

*Е.А. Меркина\**

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОДУКТОВ ПИТАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Сформулируем задачу проектирования сложных функциональных продуктов питания. Пусть нам известен набор альтернативных вариантов сырьевых ингредиентов и эскизная технологическая схема (основные стадии) производства нового продукта питания (готового продукта). Требуется определить рецептуру  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  готового продукта, при которой основные потребительские характеристики (пищевая, биологическая, энергетическая ценность и др.) и себестоимость готового продукта  $F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$  достигают оптимальных значений, а другие потребительские характеристики (например, микробиологические показатели, срок хранения и т.п.)  $\overline{g_j(x)}$ ,  $j = \overline{1, r}$  удовлетворяют требованиям технического задания на разработку рецептуры нового продукта питания, т.е.  $\overline{g_j(x)} \leq 0$ ,  $j = \overline{1, r}$ .

Математическая постановка задачи проектирования оптимальной рецептуры имеет следующий вид:

$$x^* = \arg \min \{F(x)\}, \quad (1)$$

при связях в форме иерархической модели продукта питания со сложным сырьевым составом (рис. 1), соотношениях сырьевых ингредиентов и полуфабрикатов

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \overline{x}_i, \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

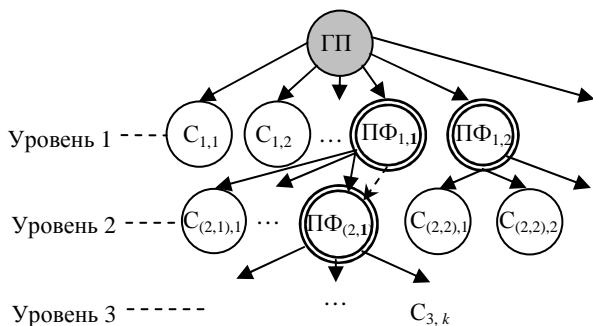
и ограничениях на другие потребительские характеристики готового продукта

$$\overline{g_j(x)} \leq 0, \quad j = \overline{1, r}. \quad (3)$$

Поясним индексы на рис. 1, где показана трехуровневая иерархическая модель сложного пищевого продукта. В этой модели нумерация сырьевых компонентов и полупродуктов ведется отдельно на каждом уровне. Готовый продукт имеет индекс 0. Индексация ингредиентов представлена в виде  $(i, j)$ ,  $k$ , где  $i$  – номер иерархического уровня;  $j$  – номер полуфабриката;  $k$  – номер ингредиента.

---

\* Работа представлена в отборочном туре программы У.М.Н.И.К. 2012 г. в рамках Седьмой научной студенческой конференции «Проблемы техногенной безопасности и устойчивого развития» ассоциации «Объединенный университет им. В.И. Вернадского» и выполнена под руководством канд. техн. наук, доцента ФГБОУ ВПО «ГТТУ» С.Г. Толстых.



**Рис. 1. Иерархическая структура рецептуры пищевого продукта:**  
 ГП – готовый продукт; С – сырьевой ингредиент; ПФ – полуфабрикат;  
 нижние индексы – номера иерархическим уровней

Алгоритм решения задачи (1) – (3).

*Шаг 1.* Формирование допустимой области  $D$  рецептурных ингредиентов.

1.1. Заполнение  $n$ -мерного параллелепипеда (3) в соответствии с методикой И.М. Соболя [1].

1.2. Проверка выполнения ограничений на потребительские характеристики.

Для каждой сгенерированной точки  $x^{(k)}$  параллелепипеда (3) осуществляется проверка ограничений на потребительские характеристики готового продукта:  $g_i(x^{(k)}) \leq 0, j = \overline{1, r}$ . Если все  $r$  условий выполнены, точка считается допустимой, т.е. она принадлежит области  $D$ .

*Шаг 2.* Расчет основных потребительских характеристик и себестоимости (критериев оптимизации) функционального продукта питания. Для каждой точки области  $D$  осуществляется расчет основных потребительских характеристик и себестоимости. При этом формируется множество точек в критериальном пространстве  $\{F(x), k = \overline{1, N_D}\}$ , где  $N_D$  – число допустимых точек в  $LP_r$ -последовательности.

*Шаг 3.* Формирование области Парето  $Q$ . Производится попарное сравнение всех допустимых точек из области  $D$  по значениям критериев путем проверки выполнения условий

$$\exists n : f_n(x^{(k_1)}) < f_n(x^{(k_2)}), \quad n = \overline{1, m}; \quad k_1 = \overline{1, N_D}; \quad k_2 = \overline{1, N_D}; \quad k_1 \neq k_2;$$

$$\exists u : f_u(x^{(k_1)}) > f_u(x^{(k_2)}) \wedge \forall h \neq u : f_h(x^{(k_1)}) \geq f_h(x^{(k_2)}),$$

$$u, h = \overline{1, m}; \quad k_1 = \overline{1, N_D}; \quad k_2 = \overline{1, N_D}; \quad k_1 \neq k_2.$$

*Шаг 4.* Окончательное решение из множества эффективных точек Парето выбирается в зависимости от конъюнктуры рынка.

