

А.С. Вerveкин, А.А. Дегтярев,  
А.А. Коваленко, М.М. Загорная

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА СУШКИ В ВАЛЬЦЕ-ЛЕНТОЧНЫХ СУШИЛКАХ<sup>1</sup>

Для определения технологических параметров процесса сушки термолабильных продуктов органического синтеза необходимо рассматривать процесс сушки в совокупности с процессом термического разложения целевого вещества, количество которого будет определяться из уравнения химической кинетики

$$dC = k_0 C^n \exp\left(\frac{E_A}{RT}\right) d\tau, \quad (1)$$

где  $C$  – концентрация целевого вещества;  $k_0$  – предэкспоненциальный множитель;  $n$  – порядок реакции;  $E_A$  – энергия активации;  $R$  – универсальная газовая постоянная;  $T$  – температура целевого вещества;  $\tau$  – время.

В вальце-ленточных [3] сушилках сушка материала происходит на движущейся ленте и на вальцах (если они обогреваемы). Рассматриваем тепломассоперенос в материале (рис. 1), температура является функцией двух независимых переменных – пройденного пути ( $\ell$ ) и толщины материала ( $h = 0 \dots H$ ).

Задачей теоретического исследования являлось получение зависимости для определения концентрации целевого вещества при термическом воздействии, имеющего толщину  $H$  и перемещающегося в пространстве с определенной скоростью  $v_\ell$  и получение зависимости влагосодержания материала от этих же переменных.

Проводим замену  $d\tau$  на  $d\ell$ , используя скорость движения ленты  $v_\ell$

$$v_\ell = \frac{d\ell}{d\tau} \Rightarrow d\tau = \frac{d\ell}{v_\ell}. \quad (2)$$

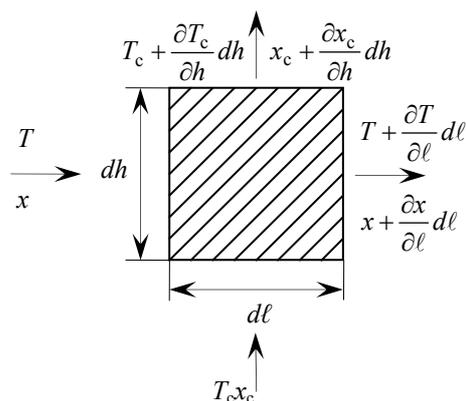


Рис. 1. Схема материальных и тепловых потоков в элементе  $d\ell \times dh$ :

$x$  – влагосодержание материала, кг/кг;  
 $x_c$  – влагосодержание сушильного агента, кг/кг;  
 $T_c$  – температура сушильного агента, °С;  
 $T$  – температура материала, °С

При разработке модели были приняты следующие допущения:

1. Температура в грануле не изменяется по глубине, а зависит только от переменных  $\ell$  и  $h$ .
2. Теплообменом внутри потоков материала и сушильного агента по сравнению с теплообменом между потоками пренебрегаем.
3. Температура материала в первом периоде сушки постоянна.
4. Температура материала не изменяется по ширине ленты.
5. Изменением массы материала в результате химического взаимодействия пренебрегаем, так как по постановке задачи это должно быть сведено к нулю.

**Материальный баланс по влаге.**  $dm_{\text{вл}}$  – изменение массы влаги в элементе  $d\ell \times dh$ .

Из выражения скорости сушки

$$v_{\text{вл}} = \frac{dm_{\text{вл}}}{dF d\tau} \Rightarrow dm_{\text{вл}} = v_{\text{вл}} b dh d\ell d\tau, \quad (3)$$

<sup>1</sup> Работа выполнена под руководством д-ра техн. наук, проф. А.И. Леонтьевой.

где  $b$  – коэффициент площади ( $dF = b d\ell dh$ );  $v_{вл}$  – скорость сушки,  $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ .

Изменение массы влаги в материале и сушильном агенте

$$dm_{вл} = v_{\ell} \rho b_1 dh d\tau \frac{\partial x}{\partial \ell} d\ell = v_h \rho_c b_1 d\ell d\tau \frac{\partial x_c}{\partial h} dh, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность абсолютно сухого образца материала,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $\rho_c$  – плотность абсолютно сухого сушильного агента,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $v_h$  – скорость сушильного агента,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $b_1$  – ширина ленты.

