

С.Б. Захаржевский, Ю.В. Родионов, Л.И. Ткач

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ ЯЧЕЕК РАБОЧЕЙ ПОЛОСТИ
ЖИДКОСТНО-КОЛЬЦЕВОГО ПЛАСТИНЧАТОГО
ВАКУУМ-НАСОСА**

Жидкостно-кольцевой пластинчатый вакуум-насос (ЖПВН) представляет собой объединение двух насосов. Первая ступень – жидкостно-кольцевой вакуумный насос, в котором жидкость необходима для уплотнения торцевых зазоров и отвода тепла сжатия газовой фазы. Подача рабочей жидкости организована в месте непосредственного уплотнения торцевых зазоров. Вторая ступень представляет собой пластинчатый вакуум-насос, что существенно снижает затраты мощности на вращение жидкостного кольца. Применение такой конструкции обеспечивает улучшение технико-эксплуатационных характеристик по сравнению с классическим жидкостно-кольцевым насосом [1].

Основной характеристикой вакуумного насоса является быстрота действия. Действительная быстрота действия является произведением теоретической быстроты действия и коэффициента откачки

$$V = V_h \lambda,$$

где V_h – теоретическая быстрота действия; λ – коэффициент откачки.

Под теоретической быстротой действия понимают объем всасываемого газа. Она может быть отнесена к единице времени

$$V_h = S_{\max} z l n$$

или к одному обороту ротора

$$V'_h = S_{\max} z l,$$

где z – число ячеек (пластин); S – максимальная площадь ячейки, m^2 ; l – длина ячейки, m ; n – число оборотов ротора в секунду.

Для расчета теоретической быстроты действия необходимо установить зависимость геометрического объема рабочей ячейки от угла поворота ротора.

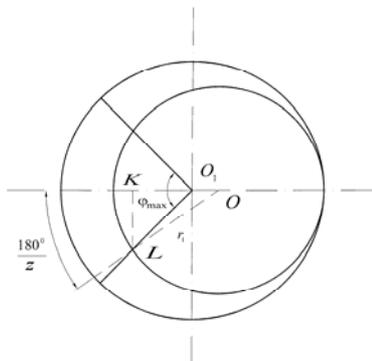
При расчете площади рабочей ячейки приняты следующие допущения: форму жидкостного кольца считаем цилиндрической; вращение жидкостного кольца и ротора насоса синхронны; лопатки ротора постоянно касаются внутренней поверхности жидкостного кольца при любом угле поворота; отклонений от формы жидкостного кольца в осевом направлении нет; внутренний радиус жидкостного кольца равен наружному радиусу лопаток.

Найдем φ_{\max} и S_{\max} (z – число лопаток, $|OO_1| = e$, r_1 – радиус внутренней окружности жидкостного кольца) (рис. 1).

$$\text{Из } \triangle O_1KL: \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\varphi_{\max}\right) = \frac{LK}{O_1K}, \text{ где } \angle KO_1L = \frac{1}{2}\varphi_{\max}.$$

$$\text{Из } \triangle OLK: LK = r_1 \sin \frac{180}{z}; \quad OK = r_1 \cos \frac{180}{z}.$$

$$O_1K = OK - OO_1 = r_1 \cos \frac{180}{z} - e.$$



**Рис. 1. Схема для расчета изменения угла между лопатками
от угла поворота ротора**

Таким образом:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\varphi_{\max}\right) = \frac{r_1 \sin \frac{180}{z}}{r_1 \cos \frac{180}{z} - e}; \quad \varphi_{\max} = 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{r_1 \sin \frac{180}{z}}{r_1 \cos \frac{180}{z} - e} \right).$$

При выводе данной формулы мы предполагаем, что

$$r_1 \cos \frac{180}{z} - e > 0.$$

Рассмотрим также случай $r_1 \cos \frac{180}{z} - e < 0$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{2}\varphi_{\max}\right) &= -\operatorname{tg}\left(\pi - \frac{1}{2}\varphi_{\max}\right) = -\operatorname{tg}(\angle KO_1L) = \\ &= -\frac{LK}{O_1K} = -\frac{r_1 \sin \frac{180}{z}}{OO_1 - KO} = \frac{r_1 \sin \frac{180}{z}}{r_1 \cos \frac{180}{z} - e}. \end{aligned}$$

Получаем аналитическую зависимость. Выразим φ_{\max} :

$$\frac{1}{2}\varphi_{\max} = \pi + \operatorname{arctg} \left(\frac{r_1 \sin \frac{180}{z}}{r_1 \cos \frac{180}{z} - e} \right) \quad \text{или} \quad \varphi_{\max} = 2\pi + 2 \operatorname{arctg} \left(\frac{r_1 \sin \frac{180}{z}}{r_1 \cos \frac{180}{z} - e} \right).$$

Найдем зависимость площади S от φ .

