

Министерство образования и науки Российской Федерации
**ФГБОУ ВПО «Тамбовский государственный технический
университет»**
Факультет «Магистратура»

В.И. Ляшков

ИНЖЕНЕРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Утверждено Методическим советом ТГТУ
в качестве учебного пособия для студентов магистратуры,
обучающихся по направлению 140100.68 «Теплоэнергетика
и теплотехника»



Тамбов
2014

Рецензенты:

Кандидат физико – математических наук, доцент кафедры физики
ФГБОУ ВПО

«Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина»,

В.И. Иволгин

Доктор технических наук, профессор кафедры

«Техника и технологии производства нанопродуктов»

ФГБОУ ВПО

«Тамбовский государственный технический университет»

Е.Н. Туголуков

Инженерный эксперимент: Учеб. пособие / сост. В.И. Ляшков,
Тамбов: ТГТУ, 2014. -81 с.

Утверждено Методическим советом ТГТУ
(протокол № 9 от 19.11.2013)

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1. Роль и место экспериментальных исследований при создании, доводке и эксплуатации теплоэнергетического оборудования

В нашем мире практически нет ни одной сферы деятельности, где бы в большей или меньшей мере не использовались результаты различных измерений, итоговые характеристики комплексных испытаний или предельные величины, подлежащие обязательному контролю. Разработка, создание и эксплуатация теплоэнергетического оборудования и теплотехнологий немислимы без широких экспериментальных исследований, ибо только это позволяет получить достоверные сведения об отдельных технико-экономических характеристиках объекта (эффективная мощность, экономичность, надёжность и т.д.). Экспериментальные пилотные исследования часто даже предшествуют самым начальным этапам создания новой техники (разработке технического предложения и созданию эскизного проекта). Широкие экспериментальные работы проводятся параллельно разработке технического проекта. Для этой цели создаются специальные экспериментальные установки и стенды, на которых проводятся испытания отдельных деталей и узлов, подбираются наилучшие режимы их работы. Всё это позволяет перейти к разработке рабочего проекта машины и изготовлению опытных образцов, на которых проводится окончательная её доводка. Только после этого новая машина или аппарат передается в массовое производство.

На всех перечисленных выше стадиях разработки новой техники неизбежно ставятся и решаются масса инженерных задач – перевести объект из исходного состояния в новое, более совершенное при выполнении ряда задаваемых объективных ограничений с учетом всех возможных альтернативных вариантов. При этом одни инженерные задачи решаются аналитическим методом, другие – экспериментально, третьи – интуитивно, методом экспертных оценок.

При экспериментальных исследованиях огромную роль играют обработка исходной измерительной информации, анализ и осмысливание полученных результатов, выработка рекомендаций по совершенствованию создаваемого объекта, улучшению его эксплуатационных качеств, экономичности, экологических характеристик.

Правильная эксплуатация теплоэнергетического оборудования также не мыслима без постоянного контроля с помощью измерительных приборов отдельных важнейших технических характеристик оборудования (температуры, давления, расходы и др.). Получаемые непрерывно эти экспериментальные данные отслеживаются системой автоматического регулирования режимов работы оборудования, позво-

ляющей предотвратить аварийные ситуации и обеспечить наилучшие показатели на различных режимах работы. При этом всё более широкое применение находят компьютерные информационно-измерительные комплексы и автоматизированные системы управления технологическими процессами, обеспечивающие сбор и обработку измерительной информации, её анализ и синтез на основе проведенного анализа таких управляющих воздействий, которые способны поддерживать оптимальные режимы функционирования объекта.

Практически ни одна научная работа в области теплоэнергетики не возможна без соответствующего экспериментального исследования, поскольку подтверждением правильности результатов любых, даже самых сложных теоретических изысканий, является близкое совпадение теоретических и экспериментально полученных результатов. Именно такое совпадение и позволяет сделать заключение, что полученное теоретическое решение адекватно описывает исследуемые связи.

Инженерным экспериментом принято называть последовательную совокупность следующих этапов исследования:

- постановка задачи с четким формулированием цели исследования;
- разработка подробного плана и основ методики эксперимента;
- изготовление и подготовка экспериментальной установки ;
- проведение эксперимента;
- обработка исходных опытных данных;
- обобщение и анализ результатов измерений;
- формулирование выводов и рекомендаций по результатам эксперимента.

Понятно, что современный специалист, призванный работать в области теплоэнергетики должен хорошо представлять, как и какими средствами производятся экспериментальные исследования, быть знакомым с системой метрологического обеспечения измерений, уметь разрабатывать методику конкретных измерений и знать те основы, которые позволяют правильно планировать и проводить экспериментальные исследования. Именно поэтому искусству правильно организовать, спланировать, обработать и проанализировать экспериментальное исследование и полученные результаты посвящено достаточно много учебной и технической литературы [1 - 9].

Планированию экспериментов и вопросам автоматизации экспериментальных исследований и посвящена, в основном, изучаемая нами дисциплина.

В соответствии с рабочей программой, разработанной на основе Государственного образовательного стандарта третьего поколения, в текущем семестре нам предстоит еженедельно встречаться на практи-

ческих занятиях, частично посвящая учебное время изучению теоретических основ, но в большей мере занимаясь решением конкретных задач, связанных с планированием, проведением и обработкой результатов действительного или виртуального эксперимента.

Объектом экспериментальных исследований могут быть самые разнообразные технические устройства и системы (от простых до очень сложных), режимы их работы, их технико-экономические или экологические характеристики и др.

Любой объект в общем случае может быть представлен уже знакомой нам общей схемой черного ящика (рис.1.1), на которой отдельно выделяются векторы входных X и выходных Y параметров, управляющих параметров U и возмущающих воздействий Z . Обычно считают, что величины X могут быть измерены, но при неизменных значениях составляющих вектора выходных параметров Y их изменять невозможно [1]. Легко меняются величины U , именно они существенно влияют на выходные параметры объекта. Возмущающие параметры воздействуют на объект независимо от всех других и, как правило, случайным образом.

Можно привести множество примеров из области теплоэнергетики и теплотехнологий, которые иллюстрируют изложенный выше подход к обобщенному описанию объекта исследований. Самый простой и наглядный из них – рекуперативный теплообменник (см. рис. 1.2). Входными параметрами x_i являются здесь массовые расходы горячего и холодного теплоносителей, температуры на входе и выходе одного из них и входная температура другого теплоносителя. Выходными параметрами будет выходная температура второго теплоносителя, а также гидравлические сопротивления обоих каналов теплообменника, тепловая мощность и энергетический КПД аппарата. Один из массовых расходов (например, горячего теплоносителя) может выступать в качестве управляющего параметра u , позволяющего изменять выходные температуры теплоносителей. К случайным воздействиям z можно отнести увеличение наружных теплопотерь в результате резкого похолодания за стенами производственного

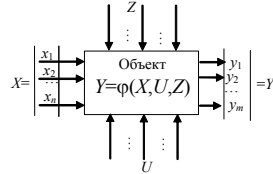


Рис. 1.1. Схема представления объекта при организации эксперимента.

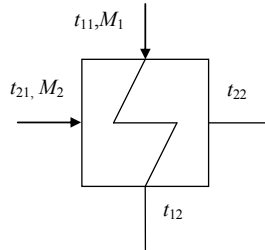


Рис.1.2. Подогреватель рекуперативный:

t_{11}, t_{12} – температуры горячего теплоносителя на входе и выходе, соответственно; M_1 – массовый расход горячего теплоносителя; t_{21}, t_{22} – температуры холодного теплоносителя на входе и выходе, соответственно; M_2 – массовый расход холодного теплоносителя;

помещения или усиленной солнечной радиации через остекление в летние месяцы.

И если влияние Z на Y велико, то систему или объект называют стохастическим и для описания его используют вероятностные характеристики. Если же влияние случайных возмущений на поведение объекта невелико, то говорят что это детерминированный объект. Абсолютное большинство технических устройств в области теплоэнергетики являются детерминированными объектами.

Напомним, что зависимость выходных параметров от всех остальных и называют математической моделью объекта $Y=\varphi(X,U,Z)$. Если параметры объекта изменяются только по времени t и остаются неизменными в пространстве, то объект называют «объектом с сосредоточенными параметрами». В объектах «с распределенными параметрами» параметры изменяются и в пространстве, и по времени.

При экспериментальных исследованиях вид математической модели устанавливается по результатам проведенных опытов. При этом в зависимости от принятого подхода вид функции $\varphi(X,U,Z)$ или устанавливают путем соответствующей аппроксимации опытных результатов, или (при разработке оптимального плана) на основании априорных сведений об объекте выдвигается гипотеза о применимости для описания модели той или иной аналитической зависимости (например, линейной, простой нелинейной типа экспоненты или степенной зависимости и др.) а по результатам экспериментов определяют константы модели и оценивают её адекватность. Такие модели называют формальными, поскольку они, хотя и определяются основными законами природы, от которых зависит поведение объекта, но практически не включают в себя аналитические связи, установленные этими законами.

При планировании экспериментов их принято подразделять на активные, когда исследование проводится при специально заданных значениях входных параметров и, как правило, на специальной экспериментальной установке, и пассивные, когда результаты измерений получают на рабочих объектах, обычно даже не устанавливая дополнительных приборов и не назначая специальных режимов. В результате планирования экспериментов определяется число и последовательность опытов, обеспечивающих достижение поставленных целей исследования с требуемой точностью и достоверностью.

Результаты любого экспериментального исследования только тогда приобретают практическую ценность и значимость, если обеспечивается принцип их воспроизводимости. Это означает, что такие же результаты могут быть получены любым исследователем, если он будет использовать те же самые объекты исследования, те же самые приборы, методики и ограничения на параметры. К сожалению, даже в настоящее время иногда публикуются результаты экспериментальных

исследований, которые не соответствуют названному условию, что при высокой активности и усиленной пропаганде их авторов иногда приводит даже к определенным лженаучным теориям.

1.2. Два подхода в организации экспериментов

Пока исследовались сравнительно простые объекты с небольшим числом входных и выходных параметров, стратегия эксперимента строилась достаточно просто. Чтобы выявить влияние каждого из входных параметров на выходные, опыты проводились отдельными сериями так, чтобы изменялся только один из входных параметров, а остальные оставались неизменными. Такая «традиционная» организация эксперимента позволяет установить частные зависимости между отдельными входными параметрами и выходными параметрами объекта, например в виде $y_1=f_1(x_1)$. Выявив частную зависимость от одного из входных факторов, аналогично исследуют влияние другого входного фактора, оставляя неизменными все остальные и получая другую частную зависимость $y_1=f_2(x_2)$ и т.д.

Исследовав так влияние всех входных факторов, математическую модель представляли суммой или произведением (или ещё более сложной функцией) полученных частных зависимостей $y_1=f_1(x_1)+f_2(x_2)$ или $y_1=f_1(x_1) \cdot f_2(x_2)$. На рис. 1.3 приведен план организации такого эксперимента для объекта с двумя входными параметрами.

С развитием техники и технологий объекты исследований становились всё более сложными, увеличивалось число входных и выходных параметров объекта и это приводило к необходимости значительно увеличивать число проводимых экспериментов. Для примера рассчитаем число опытов для объекта, имеющего 3 входных и 3 выходных параметра. Примем, что для построения зависимости вида $y_1=f_1(x_1)$ необходимо, задавая 5 уровней величины x_1 (например, $x_1=0,5, x_1=1, x_1=1,5, x_1=2, x_1=2,5$) выполнить 5 экспериментов, а чтобы набрать статистику, каждый из них повторить еще по 5 раз. Тогда получаем, что всего нам нужно провести

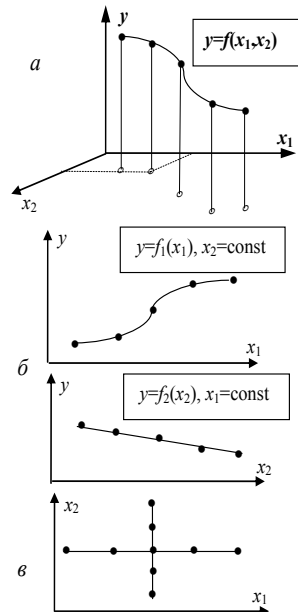


Рис. 1.3. Двухфакторный эксперимент при традиционном подходе:

a – в трехмерной системе координат; *б* – частные зависимости; *в* – в координатах $x_1 - x_2$.

$3*3*5*5=225$ опытов! А ведь мы наметили самые узкие рамки для исследования.

Поэтому в шестидесятых годах двадцатого века стали разрабатываться и широко внедряться другие подходы к организации эксперимента – в частности планирование оптимального (с точки зрения общего числа опытов) многофакторного эксперимента. При таком подходе в каждом опыте задаётся некоторое минимальное сочетание разных входных факторов, что даёт возможность выявить их влияние на выходной фактор при меньшем числе опытов.

При планировании и организации эксперимента исследователь всегда сталкивается с проблемой, которую называют «проклятием размерностей». Действительно, представим, что в нашем примере величина x_1 выражается в кг, а величина x_2 - в метрах. Тогда, чтобы получить линейную математическую модель вида $y=b_0+ b_1x_1+ b_2x_2$ (b_0, b_1, b_2 – некоторые константы модели) придётся складывать какие-то доли кг с какими-то долями метра и что получим в итоге? Абсурд!

Чтобы преодолеть это проклятие, давно предложено все параметры объекта (а уж входные – обязательно) представлять в безразмерной форме, задаваясь некоторым масштабом и выражая эти параметры в долях этого масштаба.

Поскольку для любого входного фактора x_i ($i=1, 2, \dots, n$) всегда известны ограничения $x_{i \min} \leq x_i \leq x_{i \max}$, то при планировании эксперимента можно, принимая в качестве масштаба измерений разницу $\Delta x_i=(x_{i \max}-x_{i \min})$, определять безразмерную величину X_i заданного фактора так:

$$X_i = \frac{x_i - x_{i \min}}{\Delta x_i} .$$

При этом величина X_i может изменяться только в пределах от 0 до 1. При разработке оптимального плана удобнее в качестве масштаба измерений принять половину упомянутой разницы $\Delta x_i=(x_{i \max}- x_{i \min})/2$, а за начало отсчета (за условный ноль) взять среднее значение предельных величин: $\bar{x}_i=(x_{i \max}+ x_{i \min})/2$. Тогда безразмерная величина параметра X_i рассчитывается по формуле:

$$X_i = \frac{x_i - \bar{x}_i}{\Delta x_i} /$$

При этом величины безразмерных параметров оказываются в интервале от $X_{i \max}=+1,0$ до $X_{i \min}=-1,0$. Приведенный на следующей странице рис. 1.4 наглядно представляет оба эти варианта.

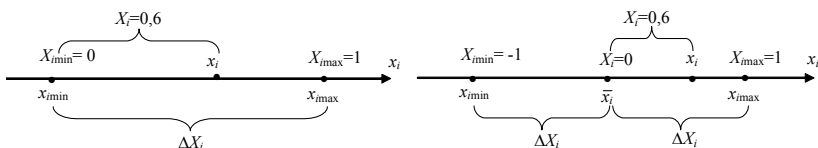


Рис. 1.4. Два способа приведения входных параметров к безразмерному виду

2. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ, ИХ ОЦЕНКА

2.1. Классификация измерений и их погрешностей

При измерении какой-либо величины мы соотносим измеряемую величину с величиной некоторого общепринятого масштаба, принятого за единицу при таких измерениях и представляем результат измерения в долях этого масштаба. Обычно измерения классифицируют по нескольким признакам:

1. По способу получения результата: прямые, когда измеряется непосредственно исследуемая величина (напряжение U вольтметром, ток i амперметром) и косвенные, когда результат измерений рассчитывается по результатам прямых измерений (мощность $N=U \cdot i$). Зависимость результата таких измерений от результатов прямых измерений принято называть математической моделью косвенного измерения.

2. По методу измерений: абсолютные и относительные. В первом случае это измерения с помощью датчика, выдающего сигнал в единицах измеряемой величины. При относительных измерениях результат измерения представляется как отношение результата измерений к величине, принятой за эталон.

3. По особенностям измерений: равноточные и неравноточные. Равноточные измерения производятся на одной и той же установке и при одних и тех же условиях проведения опыта. При несоблюдении этих условий (например, в ходе серии экспериментов пришлось заменить один из датчиков или вторичных измерительных приборов) получаем серию не равноточных результатов.

Результаты измерений делят еще на достаточные и избыточные, точные и приближенные, надежные и ненадежные. Естественно, что надежность результатов во многом определяется степенью их точности, наличием и величиной погрешностей.

Точность измерения определяется степенью соответствия результатов измерения действительному $x_{ист}$ значению измеряемой величины. Разницу этих двух значений называют абсолютной погрешностью измерения Δx , которая характеризует точность измерения в числовой форме:

$$\Delta x = x - x_{ист},$$

где x – результат измерения; $-x_{ист}$ – истинное значение измеряемого параметра, величину которого измерить без погрешности невозможно.

Поэтому в качестве $x_{ист}$ принимается величина среднего значения результатов серии параллельных опытов.

Отношение абсолютной погрешности Δx к истинной величине $x_{ист}$, выраженное в процентах, называют относительной погрешностью:

$$\delta = (\Delta x / x_{ист}) \cdot 100 \%$$

Причинами появления погрешностей являются изменения, происходящие за время испытаний в окружающей среде или в объекте.

Можно назвать 3 источника возникновения погрешностей:

- датчик первичного измерительного сигнала;
- регистрирующее устройство, включая усилители, преобразователи и устройства отображения;
- сам экспериментатор, который в силу разных обстоятельств может неправильно снять показания приборов.

Названные источники погрешностей могут проявляться систематически или случайно, при этом общая погрешность будет определяться суммой систематических и случайных погрешностей. Если эта сумма достигает таких больших величин, что результат измерения кажется неправдоподобным, такое измерение принято называть промахами.

Систематические погрешности возникают при каждом параллельном опыте и, как правило, величина их от опыта к опыту остается неизменной. В отдельных случаях природа таких ошибок известна и величина их может быть сравнительно просто определена расчетом или введением специальных поправок, получаемых путем калибровки с использованием более точных (минимум на порядок) измерительных приборов. Более сложной является задача обнаружения систематических ошибок, природа которых неизвестна. Самый надежный способ обнаружить такие ошибки или убедиться в их отсутствии - провести измерение интересующей величины другим методом и при других условиях. Систематические ошибки могут быть не связаны непосредственно с измерительными операциями, а обуславливаться свойствами самого объекта исследования.

В отдельных случаях, когда величина систематической ошибки может изменяться или со временем (величина износа) или от другого фактора (режим работы) систематические ошибки можно перевести в разряд случайных в результате рандомизации условий опыта. Это позволяет повысить общую точность измерений.

На основе теории вероятностей разработана теория ошибок, позволяющая однозначно трактовать результаты, получаемые при экспериментальном исследовании. Для статистической оценки результатов измерений необходимо иметь массив результатов равнооточных измерений. Поэтому измерения повторяются несколько раз (говорят о серии параллельных опытов). Принято считать, что погрешности Δx , анализируемой

выборки по своей величине распределены в соответствии с нормальным законом распределения случайных величин (закон Гаусса), а в отдельных случаях – некоторым другим законам. При этом предполагается, что погрешности могут принимать непрерывный ряд значений, и при большом числе опытов погрешности, одинаковые по величине, но разные по знаку, встречаются одинаковое число раз, а частота появления погрешностей уменьшается с увеличением их абсолютных величин.

2.2. Оценка погрешностей

Поскольку величина $x_{\text{ист}}$ не может быть измерена без погрешности, в качестве ее наиболее вероятной оценки принимается среднеарифметическое значение результатов, полученных при измерениях с выборкой из n параллельных опытов:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i .$$

Целью статистического анализа результатов измерений является определение погрешности этой величины. Рассеяние результатов отдельных измерений относительно величины \bar{x} принято оценивать величиной дисперсии для всей выборки S_i^2 , которая является хорошей оценкой дисперсии для всей генеральной совокупности (при $n \rightarrow \infty$):

$$S_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} .$$

Корень квадратный из оценки дисперсии принято называть оценкой средней квадратичной погрешности любого измерения:

$$\sigma_i = \sqrt{S_i^2} .$$

Величины оценок тем точнее характеризуют результаты измерений, чем больше было число параллельных опытов n . Для генеральной совокупности среднеквадратичная погрешность будет:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{S_i^2} ,$$

где σ - стандартная среднеквадратичная погрешность величины $x_{\text{ист}}$.

Для нормального закона распределения случайных величин (см. рис. 2.1) в интервале $\pm\sigma$ заключается 68,3 % всей площади под дифференциальной кривой распределения, определяющей доверительную вероятность попадания любой случайной погрешности в этот интервал. В интервале $\pm 2\sigma$ - 95,5 %, а в интервале $\pm 3\sigma$ - 99,7 % площади, т.е. с дове-

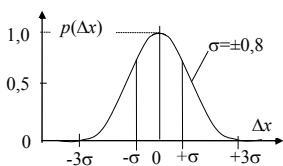


Рис. 2.1. Дифференциальное представление нормального закона распределения погрешностей с интервалами стандартных отклонений σ

рительной вероятностью $P=0,997$ в этой области находятся практически все возможные погрешности при очень большом числе опытов n . Ордината приведенного графика характеризует следующие особенности случайных погрешностей: чем ближе результат любого измерения к среднему значению \bar{x} (при $\Delta x=0$), тем меньше случайная погрешность и тем чаще она встречается в генеральной совокупности (при $n=\pm\infty$) с одинаковой абсолютной величиной и противоположными знаками. Так что измерения с самыми большими погрешностями отстоят от центра распределения \bar{x} дальше всего и встречаются очень редко, вероятность чего и определяют соответствующая ордината.

В теории погрешностей доказывается, что погрешность величины \bar{x} меньше чем σ и зависит от числа параллельных опытов n :

В теории погрешностей доказывается, что погрешность величины \bar{x} меньше чем σ и зависит от числа параллельных опытов n :

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{n}}.$$

Для практического использования погрешность величины \bar{x} должна быть снабжена дополнительной информацией. В частности, необходимо указать тот доверительный интервал $\pm\Delta x_{\text{дов}}$, в котором с заданной доверительной вероятностью β (реже этот параметр называют коэффициентом надежности, поскольку он характеризует в числовой форме насколько надежны наши результаты обработки и насколько им можно доверять) найдена величина $\sigma_{\bar{x}}$. Записывается это в виде:

$$P(\bar{x} - \Delta x_{\text{дов}} < x < \bar{x} + \Delta x_{\text{дов}}) = \beta,$$

где P – обозначение вероятности.

