*Е. С. Соболева, Г. Н. Попова, Я. И. Торгашов**

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОТНОШЕНИЙ В НЕОДНОРОДНЫХ СЕМАНТИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Будем рассматривать неоднородную семантическую сеть [1] как семейство ориентированных графов с помеченными дугами и общим множеством вершин с именами из множества **S**, элементы которого именуют предметы и процессы реального мира. Дуги графов соответствуют бинарным отношениям из некоторого конечного семейства $R_1, R_2, \ldots, R_n$ отношений на множестве $\mathbf{S} = \{S_1, S_2, \ldots\}$.

Элементы множества S есть имена объектов, которые, как правило, имеют определенную внутреннюю структуру и характеризуются рядом признаков и свойств. Они задаются семейством множеств $D = \{D_1, D_2, \ldots, D_n\}$, где каждое множество D_i называется множеством атрибутов, а всякому объекту или процессу ставится в соответствие некоторое подмножество Δ кортежей из декартова произведения $D_k = D_{i1} \times D_{i2} \times \ldots \times D_{ik}$ $(k \le n)$ некоторых подмножеств из D, называемое его экстенсионалом или объемом.

Совокупность индексов множества атрибутов события $i = <i_1, i_2, ..., i_k>$ называется его содержанием. Будем отождествлять индексы множеств из D с именами соответствующих множеств.

Имя события S будем считать функцией содержания: $S = S(i, \Delta)$.

Неоднородная семантическая сеть в таком случае может быть представлена в виде $W = <D, S, R>$.

---

* Работа выполнена под руководством канд. техн. наук, доцента ФГБОУ ВО «ТГТУ» М. А. Ивановского.

Введем следующие обозначения, предполагая, что *R, T, S* – отношения: под *Rf* будем понимать свойство рефлексивности, *nRf* – нерефлексивности, *aRf* – антирефлексивности. Аналогично, *Tr, nTr, aTr* – свойства транзитивности, нетранзитивности и антитранзитивности соответственно; у свойства симметричности четыре градации: *Sm*, *nSm*, *anSm* и *aSm*. *ASm* – свойство асимметричности.

Далее используется представление отношений в виде (0,1)-матриц $R = \{r_{ij}\}$, где

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, \text{если} \quad R(S_i, S_j), \\ 0, \text{если} \quad R(S_i, S_j). \end{cases}$$

В таком случае рефлексивность означает наличие единиц на главной диагонали, симметричность – симметричное расположение единиц относительно главной диагонали, а транзитивность означает, что, если элементы (i, j) и (j, k) равны единицам, то на месте (i, k) тоже должна стоять единица.

На рисунке 1 представлены матрицы трех наиболее распространенных отношений – нестрогого порядка (*Rf, Tr, anSm*), эквивалентности (*Rf, Tr, Sm*) и квазипорядка (*Rf, Tr, nSm*) соответственно.

Введем ограничение на множества *R* и *S* следующим образом:

- между событиями и их именами существует взаимно однозначное соответствие, т.е. S_i и S_j обязательно разные объекты;
- отношения R_i таковы, что они выполняются только на парах различных объектов, и выражение вида $R_i(S_j, S_j)$ не имеет смысла (R_i – антирефлексивны по своей природе).

Рассмотрим отношение *R*, обладающее свойствами *aRf, nTr, Sm*. В свете сказанного выше, это отношение «антирефлексивной» толерантности. С другой стороны, такими же свойствами описывается отношение отрицания.

Введем дополнительные определения:

Если $<S, \Delta>$ – событие, то всякое $\delta \in \Delta$ будем называть экземпляром события $<S, \Delta>$.

То обстоятельство, что δ экземпляр события *S*, будем записывать $\delta \models S$ и говорить, что *S* выполняется на δ.

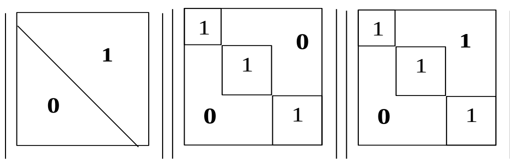

Рис. 1. Матрицы отношений нестрогого порядка, эквивалентности и квазипорядка

Пусть

$$\delta_1 \mid = S_1,\ \delta_2 \mid = S_2 \text{ и } \delta_1 = \{<i_1, d_1>, <i_2, d_2>, ..., <i_l, d_l>\},$$
$$\delta_2 = \{<j_1, e_1>, <j_2, e_2>, ..., <j_m, e_m>\}.$$

Введем отображение F: $R \to V$, где V – множество векторов $v = (a, b)$, таких, что

$$a \in \{1, \varepsilon\},\ b \in \{0, 1, \tau\}.$$

Тогда $F(R_p) = (a, b)$, где

$$a = \begin{cases} 1, \text{ если } \forall r\, \exists k, \text{ такое, что } \quad i_k = j_r; \\ \varepsilon, \text{ если } \exists r\, \exists k, \text{ такие, что } \quad i_k = j_r. \end{cases}$$

Иначе говоря, если множество индексов атрибутов второго события вложено во множество индексов атрибутов первого события, то $a = 1$; если множества атрибутов пересекаются, то $a = \varepsilon$.