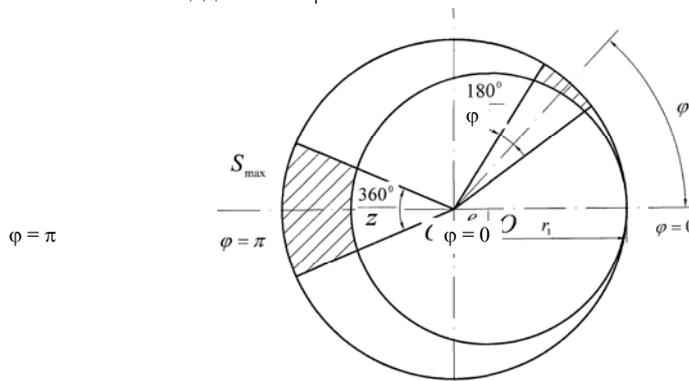


Рис. 2. Схема для расчета максимальной площади рабочей ячейки

Найдем уравнение погружной окружности лопаток в полярной системе координат (полнос O_1 , полярная ось – горизонтально влево):

$$(x-e)^2 + y^2 = r_1^2; \quad x^2 - 2xe + e^2 + y^2 = r_1^2; \quad \rho^2 - 2\rho \cos \varphi e = r_1^2 - e^2;$$

$$(\rho - e \cos \varphi)^2 = r_1^2 - e^2 + \cos^2 \varphi e^2 = r_1^2 - e^2 \sin^2 \varphi;$$

$$\rho = e \cos \varphi + \sqrt{r_1^2 - e^2 \sin^2 \varphi}.$$

Выразим площадь между внешней окружностью и внутренней от 0 до φ (рис. 2). Рассмотрим вспомогательную функцию $S_1(\varphi)$.

$$\begin{aligned} S_1(\varphi) &= \frac{1}{2} \int_0^{\varphi} \rho^2(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{\varphi} \left(e \cos \varphi + \sqrt{r_1^2 - e^2 \sin^2 \varphi} + r_1^2 - e^2 \sin^2 \varphi \right) d\varphi = \\ &= \frac{1}{2} e^2 \int_0^{\varphi} \cos 2\varphi d\varphi + e \int_0^{\varphi} \cos \varphi \sqrt{r_1^2 - e^2 \sin^2 \varphi} d\varphi + \frac{1}{2} \int_0^{\varphi} r_1^2 d\varphi = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} e^2 \frac{\sin 2\varphi'}{2} + \frac{r_1^2 \varphi'}{2} + e \int_0^{\varphi'} \cos \varphi \sqrt{r_1^2 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi} d\varphi.$$

Вычислим отдельно интеграл

$$\begin{aligned} \int \cos \varphi \sqrt{r_1^2 - e^2 \sin^2 \varphi} d\varphi &= \int \sqrt{r_1^2 - e^2 y^2} dy = e \int \sqrt{\left(\frac{r_1}{e}\right)^2 - y^2} dy = \\ &= e \left(\frac{y}{2} \sqrt{\left(\frac{r_1}{e}\right)^2 - y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{r_1}{e}\right)^2 \arcsin\left(\frac{e}{r_1} y\right) \right) + C = \\ &= \frac{e}{2} \left(\sin \varphi \sqrt{\left(\frac{r_1}{e}\right)^2 - \sin^2 \varphi} + \left(\frac{r_1}{e}\right)^2 \arcsin\left(\frac{e}{r_1} \sin \varphi\right) \right) + C. \end{aligned}$$

Окончательно выражение для $S_1(\varphi)$

$$\begin{aligned} S_1(\varphi) &= \frac{e^2}{4} \sin 2\varphi + \frac{r_1^2}{2} \varphi + \frac{e^2}{2} \left(\sin \varphi \sqrt{\left(\frac{r_1}{e}\right)^2 - \sin^2 \varphi} + \left(\frac{r_1}{e}\right)^2 \arcsin\left(\frac{e}{r_1} \sin \varphi\right) \right) = \\ &= \frac{e^2}{4} \sin 2\varphi + \frac{r_1^2}{2} \varphi + \frac{e^2 \sin \varphi}{2} \sqrt{\left(\frac{r_1}{e}\right)^2 - \sin^2 \varphi} + \frac{r_1^2}{e} \arcsin\left(\frac{e}{r_1} \sin \varphi\right). \end{aligned}$$

Найдем выражение для $S(\varphi)$

$$\begin{aligned} S(\varphi) &= S_{\text{sect}} - \left(S_1\left(\varphi + \frac{180}{z}\right) - S_1\left(\varphi - \frac{180}{z}\right) \right) z = \frac{\pi(r_1 + e)^2}{z} - \\ &- \left[\frac{e^2}{2} \cos 2\varphi \sin \frac{360}{z} + \frac{r_1^2}{z} 180 + \frac{e^2}{2} \left(\sin\left(\varphi + \frac{180}{z}\right) \sqrt{\left(\frac{r_1}{e}\right)^2 - \sin^2\left(\varphi + \frac{180}{z}\right)} - \right. \right. \\ &- \left. \left. \sin\left(\varphi - \frac{180}{z}\right) \sqrt{\left(\frac{r_1}{e}\right)^2 - \sin^2\left(\varphi - \frac{180}{z}\right)} \right) + \left(\frac{r_1^2}{2} \left(\arcsin\left(\frac{e}{r_1} \sin\left(\varphi + \frac{180}{z}\right)\right) - \right. \right. \right. \\ &- \left. \left. \left. \arcsin\left(\frac{e}{r_1} \sin\left(\varphi - \frac{180}{z}\right)\right) \right) \right) \right]. \end{aligned}$$

Заметим, что $S_{\text{max}} = S(\pi)$, т.е. при $\varphi = \pi$.

Полученная математическая зависимость позволяет определить геометрический объем рабочей ячейки при различных углах поворота ротора. Однако данная методика не учитывает уменьшения рабочей площади за счет толщины лопаток.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Родионов, Ю.В. Liquid ring vane vacuum pumps. Trends in development of vacuum technology / Ю.В. Родионов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2006. – Т. 12, № 3Б. – С. 779 – 784.

*Кафедры «Теория механизмов машин и детали машин»,
«Высшая математика»*