УДК 536.2

*А. В. Рожков**

ЗАДАНИЕ ТЕПЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ В МЕТОДЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НАГРЕВА

Метод периодического нагрева позволяет исследовать широкий класс явлений, проявляющихся в особенностях тепловых свойств веществ [1]. В данной работе рассматривается метод периодического нагрева для неразрушающего определения теплофизических свойств твердых неметаллических материалов. Моделирование теплопереноса в системе двух тел при гармоническом тепловом воздействии детально представлено в работе [2].

В данной работе рассмотрены два варианта задания в методах неразрушающего контроля теплового воздействия, подчиняющегося гармоническим законам изменения плотности теплового потока: первый случай – тепловой поток содержит только периодическую составляющую; второй – содержит периодическую и постоянную составляющие.

Первый случай. В системе, состоящей из ограниченного и полуограниченного тел, на поверхность ограниченного тела действует тепловой источник, плотность теплового потока которого изменяется по гармоническому закону: $q = q_m \cos(\omega\tau)$. Изменение температуры в любой точке может быть записано в виде

$$T_{\text{общ}}(\tau) = T_{\text{пер}}(\tau) + T_{\text{нач}}(\tau), \qquad (1)$$

где $T_{\text{пер}}(\tau) = T_A \cos(\omega\tau + \varphi)$ – периодическая составляющая; $T_{\text{нач}}(\tau)$ – монотонная стремящаяся к нулю функция, зависящая от начальных условий.

Рассмотрим определенный интеграл за один период изменения $T_{\text{общ}}$.

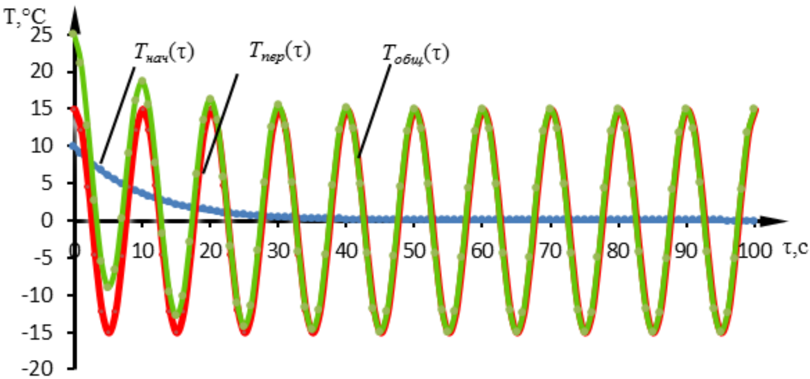
$$\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{общ}}(\tau) = \int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{пер}}(\tau) + \int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{нач}}(\tau). \qquad (2)$$

Здесь $\tau_{\text{пер}}$ – период гармонических колебаний. Значение интеграла $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{пер}}(\tau)$ будет равно нулю, так как $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_A \cos(\omega\tau + \varphi) = 0$. Значение

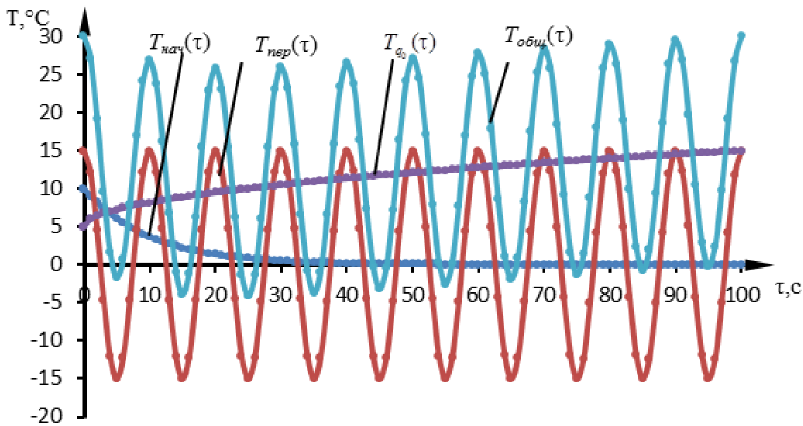
---

* Работа выполнена под руководством д-ра техн. наук, профессора ФГБОУ ВПО «ТГТУ» Н. Ф. Майниковой.

интеграла $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{нач}}(\tau)$ будет стремиться к нулю при $\tau \to \infty$, так как с течением времени влияние начального распределения температуры перестает проявляться.



а)



б)

Рис. 1. Изменение температуры во времени для первого (*а*) и для второго (*б*) случаев задания теплового воздействия

В реальном эксперименте температура T_i измеряется через заданный промежуток времени $\Delta\tau$. В связи с этим значение интеграла $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{общ}}(\tau)$ рассчитываем численным способом по методу трапеций. Площадь под участком кривой за период

$$S_{\text{общ}} = \int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{нач}}(\tau) \approx \sum_{i=j}^{j+k} \Delta\tau \frac{T_{i+1} + T_i}{2}. \quad (3)$$

Здесь $j = 1, ..., n - k$; n – число экспериментально полученных значений температуры, k – число экспериментальных значений температуры в периоде.