Из уравнений (3) и (4) получаем:

$$\frac{\partial x}{\partial \ell} = \frac{v_{вл} b}{\rho v_{\ell} b_1}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial x_c}{\partial h} = \frac{v_{вл} b}{v_h \rho_c b_1}. \quad (6)$$

**Тепловой баланс.** Тепло, подводимое к элементу, идет на испарение влаги и нагрев материала

$$K(T_c T) b d\ell dh d\tau = (c + c_{\text{H}_2\text{O}} x) \rho v_{\ell} b_1 d\tau dh \frac{\partial T}{\partial \ell} d\ell + (r + E) v_{вл} b d\ell dh d\tau = 0. \quad (7)$$

Суммарная теплота материала, сушильного агента и влаги не изменяется

$$(c + c_{\text{H}_2\text{O}} x) \rho v_{\ell} b_1 d\tau dh \frac{\partial T}{\partial \ell} d\ell + (c_c + c_{п} x_c) \rho_c v_h b_1 d\tau dh \frac{\partial T_c}{\partial h} dh + (r + E) v_{вл} b d\ell dh d\tau = 0, \quad (8)$$

где  $c$ ,  $c_c$ ,  $c_{п}$ ,  $c_{\text{H}_2\text{O}}$  – теплоемкости, соответственно, материала, сушильного агента, пара и воды,  $\text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ ;  $K$  – коэффициент теплообмена,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $r$  – удельная теплота испарения;  $E$  – удельная энергия связи влаги с материалом.

Из (7) и (8) получаем следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{\partial T}{\partial \ell} + \frac{v_{вл} b (r + E)}{\rho v_{\ell} b_1 (c + c_{\text{H}_2\text{O}} x)} - \frac{K b (T_c T)}{\rho v_{\ell} b_1 (c + c_{\text{H}_2\text{O}} x)} = 0; \quad (9)$$

$$\frac{T}{\ell} + \frac{\rho_c v_h b_1 (c_c + c_{п} x_c)}{\rho v_{\ell} b_1 (c + c_{\text{H}_2\text{O}} x)} \frac{T_c}{h} + \frac{v_{вл} b (r + E)}{\rho v_{\ell} b_1 (c + c_{\text{H}_2\text{O}} x)} = 0. \quad (10)$$

Решая полученную систему уравнений (уравнений 5, 6, 9, 10) графическим или численным методом [1, 2] для трех периодов (прогрев и 1,2 период), получаем зависимость температуры от величин  $\ell$  и  $h$  (пройденного пути и высоты) и подставляем ее в уравнение (1) и, решая его, получаем зависимость концентрации от этих же координат.

Задавая значение конечной влажности целевого продукта, представляем концентрацию как функцию от параметров сушки (температура, скорость и влажность сушильного агента, скорость ленты, высота слоя материала).

Конечные допустимая влажность и концентрация целевого вещества берутся средними по высоте слоя:

$$x_k = \frac{1}{H} \sum_0^H x(\ell_k, h) dh; \quad (11)$$

$$C_k = \frac{1}{H_0} \sum_0^{H_0} C(\ell_k, h) dh. \quad (12)$$

Далее находим минимум функции концентрации целевого вещества от технологических параметров процесса, дифференцируя которую попеременно по одному или нескольким параметрам в заданном диапазоне.

Поддержание параметров процесса, рассчитанных по рассмотренной математической модели, гарантирует минимальное изменение концентрации целевого вещества.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сдвижков, О.А. Математика на компьютере: Maple 8 / О.А. Сдвижков. – М. : СОЛОН-Пресс, 2003. – 176 с.

2. Кошляков, Н.С. Уравнения в частных производных математической физики / Н.С. Кошляков, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. – М. : Высшая школа, 1970. – 712 с.
3. Рашковская, Н.Б. Сушка в химической промышленности / Н.Б. Рашковская. – Л. : Химия, 1977. – 80 с.

*Кафедра «Химические технологии органических веществ»*