Поскольку нормальный закон распределения погрешностей справедлив только при бесконечно большом числе опытов (теоретически при $n \rightarrow \infty$, практически при $n > 200$ и тогда $\Delta x_{\text{дов}} = \pm \sigma_{\bar{x}}$), а на практике это недостижимо и n в лучшем случае принимается 20, 10, а то и 7, 6 или даже 5. В этом случае при оценке величины $\Delta x_{\text{дов}}$ используется распределение Стьюдента, которое при $n = \infty$ совпадает с нормальным законом, а для малых значений n при той же величине β дает несколько больший интервал $\Delta x_{\text{дов}}$ чем нормальный закон, поскольку при уменьшении числа опытов n погрешность определения $\sigma_{\bar{x}}$ возрастает. Это обстоятельство и учитывает коэффициент Стьюдента, величина которого зависит как от числа опытов n , так и от заданной величины доверительной вероятности

β : $t_{n,\beta}$. Значения этого коэффициента (обычно его называют t -критерием) табулированы и приводятся в справочных таблицах соответствующей литературы [3, 4, 8]. Поэтому предыдущее равенство, описывающее границы доверительного интервала, при $n < 20$ записывают так:

$$P(\bar{x} - t_{n,\beta} \sigma_{\bar{x}} < x < \bar{x} + t_{n,\beta} \sigma_{\bar{x}}) = \beta .$$

Если известно число опытов n и требуемая доверительная вероятность β , то сначала по таблице находят значение t -критерия $t_{n,\beta}$, затем рассчитывают величину $\sigma_{\bar{x}}$ и перемножают результаты, получая величину $\pm \Delta x_{\text{дов}} = \pm t_{n,\beta} \cdot \sigma_{\bar{x}}$.

Может быть решена и обратная задача, когда с целью повышения точности результата задается очень малая величина доверительного интервала $\pm \Delta x_{\text{дов}}$ и достаточно большая величина β (например, $\pm \Delta x_{\text{дов}} = \pm 0,05$ и $\beta = 0,99$), а требуется определить необходимое для получения таких результатов число опытов n . Методика решения такой задачи и специальная таблица для определения n приведена в [4]

При косвенных измерениях следует учитывать, что на результат измерения влияют погрешности прямых измерений и вид математической модели измерений $y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$. Доказано, что при параллельных косвенных измерениях суммарная ошибка должна определяться не суммой отдельных составляющих, а величиной корня квадратного из суммы дисперсий отдельных слагаемых:

$$\sigma_{i,m} = \sqrt{\sum_{j=2}^m S_{i,j}^2}, \quad i=1, 2, \dots, m,$$

где $\sigma_{i,m}$ – среднеквадратичная ошибка результата косвенных измерений; m – число результатов прямых измерений, включенных в математическую модель измерения. Из этого следует, что для повышения точности косвенных измерений следует в первую очередь уменьшить ту составляющую суммы, которая оказывается наибольшей.

Величина погрешности результата измерений y определяется величиной полного дифференциала заданной функции f . Разлагая ее в ряд Тейлора и отбрасывая все члены ряда, содержащие бесконечно малые второго и более высоких порядков, получаем:

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_m} dx_m .$$

В действительности величины dx_1 , dx_2 и т.д. являются конечными, но очень малыми величинами и это позволяет с приемлемой точностью

записать для максимальной допустимой погрешности косвенных измерений:

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_m} \Delta x_m$$

или для относительной ошибки

$$\sigma_{y,y} = \pm \sqrt{\left(\left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \frac{\Delta \bar{x}_1}{\bar{x}_1} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{\Delta \bar{x}_2}{\bar{x}_2} \right| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_m} \frac{\Delta \bar{x}_m}{\bar{x}_m} \right| \right)^2}$$

Как уже упоминалось, случайная погрешность отдельного измерения может быть очень большая, хотя вероятность ее и невелика. Такие погрешности называют промахами и их исключают из анализа. Простейшей проверкой подозрительного результата $x_{i \text{ под}}$ на промах является сравнение его погрешности $\Delta x_i = (x_{i \text{ под}} - \bar{x})$ с величиной $3\sigma_i$. И если при этом по абсолютному значению $(x_{i \text{ под}} - \bar{x}) > 3\sigma_i$, то с вероятностью более чем 0,997 это промах. Приведенное соотношение называют правилом трех сигма. Известны и другие, более точные критерии для проверки на промах, с которыми познакомимся позже.

2.3. Рандомизация как средство повышения точности результатов эксперимента

В энергетике, как и в других областях техники, часто влияние внешних случайных воздействий на результаты экспериментов бывает настолько заметным, что проводя параллельный опыт мы получаем заметно отличающийся от предыдущего опыта результат. Во многих случаях предыдущие опыты приводят к изменению свойств объекта исследований (например, в результате износа деталей экспериментальной установки и др.), или изменениям внешних условий проведения опыта, в результате чего мы получаем, вообще говоря, плохо воспроизводимые результаты. Исследователю важно оценить, насколько различаются эти результаты и знать критерии, позволяющие однозначно ответить на вопрос, насколько полученные результаты пригодны для практического применения.

Мы уже говорили, что погрешности опытов принято делить на систематические и случайные, и что для уменьшения систематических погрешностей и правильной оценки их влияния на осреднённый результат исследования необходимо параллельные опыты рандомизировать по времени, т.е. выполнять их в случайной последовательности.

На рис. 2.2 приведена графическая интерпретация такой рандомизации для однофакторного эксперимента, в частности зависимости объ-

емной подачи поршневого компрессора G от времени τ , изменяющейся нелинейно в результате износа цилиндра, клапанов и других уплотнений. В приведенном примере 6 параллельных опытов проводятся последовательно по времени (рис. 2.2, *a*), хотя позже мы увидим, что в отдельных случаях исследование можно организовать так, чтобы опыты выполнялись в случайной последовательности. На рис. 2.2, *б* результаты экспериментов представлены в случайной последовательности, определенной из таблицы случайных чисел. Теперь погрешность, вносимая названными факторами, представляется некоторой случайной, для которой можно с определенной точностью найти среднее значение, дисперсию воспроизводимости и среднеквадратичную ошибку среднего значения.

Ещё большего эффекта можно добиться, если также случайным образом расставить и другие влияющие факторы. В этом случае систематические, но изменяющиеся по времени погрешности переводятся в разряд случайных.

Чтобы лучше понять излагаемые идеи, рассмотрим простой пример. Лаборатории ТЭЦ поручено в срочном порядке провести анализ на влажность трёх видов топлива (обозначим их через A , B и C). Для выполнения задания заведующий решил привлечь к выполнению работ все материальные средства: 3 сушильных шкафа (№1, №2 и №3) и трёх лаборанток (Иванова, Петрова и Сидорова) несколько разной квалификации. При этом мы понимаем, что каждый из шкафов обладает собственными характеристиками, могущими повлиять на результаты опыта (например, шкаф №1 самый старый в лаборатории и точность поддержания заданной температуры у него почти вдвое хуже, чем у двух других шкафов). То же самое можно сказать и об исполнителях (например, Иванова опытная лаборантка с большим стажем работы, а Сидорова - молодой специалист, недавно получившая среднее специальное образование). Всё это непременно отразится на результатах опыта.

И конечно же руководитель лаборатории знает, что ГОСТ допускает 3 режима проведения испытаний: обычный (P1), первый ускоренный (P2) и второй ускоренный (P3).

Как же составить оптимальный план работ, чтобы выполнить задание в минимальные сроки и одновременно рандомизировать влияние всех внешних факторов? Давайте делать такой план последовательно.

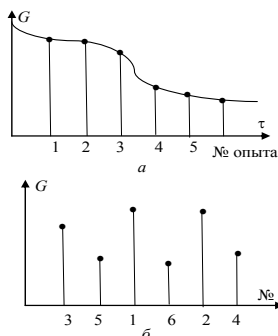


Рис. 2.2. Рандомизация измерений по времени:
a – реальная последовательность опытов;
б – случайная расстановка результатов измерений.

Первый шаг - рандомизируем исполнителей, составляя таблицу и записывая в неё фамилию лаборанта

	Шкаф №1	Шкаф №2	Шкаф №3
Топливо <i>A</i>	Ив	Пет	Сид
Топливо <i>B</i>	Сид	Ив	Пет
Топливо <i>C</i>	Пет	Сид	Ив

В итоге мы получили план, в котором каждый вид топлива будет исследован в каждом из шкафов и каждым из лаборантов по одному разу. Такие планы называют латинским квадратом. Латинских квадратов 3×3 с разными сочетаниями факторов в столбцах или строках может быть несколько. Для примера приведём ещё один вариант.

	Шкаф №1	Шкаф №2	Шкаф №3
Топливо <i>A</i>	Ив	Пет	Сид
Топливо <i>B</i>	Пет	Сид	Ив
Топливо <i>C</i>	Сид	Ив	Пет

Второй шаг - рандомизируем дополнительно по режимам испытаний, по такому же правилу (например, верхнего на низ) дописывая в нашу таблицу кроме фамилии лаборанта еще и номер режима (P1, P2, P3), получая вариант №1

	Шкаф №1	Шкаф №2	Шкаф №3
Топливо <i>A</i>	Ив, P1	Пет, P2	Сид, P3
Топливо <i>B</i>	Сид, P2	Ив, P3	Пет, P1
Топливо <i>C</i>	Пет, P3	Сид, P1	Ив, P2

В результате мы получили план, в котором каждое топливо исследуется по одному разу в каждом из сушильных шкафов, каждым из лаборантов и также по одному разу по каждому из допустимых режимов. Это наиболее полная рандомизация и лучшего плана в предложенных условиях построить невозможно.

Такого вида наилучшие сбалансированные рандомизированные планы называют уже греко-латинскими квадратами. Заметим, что греко-латинский квадрат образуется наложением друг на друга двух латинских квадратов. В разделе математики, называемом «Комбинаторика» доказано, что латинских квадратов вида 3×3 можно составить 6. Квадратов 4×4 гораздо меньше, а квадрат 6×6 может быть всего один. Греко-латинские квадраты бывают: 3 размерностью 3×3 , 2 размерностью 4×4 и всего один размерностью 5×5 . Большей размерности греко-латинских квадратов не бывает. В справочной литературе приведены варианты таких квадратов.

Ниже приведены один из греко-латинских квадратов 4×4 и такой же квадрат 5×5 , в которых первый рандомизируемый фактор обозначен буквами, а второй - цифрами.

Греко-латинский квадрат 4×4

	X1	X2	X3	X4
Y1	A1	B3	C4	D2
Y2	D4	C2	B1	A3
Y3	B2	A4	D3	C1
Y4	C3	D1	A2	B4

Греко-латинский квадрат 5×5

	X1	X2	X3	X4	X5
Y1	A5	B3	C2	D1	E4
Y2	B1	C4	D5	E3	A2
Y3	C3	D2	E1	A4	B5
Y4	D4	E5	A3	B2	C1
Y5	E2	A1	B4	C5	D3

Поставив задачу получить наиболее точные результаты, заведующий лабораторией наметил выполнить дополнительные исследования, для чего по завершении работ по первому греко-латинскому квадрату, были проведены ещё два, но по другим вариантам таких квадратов: Для более полной рандомизации по времени по тому же правилу (например, верхнего на низ) в дополнительных вариантах были изменены последовательности выполнения опытов в имеющихся шкафах (вариант2) и для исследуемых топлив (вариант 3).

Вариант №2

	Шкаф №2	Шкаф №3	Шкаф №1
Топливо <i>A</i>	Ив, P1	Сид, P3	Пет, P2
Топливо <i>B</i>	Пет, P2	Ив, P1	Сид, P3
Топливо <i>C</i>	Сид, P3	Пет, P2	Ив, P1

Вариант №3

	Шкаф №1	Шкаф №2	Шкаф №3
Топливо <i>B</i>	Сид, P2	Пет, P1	Ив, P3
Топливо <i>C</i>	Ив, P3	Сид, P2	Пет, P1
Топливо <i>A</i>	Пет, P1	Ив, P3	Сид, P2

В итоге для официального отчёта о результатах исследований осреднение опытных данных проводилось не по девяти опытными результатам, а по двадцати семи ($3 \cdot 9 = 27$). По ним же рассчитывались такие важнейшие статистические характеристики как средние значения влажности, среднеквадратическая погрешность и доверительная вероятность результатов измерений для каждого вида топлива.

Конечно же, в реальной жизни не всегда удастся спланировать экспериментальное исследование, подгоняя его точно под квадрат. Например, в нашей задаче в распоряжении заведующего может быть только 2 лаборанта (Сидорова на больничном), и тогда квадрат не вырисовывает-

ся. Для решения таких задач разработаны сбалансированные решётчатые квадраты (с нулями в отдельных клетках), обеспечивающие частичную рандомизацию по одному из параметров, а также специальные квадраты Юдена и др. [5].

Мы рассмотрели простейшую задачу, в которой рассматривалось только 2 неизменяемых фактора: виды топлива (обозначим через X) и виды шкафов (обозначим через Y). Именно поэтому при анализе речь шла о квадратах, поскольку это распределение отражается плоскостью в координатах X – Y . Но представим мысленно, что таких неизменяемых факторов было 3. Тогда речь следовало бы вести о латинском кубе. Комбинаторика исследует и такие комбинации, и об этом применительно к экспериментальным исследованиям можно почитать в указанной выше литературе.

3. ТРАДИЦИОННЫЙ ПОДХОД К ОРГАНИЗАЦИИ И ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

3.1. Особенности планирования и графический анализ результатов измерений

Пусть для простоты нам предстоит установить зависимость некоего выходного параметра объекта y от единственного входного параметра x в виде зависимости $y=f(x)$. Чтобы хотя бы предварительно представить вид и характер этой зависимости, сначала планируется небольшая серия экспериментов (5 ... 7) при равномерном шаге по x , подбираются необходимые приборы и оборудование, разрабатывается методика измерений. При этом предпочтение отдается промышленным приборам, гарантирующим определенную величину возможной максимальной погрешности измерений. Для этого на приборе (реже в его паспорте) указывается относительная величина (в процентах от максимального числа делений на шкале прибора) погрешности, определяющая класс точности прибора. Электроизмерительные приборы, например, выпускаются классом точности от 0,05 (лабораторные) до 4 (общего назначения). В этой ситуации относительная погрешность показаний прибора зависит от его показаний. Например, при измерении напряжения вольтметром класса точности 1 со шкалой от 0 до 100 делений при показаниях 100 В максимальная погрешность будет ± 1 деление, т.е. ± 1 В, а при показаниях 60 В точность результата будет 60 ± 1 В, а относительная ошибка соответственно $1/60 = 0,0167$ или уже не 1 %, а 1,67 %. Поэтому, чтобы возможные относительные ошибки не сильно влияли на результаты измерений существует одно из правил для экспериментатора, которое нужно помнить, подбирая приборы: - все измерительные приборы должны работать в последней четверти своей шкалы (чем ближе к концу, тем точнее результат измерения).

Для отдельных приборов повышенной точности (например, лабораторные термометры, микрометры, калибры и др.) указывается класс точности для всей шкалы, а для повышения точности в паспорте прибора приводится поправочная таблица для отдельных показаний, полученная в результате сравнения показаний этого прибора с показаниями эталонного, на порядок более точного, чем аттестуемый.

В настоящее время все более широко применяются сложные измерительные системы, состоящие из нескольких средств измерений, например, датчик, предварительный усилитель, электронный осциллограф, графопостроитель или устройство для записи результатов измерений в файл. При этом реализуются последовательные или параллельные схемы соединения соответствующих элементов системы. При последовательном соединении выходной сигнал каждого элемента последовательной схемы является входным для последующего элемента (см. рис.3.1). При этом, если статические характеристики отдельных звеньев линейны ($y_i=k_ix_i$), то коэффициент передачи сигнала k (отношение величины сиг-

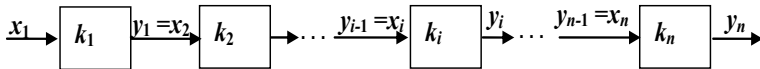


Рис. 3.1. Последовательная схема соединения измерительных звеньев

нала на выходе к величине сигнала на входе в систему) зависит от величин коэффициентов передачи каждого из элементов схемы k_i :

$$y_n = \prod_{i=1}^n k_i x_1,$$

где x_1 – величина входного сигнала первого элемента системы.

Если же статические характеристики каждого из элементов схемы нелинейные и эти зависимости известны, то зависимость $y_n=f(x_1)$ существенно усложняется и для i -го звена будем иметь

$$y_i = f_i[f_{i-1}(x_{i-1})].$$

Последовательно вычисляя значения y_i , начиная с $y_1=f_1(x_1)$ заканчивая $y_n=f_n[f_{n-1}(x_{n-1})]$, мы получим искомую зависимость.

В отдельных случаях для улучшения характеристик сложных измерительных систем используют параллельное соединение элементов или схемы с обратными связями. Если характер нелинейности отдельных звеньев схемы противоположный, например зависимость $y_1=f_1(x_1)$ нелинейно возрастающая, а зависимость $y_2=f_2(x_2)$ нелинейно убывающая примерно с тем же темпом что и первая, то параллельное соединение позволяет линеаризовать общую характеристику, поскольку в этом случае статические характеристики просто складываются.

Схема с обратной связью приведена на рис. 3.2. Как это видно из рисунка, здесь выходной сигнал одного элемента подается на вход другого и с его выхода подается снова на вход первого. При этом во втором элементе он может быть усилен или уменьшен и остаться с тем же знаком или поменять свой знак. Если выходной сигнал второго элемента суммируется с входным сигналом первого, то говорят о положительной обратной связи. В результате положительной обратной связи обычно

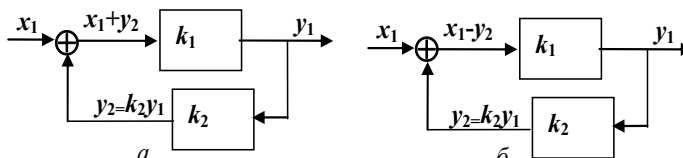


Рис. 3.2. Схемы с обратной связью:

a – положительная обратная связь; *б* – отрицательная обратная связь

существенно увеличивается коэффициент передачи первого элемента, но уменьшается стабильность его работы, приводящая к сбоям измерений. При отрицательной обратной связи коэффициент передачи конечно же уменьшается, зато стабильность работы первого звена существенно возрастает. Поэтому системы с отрицательной обратной связью получили наибольшее распространение, особенно когда в практику стали внедряться операционные усилители с очень высоким статическим коэффициентом передачи сигнала.

В любом случае, разрабатывая схему экспериментальной установки, необходимо понимать, что вместе с исходным сигналом x_1 в приведенной цепочке будут усиливаться всевозможные случайные погрешности и добавляться систематические, возникающие в каждом элементе схемы.

Как правило, результаты экспериментального исследования записываются в таблицу. Чтобы наглядно представить полученную зависимость, эти результаты представляют графически. На рис. 3.3. для примера в координатах $y - x$ приведены результаты некоторого исследования в виде отдельных экспериментальных точек. По расположению этих точек часто уже можно судить о характере зависимости $y=f(x)$, осредняя точки плавной кривой. Однако в отдельных случаях гарантировать правильность выдвинутой гипотезы нельзя. На рисунке приведен именно такой случай.

Действительно, по результатам первой серии опытов, выполненных с целью экономии времени и средств со сравнительно большим шагом $\Delta x=0,2$, вполне обосновано кажется, что искомая зависимость является линейной. Вторая серия опытов была проведена с таким же шагом, но со

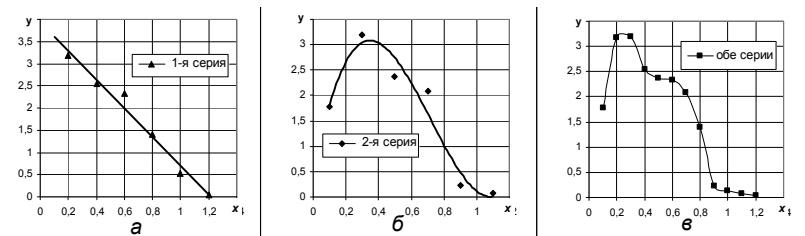


Рис. 3.3. Последовательное уточнение зависимости $y=f(x)$:

a – первая серия опытов с большим шагом по x ; b – вторая серия опытов с большим шагом; c – обе серии вместе.

сдвигом влево на полшага. Её осреднение подсказывает наличие некоторой плавной нелинейной зависимости. Объединение же всех десяти результатов обнаруживает сложную нелинейную зависимость, содержащую несколько перегибов. И тем не менее, всегда предпочтительнее планировать первую серию с достаточно большим шагом, а при наличии подозрений проводить несколько дополнительных опытов, чтобы убедиться в правильности своих заключений.

3.2. Сглаживание экспериментальных данных

Всё наше предыдущее рассмотрение, включая многофакторные эксперименты, относилось к исследованиям установившихся процессов, при которых входные и выходные параметры не изменяются по времени. Конечно же среди выходных параметров может фигурировать и минимальная продолжительность процесса Δt_{\min} , в течение которой может быть получен ожидаемый эффект, но этот эффект после достижения такой продолжительности остаётся практически постоянным и может изменяться только от случайных воздействий на систему. Чтобы уменьшить влияние случайных погрешностей, мы применяли рандомизацию последовательности опытов, а при обработке опытных данных используется метод наименьших квадратов.

Однако очень часто возникает необходимость исследования неуставившихся процессов и выявления зависимости одного или нескольких выходных параметров от текущего времени. Самым типичным примером является снятие термограмм в отдельных точках исследуемого объекта. В этом случае, если считать, что случайные погрешности очень малы или отсутствуют, тем или иным экспериментальным способом фиксируется зависимость $t=f(\tau)$. На этой зависимости с шагом $\Delta\tau$ выделяются отдельные точки (см. рис. 3.4), и по соответ-

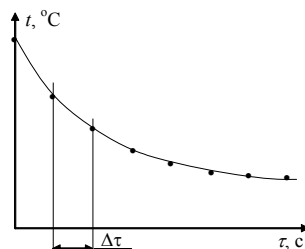


Рис. 3.4. Действительная зависимость $t=f(\tau)$

ствующим значениям t_i и τ_i методом наименьших квадратов рассчитывают коэффициенты для линии тренда, аппроксимирующей некоторой алгебраической формулой полученную опытным путём термограмму. В необходимых случаях используется метод замены переменных, с помощью которого зависимость $t=f(\tau)$ предварительно линеализируется.

Как правило, во время опыта на датчик первичного измерительного сигнала воздействуют внешние помехи, например фон от напряжения питания (обычно это синусоидальные колебания с частотой 50 герц). Этот фон усиливается вместе с полезным сигналом и накладывается на действительную зависимость, существенно искажая последнюю. Наложение такого «шума» может настолько изменить регистрируемую зависимость, что бывает очень трудно выявить действительную линию тренда. Это становится особенно трудно, когда по-прежнему на исследуемой зависимости фиксируются только отдельные точки, записываемые через промежутки времени $\Delta\tau$ (как на рис. 3.5).

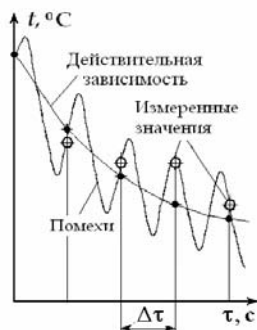


Рис. 3.5. Зависимость $t=f(\tau)$, искаженная помехами

Чтобы уменьшить разброс опытных точек, вызываемый различными помехами, и выявить действительную линию тренда, проводится сглаживание первичных опытных данных. В основе такого приёма лежит следующее соображение: в абсолютном большинстве различные взаимосвязи в природе имеют плавный, неразрывный характер и при небольшом изменении одного из параметров другой параметр, связанный каким-либо физическим законом с первым, изменяется также незначительно. Резкие, скачкообразные изменения зависимого параметра встречаются очень редко и не характерны для большинства взаимодействий.