Случай $a = 0$ означает, что множества атрибутов не пересекаются и, следовательно, не удовлетворяет поставленным требованиям. Мы предполагаем, что объекты S_1 и S_2 имеют хотя бы один общий атрибут.

Второй элемент вектора – b – определяется следующим образом:

$$b = \begin{cases} 1, \text{ если } \forall k\, \forall r, \text{ таких, что } i_k = j_r \Rightarrow D_{i_k} \subseteq D_{j_r}; \\ \tau, \text{ если } \forall k\, \forall r, \text{ таких, что } \quad i_k = j_r \Rightarrow D_{i_k} \cap D_{j_r} \neq \varnothing; \\ 0, \text{ если } \forall k\, \forall r, \text{ таких, что } \quad i_k = j_r \Rightarrow D_{i_k} \cap D_{j_r} = \varnothing. \end{cases}$$

Отображение F делит семейство отношений R на шесть классов:

1. $F(R) = (1, 1)$.
2. $F(R) = (1, \tau)$.
3. $F(R) = (1, 0)$.
4. $F(R) = (\varepsilon, 1)$.
5. $F(R) = (\varepsilon, \tau)$.
6. $F(R) = (\varepsilon, 0)$.

Для отношений такого рода всегда существуют обратные отношения, определяемые формулой

$$R_i^{-1}(S_1, S_2) = R_j(S_2, S_1).$$

Поэтому выделенное отношение R характеризуется двумя векторами: $F(R)$ и $F(R^{-1})$ или, что то же самое, матрицей М размера 2×2, где $М(R) = \{F(R), F(R^{-1})\}$.

Из 36 матриц такого рода реально имеют смысл только 10.

Каждое получившееся отношение легко интерпретируется в графическом виде и выражается в терминах экземпляров событий δ. Кроме того, существует отображение Ф [Осипов, 1997], которое каждому отношению, описанному матрицей М, ставит в соответствие высказывательную форму, определяющую некоторую семантическую связь. К примеру, если матрица отношения имеет вид

$$\mathrm{M}(R) = \begin{vmatrix} 1 & \varepsilon \\ 1 & \tau \end{vmatrix},$$

то графическая интерпретация [2] этого отношения такова (рис. 2).

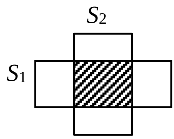

Рис. 2. Графическое представление отношения

В терминах экземпляров δ возможны два случая:

1) R: $\forall\delta_1\ \exists\delta_2$: $\delta_2 \subset \delta_1$;
2) R: $\forall\delta_1\ \exists\delta_2$: $\delta_2 \subseteq \delta_1$.

Пусть R – неизвестное отношение, являющееся комбинацией двух или более отношений R_1, R_2 (R_3, …, R_n), связывающих события S_1, S_2 (S_3, …, S_n) с событием S_0. С помощью отображения $\mathrm{M}(R)$ можно определить свойства вновь полученного отношения $R(S_1\&S_2\&, \ldots, S_0)$, связывающего события $S_1\&S_2\&\ldots$ и S_0.

В общем случае комбинация нескольких нетранзитивных отношений одинакового типа является также нетранзитивным отношением того же типа. На рисунке 3, *а* представлена комбинация двух отношений, соответствующих коррелятивной связи (*nTr*, *Sm*). Эта комбинация тоже является отношением того же типа (также *nTr*, *Sm*). Это определяется видом матрицы $\mathrm{M}(R)$.

$$\mathbf{M(R)} = \begin{vmatrix} \varepsilon & \varepsilon \\ \tau & \tau \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon & \varepsilon \\ \tau & \tau \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon+\varepsilon & \varepsilon \\ \tau & \tau \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \varepsilon & \varepsilon \\ \tau & \tau \end{vmatrix}.$$

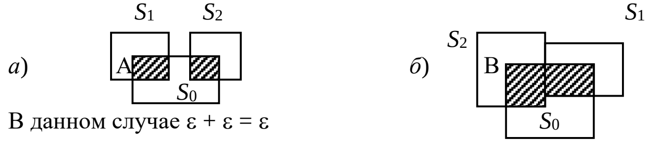

Рис. 3. Два примера комбинации отношений, соответствующих одинаковым семантическим связям

То есть в данном случае ε + ε = 1.

Таким путем может быть получен способ классификации бинарных отношений на основании их алгебраических свойств.

Список литературы

1. Осипов, Г. С. Построение модели предметных областей. Неоднородные семантические сети / Г. С. Осипов // Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика. – 1990. – № 5. – С. 32 – 45.
2. Осипов, Г. С. Приобретение знаний интеллектуальными системами / Г. С. Осипов. – М. : Наука – Физматлит, 1997.
3. Ronald J. Brachman. On the epistemological status of semantic networks. «Associative Networks: Representation and Use of Knowledge by Computers», Academic Press. New York. – 1979. Edited by Findler N. V.

Кафедра «Информационные системы и защита информации»
ФГБОУ ВО «ТГТУ»