с.

2 Антонова, Л.Л. Математическая модель метода теплофизического контроля керамических электроизоляционных изделий / Л.Л. Антонова, А.А. Чуриков // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-18 : сб. тр. XVIII Междунар. науч. конф. / Казанский гос. технол. ун-т. Казань, 2005. С. 133 – 136.

3 Карташов, Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел : учеб. пособие. 3-е изд. / Э.М. Карташов. М. : Высшая школа, 2001. 550 с.

Кафедра «Автоматизированные системы и приборы»