Для сглаживания первичных опытных данных могут быть использованы различные приёмы. Наиболее простой и понятный — это метод скользящего среднего. Здесь последовательно для каждого узла с номером i находят новое, сглаженное значение \tilde{y}_i , которое рассчитывают, принимая зависимость между двумя соседними точками линейной:

$$\tilde{y}_i = \frac{y_{i-1} + y_i}{2}, \quad i=2, 3, \dots, n.$$

При этом величина \tilde{y}_i обычно соотносится к правой точке анализируемого интервала x_i (см. рис. 3.6, на котором показана схема такого сглаживания). Как это видно из рисунка, при таком сглаживании из рассмотрения теряется первое измерение, а сглаженные значения лежат

всегда гораздо ближе к действительной зависимости, чем не сглаженные. Заметим, что при необходимости сглаженные данные можно ещё раз сгладить, применяя, например, модифицированную расчётную формулу:

$$\tilde{y}_j = \frac{y_j + y_{j+1}}{2} \quad \text{при } j=1, 2, \dots, n-1.$$

При этом будет потеряна ещё и последняя точка на графике.

Чаще всего на практике используется более эффективный метод – это метод четвёртых разностей. Суть такого сглаживания состоит в том, что каждая регистрируемая величина y_i комбинируется с двумя соседними слева (y_{i-2} и y_{i-1}) и двумя соседними справа (y_{i+1} и y_{i+2}). Через эти 5 точек проводится квадратичная парабола $y_i = A + Bx_i + Cx_i^2$, для которой коэффициенты A , B и C определяются методом наименьших квадратов (рис. 3.7). За сглаженное значение после этого принимается рассчитанная по полученным коэффициентам величина

$$\tilde{y}_i = A + Bx_i + Cx_i^2, \quad i=3, 4, \dots, n-3, n-2.$$

Если провести описанные выше определения, то в результате обычных алгебраических преобразований для расчёта сглаженных значений можно получить простую алгебраическую формулу:

$$\tilde{y}_i = y_i - \frac{3}{35} \delta^4 y_i, \quad i=3, 4, \dots, n-3, n-2 \quad (3.1)$$

Здесь $\delta^4 y_i$ – так называемая четвёртая разность, величину которой для каждой точки с номером i рассчитывают по формуле:

$$\delta^4 y_i = y_{i-2} - 4y_{i-1} + 6y_i - 4y_{i+1} + y_{i+2}.$$

Для первой, второй и двух последних точек получены отдельные формулы:

$$\tilde{y}_1 = y_1 + 0,2\delta^3 y_1 + \frac{3}{35}\delta^4 y_1,$$

$$\tilde{y}_2 = y_2 - 0,4\delta^3 y_1 - \frac{1}{7}\delta^4 y_1,$$

$$\tilde{y}_{n-1} = y_{n-1} + 0,4\delta^3 y_n - \frac{1}{7}\delta^4 y_n,$$



Рис.3.6. Сглаживание методом скользящего среднего

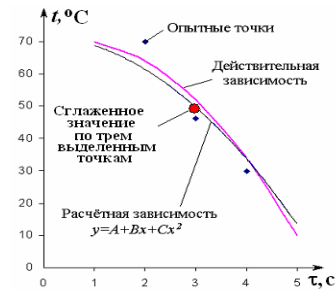


Рис.3.7. Сглаживание методом четвёртых разностей

$$\tilde{y}_n = y_n - 0,2\delta^3 y_n + \frac{3}{35}\delta^4 y_n.$$

В приведенных формулах $\delta^4 y_1$ и $\delta^3 y_1$ – первые из четвёртых и третьих разностей, а величины $\delta^4 y_n$ и $\delta^3 y_n$ – последние из четвёртых и третьих разностей. Значения $\delta^4 y_1$ и $\delta^4 y_n$ рассчитывают по формуле (3.1) при $i=3$ и $i=n-2$, соответственно. Значения третьих разностей находят по другим формулам

$$\begin{aligned}\delta^3 y_1 &= y_4 - 3y_3 + 3y_2 - y_1, \\ \delta^3 y_n &= y_n - 3y_{n-1} + 3y_{n-2} - y_{n-3}.\end{aligned}$$

Представленные алгоритмы сглаживания первичных опытных данных достаточно простые и легко реализуются специальными программами на ПК.

3.3. Метод наименьших квадратов при обработке опытных данных (регрессионный анализ)

Определение коэффициентов формальной математической модели по результатам экспериментальных исследований принято называть регрессионным анализом.

Начнём с простейшего случая. Пусть формальная модель сформулирована нами как некая линейная связь между входным параметром x и выходным параметром y :

$$y = b_0 + b_1 x, \quad (3.2)$$

где b_0 и b_1 – некоторые постоянные коэффициенты, значения которых следует определить, используя результаты экспериментальных исследований. Теоретически для определения этих коэффициентов было бы достаточно провести всего 2 эксперимента, придавая входному параметру x минимальное (в нормированном виде $x_{\min}=0$) и максимальное (в нормированном виде $x_{\max}=1$) значения. Действительно, при таком подходе из формулы (3.2) мы получаем систему из двух уравнений

$$\begin{aligned}y_{\min} &= b_0 + b_1 \cdot 0; \\ y_{\max} &= b_0 + b_1 \cdot 1,\end{aligned}$$

откуда легко находим $b_0 = y_{\min}$, $b_1 = y_{\max} - y_{\min}$.

К сожалению, в действительности реализовать такой простой план эксперимента невозможно, поскольку при проведении экспериментов величины x невозможно установить абсолютно точно, как и величины y всегда получаем с некоторой погрешностью, зависящей от многих факторов. В результате этого полученные расчетные коэффициенты могут давать зависимость, существенно отличающуюся от действительной. Это наглядно иллюстрирует рис. 3.8.

Чтобы избежать таких последствий, принято проводить несколько экспериментов на всём исследуемом интервале значений x . При этом, если бы всё было идеально (исключены погрешности, то все опытные точки ложжились бы точно на линию действительной зависимости и невязки

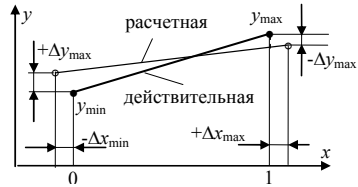


Рис. 3.8. Действительная и расчетная регрессионные зависимости.

$$\Delta y_i = y_{i \text{ действ}} - y_{i \text{ расч}}, \quad i=1, 2, \dots, n$$

были бы все равны нулю. При наличии погрешностей эти невязки будут не нулевыми и опытные точки будут как-то группироваться относительно действительной зависимости (см. рис.3.9).

Теперь задача состоит в том, чтобы подобрать такие значения коэффициентов b_0 и b_1 , чтобы линия регрессии как можно ближе проходила к линии действительной зависимости. И тут можно использовать разные подходы:

- минимизировать сумму невязок для всех точек $\min(\sum \Delta y_i)$;
- минимизировать максимальные невязки $\min(\max \Delta y_i)$;
- минимизировать сумму квадратов всех невязок $\min(\sum \Delta y_i^2)$.

Последний критерий нашел самое широкое применение, поскольку он вытекает из статистического анализа погрешностей и даёт простое и логичное решение. Этот подход и называют методом наименьших квадратов.

Итак, запишем функцию

$$U = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2.$$

Чтобы найти минимум этой функции, дифференцируем её и результат приравняем нулю. Для функции двух переменных приравняем нулю частные производные.

$$\frac{\partial U}{\partial b_0} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial U}{\partial b_1} = 0.$$

Проводим дифференцирование и находим значения производных

$$2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i) \cdot (-1) = 0,$$

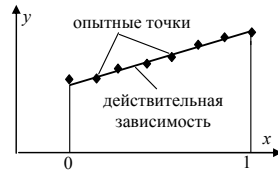


Рис. 3.9. Результаты эксперимента.

$$2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i) \cdot (-x_i) = 0.$$

В результате мы получили замкнутую систему уравнений, содержащую 2 неизвестных b_0 и b_1 . Решая её, обычными приёмами, получаем следующие расчётные формулы

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \times \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \times \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}, \quad b_1 = \frac{n \times \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n y_i \times \sum_{i=1}^n x_i}{n \times \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}. \quad (3.3)$$

В случае многофакторного эксперимента формула (3.2) может быть записана для каждого из факторов и по формулам (3.3) рассчитаны коэффициенты регрессии $b_{0,j}$ и $b_{1,j}$, где $j=1, 2, \dots, k-1, k$. Здесь k – общее число входных факторов. Если сложить затем все полученные частные зависимости, то получим общее уравнение регрессии в виде

$$y_j = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_j x_j, \quad j=1, 2, \dots, k, \quad (3.4)$$

где величина b_0 представляет собой сумму постоянных слагаемых всех частных зависимостей.

Систему (3.4) представим в матричной форме

$$X \times B = Y.$$

Здесь X – матрица известных коэффициентов $x_{i,j}$; B – столбец неизвестных коэффициентов; Y – столбец свободных членов, значения которых получены в результате эксперимента. Решение таких матричных уравнений мы хорошо освоили, изучая «Математическое моделирование».

Если же проводится многофакторный эксперимент с нормированными значениями входных параметров $x_{1 \min} = -1$ и $x_{1 \max} = +1$, то приведенные формулы для каждого j -того фактора ($j=1, 2, \dots, n$) упрощаются и принимают вид

$$b_{0,j} = \frac{\sum_{i=1}^n y_{i,j}}{n} \quad \text{и} \quad b_{1,j} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i y_i)_j}{n}.$$

Метод наименьших квадратов может быть использован и для определения параметров отдельных нелинейных зависимостей. В частности, для полинома 2-й степени в виде

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2, \quad (3.5)$$

используя те же действия, что и ранее, получаем следующую замкнутую систему:

$$\begin{aligned}
 b_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i + nb_0 &= \sum_{i=1}^n y_i ; \\
 b_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + b_0 \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n x_i y_i ; \\
 b_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 + b_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + b_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i ,
 \end{aligned}$$

решение которой позволяет определить константы b_0 , b_1 и b_2 в формуле (3.5).

Следует заметить, что все приведенные формулы получены в предположении, что погрешности имеют только величины y_i , а значения аргументов x_i установлены абсолютно точно (на практике – с погрешностями во много раз меньшими, чем величины x_i). Если же учитывать, что при организации экспериментов величины x_i абсолютно точно установить невозможно, и они тоже имеют некоторые погрешности, то метод наименьших квадратов приводит к более сложным выражениям для расчета коэффициентов регрессии. При этом расчеты ведутся в итерационном режиме с последовательным уточнением весовых коэффициентов, которые обратно пропорциональны квадратам стандартных отклонений параметров x_i и y_i . Специальная программа для таких расчетов на ПК приведена в [4].

В пакете MS Excel именно по приведенным формулам автоматически рассчитываются коэффициенты b_0 , b_1 , b_2 и т. д. для отдельных регрессионных зависимостей, которые там называют линиями тренда.

3.4. Приемы аппроксимации результатов эксперимента

Табличное или графическое представления функций неудобно для использования в практических расчетах. Намного удобнее в этом случае запись функции в алгебраической форме. Операцию определения параметров алгебраической формулы по табличным результатам эксперимента принято называть аппроксимацией. Электронные таблицы пакета MS Excel содержат удобное средство для такой аппроксимации, позволяющее для кривой, построенной по таблице результатов серии экспериментов, рассчитать так называемую линию тренда (линию аппроксимирующей кривой), получить значения подобранных параметров выбранной формулы. Одновременно рассчитывается величина коэффициента детерминации R , характеризующая силу обнаруженной связи меж-

ду x и y , или степень приближения расчетных результатов в узловых точках к результатам опытов.

В качестве примера традиционной организации двухфакторного эксперимента приведем исследование [10] одного из наших магистрантов, поставившего задачу выявить зависимость коэффициента поверхностного натяжения σ от температуры t и объёмной концентрации C дизтоплива для биотоплив, представляющих собой смесь дизтоплива с метиловым эфиром рапсового масла (МЭРМ). Для решения задачи им была собрана экспериментальная установка по схеме Ребиндера И.М, на которой отдельными сериями проводились измерения зависимости σ от концентрации C при некоторых постоянных температурах. Результаты этих измерений представлены графически на рис. 3.10, где на графиках нанесены и линии тренда для каждой серии опытов.

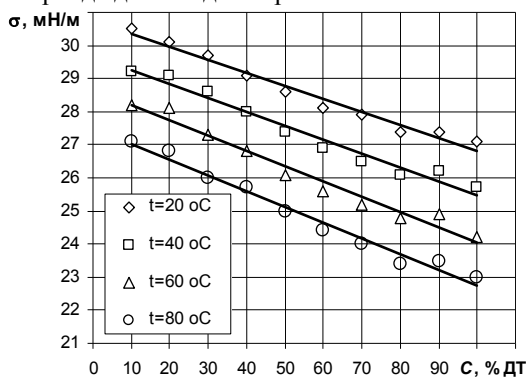


Рис. 3.10. Результаты четырех серий опытов при разных постоянных температурах

Анализируя полученные результаты нетрудно увидеть, что по мере увеличения температуры зависимости $\sigma=f(C)$, оставаясь по сути линейными, смещаются все ниже и ниже. Это позволяет предположить, что нам удастся выявить зависимость $\sigma=f(t)$ как для одной какой-либо концентрации C , так и для всех четырех серий опытов. С этой целью по данным рис. 3.10 выбраны значения σ при $C=50\%$ и построена зависимость

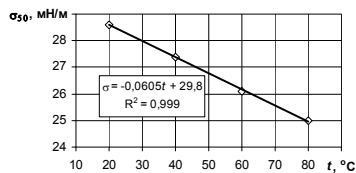


Рис. 3.11. Температурная зависимость σ для смеси с концентрацией $C=50\%$.

мость $\sigma_{C=50\%}=f(t)$, приведенная на следующем рисунке (рис.3.11). Понятно, что и при других концентрациях аналогичные зависимости будут практически одинаковыми. Если теперь результаты, приведенные на рис. 3.10 представить в безразмерной форме, то все 4 точки при $C=50\%$ практически совпадут, а при других концентрациях C будут рассы-

паться незначительно. Результаты такого пересчета приведены нами на рис.3.12. Для всех опытных точек построена общая линия тренда, приведенная на рисунке вместе с выявленной регрессионной зависимостью.

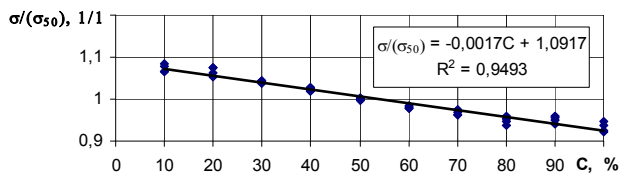


Рис. 3.12. Зависимость σ от C в безразмерной форме.

В результате, записав следующее равенство

$$\frac{\sigma}{\sigma_{50}} = 1,0917 - 0,0017C ,$$

выводим общую формулу для расчета коэффициента поверхностного натяжения:

$$\sigma = (1,0917 - 0,0017C) \cdot \sigma_{50} .$$

Далее, подставляя регрессионную формулу для σ_{50} , находим:

$$\sigma = (1,0917 - 0,0017C) \cdot (29,8 - 0,0605 \cdot t)$$

или, раскрывая скобки, приходим к нелинейной регрессии:

$$\sigma = 32,53 - 0,05066 \cdot C - 0,066 \cdot t + 0,00010285 \cdot C \cdot t .$$

Расчеты значений σ для любых значений температур t и концентраций C , при которых проводились эксперименты, показали, что расчетные результаты отличаются от опытных не более чем на $\pm 2\%$.

Другой начинающий ученый [11] занимался экспериментальным исследованием зависимости динамической вязкости μ от температуры t и объемной концентрации C для такого же смесового биотоплива (смесь дизтоплива с МЭРМ).

На рис. 3.13 приведены результаты отдельных серий опытов (при разных концентрациях МЭРМ) по измерению динамической вязкости μ с помощью вискозиметра Реотест-2 при изменении температуры t в интервале от $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $80\text{ }^{\circ}\text{C}$. Все опытные данные обработаны с помощью пакета MS Excel и представлены графически. Для каждой кривой построена линия тренда, аппроксимирующая найденную зависимость. Проведенная обработка опытных данных еще раз подтвердила известное положение о том, что для абсолютного большинства капельных жидкостей зависимость $\mu=f(t)$ наилучшим образом описывается экспонентой, получившей название формулы Андраде:

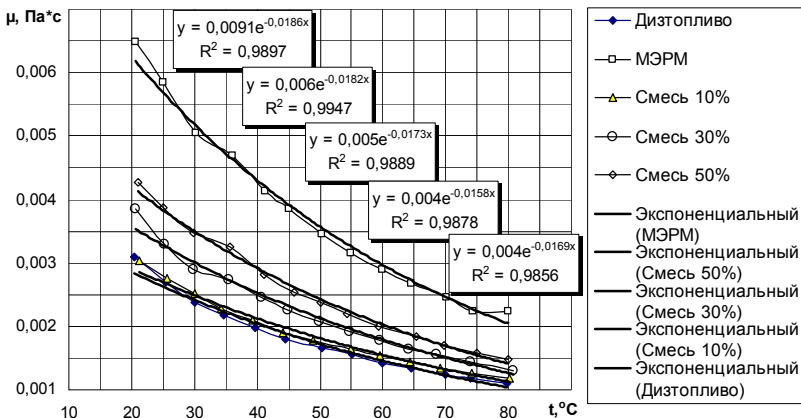


Рис.3.13. Результаты экспериментального исследования зависимостей $\mu=f(t)$ для исходных компонентов и их смесей

$$\mu = a \cdot e^{bt}$$

где a и b – некоторые константы, определяемые по результатам экспериментальных измерений величины μ ; $e=2,718$ – основание натуральных логарифмов.

Анализируя полученные результаты, обращаем внимание на то, что оба параметра a и b этих экспонент монотонно возрастают по мере увеличения концентрации C МЭРМ в смеси. На рис. 3.14 и 3.15 приведены соответствующие зависимости, наглядно иллюстрирующие это. Для обеих кривых построены линии тренда и приведены расчетные формулы с их параметрами.

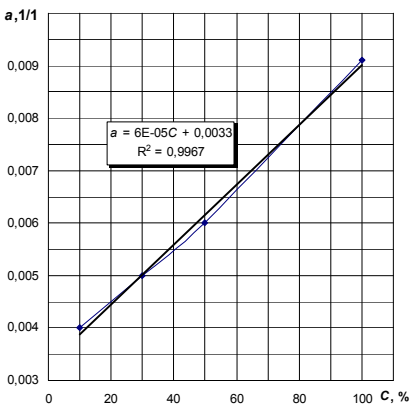


Рис. 3.14. Зависимость параметра a от концентрации C МЭРМ в смеси

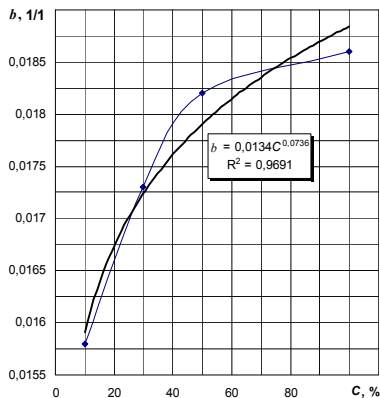


Рис. 3.15. Зависимость параметра b от концентрации C МЭРМ в смеси

Теперь, подставляя полученные зависимости в формулу Андраде, можем записать обобщенную зависимость как функцию двух параметров $\mu=f(t, C)$:

$$\mu = (0,00006 \cdot C + 0,0033) \cdot \exp[-0,0134 \cdot (C^{0,0736}) \cdot t].$$

Подставляя в приведенную формулу значения C и t , мы можем рассчитать величину коэффициента динамической вязкости μ .

Отметим, что без знания величин σ и μ невозможно спроектировать и рассчитать распылитель форсунки дизельного двигателя, предназначенного для работы на смесевых топливах.

4. ОПТИМАЛЬНЫЕ ПЛАНЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

4.1. Двухуровневые многофакторные эксперименты

Минимальное число опытов, позволяющее получить формальную модель в виде линейной регрессии при двух входных факторах получается, если каждый фактор задавать только на двух предельных уровнях. Графически это отражается как некоторый квадрат в координатах X_1 и X_2 (см. рис.4.1).

Такой план называют полным факторным экспериментом (ПФЭ) и обозначают как 2^2 , где первая двойка означает число уровней, и вторая – число факторов. При этом результат вычисления $2^2=4$ определяет число проводимых опытов. В принципе последовательность их выполнения может быть любая, но чаще всего используется приведенная ниже матрица планирования (рис. 4.2). Отметим, что в таблицу включён фиктивный параметр X_0 , который не соответствует никакому опыту и нужен только для вычисления коэффициентов регрессии. При конечном числе опытов можно говорить лишь о выборочных оценках коэффициентов линейной модели b_0 , b_1 и b_2 . Чтобы по результатам проведенных экспериментов найти значения коэффициентов линейной модели, запишем это уравнение для каждого проведенного опыта:

$$y_i = b_0 X_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i}, \quad i=1, 2, 3, 4,$$

а лучше представим это в виде системы уравнений

$$\begin{aligned} y_1 &= b_0 X_{01} + b_1 X_{11} + b_2 X_{21}; \\ y_2 &= b_0 X_{02} + b_1 X_{12} + b_2 X_{22}; \\ y_3 &= b_0 X_{03} + b_1 X_{13} + b_2 X_{23}; \\ y_4 &= b_0 X_{04} + b_1 X_{14} + b_2 X_{24}. \end{aligned}$$

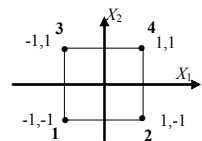


Рис. 4.1. Полный факторный эксперимент 2^2 .

№ опыта	X_0	X_1	X_2	Y
1	+1	-1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	y_4

Рис. 4.2. Матрица ПФЭ 2^2 .

Подставляя сюда значения соответст-

вующих $X_{i,j}$, получаем следующую очень простую систему нормальных уравнений

$$\begin{aligned} y_1 &= b_0(+1) + b_1(-1) + b_2(-1) \\ y_2 &= b_0(+1) + b_1(+1) + b_2(-1) \\ y_3 &= b_0(+1) + b_1(-1) + b_2(+1) \\ y_4 &= b_0(+1) + b_1(+1) + b_2(+1). \end{aligned}$$

В результате мы получили совместную переопределённую систему из 4-х уравнений, содержащую 3 неизвестных. Решают такую систему методом наименьших квадратов, с которым мы познакомились ранее. А сейчас отметим дополнительную возможность, которая обеспечивается избыточностью исходной информации. Суть дела такова: при наличии даже очень слабой корреляции между входными параметрами X_1 и X_2 это взаимовлияние может сказываться на величине выходного параметра y в большей или меньшей мере. И наша система уравнений позволяет отследить это взаимовлияние. Для этого матрицу эксперимента дополним ещё одним параметром, равным произведению $X_1 \cdot X_2$, а в уравнение модели введём нелинейный член $y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_1 \cdot X_2$. Тогда система уравнений, аналогичная записанной выше, будет замкнутой и решение её позволит получить все коэффициенты формальной модели. И если коэффициент b_3 будет близок к нулю, то значит парное взаимодействие незначительно, и им можно пренебрегать. В противном случае его надо учитывать.