При $S_{\text{общ}} = 0$ начальное распределение температуры перестает влиять на изменение температурного поля, т.е. система выходит на квазистационарный режим.

Второй случай. Для создания гармонического теплового воздействия предлагается использовать элемент Пельтье, который позволяет проводить эксперименты при температуре выше или ниже температуры термостатирования. В этом случае кроме периодической составляющей будет присутствовать постоянная составляющая теплового потока. Зависимость плотности теплового потока от времени будет иметь вид $q = q_0 + q_m \cos(\omega\tau)$. В этом случае изменение температуры

$$T_{\text{общ}}(\tau) = T_{\text{пер}}(\tau) + T_{\text{нач}}(\tau) + T_{q_0}(\tau), \quad (4)$$

где $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_A \cos(\omega\tau + \varphi) = 0$ – периодическая составляющая; $T_{\text{нач}}(\tau)$ – монотонная, стремящаяся к нулю функция, зависящая от начальных условий; $T_{q_0}(\tau)$ – монотонно изменяющаяся функция, зависящая от начального теплового потока q_0. Функция $T_{q_0}(\tau)$ монотонно возрастает при $q_0 > 0$ и монотонно убывает при $q_0 < 0$.

Рассмотрим определенный интеграл

$$\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{общ}}(\tau) = \int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{пер}}(\tau) + \int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{нач}}(\tau) + \int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{q_0}(\tau), \quad (5)$$

где $\tau_{\text{пер}}$ – период гармонических колебаний. Значение интеграла $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{пер}}(\tau)$ будет равно нулю, так как $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_A \cos(\omega\tau + \varphi) = 0$. Значение интеграла $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{нач}}(\tau)$ будет стремиться к нулю при $\tau \to \infty$. Значение $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{нач}}(\tau)$ будет монотонно изменяться с течением времени, уменьшаясь или увеличиваясь в зависимости от знака q_0.

В соответствии с теоремой о среднем, если функция $f(\tau)$ непрерывна на отрезке [c; d], то на этом отрезке найдется хотя бы одна точка m, для которой справедливо равенство

$$\int_c^d f(x)dx = f(x)(d-c)\,. \tag{6}$$

Если изменение монотонно возрастающей или убывающей функции на отрезке [c; d] незначительно, то $m \approx (c+d)/2$ (для нашего случая условием выполнения равенства будет $\Delta T_{q_0} << T_A$, где ΔT_{q_0} – изменение T_{q_0} за период $\tau_{\text{пер}}$). Тогда в соответствии с уравнением (6) получим

$$T_{q_0}\left(\tau + \frac{\tau_{\text{пер}}}{2}\right) = \frac{1}{\tau_{\text{пер}}} \int\limits_{\tau}^{\tau_{\text{пер}}} T_{q_0}(\tau)\mathrm{d}\tau. \tag{7}$$

В реальном эксперименте температуры измеряются через заданный промежуток времени $\Delta\tau$. В связи с этим интеграл $\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{общ}}(\tau)$ рассчитываем численным способом по методу трапеций

$$\int\limits_{\tau}^{\tau+\tau_{\text{пер}}} T_{\text{общ}}(\tau) \approx \sum_{i=j}^{j+k} \Delta\tau \frac{T_{i+1}+T_i}{2}, \tag{8}$$

где $j = l, ..., n-k$; n – число экспериментальных значений температуры, k – число экспериментальных значений температуры в периоде; l – номер точки, с которой начинается квазистационарная стадия и выполняется условие $\Delta T_{q_0} << T_A$.

Уравнение (7) примет вид

$$T_{q_0}\left(\tau + \frac{\tau_{\text{пер}}}{2}\right) = \frac{1}{\tau_{\text{пер}}} \sum_{i=j}^{j+k} \Delta\tau \frac{T_{i+1}+T_i}{2}. \tag{9}$$

Для выделения периодической составляющей из $T_{общ}(\tau)$ вычитаем $T_{q_0}(\tau)$. На начальном участке (до значения τ_l) не выполняется условие $\Delta T_{q_0} << T_A$, влияние начального распределения температуры существенно. Процедура нахождения квазистационарной стадии аналогична процедуре, рассмотренной в первом случае.

Таким образом, алгоритм определения периодической составляющей состоит из:

– построения зависимости $T_{q_0}(\tau)$ в соответствии с выражением (9);

– вычитания из $T_{общ}(\tau)$ зависимости $T_{q_0}(\tau)$;

– определения начала квазистационарной стадии по условию $S_{общ} = 0$.

Список литературы

1. *Теоретические* и практические основы теплофизических измерений / под ред. С. В. Пономарева. – Москва : ФИЗМАТ, 2008. – 408 с.

2. *Моделирование* теплопереноса в системе двух тел при гармоническом тепловом воздействии / И. В. Рогов, Н. Ф. Майникова, С. В. Молодов, О. Н. Попов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2011. – Т. 17, № 2. – С. 360 – 364.

Кафедра «Энергообеспечение предприятий и теплотехника»
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»