УДК 531.3

А.В. Кривотулов, Г.С. Корнеева, М.С. Попов, А.А. Пасько

ДВИЖЕНИЕ МАТЕРИАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ ПО ВИБРИРУЮЩЕЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Дифференциальные уравнения движения частицы по вибрирующей шероховатой поверхности играют фундаментальную роль в теории вибротранспортирования отдельных тел малых размеров, а также при описании процессов виброперемещения, сепарации и классификации слоя сыпучего материала.

Дифференциальные уравнения относительного движения частицы в осях xOy, жестко связанных с вибрирующей плоскостью (рис. 1), в рассматриваемом случае имеют вид:

$$m\ddot{x} = mI\cos(\alpha) + P\sin(\alpha) + F; \tag{1}$$

$$m\ddot{y} = mI\sin(\alpha) - P\cos(\alpha) + N. \tag{2}$$

Здесь m – масса частицы; I – сила инерции; $P = mg$ – вес частицы (g – ускорение свободного падения); F – сила сухого (кулонова) трения; α – угол наклона плоскости к горизонту. Сила инерции определяется через A и ω – соответственно амплитуду и частоту колебаний плоскости:

$$I = mA\omega^2 \sin(\omega t). \tag{3}$$

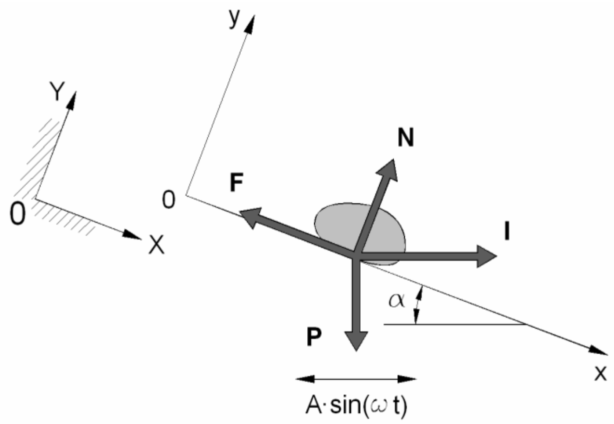

Рис. 1. Материальная частица на плоской поверхности, совершающей гармонические колебания параллельно горизонту

При движении частицы по вибрирующей поверхности ($y = 0$)

$$F = \begin{cases} -fN & \text{при} \quad \dot{x} > 0; \\ fN & \text{при} \quad \dot{x} < 0, \end{cases} \tag{4}$$

где f – коэффициент трения скольжения, а нормальная реакция определяется из (2) с учетом (3) как

$$N = mg\cos(\alpha) - mA\omega^2 \sin(\omega t)\sin(\alpha). \tag{5}$$

Частица всегда будет двигаться без отрыва от поверхности в случае $N > 0$, т.е. при условии

$$\frac{A\omega^2}{g}\,\mathrm{tg}(\alpha) \le 1. \tag{6}$$

При относительном покое частицы на поверхности сила сухого трения не определяется (4), а находится из (1):

$$F = mg\sin(\alpha) - mA\omega^2 \sin(\omega t)\cos(\alpha). \tag{7}$$

Состояние относительного покоя при этом сохраняется до тех пор, пока выполняется условие

$$-f_1 N < F < f_1 N, \tag{8}$$

где f_1 – коэффициент трения покоя; обычно $f_1 \geq f$; для простоты будем считать $f_1 = f$.

Подстановка (3), (4) и (5) в (1) показывает, что уравнение движения не зависит от массы частицы, и представляет три уравнения, в зависимости от скорости частицы:

$$\ddot{x} = \begin{cases} \text{при } \dot{x} > 0 \to A\omega^2 \sin(\omega t)\cos(\alpha) + g\sin(\alpha) - \\ \qquad - f[g\cos(\alpha) - A\omega^2 \sin(\omega t)\sin(\alpha)]; \\ \text{при } \dot{x} = 0 \to 0; \\ \text{при } \dot{x} < 0 \to A\omega^2 \sin(\omega t)\cos(\alpha) + g\sin(\alpha) + \\ \qquad + f[g\cos(\alpha) - A\omega^2 \sin(\omega t)\sin(\alpha)]. \end{cases} \tag{9}$$

Рассматривая уравнение (9) при условии безотрывного движения частицы (6), получим решения для различных значений параметров. Приведем решение для A = 0,01 м, ω = 20 с$^{-1}$, f = 0,3 и α = 3°. Движение частицы начинается при превышении силами инерции и тяжести силы трения, показанной на рис. 2 пунктиром.

На рисунке 3 представлен закон движения частицы, где тонкой линией показано движение плоскости, толстой линией – частицы в абсолютных координатах, а точками – частицы в относительных координатах.

На рисунке 4 представлены скорости движения частицы и плоскости, полученные путем дифференцирования закона движения. Относительная скорость частицы (обозначена точками) принимает как положительные, так и отрицательные значения, однако средняя за период скорость положительна и постоянна в каждом периоде.