Как правило, число факторов гораздо больше двух. Рассмотрим, как формируется матрица полного факторного эксперимента при числе факторов $\Phi=3$ и числе уровней $Y=2$. В этом случае точки экспериментов будут лежать в вершинах углов куба и опытов будет 8. Заметим, что число опытов во всех случаях рассчитывается по формуле $n=Y^\Phi$, и в нашем случае $n=2^3=8$. В технической литературе можно найти разные матрицы и для такого плана (рис. 4.3 и рис. 4.4), но мы, анализируя матрицу

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	Y
1	+1	-1	-1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	-1	y_4
5	+1	-1	-1	+1	y_5
6	+1	+1	-1	+1	y_6
7	+1	-1	+1	+1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	y_8

Рис. 4.3. Матрица 1 ПФЭ 2^3 и две её полуреплики 2^{3-1} .

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	Y
1	+1	-1	-1	+1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4
5	+1	-1	-1	+1	y_5
6	+1	+1	-1	-1	y_6
7	+1	-1	+1	-1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	y_8

Рис. 4.4. Матрица 2 ПФЭ 2^3 и ее полуреплики

на рис. 4.2, сформулируем простое правило получения матриц планирования ПФЭ при увеличении числа факторов Φ на единицу.

Обратим внимание: знаки параметра X_1 в его столбце просто чередуются, в столбце X_2 они тоже чередуются, но вдвое реже, а в столбце X_3 – еще вдвое реже. Это правило позволит нам легко сформировать матрицу 2^3 . Для этого в план 2^2 (см. рис. 4.2) допишем снизу еще такой же план, введём третий параметр X_3 , и по отмеченной закономерности поставим знаки в этом столбце новой матрицы (рис. 4.3). В матрице 2, приведенной на рис. 4.4 столбец X_3 заполняется произведениями $X_1 \cdot X_2$.

Как и в предыдущем случае, для определения четырех коэффициентов линейной модели

$$y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3$$

мы получаем переопределённую систему, теперь уже из восьми уравнений. Это позволяет по результатам эксперимента выявить все парные взаимодействия входных параметров на выходной, а так же взаимодействие всех трёх входных параметров. Для этого, не изменяя числа опытов, перепишем матрицу планирования, включив ещё 4 фиктивных фактора, (столбцы с соответствующими произведениями входных факторов, см. рис. 4.5). Результаты экспериментов позволяют добавить в формальную модель объекта нелинейные слагаемые

$$y = b_0 X_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + b_4 X_1 X_2 + b_5 X_1 X_3 + b_6 X_2 X_3 + b_7 X_1 X_2 X_3$$

и, решая теперь уже замкнутую систему, определить все коэффициенты при слагаемых, отражающих тройное и парные взаимодействия. Величина коэффициентов в дополнительных членах модели определяет значимость соответствующих парных взаимодействий. Понятно, что при $b_4 \approx 0$ парным взаимодействием $X_1 X_2$ можно пренебрегать и исключить его из формальной модели. Аналогично и с остальными слагаемыми. Мы ещё научимся определять значимость полученных коэффициентов, подобрав чёткий критерий, по которому однозначно решается вопрос о том, оставить или выбросить соответствующее слагаемое для парного эффекта.

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	$X_1 X_2$	$X_1 X_3$	$X_2 X_3$	$X_1 X_2 X_3$	Y
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_4
5	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_5
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
7	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_8

Рис. 4.5. Матрица ПФЭ 2^3 с дополнительными смешанными взаимодействиями

Выявленный выше алгоритм построения матрицы полного факторного эксперимента можно применить для создания матриц 2^4 , 2^5 и т.д. При этом все эти матрицы будут обладать свойствами ортогональности и ротатабельности, что конкретно выражается в следующем:

1. Сумма элементов любого столбца равна нулю;
2. Сумма квадратов элементов любого столбца равна числу опытов N ;
3. Скалярное произведение двух любых вектор-столбцов равно нулю. Скалярным произведением называют следующую сумму произведений

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j, i \neq j.$$

Приведенные свойства заметно упрощают расчёт коэффициентов формальной модели. Нетрудно убедиться, что обе матрицы (рис. 4.3 и 4.4) обладают всеми перечисленными выше свойствами и так же позволяют решить задачу экспериментального исследования.

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	Y
1	+1	+1	+1	+1	y_1
2	+1	-1	+1	-1	y_2
3	+1	+1	-1	-1	y_3
4	+1	-1	-1	+1	y_4
5	+1	+1	+1	+1	y_5
6	+1	-1	+1	-1	y_6
7	+1	+1	-1	-1	y_7
8	+1	-1	-1	+1	y_8

Рис. 4.6. Матрица 3 ПФЭ 2^3 .

Такая матрица приведена нами на рис. 4.7. Там же введен ещё один фиктивный фактор, отображающий взаимовлияние всех входных факторов на величину Y .

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	$X_1 \times X_2 \times X_3$	Y
1	+1	+1	+1	+1	+1	y_1
2	+1	-1	-1	+1	+1	y_2
3	+1	+1	-1	-1	+1	y_3
4	+1	-1	+1	-1	+1	y_4
5	+1	+1	+1	+1	+1	y_5
6	+1	-1	-1	+1	+1	y_6
7	+1	+1	-1	-1	+1	y_7
8	+1	-1	+1	-1	+1	y_8

Рис. 4.7. Матрица 4 ПФЭ 2^3 с определяющим контрастом.

Еще одна матрица ПФЭ 2^3 получена заменой знаков в столбцах X_1 и X_2 на противоположные, при этом знаки в столбце X_3 остались неизменными, поскольку $X_3 = X_1 X_2$. Такая матрица приведена на рис. 4.6. Можно получить и ещё одну матрицу ПФЭ 2^3 , поменяв местами значения входных параметров X_2 и X_3 . Такая матрица

Такого вида формальные факторы принято называть определяющими контрастами. Определяющий контраст позволяет легко определять смешанные эффекты для любого коэффициента регрессии. Например, чтобы определить, с какими эффектами может быть связан

коэффициент b_1 , необходимо правую и левую часть определяющего контраста умножить на анализируемый фактор, в нашем примере на X_1 . Тогда получаем

$$X_1 = X_1^2 X_2 X_3 = X_2 X_3.$$

По рис. 4.7 мы видим, что столбцы X_1 и $X_2 X_3$ имеют одинаковые знаки, и это свидетельствует о том, что при расчетах величины b_1 результат будет включать и взаимовлияние факторов $X_2 X_3$. Хорошо, если это взаимовлияние пренебрежимо мало, тогда полученная модель будет адекватна, а если это влияние заметное, то полученный коэффициент b_1 настолько исказит действительную картину, что использовать линейное уравнение регрессии будет невозможно.

Аналогично можно проанализировать и остальные входные факторы X_2 и X_3 и выявить, с какими смешанными эффектами они взаимосвязаны.

Обратимся снова к полученным матрицам 2^3 . Если предположить, что парных взаимодействий не существует, то 4 коэффициента линейной модели мы можем определить по результатам только первых четырёх опытов. Действительно, при этом система уравнений будет состоять из 4-х уравнений с 4-мя неизвестными. В результате мы получили так называемую полуреплику полного факторного эксперимента, которую обозначают как 2^{3-1} . Естественно, что полуреплик всегда две: верхняя и нижняя. По информативности они равноценны. Обе не отражают влияния смешанных взаимодействий. Легко понять, что для планов с большим числом входных параметров и каждую полуреплику можно разделить на две части и получить 4 четверть-реплики. Аналогично можно получить ещё более мелкие дробные реплики. При этом для получения линейной модели существенно уменьшается число требуемых экспериментов. Например, для плана 2^{15} число опытов $N=32768$, а для дробной реплики 2^{15-11} определить все 16 коэффициентов можно, выполнив всего 16 опытов.

Не стоит только думать, что спланировать дробный эксперимент всегда так же легко, как получили мы полуреплики 2^{3-1} . С увеличением числа факторов приходится учитывать взаимовлияние входных факторов на выходной, выбирать такие дробные реплики, где это взаимовлияние меньше всего влияет на величину коэффициентов линейной зависимости и многое другое. Подробнее с этими вопросами можно познакомиться в специальной литературе [3, 8], из которой обычно и выбирают предлагаемые там матрицы для практической реализации.

На рис. 4.8 (см. следующую страницу) приведен построенный по первому алгоритму план ПФЭ 2^5 . На этом плане цветами выделены 4 четверть-реплики, каждая из которых соответствует записи 2^{5-2} . Из этого плана понятно, что в данном случае четверть-реплика позволяет вы-

явить ещё и взаимовлияние двух отдельных факторов, поскольку даёт 8 уравнений для определения 6-ти коэффициентов линейной модели.

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y
1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	y_1
2	+1	+1	-1	-1	-1	-1	y_2
3	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	-1	-1	-1	y_4
5	+1	-1	-1	+1	-1	-1	y_5
6	+1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
7	+1	-1	+	+1	-1	-1	y_7
8	+1	+1	+	+1	-1	-1	y_8
9	+1	-1	-1	-1	+1	-1	y_9
10	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_{10}
11	+1	-1	+1	-1	+1	-1	y_{11}
12	+1	+1	+1	-1	+1	-1	y_{12}
13	+1	-1	-1	+1	+1	-1	y_{13}
14	+1	+1	-1	+1	+1	-1	y_{14}
15	+1	-1	+	+1	+1	-1	y_{15}
16	+1	+1	+	+1	+1	-1	y_{16}
17	+1	-1	-1	-1	-1	+1	y_{17}
18	+1	+1	-1	-1	-1	+1	y_{18}
19	+1	-1	+1	-1	-1	+1	y_{19}
20	+1	+1	+1	-1	-1	+1	y_{20}
21	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_{21}
22	+1	+1	-1	+1	-1	+1	y_{22}
23	+1	-1	+	+1	-1	+1	y_{23}
24	+1	+1	+	+1	-1	+1	y_{24}
25	+1	-1	-1	-1	+1	+1	y_{25}
26	+1	+1	-1	-1	+1	+1	y_{26}
27	+1	-1	+1	-1	+1	+1	y_{27}
28	+1	+1	+1	-1	+1	+1	y_{28}
29	+1	-1	-1	+1	+1	+1	y_{29}
30	+1	+1	-1	+1	+1	+1	y_{30}
31	+1	-1	+	+1	+1	+1	y_{31}
32	+1	+1	+	+1	+1	+1	y_{32}

Рис. 4.8. Матрица ПФЭ 2^5 и возможные её четверть-реплики.

Как правило, при проведении такого эксперимента один из дополнительных фиктивных факторов, обязательно является определяющим контрастом, т.е. содержит произведение всех определяющих факторов.

На самом деле всё это не так просто и легко, поскольку не каждая из возможных дробных реплик позволяет так легко решить задачу. В специальной литературе [8] этот вопрос рассматривается подробнее, и там приводятся варианты дробных реплик для разного числа факторов. Один из таких планов для дробной реплики 2^{5-2} приведен ниже (см. рис.4.9).

Рекомендуется начинать экспериментальное исследование с дробной реплики, проверяя результаты расчётов на адекватность модели. Если модель адекватна, всё хорошо, мы обошлись малой кровью. Если нет – расширяем матрицу планирования (например, с четверть-реплики

№ опыта	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y
1	+I	-1	-1	-1	-1	-1	y_1
2	+I	+1	-1	-1	-1	-1	y_2
3	+I	-1	+1	+1	+1	-1	y_3
4	+I	+1	+1	+1	-1	+1	y_4
5	+I	-1	-1	+1	-1	+1	y_5
6	+I	+1	-1	-1	+1	+1	y_6
7	+I	-1	+1	-1	+1	+1	y_7
8	+I	+1	+1	+1	+1	-1	y_8

Рис. 4.9. Одна из возможных четверть -реплик ДФЭ 2^{5-2} .

до полуреплики) и проводим дополнительные опыты, обрабатывая впоследствии результаты обеих четверть-реплик. И только когда и это не даёт адекватной модели, переходим к полному факторному эксперименту, выполняя дополнительные эксперименты в соответствии с матрицей ПФЭ.

4.2. Нелинейные формальные модели

Предварительный анализ априорной информации часто подсказывает и убеждает, что линейная формальная модель неприемлема для описания объекта. Например, мы знаем, что гидравлическое сопротивление каналов пропорционально квадрату скорости. Значит для выходного параметра, зависящего от скорости, линейная формальная модель не будет адекватной. В таких ситуациях как гипотеза выдвигается простая нелинейная модель, но в первую очередь такая, которую достаточно просто можно линеализировать путём определённой замены переменных.

В качестве таких нелинейных формальных моделей чаще всего используют следующие:

1. Степенная (мультипликативная) зависимость вида

$$y = b_0 x_1^{b_1} \cdot x_2^{b_2} \times \dots \times x_n^{b_n} . \quad (4.1)$$

Если прологарифмировать эту зависимость

$$\ln y = \ln b_0 + b_1 \ln x_1 + b_2 \ln x_2 + \dots + b_n \ln x_n$$

и ввести новые переменные, обозначив

$B_0 = \ln b_0$, $Y = \ln y$, $X_1 = \ln x_1, \dots, X_n = \ln x_n$, то мы приходим к линейной формуле

$$Y = B_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_n X_n. \quad (4.2)$$

После этого проводится серия многофакторных экспериментов по соответствующей матрице 2^n (или 2^{n-1} , или 2^{n-2} и т.п.) и обычной обработкой рассчитываются коэффициенты линейной формулы $B_0, b_1, b_2, \dots, b_n$. В заключение рассчитывают коэффициент $b_0 = \exp(B_0)$ для исходной зависимости (4.1).

2. Экспоненциальная зависимость

$$y = b_0 e^{b_1 x_1} \cdot e^{b_2 x_2} \cdot \dots \cdot e^{b_n x_n}. \quad (4.3)$$

Если прологарифмировать приведенную формулу и учитывая, что $\ln(e^{b_1 x_1}) = b_1 x_1$ и т.д., также приходим к линейной зависимости

$$Y = B_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n,$$

где $B_0 = \ln b_0$. После расчёта коэффициентов линейной зависимости, включая величину B_0 , находят $b_0 = \exp(B_0)$ для формулы (4.3).

3. Показательная зависимость

$$y = b_0 a_1^{x_1} \cdot a_2^{x_2} \cdot \dots \cdot a_n^{x_n}. \quad (4.4)$$

Логарифмирование приведенной формулы даёт

$$\ln y = \ln b_0 + b_1 \ln a_1 + b_2 \ln a_2 + \dots + b_n \ln a_n.$$

Замена $\ln y = Y$, $\ln b_0 = B_0$, $\ln a_1 = B_1$, $\ln a_2 = B_2, \dots, \ln a_n = B_n$ также приводит к линейной зависимости $Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_n X_n$. Рассчитав коэффициенты $B_0, B_1, B_2, \dots, B_n$, находим коэффициенты формулы (4.4): $b_0 = \exp(B_0)$, $a_1 = \exp(B_1)$, $a_2 = \exp(B_2), \dots, a_n = \exp(B_n)$.

В технической и справочной литературе [8] приводится множество (около двадцати) нелинейных функций, которые путём соответствующей замены переменных можно свести к линейным зависимостям. Это очень часто позволяет получить адекватную нелинейную математическую модель объекта. При анализе и работе с такой моделью необходимо понимать, что все проверки и сопоставления, которые мы делали для доказательства адекватности модели строго справедливы только для линейных зависимостей. Для нелинейных зависимостей выводы об адекватности модели являются приближёнными.

Для того, чтобы на основании опытных данных определить коэффициенты более сложных моделей используют планы экспериментов

второго или ещё более высокого порядка. Приведём ряд моделей второго порядка:

- полином второго порядка

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2,$$

n – число факторов;

- двухпараметрические формулы:

$$y = b_0 x_1 \sin \frac{b_1 x_2}{x_1}, \quad y = b_0 + b_1 x_1^{a_1} x_2^{a_2}, \quad a_1, a_2 - \text{известны.}$$

Маловероятно, что такие задачи можно решить с помощью ограниченного плана, где переменные могут принимать только 2 значения +1 и -1. Для решения таких задач разрабатываются планы, в которых вводятся дополнительные точки. В первую очередь это центральная точка. Для двухфакторного эксперимента это точка с координатами $X_1=0$ и $X_2=0$. Точки, у которых все координаты, кроме одной, имеют нулевое значение называют звёздными. На рис. 4.10 приведен план ПФЭ 2^2 дополненный центральной и звёздными точками. Анализируя рисунок, мы видим, что это ПФЭ 3^2 .

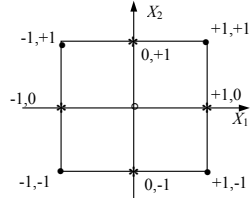


Рис. 4.10. ПФЭ 3^2 .

Однако и при трёхуровневом плане полученных данных может не хватать для достаточно точного определения коэффициентов модели. Тогда приведенный план расширяют, добавляя точки на каждом звёздном плече (см. рис. 4.11). Правда, при этом получается несбалансированный план, работать с которым достаточно сложно, потому что получаем матрицу коэффициентов 5×5 , содержащую 12 нулей (такие матрицы называют разреженными).

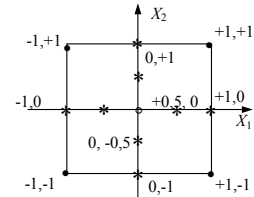


Рис. 4.11. ПФЭ 3^2 с дополнительными точками на звёздных плечах

Из этих соображений более рациональным является ПФЭ 5^2 , показанный на рис. 4.12. Правда при этом заметно увеличивается число необходимых опытов.

Чтобы упростить решение матричного уравнения при обработке результатов экспериментов разрабатываются ортогональные и ротatable планы, обладающие такими же свойствами (мы выделяли 3 особых свойства), каким обладает ПФЭ 2^2 . При этом особые проблем для двухфакторного экспе-

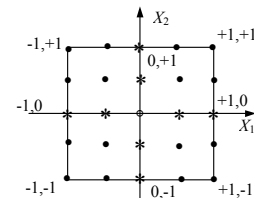


Рис. 4.12. ПФЭ 5^2

римента не возникает, а вот при большем числе факторов координаты звёздных точек определяют из условий ортогональности или рототабельности. Результаты таких расчётов (из специальной литературы) приведены в нижеследующих таблицах.

Таблица 1

Параметры ортогонального плана

Число факторов	Координата звёздной точки α	Число точек ПФЭ	Число звёздных точек	Центральных точек	Всего опытов
2	$\pm 1,0$	4	4	1	9
3	$\pm 1,215$	8	6	1	15
4	$\pm 1,414$	16	8	1	25

Таблица 2

Параметры рототабельного плана

Число факторов	Координата звёздной точки α	Число точек ПФЭ	Число звёздных точек	Центральных точек	Всего опытов
2	$\pm 1,414$	4	4	5	13
3	$\pm 1,682$	8	6	6	20
4	$\pm 2,000$	16	8	7	31

Планы второго порядка отличаются тем, что оформляются они в виде отдельных блоков: ПФЭ (или ДФЭ), блок звёздных точек, одна или несколько центральных точек. Для примера на следующей странице приведена табл. 3, содержащая рототабельный план для трёхфакторного эксперимента с разграничениями по блокам.

Определение коэффициентов уравнения нелинейной регрессии осуществляется методом наименьших квадратов, но расчётные формулы (в отличие от ортогональных планов) более сложные [3]. Точно так же в литературе приводятся формулы для расчётов дисперсий, на основе которых проводится статистический анализ и оценка адекватности полученной модели.

4.3. Статистические оценки результатов при оптимальном планировании эксперимента

Результат любого эксперимента всегда содержит элемент неопределённости, включая в себя систематические и случайные погрешности. Поэтому повторные опыты всегда дают несколько отличающиеся от предыдущих результаты. Для практики важно знать, насколько эти погрешности искажают действительную картину, являются ли они существенными, или с определённой степенью вероятности ими можно пре-

небрегать. Для ответов на эти вопросы служит понятие о воспроизводимости опытных результатов. Если отличия каждого из результатов проведенных опытов от среднего значения их для всей серии сравнительно невелики, тогда и говорят, что результаты воспроизводимы. Числовой характеристикой воспроизводимости является дисперсия S^2 , которую рассчитывают следующим образом.

Таблица 3

Оптимальный рототабельный план трехфакторного пятиуровневого эксперимента

Части плана	№ п./п.	Z_0	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9
		X_0	X_1	X_2	X_3	X_1^2	X_2^2	X_3^2	$X_1 \times X_2$	$X_1 \times X_3$	$X_2 \times X_3$
ПФЭ 2^3	1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
	2	+1	1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
	3	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1
	4	+1	1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
	5	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
	6	+1	1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1
	7	+1	-1	1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
	8	+1	1	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
Звездные точки	9	+1	-1,7	0	0	2,8	0	0	0	0	0
	10	+1	1,7	0	0	2,8	0	0	0	0	0
	11	+1	0	-1,7	0	0	2,8	0	0	0	0
	12	+1	0	1,7	0	0	-2,8	0	0	0	0
	13	+1	0	0	-1,7	0	0	2,8	0	0	0
	14	+1	0	0	+1,7	0	0	-2,8	0	0	0
Центральные точки	15	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	16	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	17	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	18	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	19	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Сначала находится среднее значение результатов эксперимента для всей серии параллельных опытов:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i,$$

где n – число параллельных опытов в исследуемой серии. Далее рассчитывают дисперсию для этой серии опытов

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

и среднеквадратичную погрешность (иногда её называют стандартом) для данной серии опытов $\sigma = \pm\sqrt{S^2}$.

Названные характеристики получены в предположении, что погрешности величины y подчинены закону нормального распределения.

При обработке многофакторного эксперимента параллельные опыты делаются для каждой строки плана и рандомизируются по времени. В табл. 4 приведен план ПФЭ 2^2 , в котором осуществлялось по 5 параллельных опытов в каждой строке плана. При этом первый индекс выходного параметра y определяет номер строки, а второй – номер параллельного опыта в этой строке. В этой таблице в скобках указана простейшая последовательность проведения опытов по времени. Однако при такой обычной последовательности идеи рандомизации опытов по времени не реализованы. Поэтому в табл. 5 приведены 20 случайных чисел из стандартной таблицы случайных чисел и для рандомизации экспериментов их последовательность определяется приведенным набором (см. табл. 6).

Таблица 4

№ опыта	X_0	X_1	X_2	Y
1	+1	-1	-1	$y_{11},(1) y_{12},(2) y_{13},(3) y_{14},(4) y_{15},(5)$
2	+1	+1	-1	$y_{21},(6) y_{22},(7) y_{23},(8) y_{24},(9) y_{25},(10)$
3	+1	-1	+1	$y_{31},(11) y_{32},(12) y_{33},(13) y_{34},(14) y_{35},(15)$
4	+1	+1	+1	$y_{41},(16) y_{42},(17) y_{43},(18) y_{44},(19) y_{45},(20)$

Понятно, что случайная последовательность выполнения опытов может быть самой разнообразной, но в любом случае это рандомизирует результаты измерений по времени.