Приведем пример решения задачи оптимизации рецептуры сыров глазированных с орехами по пяти критериям ( $f_1(\mathbf{x})$  – стоимость;  $f_2(\mathbf{x})$  – содержание минеральных веществ;  $f_3(\mathbf{x})$  – содержание полиненасыщенных жирных кислот;  $f_4(\mathbf{x})$  – содержание витаминов;  $f_5(\mathbf{x})$  – содержание незаменимых аминокислот) с учетом трех ограничений (содержание сухих веществ в готовом продукте – не более 70%; содержание жиров – не более 28%; энергетическая ценность – не более 420 ккал). Набор рецептурных ингредиентов представлен в табл. 1.

### 1. Набор рецептурных ингредиентов

Наименование сырья, область допустимых значений, %	Содержание						Энергетическая ценность, ккал	Стоимость, р.
	сухих веществ, %	жиров, %	минеральных веществ, г	полиненасыщенных жирных кислот, мг	витаминов, мг	незаменимых аминокислот, г		
1. Творог, 50...55	38,0	18,0	1,0	1,0	52,7	8,94	236	120,0
2. Масло сливочное, 10...13	84,0	82,5	0,2	2,5	3,0	0,33	748	175,0
3. Сахар-песок, 18...22	99,85	–	0,007	–	–	–	399	25,5
4. Орехи лущеные (грецкие), 1...3	96,2	60,8	2,0	40,4	16,6	9,74	656	200,0
5. Глазурь жировая, 17...22	98,6	37,2	1,0	–	6,16	–	547	120,0

Целевые функции вычисляются по формулам

$$f_i(x) = \sum_{j=1}^4 c_{ij}x_j + c_{i,5} \left( 100 - \sum_{j=1}^4 x_j \right), \quad i = \overline{1, 5},$$

где  $x_j, j = \overline{1, 4}$  – процентное содержание творога, масла сливочного, сахара-песка, орехов лущеных, соответственно;  $c_{1,j}, j = \overline{1, 4}$  – заку-

почные цены на ингредиенты сырков, р.;  $c_{2,j}, j = \overline{1, 4}$  – содержание минеральных веществ, г;  $c_{3,j}, j = \overline{1, 4}$  – содержание полиненасыщенных жирных кислот, мг;  $c_{4,j}, j = \overline{1, 4}$  – содержание витаминов, мг;  $c_{5,j}, j = \overline{1, 4}$  – содержание незаменимых аминокислот, г.

В результате решения многокритериальной задачи оптимизации было определено множество эффективных точек, принадлежащих области Парето. Варианты рецептур представлены ниже.

1. Рецепттура с минимальной себестоимостью готового продукта

$$\widehat{\mathbf{F}}(x) = (105,83; 0,71; 1,20; 27,90; 4,61);$$

$$\widehat{\mathbf{x}} = (50,03; 10,01; 21,75; 1,10; 17,11).$$

2. Рецепттура с максимальным содержанием минеральных веществ

$$\widehat{\mathbf{F}}(x) = (110,69; 0,77; 1,98; 28,95; 4,92);$$

$$\widehat{\mathbf{x}} = (51,41; 10,23; 18,34; 2,99; 17,03).$$

3. Рецепттура с максимальным содержанием полиненасыщенных жирных кислот

$$\widehat{\mathbf{F}}(x) = (111,51; 0,76; 2,00; 28,68; 4,87);$$

$$\widehat{\mathbf{x}} = (50,85; 11,14; 18,01; 2,99; 17,01).$$

4. Рецепттура с максимальным содержанием витаминов

$$\widehat{\mathbf{F}}(x) = (109,33; 0,75; 1,22; 29,86; 4,94);$$

$$\widehat{\mathbf{x}} = (53,77; 10,09; 18,06; 1,06; 17,02).$$

5. Рецепттура с максимальным содержанием незаменимых аминокислот

$$\widehat{\mathbf{F}}(x) = (110,76; 0,77; 1,91; 29,28; 4,97);$$

$$\widehat{\mathbf{x}} = (52,11; 10,03; 18,00; 2,82; 17,04).$$

Окончательный выбор рецептуры из вышеприведенных вариантов производился, исходя из соотношения цена-качество с учетом органолептической оценки продукта и его физико-химических показателей. В данном случае предпочтительнее вариант с максимальным содержанием минеральных веществ и незаменимых аминокислот, так как он имеет оптимальные значения четырех критериев из пяти:

$$\mathbf{F}^* = (110,76; 0,77; 1,91; 29,28; 4,97);$$

$$\mathbf{x}^* = (52,11; 10,03; 18,00; 2,82; 17,04).$$

В данном случае применение этой методики оправдано рядом причин: 1) предполагается усложнение решаемой задачи включением в поиск не только соотношений ингредиентов, но и деревьев рецептов, что приводит ее к дискретно-непрерывному типу многокритериальных задач; 2) точность получаемого решения можно оценить при увеличении числа точек, заполняющих параллелепипед (3), причем в случаях, когда мы знаем время вычисления одной точки в параллелепипеде (3), можно сопоставить требования точности и вычислительные возможности; 3) решение задачи легко распараллеливается в условиях решения на вычислительном кластере; 4) в методике не выдвигаются требования к связности области компромиссных решений и к выпуклости системы ограничений (2).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев, И.М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями : учеб. пособие для вузов / И.М. Соболев, Р.Б. Статников. – М. : Дрофа, 2006. – 176 с.

*Кафедра «Технологии продовольственных продуктов»  
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»*