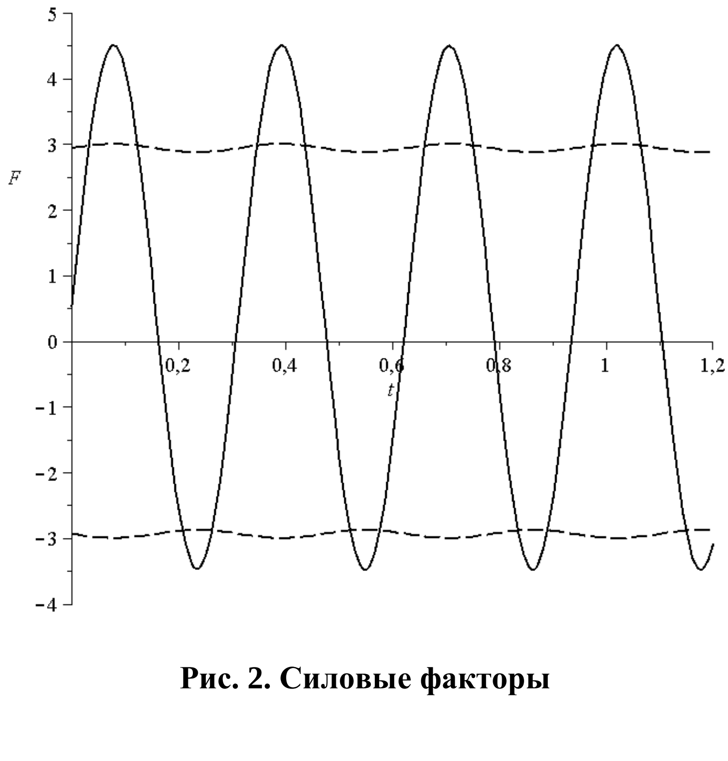

Рис. 2. Силовые факторы

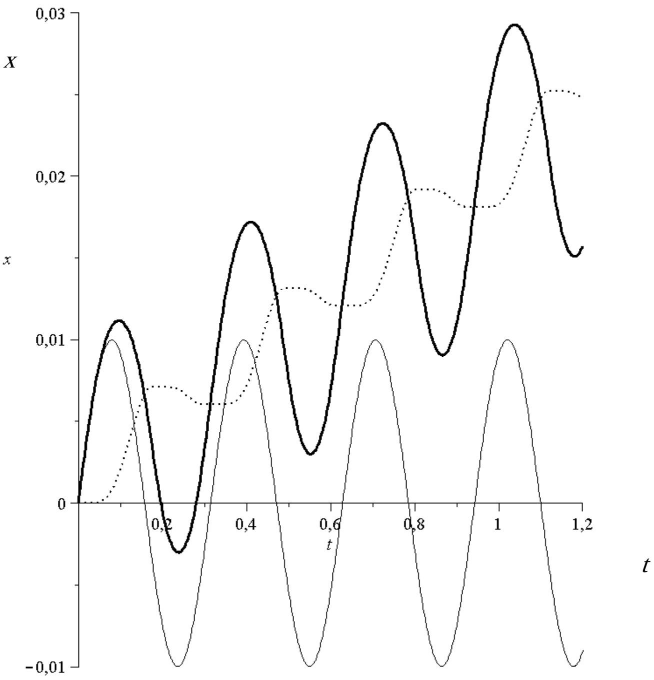

Рис. 3. Закон движения частицы и плоскости

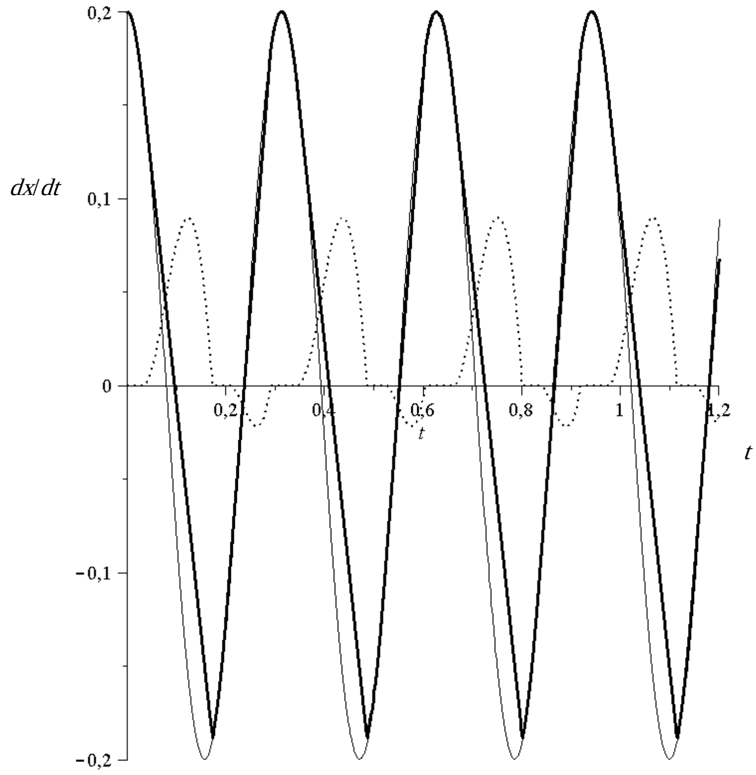

Рис. 4. Скорость движения частицы и плоскости

Это позволяет сделать вывод, что, несмотря на то, что в пределах одного периода скорость частицы постоянно меняется, рассматривая интервалы времени значительно больше периода колебаний, движение частицы можно считать равномерным.

Приводимые выше результаты относятся к случаю, когда вибрирующая поверхность является плоской и совершает горизонтальные колебания. Эти результаты, однако, могут быть использованы и в случае, если перемещение частицы по поверхности за период колебаний мало по сравнению с радиусами кривизны поверхности, а также при наличии поворотных колебаний поверхности, когда кориолисовы силы оказываются малыми.