Для многофакторного эксперимента приведенные выше расчёты дисперсии должны выполняться для каждой строки плана. Такие дисперсии называют частными:

$$S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{i,j} - \bar{y}_j)^2}{n-1}$$

где индексом j обозначен номер строки плана ($j=1, 2, \dots, N$).

Таблица 5

Случайные числа От 1 до 20				
12	3	4	18	11
1	17	5	13	10
8	14	9	2	6
15	7	20	16	19

Таблица 6

Матрица планирования с рандомизацией последовательности опытов

№ оп	X_0	X_1	X_2	Y
1	+1	-1	-1	$y_{11},(12) y_{12},(3) y_{13},(4) y_{14},(18) y_{15},(11)$
2	+1	+1	-1	$y_{21},(1) y_{22},(17) y_{23},(5) y_{24},(13) y_{25},(10)$
3	+1	-1	+1	$y_{31},(8) y_{32},(14) y_{33},(9) y_{34},(2) y_{35},(6)$
4	+1	+1	+1	$y_{41},(15) y_{42},(7) y_{43},(20) y_{44},(16) y_{45},(19)$

С помощью частных дисперсий или величин σ обычно проводится проверка на промах в любой строке плана. Напомним, что промахом принято называть результат, существенно отличающийся от всех остальных или от среднего значения \bar{y}_j . Если число параллельных опытов достаточно большое (10 и больше), то используется «правило трех (или двух) сигма». Для этого, рассчитав среднеквадратическую погрешность σ , выделяют в выборке «подозрительный» результат, у которого разница между измеренным и средним значением наибольшая. Далее сравнивают полученные значения σ и $\Delta y = |y_i^{\text{под}} - \bar{y}_j|$, и если величина $\Delta y \leq 2\sigma$, то с доверительной вероятностью 0,95 «подозрительный» результат $|y_i^{\text{под}}|$ не является промахом. Еще с большей вероятностью делается вывод о принадлежности «подозрительного» члена выборки к генеральной совокупности, если $\Delta y \leq 3\sigma$ (доверительная вероятность 0,997). Конечно же, если приведенные соотношения не выполняются, то с такой же доверительной вероятностью «подозрительный» результат считается промахом и исключается из дальнейшего анализа.

Известны и другие подходы к отбраковке промахов. Однако чаще всего, особенно при анализе небольших выборок, для этой цели используется статистический t -критерий Стьюдента, поскольку распределение вероятностей, предложенное названным автором, намного лучше описывает реальную действительность именно при небольших выборках. При такой проверке в строке параллельных опытов выделяется «подозрительный» результат и для выделенного значения y_{ij} рассчитывается величина t -критерия по формуле

$$t_{j \text{ расч}} = \frac{|y_{i,j} - \bar{y}_j|}{\sqrt{S_j^2}},$$

где $y_{i,j}$ – тот самый «подозрительный» результат, а величины \bar{y}_j, S_j^2 рассчитываются обычным способом при исключенном из анализируемой выборки подозрительном результате $y_{i,j}$.

Далее расчётное значение t -критерия сравнивают с величиной табличного значения, которое определяется по специальной таблице (или с помощью специальной процедуры в пакете Excel), при этом $t_{\text{табл}}$ зависит от величины двух аргументов: q – уровня значимости ($q=1-P$, P – вероятность события) и числа степеней свободы $f=n-1$ (n – число параллельных опытов). И если $t_{\text{расч}} > t_{\text{табл}}$, то «подозрительный» результат с заданной доверительной вероятностью действительно является промахом и его следует исключить из дальнейшего рассмотрения. Противоположное соотношение свидетельствует о том, что с вероятностью $P = 1 - q$ этот результат не является промахом и он должен оставаться в анализируемой выборке.

Если во время экспериментов не возникало никаких чрезвычайных ситуаций, не замеченных экспериментатором, то воспроизводимость опытов по каждой строке плана должна быть примерно одинакова. Чтобы убедиться в этом проверяют однородность частных дисперсий. Для этого рассчитывается величина F -критерия Фишера как отношение между наибольшей и наименьшей частными дисперсиями:

$$F_{\text{расч}} = \frac{S_{j,\text{max}}^2}{S_{j,\text{min}}^2}.$$

Далее по специальным таблицам F -распределения Фишера находят величину $F_{\text{табл}}$, которая также зависит от принятого уровня значимости q и двух степеней свободы $f_1=n-1$ и $f_2=N$ (N – число серий параллельных опытов). И если $F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}$, то дисперсии являются неоднородными и в какой-то из двух строк (где дисперсии наибольшие или наименьшие) присутствуют данные, представляющие собой или не выявленные промахи, или погрешности, приближающиеся к промахам по своей величине. В этом случае рекомендуется убедиться в отсутствии промахов в строках с S_{min}^2 и S_{max}^2 , а также увеличить число параллельных опытов в одной из этих строк, пересчитать частную дисперсию и повторить анализ на неоднородность. Возможно, что увеличивать число опытов придется и в другой из этих строк.

Если число параллельных опытов в каждой строке плана одинаково, то об однородности дисперсий можно судить и по-другому. Для этого сначала рассчитывают значение критерия Кохрена (в другом варианте перевода Кохрана)

$$G_{\text{расч}} = \frac{\max S_j^2}{\sum_{j=1}^N S_j^2},$$

затем по специальной таблице [7, 8] находят величину $G_{\text{табл}}$ (рис.4.13) и сравнивают эти числа. Как и прежде, если $G_{\text{расч}} < G_{\text{табл}}$, то дисперсии однородны и можно общим количественным параметром (его называют общей дисперсией воспроизводимости) охарактеризовать степень воспроизводимости результатов всего исследования.

Рассчитывают дисперсию воспроизводимости для всего массива опытных данных по формуле:

Значение критерия Кохрена G для уровня значимости $q = 0,05$ ($P = 0,95$)

Число дисперсий	Число степеней свободы f_1 максимальной дисперсии $[S^2(y_{jk})]_{\text{max}}$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8584	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7341
3	9669	8709	7977	7457	7071	6771	6530	6333	6167	5466
4	9065	7679	6841	6287	5895	5598	5365	5175	5017	4366
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,3645
6	7808	6161	5321	4803	4447	4184	3980	3817	3682	3135
7	7271	5612	4800	4307	3907	3726	3555	3384	3254	2756
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2462
9	6385	4775	4027	3584	3286	3067	2901	2768	2659	2226
10	6020	4450	3733	3311	3029	2823	2666	2541	2439	2032
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,1737
15	4709	3346	2758	2419	2195	2034	1911	1815	1736	1429
20	3894	2705	2205	1921	1735	1602	1501	1422	1357	1108
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,0942
30	2929	1980	1593	1377	1237	1137	1061	1002	0958	0771
40	2370	1576	1259	1082	0968	0887	0827	0780	0745	0595
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0766	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0411
120	0998	0632	0495	0419	0317	0337	0312	0292	0279	0218

Рис. 4.13. Значения критерия Кохрена

$$\hat{S}_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N \left(\sum_{i=1}^n (y_{j,i} - \bar{y}_j)^2 \right)}{N(n-1)}.$$

Как это видно из формулы, в качестве такой оценки выступает средняя величина по всем частным дисперсиям.

Следующим шагом проводимого анализа является расчёт коэффициентов регрессии и анализ значимости этих коэффициентов. Как рассчитывают коэффициенты регрессии мы рассмотрели ранее (используется метод наименьших квадратов). Здесь же только отметим, что если были выявлены и исключены промахи, то при расчёте коэффициентов и дисперсий это должно обязательно учитываться. При этом в расчётах используются средние значения \bar{y}_j , полученные после исключения промахов.

Чтобы сделать заключение о значимости полученных коэффициентов регрессии, сначала рассчитывают дисперсию воспроизводимости для любого из этих коэффициентов, считая, что такая дисперсия одинакова для них всех:

$$\hat{S}_b^2 = \frac{\hat{S}_{\text{воспр}}^2}{N}.$$

Далее рассчитывается доверительный интервал изменения любого из коэффициентов регрессии

$$\Delta b = \pm t_{\text{табл}} \times \sqrt{\hat{S}_b^2},$$

где значение t -критерия Стьюдента как и прежде определяют по специальным таблицам в зависимости от уровня значимости q и степени свободы f , но теперь степень свободы f определяют по-другому: $f=N(n-1)$. Определив величину Δb , сравнивают её с величиной полученных коэффициентов регрессии. И если величина какого-то коэффициента меньше (или даже равна) Δb , то это означает, что коэффициент незначим, его величина определена только случайными погрешностями и не отражает реальной зависимости исследованного выходного параметра от величины соответствующего входного. Поэтому все незначимые коэффициенты регрессии можно принять нулями, что упростит уравнение регрессии, не уменьшая его информативности.

Последним этапом нашего анализа является статистическая оценка адекватности полученной формальной модели. Для этого сначала по полученной регрессионной формуле находят расчётные значения выходного параметра, используя только значимые коэффициенты регрессии:

$$\tilde{y}_j = b_0 X_0 + b_1 X_1 + \dots + b_p X_p, \text{ где } j=1, 2, \dots, N.$$

Далее рассчитывают дисперсию адекватности

$$\tilde{S}_{\text{ад}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (\tilde{y}_j - \bar{y}_j)^2}{N - p},$$

где p – число значимых коэффициентов b_i . Сопоставление двух случайных характеристик $\tilde{S}_{\text{ад}}^2$ и $\hat{S}_{\text{воспр}}^2$ производится с помощью F -критерия Фишера

$$F_{\text{расч}} = \frac{\tilde{S}_{\text{ад}}^2}{\hat{S}_{\text{воспр}}^2}.$$

Чтобы сделать заключение об адекватности или неадекватности модели, находят табличное значение F -критерия $F_{\text{табл}}$ для заданного значения уровня значимости q и степеней свободы $f_1=f_{\text{ад}}=N-p$ и $f_2=f_{\text{воспр}}=N(n-1)$. И если $F_{\text{расч}} > F_{\text{табл}}$, то формальная модель неадекватна, в противном же случае гипотеза об адекватности модели принимается.

Если же величина $F_{\text{расч}}$ оказывается меньше единицы, то числитель и знаменатель приведенной выше формулы меняют местами, а при определении $F_{\text{табл}}$ принимают $f_1=f_{\text{воспр}}=N(n-1)$ и $f_2=f_{\text{ад}}=N-p$.

Неадекватность модели означает, что действительные зависимости далеки от линейных, какими априорно задавались. Однако, прежде чем отказаться от простейшего уравнения регрессии, полезно продолжить обработку полученных результатов и ввести в рассмотрение смешанные взаимодействия. Ведь даже для ПФЭ 2^2 можно рассчитать коэффициент для дополнительного слагаемого $b_{1,2} \cdot X_1 \cdot X_2$. Этот коэффициент может оказаться значимым, уравнение регрессии станет нелинейным, и возможно станет соответствовать условию адекватности.

Если же дополнительные расчёты не увенчались успехами, то придётся выдвигать новую, нелинейную формальную модель и решать задачу уже для неё. Не торопитесь всё же выбрасывать полученные результаты опытов. Они могут ещё очень пригодиться. Как и почему – рассмотрим далее.

А в заключение поговорим о точности получаемого уравнения регрессии. Её принято оценивать величиной коэффициента детерминации R^2 , который показывает, какая доля общего рассеяния опытных данных определяется регрессионной зависимостью, а какая – случайными факторами. Величина этого коэффициента вычисляется по формуле

$$R^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (y_j - \tilde{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^N (y_j - \bar{y}_j)^2}.$$

Из формулы видно, что R^2 может меняться от 0 до 1. Если $R^2=0$, то это означает, что величины отклонений, стоящие в скобках приведенной формулы, определены только случайными факторами, а влияния исследованных факторов (X_1 , X_2 и т.д.) на y не обнаруживается. В другом предельном случае, когда $R^2=1,0$, регрессионная зависимость проходит через все опытные точки, а влияния случайных факторов нет. Конечно же, величина R^2 хорошо характеризует качество и точность полученной формальной модели только тогда, когда общее число опытов намного больше, чем число определённых коэффициентов регрессии. Считается, что полученная модель и её точность приемлемы, если $R^2 \geq 0,75$.

Заметим, что для зависимостей, близких к линейным, величина коэффициента детерминации практически равна величине коэффициента парной корреляции между величинами \bar{y}_i и \tilde{y}_i .

5. АВТОМАТИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

5.1. Состав и структура автоматизированной системы научных исследований

Автоматизация производственных процессов (включая и научные исследования) всегда существенно ускоряет решение поставленных задач, улучшает качество продукции, повышает экономическую эффективность производства. В области экспериментальных научных исследований, которые проводятся для того, чтобы получить достоверную информацию об отдельных свойствах исследуемого объекта, средствами автоматизации можно решать ряд специфических задач. В частности это измерение и хранение исходной измерительной информации, поступающей от датчиков, проведение расчетов в соответствии с математической моделью измерений, анализ результатов измерений и формирование управляющих воздействий на объект исследования для реализации программы проводимого экспериментального исследования. Некоторые из названных задач обычно подлежат решению и в других автоматизированных системах. Например, в основе САПР лежат математические модели, описывающие взаимосвязи между основными параметрами проектируемого объекта.

Из перечисленных выше задач, которые должна решать современная автоматизированная система научных исследований (АСНИ), следует, что она представляет собой определенную совокупность технических и программных средств. Унификация этих средств и избыточность предоставляемых возможностей позволила создать универсальные системы, легко перестраиваемые для решения различных экспериментальных задач. Ниже на рис. 5.1 приведена обобщенная структура современной АСНИ.

Знакомясь с теорией планирования экспериментов, мы выделяли два возможных варианта организации исследований: при пассивном эксперименте интересующие нас сведения собираются во время эксплуатации объекта практически без установки дополнительных датчиков, приборов и других устройств. Все это не позволяет получить достаточных сведений о свойствах объекта исследования. Поэтому в большинстве случаев для более полного исследования проводится активный эксперимент, при котором создается специальная экспериментальная установка, а на объект устанавливаются различные дополнительные

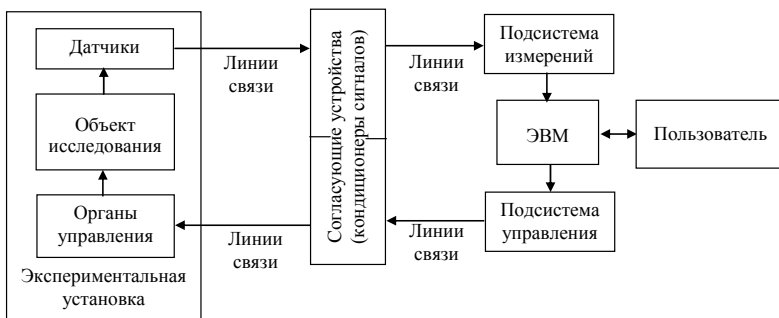


Рис. 5.1 Структурная схема АСНИ

датчики, приборы и устройства, воздействующие на органы управления. Экспериментальная установка всегда специализирована, уникальна и строится с учетом конкретных особенностей объекта и специфических задач исследования.

Датчиками называют измерительные преобразователи с чувствительными элементами, реагирующими на те или иные физические воздействия и преобразующие это воздействие в определенный первичный измерительный сигнал, который, как правило, здесь же преобразуется в сигнал электрический.

Органами управления мы назвали исполнительные механизмы (обычно электрические сервомоторы и др.), воздействующие на элементы экспериментальной установки или непосредственно на объект исследования.

Линии связи служат для передачи сигналов между отдельными элементами системы. Они могут быть кабельными электрическими, оптоволоконными, радиочастотными.

Согласующие устройства осуществляют преобразование электрических сигналов и приведение их к удобному для использования в унифицированных приборах и устройствах виду и уровню. Часто эти устройства входят в состав подсистем измерения или управления.

Подсистема измерения может включать в себя такие устройства как мультиметры, частотомеры, коммутаторы, мультиплексоры и др. Одна из задач этой системы – измерить и преобразовать полученные результаты измерений так, чтобы легко передать их для обработки в ЭВМ.

Подсистема управления призвана принять от ЭВМ управляющие сигналы в виде определенных кодов и преобразовать их в сигналы аналоговой или другой формы, необходимые для срабатывания каждого из органов управления.

Центральным элементом АСНИ является ЭВМ (от обычных ПК до мощных рабочих станций и вычислительных комплексов). Именно здесь

осуществляется вся обработка, анализ исходной измерительной информации и формирование управляющих воздействий на объект, позволяющих реализовать заданную методику эксперимента.

Пользователем является человек или группа людей, непосредственно работающих с АСНИ. Средство общения между ЭВМ и пользователем принято называть интерфейсом. В общем случае это совокупность технических (клавиатура, монитор и др.), программных и конструктивных (разъемы, шины др.) средств, необходимых для осуществления взаимодействия пользователя с ЭВМ.

Следует отметить, что в современной технической литературе еще не установился единый термин для обозначения описанной системы. Поэтому встречаются множество синонимов понятию АСНИ: измерительно-вычислительная система (ИВС), информационно - измерительная- система (ИИС), измерительно-управляющий комплекс (ИУК), система сбора и обработки информации (ССОИ) и др. Принципиальных различий все эти названия не несут.

Важнее подчеркнуть, что основными принципами построения современных систем автоматизации являются: стандартизация, открытость, магистральность, модульность, программная управляемость и многоуровневость.

Стандартизация элементов и узлов АСНИ обеспечивает их конструктивную, информационную и электрическую совместимость. Для различных сфер применения автоматизированных систем существуют свои традиционные стандарты. Современные тенденции в области стандартизации продиктованы всеобщей глобализацией: широко происходит подготовка и принятие открытых международных стандартов, используемых различными фирмами – производителями в разных странах.

Открытость системы означает отсутствие патентов или отказ от авторских прав на существующие патенты, что позволяет любому производителю пользоваться стандартным решением. Открытость делает элементы системы разных производителей совместимыми в любой АСНИ.

Магистральность и модульность структуры предполагает построение автоматизированной системы из функционально законченных модулей, выполняющих определенную функцию (операционный усилитель, АЦП, ЦАП и др.). Наличие общих магистралей, связывающих отдельные модули, позволяет удалять одни и подключать другие модули, обеспечивая гибкость структуры автоматизированной системы.

Программная управляемость дает возможность программным путем с помощью специальных контроллеров и различных исполнительных устройств оперативно при определенных обстоятельствах автоматически изменять состояние и алгоритм функционирования системы.

Многоуровневость предполагает, что различные задачи решаются на разных функциональных уровнях. Например, задача сбора исходной

измерительной информации решается на уровне датчиков, а задачи вторичной обработки и анализа информации - на верхнем информационном уровне в ЭВМ, где выполняются сложные расчеты, происходит формирование баз данных, формируются и принимаются решения на уровне системы в целом.

Каждому, кто связывает свою жизнь с инженерными науками, предстоит неоднократно столкнуться с необходимостью проведения экспериментальных исследований и разработки и создания автоматизированной системы для этого. Назовём основные этапы такой работы.

1. Изучение объекта исследования, на основании чего конкретизируются задачи исследования, устанавливаются требования по точности и объему измерений, выявляются потенциально опасные режимы работы, разрабатывается и уточняется методика измерений и много другое. Итогом такого изучения и анализа является техническое задание на проектирование системы.

2. Выбор общей структуры системы. При этом учитываются как требования, сформулированные в техническом задании, так и реальные технические и финансовые возможности. При выборе структуры целесообразно ориентироваться на типовые функциональные схемы и стандартные модули.

3. Разработка решений по технической реализации системы. Обычно это связано с необходимостью приобретения требуемых модулей или использования имеющихся в распоряжении экспериментатора модулей и блоков.

Выбор общей структуры системы и принятие технических решений должен базироваться на принципе системной интеграции, обусловленном наличием на рынке различных апробированных типовых структур и модулей, изготовленных по открытым стандартам. Поэтому на стадии принятия соответствующих решений приходится проводить анализ существующего рынка элементов автоматизации, отдавая предпочтение тем из них, которые при наименьшей цене обладают наиболее приемлемыми для проектируемой системы свойствами.

4. Сборка системы и отладка ее функционирования путем решения отдельных тестовых задач. При этом могут быть выявлены ошибки в проектировании общей схемы или при решениях технической реализации.

5. Разработка программного обеспечения, позволяющего в режиме реального времени обрабатывать результаты измерений и формировать управляющие воздействия, выполнять документирование информации, предотвращать аварийные режимы и т.п.

6. Разработка методического обеспечения. Оно должно содержать четкие инструкции для пользователя, которые должны обеспечить правильное внешнее управление системой, исключить возникновение не-

предвиденных или аварийных ситуаций. С этой целью в программном обеспечении разрабатываются специальные процедуры, предусматривающие «защиту от дурака», призванные исключить опасные режимы.

7. Завершается эта работа комплексной отладкой системы и переходом непосредственно к исследованию объекта.

Конечно же, описанная работа может оказаться невыполнимой для одного специалиста. Для решения сколько-нибудь сложной исследовательской задачи требуется работа нескольких специалистов разного профиля под руководством так называемого системного интегратора, способного объединять, учитывать и находить способы выполнения самых различных (зачастую противоречивых) требований к автоматизированной системе. Поэтому на сегодня существуют специальные фирмы, занимающиеся проектированием, изготовлением и поставкой автоматизированных систем для решения различных инженерных задач.

5.2. Два способа обработки исходной измерительной информации

При любых экспериментальных исследованиях датчики приборов обеспечивают нас непрерывной по времени исходной измерительной информацией в виде сигнала постоянной или переменной полярности (измерения температуры термометром или переменного напряжения вольтметром). Такие непрерывные сигналы называют аналоговыми. Физическое происхождение этих сигналов может быть самым разным: напор в гидравлической системе, усилие растяжения в тросе, влажность атмосферного воздуха, скорость потока газа и др. Известно, что электрические измерения относятся к группе наиболее точных измерений. Заметим, что самыми точными являются измерения массы и линейных размеров при не очень больших и не очень малых значениях измеряемых величин. Поэтому сегодня установилась твёрдая тенденция применять такие датчики и устройства, которые позволяют проводить электрические измерения неэлектрических величин. Кроме обеспечения приемлемой точности, это позволяет унифицировать элементы измерительных систем, обеспечивать дистанционное измерение и управление (передавать измерительную информацию и сигналы управления на значительные расстояния). В дисциплине «Теплотехнические измерения и приборы» мы уже встречались с названной тенденцией, когда говорили о манометрах с трубками Бурдона, предназначенных для дистанционных измерений, в которых применяются индуктивно-трансформаторные преобразователи. Для измерения перемещений или механических напряжений используются тензорезисторы, для измерения температуры – термопары, термометры сопротивления, терморезисторы, для измерения расходов - электромагнитные или ультразвуковые расходомеры и т.д. Поэтому дальше будем говорить об обработке электрического сигнала, главными характеристиками которого являются напряжение U , ток i ,

частота f , амплитуда A и скважность S (при циклически изменяющемся по времени сигнале).

Расшифруем эти понятия, изобразив два непрерывных периодических сигнала (см. рис. 5.2). Здесь первая линия изображает скорость колебаний шарика, подвешенного на пружинке, а вторая – механические напряжения в резце долбежного станка, преобразованные соответствующими датчиками в электрические сигналы.

