

3.2. Линейные неравенства

Линейное неравенство имеет следующий вид: $ax + b > 0$ или $ax + b < 0$, или $ax + b \geq 0$ или $ax + b \leq 0$, где a и b – некоторые действительные числа, x – переменная.

Рассмотрим решение линейного неравенства $ax + b > 0$.

При решении возможны несколько случаев. Сначала перенесём b вправо. Получим неравенство $ax > -b$.

1. Если $a > 0$ и $-b \in R$.

Разделим обе части неравенства на положительное число a , получим $x > \frac{-b}{a}$. Данное неравенство соответствует бесконечному интервалу $x \in \left(\frac{-b}{a}; +\infty\right)$.

2. Если $a < 0$ и $-b \in R$.

Разделим обе части неравенства на положительное число a , получим $x < \frac{-b}{a}$. Данное неравенство соответствует бесконечному интервалу $x \in \left(-\infty; \frac{-b}{a}\right)$.

3. Если $a = 0$ и $-b < 0$.

Тогда неравенство $ax > -b$ будет выглядеть следующим образом: $0 \cdot x > -b$. Это неравенство является тождественным при всех $x \in R$, так как нуль всегда больше отрицательного числа. Поэтому решение данного неравенства будет множество всех действительных чисел R , или интервал $x \in (-\infty; +\infty)$.

4. Если $a = 0$ и $-b > 0$.

Тогда получим неравенство $0 \cdot x < -b$. Здесь 0 меньше отрицательного числа, что неверно при всех допустимых значениях переменной x . Поэтому решение данного неравенства будет пустое множество, то есть $x \in \emptyset$.

Примеры.

1. Решить неравенство $2x - 3 > x + 1$.

Перенесём все члены, содержащие переменную, влево, а свободные числа – вправо. $2x - x > 3 + 1 \Rightarrow x > 4$. Решение неравенства бесконечный интервал $x \in (4; +\infty)$.

2. Решить неравенство $5x - 10 \geq 5(x - 3)$.

Раскроем скобки и упростим. $5x - 5x \geq 10 - 15 \Rightarrow 0 \cdot x \geq -5$. Таким образом, получаем тождественное неравенство для всех допустимых значений переменной. Поэтому решение данного неравенства всё множество действительных чисел или R или $x \in (-\infty; +\infty)$.