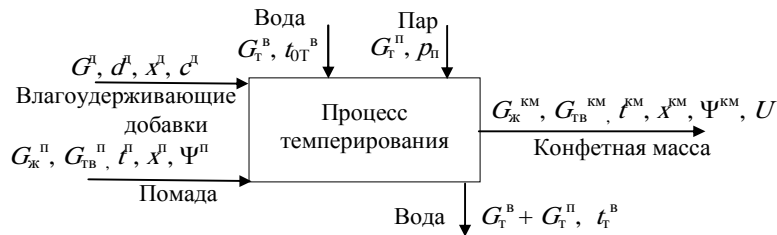


## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕМПЕРИРОВАНИЯ КОНФЕТНЫХ МАСС\*

Представленная в [2] математическая модель получения помады не учитывает рецептурный состав, физико-химические свойства вводимых компонентов и реологические характеристики конфетной массы. Уточнение модели позволит расширить область ее применения.

Внесение различных рецептурных добавок в помадную массу на стадии темперирования влияет как на соотношение между твердой и жидкой фазами, так и на состав жидкой фазы. При этом происходит пересыщение жидкой фазы и связанная с этим дополнительная кристаллизация сахарозы с образованием более мелких кристаллов.

Упрощенная схема процесса темперирования, осуществляемого в периодическом режиме, представлена на рис. 1, где  $G^I, G_{ж}^I, G_{в}^I, G_{ж}^{KM}, G_{в}^{KM}, G_T, G_T^I$  – расходы добавок, жидкой фазы помады, твердой фазы помады, жидкой фазы конфетной массы, твердой фазы конфетной массы, воды и пара в рубашке темперировающей машины, соответственно, кг/с;  $t^I, t^{KM}, t_{0T}^B, t_T^B$  – температура помады, конфетной массы, воды и воды в рубашке, °С;  $x^I, x^{KM}$  – концентрация сахарозы в помаде и конфетной массе на выходе из помадосбивальной машины, соответственно, кмоль/кг;  $\Psi^I, \Psi^{KM}$  – плотность распределения кристаллов сахарозы по размеру в помаде и конфетной массе, соответственно;  $x^I$  – концентрация влагоудерживающих добавок, г/кг;  $c^I$  – теплоемкость влагоудерживающих добавок, Дж / (кг·К);  $p_I$  – давление пара в рубашке, МПа.



**Рис. 1. Структурная схема процесса темперирования помадной массы**

При составлении математического описания приняты следующие допущения: объем темперировающей машины рассматривается как объект с сосредоточенными параметрами (зона идеального перемешивания); массообменный процесс в темперировающей машине лимитируется диффузией; поверхность всех частиц равнодоступна для растворения (кристаллизации).

Уравнение материального баланса по жидкой фазе конфетной массы

$$dG_{ж}^{KM} / dt = G_{ж}^I + \rho_{сак} V \int_0^{v_M} v \Psi^{KM}(v) \xi(v) dv; \quad (1)$$

$$G_{ж}^{KM}(0) = G_{ж0}^{KM}, \quad (2)$$

где  $G_{ж}^{KM}, G_{ж0}^{KM}$  – текущая и начальная массы жидкой фазы при темперировании, кг.

Уравнение материального баланса по твердой фазе

$$dG_{тв}^{KM} / dt = G_{тв}^I + G^I + \rho_{сак} V \int_0^{v_M} v \Psi^{KM}(v) \eta(v) dv; \quad (3)$$

$$G_{тв}^{KM}(0) = G_{тв0}^{KM}, \quad (4)$$

\* Работа выполнена под руководством канд. пед. наук, доц. Е.И. Муратовой.

где  $\rho_{\text{сах}}$  – плотность сахара, кг/м<sup>3</sup>;  $V$  – объем перемешиваемой среды, м<sup>3</sup>;  $v$  – объем кристаллов, присутствующих в смеси, м<sup>3</sup>;  $v_m$  – максимальный объем кристаллов, присутствующих в смеси, м<sup>3</sup>;  $\eta$  – объемная скорость кристаллизации, м<sup>3</sup>/с;  $\tau$  – продолжительность ведения процесса, с.