Как правило, исходный измерительный сигнал всегда сравнительно мал (например, у термопары несколько милливольт), поэтому первым этапом его обработки является усиление до приемлемого уровня. Для усиления аналогового сигнала используются электронные усилители на транзисторах. Как работают транзисторы мы с Вами представляем: подавая на базу транзистора усиливаемый электрический потенциал, мы приоткрываем дырочный переход и увеличиваем ток от эмиттера к коллектору, которые подсоединены к источнику питания. При этом в зависимости от величины тока будет изменяться падение выходного

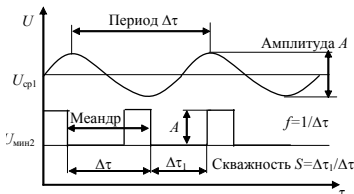


Рис. 5.2. Два вида периодических аналоговых сигналов.

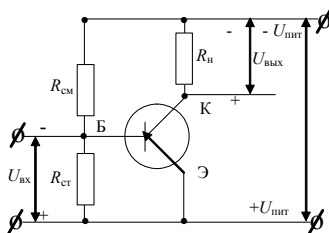


Рис. 5.3. Упрощенная схема транзисторного усилителя

напряжения на нагрузочном сопротивлении R_n (см. рис. 5.3). При этом всегда получаем $U_{\text{вых}} > U_{\text{вх}}$, а главное и $i_{\text{вых}} > i_{\text{вх}}$. Отношение $U_{\text{вых}}/U_{\text{вх}}$ принято называть коэффициентом усиления k .

Для увеличения коэффициента усиления транзисторные усилители выполняются многокаскадными, с различными внутренними развязками и обратными связями. В измерительной технике самое широкое применение получили специальные операционные усилители (ОУ). В отличие от обычных, чаще всего двухканальных усилителей (для стереозвука) ОУ имеют тоже 2 идентичных параллельных входа. При этом один вход работает так, что усиленный выходной сигнал не инвертируется по полярности. Если же входной сигнал подать не другой вход, то на выходе из ОУ он будет инвертирован, как в обычном транзисторном усилителе, т. е. полярность на выходе поменяется на противоположную. Это расширяет возможности ОУ, позволяя при необходимости практически вдвое увеличить чувствительность усилителя и коэффициент его усиления (КУ) путем специального (дифференциального) подключения входного сигнала. У современных ОУ КУ может достигать величины 50 ÷ 100 тысяч.

На функциональных схемах ОУ принято обозначать в виде равно-
стороннего треугольника, острый угол которого направлен в сторону
усиленного сигнала (рис. 5.4), на котором знаками
+ и - отмечены неинвертируемый и инвертируе-
мый входы.

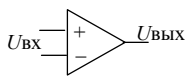


Рис. 5.4. Обозначение
ОУ

Обычно экспериментальная установка или
измерительный комплекс содержит несколько
различных датчиков с различными уровнями аналогового сигнала
(вспомним об устройстве теплосчетчика). Чтобы обеспечить дальней-
шую обработку таких сигналов их нормализуют, применяя ОУ с разны-
ми по величине КУ так, чтобы на выходе для каждого канала получать
нормированные напряжения (например, от 0 до $U_{\max}=5$ В). Для измене-
ния величины КУ в ОУ используется, как правило, внешняя отрица-
тельная обратная связь: усиленный сигнал обратной полярности через
сопротивление подаётся на вход ОУ. При этом могут быть применены 3
разных схемы (рис. 5.5), обладающие различными свойствами. Чтобы
плавно менять КУ сопротивление обратной связи делается переменным.

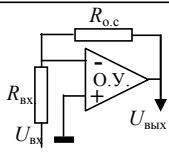
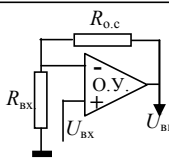
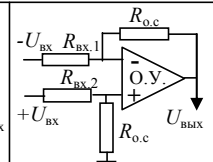
Параметр			
Коэффициент передачи k	$k = 1 + R_{о.с.}/R_{ВХ}$	$k = -R_{о.с.}/R_{ВХ}$	$k = R_{о.с.}/R_{ВХ}$
Входное сопротивление	$\frac{R'_{ВХ} k}{1 + R_{о.с.}/R'_{ВХ}}$	$R_{ВХ1} + \frac{(R_{о.с.} + R'_{ВЫХ}) R'_{ВХ} k}{R_{о.с.} + R_{ВЫХ} + R'_{о.с.} + k/R'_{о.с.}}$	
Выходное сопротивление	$\frac{R'_{ВЫХ} + R_{о.с.}/R_{ВХ}}{k}$	$R'_{ВЫХ1} + \frac{1 + R_{о.с.}/R_{ВХ1}}{k}$	

Рис. 5.5 Схемы включения О.У.

На основе ОУ очень просто получаем возможность умножения или
деления исходного сигнала на постоянное число. Для аналогового сло-
жения двух сигналов достаточно соединить последовательно выходы
двух ОУ. Разработаны микросхемы для логарифмирования $U_{ВХ}$, возведе-
ния в степень, интегрирования и выполнения других математических
операций. Всё это позволяет с помощью набора таких микросхем реали-
зовать математическую модель измерения, т.е. выполнить необходимые
расчёты и получить на выходе из такой схемы результат измерения в
аналоговой форме, фиксируя его, например, самописцем (рис. 5.6). Этот
сигнал может быть использован в АСУТП для оптимизации процесса
путём воздействия на влияющие параметры $X_1 - X_n$.

Подчеркнём основное преимущество аналоговой обработки сигнала – она выполняется в реальном масштабе времени, а точнее со скоростью распространения электрического сигнала по проводам, которая приближается к скорости света. Отметим и ряд недостатков, присущих этому способу обработки:

- слабая помехозащищённость от изменений электромагнитного поля во внешней среде;
- недостаточная точность результатов измерения;
- жёсткая структура расчётного модуля, реализующего модель измерения. Например, чтобы улучшить эту модель или расширить количество опрашиваемых датчиков, необходимо разработать и собрать другой расчётный модуль с другими элементами схемы.

На заре развития вычислительных машин (ВМ), в 1960 -1970 годы, для обработки аналоговых сигналов строились аналоговые ВМ (например, МН-3) сначала с ламповыми, а позже с транзисторными ОУ и отдельными функциональными блоками арифметических операций. Для изменения структуры расчётного модуля требовалось перекоммутировать соответствующие связи между отдельными блоками. Несколько позже, когда операционных блоков, реализующих разные преобразования, было создано очень много, был разработан стандарт КАМАК для таких машин. Такая установка состояла из шкафа с ячейками, в которые вставлялись операционные блоки. Этот шкаф называли крейтом. Крейты имели шинную структуру связи, позволяющие не заботиться о коммутации (например, все выходные сигналы подводились к ножкам 1 и 2 разъёмов операционного блока и крейта). Ещё позже появились блоки оцифровки сигналов и возможность выводить данные на цифропечать.

Стремительное развитие ЭЦВМ, где на самом нижнем уровне обрабатывается только цифровая информация, представленная в двоичной форме (1 и 0, есть напряжение или его нет) позволило существенно улучшить свойства измерительных систем, избежать названных выше недостатков. Так что другой способ обработки исходной измерительной информации – это цифровой.

Для цифровой обработки аналоговый сигнал подвергают дискретизации по времени и квантованию по уровню. Другими словами непрерывный сигнал заменяют некоторым ступенчатым с одинаковой шириной каждой ступеньки Δt и разными их высотами, зависящими от крутизны обрабатываемого участка кривой (рис. 5.7). Понятно, что обе эти замены привносят дополнительные методические погрешности. Например, если величины шага дискретизации Δt на разных шагах отличаются друг от друга случайным образом, то возникает дополнительная случай-

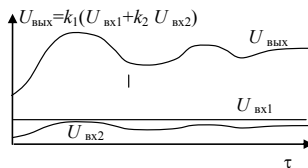


Рис. 5.6 Аналоговые сигналы до и после операционных усилителей

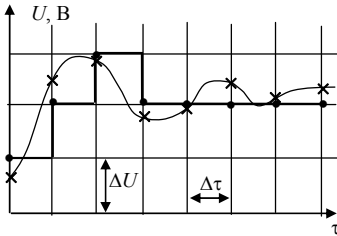


Рис. 5.7. Квантование по уровню и дискретизация по времени

на ещё динамическая погрешность. Представьте, что мы измеряем синусоидальный сигнал с частотой в несколько раз большей, чем частота опроса $1/\Delta\tau$. Тогда преобразование будет давать просто случайную величину. Отсюда требование: частота опроса должна быть достаточно высокая (как минимум вдвое – трое больше частоты сигнала).

Преобразование аналогового сигнала в цифровой осуществляется специальным устройством, которое называется аналого-цифровым преобразователем (АЦП). Физически АЦП представляет собою большую интегральную микросхему с соответствующими входом и выходами. Такая микросхема имеет устройство выборки и хранения информации, которое работает в трёх режимах: слежение, выборка и хранение. При слежении информация со входа передаётся на выход без изменения. Когда от тактового генератора приходит сигнал на начало выборки, сигнал направляется в компаратор и преобразуется в код. На это требуется время $\Delta\tau_{\text{выб}} < \Delta\tau$. По истечении этого времени от генератора приходит импульс, по которому полученный код пересылается для временного хранения в один из регистров оперативной памяти и там хранится до того, как не будет затребован для дальнейшей обработки. Далее описанный цикл повторяется при следующем $\Delta\tau$. Отметим, что и за время $\Delta\tau_{\text{выб}}$ сигнал тоже меняется, так что от отношения $\Delta\tau_{\text{выб}}/\Delta\tau$ зависит так называемая динамическая погрешность.

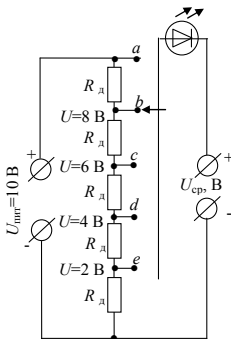


Рис. 5.8 Сравнение напряжений

Упомянутый компаратор (сравниватель) позволяет путём сравнения уровня измеряемого сигнала с некоторыми опорными уровнями напряжения установить цифровой уровень сигнала в виде кода. Принцип работы компаратора демонстрирует рис. 5.8. Напомним, что ощутимый ток через диод течёт только когда разность потенциалов на аноде и катоде его положительна (на стандартных изображениях диода эти электроды находятся слева и справа, соответствен-

но). Если сравниваемый сигнал U_{cp} равен, например, 5,1 В, то в соответствии с этим правилом при перемещении движка переключателя светодиода будет загораться в положениях a , b и c . В положениях d и e напряжение на катоде будет больше, чем на аноде и светодиод не загорится. В результате мы сможем сделать заключение, что $4 В < U_{cp} < 6 В$, т.е. с точностью нашего сравнения $U_{cp} = 5 \pm 1 В$. Понятно, что при желании можно легко автоматизировать работу нашего сравнителя, заменив оператора автоматикой на логических элементах.

Для использования полученного в компораторе числа при обработке информации на ЦВМ его следует перевести в двоичную форму и передать в процессор по проводам. Для передачи двоичного числа (один бит, принимающий значения 0 или 1) требуется всего 2 провода. В вычислительных машинах 8 бит объединяют в 1 байт и для передачи информации, содержащейся в байте нужно $2 \times 8 = 16$ проводов. Но можно сделать один общий провод и тогда потребуется $8 + 1 = 10$ проводов. Добавочный (кроме общего) провод служит для передачи знака числа. Такой набор проводов называют 8-ми разрядной шиной. Именно по такой шине курсирует информация в наших калькуляторах. В микропроцессорных устройствах используют шины с большими возможностями. В ПК применяют 32-х и 64-х разрядные шины, поскольку это обеспечивает более точную передачу обрабатываемых чисел в двоичной форме.

Из информатики мы знаем, что любое целое число в двоичном коде может быть представлено суммой

$$A_{дес} = a_n 2^n + a_{n-1} 2^{n-1} + a_{n-2} 2^{n-2} + \dots + a_0 2^0,$$

где n – номер наибольшего разряда. Из формулы видно, что чем больше разрядов содержит шина, тем большее десятичное число по ней можно передавать за один такт. Это наибольшее число называют машинной бесконечностью, а величину обратную ей – машинным нулём. Эти характеристики и определяют точность расчётов на ЭВМ. Для интереса сравните значение $\ln(10)$, рассчитанное на калькуляторе и на ПК. Разница результатов возникает за счёт более раннего округления последней цифры в калькуляторе.

В микропроцессорных и других микросхемных устройствах широко применяется не прямой двоичный код, а так называемая двоично-десятичный код (тетрада), где каждый разряд, воспринимающий только содержимое одного байта (0 или 1) в зависимости от своего положения в коде соответствуют десятичным числам 2^3 , 2^2 , 2^1 , 2^0 . При этом результат каждого разряда просто суммируется в десятичное число. Это позволяет передавать через тетраду числа от 0 до 15, но используется обычно для передачи чисел только числа от 0 до 9. По остальным вариантам кода (цифрам 11, 12 и до 15) могут передаваться отдельные признаки числа (например, знак, положение запятой, степень множителя 10 и др.). Такая организация передачи числа обеспечивает передачу по шестидесятиче-

тырех разрядной шине 16 десятичных знаков за один такт и массу дополнительной информации о числе (положительное или отрицательное, целое оно или реальное и др.).

В современных ПК находит применение и шестнадцатиричный код, у которого каждому биту аналогично приписываются значения 2^n , где n – номер этого бита, отсчитанный от расположенного в конце двухбайтового слова.

Эти две возможности передачи чисел требуют применения разных видов обработки числовой информации. Если она представлена в двоичном коде (унитарный код), то два операнда последовательно заносятся в оперативную память микропроцессора, по программе над ними совершается заданная операция и результат в двоичной форме отправляется для хранения или вывода. Далее цикл повторяется. Так работают МП с последовательным счётом.

В другом случае организуется последовательно-параллельный счёт. В каждом цикле сначала опрашивается каждая из тетрад двоично-десятичного кода одного операнда, потом также другого, оба числа направляются в оперативную память МП, оттуда они попадают в МП, там совершается требуемая операция (арифметика, программа сложения, например, совсем не такая как при двоичном коде) и только тогда результат отправляется на хранение во внешнюю память (ПЗУ). Далее цикл повторяется. Конечно же, каждый шаг обработки совершается по специальным сигналам тактового генератора, который формирует целую серию одинаковых меандров с определёнными сдвигами по фазе и является обязательным блоком в структурной схеме ИВС.

5.3. Устройства для цифровой обработки информации

Познакомимся теперь с некоторыми устройствами, которые используются при обработке цифровой информации. В первую очередь это набор элементарных логических элементов, обрабатывающих логические функции «И», «ИЛИ» и «НЕ». Начнём со схемы логического сложения «ИЛИ». Эта операция в интерпретации с помощью обычной электрической цепи и в исполнениях на диодах приведена на рис. 5.9. Там же приведено и обозначение этого элемента в схемотехнике. При отсутствии положительного потенциала на входах a или b ток в цепи и падение напряжения на сопротивлении R_n будут очень маленькими (величина C_1 в этом случае принимается за логический ноль). Если же на любой из входов подать положительный потенциал логической единицы (практически равный E_n), то ток и падение напряжения значительно увеличатся и на выходе C_1 примет значение логической единицы.

На следующем рисунке (рис. 5.10) приведена схема такого же элемента с инвертированием результата.

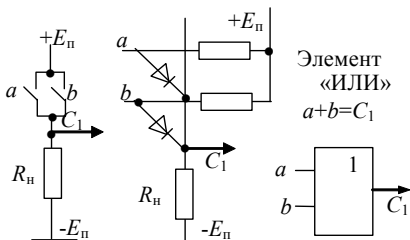


Рис. 5.9. Элемент «ИЛИ»

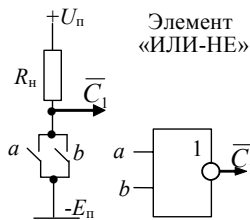


Рис. 5.10. Элемент «ИЛИ - НЕ».

Другую логическую функцию, функцию логического умножения «И» получаем с помощью другой схемы (рис.5.11). Там же приводится и таблица истинности для данных элементов.

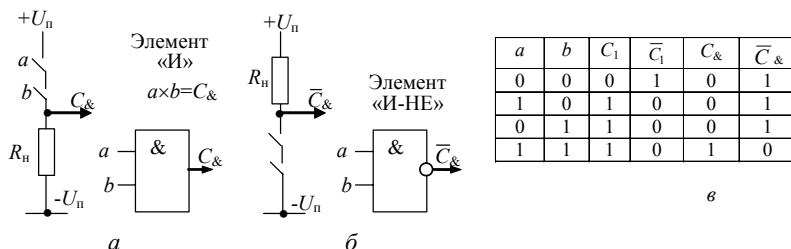


Рис. 5.11. Элементы «И» (а), «И-НЕ» (б) и таблица (в) истинности для этих элементов и элементов «ИЛИ»

Рассмотрим теперь отдельные микросхемы, выполняющие необходимые функции в цифровых приборах. На основе элементов «И» и «ИЛИ» строятся более сложные логические схемы.

Одна из них – это триггеры, способные задерживать и хранить байт информации до тех пор, пока на его вход не придёт новый байт. Например, так называемый R - S триггер (рис. 5.12). Начальное состояние триггера неопределённое. Обычно, чтобы однозначно его установить на вход R (рестарт) подают логическую единицу. Пусть в результате этого на выходах элементов появились 0 и 1, соответственно. Если теперь на вход S (старт) подать 0, то на выходе первого элемента станет 1 и это изменит выход второго элемента на 0. Такое состояние будет до тех пор, пока на вход S не придёт новый байт с единицей. Имеется несколько видов триггеров, на некоторых из них для синхронизации преобразований устраивают ещё вход тактовых импульсов.

На триггерах собираются более сложные логические схемы: регистры, счётчики, дешифраторы, постоянные запоминающие устройства, программируемые матрицы и др.

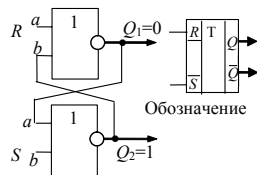


Рис. 5.12. R – S триггер.

На рис. 5.13 показана схема сдвигового регистра, составленная из четырёх триггеров. Здесь входящий на вход D_1 байт по синхронизирующему импульсу на входе C будет передан на выход Q_1 первого триггера и будет там до тех пор, пока на вход D_1 не будет подан новый байт (1 или 0), а на вход C – очередной импульс синхронизации. Тогда ранее пришедший байт через второй триггер будет сдвинут вправо на выход Q_2 , а на выходе Q_1 будет храниться информация со входа D_1 . Через четыре синхронизирующих сигнала на выходах Q_1, Q_2, Q_3 и Q_4 будет храниться информация, поступающая последовательно на вход D_1 , причём на выходе Q_4 будет байт, пришедший самым первым, а на выходе Q_1 – самым последним.

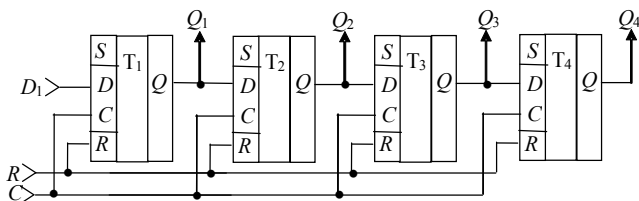


Рис. 5.13. Четырёхразрядный сдвиговый регистр.

Широкое применение находят различные счётчики построенные также на логических элементах «И» и «ИЛИ». На рис. 5.14 приведена схема двоично - десятичного счётчика (микросхема K155ИЕ2), который предназначен для непрерывного счёта сигналов, подаваемых на вход $C1$ или $C2$. При этом на выходе результаты счёта приводятся в двоично-десятичном коде. Если входной сигнал подавать на вход $C1$, то идёт прямой счёт (0,1,...,9), если на вход $C2$ – обратный счёт (9,8,...0). Для обнуления тетрады на входы $\&R9$ или $\&R0$ подаётся логическая единица или 0.

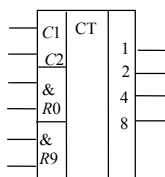


Рис. 5.14. Двоично - десятичный счетчик.

Для преобразования цифрового кода в аналоговый сигнал с усилением по напряжению или току используются цифроаналоговые преобразователи (ЦАП). Схема такого преобразователя с ручным управлением показана на рис. 5.15. При подключении одного из сопротивлений к источнику U_d изменяется величина напряжения, подаваемого на вход ОУ. При этом напряжение $U_{\text{вых}}$ на выходе ЦАП при тех соотношениях между величинами сопротивлений, которые приведены на рисунке, определяется по формуле

$$U_{\text{вых}} = U_d(S_0 + 2S_1 + 4S_2 + 8S_3)/15,$$

где S_i принимает значения 0 или 1, в зависимости от того, разьединён или включен каждый из включателей. Таким образом напряжение на выходе ЦАП можно менять от 0 до U_d ступенчато в зависимости от того,

какие контакты на двоично-десятичной тетраде включены. К характеристикам ЦАП относятся разрешающая способность $\delta U = U_d/15$, время установления $\tau_{уст}$ – время, которое проходит от появления сигнала на входе в ОУ до образования стабильного (не изменяющегося по времени) напряжения на выходе ЦАП.

Рассмотрим теперь структуру аналого-цифрового преобразователя (АЦП), с помощью которого происходит преобразование аналогового сигнала в поток двоичных кодов на выходе. Существуют различные схемы АЦП, среди которых и представленная на рис. 5.16 схема последовательного счёта.

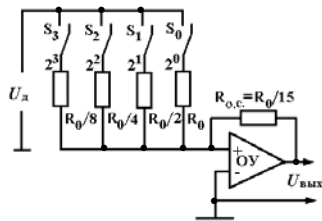


Рис. 5.15. Схема простейшего четырехразрядного ЦАП.

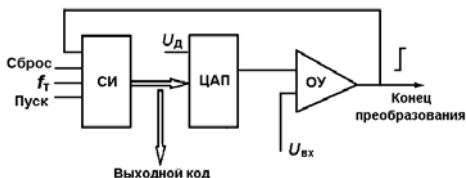


Рис. 5.16. АЦП последовательного счёта.

Преобразуемый аналоговый сигнал $U_{вх}$ подаётся на один из входов ОУ. На другой вход этого усилителя поступает выходной сигнал ЦАП, на цифровые входы которого приходит двоично-десятичный код от счётчика импульсов СИ. В свою очередь на вход f_t этого счётчика подаётся тактовая частота от тактового генератора. В результате по команде «Пуск», на вход ЦАП с частотой f_t будут выводиться цифры от 0 до 9, а на выходе ЦАП будет скачками, пропорционально вводимым цифрам, увеличиваться напряжение. Как только выходной сигнал ЦАП сравняется по величине с $U_{вх}$ (а точнее – впервые будет отличаться от $U_{вх}$ на половину шага квантования ΔU , равную $\pm 0,5(U_d/15)$, на выходе ОУ изменится знак выходного напряжения и соответствующий сигнал остановит работу счётчика. При этом на выходе счётчика останется двоично – десятичный код числа, соответствующего величине входного напряжения $U_{вх}$, выраженного в единицах ΔU . Как видим, в этой схеме ОУ играет роль компаратора, сравнивая по величине 2 напряжения и выдавая сигнал в момент их равенства.

Чтобы представить результаты обработки в числовой форме на цифровом дисплее используется специальная микросхема, названная дешифратором. Она переводит число, передаваемое по тетраде в сигналы для семисегментного индикатора на жидких кристаллах в команды, зажигающие тот или иной сегмент (рис. 5.17). На вход U подаются им-

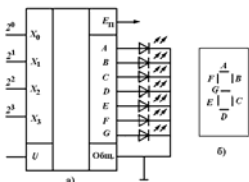


Рис. 5.17. Схема блока цифровой индикации:

а - дешифратор; б - семисегментный цифровой индикатор.

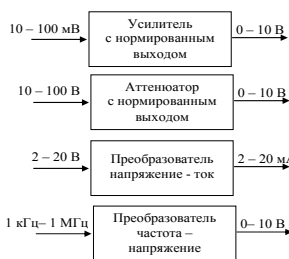


Рис. 5.18 Преобразователи сигналов.

Рассмотренные устройства широко используются для разработки и изготовления различных преобразователей сигналов, которые применяются в АСНИ. На рис. 5.18 приведены наиболее распространенные (кроме АЦП и ЦАП) преобразователи.

Для предотвращения попадания напряжения от источников большой мощности в измерительный тракт (при аварийных ситуациях это грозит выгоранием элементов схемы) широко применяется гальваническая развязка. Осуществляется она применением сетевых трансформаторов в блоках питания или специальных оптронов. Оптрон – это устройство, состоящее из светодиода и фотодиода, которые питаются от разных источников тока и имеют оптическую связь через твердую оптически прозрачную среду. В качестве приемника светового потока может быть использовано фотосопротивление.

Применяется оптрон в системах автоматики и других электронных устройствах. На рис. 5.19 приведено обозначение оптрона на схематических чертежах. Когда через светодиод проходит электрический ток, то его световое излучение падает на фотодиод и тот открывается для прохождения тока от другого источника. Обычно так передаются нормированные сигналы, полученные после преобразования в АЦП.

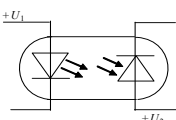


Рис. 5.19. Схема гальванической развязки с оптроном.

пульсы от тактового генератора, по которым происходит считывание числа из тетрады и перевод его в команды для сегментов. На старых приборах применялись неоновые сегментные индикаторы, или индикаторные лампы, в которых друг за другом стояли электроды в форме цифр и после дешифрации на один из этих электродов подавался сигнал, заставляющий светиться цифру.

Для коммутации отдельных устройств используются специальные микросхемы, называемые мультиплексорами. Так называют устройства, обеспечивающее передачу цифровой информации с заданными условиями коммутации входных и выходных потоков. При передаче аналоговых сигналов такие устройства чаще называют коммутаторами. Мультиплексор позволяет отличить, рассортировать и направить по требуемому адресу операнды (числа из АЦП) и коды операций, получаемые из ОЗУ и ПЗУ.

5.4. Микропроцессорные информационно-вычислительные системы

Новая эра в развитии автоматизации измерений началась после массового выпуска специальных больших интегрированных микросхем (БИС), обеспечивающих циклическую обработку цифровой информации по заданным программам. Такие БИС стали называть микропроцессорами. Первыми микропроцессорными устройствами стали микрокалькуляторы. Именно на их основе стали конструировать первые измерительно-вычислительные микропроцессорные системы, в которых объединены две функции: осуществление измерений по заданной методике и обработка результатов измерений с выводом их в цифровой форме на дисплей или в систему управления. Такие системы и приборы выпускаются и сегодня (фотометр КФК-3, термометр «Замер», измеритель – регулятор 2ТРМ1 и др.).

Как правило, в этом случае используется схема с радиальной структурой, приведенная на рис. 5.20. При этом широко использовались основные блоки (ОЗУ, ПЗУ, ИВВ и др.) применяемого в ИВС калькулятора, в дополнение к которым добавляют специальные блоки в микросхемном исполнении (АЦП, ЦАП и др.). Из рисунка понятна основная идея такой архитектуры: центральным элементом здесь является микропроцессор, который соединяется с каждым из блоков специальными электрическими соединениями (шинами), обеспечивающими обмен информацией между микропроцессором и данным блоком.

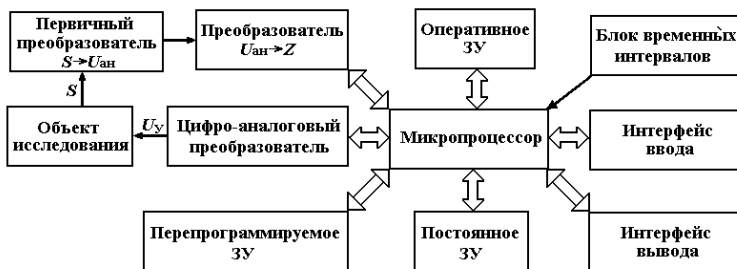


Рис. 5.20. Архитектура микропроцессорной ИВС с радиальной структурой

Общепринято, что первичный сигнал S (температура, давление, скорость и т.п.) с помощью специальных датчиков преобразуется в сигнал электрический. Далее электрический сигнал с помощью АЦП превращается в поток дискретных цифровых значений измеряемого параметра и направляется в ОЗУ, где хранится до тех пор, пока по сигналу БВИ через мультиплексор не будет подан на обработку в микропроцессор. Туда же поступают команды из ПЗУ и ППЗУ. В этих устройствах хранятся коды программ, по которым обрабатывается методика измерения и проводятся расчёты по формулам математической модели измере-

ний. Эти программы и результаты расчётов вводятся в ППЗУ и ПЗУ через УВВ, соединённое с клавиатурой. Результаты расчётов также через УВВ с помощью дешифратора выводятся на цифровой дисплей.

Цифровой прибор, построенный по такой схеме, высокой надёжностью и точностью, низкой стоимостью и другими полезными качествами. Недостатком является сравнительно низкое быстродействие, что не позволяет применять его для измерений при быстротекущих процессах жесткая, трудно перестраиваемая структура.

Более простой является последовательная кольцевая архитектура, представленная на рис. 5.21. Здесь используются вспомогательные ОЗУ мультиплексорного типа, которыми всегда снабжены все основные блоки микропроцессорного комплекта. Отличительной особенностью таких

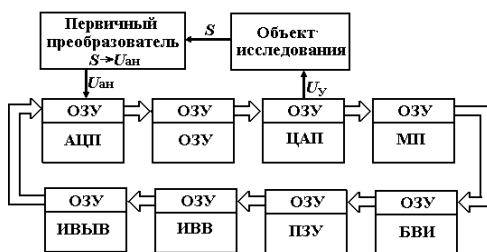


Рис 5.21. Последовательная архитектура ИВС.

схем является простота, малые габариты и масса, минимальная стоимость. Существенный недостаток – низкое быстродействие, не позволяющее использовать её при исследованиях быстротекущих процессов, а также значительные трудности при необходимости одновременных измерений нескольких измеряемых параметров.

В настоящее время всё шире применяются микропроцессорные системы с распределённой структурой, где для передачи данных используются общие шины с одно- или двунаправленными потоками информации.

Поэтому в настоящее время самое широкое распространение получило параллельное подключение блоков (рис. 5.22), при котором для передачи каждого вида данных используется специальная шина, содержащая необходимое число разрядов (проводников), и именно к ней присоединяются входы и выходы каждого из блоков.

Адресная шина всегда направлена от микропроцессора к другим блокам. По ней передаются адреса тех ячеек в ОЗУ или ПЗУ, в которых хранятся или будут храниться обрабатываемые операнды. Выборка из этой шины информации для конкретного блока осуществляется через те встроенные в каждый блок малые ОЗУ, о которых говорилось при описании предыдущей архитектуры и которые на рис. 5.22 не приведены.

Выборка или запись информации происходит по сигналам, формируемым тактовым генератором и выдаваемым микропроцессором. К шине данных все блоки присоединены двунаправленными связями, что позволяет по командам с шины управления считывать или записывать данные в ячейки, адреса которых взяты в виде соответствующего кода из шины адреса.

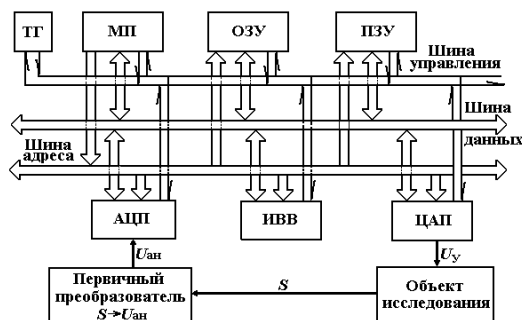


Рис. 5.22. Шинная (параллельная) структура ИВС.

Именно по такой архитектуре устраиваются современные компьютерные ИВС, позволяющие практически в реальном режиме времени собирать и обрабатывать большое количество исходной информации с использованием множества различных датчиков и исполнительных механизмов при весьма сложных моделях измерения и управления экспериментом.

Почти безграничные возможности современных ПК позволили разработать специальные пакеты прикладных программ для реализации необходимых алгоритмов управления и опытами, и обработки результатов измерений с очень удобным интерфейсом, обеспечивающим возможность создания очень эффективных и гибких структур. Примером может служить пакет LabVIEW.

5.5. Помехи в информационно – измерительных системах

При измерении и обработке первичных и измерительных сигналов полученные результаты всегда содержат две составляющих: полезную и помехи. Помехи возникают потому, что первичный измерительный сигнал подвергается целому ряду промежуточных преобразований: неэлектрический в аналоговый электрический; очень слабый аналоговый электрический сигнал в нормированный аналоговый сигнал; аналоговый сигнал в цифровой сигнал; линейные или нелинейные вторичные преобразования при расчетах по математической модели измерения. Помимо этого, все сигналы через электромагнитные поля взаимодействуют с другими сигналами, создавая и получая дополнительные помехи.

В общем случае помехи можно представить как сумму результатов трех факторов:

1. Медленный и монотонно меняющийся по времени сигнал, называемый обычно «дрейфом» или «трендом». Такой дрейф показаний ртутного термометра, опущенного в нагреваемую жидкость, может возникать при изменении температуры выступающего столбика по мере увеличения температуры нагреваемой жидкости.

2. Периодические (или близкие к ним) сигналы определенной частоты, например наводки от источников питания с частотой 50 Гц.

3. Случайные помехи с некоторым законом распределения вероятности величины самой помехи или ее частоты. Амплитудные и частотные характеристики шумов, наводок, помех (это очень близкие по смыслу понятия) могут быть весьма различными. Если появление этих помех подчиняется нормальному закону распределения то говорят о «белом шуме». При другом законе распределения шум называют серым или цветным.

Естественно, что помехи искажают реальную картину и вносят дополнительную погрешность в результаты измерений. Поэтому при создании ИИС необходимо внимательно проанализировать все возможные источники возникновения помех и предусмотреть меры, направленные на предотвращение или уменьшение помех, что можно осуществить как аппаратным, так и расчетным путем.

Источниками случайных наводок и шумов являются различные поля, возникающие в зоне проводимых измерений: магнитное, электромагнитное, радиационное, тепловое и др. Источниками шумов являются также различные элементы электронных схем, используемых в современных информационно-измерительных системах. В частности уровень шумов, возникающих при работе транзистора, существенно зависит от чистоты используемых полупроводниковых материалов. Малейшие загрязняющие примеси делают транзистор заметно «шумящим», как и малейшие отклонения от технологических требований при изготовлении полупроводниковых приборов.

На рис. 5.23 приведены физические поля, которые могут служить источниками помех. Конечно, чаще всего экспериментатор сталкивается с электромагнитными полями и возникающими от них помехами. По происхождению эти поля можно подразделить на природные (при северном сиянии, например) и искусственные промышленные, непреднамеренные. По способу распространения электромагнитные помехи бывают пространственные (наводки) и кондуктивные, передаваемые по проводам связи и электропитания. Приемниками таких помех являются металлические части системы вплоть до элементов схемотехники. Свойство ИИС противостоять воздействию внешних полей за счет специальных схемотехнических мер называют помехозащищенностью.

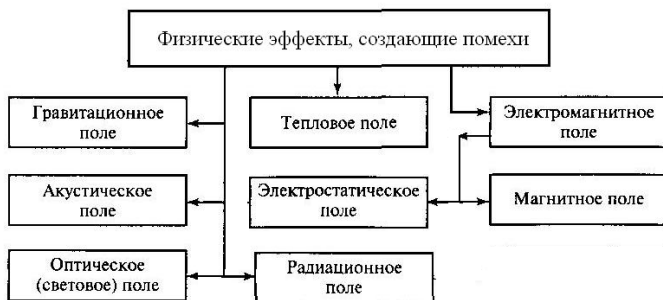


Рис. 5.23. Причины появления помех.

Одним из основных источников помех являются собственные шумы компонентов электронной схемы. К собственным шумам относят тепловые шумы «белого» типа, вызванные движением электронов в теле при рассеивании им энергии. Шумы, возникающие при работе транзисторов с $p-n-p$ (или $n-p-n$) переходами называют «дробовыми» «импульсными». Они возникают из-за невозможности получить абсолютно чистые компоненты для $p-n$ переходов. При изменении токов в зоне контакта двух проводников и при изменении механической прочности контакта возникают контактные шумы.

На протяжении последних 30 – 40 лет многократно возрос электромагнитный фон в промышленных центрах страны. Это повышение приводит к увеличению шумов и помех и требует принимать меры противодействия помехам. Стремительная миниатюризация изделий микропроцессорной техники вызывает необходимость снижения уровней рабочих напряжений и токов, что повышает энергетическую эффективность. Однако это же приводит к понижению соотношения сигнал/шум и вызывает необходимость затрачивать больше усилий на борьбу с помехами.

Важнейшим направлением борьбы с помехами является предотвращения проникновения «паразитных» сигналов является разделение системы на конструктивно и функционально разделенные блоки. Для разделения и изоляции таких блоков используются электростатические экраны (медные, алюминиевые), а для блоков, содержащих входные трансформаторы, катушки индуктивности, высокочастотные дроссели и т.п. используются экраны из магнитомягкого металла (пермаллоевые). Развязка блоков по аналоговым сигналам осуществляется с помощью трансформаторов, а по цифровой информации – с помощью оптронов. И конечно же, важнейшим в этом деле является правильное устройство заземления каждого из блоков. При этом обычно выделяют несколько названий и обозначений точек заземления. Сложившиеся названия и обозначения приведены на рис. 5.24.

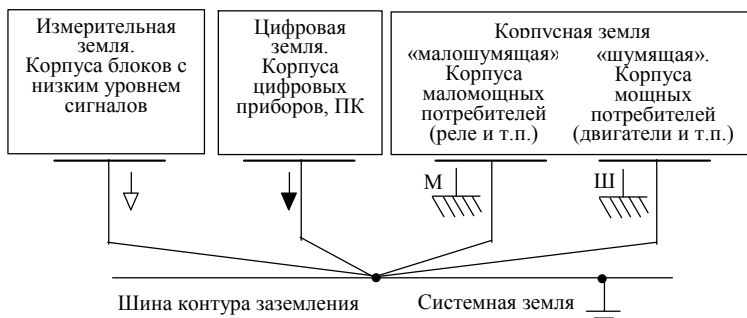


Рис. 5.24. Виды и обозначения заземлений.

В качестве наглядного примера приведем схему заземления АСНИ по выращиванию кристаллов (из книги [11]). Эта система, схема которой приведена на рис.5.25, включает энергетические потребители с большим потреблением мощности: ВН – вакуумный насос; НВО – насос водяного охлаждения и электронагреватель с блоком питания БП, фильтром Ф и системой управления СУ. Блоки с малым потреблением мощности широтно-импульсный модулятор ШИМ с блоком питания Б5-8. Цифровой блок представлен ПЭВМ, а измерительная система содержит термопару на входе и плату АЦП-ЦАП VХI. Наиболее уязвимыми местами проникновения помех являются термопара и цепи источников питания 220 В и 3×380 В.

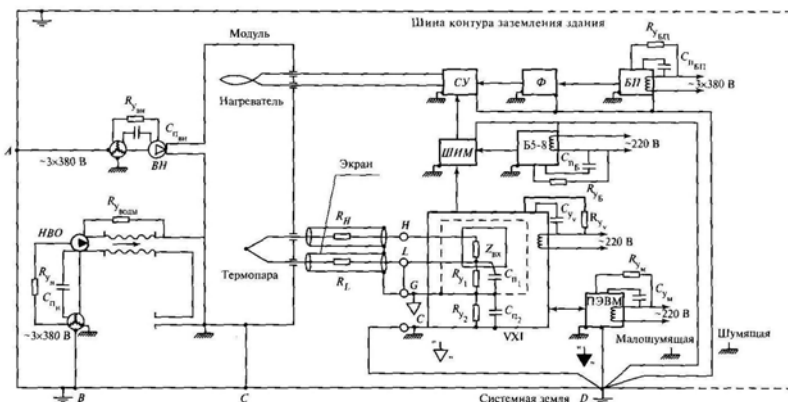


Рис. 5.25. Схема заземления АСНИ.

В современных цифровых приборах для уменьшения влияния внешних импульсных помех широко применяются так называемые цифровые фильтры. Принцип работы цифрового фильтра иллюстрирует рис. 5.26

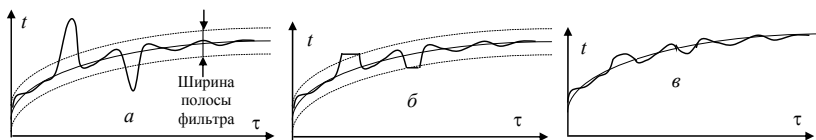


Рис. 5.26. Диаграммы работы цифрового фильтра:

а – исходный сигнал; *б* – срезаны выбросы; *в* – после сглаживания.

Обычно цифровая фильтрация осуществляется в 2 этапа. На первом этапе отфильтровываются измеренные значения, имеющие явно выраженные резкие выбросы или провалы по сравнению с предыдущими результатами. Для этого процесс измерения дискретизируют по времени, записывая через определенные промежутки времени Δt мгновенные результаты измерения. Каждый новый результат сравнивают с предыдущим результатом, и, если полученная разность превосходит заданную «полосой фильтра» величину, то этот новый результат не фиксируется, а производится его сравнение при удвоенной ширине полосы фильтра и записывается или этот полученный результат, или вместо него значение предельной величины на полосе фильтра. При измерениях на следующем шаге Δt ширина полосы фильтра восстанавливается до первоначальной. В результате острые выбросы срезаются, уменьшая случайные погрешности. На втором этапе работы цифрового фильтра производится сглаживание полученных данных известными методами.

5.6. Пакет LabVIEW как основа для разработки ИВС

LabVIEW – это среда для разработки лабораторных виртуальных приборов, основанная на использовании графического программирования, когда все элементы алгоритмов представлены графически в виде отдельных пиктограмм, которые в области программирования принято называть иконками. По аналогии с обычными языками программирования, где отдельные блоки алгоритма оформляются в виде модулей и специальных процедур с указанием формальных входных и выходных параметров, в этой среде роль таких процедур играют содержащиеся в огромной внутренней библиотеке специальные блоки. Чтобы вызвать любой из них достаточно «кликнуть» (подвести курсор и нажать левую клавишу мышки) по соответствующей иконке.

Измерительно-вычислительная система, созданная в LabVIEW имеет большую гибкость по сравнению со стандартным измерительным прибором. Простой и удобный интерфейс позволяет существенно облегчить и ускорить разработку программы по сравнению с другими языками программирования.

Разработка приложений в LabVIEW отличается одной важной особенностью: здесь не нужно писать никаких текстовых операторов, а

программа составляется в графической форме, где отдельные иконки соединены между собой «проводами», по которым подводится и отводится входные и выходные данные. Такая программа в этой среде называется блок-диаграммой (это некий аналог привычной нам блок-схемы алгоритма). Вместо понятия «переменная» (в Паскале, например) здесь используется понятие «поток данных». Синтаксис блок-диаграммы очень простой: нельзя путать потоки цифровых и логических данных и больше собственно ничего.

Программа любого виртуального прибора (ВП) состоит собственно из двух частей:

- лицевая панель, имитирующая на экране монитора лицевую панель традиционного прибора и содержащая ручки управления, кнопки, тумблера и т.п., а также устройства для отображения результатов измерения и обработки в виде различных приборов и осциллографов. Это интерактивный пользовательский интерфейс, через который пользователь вводит данные для обработки через клавиатуру и мышь, производит, если нужно, определенное управление экспериментом и видит результаты действия программы в удобной для него форме (таблица, график, трехмерное представление, световая индикация и др.);

- блок-диаграмма является исходным программным кодом и представляет собой исполняемое приложение (аналог исполняемого ехе-файла). Компонентами её являются типовые виртуальные приборы, предлагаемые из специальной библиотеки пакета, а также константы и структуры управления потоками данных (аналоги процедур в Паскале). Кроме этих элементов блок-программа может включать ещё виртуальные подприборы, используемые в новом приборе в качестве составной части (аналог специального модуля в Паскале, содержащего все процедуры для выполнения программы со сложным алгоритмом). Для виртуального подприбора (ВПП) пользователем создаётся специальная иконка и её вставляют в блок-диаграмму обычным способом. Блок-диаграмма выводится на экран монитора во втором окне ВП.

На рис. 5.27 для примера показаны лицевая панель и блок-диаграмма одного из простых виртуальных приборов.

Таким образом, в LabVIEW используется модульное программирование и ВП имеют модульную, иерархическую структуру. Это упрощает разработку и отладку сложных ВП, позволяя работать с каждым блоком или ВПП отдельно, а также широко использовать готовые ВПП из встроенной в пакет библиотеки.

При запуске файла LabVIEW.exe открывается диалоговое окно, с помощью которого можно открыть существующий файл какого-либо ВП или открыть лицевую панель для создания нового ВП. Из рисунка 5.27 видно, что и лицевая панель, и блок-диаграмма в верхней своей части имеют главное меню, содержащее привычные для разработанных

под Windows программ позиции. Если «кликнуть» по любой из позиций, то, как обычно, открывается подменю, в котором предлагаются те или иные действия.