Кинетика процесса рекристаллизации определяется закономерностями растворения и роста кристаллов. Разобьем область изменения линейного размера кристаллов на  $N$  интервалов и обозначим через

$\psi_j$  число частиц сахарозы в единице объема массы с размером  $r$  таким, что  $r_{j-1} < r < r_j$  ( $j = 1, N$ ).

Уравнение материального баланса для кристаллов сахарозы с размерами  $r > r_1$  записывается из допущения, что увеличение их числа происходит за счет прихода частиц из фракции с меньшим размером.

Уравнение материального баланса для гранулометрического состава растущих кристаллов из крупных фракций с размером, превышающим  $r_1$ :

$$\frac{d\psi_j}{dt} = \frac{\psi_j G_c}{V} + \frac{\psi_{j-1}}{\Delta r_{j-1}} \eta(C_{\text{сах}}, C_{\text{доб}}, r_{j-1}) - \frac{\psi_j}{\Delta r_j} \eta(C_{\text{сах}}, C_{\text{доб}}, r_j);$$

$$j = 1, N; \quad (5)$$

$$\psi_j(0) = \psi_j, \quad (6)$$

где  $V$  – технологический объем аппарата, м<sup>3</sup>.

Уравнение энергетического баланса имеет вид

$$dU/dt = (G_{\text{ж}}^{\text{II}} c_{\text{ж}}^{\text{II}} + G_{\text{ТВ}}^{\text{II}} c_{\text{ТВ}}^{\text{II}} + G^{\text{Л}} c^{\text{Л}}) t^{\text{II}} +$$

$$+ \Delta H \rho_{\text{сах}} V \int_0^{v_m} v \psi^{\text{KM}}(v) \xi(v) dv - k^{\text{KM}} F^{\text{KM}} (t - t) - q_{\text{пот}}; \quad (7)$$

$$U(0) = (G_{\text{ж}}^{\text{II}} c_{\text{ж}}^{\text{II}} + G_{\text{ТВ}}^{\text{II}} c_{\text{ТВ}}^{\text{II}} + G^{\text{Л}} c^{\text{Л}}) t_{\text{см}}, \quad (8)$$

где  $U$  – внутренняя энергия смеси, Дж;  $c_{\text{ж}}^{\text{II}}$ ,  $c_{\text{ТВ}}^{\text{II}}$  – удельные теплоемкости жидкой фазы помады и твердой фазы помады на выходе из помадосбивальной машины, соответственно, Дж / (кг·К);  $\Delta H$  – удельная теплота растворения (кристаллизации) сахарозы, Дж/кг;  $k^{\text{KM}}$  – коэффициент теплопередачи, Вт / (м<sup>2</sup>·К);  $F^{\text{KM}}$  – активная поверхность теплопередачи, м<sup>2</sup>;  $t_{\text{см}}$  – температура смеси, °С.

Уравнение теплового баланса воды и пара в рубашке temperирующей машины

$$c_{\text{в}}^{\text{T}} G_{\text{в}}^{\text{T}} \frac{dt_{\text{в}}^{\text{T}}}{dt} = G_{\text{в}}^{\text{T}} c_{\text{в}}^{\text{T}} (t_{\text{в0}}^{\text{B}} - t_{\text{в}}^{\text{T}}) + G_{\text{в}}^{\text{T}} (j_{\text{л0}} - c_{\text{в}}^{\text{T}} t_{\text{в}}^{\text{T}}) + k^{\text{T}} F^{\text{T}} (t^{\text{T}} - t_{\text{в}}^{\text{T}}); \quad t_{\text{в}}^{\text{T}}(0) = t_{\text{в0}}^{\text{T}}, \quad (9)$$

где  $c_{\text{в}}^{\text{T}}$  – удельная теплоемкость воды в рубашке;  $k^{\text{T}}$  – коэффициент теплопередачи.

Математическая модель процесса temperирования помадной массы (1) – (9) представляет собой систему обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений, для решения которых используется метод Рунге-Кутты 4-го порядка. Представленная модель может быть использована для управления режимами процессов temperирования и формования помадных масс, что позволит обеспечить стабильность консистенции конфет и работы конфетоотливочного оборудования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Елизаров, И.А. Математическое моделирование и оптимальное управление процессами растворения, выпаривания, кристаллизации (на примере приготовления конфетных масс) : дис. ... канд. техн. наук / И.А. Елизаров. – Тамбов, 1999.

*Кафедра «Технологическое оборудование и пищевые технологии»*