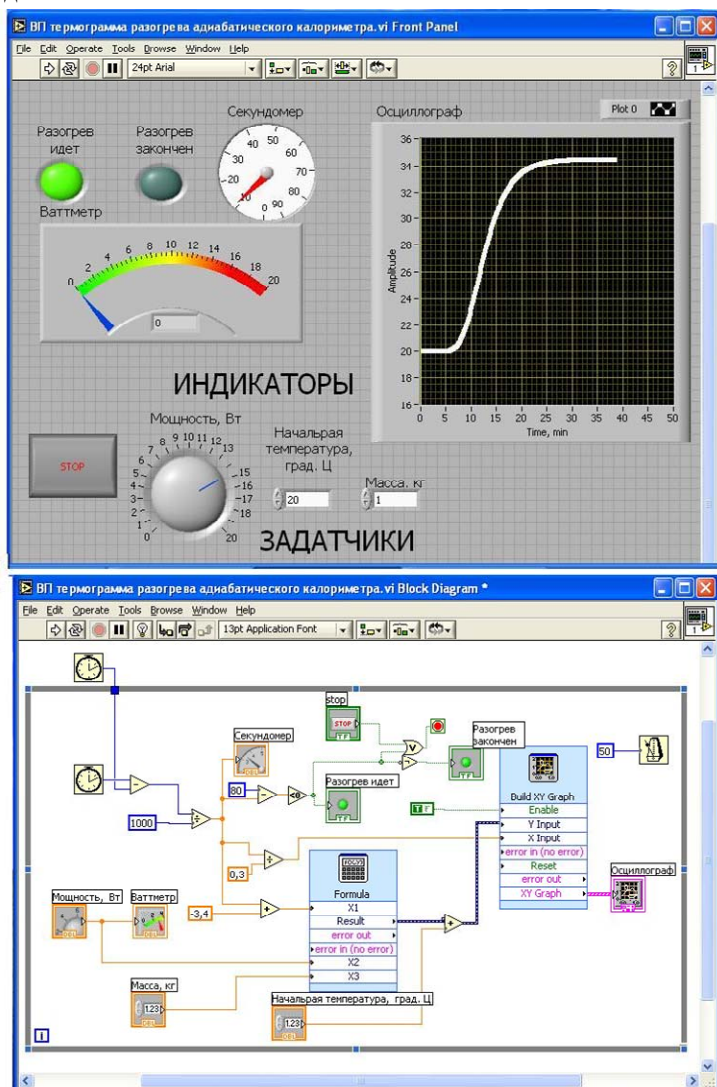


Рис. 5.27. Лицевая панель и блок-диаграмма ВП «Термограмма».

Создание ВП начинается с выбора и помещения на лицевую панель (Front Panel) элементов управления и отображения результатов. Доступ к библиотеке этих элементов осуществляется через главное меню: Win-



Рис. 5.28. Панель элементов управления и устройств отображения результатов

down>>Show Controls Palette или правой кнопкой мышки. Из открывшегося диалогового окна (см. рис. 5.28) выбирают или элементы управления (верхний ряд кнопок) или вид устройства отображения результатов (нижний ряд кнопок). Если «кликнуть» на любую из кнопок этой панели, то открывается субменю предлагающее выбрать вид нужного устройства, например, разные варианты тумблеров или стрелочных приборов. Нужную иконку захватывают мышкой и переносят её на лицевую панель в нужное место. С помощью мышки этот элемент можно перемещать или масштабировать на лицевой панели.

При появлении выбранного элемента на лицевой панели его иконка появляется и на блок-диаграмме. Если, установив курсор на выбранном элементе, «кликнуть» правой клавишей мышки, то откроется специальное диалоговое окно с закладками, с помощью которого можно проводить необходимые настройки для этого элемента (например, задавать диапазон изменения параметра).

Установив требуемые для ВП элементы, через меню Window открывают окно блок-диаграммы и соединяют «проводами» соответствующие входы и выходы выбранных элементов. Когда эта трассировка выполнена правильно, снова возвращаются на лицевую панель и запускают ВП в работу, нажимая мышкой на специальную кнопку Run («Пуск»), с крупной стрелкой, расположенной во второй строке главного меню.

В пакете LabVIEW предлагаются различные виртуальные генераторы потока данных, оформленные в виде отдельных структурных единиц. Для практического применения разработанных ВП в ПК вставляется плата АЦП – ЦАП. АЦП служит источником входного потока данных, а ЦАП – приёмником потока информации от LabVIEW и источником команд для управления исполнительными механизмами на исследуемом объекте (например, для изменения мощности нагревателей поворотом при помощи сервомотора с электродвигателем ручки реального ЛАТРа).

Подробно возможности пакета LabVIEW и методика разработки ВП приводится в переведенной на наш язык книге Д. Тревиса «LabVIEW для всех», а так же в других изданиях [13, 14]. С их помощью, или используя развитую поддержку по клавише Help, можно достаточно быстро научиться создавать ВП вплоть до очень сложных.

5.7. Полезные советы начинающему разработчику виртуальных приборов.

Умение и опыт разработки ВП будем приобретать, знакомясь с отдельными специально подготовленными примерами ВП, часто встречающиеся при разработке АСНИ в области теплотехники.

Пример 1. ВП «Электрическая сеть с ЛАТРОм и вольтметром». На рис. 5.29 приведены лицевая панель и блок – диаграмма такого прибора. На лицевой панели установлены элементы управления: задатчик потока информации с круговой шкалой, названный нами ЛАТРОм, тумблер для включения ЛТРа, кнопка STOP для прекращения работы программы и два индикатора – стрелочный (вольтметр) и логический (светодиод), загорающийся только тогда, когда ЛАТР включен. Для выбора этих элементов правой кнопкой мышки была вызвана панель элементов управления, показанная на рис. 5.28 и для установки этих элементов кликали по первой и второй иконкам верхнего ряда, а индикаторов – по

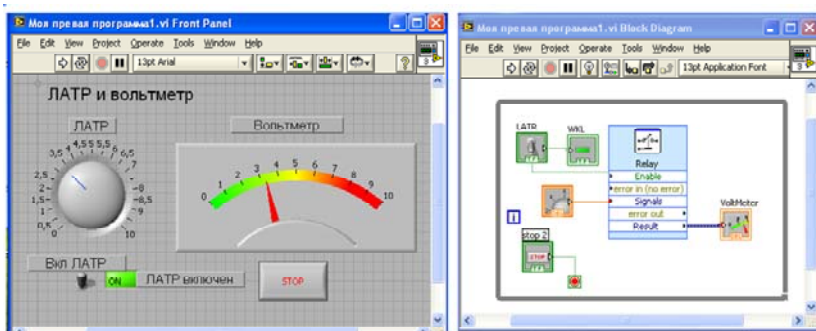


Рис. 5.29. Виртуальный прибор «ЛАТР с вольтметром»

первой и второй иконкам второго ряда и перетаскивали их на лицевую панель ВП. Далее, подводя курсор к каждому из объектов лицевой панели так, чтобы курсор поменял свой вид на стрелку, по правой кнопке мыши вызывали диалоговое окно с перечислением разных характеристик и кликали по самой нижней позиции этого подменю – Properties. В открывшемся новом диалоговом окне на соответствующих закладках указывали нужное из свойств, (например, «шкала») и задавали требуемую величину этого свойства (для шкалы: начало и конец в делениях, цену деления, цвет и др).

Чтобы сделать главную надпись, нажав Shift+правая кнопка мышки (или, как и ранее, через главное меню по позициям Window>>Show Tools Palette), вызвали меню инструментов (см. рис. 5.30), указав на нем кнопку А («Ввести текст»), после чего ввели нужный текст в появившейся строке ввода. После ввода названия снова вызвали панель инструментов и указали на ней вид курсора (крупная косая стрелка).



Рис. 5.30.
Меню
инструментов

Закончив оформление лицевой панели ВП, на главном меню по позиции Window переходим на блок-диаграмму, выбирая позицию Show Block Diagram. В открывшемся окне мы увидим иконки всех расставленных там элементов управления. Наша задача теперь соединить их так, чтобы потоки данных от источников доходили до индикаторов. Правда, учитывая скорость, с которой будет выполняться такая программа, мы реально не сможем увидеть, работает она или нет. Заметим, что меню инструментов точно так же можно вызвать и использовать и на блок-диаграмме.

Чтобы перейти к привычному масштабу времени нужно сделать так, чтобы наша программа выполнялась циклически до тех пор, пока мы ее сами не остановим. Чтобы это сделать, перейдем на блок-диаграмму и вызовем палитру функций, нажав правую кнопку мышки. На экране появится вызванное меню Functions (см. рис. 5.31). Мышкой выбираем сначала левую нижнюю иконку, а затем, в открывшемся под-

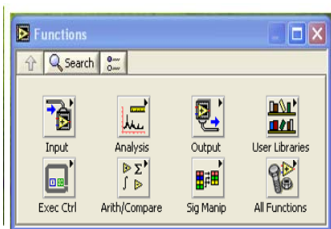


Рис. 5.31. Палитра функций

меню, левую верхнюю иконку с надписью While Loop и перетаскиваем ее на блок – диаграмму. Подведя к ней курсор и щелкнув, за угловые отметки растягиваем ее до таких размеров, чтобы в ней поместились все иконки. Этим мы создали зону на блок-диаграмме, в которой всякое устройство будет функционировать циклически, создавая практически непрерывный входной поток данных и выдавая выходной поток с частотой, зависящей от тактовой частоты компьютера до тех пор, пока не будет нажата кнопка STOP. В этом цикле системное время исчисляется от момента его запуска. Перетаскиваем все иконки внутрь цикла (см. блок-диаграмму на рис. 5.29).

Теперь остается соединить элементы блок-диаграммы. Для этого подводим курсор к входной или выходной клемме элемента и обнаруживаем, что в месте этой клеммы вырастает «ус», а курсор меняет вид на катушку с проводом. Нажав правую кнопку мышки, подсоединяем проводом этот выход ко входу следующего элемента блок-диаграммы. Если не нарушен синтаксис, то проложенный провод остается на диаграмме. При нарушении синтаксиса (логический поток соединяем ко входу вольтметра) провод будет показан в другом виде и на экран будет выведен соответствующий комментарий об ошибке.

Исправление логических ошибок, изменение отдельных свойств и пробный запуск кнопкой RUN и составляет этап отладки ВП.

Пример 2. ВП «Моделирование работы логических элементов И – НЕ и ИЛИ – НЕ». Передняя панель и блок-диаграмма этого ВП, позволяющие понять назначение и порядок его работы, приведены на рис.5.32. Как это видно из рисунка, на передней панели ВП уже описанным выше способом расположили кнопки для подачи логических потоков данных, индикаторы (в виде светодиодов), зажигающиеся при значении TRUE, диалоговое окно, позволяющее задать число циклов работы ВП и цифровой индикатор, показывающий продолжительность работы ВП.

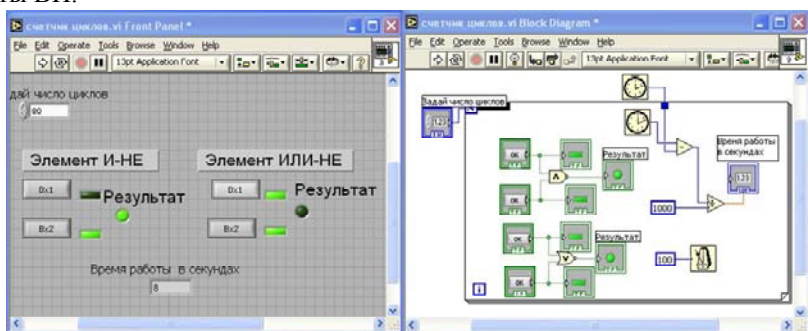


Рис. 5.32. Разработка ВП заданным числом циклов и измерением времени работы.

На блок-диаграмме этого ВП мы видим все установленные ранее элементы, а также иконки отдельных функции, помещенные в специальный цикл, имеющий внешний вход, через который задается число циклов, которое будет выполнено при работе. Отметим, что в этом ВП не предусмотрена принудительная остановка работы, нет кнопки STOP и необходимой для нее функции. При программировании блок-диаграммы гораздо удобнее использовать субменю, содержащее все классы возможных функций ВП показанное на рис. 5.33, вызвав которое единожды можно «приколоть» его кнопкой на экран монитора, переместить на удобное пустое место и постоянно им пользоваться. Чтобы это сделать, нужно кликнуть по кнопке с изображением болта с гайкой на общей палитре функций, показанной на рис. 5.31

В частности, чтобы вызвать функцию, обеспечивающую чтение системного времени нужно кликнуть по кнопке с изображением часов и в открывшемся подменю выделить и перенести в цикл соответствующую иконку. Оттуда же вставим и таймер в виде метронома. Иконки арифметических действий найдем, кликая по второй кнопке верхнего ряда, на которой изображена одна из предлагаемых там функций (сложение величин). Иконки для логических сравнений выберем, открыв подменю по кнопке с изображением знаков = и >. Чтобы настроить каждый элемент блок-диаграммы, как уже упоминалось, нужно кликнуть по ней правой кнопкой и выбрать позицию «Свойства» (Properties).

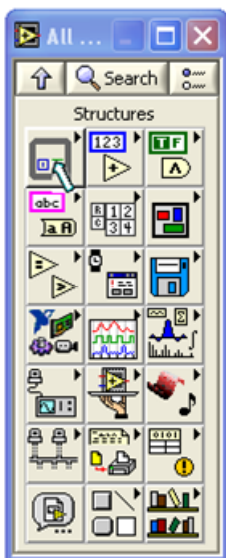


Рис. 5.33. Диалоговая панель всех функций

Пример 3. ВП «Формулы». Передняя панель и блок-диаграмма этого ВП приведены на рис 5.34. На передней панели помещены 3 цифровых задатчика в виде поворотных ручек и 3 цифровых индикатора в виде цифровых окон. Результаты расчетов (сумма заданных чисел и сумма их квадратов выводятся в отдельные цифровые окна. Как это делается было описано в примере 1.

На блок-диаграмме мы видим иконки соответствующих задатчиков и индикаторов, а также две иконки функции formula, которые перенесены в цикл из подменю диалоговой панели, приведенной на рис. 5.33, которое открывается, если кликнуть по кнопке с изображением знака + и цифр 1 2 3 на иконке. В открывшемся подменю следует кликнуть по кнопке расположенной в нижнем левом углу, убедившись, что Вы забираете функцию formula, поскольку название любой функции при этом выводится на экран.

Как и на любой иконке, входы для потоков данных расположены слева, а выходы – справа. Перетащив иконку в цикл, следует задать для нее число входов и записать расчетную формулу для получения результата. Чтобы это сделать, кликните дважды по иконке, в результате откроется диалоговое окно с встроенным калькулятором. В диалоговое окно вписывайте требуемую формулу, используя предложенные обозначения входов как X1, X2 и т.д. Вид такого калькулятора приведен на рис. 5.35.

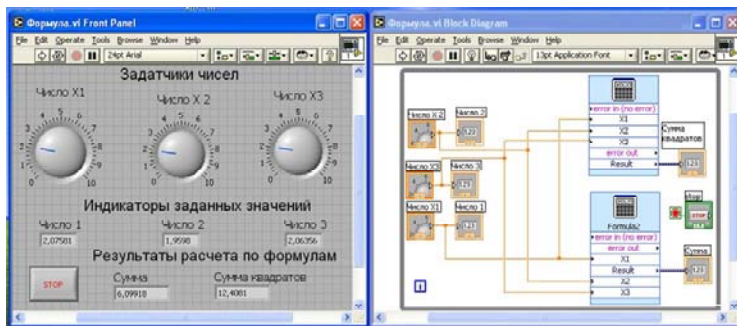


Рис. 5.34. ВП «Формулы» для освоения расчетов по формулам.

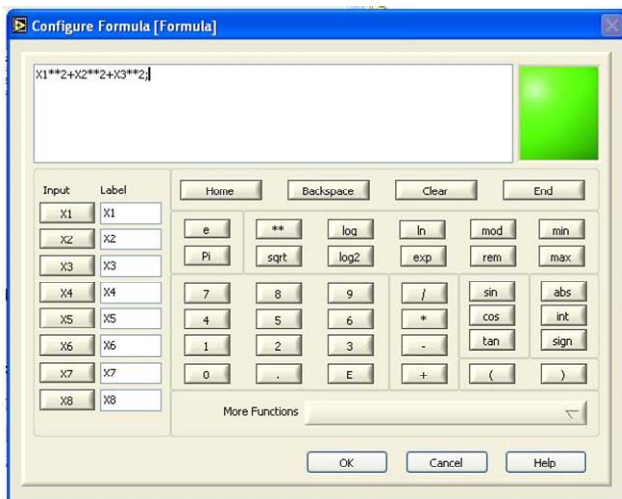


Рис. 5.35. Вычислительный калькулятор функции formula.

Из рисунка видно, что этот калькулятор представляет достаточно полные возможности для программирования любых инженерных формул, включая расчеты трансцендентных функций, возведение в любую степень с помощью символов **, и даже, если кликнуть на клавишу More Functions, выбрать из открывшегося дополнительного меню другие, менее распространенные функции.

Отметим, что к настоящему времени на кафедре «Энергообеспечение предприятий и теплотехника» ТГТУ создана целая библиотека аналогичных простых ВП, в каждом из которых приводится методика решения одной – двух простых практических задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью изучения дисциплины «Инженерный эксперимент» при подготовке специалистов со степенью магистр-инженер в области теплоэнергетики является овладение знаниями, умениями и навыками решения инженерных задач с помощью экспериментальных исследований.

В соответствии с Государственным стандартом образования по направлению 140100.68 «Теплоэнергетика и теплотехника» (магистерская программа 140100.01 «Технология производства электрической и тепловой энергии») изучение нашей дисциплины должно обеспечить усвоение магистрантами современных знаний в предметной области, связанной с экспериментальными исследованиями. В рабочей программе названной дисциплине, реализуемой в ТГТУ, особое внимание обращено на приобретения обучаемыми следующих общекультурных и профессиональных компетенций:

- способностью к самостоятельному обучению новым методам исследования, к изменению научного и научно-производственного профиля своей профессиональной деятельности в процессе изменения социокультурных и социальных условий деятельности (ОК-2);

- способностью самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение, в том числе с помощью информационных технологий (ОК-6);

- способностью анализировать естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности (ПК-5);

- способностью и готовностью применять современные методы исследования, проводить технические испытания и (или) научные эксперименты, оценивать результаты выполненной работы (ПК-6);

- способностью к профессиональной эксплуатации современного оборудования и приборов (в соответствии с целями магистерской программы) (ПК-7);

Постепенному формированию названных компетенций способствует утвержденная в рабочей программе форма организации учебного процесса, где основное внимание уделено самостоятельной работе с учебной литературой при освоении практических навыков на специальных практических занятиях или лабораторных работах. Этому же способствует и предусмотренная курсовая работа по дисциплине, выполняемая каждым обучаемым самостоятельно по индивидуальному заданию, а результаты защиты этой работы считаются итоговой оценкой по дисциплине на зачете.

В предложенном на суд молодых коллег учебном пособии автор в меру своих способностей и представлений о возможностях обучаемых, и понимая, что «нельзя объять необъятное», старался сделать изложение в меру сложного учебного материала по возможности лаконично и понятно, выделяя самое важное и самое нужное, оставляя за скобками многие важные подробности, тонкости, и уточнения. При этом полагается, что получив в стенах вуза первоначальные знания и опыт, каждый может упрочнять и совершенствовать свои компетенции, занимаясь самостоятельно с технической литературой, и особенно интенсивно, если практические производственные задачи потребуют этого. В противном случае, без пожизненного активного самообразования, ценность полученных знаний с годами может уменьшиться до нуля.

В назидание молодым специалистам, уходящим из наших стен в большую, самостоятельную жизнь с дипломом магистра, хочется напутствовать их известной пословицей «Учиться всегда пригодится». Следуйте ей всю свою жизнь, и будет крепнуть ваша уверенность в себе, а удачи и успехи будут чаще встречаться на вашем жизненном пути!

Рекомендуемая литература

1. Рогов, В.А. Методика и практика технических экспериментов: учеб. / В.А. Рогов, Г.Г. Позняк. -М.: Академия, 2005. -288 с.
2. Болдин, А.П. Основы научных исследований : учеб. / А.П. Болдин, В.А. Максимов. -М.: Академия, 2012. -336 с..
3. Грачев, Ю.П. Математические методы планирования эксперимента: учеб. / Ю.П. Грачев, Ю.М. Плаксин. – М.: ДеЛипринт, 2005, - 296 с.
4. Бояршинова, А.К. Теория инженерного эксперимента: учеб. пособие / А.К. Бояршинова, А.С. Фишер. -Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2006. – 85 с.
5. Налимов, В.В. Логические основания планирования эксперимента. / В.В. Налимов, Т.И. Голикова. -М.: Металлургия, 1981. - 152 с.
6. Иванова, Г.М. Теплотехнические измерения и приборы: учеб. / Г.М. Иванова, Н.Д. Кузнецов, В.С. Чистяков. -М.: МЭИ, 2007. – 460 с.
7. Адлер, И.А. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий: учеб. / И.А. Адлер, Ю.В. Маркова, Ю.В. Грановский. -М.: Наука, 1976. – 278 с.
8. Налимов, В.В. Теория эксперимента / В.В. Налимов. М.: Наука, 1971. - 208 с.
9. Щегольков, А.В. Исследование зависимости коэффициента поверхностного натяжения от температуры для смесевых топлив на основе рапсового масла [Электронный ресурс (CD-ROM, заглавие с этикетки диска)]: дис. на...магистра 140100.01. / Щегольков Алексей Владимирович; Тамб. гос. техн. ун-т. -Тамбов. – 2013.
10. Мохов, Д.О. Исследование теплофизических свойств рапсового масла на стадиях переработки его в биотопливо [Электронный ресурс (CD-ROM, заглавие с этикетки диска)]: дис. на ...магистра 140100.03 / Мохов Дмитрий Олегович; Тамб. гос. техн. ун-т. Тамбов. – 2009.
11. Виноградова, Н.А. и др. Системы автоматизации теплофизического эксперимента / Н.А. Виноградова, [и др.] -М.: Изд-во МЭИ, 2007. - 252 с.
12. Введение в LabVIEW. Вводный курс (перевод Тиме И.В.). М.: Изд-во Приборкомплект, 2003. - 42 с.
13. Измерения в LabVIEW. Руководство по применению. - Новосибирск: Изд-во Новосибирского гос. тех. ун-т, Российский филиал корпорации National Instruments, 2006. – 148 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.....	3
1.1. Роль и место экспериментальных исследований при создании, доводке и эксплуатации теплоэнергетического оборудования.....	3
1.2. Два подхода в организации экспериментов	7
2. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ, ИХ ОЦЕНКА.....	9
2.1. Классификация измерений и их погрешностей	9
2.2. Оценка погрешностей.....	11
2.3. Рандомизация как средство повышения точности результатов эксперимента.....	14
3 ТРАДИЦИОННЫЙ ПОДХОД ОРГАНИЗАЦИИ И ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА.....	18
3.1. Особенности планирования и графический анализ результатов измерений.....	18
3.2. Сглаживание экспериментальных данных.....	21
3.3. Метод наименьших квадратов при обработке опытных данных (регрессионный анализ).....	24
3.4. Приемы аппроксимации результатов эксперимента.....	27
4. ОПТИМАЛЬНЫЕ ПЛАНЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ.....	31
4.1. Двухуровневые многофакторные эксперименты.....	31
4.2. Нелинейные формальные модели.....	37
4.3. Статистические оценки результатов при оптимальном планировании эксперимента.....	40
5. АВТОМАТИЗАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ.....	48
5.1. Состав и структура автоматизированной системы научных исследований.....	48
5.2. Два способа обработки исходной измерительной информации.....	52
5.3. Устройства для цифровой обработки информации.....	58
5.4. Микропроцессорные информационно-вычислительные системы.....	63
5.5. Помехи в информационно - измерительных системах.....	65
5.6. Пакет LabVIEW как основа для разработки ИВС.....	69
5.7. Полезные советы начинающему разработчику виртуальных приборов.....	73
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	78
6. Рекомендуемая литература.....	80